

Année 2016

UN MODÈLE LATTICE POUR SIMULER LA PROPAGATION DE FISSURES SOUS L'EFFET D'UNE INJECTION DE FLUIDE DANS UN MILIEU HÉTÉROGÈNE QUASI-FRAGILE

MÉMOIRE DE THÈSE DE DOCTORAT

présenté devant
l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

pour l'obtention du
Doctorat

par
Vincent Lefort

École doctorale :
Sciences Exactes & leurs Applications (ED211)

Spécialité :
GÉNIE CIVIL

Thèse soutenue le 4 juillet 2016 devant le jury composé de :

JEAN-BAPTISTE COLLIAT	Professeur des Universités - Rapporteur	LML - Université Lille 1
EMMANUEL DETOURNAY	Professor	University of Minnesota, USA
GÜNTHER MESCHKE	Professor	Ruhr-University Bochum, Germany
PETER GRASSL	Senior Lecturer	University of Glasgow, UK
DAVID GRÉGOIRE	Maître de Conférences - Directeur de thèse	LFCR - U.P.P.A.
ATEF ONAISI	Docteur	TOTAL
GILLES PIJAUDIER-CABOT	Professeur des Universités - Directeur de thèse	LFCR - U.P.P.A.
FRANÇOIS RENARD	Professeur des Universités - Rapporteur	ISTerre - Université Grenoble Alpes

Université de Pau et des Pays de l'Adour
LFCR – UPPA – CNRS UMR5150
Campus Montaury, 64600 Anglet, France

Je souhaiterais simplement dédier ma thèse à vous tous : collègues, étudiants, famille, qui avez supporté mes "je n'ai pas le temps, je veux finir ma thèse"... ça y est, c'est fini!

Merci pour votre patience et votre soutien.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes deux directeurs de thèse, Gilles Pijaudier-Cabot et David Grégoire, sans qui cette thèse n'aurait bien évidemment pas été possible. Vous m'avez fait confiance, accueilli et accompagné au sein du LFC-R pendant ces 5 années, comme stagiaire puis comme doctorant. A votre contact, j'ai pu découvrir le métier de chercheur avec toute la rigueur, la persévérance et l'intuition qu'il exige. L'énergie et le temps que vous mettez au quotidien dans votre métier m'a permis de travailler au sein d'une équipe soudée, heureuse de vivre ensemble. Merci !

Je voudrais également adresser mes remerciements à tous les membres du jury : Emmanuel Detournay, pour avoir accepté de présider le jury, Jean-Baptiste Colliat et François Renard, pour avoir relu en détail mon mémoire et m'avoir ainsi guidé vers la soutenance, Peter Grassl, Günther Meschke et Atef Onaisi pour l'attention que vous avez portée à mon travail. Merci à tous pour le temps que vous m'avez ainsi donné et pour vos remarques bienveillantes. J'aurais également une attention toute particulière pour Peter Grassl et Atef Onaisi, car les éléments produits à l'issue de cette thèse sont aussi le fruit du temps que vous m'avez consacré au travers de nos collaborations tout au long de ces 4 années.

Et puis il y a également trois équipes de travail qui m'ont accompagné (et supporté) au quotidien :

- l'équipe de TOTAL Exploration et Production implantée au CSTJF de Pau qui a veillé à ce que je garde les pieds au contact des problématiques industrielles,
- les collègues du LFC-R à Anglet et Pau qui m'ont fait partager leur métier et m'ont entouré chaleureusement, alors même qu'ils savaient que je n'avais pas le désir de continuer en tant qu'enseignant-chercheur,
- et enfin toute l'équipe de l'ISA BTP où j'ai commencé à enseigner comme moniteur puis aujourd'hui comme professeur agrégé, et qui a attendu patiemment que je veuille bien finir ma thèse.

Merci à vous tous, car sans votre soutien et vos encouragements, je pense que je n'aurais pas su aller au bout de ce long travail.

Abstract

This research study aims at developing a lattice-type numerical model allowing the simulation of crack propagation under fluid injection in a quasi-brittle heterogeneous medium. This numerical tool will be used to get a better understanding of initiation and propagation conditions of cracks in rock materials presenting natural joints where the coupling between mechanical damage and fluid transfer properties are at stake. If the final goal of the study does concern natural rocks, the model has been validated by different comparisons with experimental results obtained on cementitious materials mimicking natural rocks in term of mechanical and transport behaviours but presenting heterogeneities which are better controlled.

The first part of the manuscript presents a general state of the art concerning crack initiation, damage, fracture process zone, lattice modelling, crack propagation in homogeneous medium under fluid injection and joint modelling from the literature.

The second part of the manuscript is dedicated to the study of crack propagation in quasi-brittle materials where a significant fracture process zone is evolving upon failure. Only the solid phase is studied here and a statistical tool based on Ripley's functions is adapted in order to extract a characteristic length representative of the correlations appearing between a set of point undergoing mechanical damage. This tool is then used in the context of numerical and experimental fracture tests on 3 point bending concrete beams. The results show that the lattice-type numerical model is able to capture the global fracture process – in term of force vs. crack opening mouth displacement – but also the local fracture process – in term of dissipated energy and correlation length evolution between damage points. Moreover, this statistical tool shows how the solicitation mode may influence the development of damage within a structure.

The third part presents a new elasto-plastic damage constitutive law for joint modelling. The originality of the model lies in the coupling between mechanical damage under normal strain and plasticity under tangential strain. Mechanical damage induces a decrease of the material cohesion whereas the plastic strains, in both normal and tangential directions, participate to the damage evolution. This new constitutive law is able to reproduce indirect shear experimental tests performed on mortar specimens presenting a plaster joint where a classical Mohr-Coulomb criterion fails.

The fourth part is dedicated to the representation of the full hydro-mechanical coupling within the lattice-type numerical model. The hydro-mechanical coupling is introduced through a poromechanical framework based on the intrinsic and dual hydro-mechanical description of the lattice model, which is based on a "hydraulic" Voronoï tessellation and a "mechanical" Delaunay triangulation. The total stress links the mechanical stress and the pore pressure through the Biot coefficient of the medium whereas the local permeability, which drives the hydraulic pressure gradient, depends on the local crack openings. The numerical results are compared with analytical solutions from the literature for "bi-wings" shape cracks and it is shown that both approaches present similar results for a perfect straight crack. Moreover, the poromechanical framework implemented within the lattice description is able to capture leak-off phenomenon in the sense of a Carter model.

Once the lattice-model has been successfully validated within the former parts of the manus-

cript, its fifth and last part is dedicated to the numerical simulation of the fully hydro-mechanical coupling problem of a free crack propagation due to fluid injection and its interaction with a natural joint in an heterogeneous rock medium. Different crack paths, which are not pre-meshed a priori, and different pressure profiles are obtained and compared for different joint inclinations. Finally, our statistical tool, which has been primarily developed for the analysis of the failure behaviour of the solid phase, is used to characterise the evolution of correlation lengths between points undergoing damage upon the crack propagation and its interaction with a natural joint. It is shown that the hydro-mechanical lattice model is able to represent different mechanism of crack stop and restart from a joint depending on its inclination. The statistical analysis shows that the stimulated rock volume (SRV) increases when the crack stimulated by fluid injection interacts with a natural joint.

Résumé

Cette thèse vise à développer un modèle numérique de type lattice permettant de simuler la propagation de fissures sous l'effet d'une injection de fluide dans un milieu hétérogène quasi-fragile. Cet outil sera utilisé afin de mieux comprendre les phénomènes de propagation de fissures dans une matrice rocheuse comportant des joints naturels, afin d'identifier les processus de couplage entre l'endommagement et les propriétés de transfert du milieu. Si la finalité de l'étude concerne l'étude de matrices rocheuses naturelles, dans les différentes parties du manuscrit détaillée ci-après et dans un souci de validation, le modèle a été régulièrement confronté à des résultats expérimentaux obtenus sur des matériaux cimentaires similaires à des roches naturelles en termes de comportements mécaniques et de transport mais présentant des hétérogénéités mieux contrôlées.

La première partie du document est dédiée à l'étude du processus de fissuration caractéristique des matériaux quasi-fragiles présentant une zone d'élaboration. Un outil d'analyse statistique basé sur les fonctions de Ripley et permettant d'extraire une longueur caractéristique à partir d'un nuage de points – lieux d'un endommagement mécanique – est présenté. Il est ensuite utilisé dans le cadre d'essais numériques et expérimentaux de rupture par flexion 3 points sur des éprouvettes de bétons. Les résultats montrent que le modèle numérique de type lattice est capable de rendre compte à la fois du processus global de fissuration – en termes de réponses force-ouverture d'entaille – mais également du processus local de fissuration – en termes de cartes d'énergie dissipée et d'évolution de longueurs de corrélation entre points endommagés. Par ailleurs, cet outil permet également de montrer l'influence du mode de sollicitation sur le développement de l'endommagement au sein d'une structure.

La deuxième partie du document présente une loi de comportement élasto-plastique endommageable représentative du comportement de joints. L'originalité du modèle réside dans le couplage entre l'endommagement sous sollicitation normale et la plasticité sous sollicitation tangentielle. L'endommagement dégrade la cohésion du matériau alors que les déformations plastiques, normales et tangentielles, participent au développement et à l'évolution de l'endommagement. Cette nouvelle loi permet de reproduire correctement des résultats d'essais de cisaillement indirects effectués sur des joints de plâtre séparant des épontes en mortier alors qu'un modèle de Mohr-Coulomb classique ne le permet pas.

La troisième partie est dédiée à l'introduction d'un couplage hydromécanique complet dans le modèle lattice utilisé précédemment pour représenter la phase solide uniquement. Le couplage hydromécanique est introduit au travers du comportement poromécanique du milieu basé sur une description mécanique-hydraulique duale et intrinsèque du modèle lattice. La contrainte totale fait le lien entre la contrainte mécanique du lattice mécanique et la pression de pore du lattice hydraulique au travers du coefficient du biot du milieu alors que la perméabilité locale pilotant le gradient de pression hydraulique est indexée sur les ouvertures locales de fissures estimées au travers du lattice mécanique. Les résultats obtenus par ce modèle hydro-mécanique dual ont été confrontés à des solutions analytiques données dans la littérature pour des fissures de type "bi-wings", et il est montré que les deux approches sont cohérentes pour une fissure parfaitement rectiligne. Par ailleurs, il est montré que le modèle poromécanique est représentatif du phénomène de leak-off modélisé par le modèle de Carter.

Après les différentes étapes de validation du modèle présentées dans les parties précédentes, la quatrième et dernière partie est dédiée à la simulation numérique du couplage hydromécanique sous-jacent à la propagation libre d'une fissure propageant sous l'effet d'une injection de fluide et de son interaction avec un joint rocheux naturel. Les trajets de fissuration, non maillés a priori, et les profils de pression au sein de la matrice poreuse sont obtenus et comparés en fonction de l'inclinaison du joint rocheux. Par ailleurs, le traitement statistique concernant les lieux d'endommagement développé en première partie est repris ici afin de caractériser l'évolution des longueurs de corrélation entre point s'endommageant au cours de la propagation de la fissure et de son interaction avec le joint. Il est montré que le modèle hydromécanique lattice permet de représenter différents mécanismes de ré-initiation de fissure à partir d'un joint suivant son inclinaison. L'analyse statistique montre également que la zone stimulée (SRV) augmente lorsque la fissure stimulée par injection de fluide interagit avec un joint.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte général de l'étude	1
1.2	Contexte industriel de l'étude : le matériau "shale"	3
1.2.1	Une matrice argileuse	3
1.2.2	Des discontinuités	5
1.2.3	Caractéristiques mécaniques considérées	6
1.3	Objectifs et Démarche adoptée	7
2	Etat de l'art - Etude bibliographique	9
2.1	Initiation et propagation d'une fissure	10
2.1.1	La mécanique linéaire élastique de la rupture	10
2.1.2	Propagation d'une fissure dans un matériau quasi-fragile	12
2.1.3	Les modèles d'endommagement	13
2.1.4	Taille de la zone d'élaboration	13
2.2	Le modèle lattice	14
2.2.1	La discrétisation du milieu	15
2.2.2	La formulation discrète	16
2.2.3	La loi de comportement mécanique	18
2.2.3.1	Loi de type exponentielle	20
2.2.3.2	Loi de type bi-linéaire	21
2.3	Modèles de fracturation hydraulique en milieu homogène	22
2.3.1	Equations considérées	23
2.3.1.1	Bilan de masse et écoulement au sein de la fissure	23
2.3.1.2	Déformation élastique du milieu	24
2.3.1.3	Régime de propagation de la fissure	24
2.3.1.4	Représentation du leak-off	24
2.3.2	Etude des régimes de propagation	25
2.4	Prise en compte des joints	27
2.4.1	Représentation d'un joint	28
2.4.2	Comportement mécanique	30
2.4.2.1	Caractéristiques mécaniques	30
2.4.2.2	Sollicitation normale	31
2.4.2.3	Sollicitation tangentielle	33
2.4.3	Comportement hydraulique	35
2.5	Bilan	37
3	Distribution spatiale de l'endommagement	38
3.1	Introduction	39
3.2	Fonctions de Ripley et longueurs de corrélation	40
3.2.1	Fonctions de Ripley	40

3.2.2	Etude du caractère aléatoire d'une distribution de points	42
3.2.3	Identification d'une longueur de corrélation	43
3.3	Validation du modèle lattice	47
3.3.1	Description de la campagne expérimentale	47
3.3.1.1	Géométrie des éprouvettes	47
3.3.1.2	Caractéristiques du béton utilisé	48
3.3.1.3	Localisation des évènements acoustiques	49
3.3.2	Hypothèses du modèle lattice à l'échelle mésoscopique	50
3.3.3	Comparaisons entre essais numériques et expérimentaux	54
3.3.3.1	Comparaison des cartographies d'énergie dissipée	56
3.3.3.2	Comparaison des longueurs de corrélation	66
3.4	Evolution des longueurs de corrélation	67
3.4.1	Réponse en traction d'une éprouvette entaillée	68
3.4.2	Réponse en flexion simple et effet de l'entaille	70
3.5	Bilan	72
4	Comportement des discontinuités	74
4.1	Introduction et démarche	75
4.2	Représentation et loi de comportement des joints	75
4.2.1	Organisation du maillage au voisinage des joints	76
4.2.2	Comportement des éléments joints	77
4.2.2.1	Comportement élasto-plastique parfait	77
4.2.2.2	Couplages entre l'endommagement et la plasticité	82
4.2.2.3	Bilan	88
4.3	Essai de cisaillement indirect	89
4.3.1	Principe de l'essai expérimental	89
4.3.2	Simulation d'un essai sur une éprouvette de 200mm	91
4.3.2.1	Principe du modèle numérique	91
4.3.2.2	Etude de sensibilité vis-à-vis de ϕ et $c_{rés}$	92
4.3.2.3	Paramètres adoptés et analyse des résultats	93
4.3.3	Bilan	94
4.4	Cas d'application : interactions fissure-joint	95
4.4.1	Présentation du modèle	95
4.4.2	Interactions avec un joint	96
4.4.2.1	Analyse des résultats au pas n°140 : la réactivation du joint	96
4.4.2.2	Analyse des résultats au pas n°152 : la réinitiation de la fissure	98
4.5	Bilan	99
5	Comportement hydromécanique	100
5.1	Introduction	101
5.2	Le modèle hydraulique	101
5.2.1	Les hypothèses	101
5.2.2	Les équations hydrauliques considérées	102
5.2.3	Le comportement poro-mécanique	103
5.2.4	Simplifications réalisées avec le jeu de paramètres considéré	105
5.2.5	La discrétisation spatiale utilisée dans le modèle	105
5.2.6	La formulation discrète du problème	106

5.3	Le couplage hydro-mécanique	107
5.3.1	Prise en compte des pressions du fluide dans le calcul mécanique	109
5.3.2	Prise en compte des ouvertures de fissures dans le calcul hydraulique	110
5.3.3	Identification du coefficient de Biot apparent	111
5.3.3.1	Relation entre le coefficient de Biot et la déformation dans notre modèle	111
5.3.3.2	Déformations du modèle sous l'effet du fluide	112
5.4	Validation du modèle en milieu imperméable suivant la LEFM	114
5.4.1	Présentation du modèle	114
5.4.2	Résultats au bout de 100s d'injection	116
5.4.3	Comparaison avec la LEFM	117
5.4.4	Analyse du volume de fluide injecté	119
5.5	Validation du modèle en milieu perméable	120
5.5.1	Représentation du leak-off à l'aide du modèle de Carter	120
5.5.1.1	Expression du coefficient de Carter	120
5.5.1.2	Expression du flux de fluide injecté dans la matrice	120
5.5.1.3	Comparaison de la simulation avec le modèle de Carter	121
5.5.2	Propagation d'une fissure rectiligne dans un milieu perméable	123
5.5.2.1	Présentation du modèle	123
5.5.2.2	Analyse des résultats	125
5.5.2.3	Comportement du modèle pour un régime proche de $\tilde{\mathcal{M}}$	126
5.6	Bilan de la partie hydro-mécanique	128
6	Exploitation du modèle	129
6.1	Introduction	130
6.2	Propagation d'une fissure dans un milieu perméable	130
6.3	Etude des interactions entre une fissure et un joint	132
6.3.1	Etude qualitative des interactions	132
6.3.1.1	Principe et paramètres du modèle utilisé	133
6.3.1.2	Comportement général sans joint	134
6.3.1.3	Interactions avec un joint	136
6.3.2	Analyse à l'aide des fonctions de Ripley	140
6.3.2.1	Effet du type de stimulation	141
6.3.2.2	Effet du joint	142
6.4	Bilan des exploitations du modèle	144
7	Conclusion	145
7.1	Bilan général	145
7.2	Perspectives	146
8	Annexes	148
8.1	Annexe A - Essais de cisaillement indirect	148
8.1.1	Campagne expérimentale sur des éprouvettes de 50mm	148
8.1.1.1	Formulation et caractérisation des matériaux	148
8.1.1.2	Réalisation des éprouvettes	150
8.1.1.3	Pré-chargement cyclique	150
8.1.1.4	Chargement jusqu'à la plastification du joint	151

8.1.1.5	Caractérisation du seuil de plasticité du joint	152
8.1.2	Campagne expérimentale sur des éprouvettes de 200mm	153
8.2	Annexe B - Le modèle poro-mécanique	157
8.2.1	Rappel des équations à considérer	157
8.2.1.1	Pour le solide	157
8.2.1.2	Pour le fluide	157
8.2.1.3	Système d'équations considéré	158
8.2.2	Approche retenue avec b , k et N constants sur un pas de temps	158
8.2.2.1	Equations considérées avec une approche temporelle implicite	158
8.2.2.2	Approche actuellement utilisée	160
8.2.2.3	Equations considérées pour une approche temporelle explicite	160
8.2.2.4	Discrétisation spatiale	161
8.2.3	Approche proposée avec b et N variant sur un pas de temps	162
Bibliographie		163

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte général de l'étude

La propagation d'une fissure sous l'effet d'une injection de fluide est un problème comportant de très nombreuses applications en géomécanique et en ingénierie. C'est par exemple un mécanisme essentiel dans le transport du magma au sein de la lithosphère, mais c'est également un procédé utilisé pour stimuler artificiellement des puits d'huile et de gaz depuis 1940 [Economides et Nolte, 2000]. Malheureusement, les profondeurs auxquelles se produisent ces phénomènes, l'hétérogénéité des couches de terrain à l'échelle des distances considérées, et le caractère lacunaire des données disponibles rendent ces phénomènes très complexes à observer et à analyser in-situ.

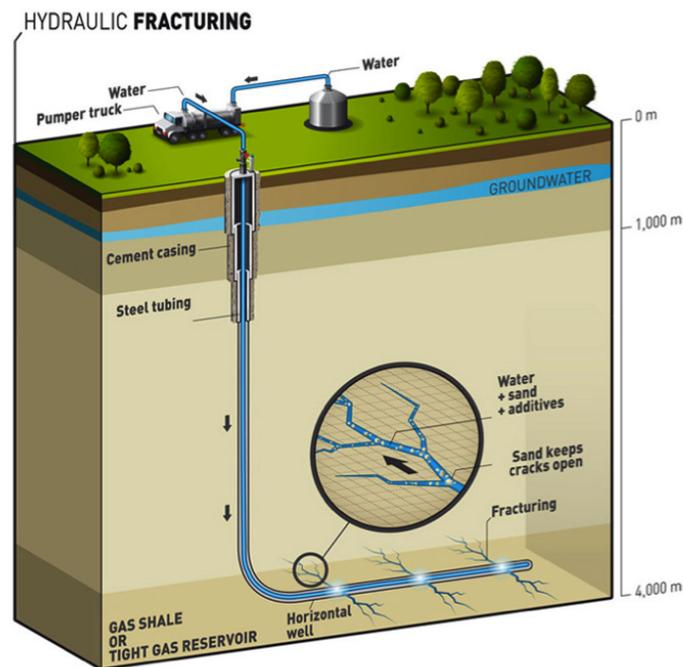


FIGURE 1.1 – Schéma de principe d'un système de fracturation hydraulique dans le cadre de l'exploitation des hydrocarbures contenus dans une roche-mère très peu perméable (source : TOTAL).

Certains effets du couplage hydro-mécanique restent à éclaircir. Leur compréhension constitue potentiellement des clés pour améliorer les techniques usuelles et pour envisager des alternatives. Il s'agit par exemple :

- de l'identification des réservoirs présentant les meilleures caractéristiques pour être stimulés à l'aide d'une technique de fracturation hydraulique (perméabilité, *fracability*, etc.) [Williams-Kovacs et Clarkson, 2014],
- des interactions entre plusieurs fissures stimulées [Lecampion et Desroches, 2015],
- de l'effet des variations spatiales des caractéristiques mécaniques sur l'extension des fissures créées [King, 2010],
- de la capacité du proppant à se répartir et à maintenir ouvertes l'ensemble des fissures créées [Cipolla *et al.*, 2010],
- de l'utilisation de sollicitations dynamiques pour stimuler un réservoir d'hydrocarbures peu perméable [Chen *et al.*, 2012].

Une des facettes de cette étude est le partenariat entre le groupe Géomécanique Milieux Poreux (G2MP) du LFCR et l'entreprise TOTAL. Ce partenariat a permis d'alimenter notre étude avec le point de vue d'un industriel sur les techniques d'exploitation des réservoirs de gaz non conventionnel de type "shale gas" ou "tight gas". Ces travaux menés avec TOTAL rassemblent 2 autres laboratoires de recherche travaillant à des échelles différentes : le laboratoire de mécanique de Lille (LML), le laboratoire "Sols, Solides, Structures - Risques" (3SR) de Grenoble (cf. figure 1.2). La collaboration se fait essentiellement au travers de séminaires annuels.

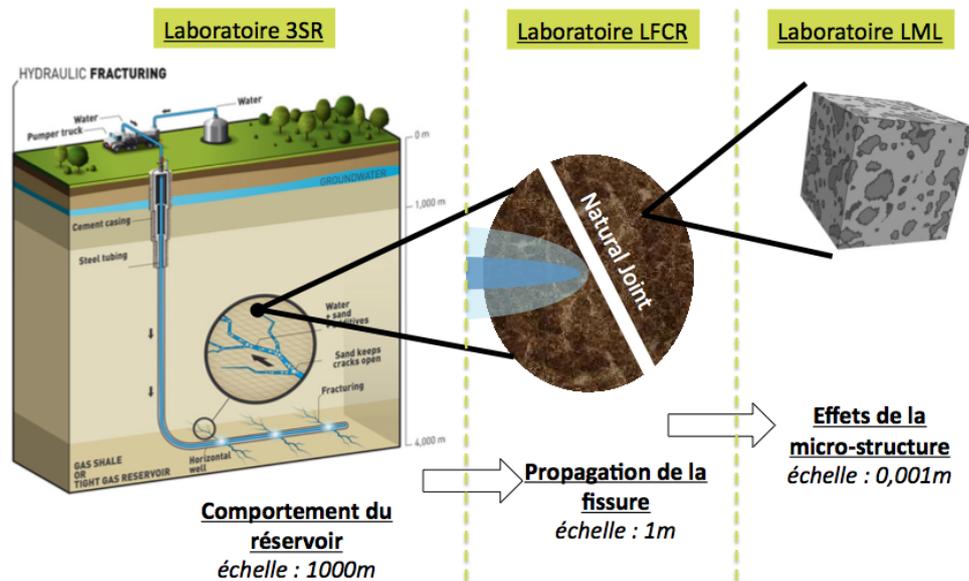


FIGURE 1.2 – Echelles d'études des différents laboratoires intervenant dans le partenariat avec TOTAL.

Une seconde facette de cette étude et la poursuite des travaux précédemment menés dans le cadre du projet FailFlow - Failure and Fluid Flow in Porous Quasibrittle Materials - soutenu par l'ERC (European Research Council). Cette étude vient notamment en prolongement de la thèse soutenue par Laura Rojas Solano intitulée "Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle".

Enfin, les travaux menés dans le cadre de cette thèse sont largement appuyés sur le modèle de type lattice développé par Peter Grassl de l'université de Glasgow sur la plateforme OOFEM. Cette collaboration entre Peter Grassl et le G2MP a été initiée en 2010, et nous a permis de développer la partie promécanique dans le cadre de cette étude.

1.2 Contexte industriel de l'étude : le matériau "shale"

Une des perspectives de cette étude est d'améliorer la compréhension du comportement des fissures qui sont provoquées par les opérations de fracturation hydrauliques réalisées dans l'industrie pétrolière pour exploiter les hydrocarbures dits de "roche mère". Ces hydrocarbures sont dispersés au sein d'une formation géologique argileuse, peu perméable, riche en matière organique, communément appelée "shale". Pour extraire l'huile ou le gaz qui se trouvent dans ces réservoirs d'hydrocarbures non-conventionnels, il est donc nécessaire de fissurer la roche.

Les roches de type "shale" ont fait l'objet de beaucoup de travaux de recherche et de publications depuis l'essor des techniques de fracturation hydraulique. Cependant, le seul terme de "shale" recouvre des roches dont la composition et la structure peuvent être très variées.

Ainsi, la synthèse publiée par George E. King en 2010 sur les 30 années de fracturation hydraulique des roches de type "shale" [King, 2010], il est mis en évidence qu'il n'existe pas deux formations de "shales" qui soient semblables et que les variations de composition et leur histoire géologique obligent à adopter des méthodes de stimulation différentes au sein d'un même puits.

Afin de préciser le contexte de notre étude, nous allons dans le paragraphe suivant caractériser le comportement de ce matériau.

1.2.1 Une matrice argileuse

En anglais, le terme "shales" désigne les roches sédimentaires litées, à grain fin, composées d'argile ou de marne [Foucault et Raoult, 2010]. Mais il est souvent traduit approximativement en français par "schistes" qui désigne les roches métamorphiques présentant un feuilletage plus ou moins serré, acquis sous l'influence de contraintes tectoniques.

Par leur origine sédimentaire, ces shales comportent une fraction de matières organiques (ou kérogène). Leur enfouissement au cours des temps géologiques provoque une augmentation de la température et de la pression. Dans ces conditions, le kérogène va être dégradé en huile, gaz et kérogène résiduel [Biju-Duval, 1999]. La quantité d'hydrocarbures dans les shales est liée à leur teneur en carbone organique (ou TOC). Dans les gisements actuellement exploités, celle-ci est au minimum de 2%. Elle dépasse rarement 10% [Lu *et al.*, 2012].

D'un point de vue mécanique, le squelette de ces "shales" est constitué principalement d'argile, ce qui signifie que leur teneur en argile est supérieure à 40% (cf. figure 1.3 (b)). Les plans de faiblesse le long desquels la roche peut se scinder sont fréquents. La présence de cette schistosité provoque une anisotropie des caractéristiques intrinsèques du matériau (perméabilité, modules, coefficient de Poisson) [Waters *et al.*, 2011], visible sur la figure 1.3 (a).

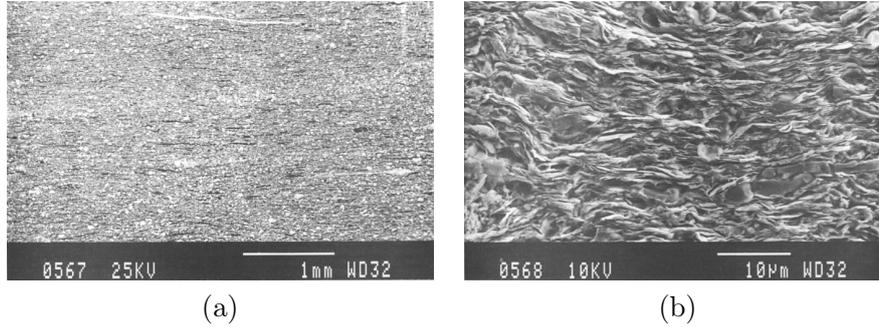


FIGURE 1.3 – Microstructure d’un shale de Kimmeridge Bay (UK) visualisée à l’aide d’un microscope électronique. (a) A l’échelle du millimètre, on peut observer la lamination et le kérogène (en noir). (b) A grande échelle, on peut observer les particules d’argile et de limons. D’après [Swan *et al.*, 1989]

Contrairement aux pièges à hydrocarbures conventionnels (dôme de sel, couche imperméable formant un anticlinal) dont l’étendue géographique est restreinte, les shales forment des couches d’épaisseur limitée mais très étalées. A l’échelle d’un même gisement, les caractéristiques mécaniques sont donc très variables. Le plus souvent les modules élastiques sont compris entre 5 et 25GPa, et les modules de cisaillement entre 4 et 10GPa. Ces caractéristiques varient suivant le type d’argile prédominant (kaolinite, smectite, illite) et sur la quantité d’eau absorbée ou adsorbée dans ces minéraux (cf. [Fjaer *et al.*, 2008]).

Les plages de variation observées dans la littérature sont résumées dans le tableau ci-dessous.

Density ρ	Young’s modulus E	Poisson’s ratio ν	Compr. strength C_0
[–]	[GPa]	[–]	[MPa]
2.30-2.80	0.4-70.0	0.00-0.30	2-250

TABLE 1.1 – Plages de variation des caractéristiques mécaniques des shales. D’après [Fjaer *et al.*, 2008].

Dans le cadre de notre étude, des mesures de puits et des essais en laboratoire ont été réalisées par l’entreprise TOTAL sur des shales situés 2670m de profondeur en Argentine. Les résultats qui nous ont été fournis sont présentés ci-dessous :

- Masse volumique : $2,5\text{t/m}^3$
- Module d’Young perpendiculairement à la stratigraphie : $E_3 = 15\text{GPa}$
- Module d’Young parallèlement à la stratigraphie : $E_1 = 31\text{GPa}$
- Coefficient de poisson : $\nu_{1,3} = 0,25$ et $\nu_{1,2} = 0,15$ (l’orientation est présentée figure 1.4)
- Résistance en compression (uniaxiale) : 60MPa
- Résistance en traction perpendiculairement à la stratigraphie (0,2MPa)
- Résistance en traction parallèlement à la stratigraphie ($R_c/15 = 4\text{MPa}$)

Nous n’avons pas de valeur de ténacité ou d’énergie de fissuration mesurée sur ces échantillons.

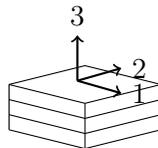


FIGURE 1.4 – Numérotation des directions principales en fonction de l’orientation de la stratigraphie du matériau. Les directions sont indiquées en indices des caractéristiques mécaniques ν et E .

La perméabilité des shales est très faible en raison de l'abondance de l'argile. L'ordre de grandeur de la taille des pores est la dizaine de nanomètres avec une perméabilité de l'ordre du nanodarcy, mais qui peut être inférieure (0,01nd) (d'après [Fjaer *et al.*, 2008]).

1.2.2 Des discontinuités

Les shales sont traversés par de nombreuses discontinuités de dimensions et de caractéristiques variées. La formation de ces discontinuités est le résultat de mécanismes complexes, faisant notamment intervenir l'augmentation de la pression de pore lors de la diagenèse, et les contraintes tectoniques. Ces discontinuités peuvent être de tailles variées (fissures, joints, failles). Elles peuvent également être re-calcifiées ou rester ouvertes.

Connaître le comportement de ces discontinuités est indispensable pour comprendre le comportement mécanique et hydraulique de la roche lors de la propagation d'une fissure. Cette fracturation naturelle ne contribue pas forcément à la perméabilité apparente du matériau, mais elle constitue des plans de faiblesse, qui peuvent être remobilisés lors d'un processus de fracturation hydraulique. Plusieurs études menées en carrière ont permis de visualiser l'effet de cette fracturation naturelle sur le trajet des fissures. La figure 1.5 ci-dessous montre les interactions entre la fracturation naturelle de la roche et une fissure stimulée par l'injection d'un fluide.

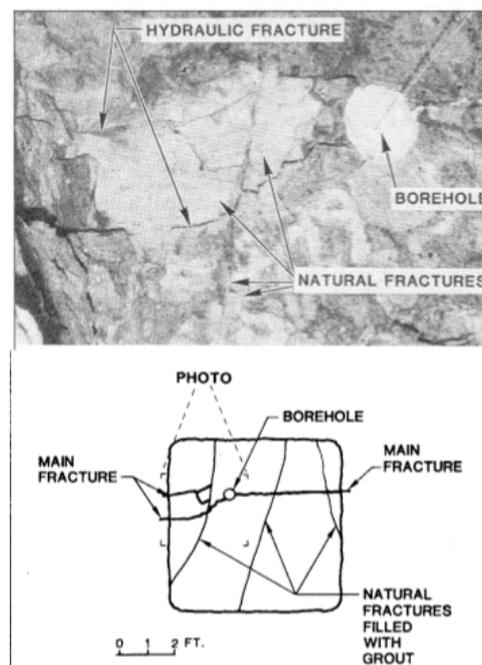


FIGURE 1.5 – Interactions entre la fracturation naturelle de la roche et une fissure stimulée par injection de fluide. D'après [Warpinski et Teufel, 1987].

Pour caractériser la distribution spatiale de cette fracturation naturelle des approches statistiques peuvent être réalisées à partir de données provenant d'affleurements ou d'observations dans des forages.

A titre d'exemple, dans le Barnett Shale (USA), de nombreuses fissures cimentées ont une ouverture inférieure à 0,05mm [Gale *et al.*, 2007]. L'auteur dénombre 74 fissures d'ouverture com-

prise entre 0,05mm et 0,265mm dans un échantillon de 34m prélevé dans le bassin de FortWorth (Mitchell Energy 2 T. P. Sims), soit un espacement moyen inférieur à 0,5m (cf. figure 1.6). Toutes ces fissures sont calcifiées. Une part importante de ces fissures est relativement courte (moins de 20cm), mais l'analyse du seul échantillon carotté ne permet pas d'identifier des fissures longues. Il faut aussi noter que le prélèvement de carottes peut provoquer des dommages dans les échantillons.

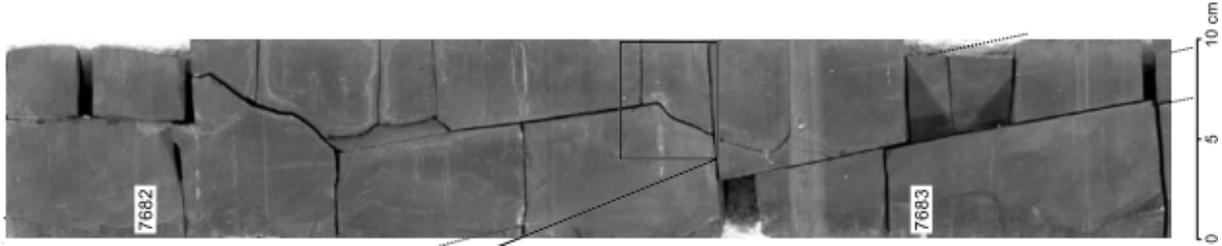


FIGURE 1.6 – Fissuration naturelle en échelon observée dans un échantillon carotté à 7682 pieds dans le puits "2 T.P. Sims" (Barnett, US). Cette fissuration naturelle est recimentée. D'après [Gale *et al.*, 2007].

Dans le cadre de notre étude, les éléments fournis par l'entreprise TOTAL sur les discontinuités concernent essentiellement leurs caractéristiques mécaniques. Les valeurs sont rassemblées dans les tableaux 1.2 et 1.3

Paramètre	Unité	Symb.	Valeur
Angle de friction	[°]	ϕ	30
Dilatance avant déformation irréversible	[°]	ψ_E	4
Dilatance après rupture	[°]	ψ_P	20
Module d'Young	[MPa]	E	3
Épaisseur	[mm]	e	0,1

TABLE 1.2 – Caractéristiques mécaniques des joints non calcifiés. Valeurs fournies par TOTAL.

Paramètre	Unité	Symb.	Valeur
Angle de friction	[°]	ϕ	40
Cohésion	[MPa]	c	7,5
Dilatance avant déformation irréversible	[°]	ψ_E	4
Dilatance après rupture	[°]	ψ_P	20
Module d'Young	[MPa]	E	7,5
Épaisseur	[mm]	e	0,5 à 1

TABLE 1.3 – Caractéristiques mécaniques des joints calcifiés. Valeurs fournies par TOTAL.

1.2.3 Caractéristiques mécaniques considérées

Pour valider le modèle lattice développé dans le cadre de cette étude, nous avons décidé de considérer des jeux de propriétés mécaniques relativement proches du comportement d'un

shale, mais qui correspondent au comportement d'un matériau cimentaire réalisable de façon reproductible à l'échelle du laboratoire et présentant des hétérogénéités maîtrisées afin de pouvoir procéder à d'éventuelles comparaisons.

Il a été décidé de considérer un comportement isotrope dans un premier temps. Les problématiques associées à l'anisotropie ne seront donc pas abordées dans le cadre de cette thèse. L'énergie de fissuration considérée correspond à celle d'un matériau modèle cimentaire.

Les paramètres considérés dans les différents modèles seront précisés au fur et à mesure des chapitres.

1.3 Objectifs et Démarche adoptée

L'objectif principal de notre travail est de mieux comprendre les effets des couplages hydro-mécaniques lorsqu'une ou plusieurs fissures se propagent sous l'effet d'une injection de fluide dans un milieu hétérogène. Ces problèmes se révèlent complexes, notamment car ils font souvent intervenir des échelles très différentes.

Afin de conserver une description fine de la fissuration, nous avons comme perspective le développement d'un modèle permettant d'apporter un éclairage local sur le comportement hydro-mécanique à l'échelle du mètre ou de la dizaine de mètres, éventuellement en trois dimensions. Ces résultats pourront à terme nourrir des modèles plus simples, obtenus à l'échelle d'un réservoir, et servir pour leurs validations.

Une autre perspective pour ce modèle serait d'être utilisé comme un "patch" permettant une description plus fine du comportement du matériau là où elle est nécessaire au sein d'un modèle général (cf. figure 1.7). Ce modèle global utiliserait des lois de comportement simples (matériau élastique et imperméable par exemple).

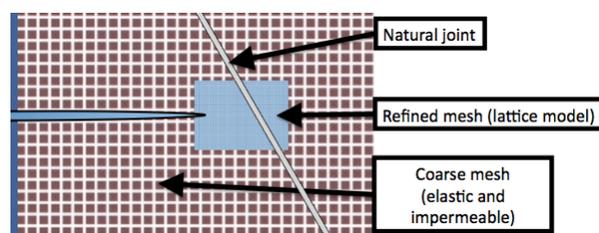


FIGURE 1.7 – Stratégie d'intégration du modèle lattice à l'échelle mésoscopique dans un modèle général grossier.

La compréhension de ces interactions nécessite de prendre en compte l'évolution de la perméabilité du milieu provoquée par la micro-fissuration, le comportement des hétérogénéités et l'évolution de la micro-fissuration en fonction des paramètres hydrauliques adoptés (par exemple le débit d'injection ou la viscosité du fluide). L'organisation du manuscrit reflète la démarche adoptée.

Dans une première partie nous analyserons à l'aide d'un modèle de type lattice la distribution spatiale de la fissuration dans les matériaux représentés à l'échelle mésoscopique. Notre seconde partie sera consacrée au comportement des discontinuités. La troisième partie sera dédiée à l'introduction d'un couplage hydro-mécanique complet dans le modèle et proposera des cas de validation. Enfin, la dernière partie présentera l'étude de la propagation libre d'une fissure sous l'effet d'une injection de fluide et de son interaction avec un joint rocheux naturel.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que les études expérimentales présentées dans ce manuscrit pour valider le modèle que nous avons développé sont réalisées sur des matériaux à matrice cimentaire et non sur des échantillons de roche.

La composition des matériaux cimentaires a été choisie dans des études préalables afin d'avoir un comportement mécanique et hydraulique représentatif d'un échantillon de roche naturelle hétérogène. Par ailleurs, le caractère *modèle* de ces matériaux avec une reproductibilité et une maîtrise des hétérogénéités est indispensable à la validation des résultats numériques. Enfin, en considérant un matériau *modèle* réalisé en laboratoire nous évitons les dommages qui pourraient avoir été créés par un prélèvement in-situ et une modification de l'environnement de l'échantillon.

Cette approche nous permettra donc de nous concentrer sur le problème du couplage hydro-mécanique en présence de discontinuités et sur l'interaction entre les mécanismes de plasticité et d'endommagement.

Chapitre 2

Etat de l'art - Etude bibliographique

Sommaire

2.1	Initiation et propagation d'une fissure	10
2.1.1	La mécanique linéaire élastique de la rupture	10
2.1.2	Propagation d'une fissure dans un matériau quasi-fragile	12
2.1.3	Les modèles d'endommagement	13
2.1.4	Taille de la zone d'élaboration	13
2.2	Le modèle lattice	14
2.2.1	La discrétisation du milieu	15
2.2.2	La formulation discrète	16
2.2.3	La loi de comportement mécanique	18
2.3	Modèles de fracturation hydraulique en milieu homogène	22
2.3.1	Equations considérées	23
2.3.2	Etude des régimes de propagation	25
2.4	Prise en compte des joints	27
2.4.1	Représentation d'un joint	28
2.4.2	Comportement mécanique	30
2.4.3	Comportement hydraulique	35
2.5	Bilan	37

2.1 Initiation et propagation d'une fissure

Les mécanismes d'initiation et de propagation de fissures font l'objet d'une littérature abondante depuis le siècle dernier. Les travaux de Griffith (1893-1963) et Irwin (1907-1998) sont à l'origine de la mécanique linéaire élastique de la rupture, mais de nombreux travaux de recherche continuent à être menés sur ces thèmes, qu'il s'agisse de propagation de fissures quasi-statique ([Bažant et Planas, 1997], [Rojas-Solano, 2012]) ou dynamique ([Freund, 1990], [Grégoire, 2008]). La compréhension de ces phénomènes est nécessaire pour étudier la sensibilité d'une structure à des défauts ou encore pour prévoir les trajectoires de fissures sous l'effet de sollicitations extérieures.

Plusieurs approches existent pour l'étude de ces phénomènes. Citons par exemple la mécanique linéaire élastique de la rupture (ou LEFM en anglais), ou l'utilisation d'algorithmes de résolution numériques tels que les éléments finis éventuellement enrichis, les zones cohésives ou encore les éléments discrets.

Ce mémoire ne se veut pas une synthèse de ce domaine, aussi nous ne présenterons que les notions que nous avons sélectionnés dans le cadre de notre étude : la LEFM et le concept de zone d'élaboration (ou FPZ pour Fracture Process Zone). Un prochain paragraphe sera consacré à la présentation du modèle numérique que nous utilisons.

2.1.1 La mécanique linéaire élastique de la rupture

La mécanique linéaire élastique de la rupture s'appuie tout d'abord sur la distribution des contraintes dans un milieu élastique comportant une discontinuité. Cette discontinuité peut être sollicitée suivant 3 modes élémentaires qui peuvent être combinés (cf. figure 2.1).

- Mode I : Ouverture ou une fermeture de la fissure.
- Mode II : Glissement perpendiculairement au front de la fissure.
- Mode III : Glissement hors plan, parallèlement au front de la fissure.

Dans le cadre de notre étude, nous nous consacrerons essentiellement à des propagation de fissures en mode I au sens de la LEFM. Cependant nous étudierons également l'effet de sollicitations en mode II, mais en utilisant des lois de comportement élasto-plastiques avec un critère de type Mohr-Coulomb.

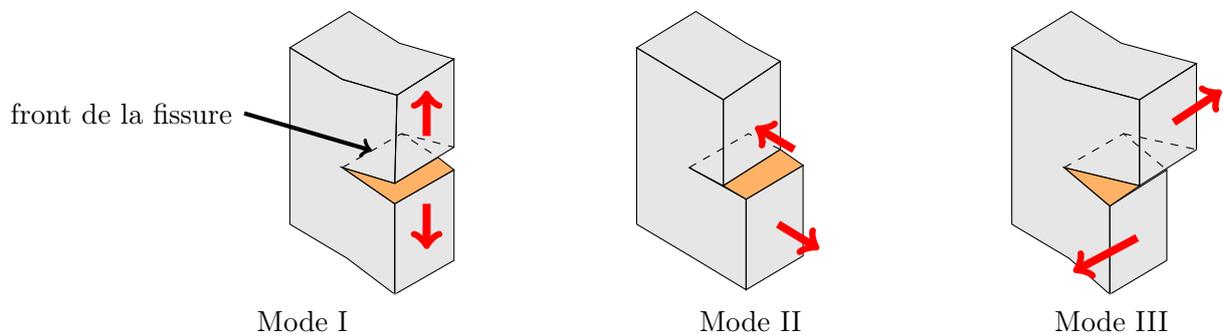


FIGURE 2.1 – Modes de sollicitation d'une discontinuité.

Les travaux de Griffith puis d'Irwin (cf. [Irwin, 1957]), permettent d'exprimer les contraintes au voisinage de la pointe d'une fissure sollicitée en mode I pour un point M de coordonnées

cylindrique (r, θ) .

Etant donné le type de problème considéré dans cette étude, nous nous limiterons à donner l'expression des contraintes sous l'effet d'une sollicitation de mode I. Le repère utilisé est présenté sur la figure 2.2.

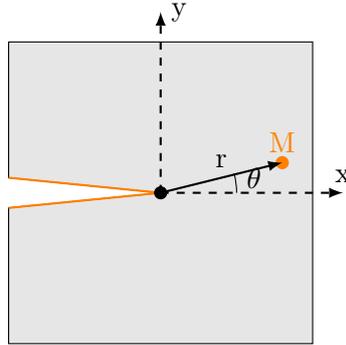


FIGURE 2.2 – Repère polaire utilisé pour exprimer les contraintes au voisinage d'une fissure.

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(M) &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \cos \frac{\theta}{2} + O(r^{1/2}) \\ \sigma_{yy}(M) &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \cos \frac{\theta}{2} + O(r^{1/2}) \\ \sigma_{xy}(M) &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) + O(r^{1/2})\end{aligned}\quad (2.1)$$

où

- r et θ sont les coordonnées polaires (en [m] et [rad]) du point M où sont exprimées les contraintes,
- K_I est le facteur d'intensité des contraintes en [$\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$], qui dépend de la sollicitation, et dont l'expression peut être trouvée dans la littérature pour de nombreuses configurations (cf. [Tada *et al.*, 2000]).

Au voisinage du front, les contraintes évoluent en $1/\sqrt{r}$. Il existe donc une singularité au niveau de la pointe de la fissure qui empêche d'y exprimer le champ des contraintes car elles tendent vers l'infini. Il n'est donc pas possible de définir un critère d'amorçage de fissure basé sur une contrainte maximale seuil atteinte en pointe de fissure.

Pour définir une condition d'amorçage de la fissure, on utilise donc le concept de ténacité. La ténacité mesure la résistance d'un matériau vis-à-vis de la propagation d'une fissure existante. Pour une sollicitation en mode I pur, elle est notée K_{Ic} , et l'on adopte le critère suivant :

- $K_I < K_{Ic}$: pas de propagation
- $K_I = K_{Ic}$: propagation quasi-statique de la fissure
- $K_I = K_{Id}(\dot{a})$: propagation dynamique de la fissure, où $K_{Id}(\dot{a})$ est la ténacité dynamique [Kanninen et Popelar, 1985]

En mode I pur, la ténacité est reliée à l'énergie de fissuration notée G_f (en [J / m^2]) à l'aide des équations ci-dessous (cf. [Irwin, 1957]) :

$$\begin{aligned}G_f &= \frac{K_{Ic}^2}{E} && \text{en contraintes planes} \\ G_f &= (1 - \nu^2) \frac{K_{Ic}^2}{E} && \text{en déformations planes}\end{aligned}\quad (2.2)$$

où

- E est le module d'Young du matériau en [Pa],
- ν est le coefficient de Poisson [–].

2.1.2 Propagation d'une fissure dans un matériau quasi-fragile

Dans la mécanique linéaire élastique de la rupture, nous supposons que tout le matériau a un comportement linéaire élastique. Or il s'avère qu'au voisinage de la pointe de la fissure, il existe toujours une zone où le comportement du matériau devient non-linéaire.

Au-delà du domaine élastique, un matériau a successivement deux types de comportements bien différents : tout d'abord un durcissement par plasticité (ou écrouissage) puis un adoucissement. Nous retrouvons donc dans la zone d'élaboration ces deux types de comportements mécaniques.

- En périphérie de la zone d'élaboration, le comportement du matériau est souvent représenté à l'aide d'une loi mécanique comportant un durcissement par plasticité.
- Au voisinage de la pointe de fissure, où les déformations sont plus importantes, le matériau se comporte suivant une loi avec un adoucissement progressif (c'est-à-dire une diminution de la contrainte avec l'augmentation de la déformation).

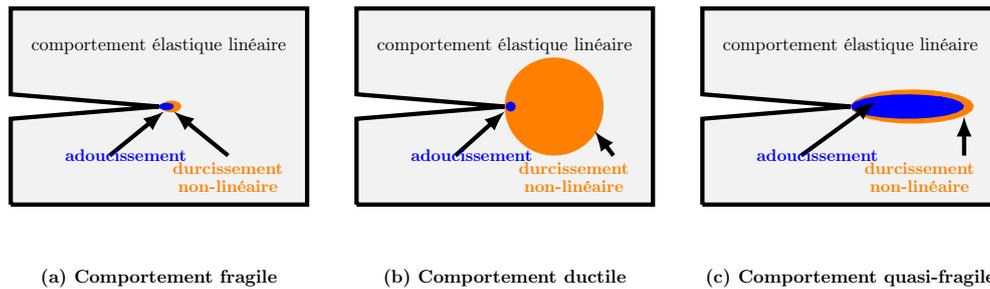


FIGURE 2.3 – Comportements non-linéaires avec durcissement et adoucissement au voisinage de la pointe de fissure. D'après [Bažant et Planas, 1997].

Si la taille de la zone d'élaboration est petite devant la taille de la structure étudiée, alors il est légitime de la négliger et d'utiliser les concepts issus de la LEFM. Ce matériau est appelé fragile (cf. figure 2.3 (a)).

Dans le cas contraire (cf. figure 2.3 (b) et (c)), nous devons nous confronter à un comportement quasi-fragile ou ductile. Le terme "quasi-fragile" caractérise le fait que quasiment toute la zone d'élaboration a un comportement adoucissant.

Lorsque la taille de la zone d'élaboration n'est pas petite devant la taille de la structure étudiée, elle a un effet non négligeable sur le comportement de la structure. L'effet d'échelle en est une illustration. Ainsi pour des structures géométriquement similaires mais de tailles différentes, la résistance apparente diminue avec l'augmentation de la taille. Ce phénomène bien connu, et mis en évidence par exemple dans la campagne expérimentale menée par D. Grégoire et ses collaborateurs (cf. [Grégoire *et al.*, 2013]), vient du fait que la taille de la zone d'élaboration n'est pas proportionnelle à la taille de la structure, et donc que le rapport entre la taille de la FPZ et la taille de la structure n'est pas constant.

2.1.3 Les modèles d'endommagement

Les modèles d'endommagement permettent de décrire l'adoucissement progressif du matériau provoqué par l'apparition et la propagation progressive de micro-fissures. La théorie de l'endommagement a été proposée initialement en 1958 par Kachanov qui définit une variable d'endommagement, ici notée d , comme le rapport entre l'aire des micro-fissures au sein d'une section d'un élément et la surface totale de cette section [Kachanov, 1958].

Dans le cas d'un matériau isotrope, avec une loi d'endommagement isotrope, la relation entre la contrainte et la déformation s'écrit :

$$[\boldsymbol{\sigma}] = (1 - d) [\mathbf{C}] : [\boldsymbol{\varepsilon}] \quad (2.3)$$

où

- $[\boldsymbol{\sigma}]$ est le tenseur des contraintes (en [Pa]),
- d est une variable scalaire représentant l'endommagement,
- $[\mathbf{C}]$ est le tenseur d'élasticité d'ordre 4 (en [Pa]),
- $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ est le tenseur des déformations élastiques.

La variable d'endommagement d est nulle à l'état non-endommagé ou sain, et égale à 1 si le matériau a été totalement endommagé (cas de la rupture, c'est-à-dire $[\boldsymbol{\sigma}] = [\mathbf{0}]$). Pour représenter l'évolution de l'endommagement en fonction de la déformation, une déformation équivalente ε_{eq} est calculée à partir du tenseur de déformations élastiques $[\boldsymbol{\varepsilon}]$. La variable d'endommagement suit une loi d'évolution basée sur la déformation équivalente ε_{eq} .

A titre d'exemple, le modèle proposé par J. Mazars en 1984 est fréquemment cité dans la littérature pour décrire un comportement élastique endommageable isotrope pour le béton en traction et en compression. Dans ce modèle, la déformation équivalente est calculée à l'aide de l'équation 2.4, et la valeur de l'endommagement résulte d'une combinaison entre un endommagement de traction et un endommagement de compression (cf. équation 2.5).

$$\varepsilon_{\text{eq}} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (2.4)$$

$$d([\boldsymbol{\varepsilon}]) = \alpha_t([\boldsymbol{\varepsilon}]) \times D_t(\varepsilon_{\text{eq}}) + \alpha_c([\boldsymbol{\varepsilon}]) \times D_c(\varepsilon_{\text{eq}}) \quad (2.5)$$

où

- $\langle \varepsilon_i \rangle_+$ représente les déformations élastiques principales positives,
- α_c , α_t , D_c et D_t sont des fonctions retournant un scalaire dont l'expression est donnée dans [Mazars, 1984].

2.1.4 Taille de la zone d'élaboration

A partir des contraintes au voisinage de la pointe de fissure calculées d'après la LEFM, Irwin (cf. [Irwin, 1958]) a exprimé la longueur de la zone où les contraintes sont inélastiques en fonction des caractéristiques du matériau. La longueur de cette zone est notée R (cf. figure 2.4).

Une approche similaire, proposée dans [Bažant et Planas, 1997] pour les matériaux quasi-fragiles, permet de déterminer la longueur de la zone d'élaboration à l'aide de l'équation ci-dessous.

$$R = \eta \frac{K_{Ic}^2}{f_t^2} \quad (2.6)$$

où

- η est un nombre sans dimension égal à $1/\pi$ dans l'analyse d'Irwin, et compris entre 2 et 5 pour un béton,
- K_{Ic} est la ténacité en mode I du matériau, en $[\text{Pa} \sqrt{\text{m}}]$,
- f_t est la résistance en traction du matériau, en $[\text{Pa}]$.

Cette longueur varie en fonction du comportement adoucissant du matériau. Elle est usuellement comprise entre 0,3m et 2m dans un milieu infini (d'après [Bažant et Planas, 1997]).

Transversalement à la direction de propagation, la taille de la zone d'élaboration est notée h_c . D'après [Bažant et Planas, 1997] elle est proche de $3 \times d_a$ dans un béton où d_a est la taille du plus gros granulat, cependant des valeurs comprises entre $2 \times d_a$ et $5 \times d_a$ peuvent également être observées.

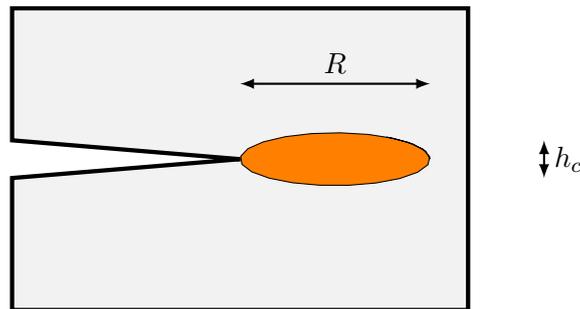


FIGURE 2.4 – Dimensions de la zone d'élaboration

2.2 Le modèle lattice

De très nombreux outils de simulation existent avec des domaines d'application spécifiques et des méthodes de résolution numériques différentes. Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à la synthèse proposée par Hattori et ses collaborateurs en 2016 [Hattori *et al.*, 2016].

Cependant, dans toutes les méthodes de modélisation numérique l'espace et le temps sont discrétisés. Deux grandes familles peuvent être mises en évidence concernant la représentation spatiale du domaine étudié : les approches continues et les approches discrètes.

Les approches continues (méthode des éléments finis par exemple) sont basées sur le fait qu'un élément conserve le même voisinage tout au long du calcul. Elles s'appuient sur un maillage spatial. Les discontinuités peuvent y être représentées en enrichissant les éléments du maillage avec des inconnues supplémentaires (par exemple les fonctions d'interpolation des méthodes XFEM [Moës *et al.*, 1999] ou les enrichissements cinématiques des méthodes EFEM [Colliat, 2010]).

Les approches discrètes (méthode des éléments discrets par exemple) considèrent qu'entre 2 pas de temps, le voisinage des éléments a pu être modifié. Elles n'utilisent donc pas un maillage,

mais consacrent une part conséquente du temps de calcul à déterminer le voisinage des éléments.

Le modèle lattice que nous utilisons est à mi-chemin entre ces deux méthodes. Des méthodes continues, il a la caractéristique fondamentale que le voisinage des éléments (ou connectivité) ne change pas tout au long du calcul. Il est donc restreint à la modélisation de petites déformations. Cependant, ce modèle s'inspire également des méthodes discrètes car il représente des particules où toutes les déformations sont exprimées en un point situé sur l'interface entre deux particules. Ce type de modèle permet donc de représenter simplement les discontinuités qui peuvent être présentes dans un matériau, et d'obtenir un modèle hydraulique cohérent avec le modèle mécanique.

Dès 1978, T. Kawai a publié des résultats obtenus à l'aide d'un modèle de type "Rigid Body-Spring" [Kawai, 1978]. Sa démarche réside dans le fait de considérer qu'après la rupture, une structure est réduite en plusieurs pièces, qui peuvent chacune se comporter comme des corps rigides. Les modèles de type "Rigid Body-Spring" ou lattice sont donc décomposés en un nombre important de corps rigides connectés entre eux par des ressorts. T. Kawai précise que l'intérêt de cette méthode réside notamment dans le gain en temps de calcul vis-à-vis des méthodes utilisant des éléments finis. En effet les matrices de raideur des éléments restent de dimension 6x6 pour un problème en 3 dimensions sans nécessiter d'introduire des lois de comportement coûteuses en temps de calcul.

Par la suite des travaux ont contribué à montrer que les modèles de type lattice peuvent reproduire correctement le processus de fissuration sans privilégier de trajet de fissuration a priori ([Bolander et Saito, 1998] et [Schlangen et van Mier, 1992]).

La mise au point du modèle mécanique que nous utilisons, ainsi que les procédures associées pour la génération du maillage et le post-traitement des résultats ont été réalisés en collaboration avec Peter Grassl de l'université de Glasgow à l'aide du package OOFEM [Patzák et Bittnar, 2001]. Le but de cette partie n'est donc pas de présenter le modèle de façon exhaustive, mais seulement d'en énoncer les principes essentiels pour rendre compréhensible la suite de ce mémoire. Pour plus d'informations sur le modèle nous renvoyons le lecteur à [Grassl et Jirásek, 2010].

Précisons toutefois que ce modèle est utilisé dans sa version en deux dimensions, en considérant que la contrainte hors plan est nulle ($\sigma_{zz} = 0$). Les lois de comportement sont établies en petites déformations et l'action de la pesanteur est négligée.

La partie mécanique est basée sur une loi de comportement isotrope reliant contraintes et déformations et sur la formulation statique locale du principe fondamental de la dynamique appliqué aux noeuds du modèle :

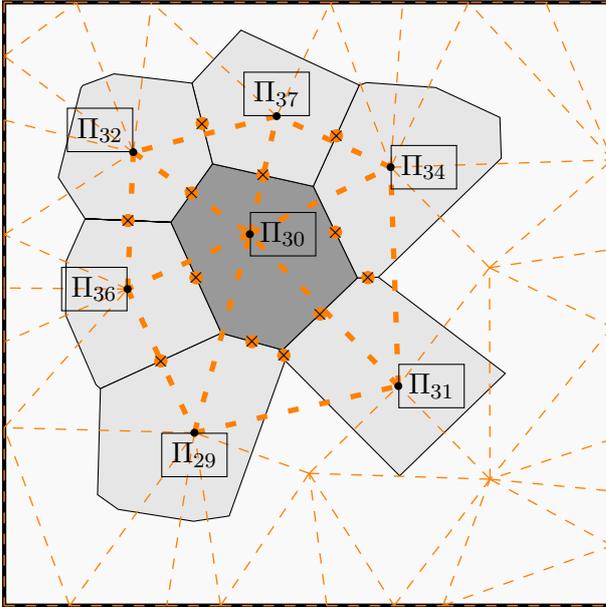
$$\operatorname{div} [\boldsymbol{\sigma}] = 0 \quad (2.7)$$

2.2.1 La discrétisation du milieu

La géométrie du milieu est discrétisée en utilisant une tessellation de Voronoi générée à partir d'une distribution aléatoire de points dans le domaine à représenter. Le polyèdre de Voronoi Π_i correspond à l'ensemble des points du domaine qui sont plus proches du point Π_i que des autres points (cf. figure 2.5).

La tessellation de Voronoi est une méthode robuste qui nous permettra par la suite de bâtir un modèle hydraulique cohérent avec le modèle mécanique.

A partir de la même distribution aléatoire de points, nous réalisons une triangulation de Delaunay. Cette triangulation permet d'obtenir la connectivité entre polyèdres, et correspond donc aux éléments mécaniques du modèle. Chaque élément permet de représenter les interactions entre 2 polyèdres. Il faut noter que la tessellation de Voronoï est duale et donc intimement liée à la triangulation de Delaunay car ce sont les médiatrices des côtés des triangles qui forment les segments de la tessellation.



Légende :

- Π_{30} : numéro du polyèdre de Voronoï (correspond à un noeud du modèle mécanique)
- - - : élément du modèle mécanique
- × : point où sont exprimées les efforts à l'interface entre polyèdres

FIGURE 2.5 – Structure du modèle mécanique : polyèdres issus de la tessellation de Voronoï et éléments constituant le modèle mécanique correspondant à la triangulation de Delaunay. *Pour plus de lisibilité, seuls les éléments au voisinage du polyèdre Π_{30} sont représentés.*

Le maillage du modèle mécanique est généré en plaçant d'abord des points aux angles du domaine, puis le long des différentes interfaces (bords du modèle, entaille, etc.) et enfin dans le domaine. Les points sont placés de façon aléatoire, mais à chaque nouvelle insertion de point, nous vérifions qu'il ne se situe pas à une distance inférieure à d_{min} des autres points. Cette approche nous permet de générer un maillage aléatoire mais relativement homogène.

La tessellation de Voronoï et la triangulation de Delaunay sont réalisées à l'aide de l'outil "Triangle" développé par J. R. Shewchuk [Shewchuk, 1996].

2.2.2 La formulation discrète

Chacun des nœuds du maillage possède trois degrés de liberté : deux déplacements et une rotation. Les déplacements au niveau de l'interface entre deux polyèdres, notés i et j , peuvent être déterminés à l'aide des déplacements des nœuds qui y sont associés.

Nous notons $\{\mathbf{u}_e\} = (u_i, v_i, \phi_i, u_j, v_j, \phi_j)^T$ les degrés de liberté des nœuds exprimés dans le repère global, et $\{\mathbf{u}_c\} = (u_{ij}, v_{ij}, \phi_{ij})^T$ le saut de déplacements et rotation au centre de l'interface dans le système local de coordonnées (cf. figure 2.6(a)).

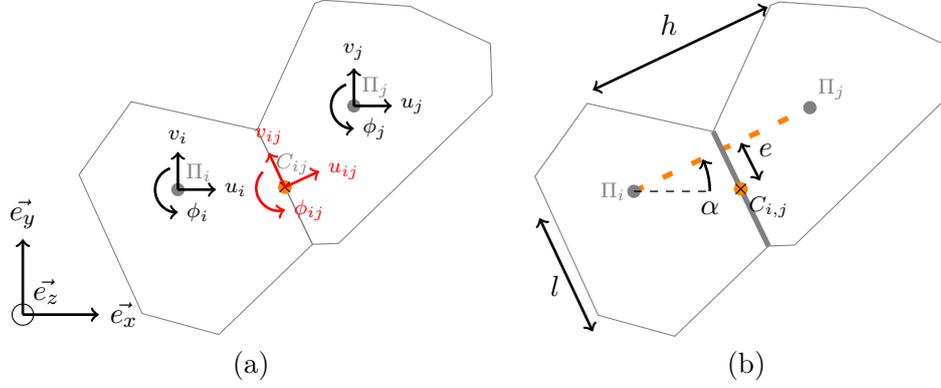


FIGURE 2.6 – (a) Degrés de liberté des nœuds du modèle mécanique et sauts de déplacement à l'interface. (b) Dimensions caractéristiques des éléments (e est une longueur affectée d'un signe positif ou négatif suivant que le point $C_{i,j}$ se situe au-dessus ou au-dessous du segment $[\Pi_i, \Pi_j]$).

Le vecteur $\{\mathbf{u}_c\}$, représentant les différences de déplacements et rotations exprimées dans le repère local de l'interface, peut être déterminé à l'aide de la relation suivante :

$$\{\mathbf{u}_c\} = [\mathbf{B}] \{\mathbf{u}_e\} \quad (2.8)$$

avec $[\mathbf{B}]$ telle que

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha & -e & \cos \alpha & \sin \alpha & e \\ \sin \alpha & -\cos \alpha & -h/2 & \cos \alpha & \sin \alpha & -h/2 \\ 0 & 0 & \sqrt{I/A} & 0 & 0 & -\sqrt{I/A} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

où :

- α est l'orientation de l'élément dans le repère global, en [rad], (cf. figure 2.6(b)).
- e est la distance entre le centre de l'interface et l'axe de l'élément, en [m],
- l est la longueur de l'interface, en [m],
- h est la longueur de l'élément, en [m],
- $A = l \times t$ est l'aire de la section de l'élément, en [m²], avec t la dimension hors plan de l'élément (par défaut $t = 1\text{m}$),
- $I = tl^3/12$ est l'inertie de l'élément autour de $(C_{i,j}, \vec{e}_z)$, en [m⁴].

A partir de $\{\mathbf{u}_c\}$ nous pouvons déterminer des déformations équivalentes en prenant en compte la longueur de l'élément :

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \frac{\{\mathbf{u}_c\}}{h} = (\varepsilon_n, \varepsilon_s, \varepsilon_\phi)^T \quad (2.10)$$

où :

- ε_n est la déformation perpendiculairement à l'interface,
- ε_s est la déformation parallèlement à l'interface,
- ε_ϕ est la déformation associée à la rotation de l'interface.

Nous notons $[D]$ la matrice de raideur du matériau exprimée dans le repère local de l'élément, et $\{\sigma\} = (\sigma_n, \sigma_s, \sigma_\phi)^T$ les contraintes normales, tangentielles et de rotation dans l'interface. Nous avons donc :

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (2.11)$$

La matrice de raideur $[K]$ d'un élément du modèle lattice est une matrice (6x6) qui peut donc être calculée à partir de l'équation suivante :

$$[K] = \frac{A}{h} [B]^T [D] [B] \quad (2.12)$$

où :

- $[B]$ est la matrice reliant les déplacements des noeuds aux sauts au niveau de l'interface,
- $[D]$ la matrice de raideur du matériau exprimée dans le repère local de l'élément.

A partir des degrés de libertés nodaux $\{u_{e_j}\}$, la matrice de raideur $[K]$ permet de calculer les efforts aux noeuds i et j sous l'effet de l'élément mécanique ij . Par la suite, il est donc possible d'écrire l'équilibre de chaque noeud sous les actions des différents éléments connectés à chaque noeud du modèle.

Les contraintes normales et tangentielles dans les polyèdres composant le modèle peuvent être calculées en post-traitant les résultats. Il est nécessaire de réaliser une coupure dans chaque polyèdre suivant la facette sur laquelle nous cherchons à déterminer les contraintes (cf. [Yip *et al.*, 2005]). En écrivant l'équilibre de cette facette, il est alors possible de déterminer dans le polyèdre la contrainte normale et la contrainte tangentielle associées à la facette.

2.2.3 La loi de comportement mécanique

Pour représenter le comportement mécanique du milieu, nous utilisons une loi d'endommagement isotrope. Cette loi de comportement est une loi en 2 dimensions.

Le vecteur contrainte $\{\sigma\}$ est relié au vecteur déformation $\{\varepsilon\}$ par la relation suivante :

$$\{\sigma\} = (1 - d) \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 E_1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 E_1 \end{bmatrix} \{\varepsilon\} \quad (2.13)$$

où :

- d est la variable d'endommagement comprise entre 0 et 1,
- E_1 le module d'Young local du matériau, en [Pa],
- γ_1 un paramètre local pilotant le coefficient de Poisson apparent,
- γ_2 un paramètre local pilotant la raideur en rotation de l'interface.

En contraintes planes, pour un maillage régulier composé de triangles équilatéraux, on peut montrer que le module d'Young apparent du matériau, noté E , et le coefficient de Poisson, noté ν , sont reliés aux paramètres du modèle par les équations suivantes (d'après [Grassl et Jirásek, 2010]) :

$$\gamma_1 = \frac{1 - 3\nu}{1 + \nu} \quad (2.14)$$

$$E_1 = \frac{E}{1 - \nu} \quad (2.15)$$

Un modèle lattice régulier ne peut pas donc pas représenter un coefficient de Poisson supérieur à $1/3$, car cela conduit à un coefficient γ_1 négatif, c'est-à-dire à une raideur locale en cisaillement négative.

Pour un modèle lattice non régulier, ces expressions sont considérées comme des approximations. Des essais de traction/compression nous ont permis de montrer qu'en adoptant un coefficient $\gamma_1 = 0.33$, nous obtenons un coefficient de poisson proche de $\nu = 0.23$.

La fonction seuil de l'endommagement est définie de la façon suivante :

$$f(\{\boldsymbol{\varepsilon}\}, \kappa) = \varepsilon_{eq}(\{\boldsymbol{\varepsilon}\}) - \max(\kappa, \varepsilon_0) \quad (2.16)$$

La fonction $\varepsilon_{eq}(\{\boldsymbol{\varepsilon}\})$ permet de tenir compte de la déformation normale et de la déformation tangentielle dans le calcul du seuil d'endommagement [Grassl et Jirásek, 2010] (cf. équation 2.17).

Le paramètre κ est la variable histoire dans laquelle est mémorisée la plus grande déformation ε_{eq} subie par le matériau au cours du chargement. ε_0 est un paramètre pilotant le seuil initial d'endommagement du matériau.

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{2}\varepsilon_0(1 - c) + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0(c - 1) + \varepsilon_n\right)^2 + \frac{c\gamma_1^2\varepsilon_s^2}{q}} \quad (2.17)$$

où :

- ε_0 est le seuil d'endommagement en traction pure,
- c est un paramètre du modèle tel que $c \times \varepsilon_0$ soit le seuil d'endommagement en compression pure,
- q est un paramètre du modèle tel que $q \times \varepsilon_0$ soit le seuil d'endommagement en cisaillement pur,
- γ_1 est un paramètre local pilotant le coefficient de Poisson apparent

Cette définition du seuil d'endommagement implique une surface elliptique dans le plan des contraintes principales (cf. figure 2.7). En traction la résistance f_t d'un élément est égale à $E \times \varepsilon_0$. En compression et en cisaillement pur, les résistances f_c et f_q sont respectivement égales à $c \times f_t$ et $q \times f_t$.

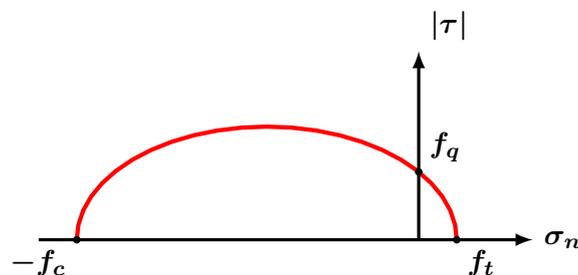


FIGURE 2.7 – Représentation du seuil d'endommagement en contraintes normale et tangentielle.

Il y a endommagement dès que les 3 conditions suivantes sont simultanément rencontrées (conditions de chargement et déchargement de Kuhn-Tucker) :

$$f \leq 0, \quad \dot{\kappa} \geq 0, \quad \dot{\kappa} f = 0 \quad (2.18)$$

Dès lors qu'il y a endommagement, il reste à relier la plus grande déformation vue par le matériaux, notée κ , au paramètre d'endommagement d . Pour cela, nous avons utilisé les deux lois suivantes :

- une courbe d'adoucissement de type exponentielle,
- une courbe d'adoucissement de type bi-linéaire.

Dans le cadre de la thèse, l'usage de ces deux lois s'explique uniquement pour des raisons chronologiques. Ces deux lois permettent d'obtenir des résultats cohérents avec les essais expérimentaux. Nous n'avons pas cherché à analyser les différences entre ces deux lois.

Ci-dessous, nous présentons les équations pilotant ces lois de comportement. Par facilité, nous nous limitons à présenter le cas de la traction pure, mais en réalité la déformation considérée est la déformation équivalente $\varepsilon_{eq}(\{\varepsilon\})$.

2.2.3.1 Loi de type exponentielle

Dans le cas de la traction pure, dès que d est non nul, nous avons la relation suivante :

$$\sigma_n = f_t \exp\left(-\frac{w_{cn}}{w_f}\right) \quad (2.19)$$

où :

- $w_{cn} = dh\varepsilon_n$ sera assimilé à l'ouverture de fissure équivalente dans le cas de la traction pure (cf. equation 2.20), en [m],
- d est la variable d'endommagement comprise entre 0 et 1,
- h est la longueur de l'élément, en [m],
- ε_n est la déformation perpendiculairement à l'interface,
- w_f est un paramètre qui pilote la pente initiale de la courbe d'adoucissement, en [m]. Il est relié à l'énergie de fissuration d'un élément : $G_f = E\varepsilon_0 w_f$,
- ε_0 est le seuil d'endommagement en traction pure,
- E le module d'Young local du matériau, en [Pa].

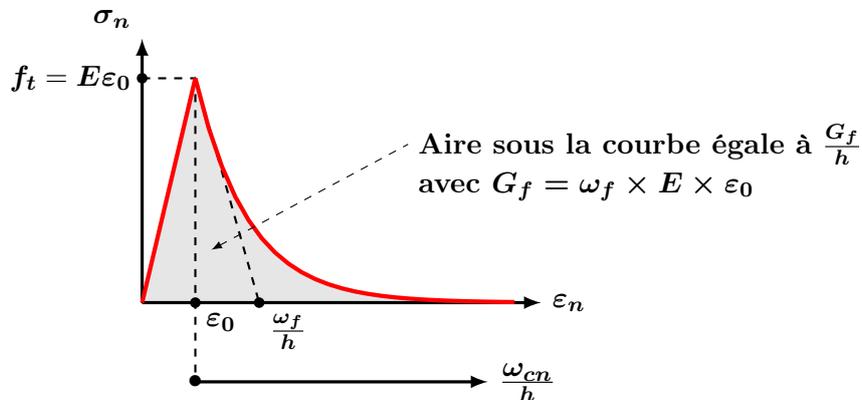


FIGURE 2.8 – Courbe contrainte déformation pour la loi d'endommagement de type exponentielle.

Cette formulation permet d'avoir une énergie G_f dissipée par le mécanisme d'endommagement, qui soit indépendante de la longueur de l'élément (c'est-à-dire h) alors que le seuil d'endommagement est défini en déformation.

Il faut noter que le fait de parler d'une ouverture de fissure consiste à concentrer toutes les déformations inélastiques d'un élément : la déformation inélastique notée ε_{cn} est la différence entre la déformation totale ε et la déformation élastique $\frac{\sigma}{E}$.

$$\varepsilon_{cn} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} = \varepsilon - (1 - d)\varepsilon = d \times \varepsilon \quad (2.20)$$

A partir des équations ci-dessus, nous pouvons obtenir l'expression qui régit l'évolution de la variable d'endommagement d en fonction de la plus grande déformation vue par le matériau κ :

$$(1 - d)\kappa = \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{d h \kappa}{w_f}\right) \quad (2.21)$$

La résolution itérative de cette l'équation à l'aide de la méthode de Newton-Raphson, permet finalement d'obtenir la valeur de l'endommagement ω en fonction de la variable κ .

2.2.3.2 Loi de type bi-linéaire

Tout comme la loi de type exponentielle, cette loi est implémentée de façon à ce que l'énergie dissipée dans un élément soit indépendante de la taille de l'élément dans la partie adoucissante.

Les paramètres relatifs à cette loi sont :

- ε_0 , qui constitue le seuil d'endommagement,
- ε_1 et w_1 , en [m], qui définissent la pente de la première partie de la courbe d'adoucissement,
- w_f , en [m], qui définit la pente de la seconde partie de la courbe d'adoucissement.

L'énergie dissipée dans un élément par endommagement correspond à l'aire sous la courbe force/déplacement.

$$G_f = \frac{1}{2} E \varepsilon_0^2 h + (\omega_1 - h \varepsilon_0) E \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_1}{2} + \frac{1}{2} (\omega_f - \omega_1) E \varepsilon_1 \quad (2.22)$$

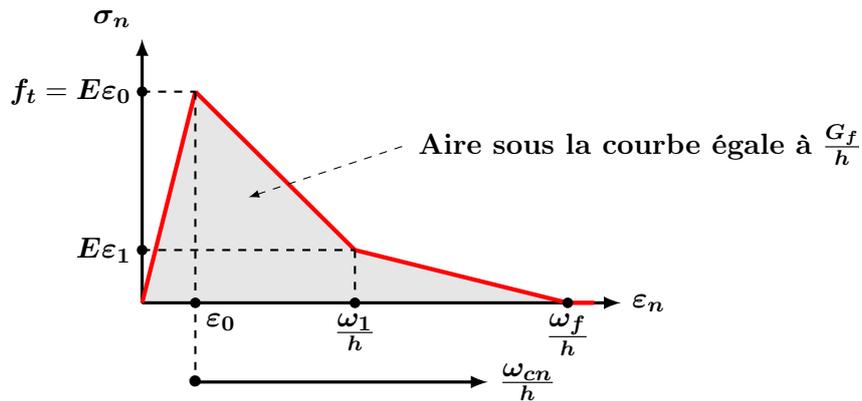


FIGURE 2.9 – Courbe contrainte déformation pour la loi d'endommagement de type bi-linéaire.

Par défaut, lorsque nous utilisons cette loi nous adoptons les rapports suivants :

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} = 0,30 \text{ et } \frac{\omega_1}{\omega_f} = 0,15 \quad (2.23)$$

2.3 Modèles de fracturation hydraulique en milieu homogène

L'exploitation des réservoirs géothermiques profonds ou des réservoirs d'hydrocarbures non-conventionnels nécessite d'avoir des modèles permettant de déterminer la hauteur, l'ouverture et la longueur d'une fissure stimulée par l'injection d'un fluide.

Deux modèles sont très utilisés depuis plus de 50 ans (cf. figure 2.10) :

- Le modèle dit "KGD" ([Khrstianovic et Zheltov, 1955], [Geertsma et De Klerk, 1969]) qui suppose une géométrie de type *bi-wing*, c'est-à-dire deux fissures symétriques se propageant de part et d'autre du point d'injection.
- Le modèle dit "PKN" ([Perkins et L. R. Kern, 1961], [Nordgren, 1972]) qui suppose également une géométrie de type *bi-wing* mais avec une section transverse elliptique.

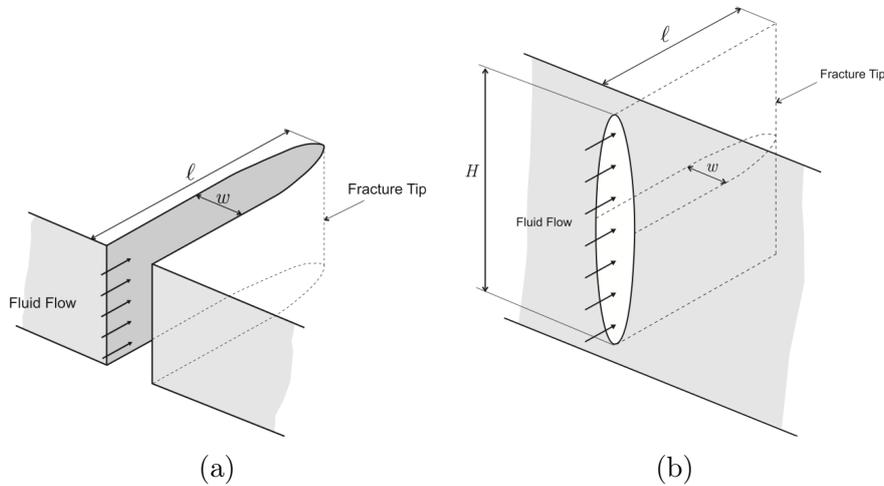


FIGURE 2.10 – Géométrie des modèles KGD (a) et PKN (b). Reproduit d'après [Adachi *et al.*, 2007].

Dans leurs travaux, J. Geertsma et R. Haafkens proposent une comparaison de ces deux modèles [Geertsma et Haafkens, 1979]. La géométrie de la section, les pertes de fluide dans la formation, les dimensions de la fissure au cours du temps, les caractéristiques mécaniques du milieu sont autant de paramètres qui sont essentiels pour caractériser correctement le problème.

Cependant, pour établir l'expression analytique d'une solution, il est nécessaire de réaliser des simplifications, qui ont un domaine de validité restreint. Depuis les années 2000, de nombreuses publications sont venues compléter ces travaux, notamment avec les contributions d'E. Detournay (université du Minnesota), de D. Garagash (Dalhousie University à Halifax), d'A.P. Bunger (université de Pittsburg) ou encore de J. Adachi (Schlumberger).

Le problème peut être résumé ainsi (cf. figure 2.11) : nous considérons une fissure qui est stimulée par l'injection d'un fluide incompressible et newtonien, de viscosité μ , à un débit Q_0 . La fissure se propage à travers un milieu fragile, élastique, qui est caractérisé par un module d'Young E , un coefficient de poisson ν et une ténacité K_{Ic} . Elle est soumise à une contrainte de confinement σ_0 perpendiculairement au plan de la fissure. Des pertes de fluide se produisent vers le milieu, caractérisée par un coefficient de *leak-off* noté C_L .

Dans cette approche, l'injection du fluide est modélisée par une source ponctuelle, ce qui suppose que la longueur de la fissure soit suffisamment grande devant le diamètre du puits. Ces modèles ne permettent donc pas d'étudier le comportement d'une fissure au voisinage immédiat

du puits.

2.3.1 Equations considérées

Nous nous limitons ici au cas d'une fissure unidimensionnelle de type *bi-wing* (c'est-à-dire comportant un plan de symétrie passant par le point d'injection et perpendiculaire à la direction de propagation).

Nous appelons " x " l'axe suivant lequel se propage la fissure.

Nous pouvons représenter le problème étudié à l'aide de la figure 2.11. Les paragraphes ci-dessous présentent les hypothèses et les équations permettant de modéliser les différents phénomènes.

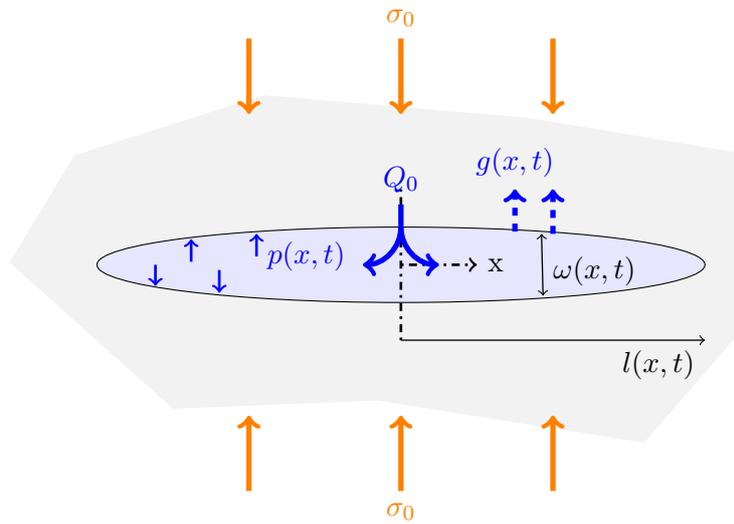


FIGURE 2.11 – Géométrie idéalisée d'une fissure de type *bi-wing* soumise à une contrainte de confinement σ_0 , et à une pression exercée par le fluide p .

2.3.1.1 Bilan de masse et écoulement au sein de la fissure

Hypothèse 1 : Le fluide est incompressible et newtonien. Son écoulement dans la fissure est supposé laminaire entre deux plans parallèles suivant l'équation de Poiseuille :

$$q(x, t) = \frac{-\omega(x, t)^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.24)$$

où

- q est la densité de flux volumique de fluide dans la fissure, en $[\text{ms}^{-1}]$,
- ω est l'ouverture de la fissure, en $[\text{m}]$,
- μ est la viscosité dynamique, en $[\text{Pa}\cdot\text{s}]$,
- p est la pression du fluide, en $[\text{Pa}]$.

Le bilan de masse dans la fissure s'écrit donc

$$\frac{\partial \omega(x, t)}{\partial t} + \text{div}(q(x, t)) + g(x, t) = 0 \quad (2.25)$$

où

- g représente ici la densité de flux volumique de fluide quittant la fissure pour rentrer dans la matrice, en $[\text{ms}^{-1}]$.

2.3.1.2 Déformation élastique du milieu

Hypothèse 2 : La fissure se propage dans un milieu élastique infini représenté en considérant que les déformations restent planes. D'après [Adachi et Detournay, 2008], à partir de la résolution des équations en élasticité proposée par [Muskhelishvili, 1958] on peut relier l'ouverture de la fissure à la pression exercée par le fluide sur les faces de la fissure :

$$p_n(x, t) = \frac{-E}{(1 - \nu^2)4\pi} \int_{-l}^l \frac{\partial \omega(x, t)}{\partial s} \frac{1}{s - x} ds \quad (2.26)$$

où

- p_n est la pression nette, telle que $p_n = p - \sigma_0$ où σ_0 est la contrainte de confinement, en [Pa],
- x est l'abscisse du point où est exprimée la pression, en [m],
- E est le module d'Young du matériau, en [Pa],
- l est la demi-longueur de la fissure, en [m].

2.3.1.3 Régime de propagation de la fissure

Hypothèse 3 : La fissure se propage en mode I au sens de la LFEM. La propagation est quasi-statique.

$$K_I = K_{Ic} \quad (2.27)$$

où

- K_I est le facteur d'intensité des contraintes en mode I, en $[\text{Pa}\sqrt{\text{m}}]$,
- K_{Ic} est la ténacité du matériau, en $[\text{Pa}\sqrt{\text{m}}]$.

2.3.1.4 Représentation du leak-off

Hypothèse 4 : Le débit de fluide quittant la fissure et entrant dans la matrice (ou *leak-off*) est supposé unidimensionnel.

Il est représenté à l'aide du modèle de Carter (d'après [Howard et Fast, 1957]).

$$g(x, t) = \frac{2C_L}{\sqrt{t - t_0(x)}} \quad (2.28)$$

où

- le facteur 2 permet de prendre en compte le *leak-off* des deux côtés de la fissure,
- C_L est le coefficient de Carter, en $[\text{m s}^{-1/2}]$,
- t_0 , en [s], est l'instant où la pointe de la fissure atteint l'abscisse x avec $g(x, t) = 0$ si $t \leq t_0(x)$.

2.3.2 Etude des régimes de propagation

Afin d'étudier analytiquement ce problème fortement couplé, plusieurs régimes peuvent être identifiés. Il est en effet possible de réduire significativement la complexité du problème en considérant seulement les mécanismes prédominants.

Considérons par exemple les mécanismes de dissipation d'énergie dans le système hydro-mécanique. Ils peuvent être de deux types :

- dissipation d'énergie par pertes de charges hydrauliques lors de l'écoulement du fluide,
- dissipation d'énergie par rupture du milieu mécanique au fur et à mesure de la propagation de la fissure.

Pour distinguer quel est le mécanisme prédominant, il est d'usage de considérer une viscosité adimensionnée notée \mathcal{M} faisant intervenir les paramètres du problème [Bunger *et al.*, 2005]. Il convient alors de déterminer si le problème étudié correspond à $\mathcal{M} \gg 1$ ou $\mathcal{M} \ll 1$. Dans le chapitre 6, nous présenterons les expressions de \mathcal{M} proposées dans la littérature pour les différents cas de validation de notre modèle.

$$\mathcal{M} = f(Q_0, E, K, \mu) \quad (2.29)$$

Une seconde famille de types de régimes pouvant être identifiée concerne le devenir du fluide injecté dans le système. En effet le fluide peut :

- soit rester dans la fissure,
- soit pénétrer au sein de la matrice par *leak-off*.

Il est donc possible de définir un coefficient de *leak-off* (ou coefficient de Carter) adimensionné, noté \mathcal{C} , à partir des paramètres considérés et du temps (d'après [Adachi et Detournay, 2008]). Dans le chapitre 6, nous présenterons les expressions de \mathcal{C} proposées dans la littérature pour les différents cas de validation de notre modèle.

$$\mathcal{C} = f(Q_0, E, C_L, \mu, t) \quad (2.30)$$

Si le problème à résoudre conduit à $\mathcal{C} \gg 1$ ou $\mathcal{C} \ll 1$, il est alors possible de déterminer une solution en considérant que tout le fluide injecté est stocké au sein de la fissure (ce qui revient à considérer un milieu imperméable avec $\mathcal{C} = 0$), ou bien que tout le fluide part dans la matrice (on néglige donc le volume de fluide dans la fissure devant le volume de fluide au sein de la matrice, c'est-à-dire $\mathcal{C} = \infty$).

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que l'expression de \mathcal{C} fait intervenir le temps. En effet la surface sur laquelle se produit le *leak-off* augmente au fur et à mesure de la propagation de la fissure.

Ces régimes de propagation peuvent être représentés dans un espace paramétrique comportant la viscosité adimensionnée en abscisse et le coefficient de Carter adimensionné en ordonnée (cf. figure 2.12). On peut identifier 4 régimes :

- M : Dissipation par **rupture** / Stockage du fluide dans la **fissure**,
- \tilde{M} : Dissipation par **rupture** / Stockage du fluide dans la **matrice**,
- K : Dissipation par **pertes de charge** / Stockage du fluide dans la **fissure**,

— \tilde{K} : Dissipation par **pertes de charge** / Stockage du fluide dans la **matrice**,

Dans le cas d'une fissure de type *bi-wing* (par opposition à une fissure radiale également appelée *penny-shape*), seul \mathcal{C} dépend du temps. Au fur et à mesure de la propagation de la fissure nous pouvons donc passer d'un régime de type $\mathcal{C} \ll 1$ à un régime de type $\mathcal{C} \gg 1$, mais à \mathcal{M} constant (cf. figure 2.12).

Notons que pour une fissure radiale, il a été montré que la viscosité adimensionnée \mathcal{M} évolue également au fur et à mesure de la propagation de la fissure (cf. [Bunger *et al.*, 2005]).

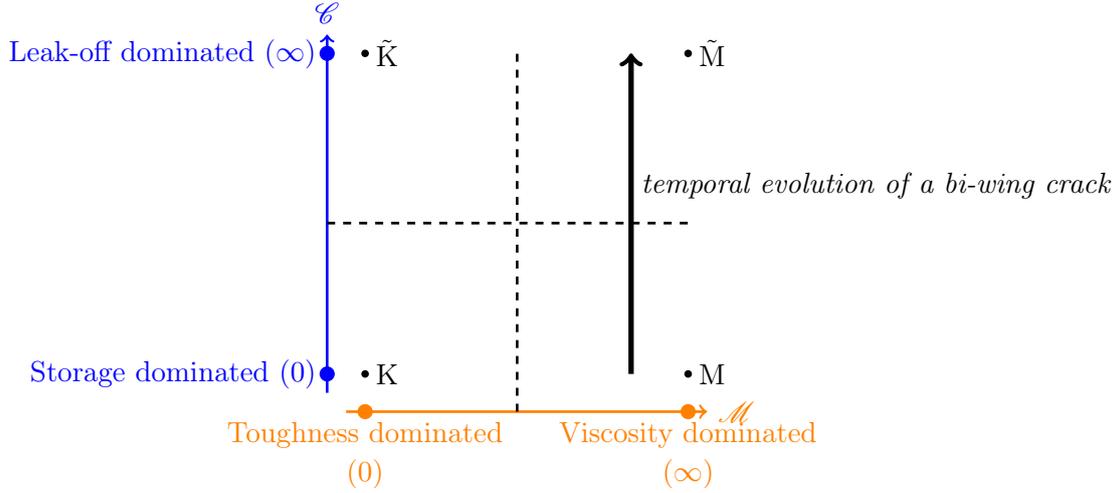


FIGURE 2.12 – Représentation des régimes de propagation dans l'espace paramétrique $(\mathcal{M}, \mathcal{C})$. D'après [Bunger *et al.*, 2005].

Par illustrer cette approche, nous détaillons ci-dessous les solutions proposées dans la littérature pour les régimes de propagation proches de K et \tilde{K} [Bunger *et al.*, 2005]. Le régime proche de K correspond à des temps de propagation relativement faibles (tels que $\mathcal{C} \ll 1$) tandis que le régime proche de \tilde{K} correspond à des temps de propagation longs (tels que $\mathcal{C} \gg 1$).

Par commodité d'écriture, les paramètres du matériau sont notés de la façon suivante :

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad \mu' = 12\mu \quad K' = 4\sqrt{\frac{2}{\pi}}K_{Ic} \quad C' = 2C_L \quad (2.31)$$

où

- E' correspond au module d'Young en déformations planes, en [Pa],
- μ' , K' et C' sont des paramètres permettant de simplifier l'écriture des équations du modèle.

L'ensemble du problème est étudié à l'aide de variables adimensionnées :

- Π représente l'ouverture de la fissure,
- Ω représenter la pression dans la fissure,
- γ représente la longueur de la fissure.

Ces variables adimensionnées sont définies à l'aide des équations suivantes :

$$\omega = \varepsilon L \Omega(\xi, \tau) \quad p = \varepsilon E' \Pi(\xi, \tau) \quad l = \gamma(\tau) L \quad (2.32)$$

2.4. Prise en compte des joints

où :

- $\tau = \frac{t}{t^*}$ est le temps adimensionné,
- $\xi = \frac{x}{l(t)}$ est l'abscisse adimensionnée du point considéré le long de la fissure,
- t^* , L , ε sont des paramètres dont les expressions sont données dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	ε	$L[\text{m}]$	$t^*[\text{s}]$
Expression	$\frac{C'^2}{Q_0}$	$\left(\frac{K'Q_0}{E'C'^2}\right)^2$	$\frac{K'^4Q_0^2}{E'^4C'^6}$

TABLE 2.1 – Expressions des paramètres ε , L et t^* pour les régimes proches de K et \tilde{K}

La solution pour les deux régimes étudiés peut être exprimée par les équations suivantes :

- pour $\tau \ll 1$ (régime proche de K) :

$$\gamma(\tau) = \tau^\beta \sum_{i=0}^n \gamma_{k,i} \tau^{i \times \alpha} + o(\tau^{(n+1)\alpha + \beta}) \quad (2.33)$$

Paramètre	β	α	$\gamma_{k,0}$	$\gamma_{k,1}$	$\gamma_{k,2}$	$\gamma_{k,3}$	$\gamma_{k,4}$
Expression	2/3	1/6	0,9324	-1,714	2,196	-1,863	0,7093

TABLE 2.2 – Valeurs des coefficients adoptés pour exprimer la solution à l'ordre 5 du régime proche de K

- pour $\tau \gg 1$ (régime proche de \tilde{K}) :

$$\gamma(\tau) = \tau^{\tilde{\beta}} \sum_{i=0}^n \tilde{\gamma}_{\tilde{k},i} \tau^{i \times \tilde{\alpha}} + o(\tau^{(n+1)\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}}) \quad (2.34)$$

Paramètre	$\tilde{\beta}$	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\gamma}_{\tilde{k},0}$	$\tilde{\gamma}_{\tilde{k},1}$	$\tilde{\gamma}_{\tilde{k},2}$	$\tilde{\gamma}_{\tilde{k},3}$	$\tilde{\gamma}_{\tilde{k},4}$
Expression	1/2	-1/4	0,3183	-5,706.10 ⁻²	1,341.10 ⁻²	-3,131.10 ⁻³	6,368.10 ⁻⁴

TABLE 2.3 – Valeurs des coefficients adoptés pour exprimer la solution à l'ordre 5 du régime proche de \tilde{K}

2.4 Prise en compte des joints

Le comportement mécanique et hydraulique d'un massif rocheux est fortement lié aux réseaux de discontinuités qui le traversent. Beaucoup de ces discontinuités sont le résultat d'une ou de plusieurs actions mécaniques que le massif a subi au cours de son histoire tectonique. Ces discontinuités peuvent être rassemblées en familles (cf. figure 2.13) en fonction de leur type et de leur orientation [Tahiri, 1992, Engelder *et al.*, 2009]. On définit alors pour une famille de discontinuité les éléments suivants :

- l'orientation (direction et pendage),

- l'extension,
- l'espacement,
- l'ouverture.

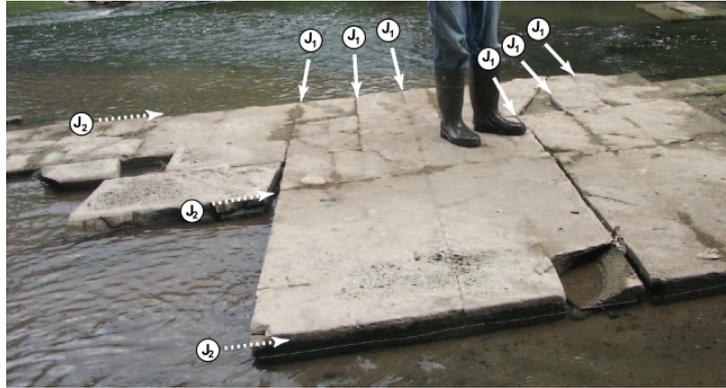


FIGURE 2.13 – Identification de 2 familles de discontinuités dans shale du Marcellus à Oatka Creek, Le Roy, New York. La photographie est orientée Est-NordEst. D'après [Engelder *et al.*, 2009].

Par joint, nous désignerons ici de façon générale les discontinuités que l'on peut trouver dans un massif rocheux, qu'il s'agisse de joints stratigraphiques, de diaclases, de fractures d'extension ou de failles. Ces discontinuités peuvent éventuellement comporter un matériau de remplissage.

Avant même de s'intéresser aux différentes lois permettant de représenter le comportement des joints au sein d'un modèle numérique, il est nécessaire de définir une stratégie de discrétisation. Nous commencerons donc ici par présenter les différentes discrétisations possibles pour une discontinuité comportant éventuellement un matériau de remplissage.

Par la suite, nous proposerons une synthèse des différentes lois présentées dans la littérature permettant de représenter les comportements normaux et tangentiels d'un joint.

Enfin, nous nous intéresserons au comportement hydraulique de ces joints, et aux relations existant entre la déformation normale du joint et sa conductivité hydraulique.

2.4.1 Représentation d'un joint

Pour prendre en compte la présence de joints au sein d'un matériau homogène, une première stratégie peut être de ne pas représenter explicitement les joints. Il est alors nécessaire d'utiliser une méthode d'homogénéisation (cf. [Wen et Gómez-Hernández, 1996]) permettant de représenter le comportement global du matériau hétérogène.

Cependant, dans le cadre de nos travaux, nous souhaitons représenter explicitement des joints d'environ 1mm d'épaisseur pour pouvoir étudier leur comportement au voisinage de la pointe de fissure. Dans la littérature, nous notons qu'en fonction de la finesse du maillage et des objectifs du modèle, les auteurs proposent différentes stratégies de modélisation. Nous en donnons ci-dessous quelques exemples (cf. figure 2.14).

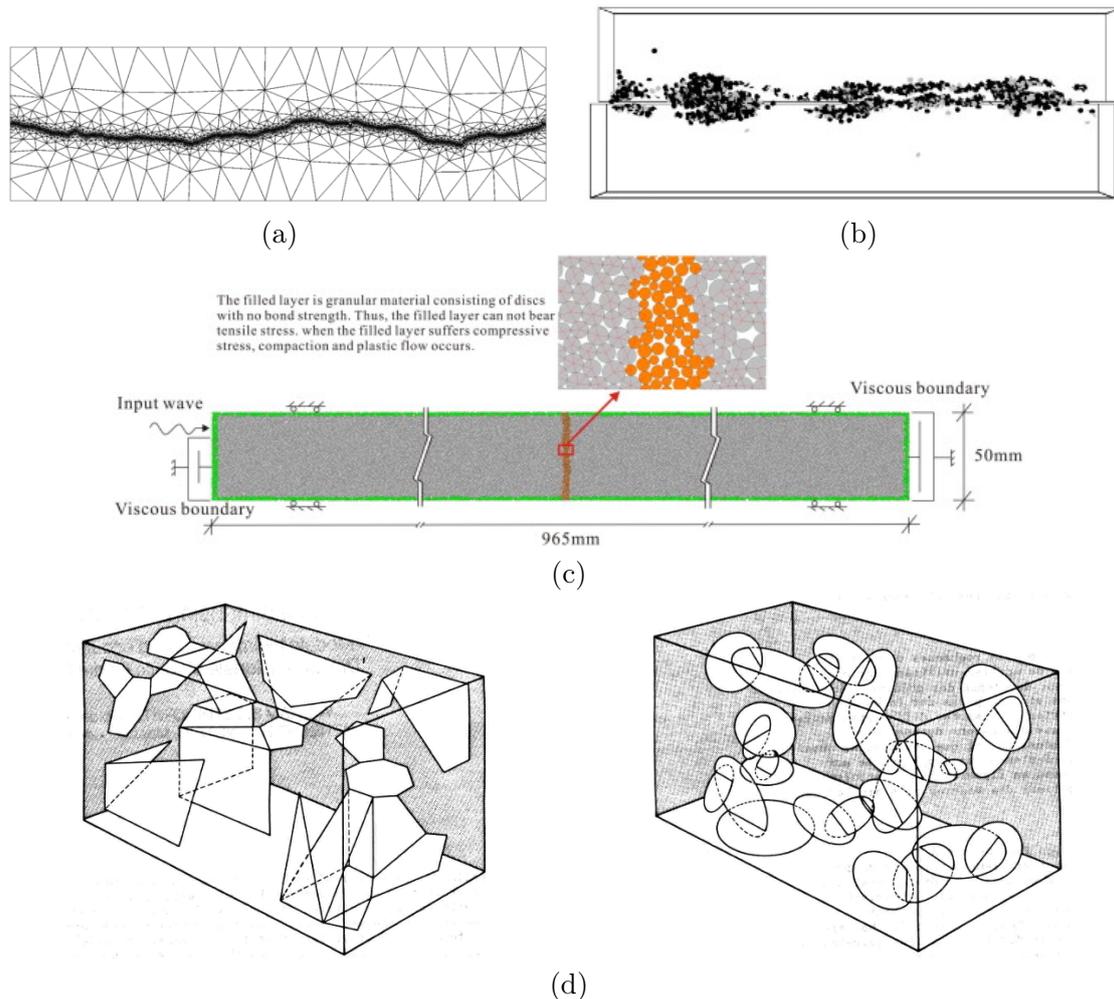


FIGURE 2.14 – Différentes stratégies de modélisation d'un joint : (a) représentation explicite de la rugosité (d'après [Nouailletas, 2013]); (b) représentation explicite de l'abrasion des épontes (d'après [Park et Song, 2009]); (c) représentation explicite du matériau de remplissage (d'après [Huang *et al.*, 2015]); (d) représentation sous forme d'objets plans : polygones (à gauche) et disques (à droite) d'après [Dershowitz et Einstein, 1987].

- Dans le cas de joints ne comportant pas de matériau de remplissage, [Nouailletas, 2013] propose **un modèle représentant explicitement la rugosité** des surfaces des épontes (cf. figure 2.14 (a)). Des lois simples de contact-frottement à l'échelle de l'aspérité permettent alors d'obtenir le comportement apparent du joint. Dans ce cas, la géométrie des aspérités provient de mesures expérimentales et d'une analyse statistique.
- On relève également dans la littérature des études relatives à la propagation d'ondes dynamiques en présence de joints cimentés, par exemple [Huang *et al.*, 2015]. Pour représenter correctement les phénomènes de réflexion et de transmission dans le joint, il est alors nécessaire de **représenter explicitement le matériau de remplissage**, ce qui nécessite d'adopter des mailles de tailles plus petites que l'épaisseur du joint (cf. figure 2.14 (c)). Le matériau remplissage est doté d'une loi de comportement semblable à celle que l'on peut utiliser pour les épontes.
- D'autres études s'intéressent plus particulièrement au comportement des joints lors de

l'arrachement des aspérités des épontes. Celles-ci constituent alors un matériaux de remplissage. Il devient donc nécessaire de modéliser explicitement ce matériau de remplissage et son déplacement dans la discontinuité, ce qui est possible à l'aide d'un modèle discret. L'étude [Park et Song, 2009] proposée à l'aide du logiciel PFC3D illustre cette démarche (cf. figure 2.14 (b)).

- Enfin, un grand nombre d'études représentent simplement **le joint comme un objet plan**, qui peut être un polygone ou bien un disque (cf. figure 2.14 (d) issue de [Dershowitz et Einstein, 1987]), ne comportant qu'un seul élément dans son épaisseur (cf. [Beer, 1985]). Ces éléments sont dotés d'une loi de comportement empirique dont l'expression a été déterminée à la suite d'observations expérimentales.

Nous nous consacrerons ici à cette dernière stratégie de modélisation, et nous appellerons ces éléments des '*éléments joints*'. Ces éléments joints se retrouvent dans les méthodes continues mais aussi dans les méthodes discrètes.

2.4.2 Comportement mécanique

Les lois de comportements mécaniques décrites dans la littérature pour les éléments joints sont anisotropes. Elles permettent de représenter de façon globale les interactions entre les deux épontes et l'éventuel matériau de remplissage. Une des directions principales correspond à la normale au plan du joint. Les deux autres directions principales sont contenues dans le plan du joint.

Suivant les roches considérées, l'éventuel remplissage, le type de sollicitation ou l'échelle de l'analyse, de très nombreux modèles de comportement ont été développés et publiés dans la littérature pour représenter le comportement des joints. L'objet de cette partie est d'en dresser un panorama qui, bien que non-exhaustif, permettra au lecteur de mieux appréhender l'état de l'art dans ce domaine.

2.4.2.1 Caractéristiques mécaniques

Le comportement mécanique d'une discontinuité est essentiellement influencé par sa rugosité et son degré d'altération [Barton et Choubey, 1977].

L'altération des épontes d'une discontinuité est caractérisée par la résistance à la compression simple, notée JCS (*Joint Wall Compressive Strength*). Le plus souvent cette résistance est déterminée à l'aide d'un essai au marteau de Schmidt [Deere et Miller, 1966]. Comparée à la résistance en compression simple de la roche saine, elle permet de donner une appréciation sur le degré d'altération des épontes de la discontinuité et, en conséquence, sur le pouvoir de mobiliser ou non la dilatance [Tahiri, 1992].

La rugosité représente le taux d'ondulation de la discontinuité. En mécanique des roches la rugosité est souvent représentée par le coefficient de rugosité du joint JRC (*Joint Roughness Coefficient*). Plus les aspérités du joint sont importantes, plus le JRC est élevé.

Il peut être estimé à partir d'une classification établie par Barton (cf. figure 2.15 (a)) ou déterminé par un essai de basculement (ou *tilt test*) en mesurant l'angle entre le joint et l'horizontale au moment du glissement de l'échantillon sur le joint (cf. figure 2.15 (b)). Le JRC varie entre 0 pour des joints lisses et 20 pour des joints très rugueux [Bandis *et al.*, 1983].

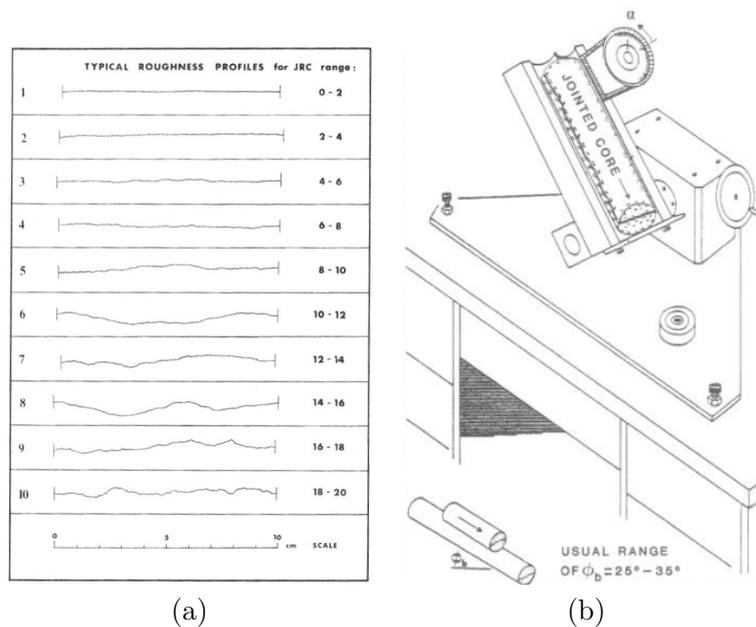


FIGURE 2.15 – Dispositifs de détermination du JRC : (a) classification établie par Barton [Barton *et al.*, 1985] (b) essai de basculement [Barton et Choubey, 1977].

2.4.2.2 Sollicitation normale

Un des enjeux est de représenter correctement le phénomène d'ouverture/refermeture du joint sous l'effet d'une sollicitation normale au plan du joint. Des travaux expérimentaux ont mis en évidence le fait que ce comportement du joint est fortement non-linéaire (cf. figure 2.16).

Ce phénomène est souvent expliqué expérimentalement en s'appuyant sur la rugosité des surfaces formant la discontinuité. Ainsi, en utilisant des essais expérimentaux et des outils de simulation numérique [Nouailletas *et al.*, 2015] démontre l'effet de cette rugosité, et des frottements associés, sur le comportement sous sollicitation normale du joint.

De nombreux modèles ont ainsi été développés depuis plus de 50 ans pour représenter le comportement d'un joint sous l'effet d'une sollicitation normale à partir de paramètres expérimentaux telles que la résistance en compression du joint ou sa rugosité. Nous renvoyons le lecteur au travail réalisé par Antoine Marache [Marache, 2002], qui propose dans le cadre de son mémoire de thèse intitulé "Comportement mécanique d'une fracture rocheuse sous contraintes normale et tangentielle", une analyse comparative de plusieurs lois de comportement.

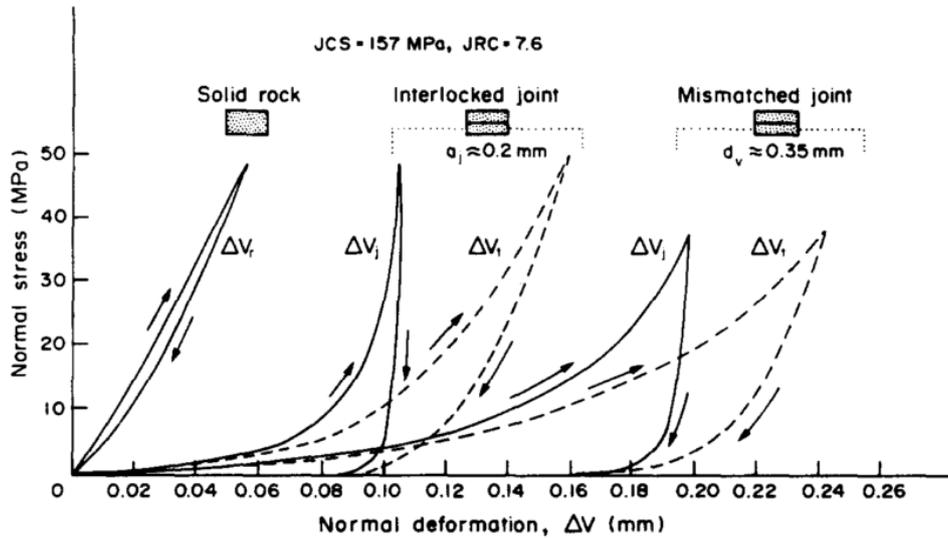


FIGURE 2.16 – Contribution de la refermeture du joint, notée ΔV_j ($\Delta V_j = \Delta V_t - \Delta V_r$) dans la déformation totale, notée ΔV_t , d'un échantillon de roche soumis à une contrainte verticale (d'après [Bandis *et al.*, 1983]). Les essais sont menés avec deux épontes de calcaire comportant ou non un décalage. a_i et d_v représentent respectivement l'ouverture moyenne du joint lorsque les épontes sont en correspondance et lorsqu'elle sont décalées.

Parmi les modèles existants considérant un comportement non-linéaire sous l'effet d'une sollicitation normale, nous présentons ici succinctement le modèle développé par N. Barton et S. Bandis [Bandis *et al.*, 1985] qui proposent de considérer une relation hyperbolique entre la contrainte et la déformation, et d'utiliser une raideur normale variant au fur et à mesure des cycles d'ouverture/refermeture. Notons également qu'à l'issue de chaque cycle, le joint est de plus en plus fermé, mais son potentiel de refermeture, noté v_{mi} , diminue.

Nous avons choisi de présenter ici ce modèle relativement récent, car malgré sa complexité, il est implanté dans des logiciels du commerce tels que UDEC développé par la société ITASCA et utilisé dans de nombreux travaux [ITASCA, 2011].

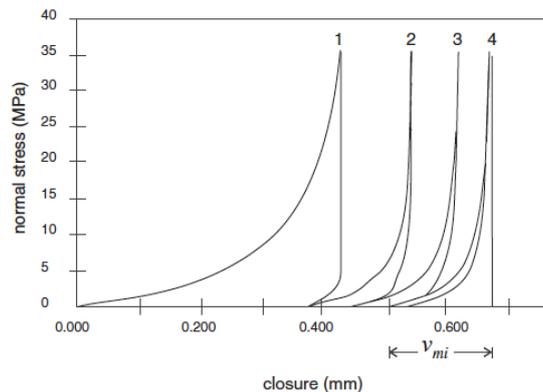


FIGURE 2.17 – Comportement d'un joint suivant une loi de comportement de Barton&Bandis au cours de 4 cycles d'ouverture-refermeture. D'après [ITASCA, 2011].

L'équation qui pilote l'évolution de la contrainte normale est de la forme suivante :

$$\sigma_n = \frac{-u_{nc}K_{ni}}{1 - \frac{u_{nc}}{v_{mi}}} \quad (2.35)$$

où

- u_{nc} est le déplacement normal, en [m],
- K_{ni} est la raideur normale au cours du $i^{\text{ème}}$ cycle, en [MPa/m],
- v_{mi} est le potentiel de refermeture du joint pendant le $i^{\text{ème}}$ cycle, en[m].

La raideur normale est exprimée en [MPa/m] car les éléments joints utilisés dans les modèles numériques sont le plus souvent d'épaisseur nulle. L'épaisseur du joint est donc prise en compte dans les paramètres introduits dans la loi de comportement. La raideur normale du joint et le potentiel de refermeture du joint, qui changent au fur et à des cycles de chargement, sont calculées en utilisant notamment la résistance du joint en compression (paramètre JCS_0) et le coefficient de rugosité du joint (paramètre JRC_0).

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons essentiellement au mécanisme de réouverture d'un joint naturel sous l'effet de l'injection d'un fluide, et très peu à sa refermeture. Nous utiliserons donc un modèle beaucoup plus simple que ceux proposés dans la littérature en nous concentrant sur la représentations de l'endommagement progressif du matériau de remplissage.

2.4.2.3 Sollicitation tangentielle

Le comportement d'un joint sous l'effet d'une sollicitation tangentielle est le plus souvent représenté en introduisant un comportement plastique (cf. [Marache, 2002]). Ce comportement permet de représenter des déformations permanentes dépendant de l'histoire du chargement. Ces déformations constituent une source de non-linéarité entre les déformations et les contraintes.

Chaque modèle de plasticité est caractérisé par sa fonction seuil, par un comportement éventuellement adoucissant ou durcissant, et par une loi d'écoulement plastique. La fonction seuil est définie à partir des contraintes élastiques et permet de déterminer si un incrément de déformation conduit ou non à une plastification du matériau. La loi d'écoulement permet quant à elle de calculer les déformations plastiques principales.

Parmi les fonctions seuil les plus couramment utilisées, nous pouvons citer les fonctions de type Mohr-Coulomb [Coulomb, 1821], faisant intervenir un angle de friction interne et une cohésion.

Mais des fonctions plus sophistiquées ont été développées, par exemple dans les travaux de Patton [F.D. Patton, 1966], qui permettent la prise en compte de l'inclinaison des aspérités (notée i) pour des joints non cohésifs (cf. équation 2.36), ou encore les travaux de Barton [Barton et Choubey, 1977] qui propose de calculer la valeur de la résistance au cisaillement à partir des paramètres empiriques JRC et JCS (cf. équation 2.37).

$$|\sigma_s| \leq \sigma_n \tan(\phi + i) \quad (2.36)$$

$$|\sigma_s| \leq \sigma_n \tan\left(\text{JRC} \times \log \frac{\text{JCS}}{\sigma_n} + \phi\right) \quad (2.37)$$

Dans les deux équations ci-dessus, σ_s représente la contrainte tangentielle, σ_n représente la contrainte normale, ϕ est l'angle de frottement associé à l'interface et i est l'inclinaison des aspérités.

Dans la littérature, plusieurs phases sont mises en évidence pour le comportement d'un joint soumis à une sollicitation tangentielle. Nous détaillons ci-dessous ce comportement suivant les 5 phases identifiées par [Archambault *et al.*, 1996] lors d'un essai de cisaillement direct sur un joint non cimenté (cf. figure 2.18).

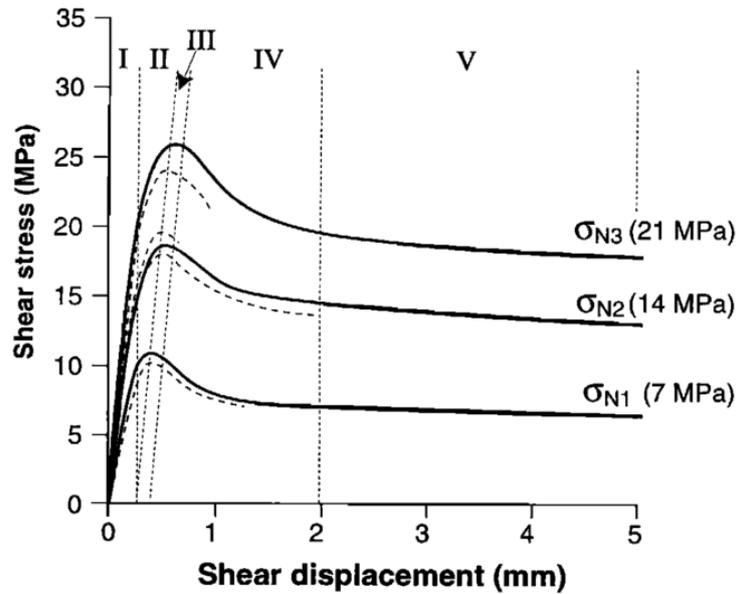


FIGURE 2.18 – Mise en évidence du comportement d'un joint sous sollicitation tangentielle, et du comportement dilatant. D'après [Archambault *et al.*, 1996].

- **Phase I** : Mobilisation élastique de la contrainte de cisaillement.
- **Phase II** : Comportement non-linéaire (σ_s , ε_s) jusqu'au pic de la résistance en cisaillement.
- **Phase III** : Pic de la contrainte de cisaillement.
- **Phase IV** : Phase d'adoucissement progressif à rupture instable avec dégradation des aspérités par micro-fracturation, arrachement, broyage ou cisaillement des aspérités.
- **Phase V** : Phase résiduelle caractérisée par un glissement stable des surfaces où les contraintes normales et tangentielles sont relativement stables. Cependant, la dégradation des surfaces continue d'opérer.

Ainsi, des modèles ont été développés pour représenter le comportement adoucissant en cisaillement. C'est par exemple le cas du modèle proposé par S. Saeb et B. Amadei, qui comporte des paramètres permettant de piloter la contrainte de cisaillement résiduelle, et un angle de frottement résiduel [Saeb et Amadei, 1992].

Le modèle que nous allons développer propose une approche semblable, mais se concentre sur la représentation du comportement résiduel en fonction de l'endommagement du joint sous l'effet de la déformation normale.

2.4.3 Comportement hydraulique

Les études expérimentales menées par N. Barton [Barton *et al.*, 1985], mettent en évidence que même sous l'effet d'une contrainte normale importante, un joint comporte toujours une ouverture résiduelle. Ces vides connectés constituent autant de chemins privilégiés pour l'écoulement des fluides. La conductivité hydraulique d'un massif rocheux comportant une matrice homogène et des joints, est donc pilotée par la conductivité du réseau de joints [Barenblatt *et al.*, 1960].

L'écoulement à travers un réseau de joint est le plus souvent représenté en supposant un écoulement laminaire entre deux plans parallèles espacés d'une distance e , appelée 'ouverture hydraulique'. La relation entre le débit Q et le gradient de pression dp/dx est de la forme :

$$Q = \frac{le^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2.38)$$

où :

- Q est le débit volumique à travers le joint, en $[m^3/s]$,
- l est la largeur du joint, en $[m]$,
- e est l'ouverture hydraulique du joint, en $[m]$,
- μ est la viscosité dynamique du fluide, en $[Pa.s]$,
- p est la pression du fluide, en $[Pa]$,
- x est l'abscisse suivant l'axe considéré, en $[m]$.

Cette relation est également appelée 'loi cubique'.

Comme nous le détaillerons par la suite (cf. 5.2.1) une distinction importante doit être faite entre l'ouverture hydraulique du joint e , et l'ouverture réelle entre les deux parois des épontes, notée E . Etant donnée la tortuosité des vides connectés au sein des joints, l'ouverture réelle E est généralement plus grande que l'ouverture e [Olsson et Barton, 2001].

Au-delà des effets d'une sollicitation normale sur la conductivité hydraulique d'un joint, Barton [Barton, 1972] a montré comment le cisaillement d'un joint pouvait provoquer une augmentation ou une diminution de cette conductivité hydraulique.

L'étude expérimentale proposée par Olsson et ses collaborateurs [Olsson et Barton, 2001] sur des éprouvettes de granite comportant un joint, consiste à cisailier les joints en mesurant l'évolution de la transmissivité du joint, notée T en $[m^2/s]$. La transmissivité correspond au produit de la conductivité k (en $[m/s]$) par l'épaisseur de l'écoulement notée e (c'est-à-dire l'ouverture hydraulique du joint dans notre cas, en $[m]$).

$$T = ke = \frac{Q}{\rho g} \frac{dp}{dx} \quad (2.39)$$

Les essais sont réalisés en exerçant une contrainte normale sur les échantillons. Cette contrainte normale est initialement égale 2MPa pour 3 éprouvettes, et 4MPa pour la dernière (en pointillés sur les courbes de la figure 2.19). Cette contrainte normale est pilotée en fonction des déformations normales provoquées par le comportement dilatant du joint de façon à représenter une raideur égale à 0kN/mm, 37kN/mm ou 75kN/mm suivant l'essai.

Ces essais permettent de mettre en évidence la grande variation de la transmissivité du joint

au fur et à mesure de son cisaillement (cf. figure 2.19 (c)) : elle augmente d'un ordre de grandeur sous l'effet d'un déplacement tangentiel imposé de 3mm.

Ils permettent également de mettre en évidence la différence entre l'ouverture hydraulique et l'ouverture réelle (cf. figure 2.19 (d)). Ces travaux ont permis à Olsson et Barton de proposer des relations entre E et e en faisant intervenir le paramètre JRC [Olsson et Barton, 2001] :

$$e = \frac{E^2}{JRC_0^{2,5}} \text{ si } u_s \leq 0,75u_{sp} \quad (2.40a)$$

$$e = E^{1/2} JRC_{mob} \text{ si } u_s > u_{sp} \quad (2.40b)$$

où

- u_s est le déplacement tangentiel, en [m],
- u_{sp} est le déplacement tangentiel au pic, en [m].

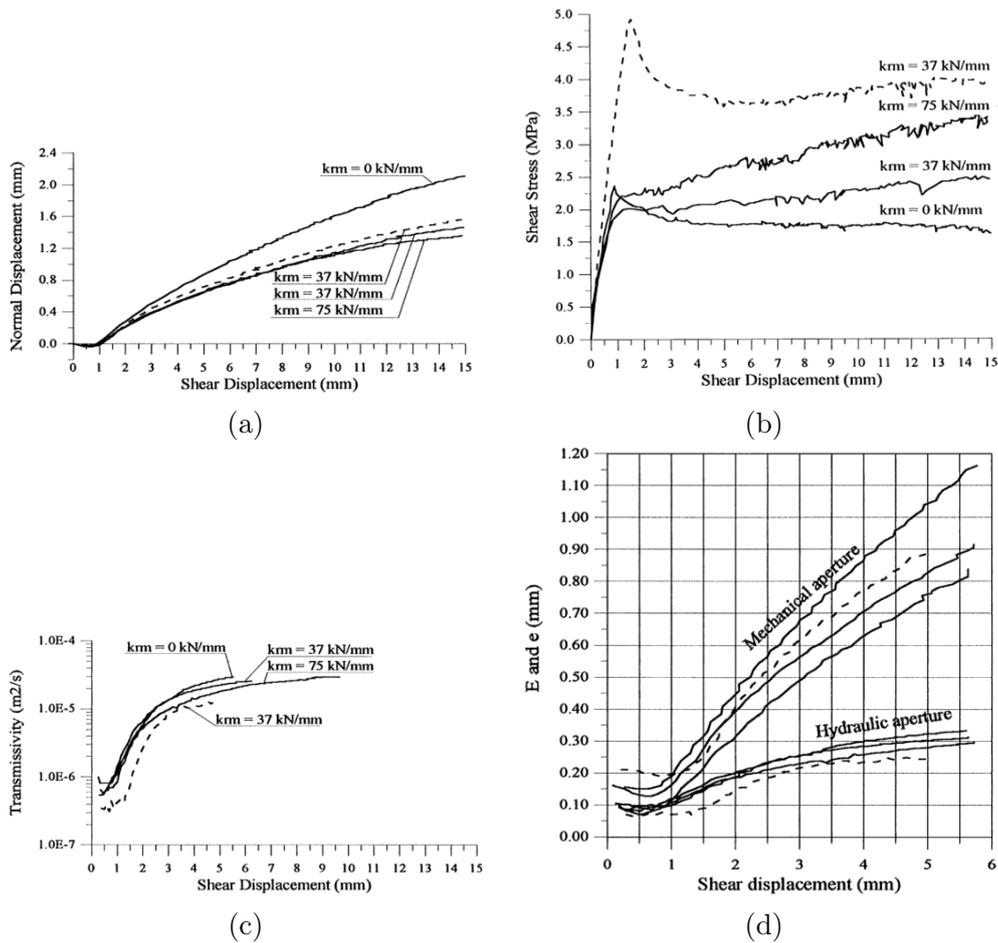


FIGURE 2.19 – Résultats expérimentaux issus des 4 essais menés par Olsson et ses collaborateurs [Olsson et Barton, 2001] : (a) déplacements normaux, (b) contraintes tangentielles, (c) transmissivité, (d) comparaison entre l'ouverture réelle E et l'ouverture hydraulique e .

Cependant, au-delà, de la relation entre E et e , les essais expérimentaux menés par S. Gentier et ses collaborateurs ont également montré que l'évolution de la transmissivité d'un joint cisailé

est anisotrope [Gentier *et al.*, 1997]. Pour étudier l'évolution de la transmissivité d'un joint lors de son cisaillement il apparaît donc nécessaire de représenter explicitement la rugosité des épontes, et de travailler sur un modèle en 3 dimensions.

Dans le cadre de nos travaux, et en l'absence de données expérimentales spécifiques à notre étude, nous assimilerons l'ouverture hydraulique à l'ouverture réelle du joint, et nous utiliserons une loi de comportement cubique. Une loi de comportement plus fine pourra être utilisée dans des travaux ultérieurs.

2.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons réalisé un état de l'art qui ne se veut pas exhaustif car le domaine abordé est vaste et fait appel à de nombreuses disciplines.

Nous avons mis en lumière le périmètre de notre étude face à l'étendue des recherches actuelles sur ces mécanismes de propagation de fissures dans les roches hétérogènes.

Nous avons également présenté le modèle lattice développé en collaboration avec Peter Grassl sur la plateforme OOFEM.

Nous avons montré que les modèles analytiques présents dans la littérature pour étudier la propagation d'une fissure sous l'effet d'une injection de fluide sont bâtis en considérant une géométrie idéale et des régimes asymptotiques car ce sont des problèmes fortement couplés pour lesquelles il n'est pas possible de proposer une solution universelle.

Enfin nous avons mis en évidence les différentes stratégies proposées dans la littérature pour représenter le comportement mécanique et le comportement hydraulique d'un joint.

Dans les 3 chapitres suivants nous allons exploiter ces éléments pour bâtir un modèle et des outils d'analyse qui nous permettront de représenter et de caractériser le comportement hydromécanique d'un matériau hétérogène.

Nous pourrons alors, dans un dernier chapitre, étudier des géométries plus complexes prenant en compte les interactions avec les hétérogénéités du milieu et différents régimes de propagation.

Chapitre 3

Distribution spatiale de l'endommagement

Sommaire

3.1	Introduction	39
3.2	Fonctions de Ripley et longueurs de corrélation	40
3.2.1	Fonctions de Ripley	40
3.2.2	Etude du caractère aléatoire d'une distribution de points	42
3.2.3	Identification d'une longueur de corrélation	43
3.3	Validation du modèle lattice	47
3.3.1	Description de la campagne expérimentale	47
3.3.2	Hypothèses du modèle lattice à l'échelle mésoscopique	50
3.3.3	Comparaisons entre essais numériques et expérimentaux	54
3.4	Evolution des longueurs de corrélation	67
3.4.1	Réponse en traction d'une éprouvette entaillée	68
3.4.2	Réponse en flexion simple et effet de l'entaille	70
3.5	Bilan	72

3.1 Introduction

Modéliser le comportement de la zone d'élaboration des fissures représente un enjeu important pour notre étude. En effet, dans les structures que nous étudions la taille de cette zone d'élaboration n'est pas négligeable vis-à-vis de la taille de la structure. Dans ces configurations, la zone d'élaboration vient perturber le comportement à la rupture de la structure [Grégoire *et al.*, 2013].

Les éléments présentés dans ce chapitre ont notamment fait l'objet de deux publications :

- V. Lefort, G. Pijaudier-Cabot, D. Grégoire. Analysis by Ripley's function of the correlations involved during failure in quasi-brittle materials : Experimental and numerical investigations at the mesoscale. *Engineering Fracture Mechanics* 2015.
- D. Grégoire, L. Verdon, V. Lefort, P. Grassl, J. Saliba, J.P. Regoin, A. Loukili, G. Pijaudier-Cabot. Mesoscale analysis of failure in quasi-brittle materials : comparison between lattice model and acoustic emission data. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 2015

La détermination de la taille de la zone d'élaboration peut être réalisée à l'aide de plusieurs techniques expérimentales. Certaines sont indirectes : Z.P. Bažant et G. Pijaudier-Cabot ont ainsi déterminé expérimentalement la taille de la zone d'élaboration comme le rapport entre l'énergie de fissuration dissipée dans une éprouvette sollicitée avec un dispositif permettant de répartir la fissuration dans tout le volume du matériau, et l'énergie dissipée dans une éprouvette où la fissuration est localisée sur une seule fissure (cf. [Bažant et Pijaudier-Cabot, 1989]).

D'autres techniques sont directes, telles que la photoélasticité, ou la corrélation d'images qui permettent d'étudier le champ des déplacements au voisinage d'une fissure et d'identifier la zone d'élaboration [Alam *et al.*, 2012]. La localisation des événements acoustiques émis au cours de la propagation d'une fissure est une autre technique aujourd'hui bien maîtrisée ([Granger *et al.*, 2007] et [Grégoire *et al.*, 2015]). A l'aide de cette technique, il est possible de visualiser la zone d'élaboration. Une émission acoustique est une onde micro-sismique engendrée par un relâchement d'énergie élastique initialement stockée dans le matériau. Le relâchement d'énergie se fait de façon soudaine et il peut être provoqué par de nombreux phénomènes irréversibles à l'intérieur du matériau, par exemple la création d'une micro-fissure. Les événements acoustiques sont enregistrés et localisés en mesurant les temps de propagation jusqu'à différents capteurs préalablement disposés sur l'éprouvette. Le post-traitement de ces signaux permet également d'identifier ceux qui correspondent aux événements ayant dissipé le plus d'énergie, et éventuellement de caractériser le mode de rupture [Saliba, 2012].

De nombreux outils de simulation numérique utilisent également le fait que le comportement du matériau soit non-linéaire au voisinage de la pointe de la fissure. Lorsqu'il s'agit de modèles continus, par exemple un modèle aux éléments finis, une stratégie souvent retenue consiste à introduire un paramètre qui pilotera la taille de cette zone d'élaboration. Cette méthode permet également d'éviter les phénomènes de localisation. Cette approche est appelée '*méthode de régularisation*', ou plus précisément dans les cas qui nous intéressent un '*modèle d'endommagement non local*'. Le paramètre introduit est appelé '*longueur interne*'. Le modèle d'endommagement proposé par [Pijaudier-Cabot et Bažant, 1987] est construit sur ce principe. Cependant il est connu que la taille de la zone d'élaboration n'est pas constante au cours de la propagation de la fissure et qu'elle est notamment influencée par des interactions avec les bords de la structure

[Jankowski et Styś, 1990]. Une approche proposée par certains auteurs consiste donc à faire évoluer la taille de la zone d'élaboration au fur et à mesure du développement de l'endommagement [Pijaudier-Cabot *et al.*, 2004, Rojas-Solano *et al.*, 2013].

Une autre méthode de modélisation consiste à représenter explicitement la structure du matériau à une échelle plus petite que celle de la zone d'élaboration afin d'avoir une description fidèle du processus de rupture en tenant compte des interactions entre les différents éléments composant le matériau. Cette approche s'appuie sur une discrétisation réalisée à l'échelle mésoscopique, qui, dans le cas du béton consistera à représenter explicitement les plus gros granulats. Dans ce cas, il a pu être démontré qu'il n'est pas nécessaire d'introduire dans le modèle de longueur interne. Nous rappelons ci-dessous l'étude présentée notamment dans [Grassl *et al.*, 2012] et dont nous utiliserons les résultats par la suite.

Ces travaux ont permis de montrer que les modèles de type lattice, réalisés à l'échelle mésoscopique peuvent représenter correctement le comportement de poutres sollicitées en flexion 3 points, en reproduisant notamment l'effet d'échelle observé expérimentalement [Grégoire *et al.*, 2013]. Les simulations numériques obtenues sont cohérentes avec les essais expérimentaux, tant sur la valeur de l'effort maximal admissible par la poutre, que sur la valeur des déformations observées après le pic.

Un tel modèle numérique permet également de tracer des cartes d'énergie dissipée, et d'identifier la zone d'élaboration lors du processus de fissuration. Il restait cependant à démontrer que la taille de la zone d'élaboration identifiée dans le modèle numérique était cohérente avec celle visualisée expérimentalement à l'aide de la localisation des émissions acoustiques.

Ce chapitre s'organise en trois grandes parties. Nous présenterons tout d'abord les fonctions de Ripley et la méthode retenue pour identifier les éventuelles corrélations spatiales qui peuvent exister dans un nuage de points. Ensuite nous réaliserons une cartographie des énergies dissipées à partir des résultats du modèle numérique et de ceux issus des essais expérimentaux, et nous comparerons les longueurs de corrélations sous-jacentes dans ces cartes. Cette comparaison nous permettra de valider les résultats fournis par le modèle lattice à l'échelle mésoscopique. Puis nous étudierons plus en détail l'évolution de cette longueur de corrélation au fur et à mesure du chargement à l'aide de l'outil de simulation numérique. Enfin, en conclusion, nous mettrons en évidence les limites de cette méthode et proposerons des pistes d'amélioration.

3.2 Fonctions de Ripley et longueurs de corrélation

3.2.1 Fonctions de Ripley

Les fonctions proposées par Ripley [Ripley, 1977] sont des outils permettant l'analyse statistique spatiale d'un nuage de points. Elles permettent notamment de déterminer si cette distribution est purement aléatoire en fonction de l'échelle d'observation. En effet, certaines distributions peuvent apparaître localisées à l'échelle de l'échantillon, mais sont réparties aléatoirement si l'on considère une fenêtre d'observation plus petite. Elles permettent notamment d'identifier d'éventuelles longueurs de corrélations intervenant dans la distribution des points. Ces fonctions sont souvent utilisées en écologie spatiale, par exemple pour caractériser la dissémination des arbres, des plantes ou des maladies. Plus récemment, des travaux menés par Antoinette Tordesillas [Tordesillas *et al.*, 2012] ont utilisé ces fonctions pour analyser les processus de rupture dans les milieux granulaires.

3.2. Fonctions de Ripley et longueurs de corrélation

Dans ce chapitre, nous allons utiliser la fonction K de Ripley pour caractériser les interactions et identifier d'éventuelles corrélations dans les mécanismes de propagation de fissures au sein des matériaux quasi-fragiles. Bien que la fonction K de Ripley puisse être utilisée pour analyser des problèmes en trois dimensions, nous nous limiterons ici à l'étude d'un nuage de points à deux dimensions. En deux dimensions, cette fonction K est homogène à une surface.

Si l'on considère un nuage de points \mathcal{P} placé dans un domaine \mathcal{D} , on peut définir une densité moyenne de points dans \mathcal{D} telle que :

$$\rho = \frac{N}{S} \quad (3.1)$$

où

- ρ est la densité moyenne de points dans \mathcal{D} , en $[\text{m}^{-2}]$
- N est le nombre de points dans le nuage de points \mathcal{P}
- S est la surface du domaine \mathcal{D} considéré, en $[\text{m}^2]$

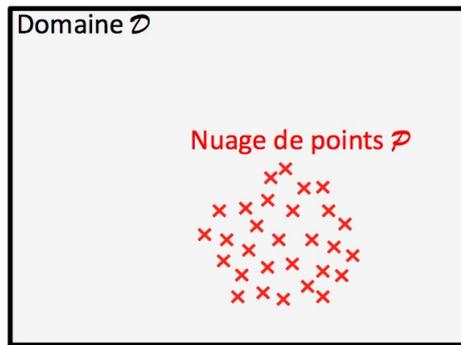


FIGURE 3.1 – Domaine et nuage de points

La fonction K est définie telle que $\rho \times K(r)$ soit égal au nombre moyen de points situés à une distance inférieure ou égale à r d'un autre point. Ainsi si les points de \mathcal{P} sont répartis uniformément dans \mathcal{D} , alors nous avons l'égalité suivante :

$$\rho \times K(r) \approx \rho \times \pi r^2 \quad (3.2)$$

L'expression de la fonction K est donc la suivante :

$$K(r) = \frac{1}{N\rho} \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{P} \\ j \neq i}} e_{ij} H(i, j, r) \quad (3.3)$$

avec $H(i, j, r) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(i, j) \leq r \\ 0 & \text{si } D(i, j) > r \end{cases} .$

où

- r est la longueur pour laquelle est calculée la fonction K , en $[\text{m}]$
- i et j sont deux points faisant partie du nuage de points \mathcal{P}
- $D(i, j)$ est la distance euclidienne entre les points i et j de \mathcal{P} , en $[\text{m}]$
- $e_{i,j}$ est un facteur de correction supérieur ou égal à 1 permettant de prendre en compte le fait que près des bords de \mathcal{D} , le nombre de points peut être sous estimé par rapport à un milieu infini

Ce facteur de correction est égal à :

$$e_{ij} = \frac{\pi D(i, j)}{\Pi_{\text{int}}(i, j)} \geq 1. \quad (3.4)$$

où

- $\Pi_{\text{int}}(i, j)$ est la longueur du cercle centré sur le point i et passant par le point j comprise dans \mathcal{D} , en [m].
- $\Pi_{\text{ext}}(i, j)$ est la longueur du cercle centré sur le point i et passant par le point j en dehors de \mathcal{D} , en [m].

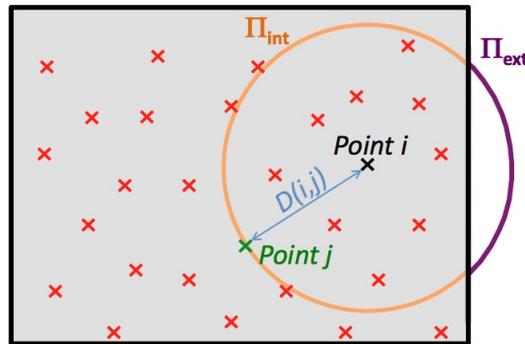


FIGURE 3.2 – Périmètre considéré pour le calcul du facteur e_{ij} permettant de compenser les effets des bords du domaine \mathcal{D} ($\Pi_{\text{int}} + \Pi_{\text{ext}} = \pi D$).

Plusieurs auteurs donnent des expressions pour $\Pi_{\text{int}}(i, j)$ en fonction de la géométrie du domaine considéré. Citons notamment [Goreaud et Pélissier, 1999] pour les domaines rectangulaires. Cependant, dans la suite de ce travail nous n'utiliserons pas de facteur de correction des effets de bords car les dimensions de \mathcal{D} seront toujours très grandes vis-à-vis de la zone présentant des points endommagés. Ceci revient à considérer $e_{ij} = 1$.

3.2.2 Étude du caractère aléatoire d'une distribution de points

Comme indiqué plus haut, dans le cas d'une distribution de points aléatoire au sein du domaine \mathcal{D} , nous avons l'égalité suivante :

$$K^{\text{ran}}(r) = \pi r^2. \quad (3.5)$$

où

- K^{ran} est l'expression de la fonction de Ripley obtenue avec une distribution aléatoire de points dans un domaine infini, en [m²]

Afin de caractériser le caractère aléatoire d'une distribution quelconque de points, il est d'usage de comparer la fonction K à la fonction K^{ran} en construisant la fonction L telle que :

$$L(r) = \sqrt{\frac{K(r)}{\pi}} - \sqrt{\frac{K^{\text{ran}}(r)}{\pi}} = \sqrt{\frac{K(r)}{\pi}} - r. \quad (3.6)$$

Pour une distribution de points parfaitement aléatoire, la fonction $L(r)$ est nulle pour tout r . Ainsi, en traçant la fonction L pour une distribution de point donnée, il est possible d'identifier

l'écart avec une distribution parfaitement aléatoire. Notre idée est donc d'utiliser la fonction L pour analyser une distribution de points représentant la micro-fissuration provoquée par la propagation d'une fissure afin d'identifier les longueurs des corrélations sous-jacentes.

Afin d'illustrer la capacité de cette méthode à mettre en évidence les éventuelles corrélations, nous présentons ci-dessous l'étude de deux distributions de points. Pour chaque étude, nous avons généré aléatoirement 5 distributions de points, et nous traçons l'enveloppe des 5 fonctions L qui ont été calculées. Le domaine considéré est un carré de 10cm par 10cm.

La première distribution (notée "A") comporte 100 points aléatoirement répartis dans le domaine. Pour l'étude de cette distribution nous utilisons une correction des effets de bords afin de réaliser une étude statistique en considérant un milieu infini.

La seconde distribution (notée "B") comporte 9 disques de 20mm, espacés de 25mm, contenant 5, 10, 50, 100, 200 ou 500 points. Elle est étudiée sans correction des effets de bords afin d'être cohérent avec la suite de notre étude.

Pour le cas "A" (cf. figure 3.3), nous observons que la fonction L reste très proche de 0 ce qui est concordant avec une distribution parfaitement aléatoire.

Pour le cas "B" (cf. figure 3.4), la fonction L présente plusieurs pics. Lorsque la fonction L est positive, cela signifie que la densité locale de points est supérieure à la densité moyenne. Il y a donc localisation des points. Le premier pic situé pour $r = 12\text{mm}$ est associé au diamètre des disques. La seconde partie de la courbe (entre $r = 22\text{mm}$ et $r = 35\text{mm}$) est à associer à l'espacement entre les disques. Nous observons également que les fonctions L de la distribution "B" sont semblables, alors qu'il y a jusqu'à 100 fois plus de points entre elles. Les fonctions de Ripley sont donc peu sensibles au nombre de points dans le domaine.

3.2.3 Identification d'une longueur de corrélation

Comme nous venons de le voir, la fonction L calculée pour une distribution de points comportant une corrélation spatiale présente des pics dont l'abscisse est liée aux longueurs de corrélation. Nous allons maintenant étudier un cas simple afin de mettre en évidence les paramètres intervenant dans l'abscisse de ces pics.

Nous considérons un disque de rayon $R_0 = 10\text{mm}$ au sein duquel 20 points sont distribués aléatoirement. Le domaine considéré est toujours un carré de 10cm par 10cm.

La fonction L présente un maximum en $r_{\max} \approx 14,7\text{mm}$. Cette valeur ne correspond pas directement au rayon du disque, car elle dépend également de la densité moyenne de points dans le domaine, et donc de la taille du domaine. Cependant, dans le cas d'un disque de rayon R_0 , nous avons pu approcher la fonction L à l'aide de l'expression que nous noterons L^{disq} et dont l'équation est donnée ci-dessous (équation 3.7). Cette équation permet de mettre en évidence les paramètres intervenant dans la fonction L .

$$L^{\text{disq}}(r, R_0) = \begin{cases} \sqrt{\frac{S}{\pi R_0^2}} \left(r - \frac{r^2}{4R_0} \right) - r & \text{for } r \leq 2R_0 \\ \sqrt{\frac{S}{\pi}} - r & \text{for } r > 2R_0 \end{cases} \quad (3.7)$$

où

- r est la longueur pour laquelle est calculée la fonction L^{disq} , en [m]
- S est la surface du domaine, en [m²]
- R_0 est le diamètre du cercle considéré, en [m]

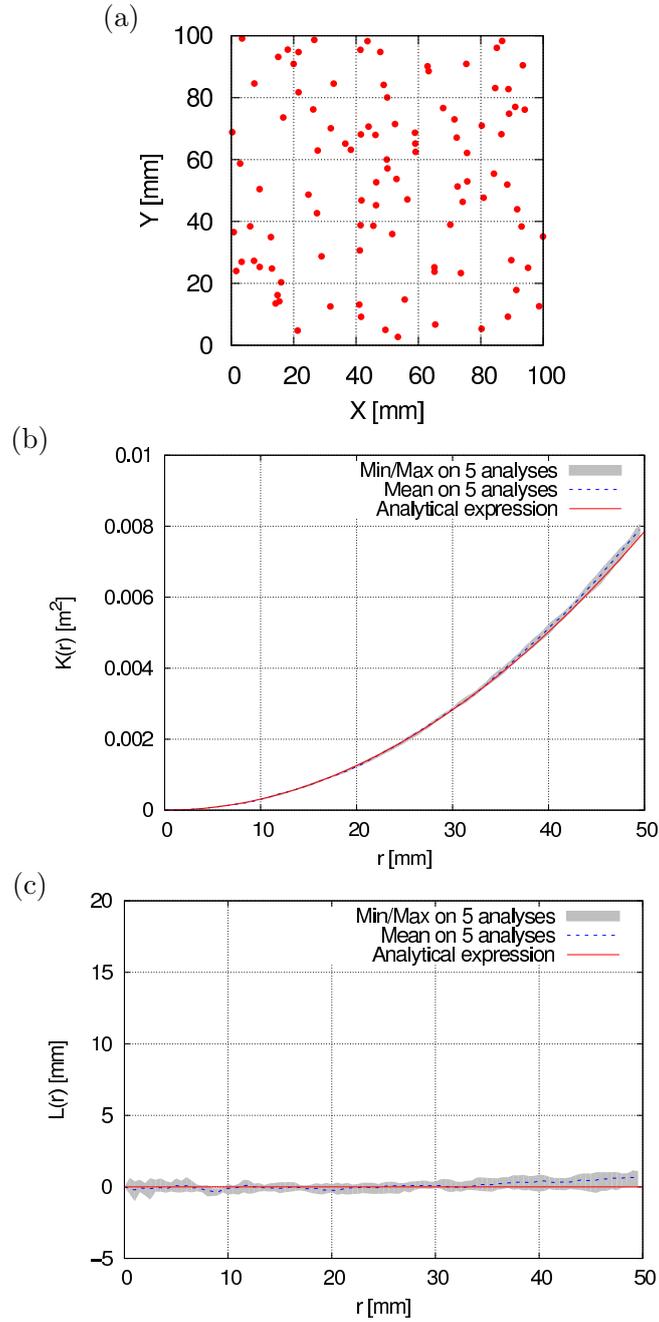


FIGURE 3.3 – (a) Distribution aléatoire de points de type "A"; (b) enveloppe de la fonction K pour les 5 analyses; (c) enveloppe de la fonction L pour les 5 analyses.

A partir de cette équation, et de la valeur de l'abscisse du maximum r_{\max} de la fonction L , il est donc possible de déterminer l'expression du rayon R_0^* associé.

$$R_0^* = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 \times r_{\max} \sqrt{\frac{\pi}{S}}}}{2\sqrt{\frac{\pi}{S}}} \quad (3.8)$$

où

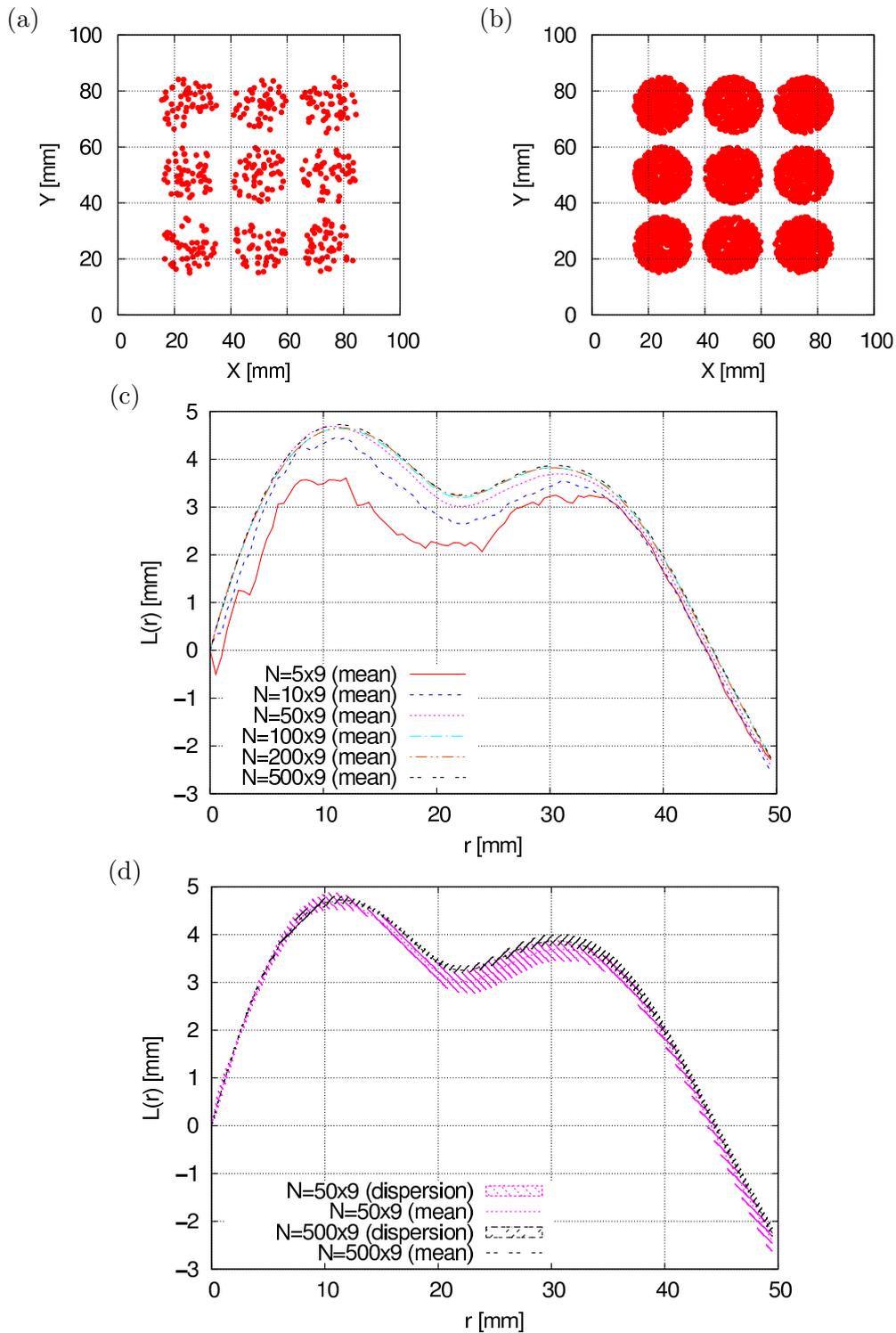


FIGURE 3.4 – (a) Distribution de type "B" ($N = 50 \times 9$ points); (b) Distribution de type "B" ($N = 500 \times 9$ points); (c)-(d) Convergence de la fonction L en fonction du nombre de points considérés et enveloppes pour 5 analyses.

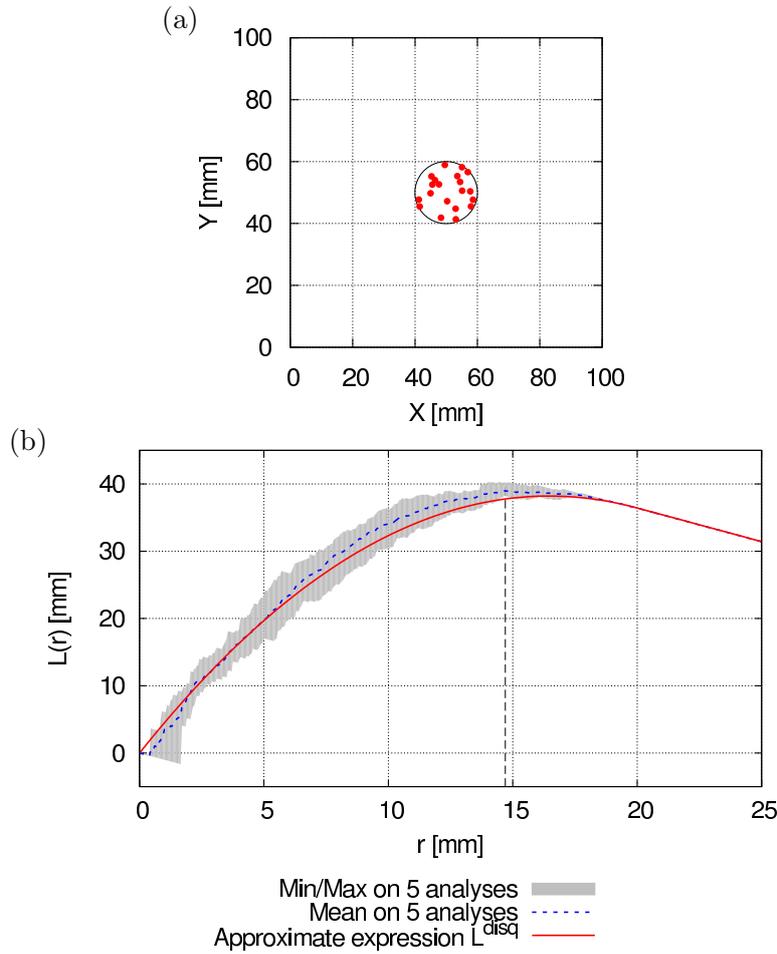


FIGURE 3.5 – Distribution de points concentrés dans un disque de rayon $R_0 = 10$ mm (a) et fonction L pour 5 analyses différentes (b).

- R_0^* est la longueur de corrélation déterminée à l'aide de l'abscisse du maximum de la fonction L , en [m]
- r_{\max} est l'abscisse du maximum de la fonction L , en [m]

Nous avons mené cette analyse pour la distribution de points considérée, ce qui nous conduit à un rayon $R_0^* \approx 10,5$ mm, soit une erreur relative inférieure à 5,5% pour cette distribution de points assez grossière.

Les distributions d'évènements que nous pouvons utiliser (évènements acoustiques mesurés expérimentalement, évènements d'endommagement issus du modèle numérique), n'ont pas de forme particulière (disque, bande, etc.). Aussi nous nous limiterons à l'analyse de l'abscisse du maximum de la fonction L que nous appellerons '*longueur de corrélation*'.

Gardons à l'esprit que cette valeur dépend de la taille du domaine considéré, mais que cette dépendance est atténuée quand la taille du domaine est importante devant la taille de la distribution de points ($R_0^* \rightarrow \frac{r_{\max}}{2}$ quand $S \rightarrow +\infty$). Dans la suite de nos travaux, nous considérerons donc toujours les nuages de points au sein d'un domaine fictif de taille $400\text{mm} \times 400\text{mm}$, et nous ne réaliserons pas de correction des effets de bords.

3.3 Validation du modèle lattice

Dans cette partie nous nous appuyerons sur les résultats obtenus précédemment par l'équipe G2MP du LFCR en collaboration avec Peter Grassl à l'aide du modèle lattice présenté dans le premier chapitre. Les résultats de ce modèle nous permettent de connaître la position des 'événements d'endommagement' à chaque pas de temps (c'est-à-dire la position des éléments dans le modèle dont l'endommagement a augmenté au cours de l'intervalle de temps considéré). Chaque événement constitue un point du nuage qui sera analysé à l'aide de la méthode présentée précédemment. Nous utiliserons également les résultats obtenus expérimentalement à l'aide du matériel de localisation des événements acoustiques (cf. [Grégoire *et al.*, 2015]).

Notre objectif est ici de comparer les longueurs de corrélations qui peuvent être extraites du modèle numérique et celles qui peuvent être extraites des essais expérimentaux.

3.3.1 Description de la campagne expérimentale

La campagne expérimentale et les résultats que nous décrivons ici sont présentés en détails dans la référence [Grégoire *et al.*, 2015].

3.3.1.1 Géométrie des éprouvettes

Deux tailles de poutres sont considérées ($D = 100\text{mm}$ et $D = 200\text{mm}$), présentant un rapport $S/D = 2.5$, où S est la distance entre appuis et D est la hauteur de la poutre. L'épaisseur des poutres, quant à elle a été choisie constante et égale à 50mm .

Afin de mettre en évidence les effets de bord, des entailles centrales ont été moulées sur les éprouvettes. Trois longueurs d'entaille (0 , $0.2D$ et $0.5D$) ont été considérées avec une largeur constante de 2mm pour tous les échantillons (cf. figure 3.6).

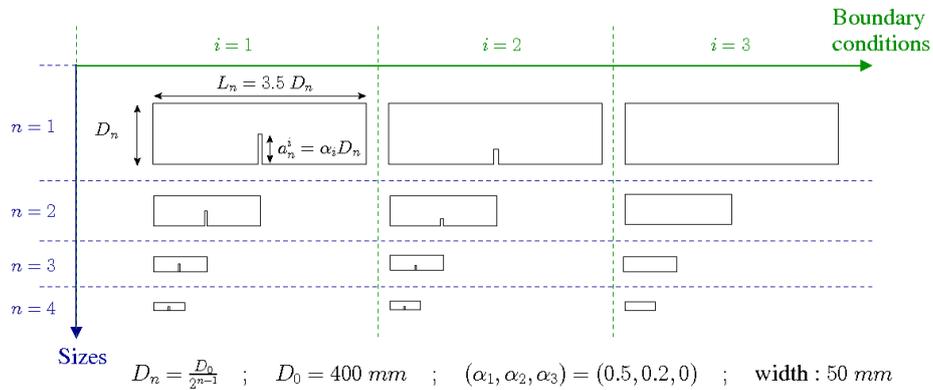


FIGURE 3.6 – Détails de la géométrie des éprouvettes réalisées. D'après [Grégoire *et al.*, 2013].

Les poutres sont nommées d'après le type d'entaille et leur hauteur. Nous avons par exemple :

- *UN100* pour une poutre non-entallée (*UnNotched*) de 100mm de hauteur,
- *HN200* pour une poutre de 200mm de hauteur comportant une entaille longue (*Half-Notch* : le rapport entaille/hauteur vaut 0.5),
- *FN200* pour une poutre de 200mm de hauteur comportant une entaille courte (*Fifth-Notch* : le rapport entaille/hauteur vaut 0.2),

Dans le cadre de notre étude, nous avons utilisé les résultats des essais réalisés sur 4 géométries :

- 3 poutres de type HN200 de hauteur 200mm et comportant une entaille de 100mm
- 3 poutres de type FN200 de hauteur 200mm et comportant une entaille de 40mm
- 2 poutres de type UN200 de hauteur 200mm et ne comportant pas d'entaille
- 2 poutres de type UN100 de hauteur 100mm et ne comportant pas d'entaille

Les essais de flexion 3 points ont été réalisés à l'aide d'une presse hydraulique (HB250, Zwick/Roell), pilotée à partir de la mesure de l'ouverture d'entaille (CMOD = Crack Mouth Opening Displacement) à une vitesse imposée (v_{CMOD}). Ceci permet d'éviter un comportement instable de la fissure.

Eprouvette	D (mm)	a_0 (mm)	v_{CMOD} ($\mu\text{m/s}$)
HN200	200	100	0.3
FN200	200	40	0.3
UN200	200	0	0.3
UN100	100	0	0.2

TABLE 3.1 – Dimensions des éprouvettes utilisées et vitesses de chargement. D'après [Grégoire *et al.*, 2015].

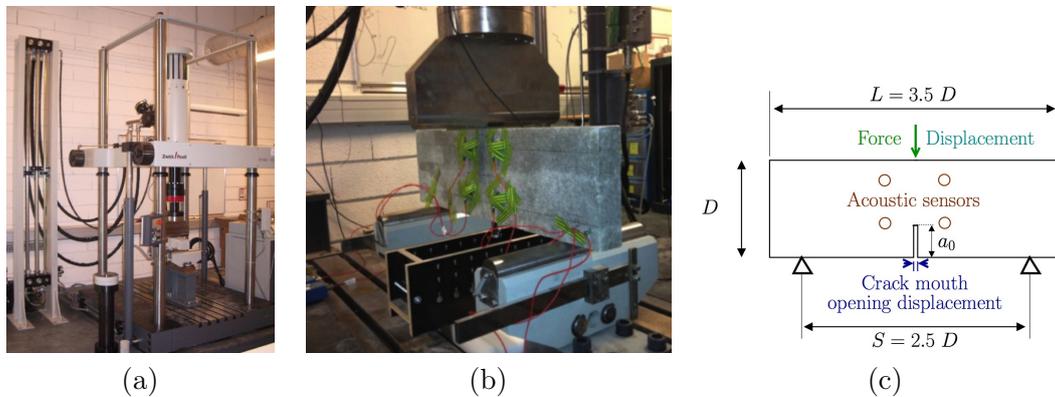


FIGURE 3.7 – Photographie de la presse hydraulique (a), détail du banc de flexion 3 points (b), et schéma des efforts appliqués et des quantités mesurées (c). D'après [Grégoire *et al.*, 2015].

3.3.1.2 Caractéristiques du béton utilisé

Toutes les éprouvettes sont réalisées avec le même béton. La formulation utilisée pour réaliser le béton ainsi que les courbes granulométriques sont données dans [Grégoire *et al.*, 2013].

Les propriétés mécaniques du béton ont été caractérisées à l'aide d'essais normalisés de compression et de fendage (ou essai brésilien) suivant la norme (EN 12390-1-3-6). Le tableau 3.2 ci-dessous synthétise les résultats de ces essais.

3.3. Validation du modèle lattice

résistance en compression			module d'Young			coefficient de Poisson			résistance en traction		
μ	σ	c_v	μ	σ	c_v	μ	σ	c_v	μ	σ	c_v
(MPa)	(MPa)	(%)	(GPa)	(GPa)	(%)	(-)	(-)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)
42.3	2.8	6.6	37.0	0.9	2.4	0.21	0.02	8.7	3.9	0.2	6.0

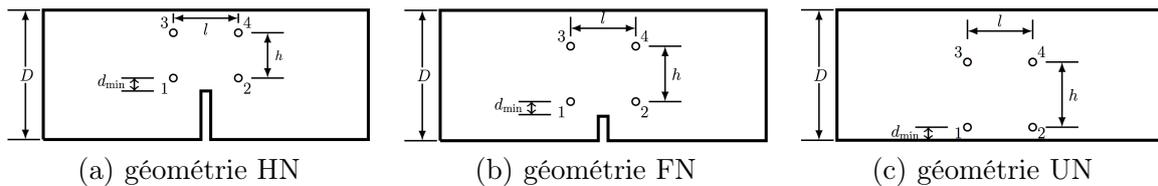
(μ – valeur moyenne; σ – écart type; $c_v = \mu/\sigma$ – coefficient de variation)

TABLE 3.2 – Propriétés mécaniques du béton utilisé expérimentalement. D'après [Grégoire *et al.*, 2013].

3.3.1.3 Localisation des évènements acoustiques

Au cours de chacun des essais expérimentaux, les émissions acoustiques sont enregistrées et localisées. La description détaillée du dispositif de localisation des évènements acoustiques est donnée dans [Grégoire *et al.*, 2015].

Sur chaque éprouvette quatre capteurs ont été installés autour de la zone où la formation de la fissure est attendue. Seule une face de l'éprouvette est ainsi équipée. La localisation de la source nécessite l'enregistrement d'un même signal par au moins trois capteurs. La figure 3.8 ci-dessous montre la position des transducteurs pour les différentes géométries. La localisation est réalisée avec une précision de l'ordre de $\pm 2,5$ mm.



(mm)	HN200	FN200	UN200	UN100
d_{\min}	12,5			
l	120			
h	75	105	110	60

FIGURE 3.8 – Position des capteurs acoustiques pour les 4 géométries. D'après [Grégoire *et al.*, 2015].

La figure 3.9 présente l'ensemble des évènements acoustiques qui ont été localisés au cours des essais de flexion 3 points pour les différentes éprouvettes testées. Les fenêtres d'observations sont centrées sur l'entaille. Les évènements les plus énergétiques sont localisés au droit de la fissure qui s'est formée dans l'éprouvette.

De façon qualitative, l'analyse de ce nuage de points au cours de l'essai nous permet de mettre en évidence que la propagation de la fissure débute par des évènements diffus, de faible énergie. Il y a par la suite une localisation des évènements et une augmentation de l'énergie dissipée. Pour les éprouvettes entaillées, nous observons que l'amorçage et la propagation de la fissure sont caractérisées par un alignement des évènements les plus énergétiques avec l'entaille. Pour les éprouvettes ne comportant pas d'entaille, nous observons un mécanisme différent : les évènements sont d'abord dispersés sur la face inférieure de la poutre avant l'apparition d'une fissure le long de laquelle seront alors enregistrés les évènements les plus énergétiques.

Rappelons qu'en flexion 3 points les déformations ne sont pas constantes dans une poutre. Les déformations sont maximales au milieu de la travée, au niveau de la face inférieure de la poutre. Cette variation spatiale du taux de déformation dans le matériau sollicité en flexion vient

perturber la distribution des évènements d'endommagement autour de la pointe de fissure.

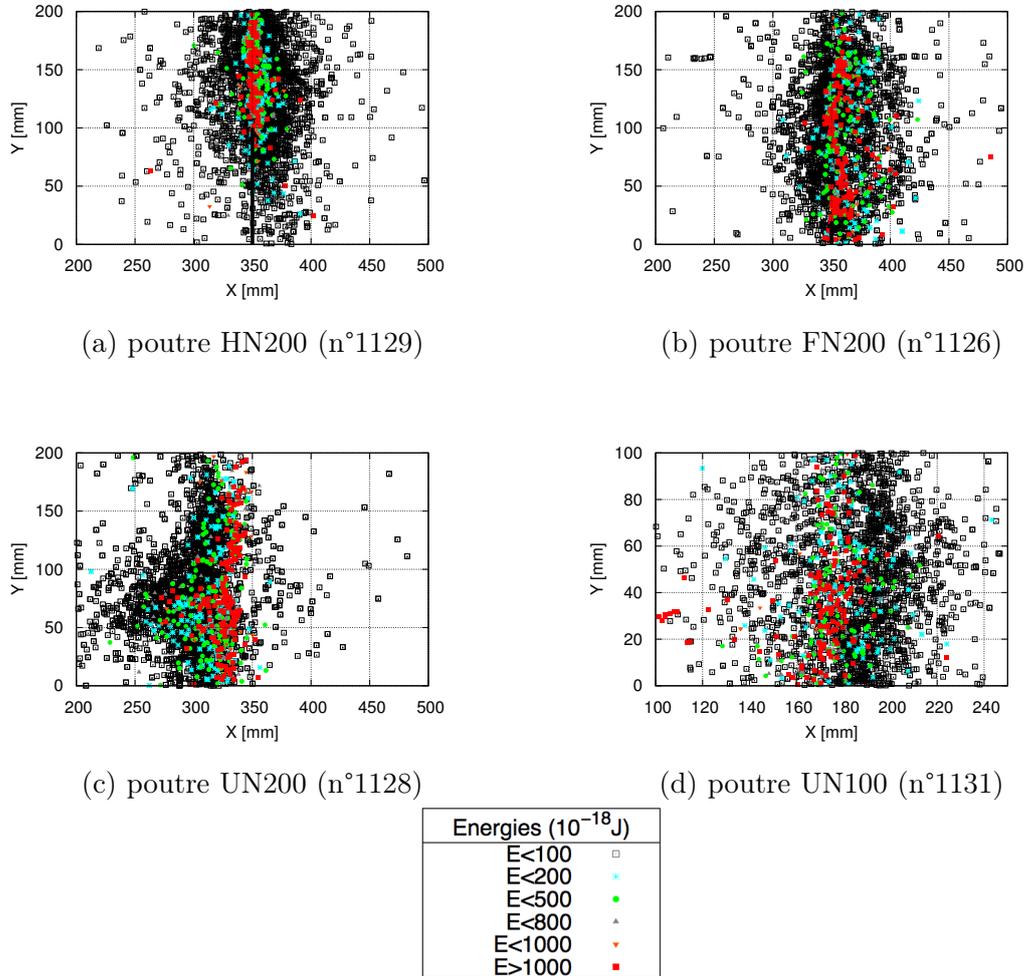


FIGURE 3.9 – Evènements acoustiques mesurés pour les différentes géométries utilisées

3.3.2 Hypothèses du modèle lattice à l'échelle mésoscopique

Décrivons maintenant le modèle lattice utilisé et plus particulièrement la discrétisation retenue pour représenter le comportement du béton. Les éléments de ce modèle représentent la méso-structure du matériau en considérant 3 composants : les granulates, la matrice cimentaire et l'interface entre eux.

La génération du modèle s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- Les granulates dont le diamètre est supérieur à $\phi_{\min}^d = 5\text{mm}$ sont représentés explicitement comme des inclusions circulaires. La distribution de la taille des granulates est cohérente avec la composition du béton utilisé, et leur position spatiale est fixée aléatoirement, en évitant leur superposition. En revanche l'intersection entre granulates avec les frontières des spécimens et l'entaille est autorisée [Grassl et Jirásek, 2010].

3.3. Validation du modèle lattice

- Les granulats les plus fins ne sont pas décrits. Ils sont inclus dans la matrice qui correspond à un mélange homogène de pâte de ciment et de fins granulats. Le désordre causé par la composition hétérogène de cette matrice est cependant représenté à l'aide d'un champ aléatoire corrélé appliqué sur le seuil d'endommagement ε_0 . La longueur de corrélation est égale à 1mm avec un coefficient de variation de 0,2.
- Le comportement des inclusions circulaires est élastique. Le comportement de la matrice est piloté par la loi isotropique endommageable présentée précédemment.
- Chaque inclusion circulaire est entourée d'une interface comportant un seul élément dans son épaisseur. Cette interface permet de représenter l'ITZ (de l'anglais '*Interfacial Transition Zone*') du béton. Sa loi de comportement est semblable à celle de la matrice, mais avec des paramètres différents. L'ITZ est habituellement plus fragile que la matrice.

La représentation de la méso-structure du matériau a été faite sur une zone limitée, entourant la pointe de l'entaille, mais couvrant toute la hauteur de la poutre (cf. figure 3.10). Sur les poutres non-entaillées, cette zone s'étale sur une surface entourant l'endroit où la macro-fissure est susceptible de se développer. En dehors de cette zone, les granulats et l'interface ne sont pas représentés, le maillage est grossier et les éléments ont un comportement élastique ($E_l = 50\text{GPa}$ et $a_1 = 0,33$).

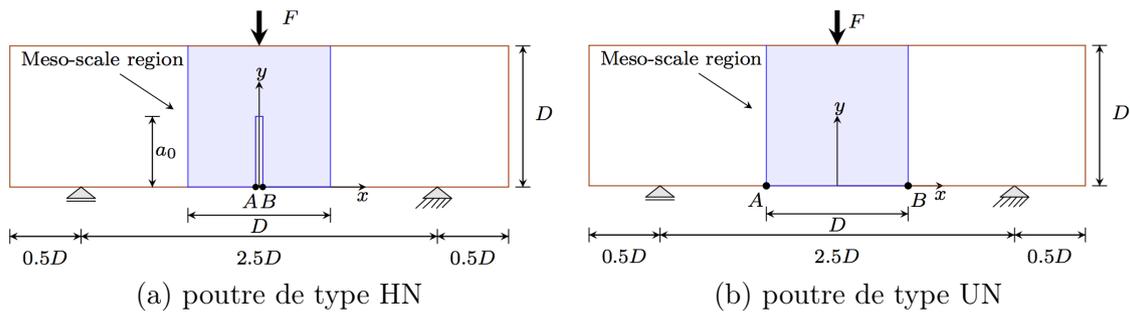


FIGURE 3.10 – Repérage des zones du modèle comportant une discrétisation à l'échelle mésoscopique

Dans la zone où la méso-structure est représentée, le maillage est généré en plaçant un point au centre de chaque agrégat, puis des points en périphérie des agrégats avant de placer le reste des points au sein du domaine.

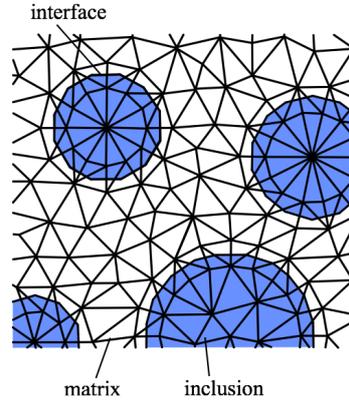


FIGURE 3.11 – Détail du maillage en périphérie des hétérogénéités

Les paramètres du modèle pilotant le module d'Young E et la résistance à la traction f_t ont été obtenus à partir de la modélisation d'un essai de traction simple. Les valeurs de q , c et ω_f sont issus de la calibration des paramètres du modèle en considérant les courbes de chargement d'une seule géométrie pour 3 tailles différentes. La loi d'endommagement utilisée est ici une loi de type bi-linéaire.

Les paramètres du modèle pour les trois différents composants sont résumés dans le tableau ci-dessous. Par convention, les grandeurs E , ε_0 , G_f et f_t portent l'indice "l" lorsqu'elles correspondent aux paramètres locaux des éléments et non aux valeurs apparentes du matériau.

	E_l [GPa]	a_1 [-]	$\varepsilon_{0,l}$ [-]	ω_f [m]	q [-]	c [-]	$f_{t,l}$ [MPa]	$G_{f,l}$ [J/m ²]
Matrice	37	0.33	146×10^{-6}	65.8×10^{-6}	2	10	5,4	80
Interface	55	0.33	35.8×10^{-6}	65.8×10^{-6}	2	10	2,0	29
Granulat	111	0.33	-	-	-	-	-	-

TABLE 3.3 – Paramètres utilisés dans le modèle mésoscopique. $f_{t,l}$ et $G_{f,l}$ sont déduits des autres paramètres.

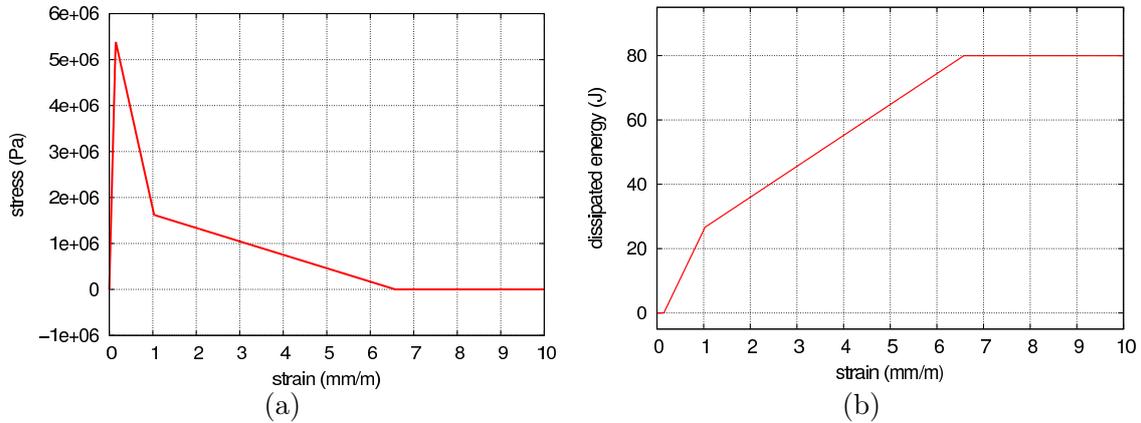


FIGURE 3.12 – Comportement en traction simple d’un élément lattice de la matrice (*longueur de l’élément : 10mm*) : (a) courbe contrainte normale - déformation normale, (b) énergie dissipée en fonction de la déformation normale.

Les géométries simulées correspondent aux géométries étudiées dans le cadre de la campagne expérimentale. Le modèle étant un modèle 2D, les résultats sont ramenés à ceux obtenus expérimentalement en divisant les efforts par 20 (l’épaisseur des poutres fabriquées est de 0,05m). L’épaisseur de l’entaille est supposée nulle dans nos modèles, ce qui idéalise le mode de fabrication des structures où une plaque métallique mince de 2mm d’épaisseur a été installée dans le coffrage. Le chargement et les réactions aux appuis sont appliqués et distribués par des plaques d’une largeur de 20mm. La longueur des éléments est d’environ 1mm (paramètre d_{\min}). Tout comme les essais expérimentaux, le modèle numérique est piloté à partir de la mesure de l’ouverture de l’entaille. Un schéma de type *arc-length method* est utilisé. Pour les éprouvettes ne comportant pas d’entaille, nous considérons deux points sur la face inférieure du modèle éloignés de la distance D .

Chaque géométrie d’éprouvette est simulée avec 10 maillages différents générés aléatoirement. Avec cette approche, nous obtenons des courbes Force-CMOD cohérentes avec les résultats expérimentaux. Cela avait déjà été montré dans [Grassl *et al.*, 2012].

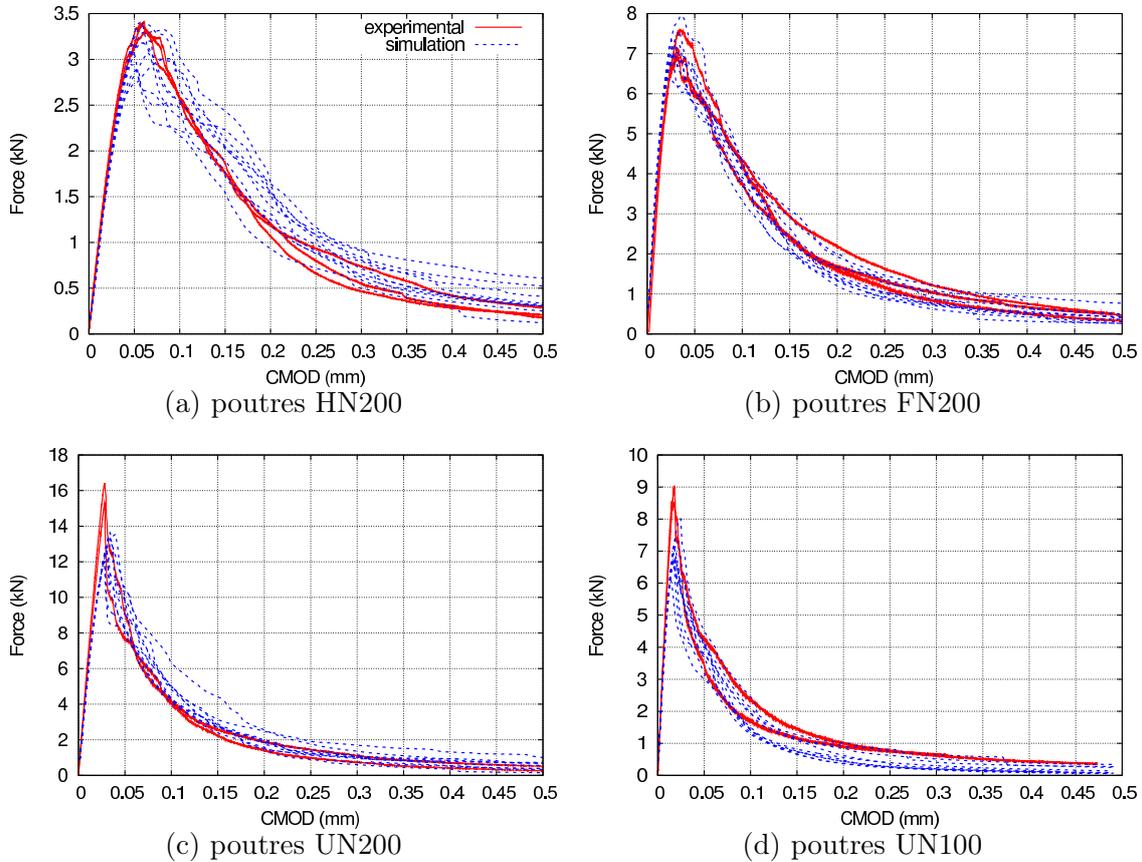


FIGURE 3.13 – Courbes Force-CMOD issues des essais expérimentaux et des simulations

3.3.3 Comparaisons entre essais numériques et expérimentaux

Dans cette partie, nous allons comparer les données expérimentales et numériques de façon qualitative tout d'abord, à travers la cartographie des énergies dissipées, puis de façon quantitative à l'aide des fonctions de Ripley. Pour réaliser cette comparaison de façon rigoureuse, nous allons maintenant souligner les différences entre le modèle numérique et les résultats expérimentaux.

- **Sur le concept d'évènement.** Expérimentalement, un évènement acoustique correspond à la position d'une source dont l'intensité est supérieure à 35dB et dont l'émission a été capturée par au minimum 3 capteurs avec une précision de $\pm 2,5$ mm. Dans le modèle numérique, un évènement d'endommagement correspond à un élément du modèle dont l'endommagement a augmenté au cours de l'intervalle de temps considéré. Chaque évènement d'endommagement ne correspond donc pas forcément à un évènement acoustique.
- **Sur la discrétisation temporelle.** Pour pouvoir étudier les longueurs de corrélations dans un nuage de points, il est nécessaire d'avoir un nombre minimal de points. Peu d'évènements acoustiques sont enregistrés au cours d'un essai, notamment dans la phase d'amorçage de la fissure. Il peut donc être nécessaire d'adopter des pas de temps relativement longs pour étudier suffisamment d'évènements. Au contraire, il n'y a aucune limita-

tion dans le modèle numérique car même en adoptant des petits pas de temps nous aurons toujours des événements d'endommagement. Par contre, ceux-ci seront peu énergétiques. Notre première tâche étant de comparer les longueurs extraites des essais numériques avec celles extraites des essais expérimentaux, nous commencerons par adopter des intervalles relativement grands. Puis nous affinerons notre étude à l'aide du modèle numérique seul, en raffinant les intervalles.

- **Sur la discrétisation spatiale.** Pour le modèle numérique, la discrétisation spatiale est explicite car elle correspond au maillage du modèle. Pour les mesures expérimentales, la discrétisation est implicite. En effet, la résolution spatiale du dispositif de localisation des émissions acoustiques est d'environ 5mm. Ainsi si deux émissions acoustiques, émises au même instant, sont séparées par une distance inférieure à 5mm, elles seront vues comme un seul événement dont l'énergie sera égale à la somme des deux émissions. A cause de ce phénomène, la comparaison entre les deux nuages de points ne peut pas être réalisée directement car l'analyse menée à l'aide des fonctions de Ripley est uniquement basée sur la répartition spatiale de la distribution de points. Or comme nous venons de le voir, un point dans les données expérimentales peut correspondre à plusieurs points dans les données numériques.
- **Sur la prise en compte de l'énergie associée aux événements.** Ce point est intimement lié au précédent. L'énergie associée à chaque point n'est pas considérée dans les fonctions de Ripley. D'autre part, les énergies mesurées lors des essais expérimentaux ne correspondent pas à la même grandeur que celles calculées dans le modèle numérique. L'énergie acoustique est seulement une petite partie de l'énergie dissipée lors de la fissuration du matériau. La plus grande partie de cette énergie est associée à la formation des surfaces libres de la fissure. Cependant, d'un point de vue macroscopique, la distribution de l'énergie acoustique des événements est comparable à celle de l'énergie dissipée par endommagement ([Landis et Baillon, 2002]). Il apparaît donc pertinent de prendre en compte l'énergie des événements acoustiques et celle des événements d'endommagement afin de comparer leurs deux nuages de points.

Pour pouvoir comparer les nuages de points issus des essais expérimentaux et ceux issus des simulations numériques, nous allons donc les traiter en considérant l'énergie contenue dans chaque événement, et la résolution spatiale imposée par l'approche expérimentale.

Pour chaque élément du modèle numérique, l'énergie dissipée pendant un pas de temps est déterminée. Pour cela nous utilisons la loi de comportement associée à chacun des éléments formant le maillage. Ensuite, afin d'avoir une discrétisation spatiale qui soit cohérente avec la résolution spatiale du système de localisation des émissions acoustiques, nous découpons le modèle numérique en cellules carrées de 5mm de côté. Pour chaque cellule, nous additionnons l'énergie dissipée par les éléments dont le point central est situé dans la cellule.

Pour les résultats expérimentaux, la même démarche est adoptée. L'énergie dissipée est déterminée par le système de localisation des émissions acoustiques. Puis nous projetons ces événements dans un grille semblable à celle utilisée pour les événements numériques. Cela est nécessaire afin d'éviter d'avoir deux événements acoustiques superposés au cours du pas de temps considéré. Cette approche tend à réduire le nombre de points, il est donc nécessaire d'adopter un pas de temps d'une durée minimale pour travailler avec suffisamment de points.

3.3.3.1 Comparaison des cartographies d'énergie dissipée

Afin de pouvoir comparer les résultats numériques et les résultats expérimentaux sur un intervalle équivalent nous raisonnons en termes d'incrément d'énergie dissipée.

Trois intervalles sont définis. Il correspondent au même incrément d'énergie dissipée ($\Delta G_1 = \Delta G_2 = \Delta G_3 = 0,12\text{J}$ pour une poutre de 5cm de profondeur). Il faut noter que la longueur de ces intervalles est environ 10 fois supérieure à celle utilisée par la suite pour l'analyse des résultats du modèle numérique. L'origine du premier intervalle correspond au pic de la courbe force-CMOD. Les intervalles suivants débutent respectivement après avoir dissipé 0,30J et 0,60J depuis le pic de la courbe force-CMOD. La figure ci-dessous représente les différents intervalles considérés pour une courbe expérimentale et une courbe produite par simulation numérique de même géométrie.

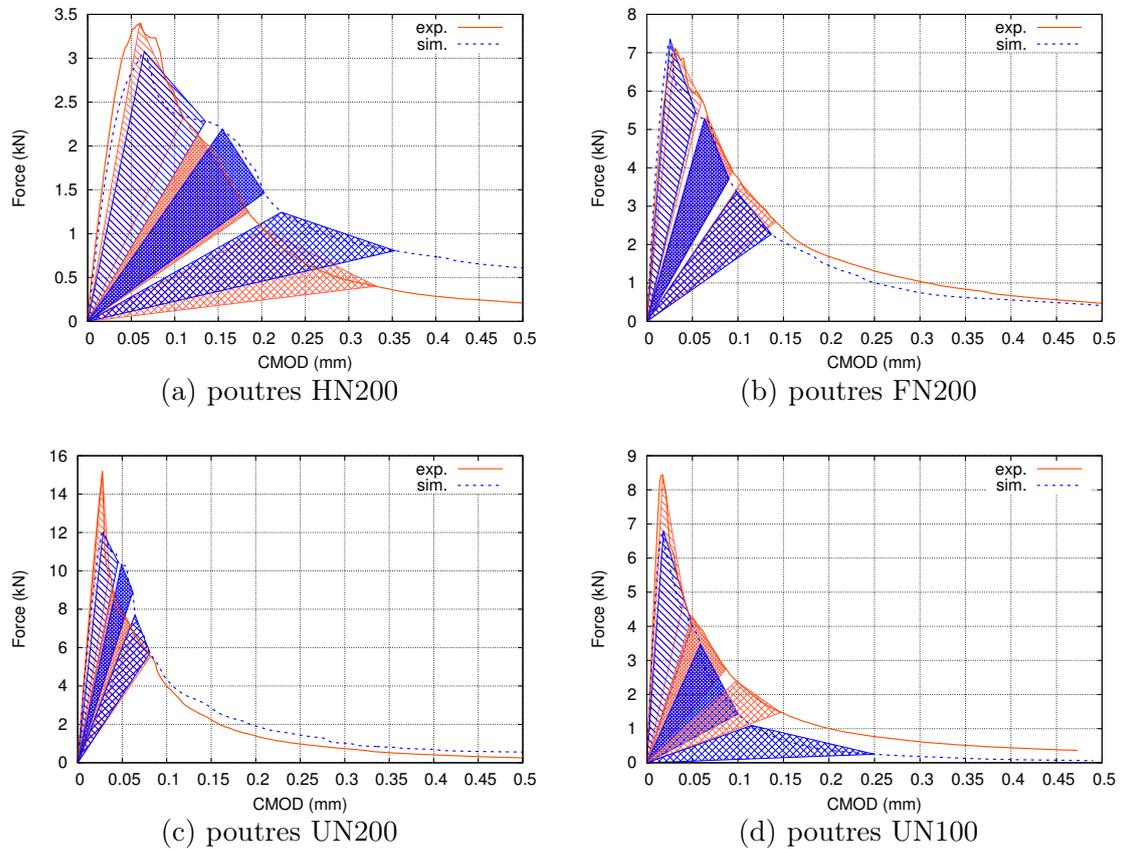


FIGURE 3.14 – Représentation des 3 intervalles d'étude (ΔG_1 , ΔG_2 et ΔG_3) considérés pour les cartographies d'énergie réalisées d'après les résultats des essais expérimentaux et ceux des simulations numériques. La représentation triangulaire est schématique, l'énergie dissipée est calculée en prenant en compte la géométrie exacte de la courbe force-CMOD

Les histogrammes ci-dessous permettent de comparer les distributions moyennes d'énergie dissipée dans les essais expérimentaux et dans les essais numériques. Ces résultats sont présentés pour les 4 géométries et les 3 intervalles. L'attention du lecteur est attirée sur le fait que ces histogrammes sont présentés en densité d'énergie (c'est-à-dire en $[\text{J}/\text{m}^3]$ pour les histogrammes 3D et en $[\text{J}/\text{m}^2]$ pour les histogrammes projetés). Pour obtenir ces valeurs, nous avons divisé

3.3. Validation du modèle lattice

l'énergie dissipée dans chaque cellule de la grille par le volume de la cellule (soit $1,25 \cdot 10^{-6} \text{m}^3$ pour les résultats expérimentaux et $25 \cdot 10^{-6} \text{m}^3$ pour les résultats des simulations).

Pour être plus clairs, les histogrammes 3D ne sont pas superposés.

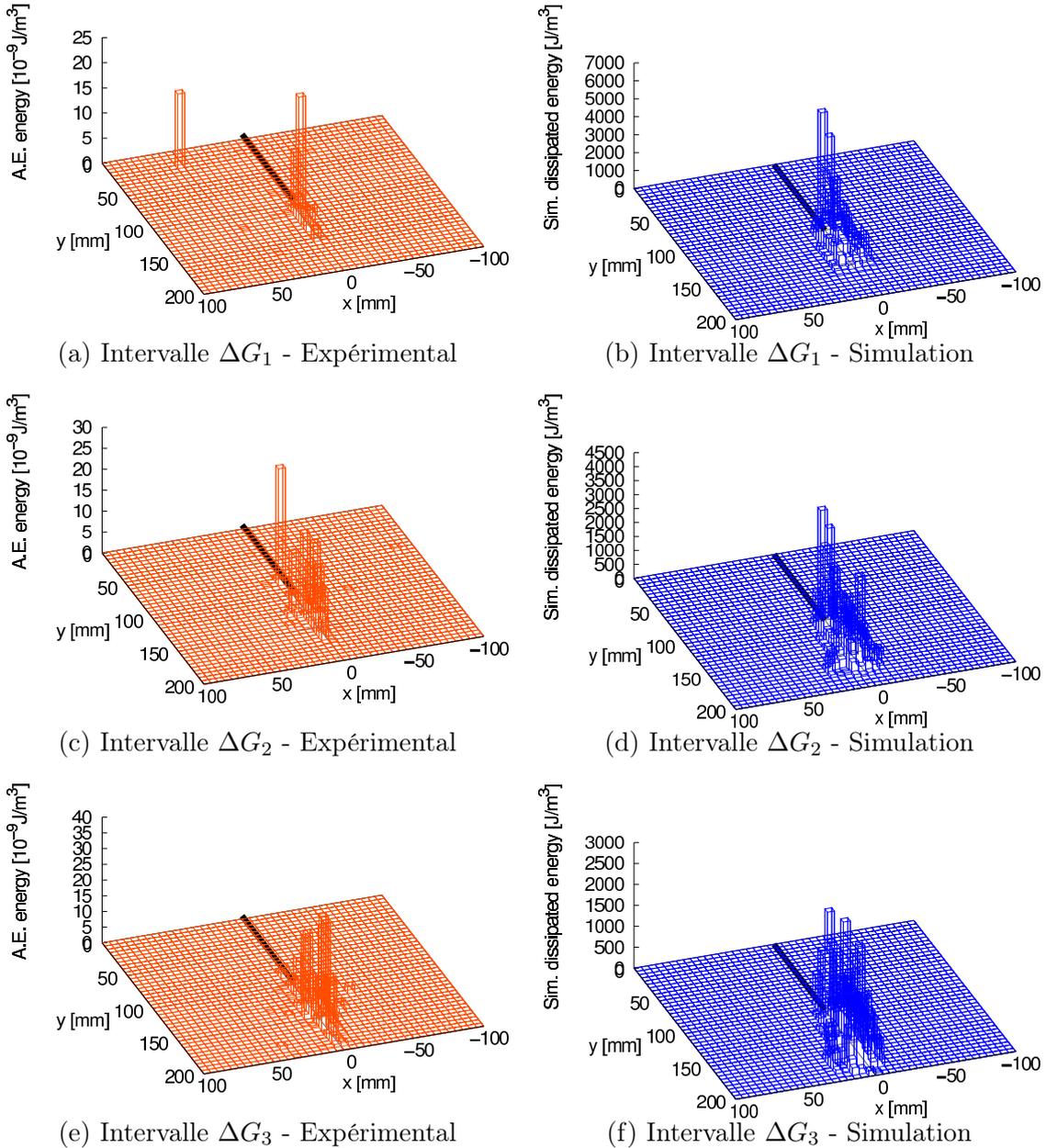


FIGURE 3.15 – Histogrammes 3D de la distribution d'énergie dissipée obtenus d'après les émissions acoustiques (Expérimental, colonne de gauche) et le modèle mésoscopique (Simulation, colonne de droite) pour les poutres de type HN200. Les résultats correspondent aux moyennes sur 3 essais et 10 simulations. L'entaille initiale est située entre $y=0\text{mm}$ et $y=100\text{mm}$ pour $x=0\text{mm}$.

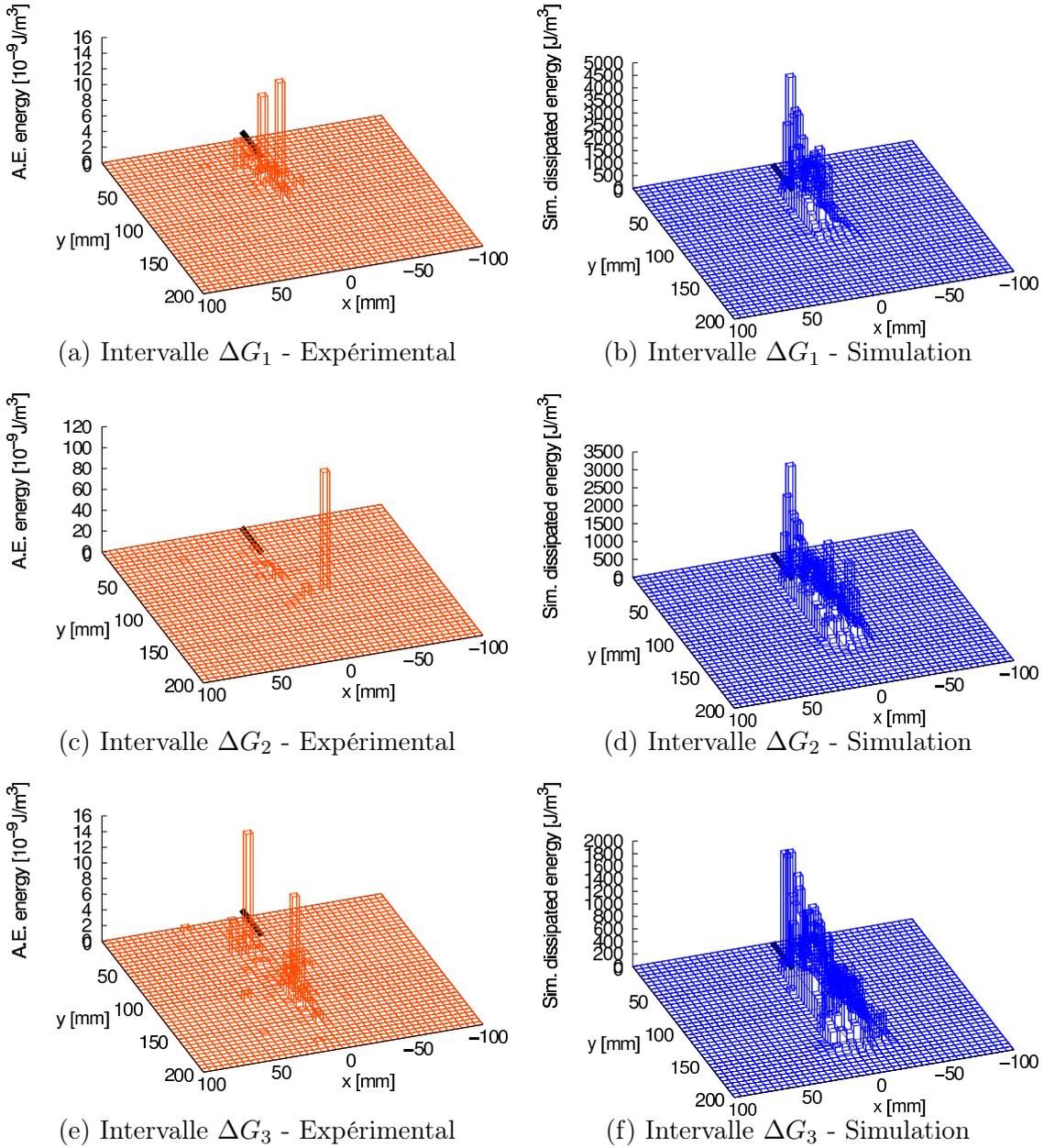
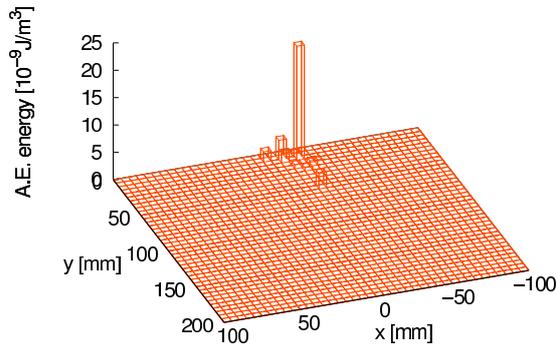
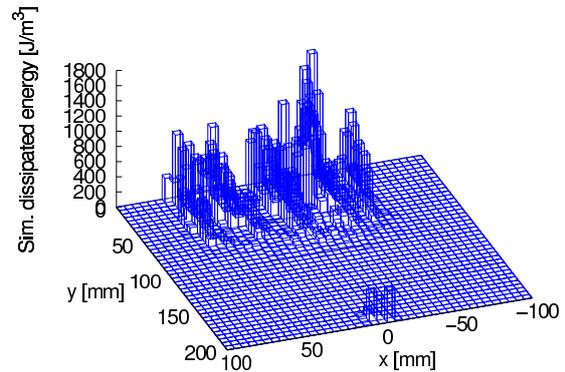


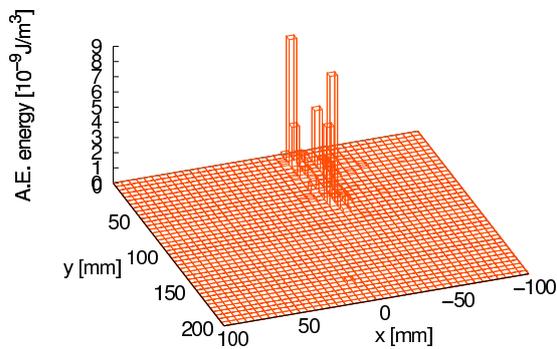
FIGURE 3.16 – Histogrammes 3D de la distribution d'énergie dissipée obtenus d'après les émissions acoustiques (Expérimental, colonne de gauche) et le modèle mésoscopique (Simulation, colonne de droite) pour les poutres de type FN200. Les résultats correspondent aux moyennes sur 3 essais et 10 simulations.



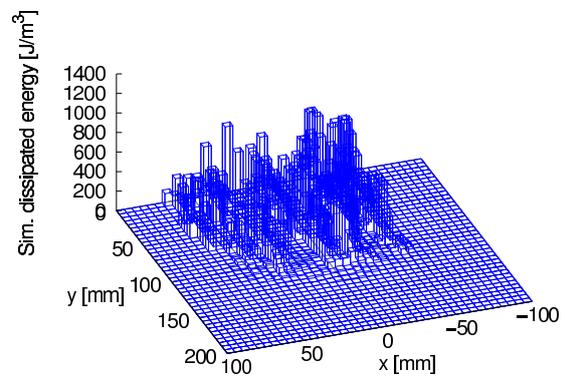
(a) Intervalle ΔG_1 - Expérimental



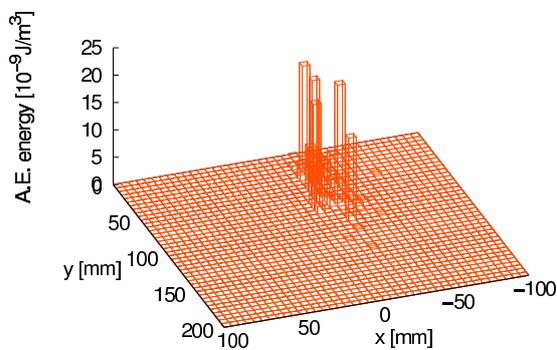
(b) Intervalle ΔG_1 - Simulation



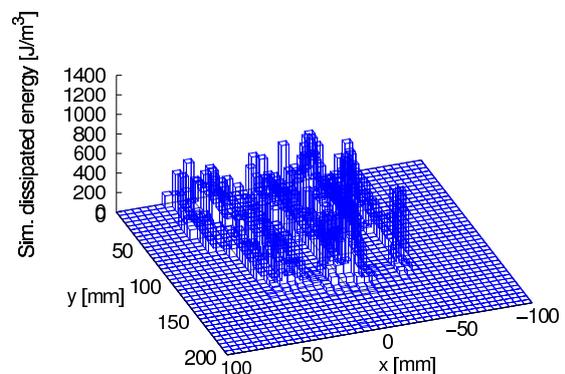
(c) Intervalle ΔG_2 - Expérimental



(d) Intervalle ΔG_2 - Simulation



(e) Intervalle ΔG_3 - Expérimental



(f) Intervalle ΔG_3 - Simulation

FIGURE 3.17 – Histogrammes 3D de la distribution d'énergie dissipée obtenus d'après les émissions acoustiques (Expérimental, colonne de gauche) et le modèle mésoscopique (Simulation, colonne de droite) pour les poutres de type UN200. Les résultats correspondent aux moyennes sur 2 essais et 10 simulations.

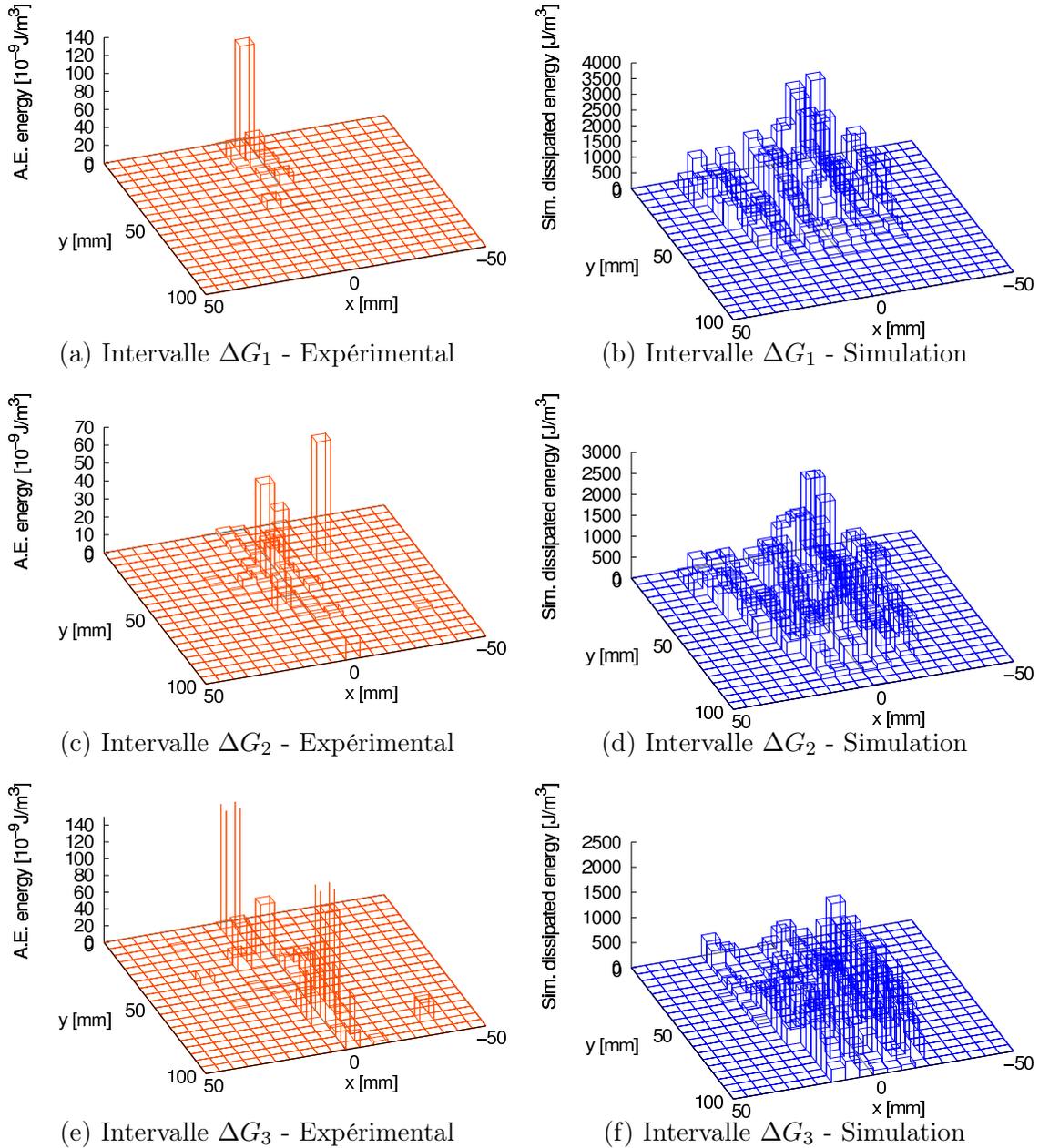


FIGURE 3.18 – Histogrammes 3D de la distribution d'énergie dissipée obtenus d'après les émissions acoustiques (Expérimental, colonne de gauche) et le modèle mésoscopique (Simulation, colonne de droite) pour les poutres de type UN100. Les résultats correspondent aux moyennes sur 2 essais et 10 simulations.

Nous pouvons tout d'abord noter que les résultats expérimentaux présentent une dispersion plus importante que les résultats numériques. Les événements acoustiques sont filtrés avec un seuil relativement bas (les événements de moins de 35dB ne sont pas conservés) ce qui permet d'éliminer une partie du bruit de fond. Cette valeur basse nous permet de conserver les petits événements de fissuration, mais n'élimine pas tout le bruit de fond, ce qui peut expliquer cette dispersion. Cependant, malgré cette dispersion, les tailles des zones concernées par la micro-

fissuration sont semblables.

Lors de l'amorçage de la fissure dans les poutres entaillées (intervalle ΔG_1), une grande partie de l'énergie est dissipée au voisinage de l'axe de l'entaille, et les événements les plus énergétiques sont situés en pointe d'entaille.

Dans les poutres non-entaillées, une tendance similaire est observée. Cependant, il n'y a pas assez d'évènements acoustiques avant l'apparition de la fissure pour obtenir une distribution spatiale de la micro-fissuration représentation de la phase précédant le processus de localisation. Après la phase d'amorçage et pendant la propagation de la fissure (intervalles ΔG_2 et ΔG_3), nous observons des tendances similaires entre les éprouvettes entaillées et non entaillées.

Il est plus aisé de comparer les distributions spatiales des événements d'endommagement et des événements acoustiques en s'appuyant sur des projections suivant un axe. Nous allons pour cela considérer l'axe de l'entaille, qui sera nommé axe vertical, et l'axe perpendiculaire à l'entaille, qui sera nommé axe horizontal.

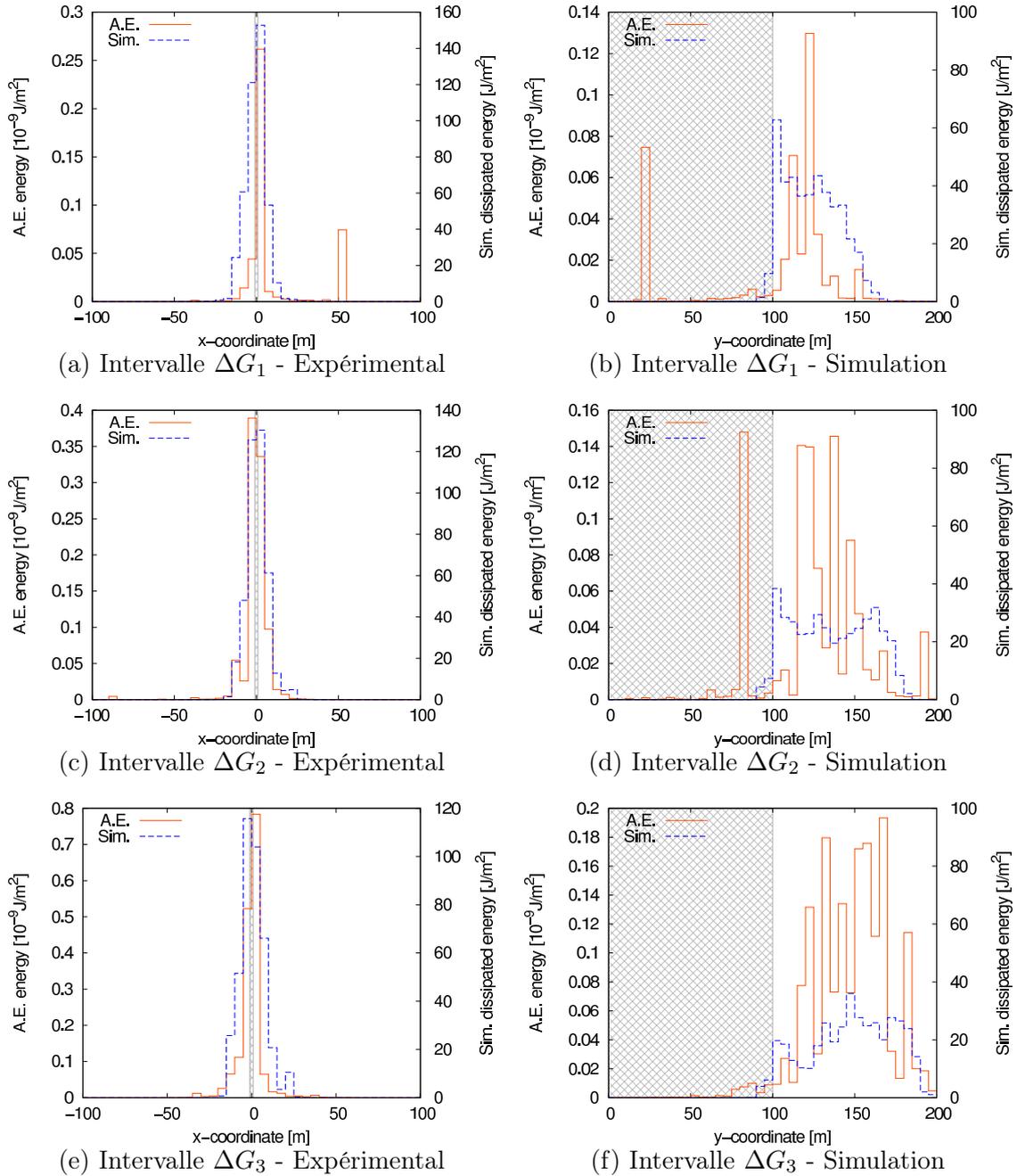


FIGURE 3.19 – Projection horizontale et verticale de la distribution d'énergie dissipée pour les poutres de type HN200. La zone grisée pour y compris entre 0 et 100mm représente l'entaille.

3.3. Validation du modèle lattice

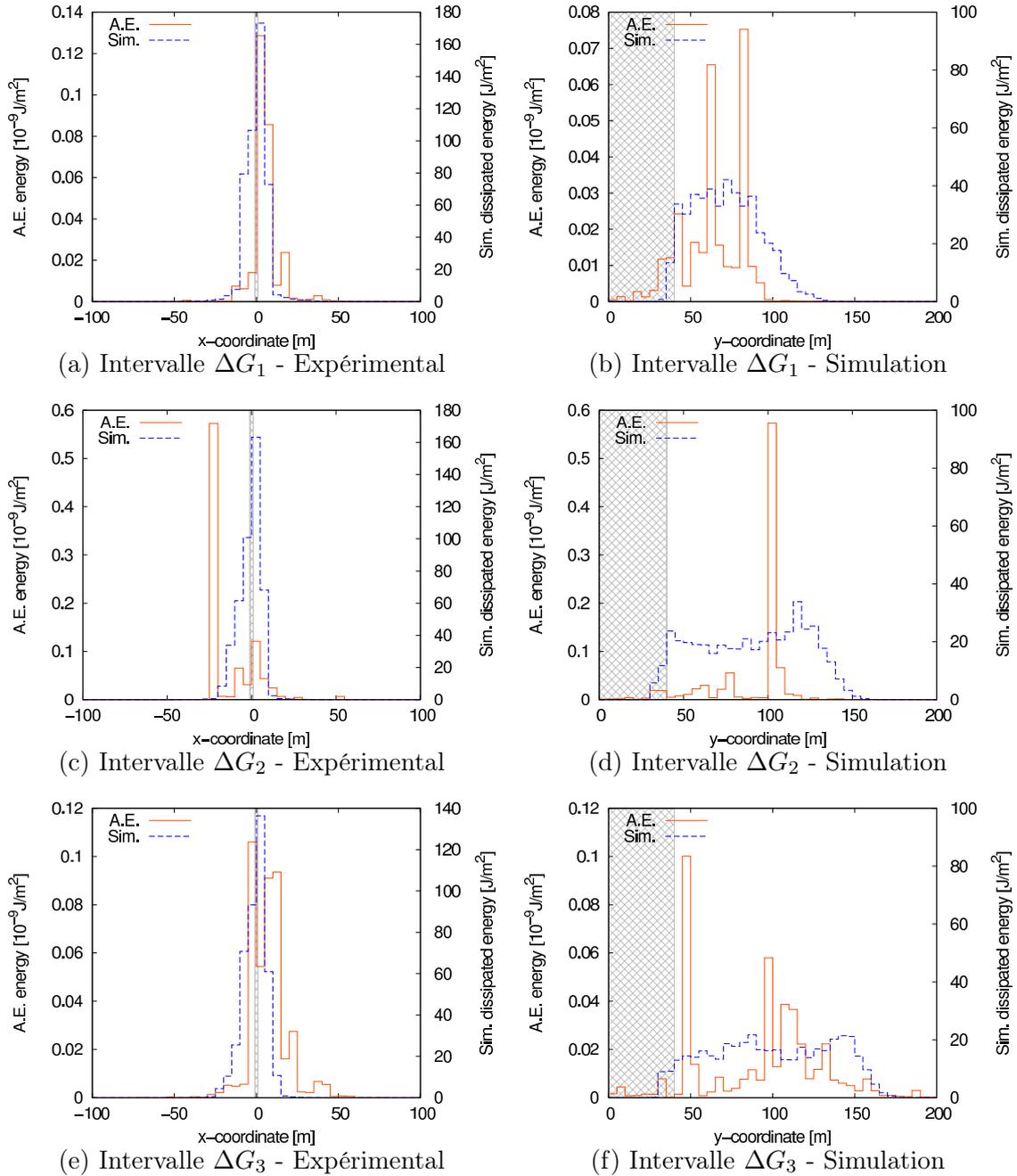


FIGURE 3.20 – Projection horizontale et verticale de la distribution d'énergie dissipée pour les poutres de type FN200. La zone grisée pour y compris entre 0 et 50mm représente l'entaille.

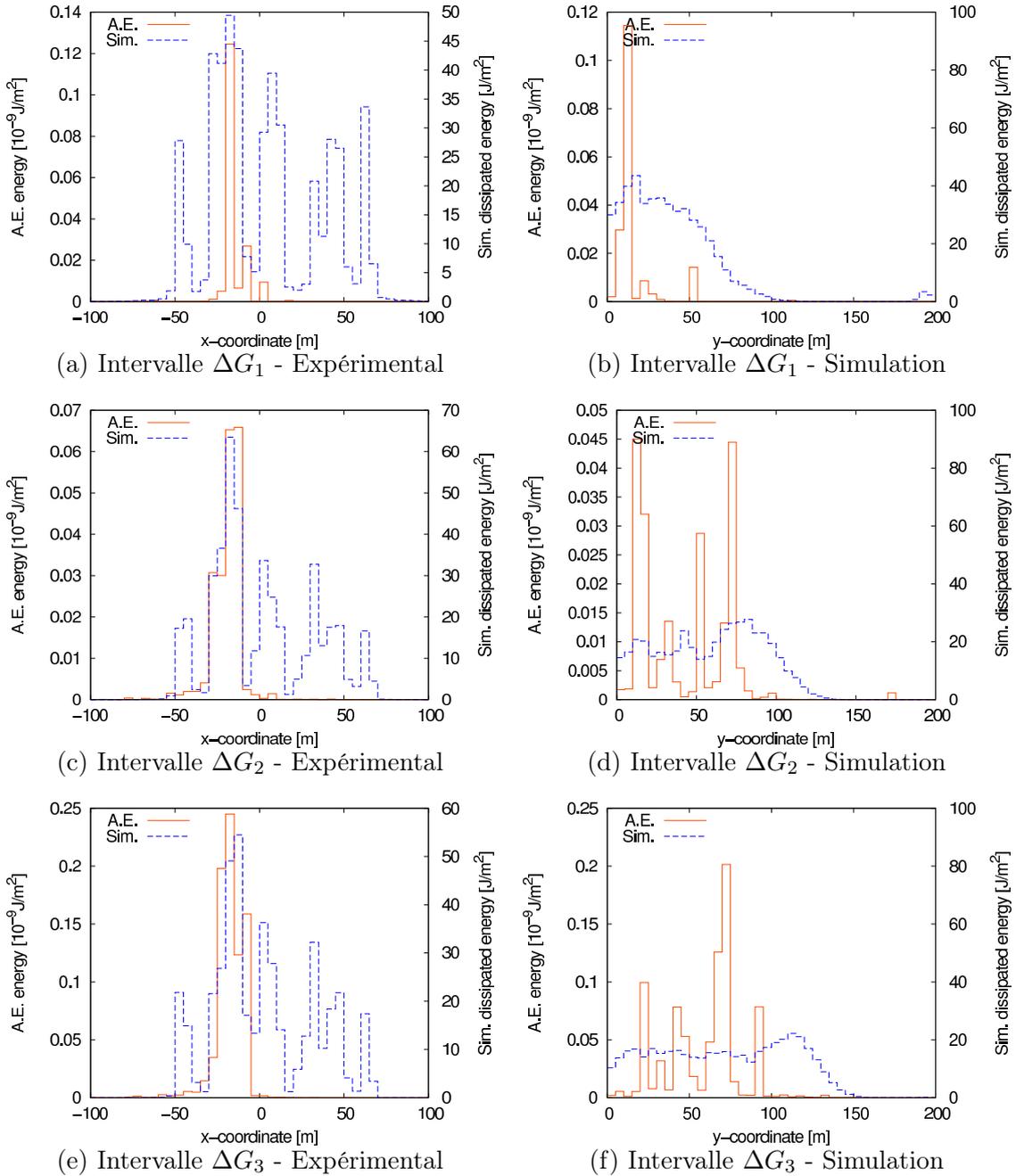


FIGURE 3.21 – Projection horizontale et verticale de la distribution d'énergie dissipée pour les poutres de type UN200.

3.3. Validation du modèle lattice

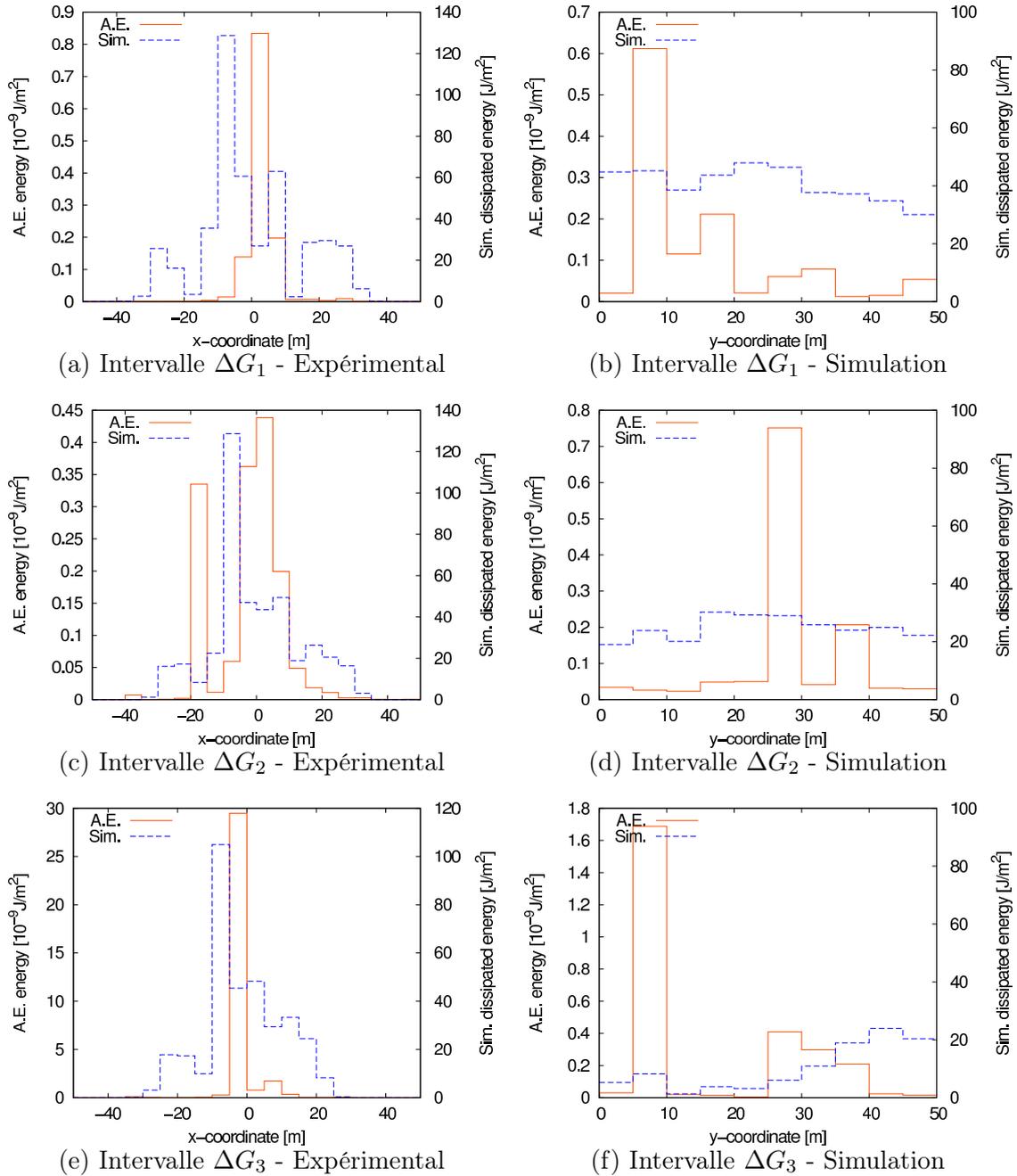


FIGURE 3.22 – Projection horizontale et verticale de la distribution d'énergie dissipée pour les poutres de type UN100.

Nous observons que, transversalement à la direction de propagation de la fissure, les profils présentent la même étendue spatiale quel que soit le type de poutre et l'incrément considéré. Ces profils sont assez similaires même si les profils expérimentaux sont plus fragmentés, avec des pics successifs. Ce phénomène peut être relié à la qualité des données expérimentales, où quelques signaux de forte intensité dominant, et au petit nombre d'essais considérés.

Il faut également noter, dans le cas des poutres non-entaillées, que le fait de calculer la

moyenne des énergies dissipées sur 10 simulations numériques a tendance à répartir l'énergie dans tout l'espace car pour 2 calculs différents la fissure n'est pas forcément située au même endroit.

Cette similitude entre les résultats du modèle représentant le comportement à l'échelle mésoscopique du matériau, et les résultats expérimentaux démontre que le modèle numérique est non seulement capable de fournir des résultats pertinents sur le fonctionnement global de la structure, mais aussi de décrire, qualitativement en intensité et quantitativement en position, les mécanismes de dissipation d'énergie dans le matériau.

3.3.3.2 Comparaison des longueurs de corrélation

Dans cette partie, nous allons comparer les données expérimentales et numériques en les analysant à l'aide des fonctions de Ripley pour en extraire des longueurs de corrélation.

A partir des histogrammes d'énergies obtenus précédemment, nous convertissons l'intensité de chaque cellule en un nombre de points proportionnel à cette intensité. Les points sont distribués aléatoirement dans chaque cellule. Les fonctions de Ripley ne dépendent pas du nombre total de points (cf. figure 3.4), mais seulement des contrastes de densité. Ainsi notre analyse ne dépend pas du facteur de proportionnalité utilisé. En pratique, nous déterminons la cellule dont l'intensité est maximale, et nous disposons 200 points dans cette cellule. Le nombre de points dans les autres cellules est déterminé par proportionnalité.

Après ce travail de préparation, nous analysons les nuages de points obtenus à l'aide des fonctions de Ripley, et nous en déterminons les longueurs de corrélation associées. Il faut noter que cette procédure tend à favoriser les zones les plus énergétiques, car elles seront plus denses en points. La longueur de corrélation ainsi obtenue est donc plus petite que si nous ne prenions pas en compte l'énergie. Pour la même raison, cette longueur ne peut pas être directement reliée à la taille de la zone d'élaboration. Le seul but de cette analyse est de comparer les résultats numériques avec les résultats expérimentaux.

3.4. Evolution des longueurs de corrélation

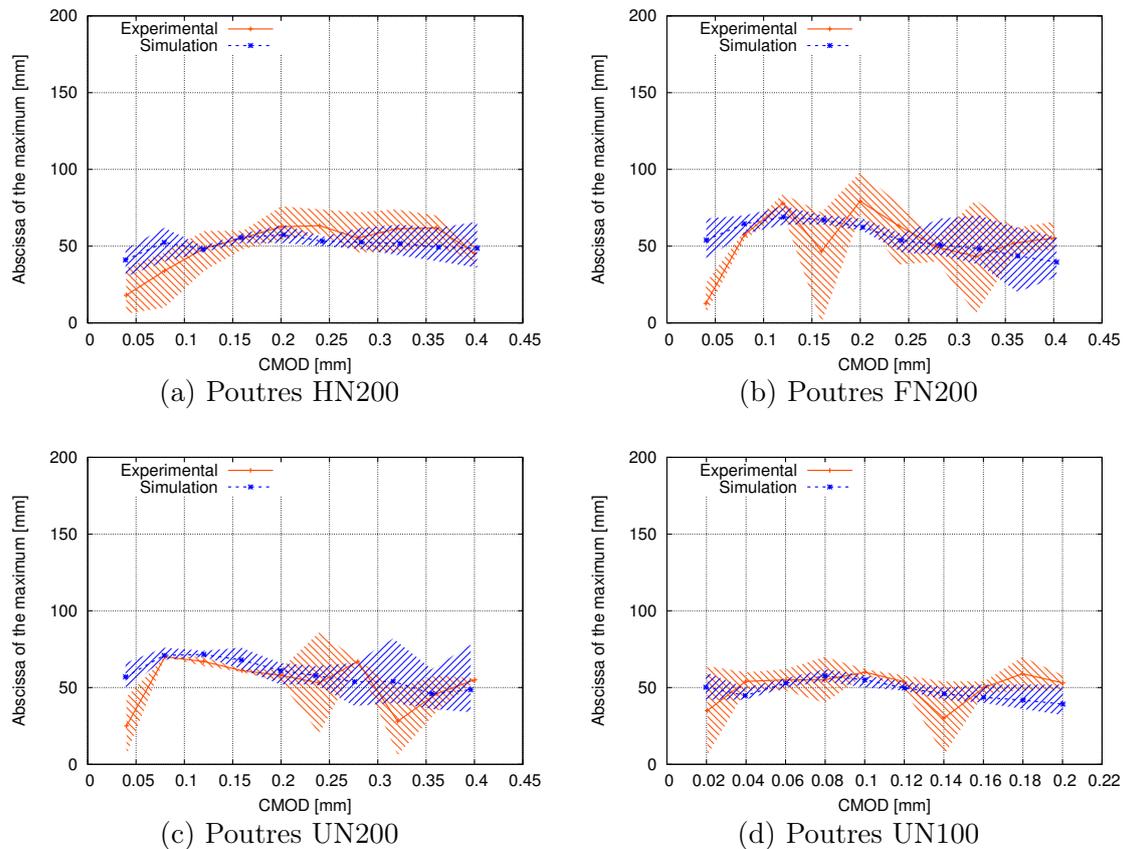


FIGURE 3.23 – Comparaison des longueurs de corrélations extraites à partir des résultats expérimentaux, et celles extraites à partir des résultats des simulations numériques. Les résultats correspondent aux moyennes sur 3 essais et 10 simulations pour les poutres de type HN200 et FN200, ils correspondent aux moyennes sur 2 essais et 10 simulations pour les poutres de type UN200 et UN100.

La figure 3.23 présente les résultats de cette analyse. Elle nous permet de comparer les données numériques et les données expérimentales. La longueur de corrélation présentée correspond à l'abscisse du maximum de la fonction L . Même si une dispersion importante est observée sur les résultats expérimentaux, nous observons tout de même une bonne concordance entre les longueurs identifiées à partir des résultats numériques et celles identifiées à partir des résultats expérimentaux. Ceci signifie que le modèle numérique que nous utilisons, et la procédure d'analyse que nous avons développée à l'aide des fonctions de Ripley est un outil permettant d'analyser correctement l'évolution des longueurs de corrélation au cours d'un processus de propagation de fissure.

3.4 Evolution des longueurs de corrélation

Nous allons maintenant analyser, à l'aide de la fonction L de Ripley, les longueurs de corrélations qui peuvent être mises en évidence au cours de l'amorçage et la propagation d'une fissure dans un matériau. Nous réaliserons cette analyse pour un chargement de traction et un chargement de flexion. Nous étudierons également l'impact de la présence d'une entaille sur le développement de l'endommagement dans l'éprouvette.

Pour ces études, nous nous intéressons à la distribution spatiale des événements d'endommagement entre deux pas de temps et non à leur intensité. Pour cette raison, nous ne prendrons pas en compte leur énergie. D'autre part, nous ne considérerons pas les éléments dont l'endommagement est supérieur à 99% afin que les éléments représentant la fissure après localisation (ou macro-fissure) ne perturbent pas notre analyse.

3.4.1 Réponse en traction d'une éprouvette entaillée

Dans cette partie, nous appliquons la méthode d'extraction des longueurs de corrélation sur un essai de traction. Nous considérons un modèle avec les mêmes paramètres que ceux considérés précédemment (cf. tableau 3.3).

L'éprouvette comporte une entaille sur sa face inférieure. La longueur de l'entaille est égale à la moitié de la hauteur de l'éprouvette. L'essai est piloté en fonction de l'ouverture de l'entaille. La figure 3.24 ci-dessous représente la géométrie du modèle utilisé pour les essais de traction et les conditions aux limites. Les courbes force-CMOD obtenues à l'issue de ces simulations sont présentées sur la figure 3.25 .

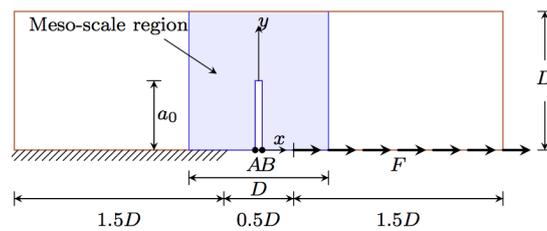


FIGURE 3.24 – Géométrie et conditions aux limites du modèle utilisé pour les essais de traction sur une poutre entaillée ($D = 100\text{mm}$ et $a_0 = D/2$). La face inférieure de gauche est bloquée en déplacements. Un déplacement horizontal est imposé sur la face inférieure de droite. Les déplacements sont libres de part et d'autre de l'entaille sur une largeur $0,5D$.

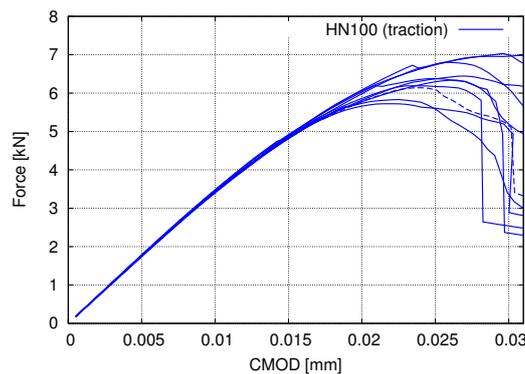


FIGURE 3.25 – Courbes force-CMOD obtenues en simulant des essais de traction sur des poutres entaillées HN100. La courbe en trait interrompu correspond à l'essai pour lequel la distribution spatiale de l'endommagement est détaillée figure 3.26.

Nous représentons ci-dessous les cartographies des événements d'endommagement pour 4 intervalles de CMOD. Ces cartographies nous permettent d'observer que les événements d'endommagement

3.4. Evolution des longueurs de corrélation

agement se localisent essentiellement en périphérie des granulats. En effet, dans le béton, c'est l'interface entre les granulats et le mortier qui a la résistance en traction la plus faible.

Autour de $30\mu\text{m}$, il y a une chute brutale de la résistance de l'éprouvette, et seuls quelques éléments (en grande partie situés dans la matrice) continuent de s'endommager tout en conservant un endommagement inférieur à 99%.

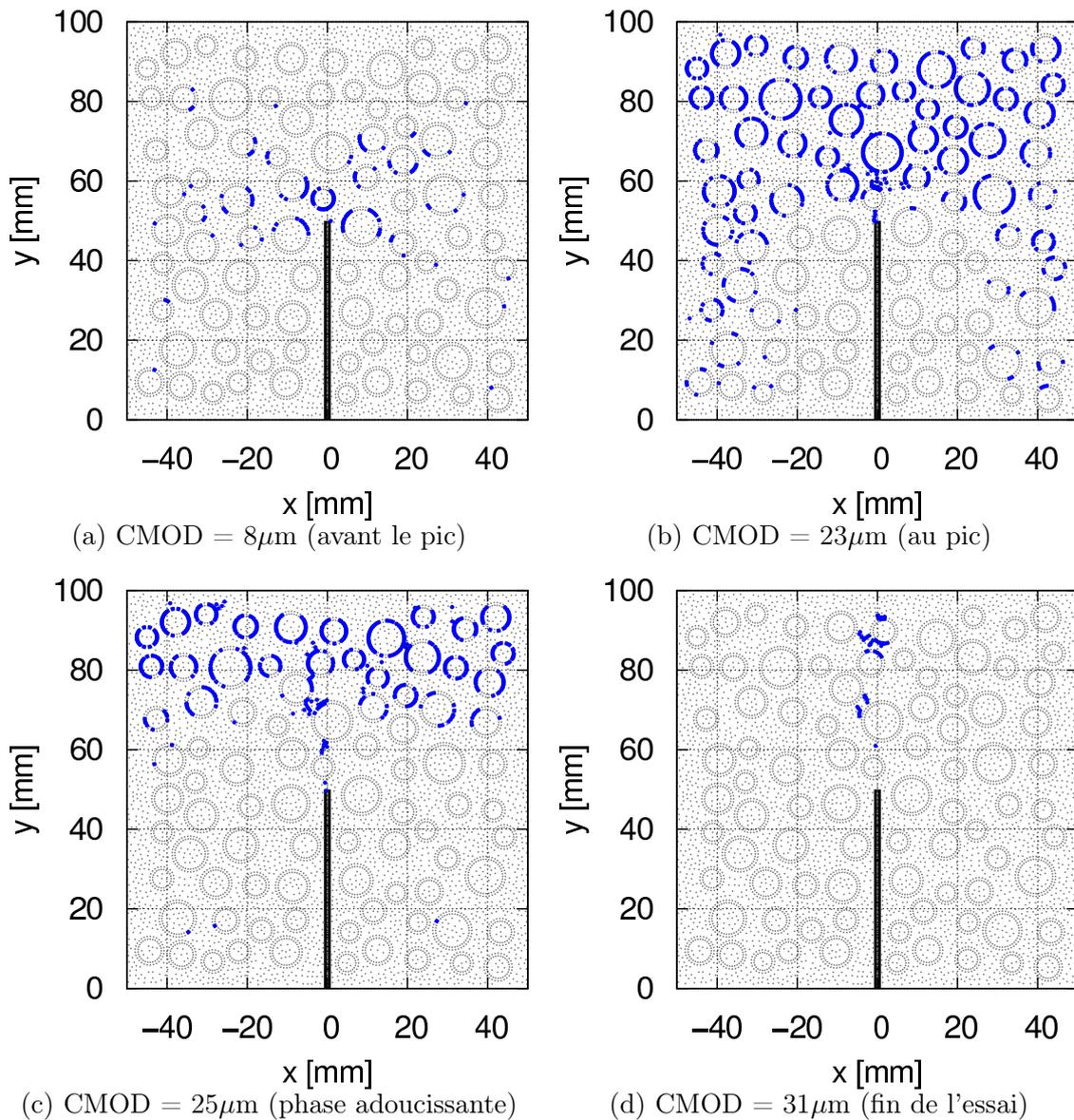


FIGURE 3.26 – Distribution spatiale des événements d'endommagement pour une simulation. Essai de traction sur une éprouvette HN100. La courbe force-CMOD de l'essai est représentée sur la figure 3.25

Pour chaque incrément de CMOD de $1\mu\text{m}$, la fonction L de Ripley est calculée directement à partir de la distribution des événements d'endommagement intervenus au cours de l'intervalle. La longueur de corrélation considérée correspond à l'abscisse du maximum de la fonction L .

Dans cette analyse, le nuage de points n'est pas projeté sur une grille et l'énergie n'est pas

prise en compte. Il est donc légitime de relier la longueur de corrélation ainsi extraite à la taille de la zone d'élaboration, et par la suite, elle pourrait être reliée à la longueur interne qui est utilisée dans les modèles non-locaux.

Au début de l'essai, nous observons sur la figure 3.27 que l'endommagement se développe progressivement dans tout l'échantillon. Ainsi la longueur de corrélation augmente et pourrait atteindre la taille de la zone décrite de façon mésoscopique. Cependant, pour une ouverture d'entaille proche de $20\mu\text{m}$, l'endommagement commence à se localiser en pointe d'entaille au sein d'une zone d'élaboration pour former une fissure. Au-delà de $20\mu\text{m}$, la longueur de corrélation diminue. Au-delà de $30\mu\text{m}$, il devient difficile d'analyser la longueur de corrélation extraite car les évènements sont trop peu nombreux et trop dispersés.

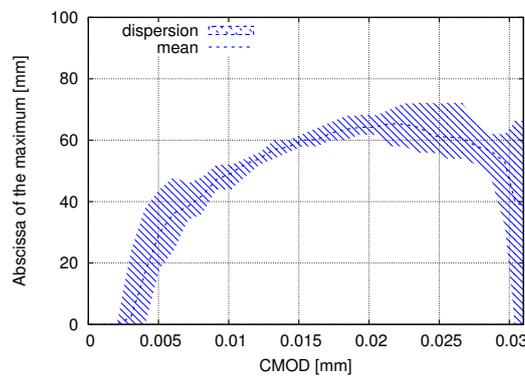


FIGURE 3.27 – Evolution de la longueur de corrélation pour un essai de traction sur une éprouvette entaillée de type HN100 (10 simulations).

3.4.2 Réponse en flexion simple et effet de l'entaille

Dans cette partie, nous appliquons la méthode d'extraction des longueurs de corrélation sur un essai de flexion 3 points semblable à ceux qui ont été présentés plus haut. Nous allons comparer la réponse de deux éprouvettes de 100mm de hauteur. La première comporte une entaille de 50mm (poutre HN100), la seconde n'est pas entaillée (poutre UN100). Nous présentons ci-dessous les courbes force-CMOD pour les 10 simulations réalisées avec chaque géométrie.

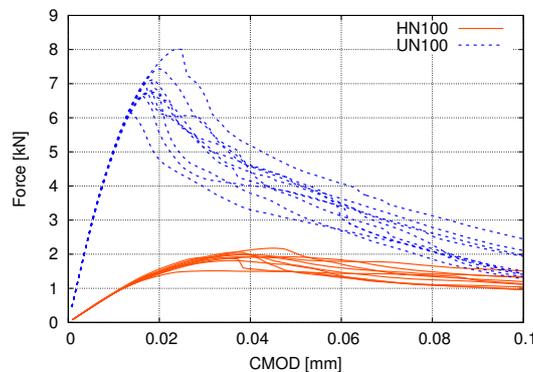


FIGURE 3.28 – Courbes forces-CMOD au cours du chargement en flexion 3 points des les poutres HN100 et UN100. 10 simulations sont réalisées pour chaque géométrie.

3.4. Evolution des longueurs de corrélation

A chaque pas de calcul ($\Delta\text{CMOD} = 1 \times 10^{-6}\text{m}$), nous étudions le nuage de points représentant les évènements d'endommagement intervenus au cours du pas de temps. Rappelons que ce nuage de points n'est pas projeté sur une grille et que l'énergie n'est pas prise en compte. Il est représenté ci-dessous pour l'intervalle comprenant le pic de la courbe force-CMOD (cf. figure 3.29) et également pour l'intervalle comprenant la valeur de CMOD égale à 0,05mm (cf. figure 3.30).

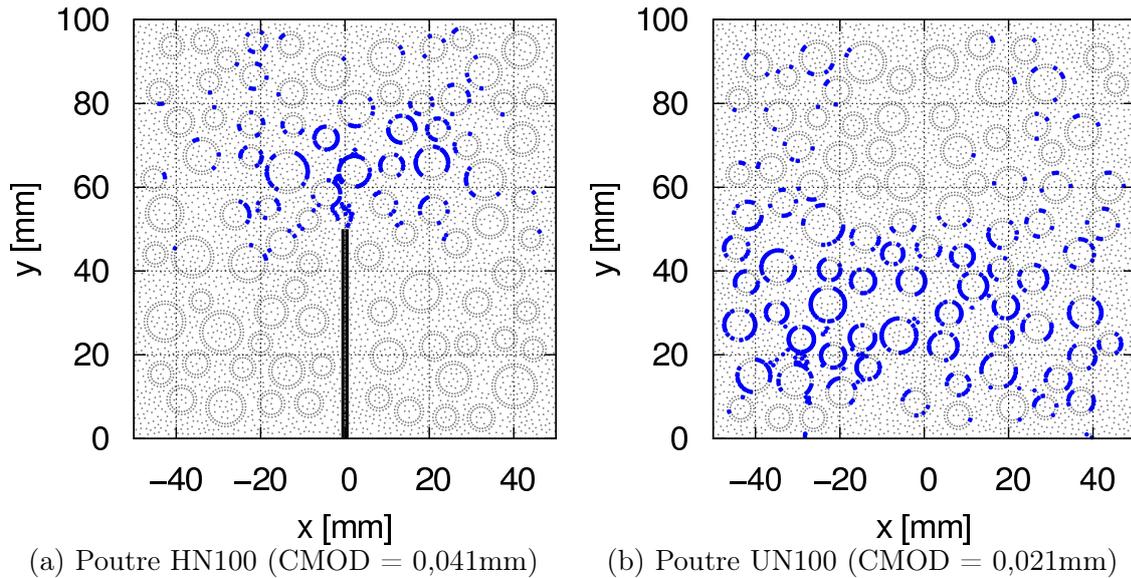


FIGURE 3.29 – Localisation des évènements d'endommagement au pic de la courbe force-CMOD en flexion 3 points : (a) poutre HN100, (b) poutre UN100.

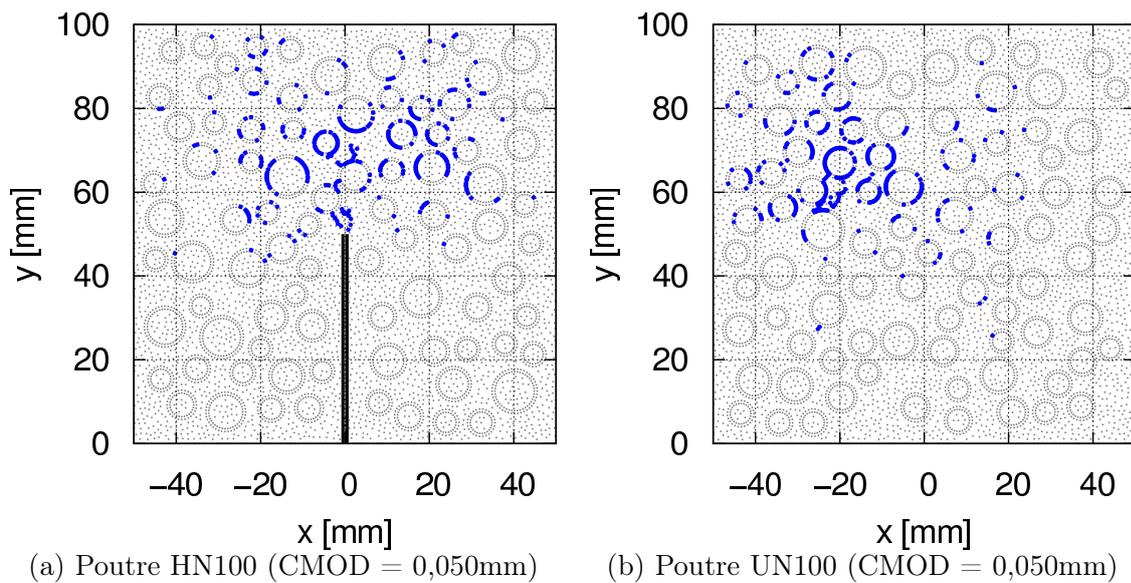


FIGURE 3.30 – Localisation des évènements d'endommagement pour un CMOD de 0,050mm en flexion 3 points : (a) poutre HN100, (b) poutre UN100.

Pour chaque pas de temps nous identifions l'abscisse du maximum de la fonction L de Ripley et nous traçons son évolution sur la figure ci-dessous.

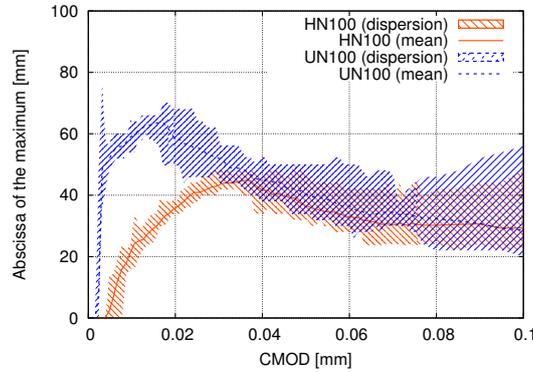


FIGURE 3.31 – Evolution de la longueur de corrélation au cours d'un chargement en flexion 3 points pour une poutre HN100 et UN100. 10 simulations sont réalisées pour chaque géométrie.

Pour l'éprouvette entaillée, nous observons que l'évolution de l'endommagement est similaire à ce qui avait été observé en traction directe. L'endommagement apparaît en pointe d'entaille et la longueur de corrélation associée augmente jusqu'à atteindre un plateau à une valeur proche de 3 à 4 fois la taille des plus gros granulats ($\approx 10\text{mm}$). Cependant, étant donnée la petite taille de l'éprouvette, la zone d'élaboration de la fissure est très rapidement au voisinage du bord supérieur de la fissure ce qui provoque une diminution de la longueur de corrélation (cf. figure 3.31).

Pour l'éprouvette non-entaillée, l'évolution de la longueur est très différente. En l'absence d'entaille, il n'y a pas de localisation initiale de l'endommagement, et celui-ci est dispersé sur toute la face inférieure de la poutre. Ainsi, la longueur de corrélation est proche de la taille de la zone mésoscopique. Puis l'endommagement se localise autour d'une fissure qui se propage à partir de la face inférieure de la poutre. Cette fissure est alors précédée d'une zone d'élaboration qui peut notamment être observée sur la figure 3.30 (b). La longueur de corrélation décroît jusqu'à atteindre le même plateau que celui observé dans le cas d'une éprouvette entaillée.

3.5 Bilan

Dans cette partie nous avons présenté une analyse détaillée du phénomène d'amorçage et de propagation d'une fissure à l'échelle mésoscopique. Cette étude s'appuie à la fois sur des résultats numérique et des résultats expérimentaux.

Il avait été montré, en s'appuyant sur les courbes force-CMOD, qu'un modèle lattice représentant le matériau à l'échelle mésoscopique est capable de reproduire les effets d'échelle pour des éprouvettes entaillées et non-entaillées.

Nous avons ici mené une étude plus complète. Tout d'abord en montrant de façon qualitative, à l'aide d'histogrammes, que la distribution spatiale de l'énergie dissipée calculée par le modèle était cohérente avec les résultats obtenus expérimentalement par localisation des émissions acoustiques.

Puis nous avons proposé un outil s'appuyant sur les fonctions de Ripley pour extraire une longueur de corrélation à partir d'une cartographie d'endommagement.

Cet outil nous permet de faire les conclusions suivantes :

- L'utilisation des fonctions de Ripley permet de définir un indicateur pertinent sur le caractère aléatoire d'une distribution de points
- Il est possible d'extraire une longueur de corrélation à partir de la fonction L de Ripley. Cette longueur pourrait être reliée à la longueur interne utilisée pour les modèles non-locaux. Cependant la relation entre la longueur de corrélation et la longueur interne reste à préciser.
- Les évolutions de la longueur de corrélation au cours du processus de rupture ont été présentés. Des comparaisons entre les résultats issus du modèle numérique et ceux issus des essais expérimentaux ont été proposées. Même si une dispersion significative est observée pour les résultats expérimentaux, les longueurs de corrélations sont concordantes entre les deux sources de données. Ceci signifie que le modèle numérique et l'analyse à l'aide des fonctions de Ripley peuvent être utilisés pour étudier l'évolution des longueurs de corrélation au cours d'un processus de rupture.
- Une analyse plus fine a été menée à l'aide du modèle numérique. Les résultats montrent que la longueur de corrélation n'est pas constante au cours du processus d'endommagement et que des différences significative sont observées en fonction du mode de chargement et de la géométrie de l'éprouvette.

Par la suite, il reste à étudier plus en détail le lien qui existe entre la longueur de corrélation mise en évidence à l'aide des fonctions de Ripley, et la longueur interne introduite dans les modèles non-locaux.

Il faut également préciser que l'analyse menée à l'aide des fonctions de Ripley peut être améliorée notamment en modifiant la distribution de points considérée (filtrage des événements formant des motifs particuliers, exclusion de la macro-fissure à l'aide de critères sur la déformation, etc.).

Il semble également possible d'analyser d'autres grandeurs que la seule abscisse du maximum. Par exemple la valeur du maximum peut fournir des éléments sur le contraste de densité de points par rapport à la densité moyenne. Le nombre de pics observés peut aussi mettre en évidence la présence de plusieurs fissures.

Chapitre 4

Comportement des discontinuités

Sommaire

4.1	Introduction et démarche	75
4.2	Représentation et loi de comportement des joints	75
4.2.1	Organisation du maillage au voisinage des joints	76
4.2.2	Comportement des éléments joints	77
4.3	Essai de cisaillement indirect	89
4.3.1	Principe de l'essai expérimental	89
4.3.2	Simulation d'un essai sur une éprouvette de 200mm	91
4.3.3	Bilan	94
4.4	Cas d'application : interactions fissure-joint	95
4.4.1	Présentation du modèle	95
4.4.2	Interactions avec un joint	96
4.5	Bilan	99

4.1 Introduction et démarche

Nous avons vu dans le premier chapitre que les roches de type "shales" étaient traversées par de nombreuses discontinuités. Ces discontinuités sont variées. Elles peuvent être de différentes épaisseurs, de différentes longueurs et comporter ou non un matériau de remplissage.

Dans le cadre de notre étude, nous nous sommes concentrés sur des discontinuités dont l'épaisseur est de l'ordre du millimètre et qui comportent un matériau de remplissage par cristallisation (par exemple de la calcite).

Il faut noter que l'histoire géologique de ce remplissage a un impact significatif sur son comportement. En effet si aucun mouvement tectonique n'a eu lieu après sa formation, il peut se trouver dans un état où les contraintes y sont quasiment nulles. Cet état de contraintes est donc très différent du milieu rocheux environnant qui est généralement confiné par la contrainte géostatique. Au contraire, sous l'effet de contraintes tectoniques appliquées après sa cristallisation, ce matériau peut se trouver sollicité au-delà de sa limite élastique.

Nous ferons ici l'hypothèse que le matériau de remplissage se trouve initialement dans un état de contraintes semblable à celui des épontes.

Nous avons vu précédemment que le modèle lattice permettait de représenter de façon pertinente la fissuration d'un matériau quasi-fragile à l'aide d'une loi élastique endommageable. Nous tenions à conserver cet acquis pour représenter le comportement d'un joint sous sollicitation normale. Cependant les joints considérés présentent le plus souvent un comportement non-linéaire vis-à-vis de sollicitations en cisaillement. Cet aspect est souvent représenté à l'aide d'une loi de comportement plastique.

L'objet de ce chapitre est donc de présenter une nouvelle loi de comportement permettant de représenter au sein d'un même élément :

- un comportement élastique endommageable sous sollicitation normale,
- un comportement élasto-plastique sous sollicitation tangentielle,
- un couplage entre endommagement et déformation plastique.

Nous commencerons par présenter la stratégie adoptée pour représenter un joint dans le modèle lattice, puis le couplage entre le comportement endommageable et le comportement plastique du matériau.

Puis nous étudierons les interactions entre une fissure stimulée mécaniquement au niveau d'une entaille et un joint en fonction de différents paramètres, nous montrerons ainsi l'intérêt de notre modèle et étudierons la sensibilité aux différents paramètres.

En annexe, le paragraphe 8.1, présente les résultats des campagnes expérimentales menées par Olivier Nouailletas en 2014 et 2015 au sein de l'équipe G2MP. Ces essais ont permis de caractériser le comportement d'un joint en cisaillement indirect en fonction des caractéristiques mécaniques du matériau de remplissage.

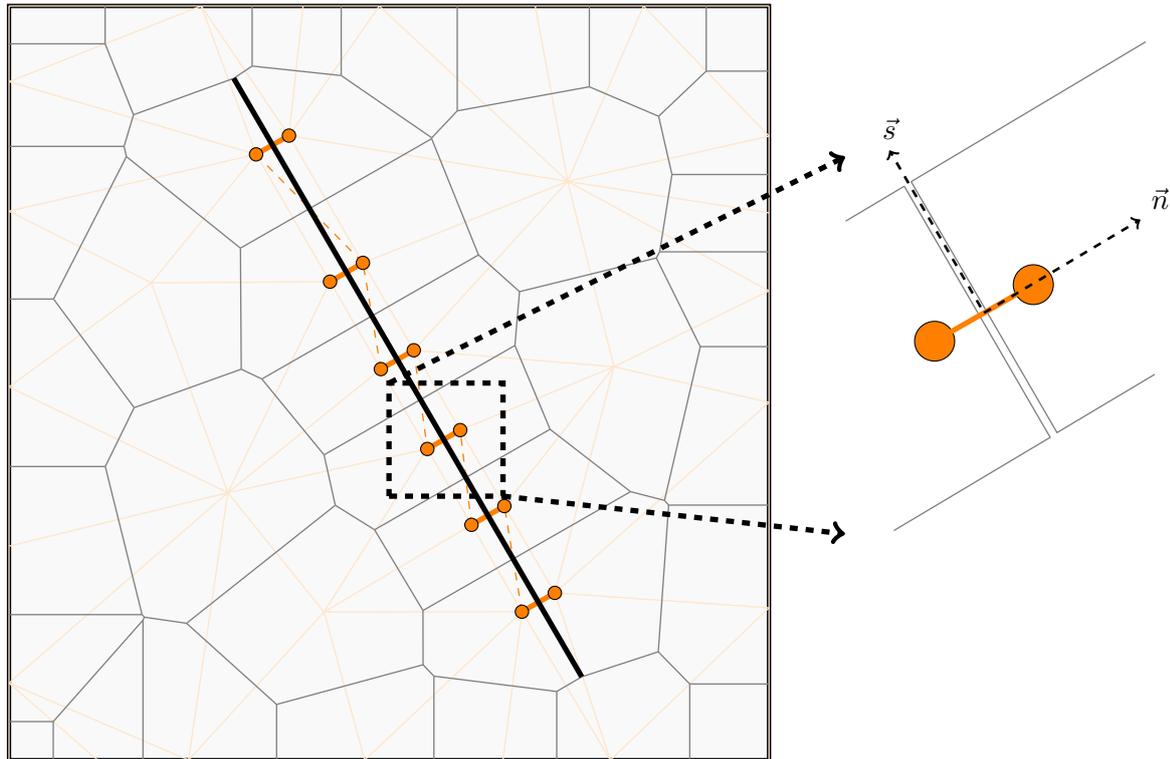
4.2 Représentation et loi de comportement des joints

Dans le chapitre 1, nous avons détaillé les équations du modèle élastique endommageable utilisé par exemple pour représenter le comportement d'un matériau hétérogène. Dans ce paragraphe, nous allons tout d'abord présenter la méthode de maillage adoptée pour représenter l'hétérogénéité que constitue le joint. Par la suite nous détaillerons la loi de comportement

élasto-plastique endommageable que nous avons mise au point dans le cadre de cette étude et implémentée dans notre modèle lattice.

4.2.1 Organisation du maillage au voisinage des joints

Les joints sont représentés explicitement dans notre modèle à l'aide d'éléments mécaniques reliant les deux faces de la discontinuité (cf. figure 4.1).



Légende :

- Points disposés de part et d'autre du joint à représenter dans le maillage
- Joint représenté explicitement dans le maillage
- Interfaces entre polyèdres
- Eléments mécaniques représentant le comportement du joint
- - - - - Eléments mécaniques issus de la triangulation de Delaunay mais de section nulle
- (\vec{n}, \vec{s}) Repère local associé au joint

FIGURE 4.1 – Maillage adopté pour représenter explicitement un joint non débouchant, incliné de 30° par rapport à la verticale, dans le modèle lattice.

Pour cela, le maillage est généré en disposant des points alignés de part et d'autre du joint. La tessellation de Voronoï alors obtenue est composée de polyèdres dont une face est alignée avec le joint à représenter.

La triangulation de Delaunay comporte deux types d'éléments traversant le joint (cf. figure 4.1) :

- **Des éléments perpendiculaires aux épontes.** Dans ces éléments, le repère local de l'élément coïncide avec le repère associé au joint. Ainsi le comportement mécanique de l'élément sous une sollicitation normale $(\sigma_n, \varepsilon_n)$ permettra de représenter la réponse du joint en mode I (ouverture, fermeture), et le comportement en cisaillement de l'élément $(\sigma_s, \varepsilon_s)$ correspondra au comportement du joint sous une sollicitation tangentielle.
- **Des éléments inclinés par rapport aux épontes.** Ces éléments mécaniques représentent les interactions entre deux polyèdres qui ne sont en contact qu'au niveau de leurs angles. La longueur du contact entre ces deux polyèdres étant nulle (elle est réduite à un point), nous négligeons ces éléments dans le cadre de nos calculs ce qui permet d'avoir une matrice de raideur mieux conditionnée. Chacun de ces éléments mécanique possède un élément dual dans la tessellation de Voronoï de longueur nulle. Nous avons supprimé l'élément dual en confondant les deux noeuds de la tessellation de Voronoï qui étaient superposés.

Dans la suite de ce manuscrit, nous appellerons '*éléments joints du modèle lattice*' les éléments mécaniques perpendiculaires au plan du joint. Ce sont ces éléments qui pilotent le comportement du joint sous sollicitations normales et tangentielles.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que le module d'Young local E_l introduit dans la loi de comportement du joint correspondra au module d'Young apparent. En effet, le joint étant représenté par des éléments mécaniques de même longueur et parfaitement parallèles, la distinction mise en évidence dans l'équation 2.15 n'a pas lieu d'être pour les éléments joints.

4.2.2 Comportement des éléments joints

Dans l'étude bibliographique, nous avons présenté le comportement d'un joint soumis à une sollicitation tangentielle (cf. 2.4.2.3). Dans le cadre de notre étude, nous avons cherché à proposer une loi permettant de reproduire ce comportement en jouant sur le couplage entre la plasticité et l'endommagement.

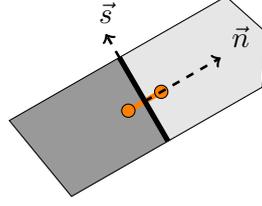
4.2.2.1 Comportement élasto-plastique parfait

Nous avons tout d'abord développé dans le modèle lattice une loi de comportement élasto-plastique permettant de relier la déformation tangentielle et la contrainte tangentielle. Ce travail a été mené en considérant également une dilatance, bien que par manque de données, nous n'ayons pas représenté ce phénomène dans la suite de notre étude. C'est donc une loi de plasticité non-associée que nous allons maintenant présenter.

Equations générales de plasticité

Nous adoptons les notations suivantes :

- $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ représente le tenseur des déformations totales,
- $[\boldsymbol{\varepsilon}^E]$ représente le tenseur des déformations élastiques,
- $[\boldsymbol{\varepsilon}^P]$ représente le tenseur des déformations plastiques,
- $[\boldsymbol{\sigma}]$ représente le tenseur des contraintes.


 FIGURE 4.2 – Représentation du repère local (\vec{n}, \vec{s}) associé à un élément joint.

La déformation totale est égale à la somme des déformations plastiques et élastiques (cf. équation 4.1). Connaissant la déformation totale à un instant donné, l'enjeu de la loi de comportement élasto-plastique est donc de déterminer quelle est la part de déformations plastiques.

$$[\varepsilon] = [\varepsilon^E] + [\varepsilon^P] \quad (4.1)$$

Le tenseur des déformations élastiques est relié au tenseur des contraintes par le tenseur d'élasticité noté $[\mathbf{E}]$ (tenseur d'ordre 4).

$$[\sigma] = [\mathbf{E}] : [\varepsilon^E] \quad (4.2)$$

Le seuil de plasticité est défini à l'aide d'une fonction seuil, notée f_{MC} . Il y a plasticité dès que les 3 conditions suivantes sont simultanément rencontrées (conditions de Kuhn-Tucker) :

$$f_{MC} \leq 0, \quad d\lambda \geq 0, \quad d\lambda f_{MC} = 0 \quad (4.3)$$

où λ est le multiplicateur plastique permettant de relier l'incrément de déformation plastique $d\varepsilon^P$ (tenseur d'ordre 2) au potentiel d'évolution, noté F , suivant l'équation ci-dessous (d'après [Lemaitre *et al.*, 2009]).

$$d\varepsilon^P = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (4.4)$$

Expression de la loi de comportement élasto-plastique

Dans le cas particulier d'un élément joint élasto-plastique (sans endommagement) du modèle lattice, nous adoptons les notations suivantes pour représenter à l'instant t les déformations et les contraintes :

- $\varepsilon_{n,t}$ représente la déformation normale totale, en [m/m],
- $\varepsilon_{s,t}$ représente la déformation tangentielle totale, en [m/m],
- $\varepsilon_{n,t}^E$ représente la déformation normale élastique, en [m/m],
- $\varepsilon_{s,t}^E$ représente la déformation tangentielle élastique, en [m/m],
- $\varepsilon_{n,t}^P$ représente la déformation normale plastique, en [m/m],
- $\varepsilon_{s,t}^P$ représente la déformation tangentielle plastique, en [m/m],
- $\sigma_{n,t}$ représente la contrainte normale, en [Pa],

4.2. Représentation et loi de comportement des joints

- $\sigma_{s,t}$ représente la contrainte tangentielle, en [Pa],
- ϕ est l'angle de frottement, en [rad],
- c est la cohésion, en [Pa],
- μ est l'angle de dilatance, en [rad],
- E_n représente le module normal de l'élément, en [Pa],
- E_s représente le module en cisaillement de l'élément, en [Pa].

Les équations générales de plasticité deviennent donc :

$$\varepsilon_{n,t} = \varepsilon_{n,t}^E + \varepsilon_{n,t}^P \quad (4.5a)$$

$$\varepsilon_{s,t} = \varepsilon_{s,t}^E + \varepsilon_{s,t}^P \quad (4.5b)$$

$$\sigma_{n,t} = E_n \varepsilon_{n,t}^E \quad (4.5c)$$

$$\sigma_{s,t} = E_s \varepsilon_{s,t}^E \quad (4.5d)$$

$$d\varepsilon_{n,t}^P = |d\varepsilon_{s,t}^P| \tan(\mu) \quad (4.5e)$$

$$f_{MC} = |\sigma_{s,t}| + \sigma_{n,t} \tan(\phi) - c \text{ avec } f_{MC} \leq 0 \quad (4.5f)$$

Résoudre ce problème consiste à déterminer les déformations élastiques à l'instant $t + dt$ en fonction des déformations à l'instant t et des déformations totales à l'instant $t + dt$. Pour cela il faut tout d'abord savoir si le comportement du joint sera élastique à l'instant $t + dt$ ($f_{MC} < 0$) ou bien s'il y aura une augmentation des déformations plastiques ($f_{MC} = 0$).

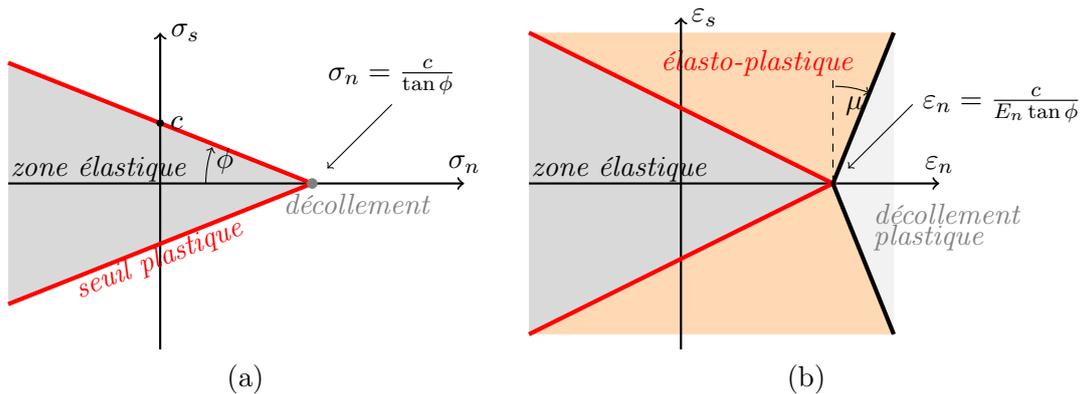


FIGURE 4.3 – Représentation (a) des états de contraintes dans le repère (σ_n, σ_s) et (b) des déformations associées dans le repère $(\varepsilon_n, \varepsilon_s)$ en fonction de ϕ , c et μ .

Le cas $f_{MC} = 0$ regroupe deux configurations. Trois cas sont donc à distinguer (cf. figure 4.3) :

- $f_{MC} < 0$: comportement élastique du matériau, lors duquel les déformations plastiques n'évoluent pas,

- $f_{MC} = 0$: comportement élasto-plastique du matériau, où la relation entre la contrainte normale et la contrainte tangentielle est donnée par le seuil de plasticité,
- $f_{MC} = 0$: comportement en décollement plastique du matériau, où la contrainte tangentielle est nulle tandis que la contrainte normale est égale à la résistance en traction simple du joint. Ce cas correspond à une ouverture du joint au-delà de sa résistance en traction.

Pour déterminer l'état du matériau à l'instant $t + dt$, nous utilisons un prédicteur élastique (noté à l'aide de l'exposant ^{préd}) permettant de calculer les contraintes à l'instant $t + dt$ en supposant qu'il n'y a pas d'augmentation des déformations plastiques entre t et $t + dt$.

$$\sigma_{n,t+dt}^{\text{préd}} = (\varepsilon_{n,t+dt} - \varepsilon_{n,t}^P) E_n \quad (4.6a)$$

$$\sigma_{s,t+dt}^{\text{préd}} = (\varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P) E_s \quad (4.6b)$$

$$f_{MC}^{\text{préd}} = |\sigma_{s,t+dt}^{\text{préd}}| + \sigma_{n,t+dt}^{\text{préd}} \tan(\phi) - c \quad (4.6c)$$

Nous pouvons maintenant exprimer les déformations élastiques à l'instant $t + dt$ pour chaque cas :

- **Cas1** : $f_{MC}^{\text{préd}} < 0$

Le comportement du joint reste élastique à l'instant $t + dt$, nous avons donc

$$\varepsilon_{n,t+dt}^E = \varepsilon_{n,t+dt} - \varepsilon_{n,t}^P \quad (4.7a)$$

$$\varepsilon_{s,t+dt}^E = \varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P \quad (4.7b)$$

- **Cas2** : $f_{MC}^{\text{préd}} \geq 0$ et $(\varepsilon_{n,t+dt} - \varepsilon_{n,t}^P) < |\varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P| \tan \mu + \frac{c}{E_n \tan \phi}$

Il faut prendre en compte de nouvelles déformations plastiques pour déterminer les déformations élastiques à l'instant $t + dt$ vérifiant $f_{MC} = 0$. Nous obtenons les expressions présentées ci-dessous. Celles-ci ont été obtenues de façon semblable à l'approche proposée dans [Snyman *et al.*, 1991], mais en considérant la cohésion.

$$\varepsilon_{n,t+dt}^E = -\cos(\phi) \frac{|\varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P| E_s \sin \mu - (\varepsilon_{n,t+dt} - \varepsilon_{n,t}^P) E_s \cos \mu - c \sin \mu}{E_s \cos \phi \cos \mu + E_n \sin \phi \sin \mu} \quad (4.8a)$$

$$\varepsilon_{s,t+dt}^E = \text{signe}(\varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P) \sin \phi \frac{|\varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P| E_n \sin \mu - (\varepsilon_{n,t+dt} - \varepsilon_{n,t}^P) E_n \cos \mu + c \frac{\cos \mu}{\tan \phi}}{E_s \cos \phi \cos \mu + E_n \sin \phi \sin \mu} \quad (4.8b)$$

- **Cas3** : $f_{MC}^{\text{préd}} \geq 0$ et $(\varepsilon_{n,t+dt} - \varepsilon_{n,t}^P) \geq |\varepsilon_{s,t+dt} - \varepsilon_{s,t}^P| \tan \mu + \frac{c}{E_n \tan \phi}$

Dans ce cas la contrainte tangentielle devient nulle. Toutes les déformations tangentielles deviennent des déformations plastiques. La contrainte normale est égale à $c/\tan\phi$: on obtient un écoulement plastique sous contrainte normale constante.

$$\varepsilon_{n,t+dt}^E = \frac{c}{E_n \tan\phi} \quad (4.9a)$$

$$\varepsilon_{s,t+dt}^E = 0 \quad (4.9b)$$

Les déformations plastiques à l'instant $t + dt$ sont déterminées par soustraction des déformations élastiques aux déformations totales.

Ce modèle de plasticité est non-associé. La résolution numérique est réalisée en utilisant, au sein des itérations, la matrice élastique. Ce choix conduit à une convergence plus lente du modèle, mais nous a permis une mise en œuvre beaucoup plus simple d'un point de vue numérique.

Comportement du modèle élasto-plastique parfait

Pour tester le comportement du modèle élasto-plastique parfait, un essai de cisaillement direct cyclique est modélisé avec un élément. Un déplacement tangentiel v est imposé à une extrémité de l'élément. Tous les autres degrés de liberté sont bloqués (cf. figure 4.4).

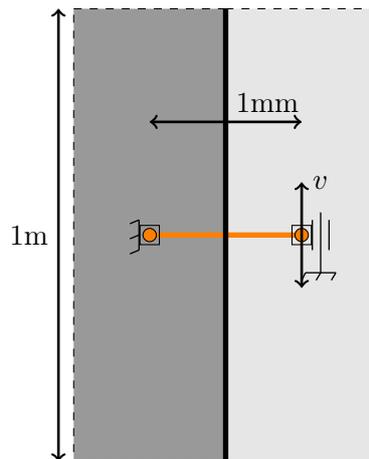


FIGURE 4.4 – Essai de cisaillement cyclique

Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 4.1 ci-dessous.

Paramètre	Notation	Valeur
Module d'Young	E	4.4GPa
Paramètre pilotant la raideur tangentielle	γ_1	0.33
Paramètre pilotant la raideur en rotation	γ_2	1000
Cohésion	c	1.4MPa
Angle de frottement	ϕ	30°
Angle de dilatance	μ	37°
Déplacement imposé	v	$\pm 4\mu\text{m}$

TABLE 4.1 – Paramètres utilisés pour les calculs comportant un seul élément joint

Nous représentons ci-dessous (cf. figure 4.5) la contrainte tangentielle et la contrainte normale dans l'élément en fonction de la déformation tangentielle.

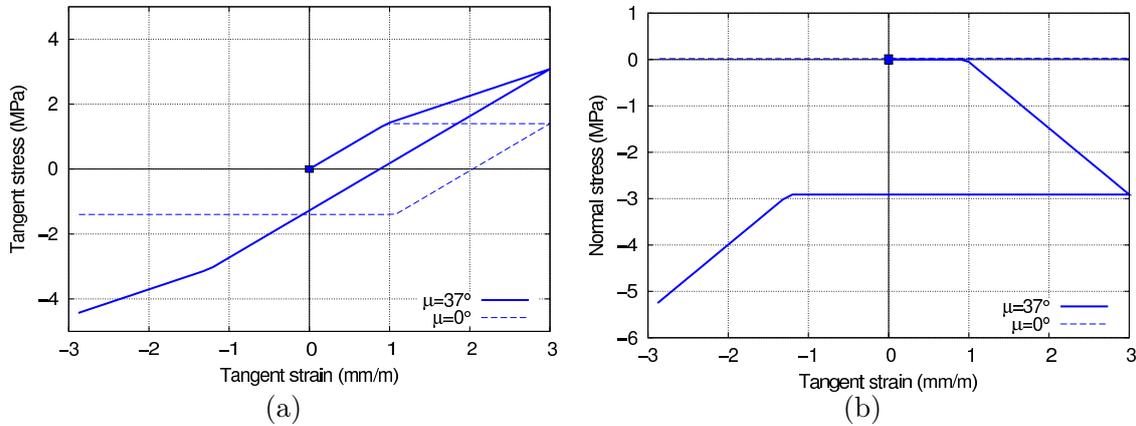


FIGURE 4.5 – Contraintes tangentielle (a) et normale (b) dans un élément élasto-plastique cisailé

En l'absence de contrainte normale, le seuil de plasticité initial est égal à la cohésion qui vaut ici 1,4MPa.

Lors de la plastification du joint, le comportement dilatant provoque une contrainte normale de compression dans l'élément car les déplacements normaux sont bloqués. L'apparition de cette contrainte de compression provoque une modification du seuil de plasticité : la contrainte tangentielle continue d'augmenter lors de la plastification du joint.

Nous observons que le comportement élasto-plastique parfait ne correspond pas aux observations expérimentales sur des joints rocheux (cf. figure 2.18) : il ne permet pas de représenter le comportement adoucissant en cisaillement (phases IV et V).

L'adoucissement observé expérimentalement, et semblable à un comportement endommageable, permet de supposer qu'il y a des interactions entre le comportement normal et le comportement tangentiel. Ainsi, un joint endommagé sous l'effet d'une sollicitation en mode I serait moins résistant en cisaillement. De même, un joint déjà plastifié en cisaillement serait moins résistant en traction.

Afin d'obtenir un comportement plus réaliste, nous allons donc maintenant proposer de coupler les mécanismes de plasticité et d'endommagement.

4.2.2.2 Couplages entre l'endommagement et la plasticité

Comme cela a été indiqué au début de ce chapitre, notre objectif est de développer une loi de comportement permettant de prendre en compte un comportement élastique endommageable sous sollicitation normale et un comportement élasto-plastique sous sollicitation tangentielle.

Ces deux lois ayant été respectivement présentées dans les chapitres 1 et 3, nous allons maintenant présenter les couplages qui sont réalisés entre l'endommagement et la plasticité.

Caractère anisotrope de l'endommagement

Nous allons introduire ici la notion de contrainte effective (c'est-à-dire la contrainte vue par le matériau) vis-à-vis de l'endommagement. Pour la contrainte normale, nous avons donc

une contrainte normale effective notée $\widetilde{\sigma}_n$ telle que $\widetilde{\sigma}_n = \frac{\sigma_n}{1-d}$. Par contre, pour la contrainte tangentielle, dans le cadre de cette première modélisation simple, nous ne considérons pas l'endommagement, mais un comportement plastique avec $\widetilde{\sigma}_s = \sigma_s$.

Dans la loi de comportement que nous avons développée, l'endommagement n'est donc plus considéré comme isotrope : il intervient uniquement dans l'expression de la contrainte normale.

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \begin{bmatrix} (1-d)E_1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 E_1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 E_1 \end{bmatrix} (\{\boldsymbol{\varepsilon}\} - \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^P) \quad (4.10)$$

où :

- d est la variable d'endommagement comprise entre 0 et 1,
- E le paramètre pilotant le module d'Young, en [Pa],
- γ_1 un paramètre local pilotant le coefficient de Poisson apparent,
- γ_2 un paramètre local pilotant la raideur en rotation de l'interface,
- $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ est le vecteur représentant les déformations totales,
- $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^P$ est le vecteur représentant les déformations plastiques.

Couplage de l'endommagement vers la plasticité

L'action de l'endommagement sur la loi de comportement élasto-plastique se fait :

- dans la définition de la fonction seuil de plasticité. Celle-ci est modifiée afin de prendre en compte la contrainte effective $\frac{\sigma_{n,t}}{1-d}$.
- dans la définition de la cohésion. Celle-ci est diminuée progressivement en fonction de l'endommagement jusqu'à une valeur résiduelle notée $c_{\text{rés}}$ (cf. équation 4.12). Cette diminution de la cohésion a également été observée expérimentalement (cf. tableau 8.5).

$$f_{\text{MC}} = |\sigma_{s,t}| + \frac{\sigma_{n,t}}{1-d} \tan(\phi) - c \quad (4.11)$$

$$c = c_0(1-d) + c_{\text{rés}} \quad (4.12)$$

où :

- d est le scalaire représentant l'endommagement de l'élément (compris entre 0 et 1),
- c_0 est la part de la cohésion affectée par l'endommagement, en [Pa],
- $c_{\text{rés}}$ est la cohésion résiduelle, en [Pa].

Cette formulation du couplage endommagement-plasticité a pour effet de diminuer le seuil du comportement plastique suite à un endommagement en traction.

Dans le cas test représenté ci-dessous (cf. figure 4.6 (a)), l'élément est préalablement endommagé à une valeur prédéfinie (0%, 6%, 25% et 40%), puis il est sollicité en cisaillement en imposant un déplacement v , tous les autres degrés de liberté du modèle étant bloqués.

Les paramètres utilisés sont donnés dans les tableaux 4.1 et 4.3. Le déplacement tangentiel imposé, noté v , est égal à la fin du calcul à $2\mu\text{m}$. La cohésion initiale est égale à 1.4MPa, la cohésion résiduelle est égale à 0.7MPa.

Nous représentons ci-dessous (cf. figure 4.6 (b)) l'évolution de la contrainte tangentielle dans l'élément en fonction de la déformation tangentielle pour plusieurs valeurs d'endommagement initial.

Les déplacements normaux étant bloqués, le comportement dilatant du modèle explique l'augmentation de la contrainte tangentielle lors de la plastification de l'élément.

L'endommagement agit sur le seuil de plasticité en provoquant sa diminution. Ainsi pour un endommagement initial de 40%, la plasticité apparaît pour une contrainte tangentielle égale à 1.12MPa (c'est-à-dire $0.7\text{MPa} + (1 - 40\%) \times 0.7\text{MPa}$) et non pas 1.4MPa.

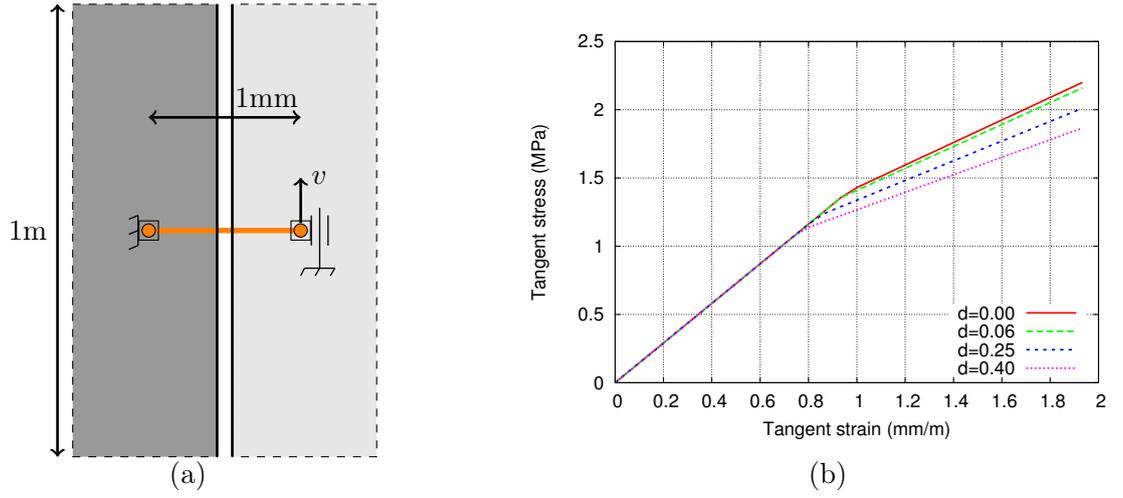


FIGURE 4.6 – Effet de l'endommagement sur son comportement en cisaillement

Couplage de la plasticité vers l'endommagement

Les déformations plastiques sont prises en compte dans le comportement élastique endommageable en considérant une partie des déformations plastiques dans le calcul de la fonction seuil d'endommagement.

La fonction seuil d'endommagement s'en retrouve modifiée suivant l'équation 4.13b.

$$f_d(\{\boldsymbol{\varepsilon}^E\}, \{\boldsymbol{\varepsilon}^P\}, \kappa) = \varepsilon_{\text{éq}}(\{\boldsymbol{\varepsilon}^E\}, \{\boldsymbol{\varepsilon}^P\}) - \max(\kappa, \varepsilon_0) \quad (4.13a)$$

$$\varepsilon_{\text{éq}}(\{\boldsymbol{\varepsilon}^E\}, \{\boldsymbol{\varepsilon}^P\}) = \left[\langle \varepsilon_n^E \rangle_+ + \alpha \sqrt{\varepsilon_n^{P2} + \varepsilon_s^{P2}} \right] \quad (4.13b)$$

où

- $\varepsilon_{\text{éq}}$ représente la déformation équivalente calculée à partir des déformations élastiques et plastiques,
- κ est la variable histoire dans laquelle est mémorisée la plus grande déformation équivalente subie par le matériau au cours du chargement,
- ε_0 est le seuil d'endommagement de l'élément,
- $\langle \varepsilon_n^E \rangle_+$ représente le fait de ne considérer que les déformations élastiques normales positives,
- α est un paramètre de couplage entre la plasticité et l'endommagement,
- ε_n^P et ε_s^P sont les déformations plastiques normales et tangentielles.

4.2. Représentation et loi de comportement des joints

Cette formulation permet de modéliser l'endommagement induit par la plastification du joint. Ainsi l'endommagement initialement induit par les déformations élastiques positives est aussi activé par les déformations plastiques. Le lattice peut s'endommager lorsqu'il est comprimé et cisailé en même temps.

Ce couplage a été testé en réalisant un essai de traction simple sur un élément après l'avoir préalablement plastifié (cf. figure 4.7 (a)).

Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 4.1. Le déplacement normal imposé, noté u , est égal à la fin du calcul à $1\mu\text{m}$. Afin de faciliter la compréhension la dilatance est ici égale à 0° , ce qui permet de ne pas avoir de déformation plastique normale. Le paramètre de couplage α est égal à 2%.

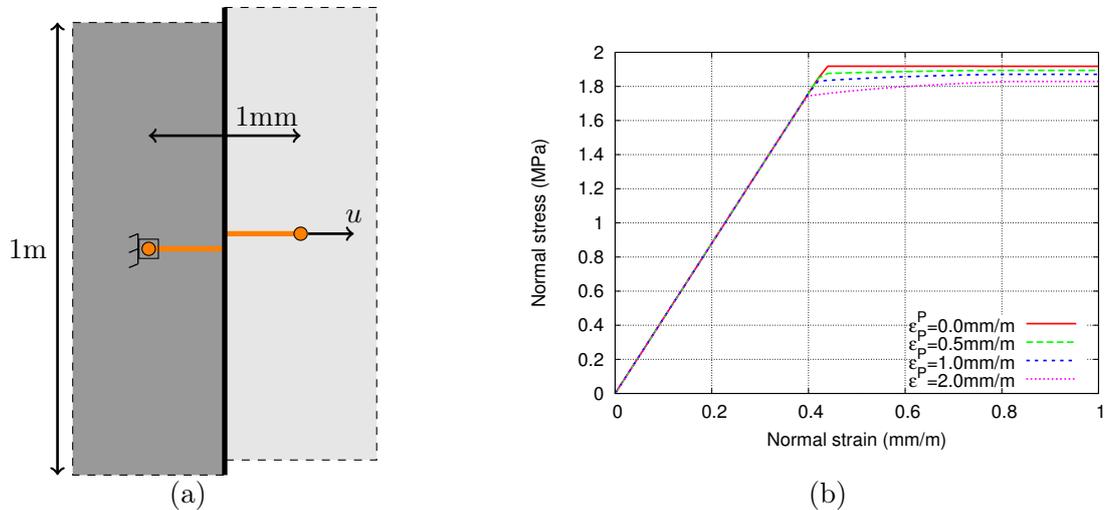


FIGURE 4.7 – Effet de la plastification initiale de l'élément (ϵ^P) sur son comportement en traction

La figure 4.7 (b) représente la courbe contrainte normale *vs* déformation normale dans un élément lattice soumis à un chargement de traction. Cet élément a été préalablement plastifié à différentes valeurs de ϵ_s^P (0.0mm/m, 0.5mm/m, 1.0mm/m et 2.0mm/m).

Le seuil d'endommagement décroît lorsque la déformation plastique initiale augmente. Ainsi pour $\epsilon_s^P = 1\text{mm/m}$, le seuil de déformation équivalent égal à 4.36×10^{-4} est atteint dès que $\epsilon_n^E = 0.416\text{mm/m}$, ce qui est cohérent avec les résultats obtenus ici.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que les éléments étant très courts ($h = 1\text{mm}$), la déformation normale doit être grande pour dissiper l'énergie de fissuration du matériau. Ainsi l'ouverture de fissure de référence ω_f correspond à une déformation normale de 150mm/m. Pour cette raison, le comportement adoucissant n'est pas identifiable sur le graphique ci-dessus.

D'autre part nous voyons clairement sur la courbe $\epsilon_s^P = 2.0\text{mm/m}$ que la contrainte normale continue d'augmenter au-delà du seuil d'endommagement. Ce phénomène provient de la prise en compte des déformations plastiques (maintenues constantes) dans le calcul de la déformation équivalente. Ainsi la variable d'endommagement ne croît pas assez vite devant la déformation normale pour provoquer une diminution de la contrainte normale.

Organisation du couplage

La mise en oeuvre de ce couplage bi-directionnel entre l'endommagement et la plasticité est réalisée de façon itérative suivant l'organigramme ci-dessous.

Le problème mécanique général est résolu à l'aide d'un schéma de Newton-Raphson car il est non-linéaire. Actuellement nous utilisons une matrice élastique dans ce schéma. L'utilisation d'une matrice sécante ou tangente permettrait d'optimiser les temps de calcul.

Une autre perspective sera bien évidemment de développer le modèle en trois dimensions.

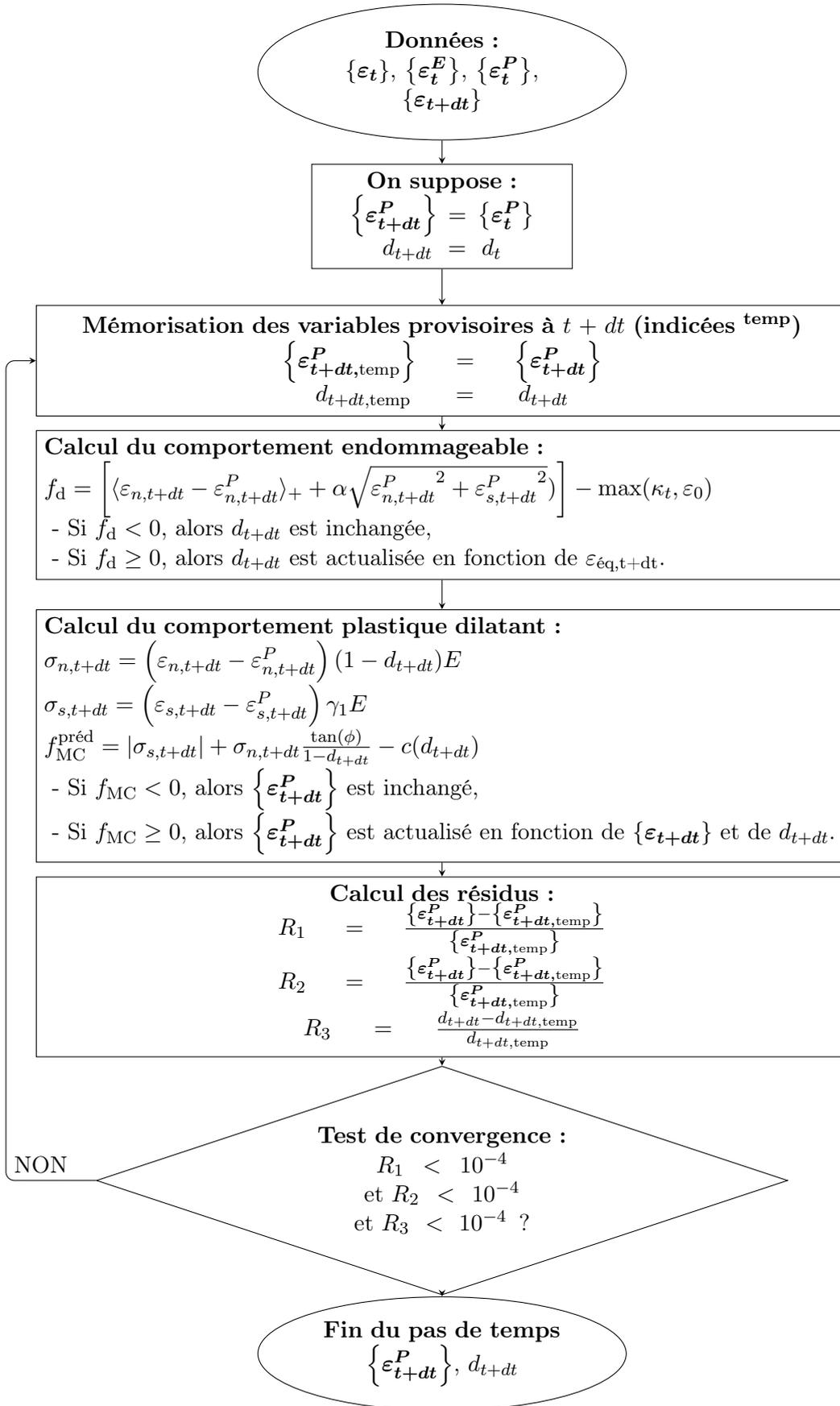


FIGURE 4.8 – Principe du calcul itératif pour le couplage endommagement-plasticité

Comportement d'un élément cisailé

Afin d'illustrer le comportement en cisaillement d'un élément se comportant suivant cette loi élasto-plastique endommageable, nous présentons maintenant un essai de cisaillement direct réalisé sur un seul élément. L'ouverture du joint est permise (cf. figure 4.9 (a)), donc la dilatance ne provoque pas l'apparition de contraintes normales dans l'élément.

Les paramètres utilisés sont donnés dans les tableaux 4.1 et 4.3. La dilatance est égale à 37° , la cohésion résiduelle est égale à $0,7\text{MPa}$, le paramètre de couplage α est égal à 20% et le déplacement tangentiel imposé, noté v , est égal à la fin du calcul à $10\mu\text{m}$.

Nous représentons ci-dessous (cf. figure 4.9 (b)) la contrainte tangentielle dans l'élément en fonction de la déformation tangentielle pour un élément lattice.

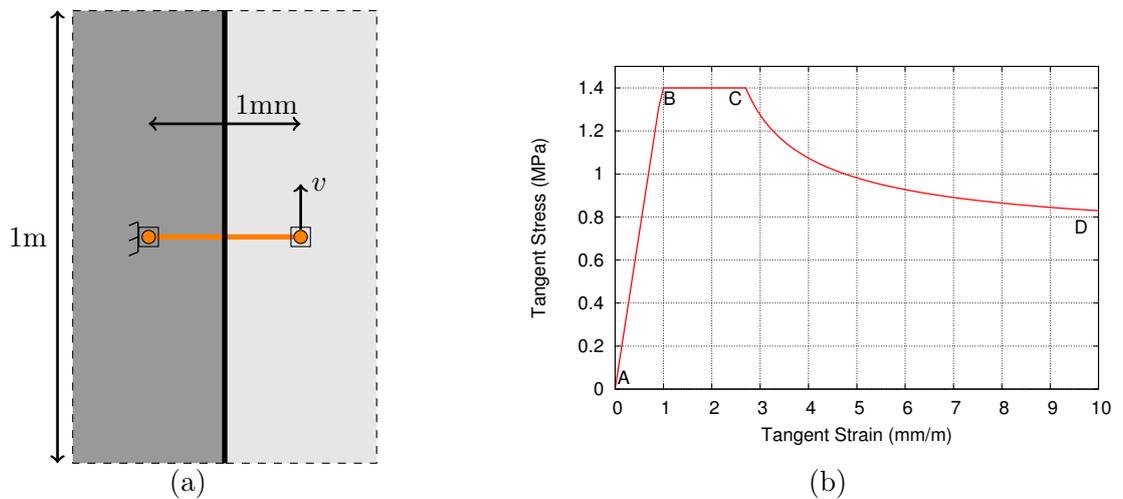


FIGURE 4.9 – Comportement d'un élément élasto-plastique endommageable en cisaillement simple

Nous identifions dans ce comportement les phases suivantes (cf. figure 4.9 (b)) :

- **phase AB** : le comportement est linéaire et élastique,
- **phase BC** : on atteint un plateau plastique dès que $\sigma_s = 1,2\text{MPa}$. Cette valeur correspond à la cohésion initiale. Les déformations tangentielles comprises entre B et C sont donc des déformations purement plastiques. En C, la déformation plastique tangentielle ε_s^P est égale à $1,4 \times 10^{-3}$. En prenant en compte la dilatance, la déformation plastique totale est donc égale à $1,75 \times 10^{-3}$.
- **phase CD** : le seuil d'endommagement est calculé en prenant en compte 20% de déformation plastique. Au point C, la contribution de la plasticité représente donc une déformation équivalente de $0,35 \times 10^{-3}$. L'augmentation des déformations plastiques va donc provoquer un endommagement progressif de l'élément, même si la déformation élastique normale reste nulle. Cet endommagement provoque une diminution de la cohésion de l'élément qui tend progressivement vers la valeur de la cohésion résiduelle. Ce comportement est cohérent avec les résultats des essais expérimentaux publiés dans la littérature (cf. figure 2.18).

4.2.2.3 Bilan

Dans le cadre de cette partie, nous avons développé une stratégie de maillage et une loi de comportement qui nous permettent de décrire le comportement élasto-plastique endommageable

d'un joint cisailé avec une cohésion résiduelle. L'endommagement est uniquement provoqué par les déformations normales.

Le comportement obtenu à l'aide de ces éléments en cisaillement est semblable à celui qui est présenté dans la littérature pour des joints cisailés.

Nous allons maintenant présenter une étude expérimentale destinée à valider le comportement de notre modèle sur des maillages comportant de nombreux éléments.

Cette étude nous permettra également de déterminer quelle est la part des déformations plastiques à considérer dans le calcul de l'endommagement.

4.3 Essai de cisaillement indirect

Afin de comparer les résultats issus du modèle numérique avec des résultats expérimentaux et d'étudier l'influence des deux paramètres $c_{rés}$ et α , un essai de cisaillement indirect a été développé au sein de l'équipe G2MP dans le cadre du post-doctorat d'Olivier Nouailletas. Nous invitons le lecteur à consulter le paragraphe 8.1 en annexe qui présente cette étude expérimentale.

Nous présenterons ici uniquement le principe et les résultats des essais réalisés sur des éprouvettes parallélépipédiques de 200mm de hauteur.

4.3.1 Principe de l'essai expérimental

Cet essai consiste à solliciter en compression une éprouvette parallélépipédique de mortier de $100\text{mm} \times 100\text{mm} \times 200\text{mm}$. Cette éprouvette est traversée par un joint de plâtre épais de 2mm et incliné à 45° (cf. figure 8.6).

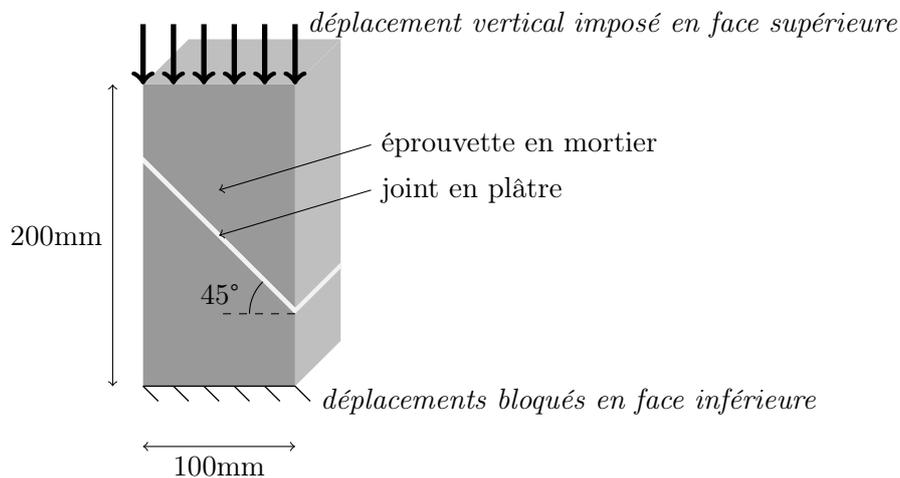


FIGURE 4.10 – Principe de l'essai de cisaillement indirect sur une éprouvette parallélépipédique comportant un joint

Entre deux essais, les épontes en mortier sont récupérées, les résidus de plâtre sont enlevés et un nouveau joint en plâtre est réalisé.

Les caractéristiques des matériaux utilisés sont données dans le tableau 4.2 ci-dessous.

Paramètres	Notation	Unité	Mortier	Plâtre
Module d'Young	E	GPa	37,9 ($\sigma = 5, 8$)	4,4 ($\sigma = 0, 2$)
Résistance en traction	f_t	MPa	4,9 ($\sigma = 0, 5$)	1,7 ($\sigma = 0, 2$)
Résistance en compression	f_c	MPa	61,4 ($\sigma = 2, 2$)	7,7 ($\sigma = 0, 6$)
Angle de friction	ϕ	°	-	39,4 ($\sigma = 1, 1$)
Cohésion	c	MPa	-	3,7 ($\sigma = 0, 3$)

TABLE 4.2 – Caractéristiques des matériaux utilisés pour les essais de cisaillement indirects. σ représente l'écart type des mesures.

La résistance en traction a été déterminée à l'aide d'essais en flexion 3 points sur des éprouvettes de $4\text{cm} \times 4\text{cm} \times 16\text{cm}$. L'angle de friction et la cohésion du plâtre ont été déterminés indirectement à partir la résistance en compression et de la résistance en traction.

Les résultats des 4 essais réalisés sont présentés ci-dessous (cf. figure 4.11). A cause de la non-linéarité au début du chargement nous n'avons pas représenté les points obtenus pour des efforts inférieurs à 30kN.

Pendant cet essai, les éprouvettes ne peuvent pas être équipées d'extensomètres. Nous avons donc recalculé les déplacements verticaux de l'éprouvette à partir des déplacements des plateaux de la presse suivant la corrélation établie lors d'essais de préchargement réalisés avec des extensomètres. Pour cela, nous considérons que le comportement mécanique des éléments constituant la presse est linéaire et élastique. En appelant K_{presse} la raideur de ces éléments, nous avons donc retranché au déplacement mesuré, noté v_{total} , un déplacement v_{presse} , tel que $v_{\text{presse}} = F/K_{\text{presse}}$, où F représente l'effort vertical.

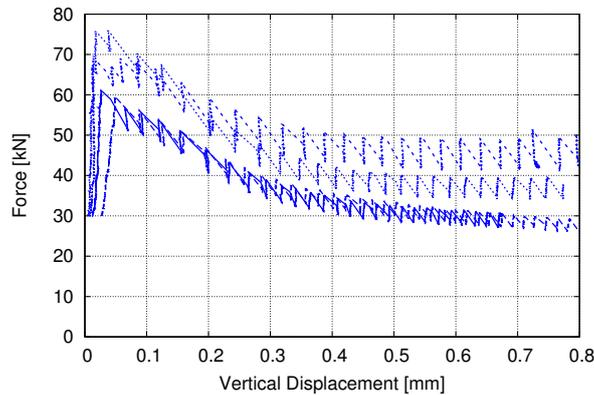


FIGURE 4.11 – Essais de cisaillement indirect : Courbes force/déplacement obtenue sur des éprouvettes $100\text{mm} \times 100\text{mm} \times 200\text{mm}$ pour les 4 essais réalisés. Les valeurs de déplacement verticaux sont corrigées pour soustraire les déformations de la presse.

Les 4 courbes obtenues sont semblables, ce qui témoigne d'une bonne reproductibilité de l'essai. Le comportement est élastique jusqu'à une force moyenne de 66,4kN (écart-type de 7,5kN) et une rigidité moyenne de 1571 kN/mm (écart-type de 582kN/mm). La force maximale issue de la simulation est de 65,8kN et la rigidité est de 1645kN.m. Le comportement post-pic est plus dispersé avec une force résiduelle comprise en 28 et 42kN.

Ce comportement est comparable à celui observé lors d'un essai de cisaillement direct sur un joint non-cimenté (cf. paragraphe 4.2.2).

4.3.2 Simulation d'un essai sur une éprouvette de 200mm

4.3.2.1 Principe du modèle numérique

Afin de valider le comportement du modèle numérique, nous avons réalisé une simulation reproduisant l'essai de cisaillement indirect sur une éprouvette de 200mm de hauteur et 100mm de largeur.

Notre modèle 2D revient à considérer une dimension hors-plan de 1m. Les résultats numériques sont donc comparés aux résultats expérimentaux en les multipliant par $\frac{1}{10}$.

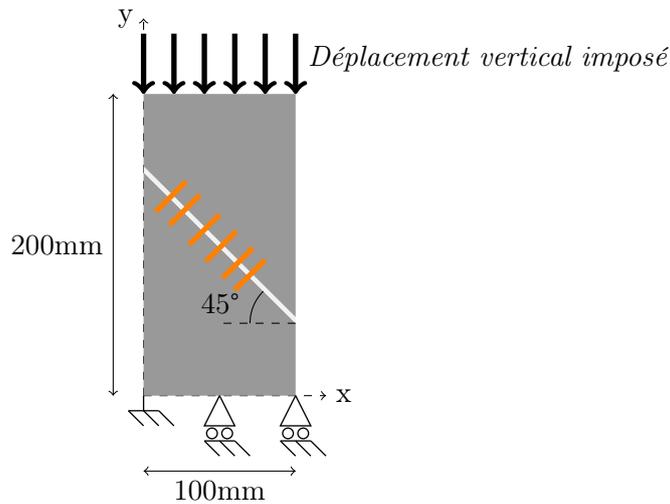


FIGURE 4.12 – Conditions aux limites du modèle utilisé pour la simulation et représentation des éléments mécaniques placés perpendiculairement au joint

La figure 4.12, ci-dessus, représente la modélisation de l'éprouvette. Les éléments représentant le joint ont une hauteur de 2mm et sont placés perpendiculairement au joint. Les déplacements de la face inférieure de l'éprouvette sont bloqués suivant l'axe y et un nœud est bloqué suivant les axes x et y. Un déplacement vertical est imposé en tête de l'éprouvette à raison de $10\mu\text{m}$ par pas de calcul.

Les paramètres utilisés pour représenter le comportement élastique endommageable du mortier et du plâtre ont été préalablement déterminés par identification sur des essais de traction simple (E_l et $\varepsilon_{0,l}$). Le choix de ω_f est arbitraire. La dilatance n'est pas prise en compte ici. Les paramètres mécaniques du modèle sont synthétisés dans le tableau 4.3.

Les paramètres utilisés pour représenter le comportement plastique (c , $c_{rés}$, ϕ , α) ont été déterminés dans un second temps par ajustement sur les courbes expérimentales.

Paramètres	Mortier	Joint
Module d'Young local E_l en [GPa]	53	4,4
Seuil d'endommagement $\varepsilon_{0,l}$	$2,75 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$
Paramètre pilotant l'énergie de fissuration ω_f , en [m]	$150 \cdot 10^{-6}$	$150 \cdot 10^{-6}$
Angle de dilatance μ en [°]	-	0

TABLE 4.3 – Paramètres mécaniques du modèle utilisé pour simuler un essai de cisaillement indirect

4.3.2.2 Etude de sensibilité vis-à-vis de ϕ et $c_{rés}$

Nous allons tout d'abord réaliser une étude de sensibilité sur le couple de paramètres $(\alpha, c_{rés})$ avec la simulation d'un essai de cisaillement indirect. Pour cette étude de sensibilité la cohésion initiale est égale à 1,4MPa, et l'angle de frottement ϕ est égal à 30°.

Ensuite nous déterminerons par ajustement le couple de paramètres $(\alpha, c_{rés})$ permettant de reproduire les courbes expérimentales.

Variation de la cohésion résiduelle $c_{rés}$

La figure 4.13 ci-dessous présente les courbes force-déplacement issues de cinq simulations où la cohésion résiduelle vaut : 0MPa, 0.2MPa, 0.6MPa, 1MPa et 1,4MPa. Le déplacement vertical et la force verticale sont calculés en tête de l'éprouvette. Pour cette étude α est égal à 1%.

Les valeurs des autres paramètres correspondent à celles du tableau 4.3. Pour la valeur $c_{rés} = 0$ MPa, la courbe tend logiquement vers une force nulle. Pour la valeur $c_{rés} = 1.4$ MPa, le joint est parfaitement plastique : la contrainte tangentielle reste égale à la cohésion initiale.

Dans les autres cas, la cohésion est partiellement endommageable. La cohésion résiduelle agit donc directement sur la valeur du plateau de plasticité.

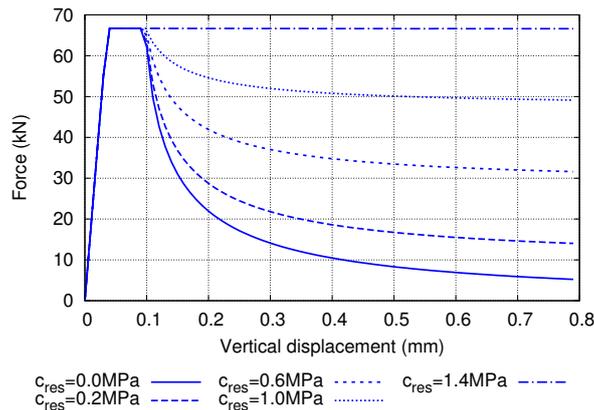


FIGURE 4.13 – Etude de sensibilité : variation de la cohésion résiduelle $c_{rés}$

Variation du facteur de couplage α

La figure 4.14 ci-dessous présente les courbes force-déplacement issues de simulations où le paramètre α varie de 0 à 20%. Pour cette étude la cohésion résiduelle est égale à 1.4MPa.

Pour $\alpha=0\%$, le joint a un comportement plastique parfait car l'endommagement n'est pas indexé sur la norme des déformations plastiques cumulées. On retrouve un plateau pour une force de 67kN.

Lorsque $\alpha=0,2\%$, la diminution de la contrainte tangentielle plastique pour un déplacement supérieur à 0.35mm, témoigne de l'endommagement de la cohésion. La comparaison des différentes courbes ($\alpha = 0\% - 20\%$) montre que le coefficient α a un impact sur la longueur du plateau plastique et sur la vitesse de décroissance. Plus α est grand, plus le plateau plastique est petit et plus la pente est importante.

Lorsque $\alpha=20\%$, l'endommagement initié par les premières déformations plastiques est tellement important que la force n'atteint pas le plateau plastique de 67kN.

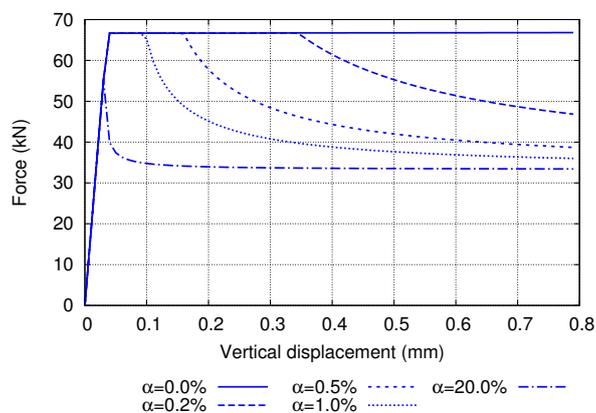


FIGURE 4.14 – Etude de sensibilité : variation du facteur de couplage α

4.3.2.3 Paramètres adoptés et analyse des résultats

Nous présentons dans le tableau 4.4 ci-dessous les paramètres adoptés pour représenter le comportement élasto-plastique endommageable du joint.

L'angle de friction (ϕ), les cohésions initiales et résiduelles (c et $c_{rés}$), et le pourcentage de déformations plastiques considérées dans le calcul de l'endommagement (α) ont été déterminés par ajustement sur les courbes expérimentales (cf. figure 4.15). Cette figure représente les courbes force/déplacement issues des quatre essais expérimentaux réalisés sur les éprouvettes de 200mm de hauteur, et deux courbes issues de la simulation numérique.

Nous avons également représenté sur ce graphique les résultats des simulations avec une loi de comportement dans le joint comportant ou non un couplage entre l'endommagement et la plasticité.

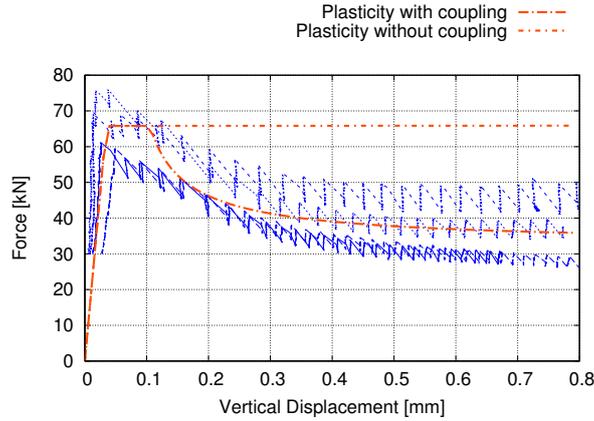


FIGURE 4.15 – Confrontation des résultats de la simulation numérique et des essais expérimentaux pour un essai de cisaillement indirect.

Paramètre	Valeur
Paramètre de couplage plasticité-endommagement α	1%
Angle de friction ϕ en $[\circ]$	30
Cohésion c en [MPa]	1,4
Cohésion résiduelle $c_{rés}$ en [MPa]	0,7

TABLE 4.4 – Paramètres utilisés pour coupler l’endommagement et la plasticité dans la simulation de l’essai de cisaillement indirect.

Les deux simulations représentent correctement la phase élastique et le plateau plastique. Cependant, le modèle élasto-plastique endommageable permet en plus de représenter le comportement résiduel du joint.

4.3.3 Bilan

Dans cette partie nous avons présenté les équations d’une loi de comportement élasto-plastique endommageable développée au cours de la thèse.

Cette loi de comportement permet de simuler le comportement normal et tangentiel d’un joint. L’étude liée aux deux paramètres du couplage ($c_{rés}$ et α) montre qu’ils agissent sur le comportement pré-pic et post-pic du joint. Ils pilotent la valeur et la longueur du plateau plastique mais aussi la pente initiale de la décroissance exponentielle liée à l’endommagement.

Nous avons par la suite proposé un ajustement des paramètres du modèle numérique pour retrouver des résultats expérimentaux obtenus au préalable sur des essais de cisaillement indirect.

Nous allons maintenant exploiter ce modèle sur des cas d’application.

4.4 Cas d'application : interactions fissure-joint

Le modèle élasto-plastique endommageable peut être maintenant remplacé dans le contexte de notre étude : à savoir l'étude de la propagation d'une fissure dans un milieu hétérogène comportant des joints.

Nous mettrons ici en évidence l'apport du modèle élasto-plastique endommageable, en confrontant les résultats obtenus avec cette loi de comportement et ceux obtenus avec un modèle élasto-plastique simple.

4.4.1 Présentation du modèle

La figure 4.16 ci-dessous représente la géométrie du modèle qui sera utilisé pour étudier l'interaction entre une fissure et un joint. Celui-ci est un carré de 1,2m de côté. Le maillage est raffiné au voisinage d'une entaille de 50mm de longueur. La zone raffinée correspond à un carré de 0,4m de côté. Le paramètre d_{\min} y est égal à 2,5cm.

Le modèle comporte un joint situé à 10cm du bord de l'extrémité de l'entaille. Ce joint fait 20cm de long et 1mm d'épaisseur. Son inclinaison peut être égale à 0° (joint vertical) ou 45° suivant les cas considérés.

Le déplacement horizontal des noeuds de la face de gauche est bloqué. Cette condition aux limites permet de représenter un axe de symétrie. Le déplacement vertical d'un noeud situé sur la face de droite est également bloqué ce qui permet de réaliser l'équilibre statique du modèle.

Une contrainte mécanique est appliquée progressivement sur les faces de l'entaille initiale à raison de +0,5MPa par pas de calcul.

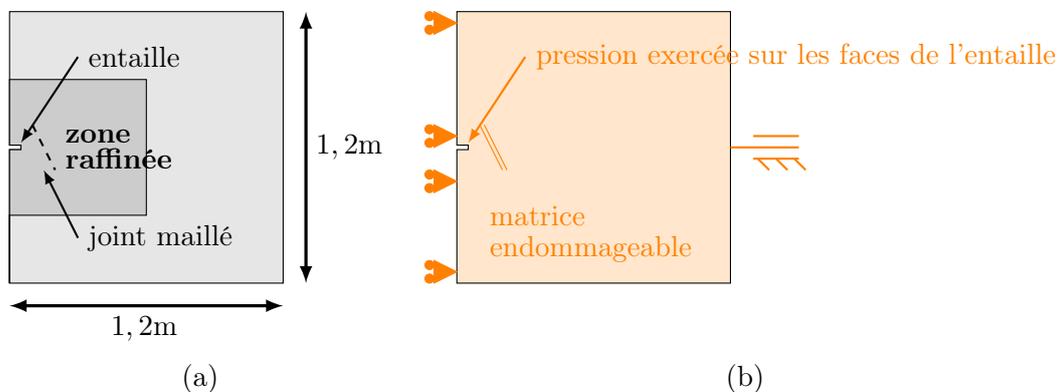


FIGURE 4.16 – Etudes d'interaction joint-fissure : (a) géométrie générale du modèle et (b) conditions aux limites mécaniques.

Les paramètres matériaux utilisés dans ces calculs sont présentés dans le tableau 4.5.

Paramètre	Unité	Symb.	Joint	Matrice
Module d'Young local	[GPa]	E	4.4	53
Rapport E_s/E_n	[-]	γ_1	0.33	0.33
Seuil d'endommagement	[-]	$\varepsilon_{0,l}$	$43,6 \times 10^{-6}$	275×10^{-6}
Paramètre pilotant G_f	[m]	ω_f	150×10^{-6}	150×10^{-6}
Rapport f_c/f_t	[-]	c	–	10
Rapport f_s/f_t	[-]	q	–	2
Cohésion initiale	[MPa]	c	1,4	-
Cohésion résiduelle	[MPa]	$c_{rés}$	0,7	-
Angle de friction	[°]	ϕ	30	-
Angle de dilataance	[°]	μ	0	-
Coefficient de couplage	[-]	α	1%	-

TABLE 4.5 – Paramètres mécaniques et hydrauliques du modèle utilisé pour les exploitation hydromécaniques avec un joint

Afin d'identifier précisément l'effet du joint sur le comportement de la fissure, nous avons mené 3 calculs différents :

- (a) Un calcul sans joint. La fissure se propage donc dans un milieu homogène.
- (b) Un calcul avec un joint élasto-plastique. Pour cela nous avons adopté les paramètres $\varepsilon_{0,l} \gg 1$ et $\alpha = 0$.
- (c) Un calcul avec un joint élasto-plastique endommageable.

Les calculs (b) et (c) sont menés avec un maillage parfaitement identique.

4.4.2 Interactions avec un joint

4.4.2.1 Analyse des résultats au pas n°140 : la réactivation du joint

Nous représentons sur la figure 4.17 la position des éléments dont l'endommagement dépasse 99% (colonne de gauche), ainsi que la valeur de l'endommagement (colonne de droite) dans les éléments mécaniques du modèle pour une pression de stimulation de 70MPa (pas n°140).

Notons tout d'abord que la fissure est plus longue dans le calcul (a) (modèle ne comportant pas de joint). La présence du joint vient donc ralentir la propagation de la fissure.

La comparaison des résultats du modèle (b) (joint élasto-plastique) avec les résultats du modèle (c) (joint élasto-plastique endommageable) présentée sur la figure 4.17 ne met pas en évidence de différence significative à ce stade de la simulation. Dans les deux cas nous notons des possibles ré-initiations aux extrémités du joint, ainsi qu'une zone où l'endommagement est localisé en $y=0,55m$.

4.4. Cas d'application : interactions fissure-joint

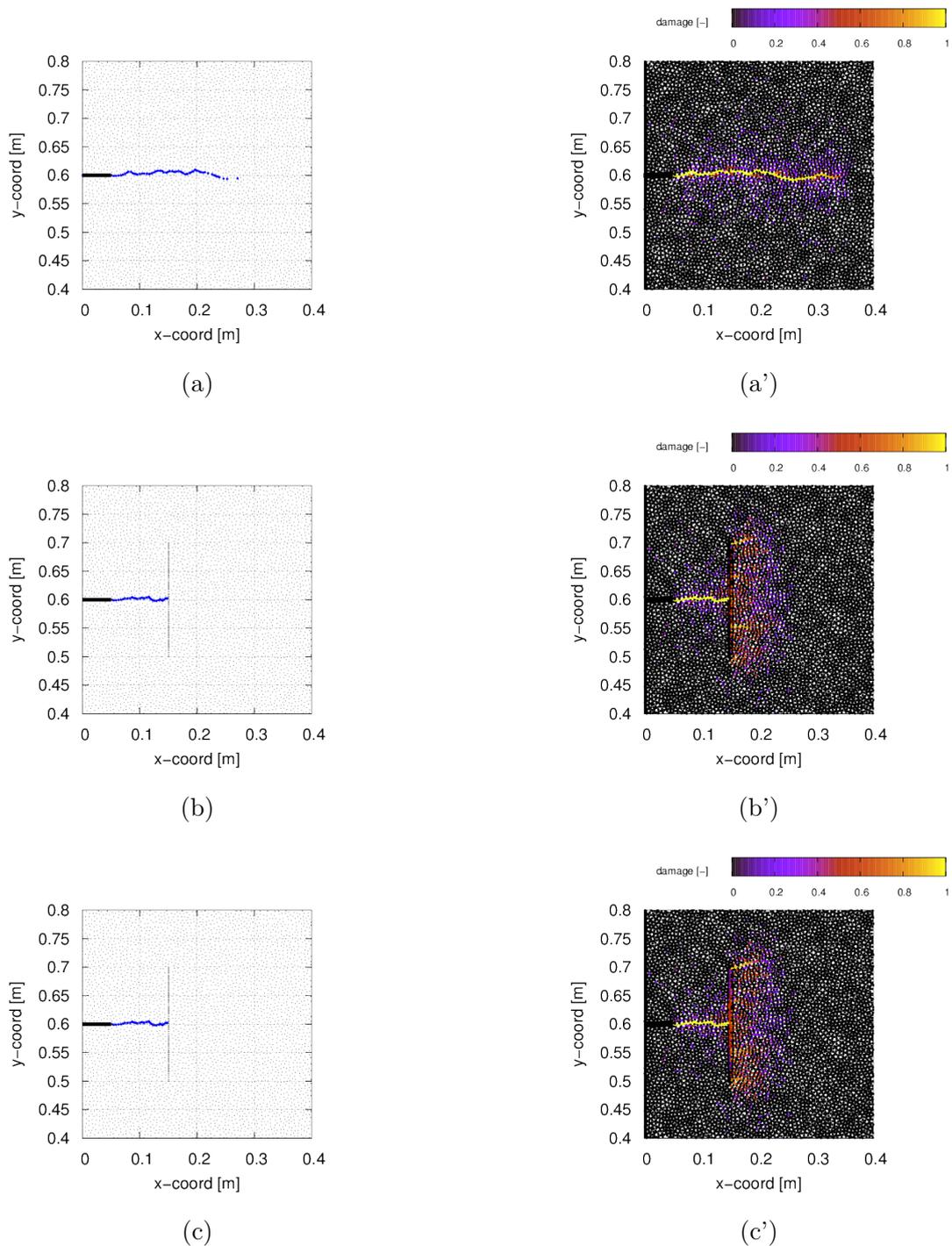


FIGURE 4.17 – Etude d'interaction joint-fissure. Résultats pour une contrainte de 70MPa exercée sur les lèvres de l'entaille dans le cas où il n'y a pas de joint (graphiques (a) et (a')), dans le cas où il y a un joint élasto-plastique non-endommageable (graphiques (b) et (b')), et dans le cas où il y a un joint élastoplastique endommageable (graphiques (c) et (c')). Les graphiques (a), (b) et (c) représentent les éléments endommagés à plus de 99%; les graphiques (a'), (b') et (c') représentent la distribution de l'endommagement dans les modèles.

4.4.2.2 Analyse des résultats au pas n°152 : la réinitiation de la fissure

La figure 4.18 ci-dessous représente la position des éléments dont l'endommagement dépasse 99% (colonne de gauche) et la valeur de l'endommagement (colonne de droite) pour une pression de 76MPa exercée sur les faces de l'entaille initiale (pas n°152). Nous observons maintenant une différence significative entre les 2 modèles en termes de redémarrage des fissures au-delà du joint.

Dans le modèle (b) (joint élasto-plastique), la fissure s'est propagée au-delà du joint en $y=0,55\text{m}$, et fait plus de 40cm de longueur.

Dans le modèle (c) (joint élasto-plastique endommageable), la fissure a commencé à se propager depuis l'extrémité du joint ($y=0,7\text{m}$) mais nous notons que très peu d'éléments ont un endommagement supérieur à 99% dans cette zone.

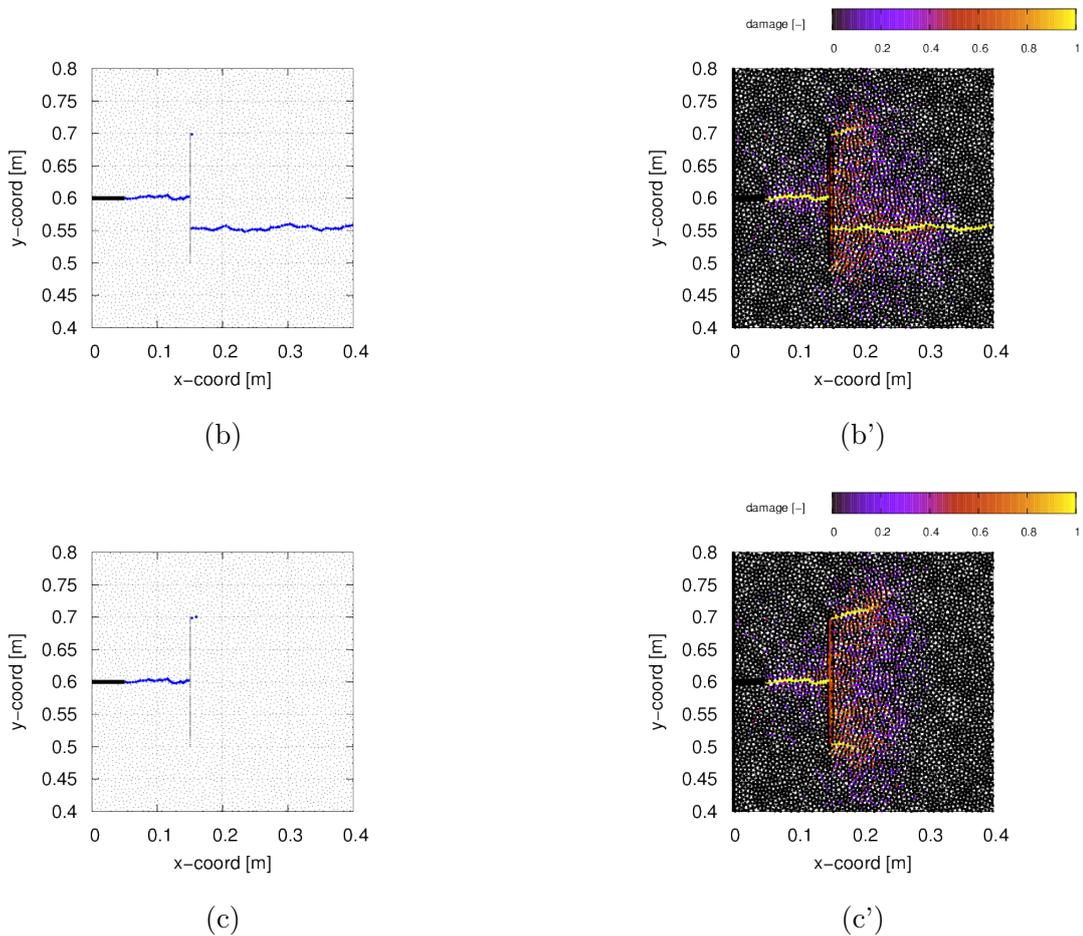


FIGURE 4.18 – Etude d'interaction joint-fissure. Résultats pour une contrainte de 76MPa exercée sur les lèvres de l'entaille dans le cas où il y a un joint élasto-plastique non-endommageable (graphiques (b) et (b')), et dans le cas où il y a un joint élastoplastique endommageable (graphiques (c) et (c')). Les graphiques (b) et (c) représentent les éléments endommagés à plus de 99%; les graphiques (b') et (c') représentent la distribution de l'endommagement dans les modèles.

Si nous étudions maintenant les déformations plastiques dans le joint (cf. figure 4.19), nous observons que le joint comportant une simple loi élasto-plastique (figure (b)) présente une discontinuité des déformations plastiques tangentielles en $y=0,55\text{m}$. Cette discontinuité correspond

au redémarrage de la fissure au-delà du joint.

Ce phénomène n'est pas observé avec la loi élasto-plastique endommageable (cf. figure 4.19 (c)) car la fissure redémarre depuis l'extrémité du joint.

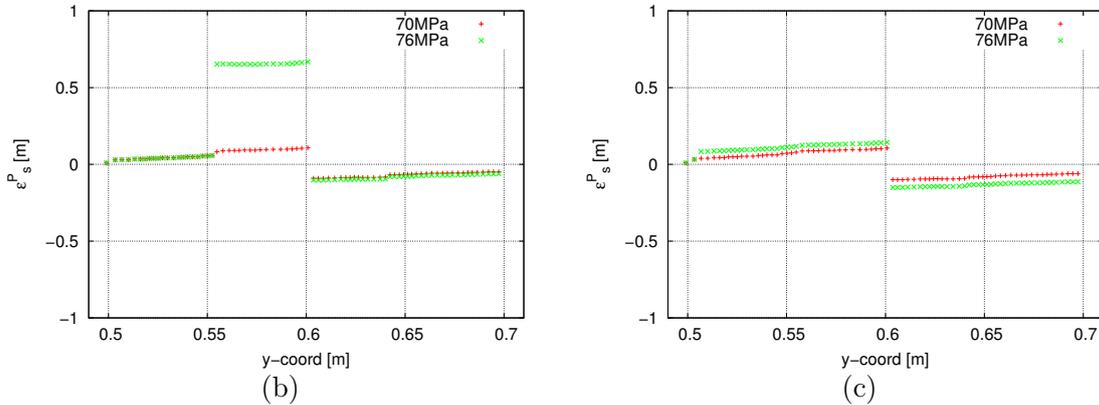


FIGURE 4.19 – Etude d'interaction joint-fissure. Déformations plastiques tangentielles observées dans le joint avec une loi élasto-plastique (b), et avec une loi élasto-plastique endommageable (c). Les courbes sont tracées pour des contraintes exercées sur les faces de l'entaille égales à 70MPa et 76MPa.

Ainsi, le modèle élasto-plastique que nous proposons permet de pénaliser la résistance en traction et la cohésion du joint. En l'absence de contraintes de confinement, le joint n'est donc plus capable de provoquer une ré-initiation de la fissure au-delà de cette discontinuité. Les seules zones où la fissure peut redémarrer sont donc situées aux extrémités du joint.

Ces résultats sont cependant à nuancer car la modélisation ne fait pas encore intervenir l'effet du fluide au sein de la fissure. Ces effets seront étudiés dans le chapitre 5.

4.5 Bilan

Dans cette partie, nous avons présenté la loi de comportement élasto-plastique endommageable développée au cours de nos travaux, et nous avons montré qu'elle permet de représenter correctement le comportement au cisaillement indirect d'un joint.

Nous avons observé à l'aide d'une simulation numérique que la prise en compte du couplage entre l'endommagement et la plasticité pouvait modifier significativement les mécanismes de réinitiation de fissure au-delà d'un joint.

Il est à noter que les calculs réalisés dans cette partie ne font pas intervenir de fluide, mais seulement une contrainte mécanique exercée sur les faces de l'entaille initiale. Afin de représenter la stimulation exercée par le fluide nous allons maintenant proposer une extension du modèle lattice précédemment développé en collaboration avec Peter Grassl afin de prendre en compte le couplage hydro-mécanique.

Chapitre 5

Comportement hydromécanique

Sommaire

5.1	Introduction	101
5.2	Le modèle hydraulique	101
5.2.1	Les hypothèses	101
5.2.2	Les équations hydrauliques considérées	102
5.2.3	Le comportement poro-mécanique	103
5.2.4	Simplifications réalisées avec le jeu de paramètres considéré	105
5.2.5	La discrétisation spatiale utilisée dans le modèle	105
5.2.6	La formulation discrète du problème	106
5.3	Le couplage hydro-mécanique	107
5.3.1	Prise en compte des pressions du fluide dans le calcul mécanique	109
5.3.2	Prise en compte des ouvertures de fissures dans le calcul hydraulique	110
5.3.3	Identification du coefficient de Biot apparent	111
5.4	Validation du modèle en milieu imperméable suivant la LEFM	114
5.4.1	Présentation du modèle	114
5.4.2	Résultats au bout de 100s d'injection	116
5.4.3	Comparaison avec la LEFM	117
5.4.4	Analyse du volume de fluide injecté	119
5.5	Validation du modèle en milieu perméable	120
5.5.1	Représentation du leak-off à l'aide du modèle de Carter	120
5.5.2	Propagation d'une fissure rectiligne dans un milieu perméable	123
5.6	Bilan de la partie hydro-mécanique	128

5.1 Introduction

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre 2 en faisant un état de l'art, plusieurs modèles analytiques permettent de déterminer la longueur et l'ouverture d'une fissure stimulée par l'injection d'un fluide. Ces modèles ont été établis en considérant des géométries idéales.

Cependant, au-delà de la seule fissure créée, il est important de proposer une étude plus fine sur l'évolution des propriétés mécaniques et des propriétés de transport au voisinage de la fissure. Nous nous intéressons notamment à l'évolution des propriétés de transport en périphérie de cette fissure et à l'interaction de la fissure avec des hétérogénéités telles que des joints naturels.

La réponse hydro-mécanique des milieux considérés est un phénomène transitoire qui dépend notamment du débit d'injection. Plusieurs éléments expliquent cela :

- le milieu n'est pas forcément saturé en fluide, et donc il possède une capacité de stockage du fluide injecté,
- le fluide injecté présente une compressibilité qui n'est pas toujours négligeable devant les caractéristiques mécaniques du milieu environnant,
- le volume des pores accessibles au fluide peut varier en fonction de la pression du fluide suivant un comportement poro-mécanique.

Dans le cadre de notre étude, nous nous sommes concentrés sur le dernier point, à savoir la représentation du comportement poro-mécanique du milieu. Il faut noter que le modèle développé sous OOFEM par Peter Grassl permettait déjà l'étude des écoulements en milieu non saturé à l'aide d'un modèle lattice en deux dimensions [Grassl *et al.*, 2015].

Ce chapitre présentera tout d'abord l'implémentation et la validation d'une loi de comportement poro-mécanique dans un milieu saturé en fluide. Puis nous confronterons les résultats obtenus à l'aide de ce nouveau modèle aux études analytiques publiées dans la littérature. Enfin nous analyserons les interactions entre une fissure stimulée par l'injection d'un fluide et un joint naturel. Cette analyse sera réalisée de façon qualitative et à l'aide des fonctions de Ripley.

5.2 Le modèle hydraulique

5.2.1 Les hypothèses

Les calculs hydrauliques sont réalisés en considérant les hypothèses suivantes :

- le milieu comporte une porosité connectée dont le volume dépend de la pression du fluide,
- le milieu est saturé en fluide,
- les écoulements sont incompressibles et laminaires,
- l'effet de la gravité n'est pas considéré,
- le modèle est un modèle en 2 dimensions.

La condition sur l'écoulement laminaire est vérifiée dans nos conditions avec un petit débit d'injection : pour de l'eau ($\mu = 0,001\text{Pa}\cdot\text{s}$) s'écoulant dans une fissure de 1mm d'ouverture avec un débit de $0,001\text{m}^3/\text{s}$ nous obtenons un nombre de Reynolds, noté Re , égal à 1000.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (5.1)$$

où :

- Re est le nombre de Reynolds, [-],
- ρ est la masse volumique du fluide, en $[\text{kg}/\text{m}^3]$,
- V vitesse du fluide, en $[\text{m}/\text{s}]$,
- D est une dimension caractéristique de l'écoulement, en $[\text{m}]$,
- μ est la viscosité dynamique du fluide, en $[\text{Pa}\cdot\text{s}]$.

L'hypothèse d'un écoulement laminaire au sein des fissures se justifie en première approximation dans la plupart des cas en hydrogéologie [Rafini, 2008]. Cependant le passage du régime laminaire au régime turbulent dépend également de la rugosité des surfaces. Plus les parois de la fissure seront rugueuses, moins l'équation caractérisant un écoulement de Poiseuille laminaire entre deux plans parallèles sera pertinente pour représenter ces écoulements.

Ainsi, plusieurs travaux expérimentaux conduits sur des échantillons de fissures réelles apportent une large critique de l'équation de Poiseuille, ou loi cubique ([Witherspoon *et al.*, 1980] et [Pyrak-Nolte *et al.*, 1987]). Les courbes issues de ces travaux expérimentaux sont concordantes sur le fait que des déviations significatives par rapport à la loi cubique apparaissent systématiquement dans les fortes ouvertures de fissures ainsi que dans les ouvertures moyennement faibles à faibles (quelques micro-mètres).

Pour les grandes ouvertures, le flux diminue plus vite que le cube de l'ouverture. Ceci peut être attribué à une augmentation du nombre de Reynolds, et donc à un écoulement non laminaire. Pour les petites ouvertures, on note qu'en deçà d'une ouverture minimum le flux ne diminue plus et décrit une asymptote vers une valeur limite appelée flux irréductible, indépendante de l'augmentation prolongée de la contrainte.

Ayant conscience de ses limites, nous avons cependant utilisé une loi cubique afin d'avoir une loi de comportement simple en première approximation.

5.2.2 Les équations hydrauliques considérées

Au sein d'un milieu saturé par un fluide incompressible, le volume de fluide doit vérifier l'équation de conservation de la masse suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div}(\vec{q}) = 0 \quad (5.2)$$

où :

- ϕ est la porosité connectée (volume de vides connectés par unité de volume) [-],
- \vec{q} est le vecteur densité de flux volumique de fluide, en $[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$,
- t est le temps, en $[\text{s}]$.

Pour relier le débit de fluide au champ de pression, nous utilisons ici la loi de Darcy.

$$\vec{q} = -k \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{p}{\rho g}\right) \quad (5.3)$$

où :

- k est la conductivité hydraulique, en $[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$,
- p est la pression du fluide, en $[\text{Pa}]$,
- ρ est la masse volumique du fluide, en $[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$,
- g est l'accélération de la pesanteur, en $[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$.

Dans les milieux fissurés que nous considérons, nous représenterons la conductivité hydraulique à l'aide de 2 termes. Le premier terme, noté k_0 , représente la conductivité initiale du milieu. Le second terme, noté k_c , représente la conductivité additionnelle due à la fissuration du milieu.

$$k = k_0 + k_c = \frac{\rho g}{\mu} \kappa + k_c \quad (5.4)$$

où :

- k_0 est la conductivité hydraulique du matériau intact, en $[\text{m.s}^{-1}]$,
- μ est la viscosité dynamique, en $[\text{Pa.s}]$,
- κ la perméabilité du matériau avant endommagement, aussi appelée conductivité intrinsèque, en $[\text{m}^2]$,
- k_c est la conductivité hydraulique additionnelle due à la fissuration, en $[\text{m.s}^{-1}]$, dont une expression est proposée par la suite dans l'équation 5.24.

5.2.3 Le comportement poro-mécanique

Un milieu poreux saturé est composé d'une matrice imperméable, de pores connectés, et de pores non connectés [Coussy, 2004] (cf. figure 5.1). La porosité connectée correspond à l'ensemble du volume des vides où le fluide peut s'écouler. Par convention on appelle porosité, notée ϕ , le ratio du volume des vides connectés par unité de volume.

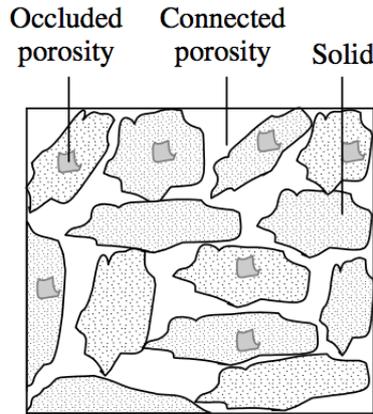


FIGURE 5.1 – Représentation de la porosité connectée et non connectée. D'après [Coussy, 2004].

Dans un milieu poro-mécanique, nous pouvons écrire que la déformation volumique totale est égale à la somme de la déformation volumique du squelette et de la déformation volumique des pores, suivant l'équation 5.5 ci-dessous (cf. figure 5.1).

$$\varepsilon_V = (1 - \phi_0)\varepsilon_S + (\phi - \phi_0) \quad (5.5)$$

où :

- ε_V est la déformation volumique totale du milieu [-],
- ε_S est la déformation volumique du squelette [-],
- $\phi - \phi_0$ est la variation de porosité [-].

De la même façon, nous pouvons écrire que la contrainte totale est égale à la somme de la contrainte exercée sur le squelette et de la contrainte exercée sur le fluide dans les pores, suivant l'équation 5.6.

$$\sigma - \sigma^0 = (1 - \phi_0)(\sigma_S - \sigma_S^0) + \phi_0(p - p_0) \quad (5.6)$$

où :

- $\sigma - \sigma^0$ représente la variation de la contrainte totale, en [Pa],
- $\sigma_S - \sigma_S^0$ représente la variation de la contrainte sur le squelette, en [Pa],
- $p - p^0$ est la variation de la pression du fluide dans les pores, en [Pa].

Nous considérons que le squelette a un comportement mécanique isotrope linéaire élastique, nous avons donc l'équation 5.7 reliant la variation de la contrainte exercée sur le squelette à sa déformation.

$$\sigma_S - \sigma_S^0 = K_S \varepsilon_S \quad (5.7)$$

où K_S est module élastique du milieu poreux sec (ou squelette) en [Pa].

D'autre part, en utilisant une approche énergétique en élasticité linéaire isotrope, le comportement poro-mécanique du milieu saturé peut être également représenté à l'aide des deux équations supplémentaires 5.8 et 5.9 ci-dessous (d'après [Coussy, 2004]).

$$\sigma - \sigma_0 = K \varepsilon_V - b(p - p_0) \quad (5.8)$$

$$\phi - \phi_0 = b \varepsilon_V + \frac{p - p_0}{N} \quad (5.9)$$

où

- b est le coefficient de Biot [-],
- K est le module d'élasticité du milieu, en [Pa], avec $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ où E est le module d'Young et ν est le coefficient de Poisson,
- N est le module d'élasticité des pores, en [Pa].

Afin d'assurer la compatibilité des équations 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 et 5.9, nous pouvons en déduire que b et N doivent vérifier les équations 5.10 et 5.11.

$$b = 1 - \frac{K}{K_S} \quad (5.10)$$

$$N = \frac{K_S}{b - \phi_0} \quad (5.11)$$

Dans l'hypothèse où les pores sont saturés en fluide, le module de Biot, noté M , est défini en fonction des grandeurs précédemment introduites et du module d'incompressibilité du fluide noté K_f , en [Pa], (d'après [Coussy, 2004]).

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{N} + \frac{\phi_0}{K_f} \quad (5.12)$$

5.2.4 Simplifications réalisées avec le jeu de paramètres considéré

Afin de valider notre modèle, nous allons également comparer nos résultats à ceux déjà publiés par [Carrier et Granet, 2012]. Pour cela considérerons le jeu de paramètres du tableau 5.1 ci-dessous.

Paramètre	Unité	Symb.	Valeur
Module d'Young	[GPa]	E	17
Coefficient de Poisson	[-]	ν	0,2
Coefficient de Biot	[-]	b	0,75
Module de Biot	[MPa]	M	68,7
Porosité	[-]	ϕ_0	0,2

TABLE 5.1 – Paramètres poro-mécaniques considérés. D'après [Carrier et Granet, 2012].

Nous pouvons donc procéder aux simplifications suivantes :

- Le fluide étant supposé incompressible, nous avons $N = M$ avec M le module de Biot [Pa] (cf. équation 5.12).
- La matrice ayant un comportement élastique, nous avons $\sigma = K\varepsilon_V$. Or le module d'incompressibilité K caractérisant le matériau est, **avec ce jeu de paramètres**, supérieur de 2 ordres de grandeur au module de Biot M . Le terme $b\varepsilon_V$ est donc négligeable devant le terme $\frac{p-p_0}{M}$ dans l'équation 5.9. Cela sera également discutée dans le paragraphe 5.4.4.

L'équation de comportement poro-mécanique peut donc être simplifiée de la façon suivante :

$$\phi - \phi_0 = \frac{p - p_0}{M} \quad (5.13)$$

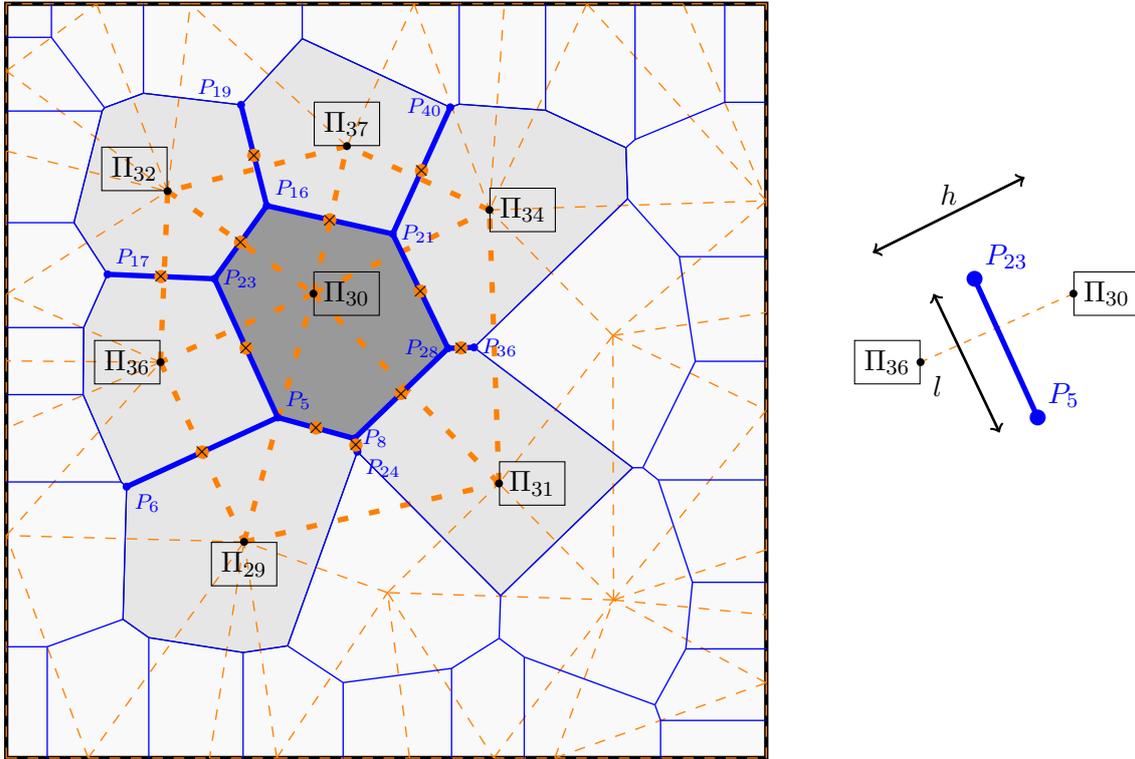
A l'aide des équations 5.2, 5.3 et 5.13 nous obtenons donc l'équation différentielle 5.14 qui régit la diffusion de la pression dans le milieu poro-mécanique.

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\rho g} \Delta p \quad (5.14)$$

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que ce jeu de paramètres n'est pas physiquement acceptable car il ne respecte pas les équations de compatibilité 5.10 et 5.11. En réalité nous devrions avoir un module de Biot M égal à 68,7GPa et non pas 68,7MPa. Nous renvoyons le lecteur au paragraphe 8.2 de l'annexe B qui présente une méthode de résolution plus générale permettant de prendre en compte les termes $\frac{p-p_0}{M}$ et $b\varepsilon_V$.

5.2.5 La discrétisation spatiale utilisée dans le modèle

Les éléments formant le modèle hydraulique correspondent à la tessellation de Voronoï issue de la distribution initiale des points dans le domaine considéré. Le modèle mécanique et le modèle hydraulique associé sont deux modèles duaux (cf. figure 5.2). Cela signifie que chaque élément du modèle hydraulique est associé de façon unique et réciproque avec un élément du modèle mécanique.



Légende :

- Π_{30} : numéro du polyèdre (noeud du modèle mécanique)
- P_5 : noeud du modèle hydraulique
- élément du modèle hydraulique
- - - élément du modèle mécanique

FIGURE 5.2 – Eléments formant le modèle hydraulique (en traits continus) et le modèle mécanique dual (en trait discontinus). La longueur notée l correspond à la longueur de l'élément hydraulique.

5.2.6 La formulation discrète du problème

Le milieu continu est discrétisé sous forme de nœuds reliés entre eux par des éléments que nous appellerons 'tubes' (cf. figure 5.2). Chaque élément permet de représenter un écoulement unidimensionnel entre 2 nœuds. Chaque nœud possède un seul degré de liberté qui représente la pression en ce point.

Les caractéristiques géométriques des tubes constituant le modèle sont :

- la hauteur de la section droite notée h [m], cette dimension correspond à la longueur de l'élément mécanique dual,
- l'aire de la section droite de l'élément, notée A , égale à $l \times 1\text{m}$, en $[\text{m}^2]$,
- la longueur du tube notée l , en [m],
- l'ouverture du fissure ω_c , en [m], provenant de l'élément mécanique dual.

Les degrés de liberté du modèle sont rassemblés dans le tenseur d'ordre 1 noté \mathbf{P} , :

$$\{\mathbf{P}\} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

Les débits (imposés ou non) aux nœuds sont rassemblés dans le tenseur d'ordre 1 noté \mathbf{F} :

$$\{\mathbf{F}\} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Le champ de pression dans un élément hydraulique reliant le nœud 1 au nœud 2 s'écrit :

$$P(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) p_1 + \frac{x}{l} p_2 = \begin{bmatrix} \frac{l-x}{l} & \frac{x}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{Bmatrix} = [\mathbf{N}] \{\mathbf{P}\} \quad (5.17)$$

où

- x est l'abscisse le long du tube, en [m],
- p_1 et p_2 sont les pressions aux nœuds d'extrémité de l'élément, en [Pa]
- $[\mathbf{N}]$ est la matrice des fonctions de formes.

On en déduit la matrice $[\mathbf{B}]$ telle que $\{\text{grad}(P)\} = [\mathbf{B}] \{\mathbf{P}\}$:

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Pour un élément du modèle lattice, la matrice de conductivité $[\mathbf{K}]$ (en $m^3.s^{-1}.Pa^{-1}$) s'écrit :

$$[\mathbf{K}] = \int_V [\mathbf{B}]^T \frac{k}{\rho g} [\mathbf{B}] dV = \frac{k}{\rho g} A \int_0^l [\mathbf{B}]^T [\mathbf{B}] dx = \frac{k}{\rho g} A \frac{1}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

De même, la matrice de capacité $[\mathbf{C}]$ s'écrit :

$$[\mathbf{C}] = \int_V [\mathbf{N}]^T \frac{1}{M} [\mathbf{N}] dV = \frac{1}{M} A \int_0^L [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] dx = \frac{1}{M} A \frac{l}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Le volume disponible entre les 2 nœuds dans la triangulation de Delaunay n'est pas un tube de section constante mais un losange de grande diagonale égale à l , et de petite diagonale égale à A . C'est pour cette raison que l'intégrale sur le volume de l'élément fait intervenir un facteur égal à $\frac{1}{12}$ et non pas $\frac{1}{6}$. (d'après [Bolander et Berton, 2004]).

5.3 Le couplage hydro-mécanique

Deux stratégies sont possibles pour résoudre un problème hydro-mécanique. Une approche parfaitement couplée (couplage fort), ou bien une approche séquentielle (couplage faible). Un couplage fort nécessite de résoudre simultanément les équations d'écoulement et les équations mécaniques à chaque pas de temps. Une solution est obtenue pour un pas de temps donné après convergence de plusieurs itérations, typiquement à l'aide d'un schéma de Newton-Raphson. Cette approche nécessite le développement d'un solveur hydro-mécanique. Elle est également très consommatrice en temps de calculs.

Dans l'approche séquentielle, on commence par résoudre un des deux problèmes, puis l'autre problème est résolu en utilisant les résultats du premier modèle. Il est possible de réaliser des itérations au sein d'un même pas de temps jusqu'à obtenir la convergence, ce qui conduit à une approche semblable au couplage total. Cependant le plus souvent on ne fait qu'une seule itération par pas de temps, ce qui est l'approche courante des "staggered solution strategy" (cf. [Kim *et al.*, 2011]).

L'approche que nous avons retenue est une approche de type "staggered solution strategy" (cf. figure 5.3), sur laquelle nous vérifions la convergence des résultats en fonction du pas de temps adopté.

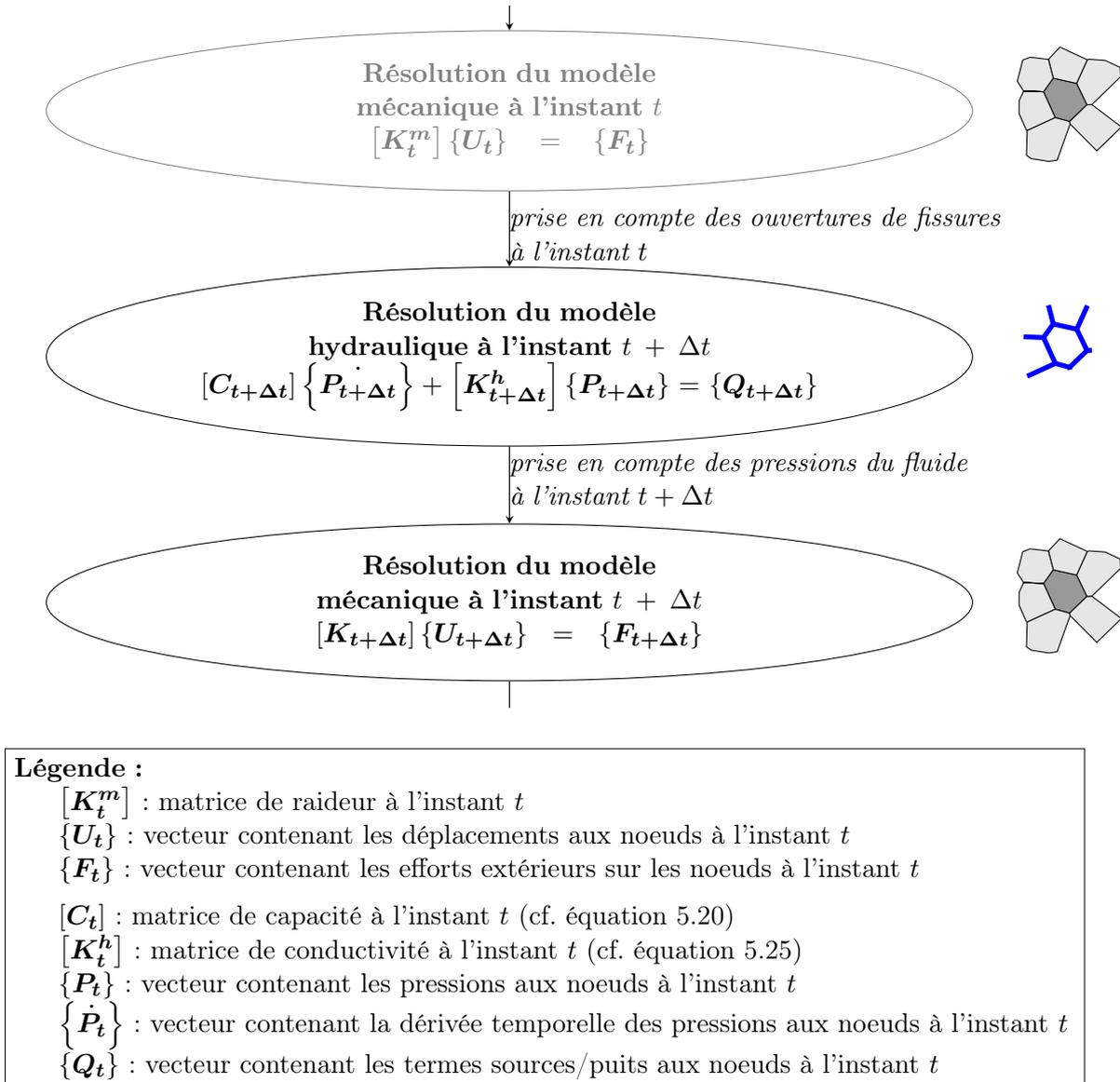


FIGURE 5.3 – Principe du couplage hydro-mécanique du modèle. Les illustrations à droite représentent un exemple de géométrie du modèle considéré pour chaque type de calcul suivant le maillage présenté sur la figure 5.2.

Le modèle hydraulique est résolu à l'aide d'un schéma de Euler implicite.

Une amélioration future pourra être de ne pas réaliser systématiquement un calcul mécanique puis un calcul hydraulique. En effet, la stimulation provenant du modèle hydraulique, il n'est pas nécessaire de résoudre le problème mécanique si les pressions hydrauliques n'ont pas été modifiées significativement entre deux pas de temps.

Dans un premier temps nous présenterons les grandeurs permettant le couplage entre le modèle mécanique et le modèle hydraulique, puis nous étudierons ce couplage sur un cas simple pour identifier le coefficient macroscopique de Biot.

5.3.1 Prise en compte des pressions du fluide dans le calcul mécanique

Le calcul mécanique est réalisé en écrivant l'équilibre d'un polyèdre sous l'effet des interactions avec les polyèdres voisins et des pressions exercées par le fluide. La somme de ces deux contributions est la contrainte totale que nous noterons $\{\sigma\}$, et qui est exprimée dans le repère local de l'élément $\{\sigma\} = (\sigma_n, \sigma_s, \sigma_\phi)^T$. Elle est exprimée sous forme d'un tenseur d'ordre 1 dans les éléments mécaniques unidimensionnels que sont les poutres constituant le modèle lattice.

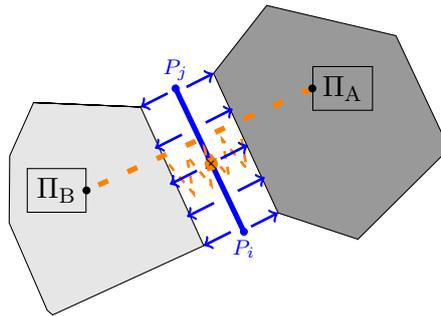


FIGURE 5.4 – Représentation des interactions entre le polyèdre Π_A et le polyèdre Π_B , avec prise en compte de l'effet du fluide représenté par l'élément ij .

Les interactions entre polyèdres voisins correspondent aux contraintes dans les éléments du modèle mécanique. Cette contribution est la contrainte effective, notée $\{\sigma'\}$.

$$\{\sigma'\} = [D] \times \{\varepsilon\} \quad (5.21)$$

où $[D]$ est la matrice de raideur de l'élément, en [Pa].

L'action du fluide sur le polyèdre est déterminée à partir des pressions calculées aux noeuds formant les extrémités de l'interface. Le coefficient de Biot, noté b , vient pondérer cette action pour prendre en compte le fait que le milieu est poreux. Une contrainte équivalente est appliquée sur le polyèdre telle que :

$$\{\sigma_f\} = -b_l \frac{P_i + P_j}{2} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.22)$$

où :

- $\{\sigma_f\}$ est un tenseur d'ordre 1 représentant les contraintes exercées par le fluide sur les polyèdres, en [Pa], exprimées dans le repère de l'élément mécanique reliant Π_A à Π_B ,
- le signe négatif permet de prendre en compte le fait que le fluide est comprimé lorsque sa pression est positive,
- b_l est le coefficient de Biot local [-],
- P_i et P_j sont les pressions aux noeuds i et j de la tessellation de Voronoi, en [Pa].

Ainsi, la contrainte totale utilisée dans le calcul mécanique pour écrire l'équilibre des polyèdres est obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} + \{\sigma_f\} = [D] \times \{\varepsilon\} - b_l \times \frac{P_i + P_j}{2} \times \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

Notons qu'en géotechnique, contrairement à notre convention, les contraintes sont considérées positives dans un milieu (solide ou fluide) comprimé. L'expression usuelle de la contrainte totale en géotechnique fait donc intervenir la pression avec un signe positif : $\sigma = \sigma' + u$, où u est la pression interstitielle.

5.3.2 Prise en compte des ouvertures de fissures dans le calcul hydraulique

La calcul hydraulique est réalisé en prenant en compte la conductivité associée aux ouvertures de fissures calculées dans le modèle mécanique. Ce choix sous-entend une hypothèse forte selon laquelle l'endommagement calculé dans un élément représente une seule fissure et non une microfissuration diffuse. Ceci nécessite d'avoir des éléments de taille suffisamment petite pour être cohérent avec cette hypothèse.

La conductivité k_c associée à la fissuration est déterminée en considérant un écoulement laminaire de Poiseuille entre 2 plans parallèles, ce qui conduit à la "loi cubique" :

$$k_c = \rho g \frac{\omega_c^3}{12\mu l} \quad (5.24)$$

où :

- ω_c est l'ouverture de fissure considérée, issue du modèle mécanique (cf. equation 2.19), en [m],
- l est la longueur de l'élément considéré, en [m].

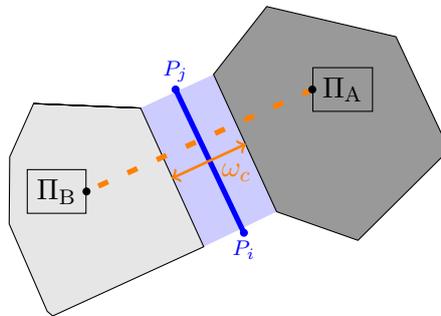


FIGURE 5.5 – Prise en compte de l'ouverture de fissure ω_c dans le calcul de la conductivité hydraulique de l'élément ij

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que dans la matrice de conductivité, le flux dans un élément hydraulique est calculé en prenant en compte la section totale du milieu représenté l'élément soit $A = h \times 1\text{m}$. Dans le cas d'un milieu fissuré, la contribution de la fissuration ne doit prendre en compte que la section de la fissure. Nous ferons apparaître un facteur de $1/h$ devant la conductivité k_c .

La matrice de conductivité $[\mathbf{K}]$ s'écrit alors :

$$[\mathbf{K}] = \left(\frac{\kappa}{\mu} + \frac{1}{h} \frac{\omega_c^3}{12\mu} \right) A \frac{1}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

5.3.3 Identification du coefficient de Biot apparent

L'objet de ce paragraphe est d'établir une relation entre le coefficient de Biot apparent, et le paramètre local b utilisé dans la loi de comportement des éléments mécaniques du modèle. Dans un premier temps nous établirons une relation entre le coefficient de Biot et la déformation du milieu à l'aide des équations de la mécanique des milieux continus. Puis nous exploiterons les résultats d'une simulation afin d'identifier le coefficient de Biot à partir des déformations mesurées et de la pression du fluide.

5.3.3.1 Relation entre le coefficient de Biot et la déformation dans notre modèle

Nous considérons ici un modèle en deux dimensions de type lattice représentant un milieu continu élastique. Dans un milieu continu élastique, la loi de Hooke généralisée s'écrit de la façon suivante :

$$[\boldsymbol{\varepsilon}] = \frac{1 + \nu}{E} [\boldsymbol{\sigma}'] - \frac{\nu}{E} \text{Tr}([\boldsymbol{\sigma}']) [\text{Id}] \quad (5.26)$$

où :

- $[\boldsymbol{\sigma}']$ est le tenseur des contraintes effectives tel que $[\boldsymbol{\sigma}'] = [\mathbf{K}] [\boldsymbol{\varepsilon}]$, en [Pa],
- $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ est le tenseur des déformations, [-],
- ν est le coefficient de Poisson, [-],
- E est le module d'Young, en [Pa],
- $[\text{Id}]$ est la matrice identité.

Le concept de contraintes effectives et contraintes totales nous permet d'écrire l'équation suivante :

$$[\boldsymbol{\sigma}] = [\boldsymbol{\sigma}'] + [\boldsymbol{\sigma}_f] \quad (5.27)$$

où

- $[\boldsymbol{\sigma}]$ est le tenseur des contraintes totales, en [Pa],
- $[\boldsymbol{\sigma}_f]$ est le tenseur des contraintes dans le fluide tel que $[\boldsymbol{\sigma}_f] = -b^{app} \times p [\text{Id}]$, en [Pa],
- b^{app} est le coefficient de Biot apparent [-].

Pour la première composante du tenseur des déformations nous avons :

$$\varepsilon_{11} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma'_{11} - \frac{\nu}{E} (\sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33}) \quad (5.28)$$

Dans le modèle lattice 2D que nous utilisons, les contraintes mécaniques suivant la troisième direction n'interviennent pas. L'équation précédente s'écrit donc :

$$\varepsilon_{11} = \frac{1+\nu}{E} \sigma'_{11} - \frac{\nu}{E} (\sigma'_{11} + \sigma'_{22}) = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_{11} + b^{app} \times p) - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + 2b^{app} \times p) \quad (5.29)$$

En considérant une configuration où le milieu peut se déformer librement, nous avons des contraintes totale nulles telles que $\sigma_{ii} = 0$. Nous obtenons alors l'équations suivante :

$$\varepsilon_{11} = \frac{1+\nu}{E} (b^{app} \times p) - \frac{\nu}{E} (2b^{app} \times p) = \frac{1-\nu}{E} (b^{app} \times p) \quad (5.30)$$

En mesurant la déformation sous l'effet d'une pression exercée par le fluide, sans action de confinement, nous pouvons donc remonter au coefficient de Biot apparent à l'aide de l'équation suivante :

$$b^{app} = \frac{E}{1-\nu} \frac{\varepsilon_{11}}{p} \quad (5.31)$$

5.3.3.2 Déformations du modèle sous l'effet du fluide

Dans ce paragraphe nous considérons un modèle hydro-mécanique élastique en régime permanent. Les paramètres mécaniques du modèle utilisé sont donnés dans le tableau 5.2 ci-dessous. L'indice l permet de distinguer les paramètres locaux du modèle des caractéristiques apparentes du matériau.

Paramètre	$E_l[Gpa]$	$a_1[-]$	$b_l [-]$
Valeur	23	0.33	0.8

TABLE 5.2 – Paramètres locaux des éléments du modèle mécanique. b_l représente le paramètre local introduit dans le modèle lattice pour déterminer la contrainte effective (cf. équation 5.23.)

A partir d'un essai de traction réalisé avec 10 maillages différents, nous avons pu identifier les caractéristiques mécaniques apparentes.

module d'Young E			coefficient de Poisson ν		
μ	σ	c_v	μ	σ	c_v
(GPa)	(GPa)	(%)	(-)	(-)	(%)
17.8	0.1	0.5	0.23	0.01	6.2

(μ – valeur moyenne ; σ – écart type ; $c_v = \mu/\sigma$ – coefficient de variation)

TABLE 5.3 – Propriétés mécaniques apparentes identifiées à l'aide d'un essai de traction simple

La figure ci-dessous représente les géométries générales et les conditions aux limites des modèles mécanique et hydraulique utilisés pour identifier le coefficient de Biot apparent.

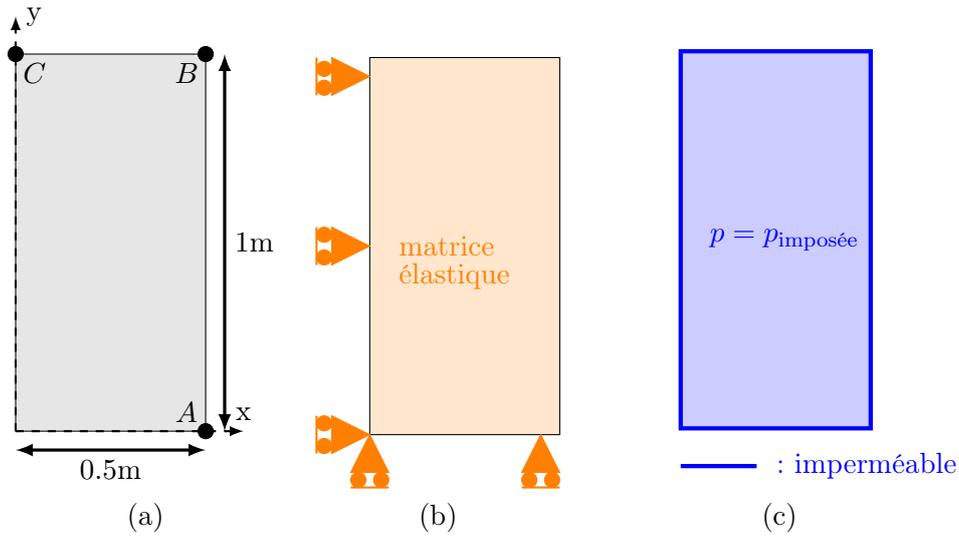


FIGURE 5.6 – (a) Géométrie générale du modèle, (b) conditions aux limites mécaniques, (c) conditions aux limites hydrauliques. Les lettres A, B et C désignent 3 points dont les déplacements sont mesurés afin de déterminer la valeur du coefficient de Biot apparent.

Une pression $p_{\text{imposée}}$ est fixée dans le modèle hydraulique. La périphérie du modèle hydraulique étant imperméable, la pression est uniforme dans tout le modèle hydraulique car il n'y a pas de perte de charge par écoulement.

Les déformations mesurées dans le modèle mécanique sont représentées ci-dessous.

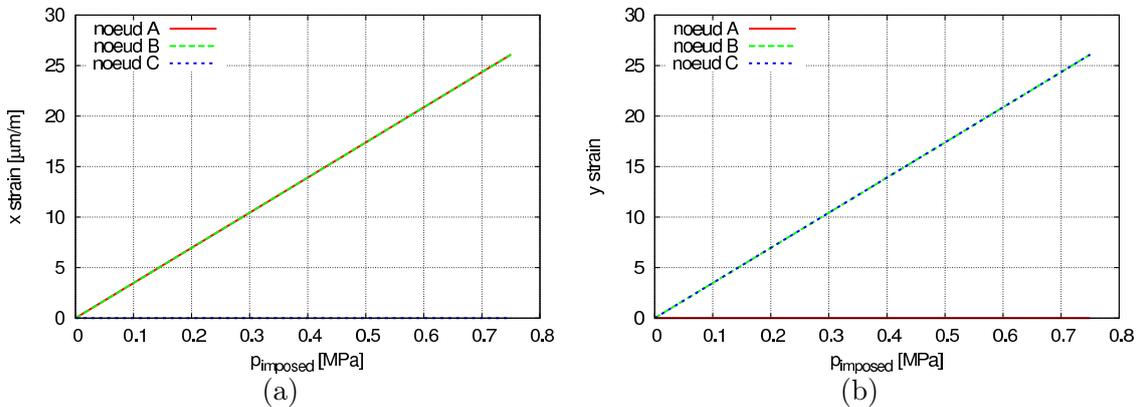


FIGURE 5.7 – Déformations mesurées suivant x (figure a) et y (figure b) dans le modèle mécanique sous l'effet de la pression imposée dans le modèle hydraulique avec un coefficient $b_l = 0,8$. Les points considérés sont nommés suivant la figure 5.6.

Ainsi pour une pression de $p_{\text{impose}} = 0,5\text{MPa}$ dans le modèle hydraulique, nous observons une déformation de $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 17,4 \times 10^{-6}$ dans le modèle mécanique. Il faut noter que cette déformation est parfaitement identique sur les 10 simulations réalisées.

A partir des éléments précédents, nous pouvons déduire la valeur du coefficient de Biot

apparent telle que :

$$b^{app} = \frac{E}{1 - \nu} \frac{\varepsilon_x}{p} = \frac{17,8\text{GPa}}{1 - 0,23} \frac{17,4 \times 10^{-6}}{0,5\text{MPa}} = 0,80 \quad (5.32)$$

Nous avons également réalisé cette validation avec un coefficient de Biot local égal à 1,0. Nous obtenons de la même façon un coefficient de Biot apparent égal à 1,0. Le coefficient de Biot local est donc identique au coefficient de Biot apparent, et nous noterons ces deux coefficients b .

$$b^{app} = b_l = b \quad (5.33)$$

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que dans notre modèle le coefficient de Biot est constant : le coefficient b est donc identique que le matériau soit sain ou fissuré.

Nous disposons donc d'un modèle permettant de représenter correctement les mécanismes de propagation de fissures et le comportement des milieux poro-mécaniques. Nous allons maintenant confronter ce modèle à plusieurs cas tests couplant ces deux aspects.

Tout d'abord nous allons montrer que pour une fissure suffisamment grande devant la taille des mailles et devant la taille de la zone d'élaboration, les résultats obtenus par simulation sont cohérents avec la mécanique linéaire élastique de la rupture.

Puis nous montrerons que notre modèle peut représenter correctement la propagation d'une fissure dans un milieu perméable, et qu'il donne des résultats cohérents avec les modèles analytiques publiés dans la littérature.

5.4 Validation du modèle en milieu imperméable suivant la LEFM

La mécanique linéaire élastique de la rupture permet de relier la pression exercée par le fluide dans une fissure se propageant de façon quasi-statique à la longueur de cette fissure. Nous allons maintenant confronter les résultats de notre modèle à cette théorie.

5.4.1 Présentation du modèle

Comme cela a été exposé précédemment, le modèle utilisé réunit un modèle mécanique et un modèle hydraulique avec un couplage de type staggered-approach. A chaque pas de temps, les calculs sont menés en utilisant les résultats du modèle dual au pas de temps précédent (pressions dans le modèle hydraulique, et ouvertures de fissures dans le modèle mécanique). C'est un couplage faible. Des tests menés avec des pas de temps plus petits nous ont permis de démontrer que les résultats étaient similaires.

Ce modèle comporte une entaille initiale de 5cm de long dans laquelle nous injectons un fluide avec un débit Q_0 (cf. figure 5.8). Afin de valider les résultats du modèle vis-à-vis de modèles analytiques publiés dans la littérature, il comporte un trajet de fissure pré-maillé. Pour cela, les noeuds situés au voisinage immédiat de la fissure sont disposés de façon symétrique par rapport au trajet de la fissure. Cette approche est semblable à celle décrite pour représenter un joint dans le chapitre 4. Pour la même raison, la matrice a un comportement élastique non endommageable.

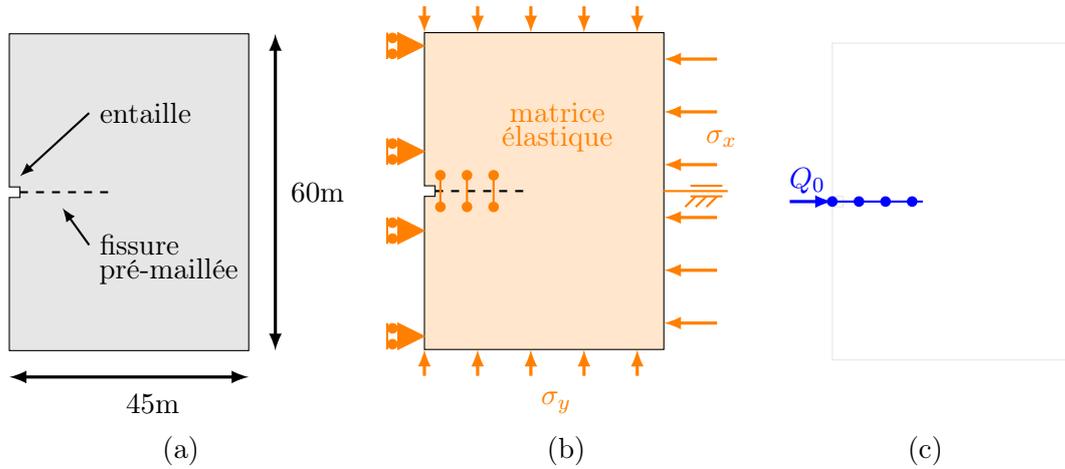


FIGURE 5.8 – (a) Géométrie générale du modèle, (b) conditions aux limites mécaniques, (c) conditions aux limites hydrauliques. Les éléments mécaniques et hydrauliques sont seulement représentés de façon sommaire au voisinage de la fissure pré-maillée.

Dans le tableau ci-dessous nous synthétisons les paramètres utilisés. Le module d'Young local adopté dans la matrice, correspond à un module d'Young apparent de 17GPa. Dans l'entaille et dans la zone pré-maillée, nous adoptons directement les paramètres correspondant au comportement apparent car tous les éléments sont alignés.

Nous rappelons que les éléments composant le modèle mécanique ne comportent pas de terme d'inertie.

Paramètre	Unité	Symb.	Matrice	Entaille	Fissure pré-maillée
Module d'Young local	[GPa]	E	23	17	17
Rapport E_s/E_n	[-]	γ_1	0.33	0.33	0.33
Seuil d'endommagement	[-]	$\varepsilon_{0,l}$	-	1×10^{-6}	74×10^{-6}
Paramètre pilotant G_f	[m]	ω_f	-	95×10^{-6}	95×10^{-6}
Rapport f_c/f_t	-	c	-	10^3	10^3
Rapport f_s/f_t	-	q	-	10^3	10^3
Energie de fissuration locale	[J/m ²]	$G_{f,l}$	-	29	120
Résistance en traction locale	[MPa]	$f_{t,l}$	-	0,017	1,25

TABLE 5.4 – Paramètres mécaniques utilisés dans le modèle. $f_{t,l}$ et $G_{f,l}$ sont déduits des autres paramètres (cf. figure 2.8).

Paramètre	Unité	Symb.	Matrice	Entaille	Fissure pré-maillée
Module de Biot	[MPa]	M	-	68,7	68,7
Perméabilité	[m ²]	κ	-	10 ⁻¹⁸	10 ⁻¹⁸
Ouverture de fissure initiale	[mm]	$w_{c,ini}$	-	5	0
Ouverture de fissure hydraulique max.	[mm]	$w_{c,max}$	-	5	5
Masse volumique	[kg/m ³]	ρ	-	1000	1000
Coefficient de Biot	[-]	b	-	1	1
Viscosité dynamique	[Pa.s]	μ	-	0.0001	0.0001

TABLE 5.5 – Paramètres hydrauliques utilisés dans le modèle.

La distance minimale entre chaque point du maillage est $d_{\min} = 2,5\text{cm}$. Le pas de temps adopté est $\Delta t = 0,05\text{s}$. Le débit d'injection $Q_0 = 2 \times 10^{-6}\text{m}^3/\text{s}$. Les contraintes de confinement sont $\sigma_x = 5\text{MPa}$ et $\sigma_y = 3,7\text{MPa}$.

Ci-dessous nous traçons l'évolution de la pression du fluide au point d'injection.

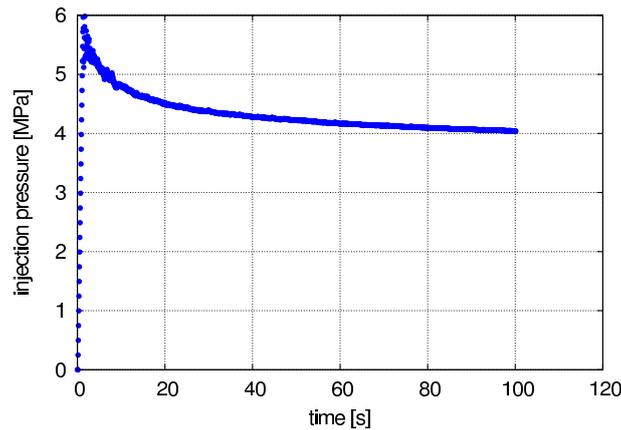


FIGURE 5.9 – Evolution de la pression au point d'injection

5.4.2 Résultats au bout de 100s d'injection

Au fur et à mesure du calcul, les éléments en pointe de la fissure s'endommagent sous l'effet de la pression exercée par le fluide dans la fissure. Cet endommagement provoque une augmentation significative de la conductivité des éléments hydraulique en pointe de fissure ce qui permet alors une propagation du champ de pression au sein de ces éléments de façon quasi-instantanée.

Nous présentons sur la figure 5.10 les résultats obtenus au bout de 100s. Le graphique (a) représente la contrainte effective dans les éléments mécaniques. Il permet d'identifier la longueur de la zone d'élaboration qui est ici proche de 3m. Nous observons au-delà de la pointe de fissure une contrainte effective égale à la contrainte de confinement (3,7MPa). En effet, la pression de pores initiale est nulle.

Le graphique (b) représente l'ouverture de la fissure issue du calcul mécanique et prise en compte dans le calcul de la conductivité hydraulique. Celle-ci est relativement petite (0,5mm) ce qui permet de confirmer que nous avons un écoulement laminaire.

Enfin, la distribution de pression le long de la fissure est représentée dans le graphique (c). Nous observons que la pression est uniforme le long de la fissure. Il existe une petite zone où la pression est négative (phénomène de succion) en pointe de fissure. Ce comportement avait déjà été mis en évidence dans un modèle semblable utilisant des éléments cohésifs (cf. [Carrier et Granet, 2012]).

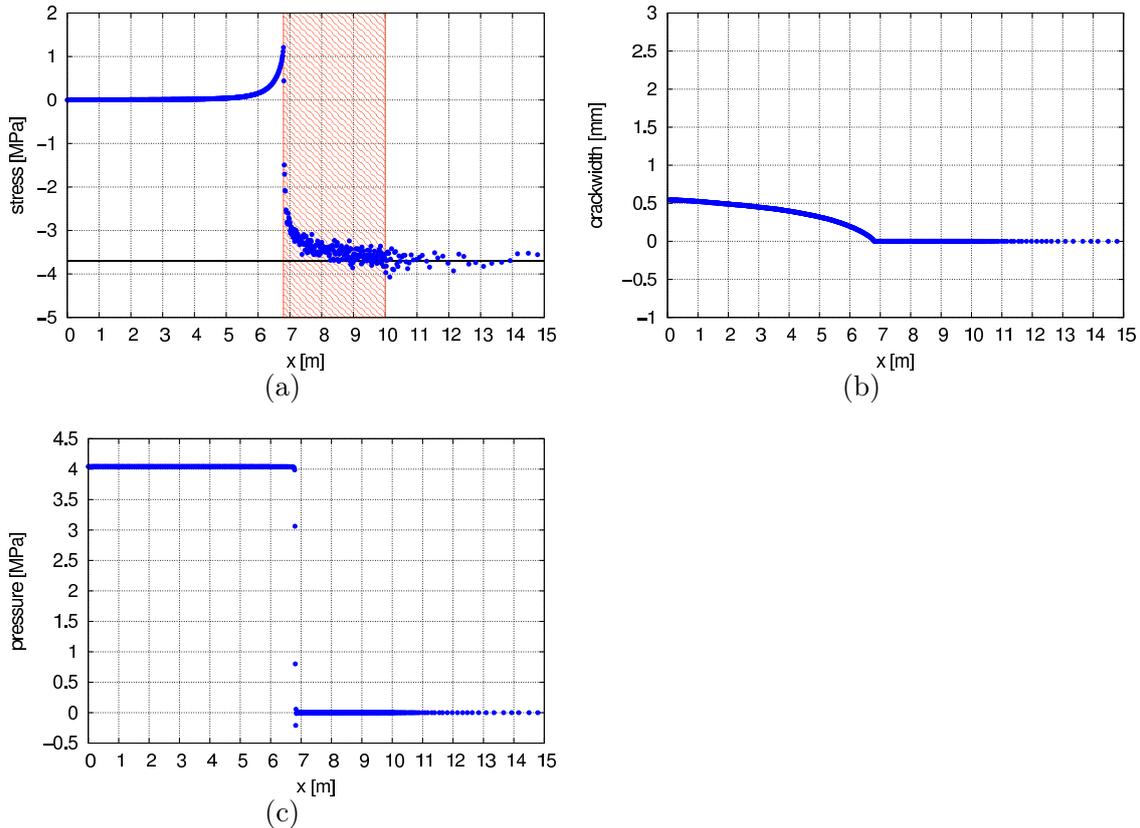


FIGURE 5.10 – Résultats à $t = 100s$: (a) Contrainte effective dans les éléments formant la fissure pré-maillée (la zone hachurée met en évidence la zone d’élaboration, le trait horizontal à $-3,7\text{MPa}$ représente le confinement dans la direction y) ; (b) Ouverture de fissure dans les éléments formant la fissure pré-maillée ; (c) Distribution de la pression du fluide le long de la fissure prémaillée

Nous comparons maintenant nos résultats à ceux obtenus à l’aide de la mécanique linéaire élastique de la rupture.

5.4.3 Comparaison avec la LEFM

Pour une fissure soumise à une pression interne p , le facteur d’intensité des contraintes est le suivant (cf. [Adachi et Detournay, 2008]) :

$$K_1 = \int_0^l \frac{p}{\sqrt{l^2 - x^2}} dx = p\sqrt{\pi l} \quad (5.34)$$

où

- K_1 est le facteur d’intensité des contraintes en mode 1 [$\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$]

- p est la pression supposée uniforme au sein de la fissure [Pa]
- l est la longueur de la fissure [m]

Cette expression est notamment utilisée par E. Detournay et ses collaborateurs dans les nombreuses publications proposant des modèles analytiques pour l'étude des fissures de type bi-wing.

En supposant une propagation de fissure quasi-statique, nous pouvons donc relier à chaque instant la pression de stimulation à la longueur de fissure suivant l'équation suivante :

$$p = \frac{K_{1,c}}{\sqrt{\pi l}} \quad (5.35)$$

où $K_{1,c}$ est la ténacité du matériau [$\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$].

La valeur de la ténacité en déformations planes est déterminée à partir des paramètres apparents du modèle et de la formule d'Irwin.

$$K_{1,c} = \sqrt{\frac{EG_f}{1-\nu^2}} \quad (5.36)$$

A chaque pas de temps, nous déterminons l'abscisse du point où l'ouverture de fissure est égale à ω_f . Nous assimilons ce point à la pointe de fissure. Nous traçons sur la figure 5.11 ci-dessous l'évolution de la longueur de la fissure en fonction de la pression nette au point d'injection. La pression nette est obtenue en soustrayant à la pression totale la valeur du confinement perpendiculairement à l'axe de la fissure.

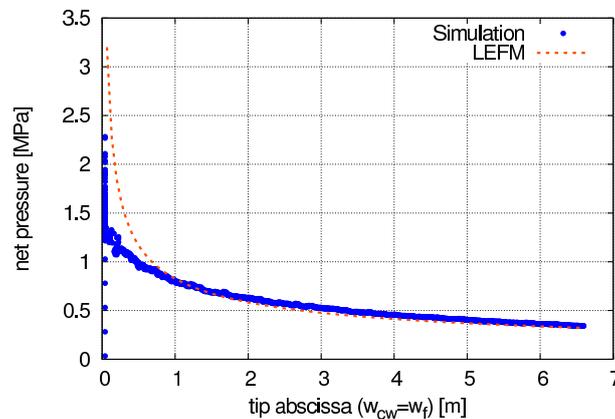


FIGURE 5.11 – Pression nette de stimulation associée à chaque longueur de la fissure obtenue.

Nous observons sur le graphique 5.11 que pour des longueurs de fissures supérieures à la taille de la zone d'élaboration, la pression nécessaire pour provoquer la propagation de la fissure est cohérente avec celle prévue par la LEFM. Ainsi à 6,6m, la pression de propagation est de 0,34MPa dans notre modèle, tandis que la pression d'initiation donnée par la LEFM est de 0,32MPa (soit un écart de 6%).

L'écart entre la LEFM et les résultats de la simulation peut s'expliquer par le fait que la pointe de fissure considérée dans la mécanique linéaire élastique de la rupture n'est pas parfaitement définie dans notre modèle. En effet nous pouvons observer sur la figure 5.10(a) que les contraintes

effectives ne sont pas négligeables dans la zone endommagée. Celle-ci fait plus d'un mètre de longueur : sa longueur est donc significative devant la longueur de la fissure.

5.4.4 Analyse du volume de fluide injecté

Lors de la mise en équation du problème poro-mécanique, nous avons obtenu l'équation 5.13 sans considérer le terme $b \times \varepsilon_V$. Nous avons seulement considéré le terme représentant la variation élastique du volume des pores provoquée par la variation de la pression du fluide (terme $\frac{p-p_0}{M}$).

La prise en compte de ces déformations volumiques dans le calcul hydraulique nécessite un couplage supplémentaire que nous avons choisi de ne pas approfondir dans le cadre nos travaux. L'objet de ce paragraphe est donc d'identifier l'impact de cette simplification.

A l'issue du calcul, c'est-à-dire à $t = 100s$, le volume de fluide injecté est égal à $Q_0 \times 100s$ soit $2 \times 10^{-4}m^3$.

Si nous calculons le volume total de la fissure, représentée par l'endommagement des éléments, tel que $V_{fiss} = \int_{x=0}^L \omega_c dx$, nous obtenons un volume $V_{fiss} = 2,66 \times 10^{-3}m^3$ (c'est-à-dire une ouverture moyenne de 0,4mm pour une longueur de 6,8m) ce qui n'est pas cohérent avec le volume du fluide injecté.

Cela confirme que le terme $b \times \varepsilon_V$ devra être pris en compte pour avoir un calcul correct vis-à-vis du volume injecté lorsque le volume de fluide correspondant aux ouvertures de fissures dans les éléments mécaniques endommagés n'est pas négligeable devant le volume de fluide diffusé dans la matrice par *leak-off*.

Le volume de fluide injecté dans le modèle est donc uniquement égal à la variation du volume de la porosité connectée du modèle hydraulique

Nous rappelons ci-dessous les paramètres du modèle et les résultats à $t = 100s$:

- module de Biot $M = 2 \times 68,7MPa$, le terme "2×" correspond à un modèle d'écoulement unidimensionnel d'après [Bolander et Berton, 2004] car seule la fissure pré-maillée est représentée dans le modèle hydraulique.
- largeur des éléments hydrauliques $h = 1mm$,
- pression du fluide dans la fissure $p = 4,04MPa$,
- longueur de fissure $L = 6,8m$.

La variation du volume de la porosité au sein des éléments du modèle hydraulique est égale à $h \times L \frac{p}{M} \approx 2 \times 10^{-4}m^3$, ce qui est parfaitement cohérent avec le volume de fluide injecté. Nous considérons ici la longueur de la fissure car étant donnée sa conductivité très élevée, cette longueur correspond aux éléments du modèle hydraulique où la pression du fluide est non nulle (cf. figure 5.10 (c)).

Le modèle que nous avons développé ne permet donc pas d'identifier le volume de fluide contenu dans les fissures ouvertures, représentées par des éléments mécaniques endommagés. Cependant, dans les cas qui nous intéressent la fissure se propage au sein d'une matrice perméable. Comme nous le démontrerons par la suite, si le volume de fluide entrant dans la matrice (le *leak-off* ou débit de fuite) est suffisamment important devant le volume de fluide stocké dans la fissure, il est alors possible de négliger le volume de fluide contenu dans la fissure. Dans ces cas de figure particuliers, notre modèle permettra donc de représenter correctement le comportement hydro-mécanique de la fissure.

5.5 Validation du modèle en milieu perméable

5.5.1 Représentation du leak-off à l'aide du modèle de Carter

Lorsque qu'une fissure, stimulée par l'injection d'un fluide, se propage dans un milieu perméable, son comportement dépend notamment de la quantité de fluide quittant la fissure pour pénétrer dans la matrice. On appelle ce phénomène le leak-off.

5.5.1.1 Expression du coefficient de Carter

Le modèle de Carter présenté au paragraphe 2.3.1.4 propose de représenter ce volume de fluide quittant la fissure et entrant dans la matrice par un flux unidimensionnel perpendiculairement à la fissure. Ce flux est piloté par le coefficient de Carter ou coefficient de leak-off, noté C_L , en $[\text{m s}^{-1/2}]$.

Après avoir proposé une expression analytique pour le coefficient de Carter, nous validerons les résultats obtenus à l'aide des simulations par comparaison avec le modèle de Carter.

L'écoulement étant modélisé de façon unidimensionnelle, l'équation 5.14 peut d'écrire :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{M\kappa}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (5.37)$$

Pour simplifier l'écriture des équations, nous posons $\alpha = \frac{M\kappa}{\mu}$ (en $[\text{m}^2/\text{s}]$).

Nous considérons le cas où la stimulation consiste à appliquer un échelon de pression p_f à une limite d'un modèle unidimensionnel où la pression est initialement égale à p_0 . Une solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$p(x, t) = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha * t}}\right) \times (p_f - p_0) + p_0 \quad (5.38)$$

où erf est la fonction d'erreur de Gauss.

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (5.39)$$

5.5.1.2 Expression du flux de fluide injecté dans la matrice

A partir de l'équation de Darcy et de l'équation 5.38, nous pouvons exprimer le flux de fluide qui se diffuse dans la matrice sous l'effet d'un échelon de pression.

$$q(x, t) = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{1}{2\sqrt{\alpha * t}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha * t}}\right)^2} \times (p_f - p_0) \quad (5.40)$$

Au point où le fluide pénètre dans la matrice (en $x = 0$), nous avons donc :

$$q_{\text{leak-off}}(t) = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi M \mu}} \frac{1}{\sqrt{t}} \times (p_f - p_0) \quad (5.41)$$

A partir de cette analyse, nous pouvons donc déterminer l'expression du coefficient de Carter théorique par identification avec l'équation 2.28.

$$C_L = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi M \mu}} \times (p_f - p_0) \quad (5.42)$$

Lorsque la contrainte de confinement σ_0 est grande devant la pression nette nécessaire à la propagation de la fissure, nous avons $p_f \approx \sigma_0$. De plus, si la pression initiale du fluide dans les pores p_0 est égale à 0Pa, alors nous obtenons l'expression suivante pour le coefficient de Carter :

$$C_L \approx \sqrt{\frac{\kappa}{\pi M \mu}} \sigma_0 \quad (5.43)$$

5.5.1.3 Comparaison de la simulation avec le modèle de Carter

Présentation du modèle numérique utilisé

Afin de valider l'aptitude des éléments poro-mécaniques développés dans notre modèle à représenter le phénomène de leak-off suivant le modèle de Carter, nous réalisons un modèle comportant uniquement des éléments hydrauliques soumis à un gradient de pression unidimensionnel.

Ce modèle ne comporte pas de couplage hydro-mécanique.

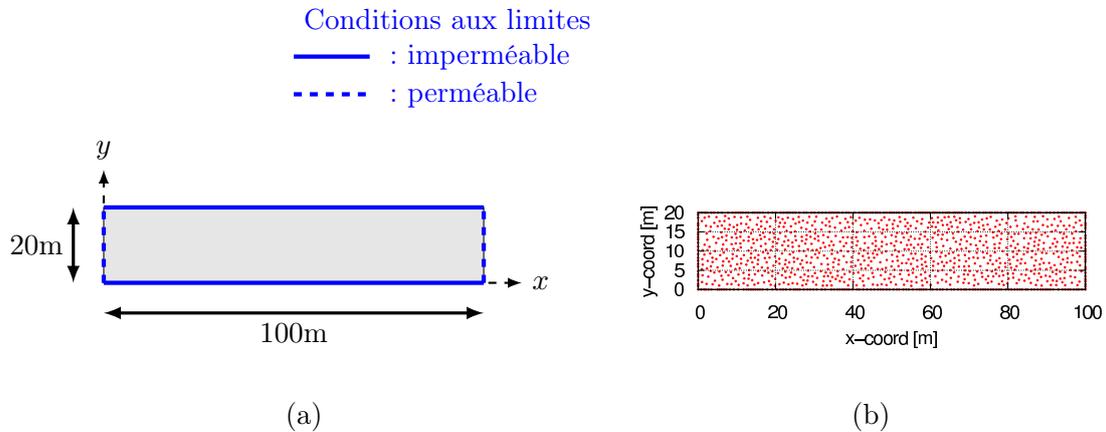


FIGURE 5.12 – Géométrie du modèle hydraulique unidimensionnel : (a) dimensions et conditions aux limites, (b) distribution des points constituant le modèle.

Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Unité	Symb.	Modele
Module de Biot	[MPa]	M	68,7
Perméabilité	[m ²]	κ	10^{-16}
Ouverture de fissure initiale	[mm]	$w_{c,ini}$	-
Ouverture de fissure hydraulique max.	[mm]	$w_{c,max}$	-
Masse volumique	[kg/m ³]	ρ	1000
Coefficient de Biot	[-]	b	-
Viscosité dynamique	[Pa.s]	μ	0.0001

TABLE 5.6 – Paramètres hydrauliques utilisés dans le modèle hydraulique de leak-off unidimensionnel.

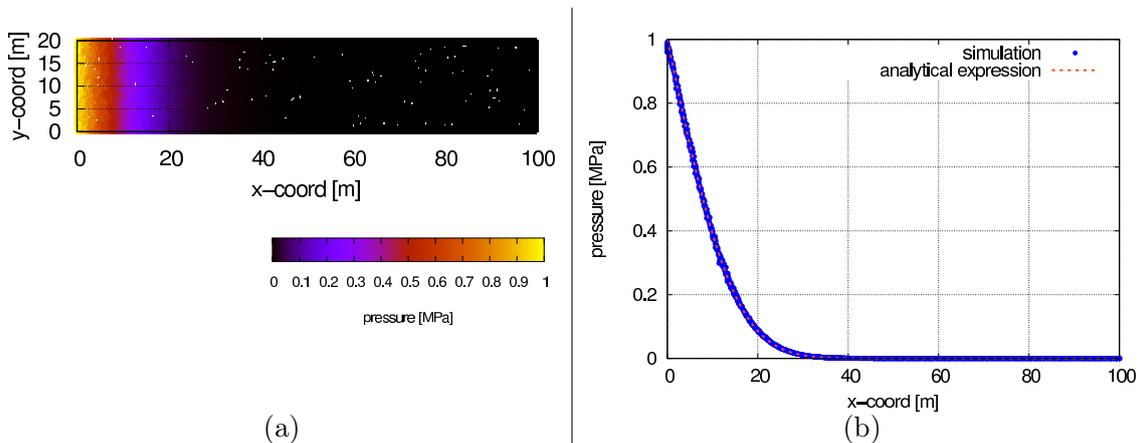
Le modèle comporte 2394 noeuds, et plus de 3000 éléments. Le pas de temps adopté est $\Delta t = 10^4$ s. La pression initiale est nulle dans l'ensemble du modèle. Nous appliquons à $t = 0$ s, un échelon de pression de $p_{\text{échelon}} = 1$ MPa sur les noeuds situés en $x = 0$ m.

Le coefficient de Carter est ici égal à

$$C_L = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi M \mu}} p_{\text{échelon}} = 68,1 \times 10^{-6} \text{m}\sqrt{\text{s}} \quad (5.44)$$

Comparaison avec le modèle analytique

Nous reproduisons ci-dessous la cartographie de la pression dans le modèle à $t = 10^6$ s, ainsi qu'une projection de la pression sur l'axe x sur laquelle nous superposons la courbe issue du modèle analytique.


 FIGURE 5.13 – Résultats du modèle poro-mécanique unidimensionnel à $t = 10^6$ s : (a) cartographie de la pression ; (b) projection de la pression sur l'axe x .

Nous observons ici que les résultats du modèle poro-mécanique sont cohérents avec les équations poro-mécanique considérées.

Afin de valider la cohérence entre notre modèle et l'approche proposée par Carter, nous représentons ci-dessous le flux total traversant la section droite située en $x = 0,01$ m et le débit de leak-off déterminé à l'aide du modèle de Carter.

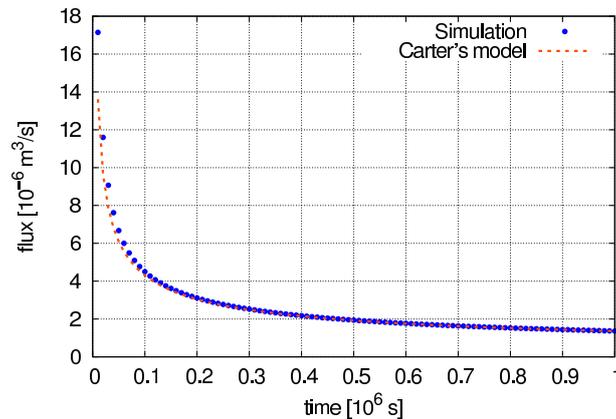


FIGURE 5.14 – Flux mesuré dans le modèle hydromécanique en $x = 0,01\text{m}$ et comparaison avec le modèle de Carter.

Les résultats obtenus par simulation numérique pour un écoulement unidimensionnel correspondent donc bien aux résultats donnés par le modèle de Carter.

5.5.2 Propagation d’une fissure rectiligne dans un milieu perméable

Nous avons démontré que notre modèle était cohérent avec la LEFM, puis qu’il représentait correctement le phénomène de leak-off unidimensionnel. Nous allons maintenant étudier la propagation d’une fissure, dont le trajet est pré-maillé, mais au sein d’un matériau perméable.

Nous conservons le pré-maillage de la fissure afin d’être cohérent avec les modèles simplifiés pour lesquels des expressions analytiques sont données dans la littérature.

5.5.2.1 Présentation du modèle

Les paramètres mécaniques sont inchangés par rapport à l’étude menée en milieu imperméable (cf. tableau 5.4) . La taille des mailles est plus importante : nous prenons $d_{\min} = 5\text{cm}$.

Les paramètres hydrauliques sont détaillés dans le tableau 5.7 ci-dessous.

Nous représentons maintenant les écoulements au sein de la matrice perméable. Les modèles hydrauliques et mécaniques utilisés sont représentés sur la figure 5.15.

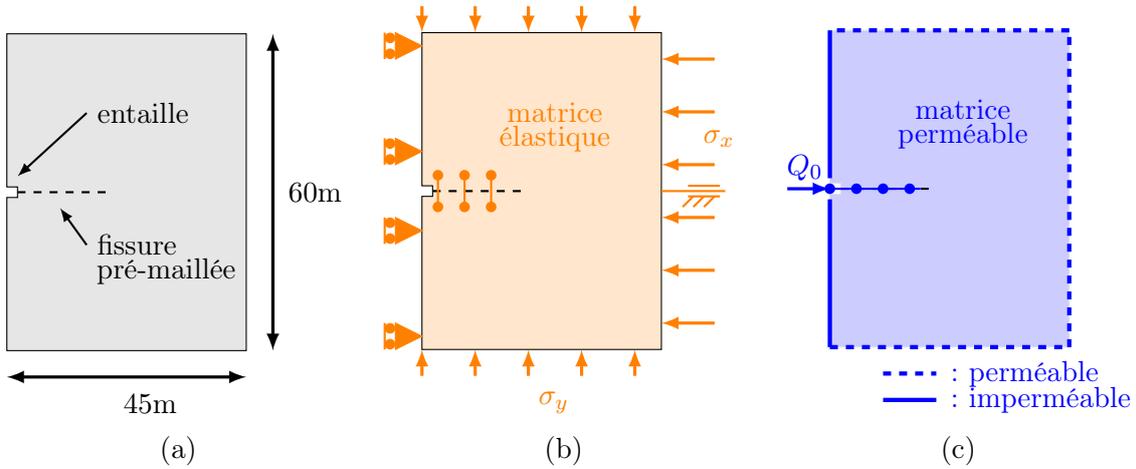


FIGURE 5.15 – (a) Géométrie générale du modèle, (b) conditions aux limites mécaniques, (c) conditions aux limites hydrauliques. Les éléments mécanique et hydraulique sont seulement représentés de façon sommaire au voisinage de la fissure pré-maillée.

Paramètre	Unité	Symb.	Matrice	Entaille	Fissure pré-maillée
Module de Biot	[MPa]	M	68,7	68,7	68,7
Perméabilité	[m ²]	κ	$3,45 \cdot 10^{-17}$	10^{-18}	10^{-18}
Ouverture de fissure initiale	[m]	$w_{c,ini}$	0.0	0.005	0.0
Ouverture de fissure hydraulique max.	[m]	$w_{c,max}$	0.005	0.005	0.005
Masse volumique	[kg/m ³]	ρ	1000	1000	1000
Coefficient de Biot	[-]	b	0.75	1	1
Viscosité dynamique	[Pa.s]	μ	0.0001	0.0001	0.0001

TABLE 5.7 – Paramètres hydrauliques utilisés dans le modèle.

Le pas de temps adopté est $\Delta t = 0.02s$. La durée totale de la simulation est de 100s. La pression initiale est nulle dans l'ensemble du modèle. Le débit d'injection Q_0 est égal à $0.0005m^3/s$. Les contraintes de confinement sont $\sigma_x = 7MPa$ et $\sigma_y = 5,0MPa$.

Avec ces paramètres, nous obtenons un coefficient de Carter égal à $200 \times 10^{-6}m\sqrt{s}$.

En nous appuyant sur l'étude adimensionnelle proposée par [Bunger *et al.*, 2005], nous obtenons les éléments suivants :

Grandeurs de référence	Notation	Equation	Valeur
Coefficient de leak-off	\mathcal{C}	$C' \frac{E'^4 t}{K'^4 Q_0^2}^{1/6}$	$\frac{t}{1,2s}$
Viscosité	\mathcal{M}	$\mu' \frac{Q_0 E'^3}{K'^4}$	0,015

TABLE 5.8 – Valeur du coefficient de leak-off adimensionné et de la viscosité adimensionnée. Régime proche de $\tilde{\mathcal{K}}$.

Les expressions des paramètres C' , E' , K' et μ' sont données dans l'équation 2.31.

En considérant des temps relativement longs ($t \gg 1, 2s$), nous pouvons donc nous placer dans le cas asymptotique où $\mathcal{C} \gg 1$.

Etant donné que $\mathcal{M} \ll 1$, nous avons alors un régime de propagation du type proche $\tilde{\mathcal{K}}$ (cf. figure 2.12), c'est-à-dire que le volume de fluide perdu dans la matrice est prédominant devant le volume de fluide stocké dans la fissure et que la dissipation d'énergie se fait par endommagement plutôt que par viscosité.

5.5.2.2 Analyse des résultats

Sur la figure 5.16 nous traçons la distribution de la pression le long de la fissure et transversalement à la fissure après 100s d'injection. Comme cela a été observé auparavant, la pression est uniforme le long de la fissure. Sur le graphique (b) de la figure 5.16, l'augmentation de pression dans la matrice permet de visualiser le leak-off au sein de la matrice. Ce leak-off perturbe donc la distribution de pression dans la matrice sur une profondeur d'environ 15cm.

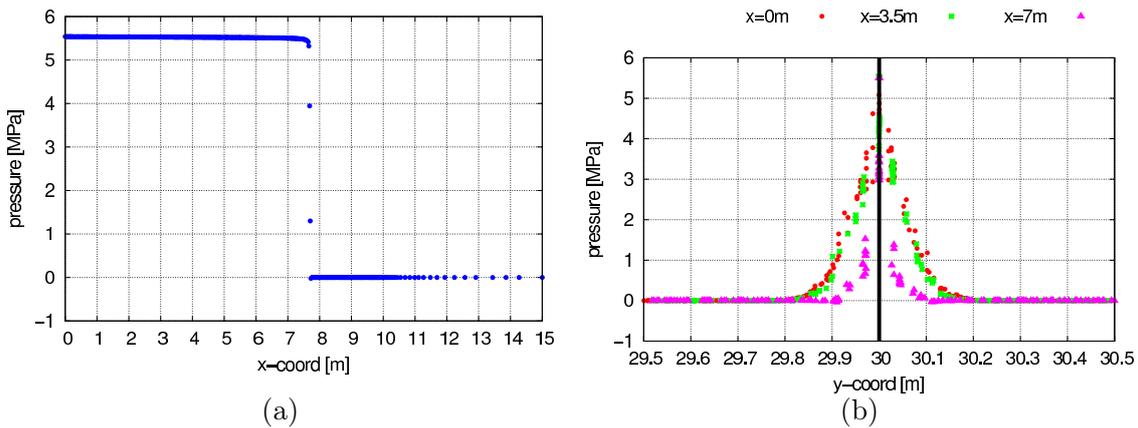


FIGURE 5.16 – Distribution de la pression dans la fissure formée dans un milieu perméable comportant un trajet pré-maillé après 100s d'injection : (a) distribution de la pression le long de la fissure (b) distribution de la pression dans la matrice perpendiculairement à la fissure. Régime proche de $\tilde{\mathcal{K}}$.

Sur la figure 5.17 nous confrontons les résultats obtenus aux valeurs données par les modèles analytiques proposés dans la littérature pour un régime proche de $\tilde{\mathcal{K}}$ (cf. [Bunger *et al.*, 2005]). Nous observons un comportement sensiblement identique à celui mis en évidence pour une fissure se propageant dans un milieu imperméable. Cependant les débits d'injection étant différents, les longueurs ne sont pas comparables.

Les résultats de la simulation numérique sont cohérents avec le modèle analytique proposé par A. Bunger et ses co-auteurs. Nous observons cependant que la pression d'injection issue de la simulation est légèrement supérieure (0,53MPa contre 0,3MPa). Des études sur des modèles de petite taille ont montré que l'adoption d'un pas de temps plus petit permet de réduire cet écart. Dans le cas présent, cette différence n'est pas préjudiciable et nous permet d'avoir des temps de calcul inférieurs à 12h sans utiliser de technique de parallélélisation.

Cet écart sur la pression d'injection permet également d'expliquer que l'ouverture de la fissure au point d'injection soit plus importante que celle obtenue d'après le modèle analytique.

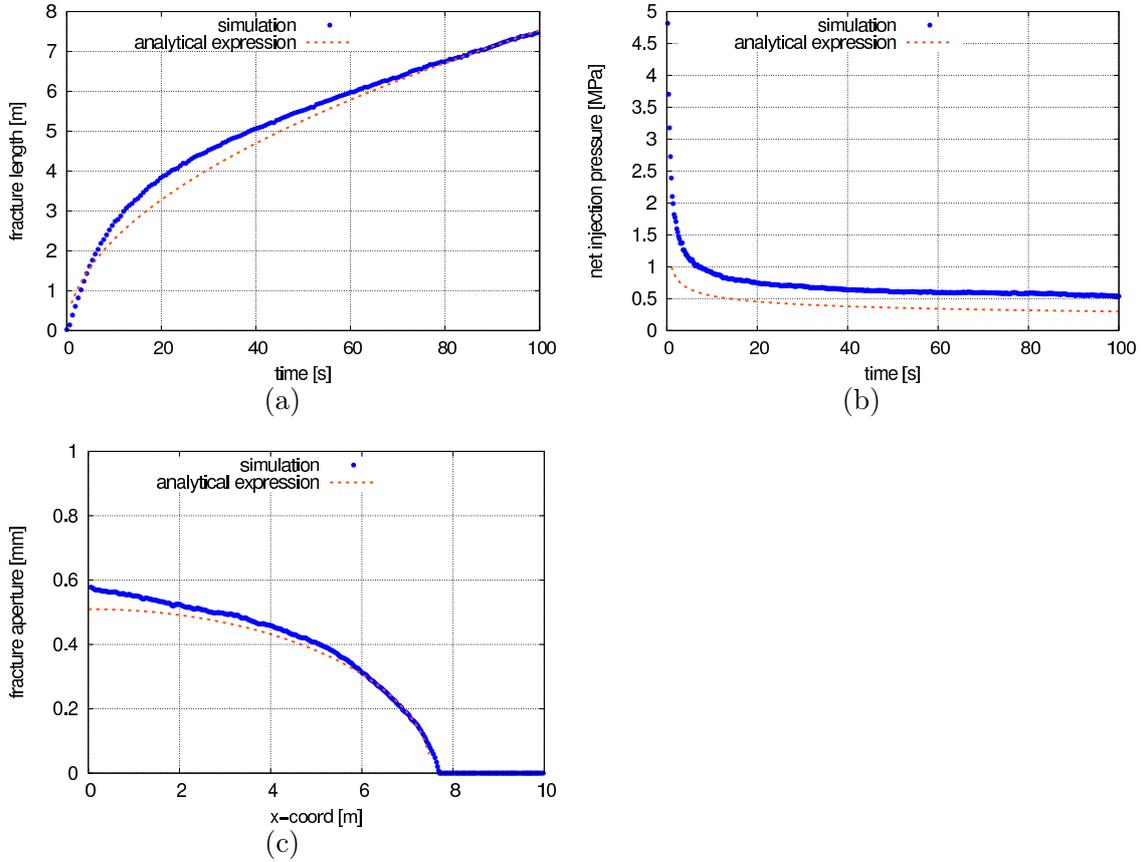


FIGURE 5.17 – Comparaison des résultats obtenus par simulation avec ceux fournis dans la littérature [Bunger *et al.*, 2005] (a) évolution temporelle de la longueur de fissure ; (b) évolution temporelle de la pression nette d’injection ; (c) ouverture de la fissure après 100s d’injection.

5.5.2.3 Comportement du modèle pour un régime proche de $\tilde{\mathcal{M}}$

Nous venons de démontrer que le modèle nous permettait de représenter correctement le comportement d’une fissure pour un régime proche de $\tilde{\mathcal{K}}$. Nous rappelons que ce modèle ne permet pas de simuler correctement les régimes proches de \mathcal{K} et proches de \mathcal{M} car le volume de fluide stocké dans la fissure ouverte est négligé devant la variation du volume de pores.

Nous allons maintenant considérer un cas test proche de $\tilde{\mathcal{M}}$. Ce cas constitue le dernier point du domaine paramétrique des régimes de propagation (cf. figure 2.12). Il correspond à un cas où l’énergie injectée dans le système est essentiellement dissipée par pertes de charge hydrauliques, et où le volume de *leak-off* est prédominant devant le volume de fluide contenu dans la fissure.

Pour cet essai de validation, nous nous appuyons sur le jeu de paramètres proposé par [Carrier et Granet, 2012]. La perméabilité a été déterminée à partir de l’expression du coefficient de Carter (cf. équation 5.43) et des autres paramètres.

- viscosité dynamique : $\mu = 0,1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$,
- contrainte de confinement : $\sigma_y = 7,2 \text{ MPa}$,
- coefficient de Carter $C_L = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}\sqrt{\text{s}}$,
- perméabilité : $1,07 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$.

La géométrie du modèle est identique à celle considérée précédemment (cf. figure 5.15).

En nous appuyant sur l'étude adimensionnelle proposée par [Adachi et Detournay, 2008], nous calculons les valeurs de \mathcal{C} et de \mathcal{M} . Les expressions des paramètres C' , E' , K' et μ' sont données dans l'équation 2.31. En considérant des temps relativement longs ($t \gg 0,7s$), nous pouvons donc nous placer dans le cas asymptotique où $\mathcal{C} \gg 1$ et $\mathcal{M} \gg 1$ (cf. tableau 5.9), c'est-à-dire un régime proche de $\widetilde{\mathcal{M}}$.

Grandeurs de référence	Notation	Equation	Valeur
Coefficient de leak-off	\mathcal{C}	$C' \frac{E't}{\mu'Q_0^3}^{1/6}$	$\frac{t}{0,7s}$
Viscosité	\mathcal{M}	$\mu' \frac{Q_0 E'^3}{K'^4}$	7,1

TABLE 5.9 – Valeur du coefficient de leak-off adimensionné et de la viscosité adimensionnée. Régime proche de $\widetilde{\mathcal{M}}$.

Nous présentons sur la figure 5.18 ci-dessous les résultats de la simulation réalisée avec ce nouveau jeu de paramètres. Comme cela avait été mise en évidence par [Carrier et Granet, 2012], la pression n'est plus uniforme le long de la fissure.

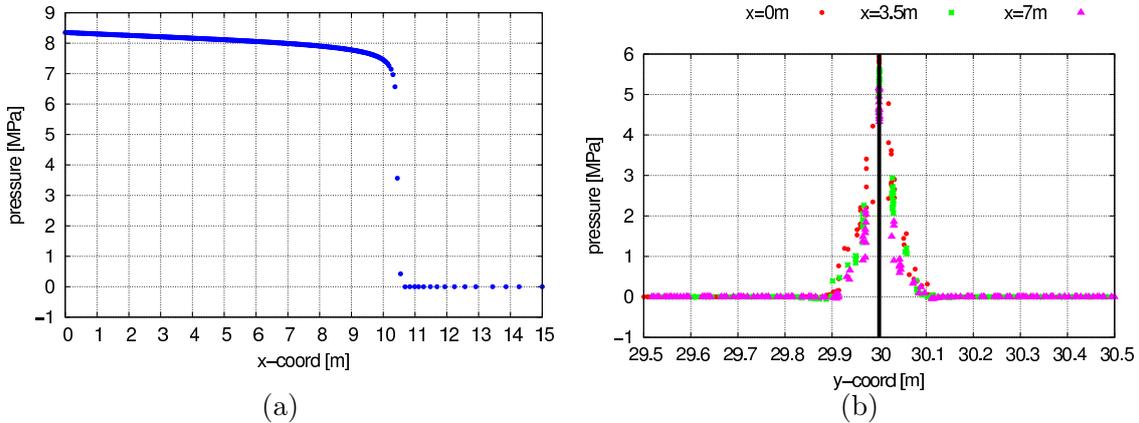


FIGURE 5.18 – Distribution de la pression dans la fissure formée dans un milieu perméable comportant un trajet pré-maillé après 100s d'injection : (a) distribution de la pression le long de la fissure (b) distribution de la pression dans la matrice perpendiculairement à la fissure. Régime proche de $\widetilde{\mathcal{M}}$.

Sur la figure 5.19 nous représentons l'évolution temporelle de la longueur de la fissure. Nous constatons que les résultats de la simulation sont relativement proches du modèle analytique correspondant au régime $\widetilde{\mathcal{M}}$.

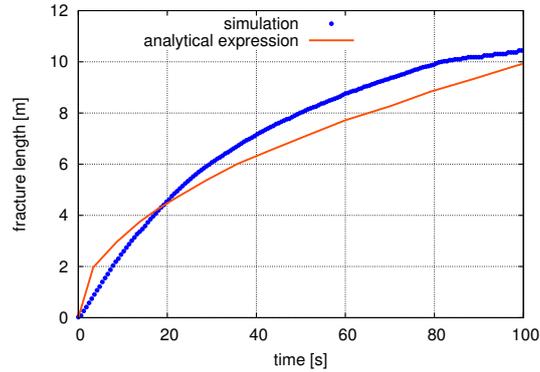


FIGURE 5.19 – Comparaison de l'évolution temporelle de la longueur de fissure avec l'expression analytique issue de [Carrier et Granet, 2012] pour le régime proche de $\tilde{\mathcal{M}}$.

Ces deux cas tests (régime proche de $\tilde{\mathcal{K}}$ et régime proche de $\tilde{\mathcal{M}}$) nous permettent de confirmer l'aptitude de notre modèle à représenter correctement la propagation d'une fissure rectiligne dans un milieu perméable.

5.6 Bilan de la partie hydro-mécanique

Dans cette partie, nous avons présenté le développement d'un modèle hydro-mécanique permettant de représenter la propagation d'une fissure au sein d'un milieu poreux perméable. Cependant, nous avons choisi de ne pas considérer l'effet des déformations volumiques de la matrice (terme $b \times \varepsilon_V$).

Les études présentées dans le cadre de ce chapitre ont montré que ce modèle est capable de représenter correctement les mécanismes de diffusion dans le milieu poreux, et de donner des longueurs de fissures stimulées cohérentes avec les expressions analytiques proposées dans la littérature dès lors que le volume de fluide entrant dans la matrice est prédominant devant le volume de fluide stocké dans la fissure.

Chapitre 6

Exploitation du modèle

Sommaire

6.1	Introduction	130
6.2	Propagation d'une fissure dans un milieu perméable	130
6.3	Etude des interactions entre une fissure et un joint	132
6.3.1	Etude qualitative des interactions	132
6.3.2	Analyse à l'aide des fonctions de Ripley	140
6.4	Bilan des exploitations du modèle	144

6.1 Introduction

Les études menées dans le chapitre précédent nous ont permis de démontrer l'aptitude de notre modèle à représenter le couplage hydromécanique dès que le volume de fluide contenu dans la fissure est négligeable devant le volume de fluide entrant dans la matrice

Dans ce chapitre nous exploiterons le modèle développé au cours de la thèse sur plusieurs configurations. Tout d'abord nous supprimerons le pré-maillage qui était utilisé précédemment afin d'obtenir un trajet de fissure parfaitement rectiligne. Par la suite nous analyserons les interactions entre une fissure stimulée par l'injection d'un fluide et un joint naturel. Enfin nous utiliserons les fonctions de Ripley afin d'analyser comparativement les résultats obtenus avec différentes géométries.

6.2 Propagation d'une fissure dans un milieu perméable

Les études hydro-mécaniques décrites précédemment ont été réalisées en pré-maillant le trajet de la fissure. Cette disposition nous permettait de comparer les résultats de notre modèle avec les géométries simplifiées considérées dans la littérature.

Cependant l'intérêt du modèle lattice que nous utilisons réside dans sa capacité à pouvoir représenter la propagation d'une fissure dans un milieu hétérogène sans nécessiter de mailler à priori le trajet de la fissure.

Aussi, nous allons étudier la propagation d'une fissure stimulée par l'injection d'un fluide sans pré-mailler le trajet de la fissure.

La géométrie générale du modèle est semblable à la figure 5.15, mais nous n'avons pas pré-maillé le trajet de la fissure. Les paramètres mécaniques considérés sont donnés dans le tableau 6.1 ci-dessous. Les paramètres hydraulique considérés correspondent au régime proche de $\tilde{\mathcal{K}}$ et sont ceux du tableau 5.7.

Paramètre	Unité	Symb.	Matrice	Entaille
Module d'Young local	[GPa]	E	23	17
Rapport E_s/E_n	[-]	γ_1	0.33	0.33
Seuil d'endommagement	[-]	$\varepsilon_{0,l}$	50×10^{-6}	1×10^{-6}
Paramètre pilotant G_f	[m]	ω_f	150×10^{-6}	95×10^{-6}
Rapport f_c/f_t	[-]	c	10^3	10^3
Rapport f_s/f_t	[-]	q	10^3	10^3
Energie de fissuration locale	[J/m ²]	$G_{f,l}$	172,5	29
Résistance en traction locale	[MPa]	$f_{t,l}$	1,15	0,017

TABLE 6.1 – Paramètres mécaniques utilisés dans le modèle ne comportant pas de pré-maillage. $f_{t,l}$ et $G_{f,l}$ sont déduits des autres paramètres (cf. figure 2.8). Les paramètres locaux donnés pour la matrice correspondent à un comportement apparent avec $E = 17\text{GPa}$ et $G_f = 120\text{J.m}^{-2}$

Nous représentons sur la figure 6.1 la cartographie de la pression pour une simulation à l'issue de 100s d'injection, et sur la figure 6.2 les résultats détaillés obtenus pour les 3 simulations

6.2. Propagation d'une fissure dans un milieu perméable

réalisées avec des maillages générés aléatoirement. Pour mémoire, la taille des éléments utilisés dans ce modèle est de 5cm.

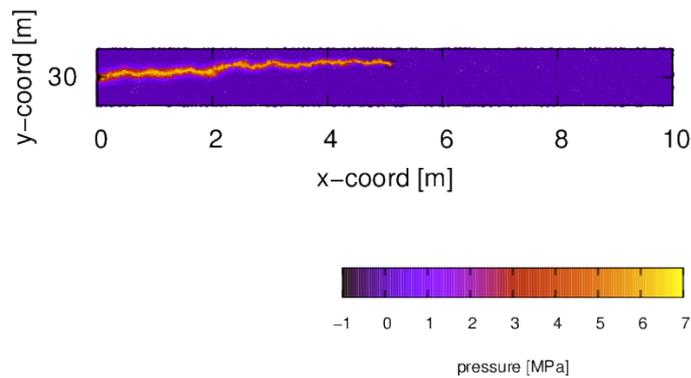


FIGURE 6.1 – Distribution de la pression dans la matrice au voisinage de la fissure à $t=100s$.

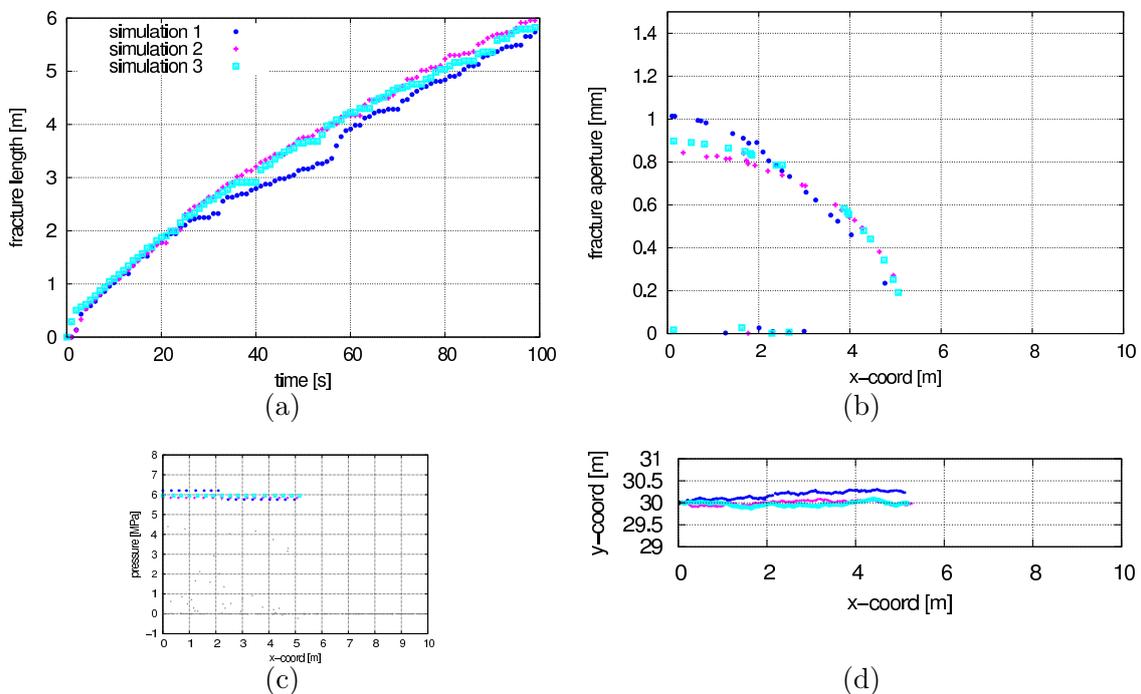


FIGURE 6.2 – Résultats obtenus par simulation pour 3 maillages générés aléatoirement : (a) évolution temporelle de la longueur de fissure ; (b) ouverture de la fissure après 100s d'injection ; (c) pression du fluide le long de la fissure ; (d) trajet de la fissure (points où $\omega_c > \omega_f$) après 100s d'injection.

Nous observons qu'en l'absence de pré-maillage, la fissure obtenue se propage moins rapidement que dans le modèle théorique simplifié. Dans le calcul présenté sur la figure 6.2, la longueur développée de la fissure est en moyenne de 5,9m, alors qu'elle faisait 7,5m avec les mêmes paramètres mais en considérant un pré-maillage (cf. figure 5.17).

La fissure reste cependant relativement horizontale (cf. graphique (d) de la figure 6.2), notamment en raison du confinement anisotrope du modèle.

D'autre part, le graphique (c) de la figure 6.2 met en évidence une diminution de la pression du fluide le long de la fissure pour la simulation 1. Cette diminution de pression provient d'un élément hydraulique de petite longueur mais orienté perpendiculairement à la contrainte de confinement σ_x . Cet élément est donc peu ouvert et provoque une perte de charge significative dans la fissure. Ce phénomène démontre que le résultat de cette simulation est localement dépendant du maillage. Cependant les 3 simulations sont cohérentes. Le résultat global est donc indépendant du maillage. Une approche fréquemment utilisée avec les modèles de type lattice est de réaliser un grand nombre de simulations afin d'en extraire un résultat moyen représentatif et d'en déterminer l'écart-type. C'est par exemple l'approche retenue par [Grassl *et al.*, 2012].

Afin d'être davantage indépendant du maillage dans notre étude nous pourrions des hétérogénéités, soit au travers de joints relativement proches par rapport à la taille des mailles composant le modèle (cf. [Damjanac *et al.*, 2015]), soit au travers d'un champ corrélé de propriétés mécaniques et hydrauliques.

Enfin, en comparant le graphique (b) de la figure 6.2 et le graphique (c) de la figure 5.17, nous observons que l'ouverture de la fissure est ici plus importante. Cette différence provient de la pression du fluide qui est plus élevée dans le premier cas car la fissure est plus courte.

6.3 Etude des interactions entre une fissure et un joint

A l'aide des différents cas de validation présentés précédemment, nous avons démontré que notre modèle était pertinent pour représenter la propagation d'une fissure dans un milieu perméable sous l'effet d'une injection de fluide, qu'il comporte ou non un pré-maillage de la fissure.

Dans cette partie, nous allons insérer un joint dans le modèle afin d'étudier les interactions entre la fissure stimulée par l'injection du fluide et le joint.

Nous utiliserons un modèle comportant un maillage raffiné afin d'avoir une description fine de la zone d'élaboration. Ce modèle est donc nécessairement plus petit que celui présenté précédemment.

6.3.1 Etude qualitative des interactions

Les mécanismes d'interactions entre une fissure et un joint naturel ont été étudiés depuis plusieurs dizaines d'années. Les nombreuses publications sur ce sujet mettent le plus souvent en perspectives des essais en laboratoire et des simulations numériques (par exemple [Thiercelin *et al.*, 1987]), voire des essais en carrière [Warpinski et Teufel, 1987].

Ces études ont permis à certains auteurs, par exemple [Renshaw et Pollard, 1995], de proposer des critères permettant de définir le comportement de la fissure au voisinage d'un joint. Mais ces critères sont définis à l'aide de la mécanique linéaire élastique de la rupture dans un milieu fragile. Ces résultats ne sont donc pas directement transposables à notre étude en raison du comportement non-linéaire en pointe de fissure. Ils sont également établis le plus souvent pour

des joints non cohésifs et dans des configurations simples où le joint est perpendiculaire aux contraintes de confinement principales.

Des études récentes menées à l'aide de modèles numériques introduisant les effets du couplage hydro-mécanique (par exemple [Zhang *et al.*, 2014]) ont aussi montré qu'il n'est pas possible de définir un critère simple pour caractériser le comportement de la fissure au voisinage du joint en raison du très grand nombre de paramètres pouvant intervenir.

6.3.1.1 Principe et paramètres du modèle utilisé

Le modèle utilisé pour cette étude représente un domaine carré de 1,2m de côté. Il comporte une entaille de 5cm. Le maillage est raffiné au voisinage de l'entaille dans un carré de 60cm de côté, ce qui correspond à la zone de l'étude. Dans cette zone le paramètre d_{\min} qui pilote la taille des mailles est égal à 5mm (cf. figure 6.3).

Nous avons placé un joint sur le trajet de la fissure. Ce joint est situé à 10cm de la pointe de l'entaille. Il est affecté de la loi de comportement élasto-plastique endommageable développée dans le chapitre 4.

Le modèle n'est pas confiné, seule l'entaille initiale permet de favoriser une propagation horizontale de la fissure.

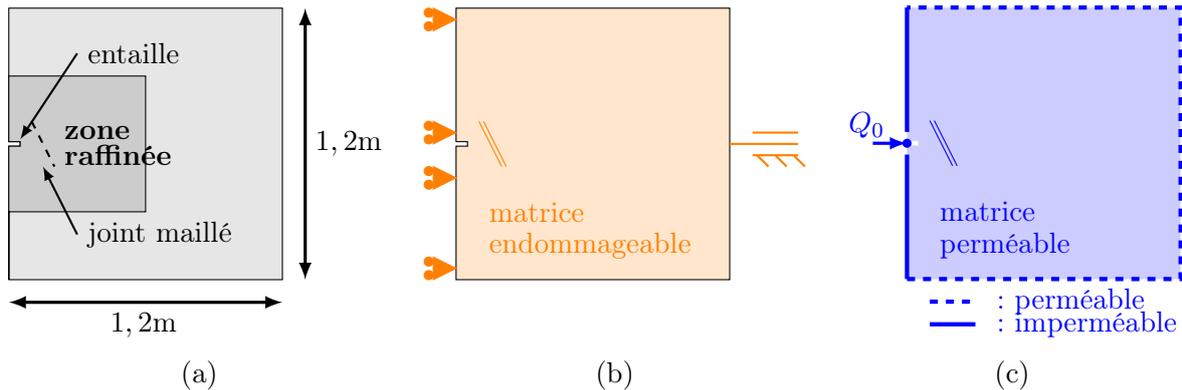


FIGURE 6.3 – Modèle utilisé pour les exploitations hydromécaniques avec un joint : (a) Géométrie générale du modèle, (b) conditions aux limites mécaniques, (c) conditions aux limites hydrauliques.

Le pas de temps adopté est $\Delta t = 0.02s$. La durée totale de la simulation est de 50s ou 100s. La pression initiale est nulle dans l'ensemble du modèle. Le débit d'injection Q_0 est égal à $50 \times 10^{-6} m^3/s$.

Les paramètres mécaniques et hydrauliques de la matrice sont donnés dans le tableau 6.2. Les paramètres mécaniques ont été choisis afin d'être cohérent avec l'étude expérimentale présentée dans le chapitre 4.

Paramètre	Unité	Symb.	Joint	Matrice
Module d'Young local	[GPa]	E_l	4.4	53
Rapport E_s/E_n	[-]	γ_1	0.33	0.33
Seuil d'endommagement	[-]	$\varepsilon_{0,l}$	$43,6 \times 10^{-6}$	275×10^{-6}
Paramètre pilotant G_f	[m]	ω_f	150×10^{-6}	150×10^{-6}
Rapport f_c/f_t	[-]	c	—	10
Rapport f_s/f_t	[-]	q	—	2
Cohésion initiale	[MPa]	c	1,4	-
Cohésion résiduelle	[MPa]	$c_{rés}$	0,7	-
Angle de friction	[°]	ϕ	30	-
Angle de dilatance	[°]	μ	0	-
Coefficient de couplage	[-]	α	1%	-
Coefficient de Biot	[-]	b	1,0	1,0
Perméabilité	[m ²]	κ	10^{-12}	3.45×10^{-17}
Viscosité dynamique	[Pa.s]	μ	10^{-4}	10^{-4}
Module de Biot	[MPa]	M	68,7	68,7
Ouverture de fissure initiale	[m]	$w_{c,ini}$	0.0	0.0
Ouverture de fissure hydraulique max.	[m]	$w_{c,max}$	0.005	0.005
Masse volumique	[kg/m ³]	ρ	1000	1000

TABLE 6.2 – Paramètres mécaniques et hydrauliques du modèle utilisé pour les exploitation hydromécaniques avec un joint

Ces paramètres correspondent à un régime de propagation de type proche de $\tilde{\mathcal{K}}$. C'est-à-dire qu'aux pressions d'injection considérées, le volume du leak-off est prédominant devant le volume de la fissure, et les pertes de charges par viscosité sont négligeables devant l'énergie dissipée par endommagement de la matrice.

Les calculs sont menés en considérant 3 configurations :

- configuration A (*référence*) : il n'y a aucun joint dans le modèle,
- configuration B : le modèle comporte un joint vertical,
- configuration C : le modèle comporte un joint incliné à 45°.

6.3.1.2 Comportement général sans joint

Afin d'avoir un calcul de référence, nous présentons sur la figure 6.4 ci-dessous les résultats obtenus à l'aide d'un modèle ne comportant pas de joint.

Ces cartographies permettent notamment de mettre en évidence la zone concernée par le phénomène de leak-off, et l'étendue de la zone endommagée. Notons que sous l'effet d'une stimulation hydro-mécanique, celle-ci est beaucoup plus restreinte que dans les cas où la sollicitation est exercée uniquement sur les faces de l'entaille (cf. figure 4.17 (a')) .

6.3. Etude des interactions entre une fissure et un joint

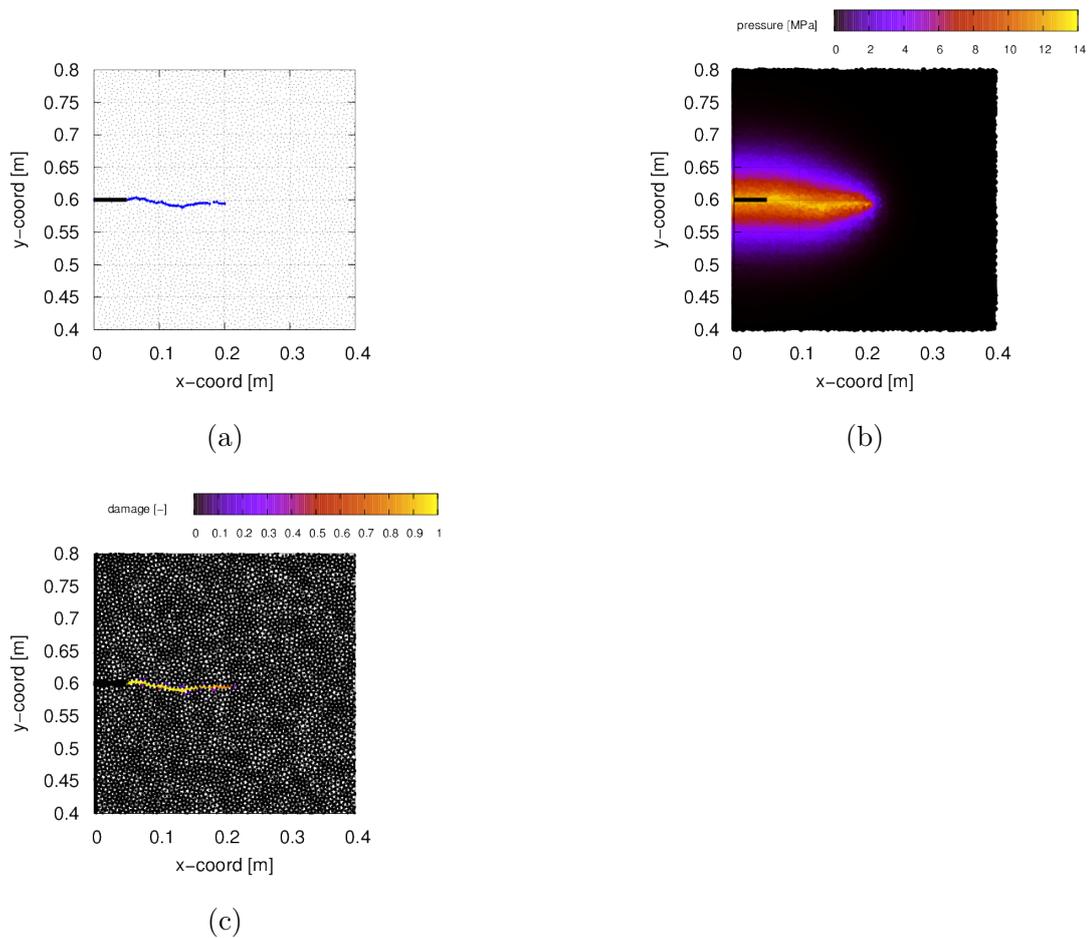


FIGURE 6.4 – Cartographies après 50s d’injection : (a) de la fissure (points dont l’endommagement est supérieur à 80%), (b) de la pression du fluide, (c) de l’endommagement mécanique. Configuration A sans joint.

Nous avons également utilisé ce modèle pour valider la convergence du modèle en fonction du pas de temps utilisé. Cette analyse est menée à partir de la pression d’injection et de la position de la pointe de fissure (cf. figure 6.5). L’abscisse de la pointe de fissure est déterminant en cherchant l’élément dont l’abscisse est maximale et dont l’ouverture de fissure ω_c est supérieure à $d_{\min}\varepsilon_0$.

Le même calcul est mené en considérant un pas de temps dt égal à 0,01s et 0,02s. Notons sur la figure 6.5 que les résultats obtenus sont indépendants du pas de temps adopté.

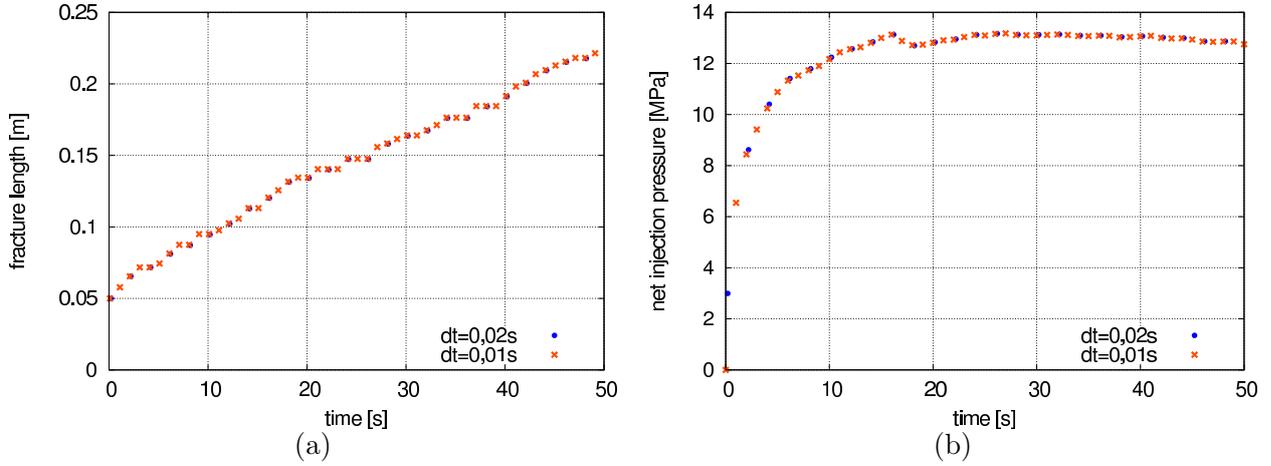


FIGURE 6.5 – Configuration A (sans joint). Evolutions temporelles : (a) de la pression d’injection et (b) de l’abscisse de la pointe de fissure. Résultats obtenus un pas de temps Δt de 0,01s ou 0,02s.

La figure (cf. figure 6.6) ci-dessous permet de relier directement la longueur de fissure obtenue à la pression d’injection en l’absence de joint.

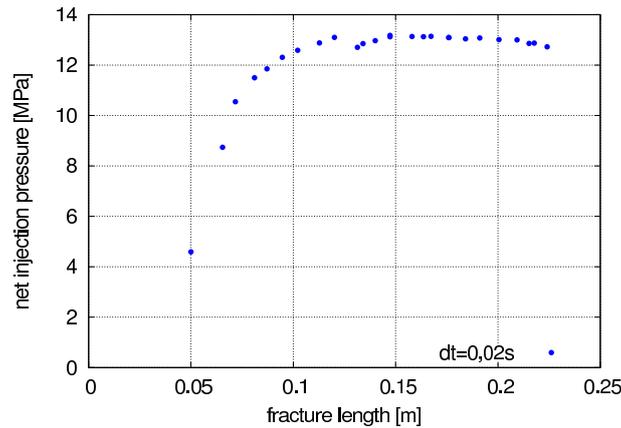


FIGURE 6.6 – Configuration A (sans joint) : longueur de la fissure en fonction de la pression d’injection.

Dans ce modèle de petite dimension, la taille de la zone d’élaboration n’est plus négligeable devant la longueur de la fissure. L’approche proposée par la mécanique linéaire élastique de la rupture n’est donc plus applicable. Cet aspect se vérifie ici car la pression n’est plus proportionnelle à l’inverse de la racine carrée de la longueur de fissure.

6.3.1.3 Interactions avec un joint

Ci-dessous nous présentons les résultats obtenus avec un joint vertical et un joint incliné à 45° . Nous allons ainsi étudier l’effet du joint sur le trajet d’une fissure stimulée.

6.3. Etude des interactions entre une fissure et un joint

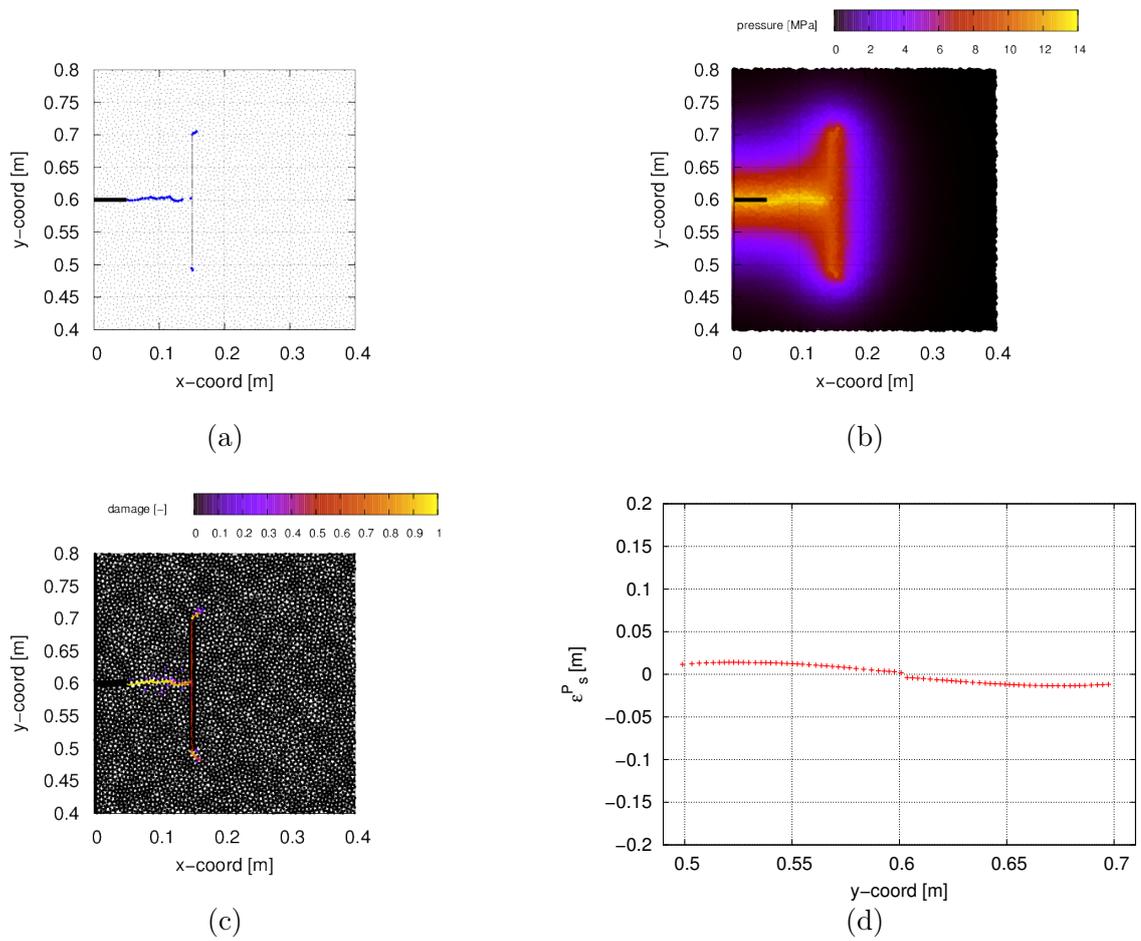


FIGURE 6.7 – Cartographies après 100s d’injection : (a) de la fissure (points dont l’endommagement est supérieur à 80%), (b) de la pression du fluide, (c) de l’endommagement mécanique, et (d) des déformations plastiques tangentielles dans le joint. Configuration B, avec un joint vertical.

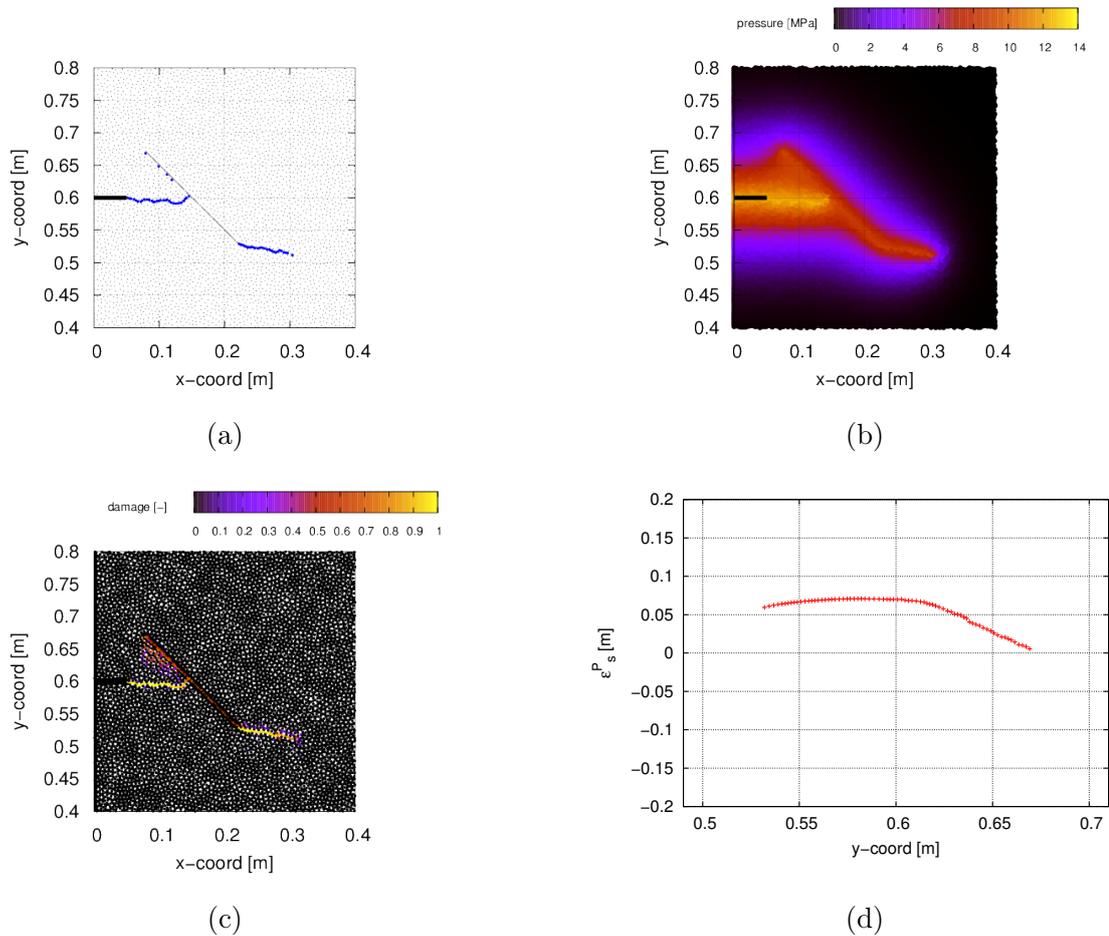


FIGURE 6.8 – Cartographies après 100s d’injection : (a) de la fissure (points dont l’endommagement est supérieur à 80%), (b) de la pression du fluide, (c) de l’endommagement mécanique, et (d) des déformations plastiques tangentielles dans le joint. Configuration C, avec un joint incliné à 45° .

Nous constatons tout d’abord qu’il n’y a pas de ré-initiation directe de la fissure à travers le joint. Dans les deux configurations étudiées, la fissure redémarre à partir des extrémités du joint. La fissure ne peut pas traverser directement le joint du fait de sa faible cohésion et de la loi élasto-plastique endommageable comme cela a été démontré dans le chapitre 4. Le joint est alors plastifié en cisaillement comme le montrent les figures 6.7 (d) et 6.8 (d).

Dans la configuration B, nous observons des ré-initiations en haut et en bas du joint, tandis que dans la configuration C, la fissure redémarre uniquement du bas du joint du fait de son inclinaison.

Dans la configuration C, nous notons également une zone d’endommagement diffus autour du point $(x=0,1\text{m}; y=0,65\text{m})$ de la figure 6.8 (c). Cette endommagement diffus peut être relié à l’augmentation de pression du fluide dans la matrice, et à l’apparition de contraintes de traction par effet Poisson dans cette zone qui se retrouve comprimée entre la fissure et le joint incliné.

Le joint étant très perméable, nous constatons qu’il est systématiquement endommagé à une valeur comprise entre 50% et 70% (cf. figure 6.7 (c) et figure 6.8 (c)).

Cet endommagement est provoqué par l’augmentation de la pression du fluide. Il reste ce-

6.3. Etude des interactions entre une fissure et un joint

pendant limité car les déplacements nécessaires pour provoquer un endommagement significatif sont bloqués par la matrice très rigide qui entoure ce joint.

Enfin, la réactivation du joint provoque dans les deux simulations réalisées une perturbation de la pression d'injection (cf. figure 6.9) (a). Dans les deux calculs la pression chute temporairement du fait de la nouvelle surface d'échange avec la matrice qui est alors accessible au fluide.

Dans le cas du joint incliné, la progression de la fissure est accélérée car le joint possède des caractéristiques mécaniques plus faibles que celles de la matrice (cf. figure 6.9) (b). Dans le cas du joint vertical, la progression de la fissure est fortement ralentie car il est nécessaire d'initier de nouvelles fissures à partir des extrémités du joint. Nous observons également que la pression d'injection devient alors plus importante que dans le calcul mené avec un joint incliné.

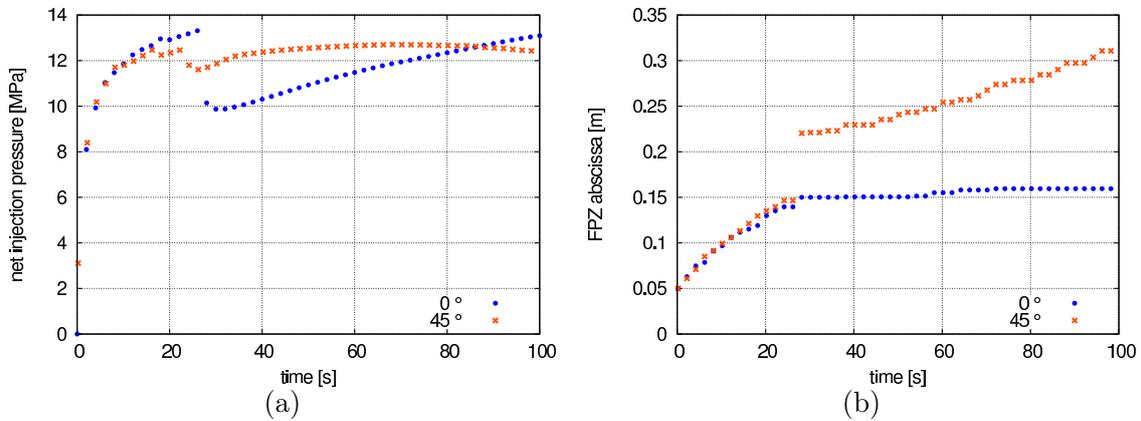


FIGURE 6.9 – Configuration B (joint vertical - 0°) et C (joint incliné - 45°). Evolutions temporelles : (a) de la pression d'injection et (b) de l'abscisse de la pointe de fissure.

Enfin, nous observons dans les deux cas une perte de charge significative dans le joint (cf. figure 6.10). Cette perte de charge explique l'augmentation de la pression d'injection qui est nécessaire pour permettre la propagation de la fissure au-delà du joint.

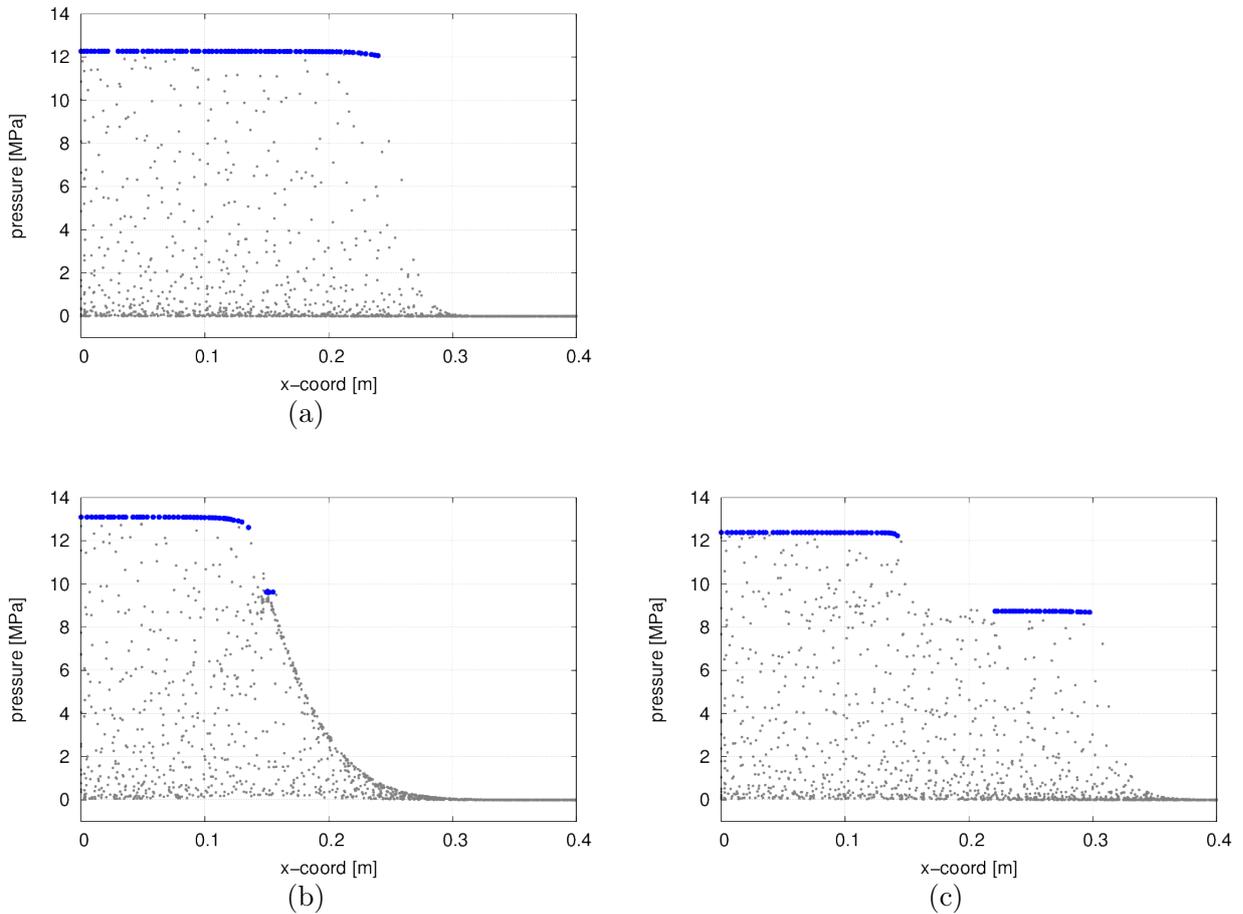


FIGURE 6.10 – Distributions de la pression le long de la fissure (en bleu) et dans la matrice (en gris) après 100s d’injection en présence d’un joint : (b) pour la configuration B (joint vertical), (c) pour la configuration C (joint incliné à 45°). Ces résultats sont comparés à la distribution de la pression pour la configuration A (sans joint) après 70s d’injection (figure (a)).

Ces deux simulations ne peuvent pas à elles seules représenter de façon exhaustive les très nombreuses configurations qui peuvent être rencontrées sur des cas réels. Cependant elles permettent de démontrer les capacités du modèle à représenter correctement les mécanismes de réinitiation de fissures au voisinage d’un joint.

6.3.2 Analyse à l’aide des fonctions de Ripley

Dans la continuité du travail présenté dans le chapitre 3, nous allons ici analyser les résultats des différentes simulations à l’aide des fonctions de Ripley.

Les points considérés pour calculer les fonctions de Ripley correspondent aux éléments mécaniques dont l’endommagement a augmenté au cours de l’intervalle de temps considéré, tout en restant inférieur à 99%.

La boîte considérée pour le calcul de la densité moyenne dans la fonction de Ripley fait 1,20m par 1,20m.

6.3.2.1 Effet du type de stimulation

Afin de mettre en évidence l'effet du mode de stimulation sur la distribution de l'endommagement dans le matériau, nous allons ici comparer les résultats de 2 simulations :

- Stimulation 1 : Modèle sans joint sollicité par une pression exercée sur les lèvres de l'entaille (cf. 4.4.2.1),
- Stimulation 2 : Modèle sans joint sollicité par une injection de fluide (cf. 6.3.1.2).

Ces deux simulations ont été réalisées avec un maillage et des paramètres matériaux strictement identiques.

Nous représentons sur la figure 6.11 ci-dessous les nuages de points considérés lorsque la longueur de la fissure est proche de 0,2m. Nous représentons également les fonctions $L(r)$ de Ripley telles que définie dans le chapitre 3 (cf. équation 3.6), ainsi que l'évolution de l'abscisse du maximum.

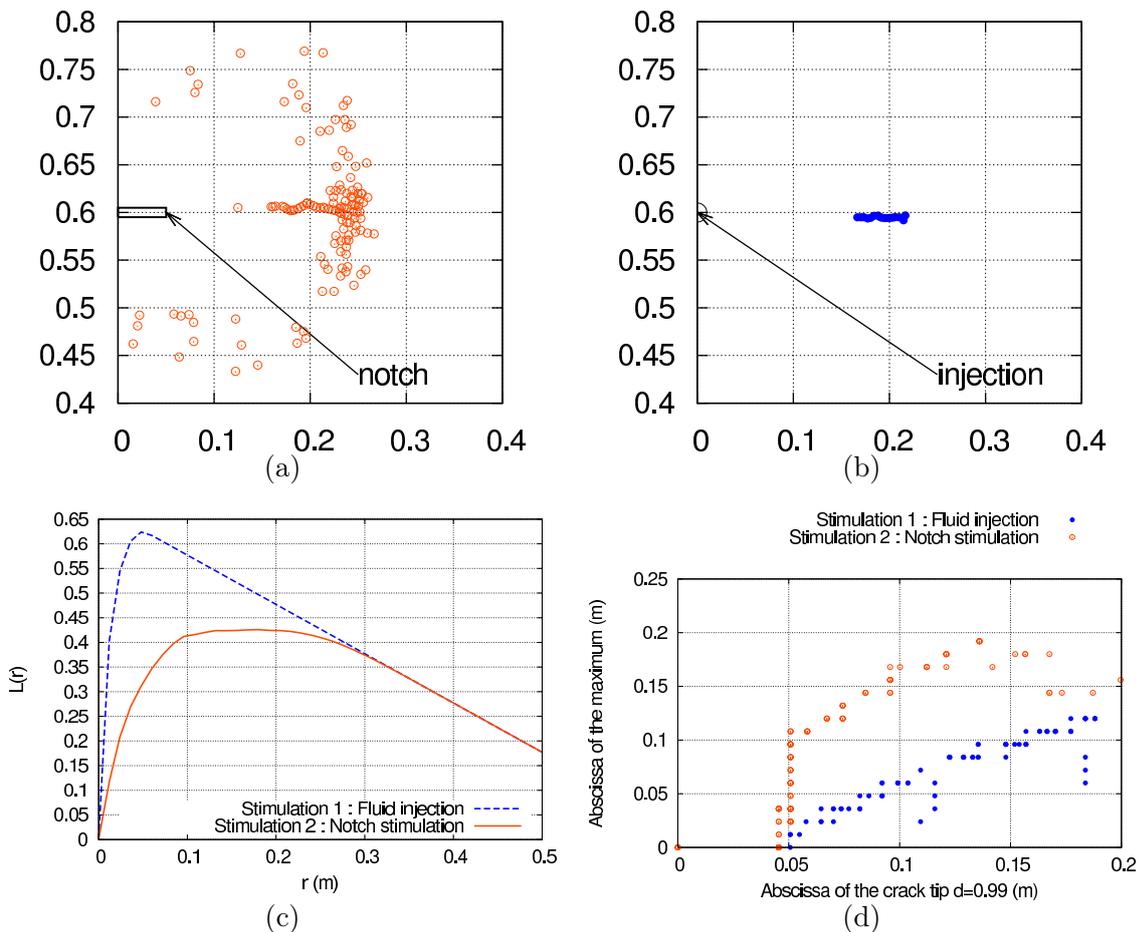


FIGURE 6.11 – Analyse de l'effet de la stimulation à l'aide de la fonction $L(r)$ de Ripley : (a) Stimulation 1 : nuage des points considéré pour la stimulation mécanique (pression de 65MPa exercée sur les faces de l'entaille); (b) Stimulation 2 : nuage des points considérés (injection de fluide, $t=50s$); (c) comparaison des deux fonctions de Ripley obtenues avec les distributions de points (a) et (b); (d) évolution de l'abscisse du maximum pour les modes de stimulation.

Cette analyse permet de mettre en évidence que la zone d'élaboration de la fissure est beaucoup plus localisée lorsque nous utilisons une stimulation hydraulique.

Ce phénomène est visible de façon qualitative sur les figures 6.11 (a) et (b), mais il peut être également quantifié à l'aide des fonctions de Ripley (cf. figures 6.11 (c) et (d))

La zone endommagée est donc beaucoup plus restreinte sous l'effet de la stimulation hydraulique.

L'évolution de l'abscisse du maximum de la fonction $L(r)$ représentée sur la figure 6.11 (d), permet également de mettre en évidence une concentration spatiale des événements d'endommagement lorsque la pointe de fissure se situe en $x = 0,12\text{m}$ et en $x = 0,17\text{m}$. Ce phénomène est provoqué par un changement local de direction de la pointe de fissure en fonction de l'organisation du maillage. Ce changement de direction provoque un arrêt temporaire de la propagation de la fissure et donc une diminution de la longueur de corrélation.

L'endommagement étant plus localisé avec les stimulations hydrauliques, ce mode de stimulation est plus sensible au maillage. Cependant, comme nous l'avons démontré à l'aide de la figure 6.2, ce phénomène ne perturbe pas le comportement global de la fissure.

6.3.2.2 Effet du joint

Afin de mettre en évidence l'effet du joint sur la distribution de l'endommagement dans le matériau, nous allons ici comparer les résultats de 2 simulations :

- Simulation 2a : Modèle **sans joint**, sollicité par une injection de fluide (cf. 6.3.1.2).
- Simulation 2b : Modèle **avec joint vertical**, sollicité par une injection de fluide (cf. 6.3.1.3).

Nous représentons sur la figure 6.12 ci-dessous les nuages de points considérés après 50s d'injection, les fonctions $L(r)$ de Ripley, et l'évolution de l'abscisse du maximum.

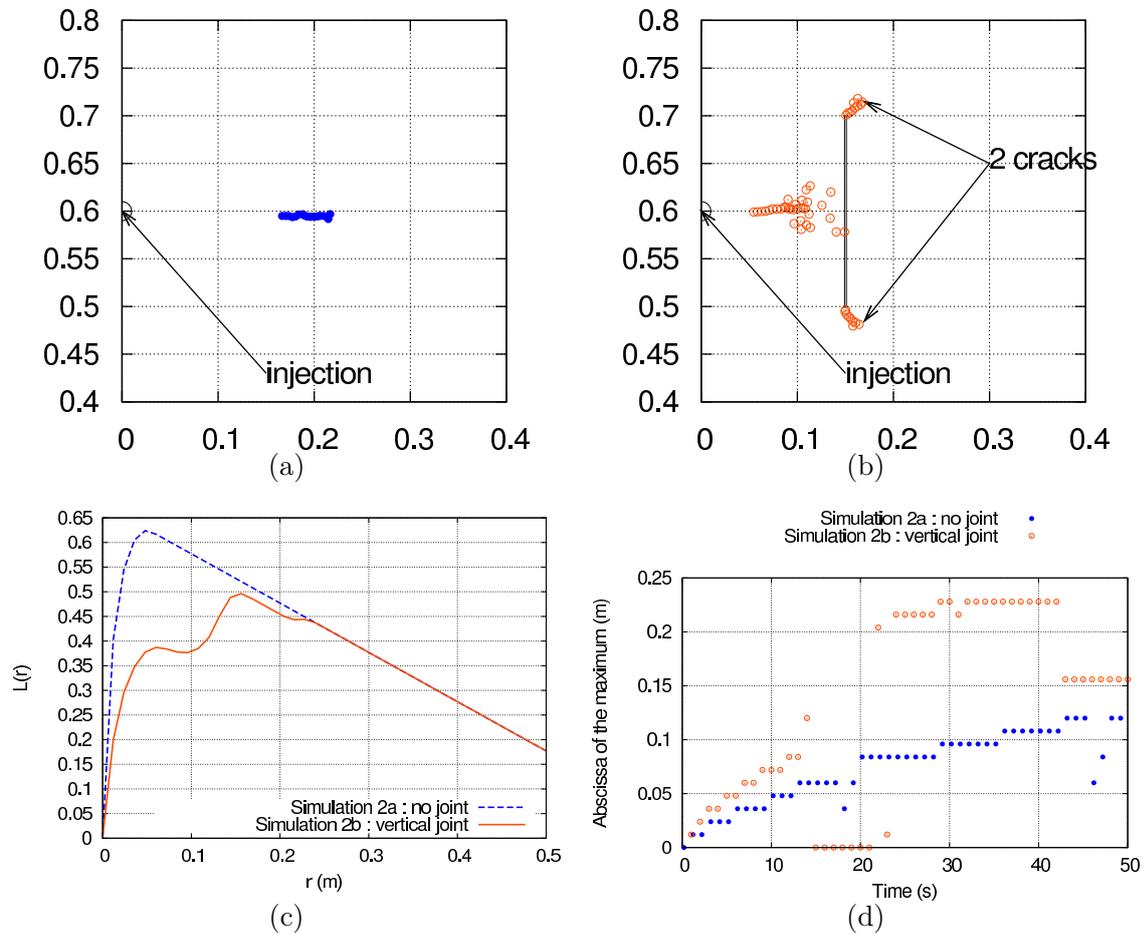


FIGURE 6.12 – Analyse de l’effet du joint à l’aide de la fonction $L(r)$ de Ripley : (a) nuage des points considéré pour la simulation 2a (sans joint) à $t=50s$, (b) nuage des points considéré pour la simulation 2b (avec joint vertical) à $t=50s$, (c) comparaison des deux fonctions de Ripley obtenues pour l’instant $t=50s$, (d) évolution de l’abscisse du maximum de la fonction $L(r)$ au cours de la stimulation.

Cette analyse permet de mettre en évidence les ré-initiations multiples qui sont provoqués aux extrémités du joint. Ces ré-initiations sont visibles sur la figure 6.12 (b), mais également sur la courbe 6.12 (c) qui présente deux pics. A ce sujet, le lecteur peut consulter la figure 3.4 qui explique le lien entre les pics de la fonction $L(r)$ et le nuage de point considéré.

La courbe synthétique 6.12 (d) permet de comparer l’évolution des longueurs de corrélation dans chaque cas. Nous observons ici que la présence du joint fait apparaître des longueurs caractéristiques plus grandes que celles observées sans joint. En effet, les densités relatives des points font que le maximum de la fonction $L(r)$ correspond au second pic (c’est-à-dire à l’espacement entre les paquets de points). Cette grandeur est donc bien supérieure à celle correspondant à la taille de la zone d’élaboration.

6.4 Bilan des exploitations du modèle

Dans cette partie, nous avons proposé une première exploitation du modèle développé dans les chapitres 4 et 5.

Nous avons montré que ce modèle permettait de représenter la propagation d'une fissure dans un modèle ne comportant pas de trajet pré-maillé. Nous avons alors observé que la longueur de la fissure est plus petite que la longueur décrite par les modèles analytiques simplifiés.

Il serait à ce stade intéressant de disposer d'une campagne expérimentale correctement documentée, avec une caractérisation des matériaux compatible avec l'approche mésoscopique adoptée dans les lois de comportement du modèle lattice.

Nous avons également montré que ce modèle permet de représenter l'interaction d'une fissure avec joint, et les phénomènes de ré-initiation du joint. Le chapitre précédent avait également montré la capacité du modèle à représenter une traversée directe du joint par la fissure.

Enfin, l'outil statistique développé dans le chapitre 3 a été utilisé afin de mettre en évidence les différences de comportements qui peuvent être observées suivant le mode de stimulation et en présence de joints.

Chapitre 7

Conclusion

7.1 Bilan général

Dans ce mémoire nous avons présenté les résultats les plus importants des travaux menés pendant cette thèse. Ces travaux visaient notamment à développer un outil de simulation pertinent pour représenter la propagation de fissures sous l'effet d'une injection de fluide dans un matériau hétérogène quasi-fragile.

Après une brève introduction, nous avons proposé, dans le chapitre 2, un état de l'art et nous avons précisé le périmètre de notre étude. Nous avons ainsi montré qu'il était nécessaire dans un premier temps de réaliser des simplifications afin de rendre le problème compatible avec le format de la thèse. L'anisotropie du matériau n'est donc pas étudiée, et l'échelle de l'étude est restreinte à quelques mètres. Les propriétés adoptées pour les matériaux sont des propriétés générales, facilement reproductibles en laboratoire.

Dans le chapitre 3, nous avons proposé une première étude sur les résultats des simulations numériques réalisées pour des essais de flexion 3 points sur des éprouvettes entaillées et non-entaillées. En 2012, des travaux précédents de l'équipe G2MP avaient permis de montrer que les simulations réalisées à l'aide d'un modèle lattice à l'échelle mésoscopique permettaient de prédire correctement le comportement apparent des poutres. Nous nous sommes ici intéressés à la distribution locale de l'endommagement dans les poutres. En confrontant cette distribution spatiale aux résultats d'essais réalisés avec une localisation des événements acoustiques, nous avons pu montrer que la distribution spatiale de l'endommagement décrite dans les simulations était cohérente avec la micro-fissuration observée expérimentalement. Cette étude a été réalisée à l'aide d'un outil d'analyse statistique mis au point dans le cadre de cette thèse à partir des fonctions de Ripley. Cet outil et les simulations numériques nous ont ensuite permis de montrer que la distribution de l'endommagement dans la poutre était fortement dépendante de la géométrie de la poutre (présence ou non d'une entaille) et du mode de sollicitation (flexion ou traction).

Le chapitre 4 a été réalisé en collaboration avec Olivier Nouailletas, post-doctorant au sein de l'équipe G2MP, dans le cadre du même projet de recherche. Il s'agissait de développer dans le modèle lattice une loi de comportement représentant le comportement des joints rocheux cimentés. Pour cela, Olivier a mené des campagnes expérimentales de cisaillement indirect sur différentes géométries d'éprouvettes et avec différentes inclinaisons de joints. Ces essais ont permis de retrouver un comportement en cisaillement déjà décrit dans la littérature avec un pic, un adoucissement et une contrainte résiduelle. Mais ils ont aussi permis de démontrer que la contrainte au pic et la contrainte résiduelle peuvent être déduites à partir d'une cohésion et d'un angle de frottement qui dépendent de l'interface joint-épentes, mais qui ne dépendent pas de

l'inclinaison du joint.

Ces observations ont permis la mise au point et la validation d'un élément lattice de type "joint" avec un comportement élastique endommageable sous sollicitation normale et un comportement élasto-plastique sous sollicitation tangentielle. Des principes de couplage ont été proposés et validés entre l'endommagement et la plasticité.

L'intérêt de ces couplages a été mis en évidence sur plusieurs simulations afin de montrer que le seul comportement élasto-plastique n'était pas suffisant pour représenter correctement le joint rocheux.

Le chapitre 5 s'est concentré sur la validation et l'exploitation du modèle hydro-mécanique réalisé à l'aide d'un couplage faible entre le modèle mécanique précédemment validé et un modèle hydraulique avec comportement poro-mécanique implémenté dans OOFEM à l'occasion de cette thèse.

Nous avons montré que les résultats de ce modèle hydro-mécanique sont cohérents avec les solutions analytiques publiées dans la littérature dès lors que le volume de fluide dissipé dans la matrice est prédominant devant le volume de la fissure.

Enfin le chapitre 6 a permis de démontrer la faisabilité de modèles hydro-mécaniques comportant un joint avec une loi de comportement élasto-plastique endommageable. Divers mécanismes de réinitiation ont été observés en extrémité de joint. Des études complémentaires permettront de réaliser une étude de sensibilité sur les différents paramètres (perméabilité du joint, cohésion, angle de friction, facteur de couplage, etc.).

Ces modèles ont également pu être analysés à l'aide des fonctions de Ripley, ce qui nous a permis de mettre en évidence notamment que l'endommagement est plus localisé lors de l'injection d'un fluide par comparaison avec les distributions spatiales d'endommagement observées sous l'effet de sollicitations mécaniques.

De façon plus générale, le travail de recherche présenté dans ce mémoire a permis d'aborder deux thématiques qui seront, je l'espère, amenées à se développer au sein de l'équipe G2MP du LFCR.

Tout d'abord, nous avons acquis de l'expérience et contribué au développement du modèle lattice implémenté sur OOFEM en collaboration avec Peter Grassl. En s'appropriant ainsi ce code de simulation numérique, nous pouvons maintenant envisager des développements plus spécifiques.

D'autre part, cette étude a contribué aux travaux de l'équipe sur la compréhension des roches de type shales. Ce sont des matériaux complexes par leur anisotropie, par leur hétérogénéité à différentes échelles, dont la thèse n'a permis qu'une étude très partielle. Les nombreux sujets d'études identifiés pour mieux comprendre leur comportement, et les attentes dans plusieurs métiers laisse donc entrevoir de nouveaux travaux de recherche.

7.2 Perspectives

Malgré le temps qu'il a nécessité, ce travail laisse un sentiment d'inachevé. Mais en réalité c'est autant de perspectives qui restent à approfondir.

Il y a tout d'abord les éléments complémentaires à développer. Sans être exhaustif, les trois

points suivants me semblent essentiels :

Les déformations de la matrice. Pour le moment, seule la variation du volume des pores est prise en compte dans le calcul hydraulique. Prendre en compte les déformations élastiques de la matrice et les ouvertures de fissures dans les équations de bilan du modèle hydraulique permettra de représenter correctement le comportement des fissures dans des configurations où le leak-off n'est pas prédominant.

L'anisotropie. Les shales sont des matériaux dont le comportement est fortement anisotrope en raison de leur schistosité. Pour obtenir des résultats cohérents avec les essais réels il est donc essentiel de pouvoir prendre en compte l'orientation de cette schistosité vis-à-vis des contraintes de confinement. Une piste envisagée consiste à adapter les propriétés mécaniques des éléments en fonction de leur orientation.

La troisième dimension. Les essais expérimentaux présentés dans la littérature montrent que représenter la troisième dimension est essentiel si l'on souhaite comprendre la complexité des réseaux de fissures formés par l'injection d'un fluide. En effet une fissure réelle ne peut pas être réduite à une simple ligne. Elle est au minimum une surface qui peut interagir avec des plans et dont l'inclinaison peut évoluer au fur et à mesure de sa propagation.

Au-delà de ces développements, il y a également l'exploitation des capacités de ce modèle afin de mieux comprendre le comportement des fissures stimulées par l'injection d'un fluide. Ces exploitations peuvent notamment être liées à des problématiques de métiers.

Des questionnements viennent par exemple sur les phénomènes de compétition entre plusieurs fissures stimulées simultanément ou successivement. Des travaux sur ces thématiques existent déjà, mais le plus souvent, ils sont réalisés à l'aide de géométries simplifiées à l'échelle d'un réservoir d'hydrocarbures ou de géothermie, et ne peuvent donc pas apporter un regard local sur le comportement de la pointe de fissure.

De la même façon, un modèle raffiné permettra d'étudier l'évolution de la perméabilité au voisinage de la fissure, et donc d'identifier l'évolution des propriétés de transport locales et apparentes du milieu.

Enfin, il restera à confronter les résultats du modèle avec une campagne expérimentale. Celle-ci devra être documentée de façon fiable et cohérente avec les paramètres matériaux nécessaires au modèle. Cette campagne mettra sans doute en évidence des améliorations à apporter à notre modèle pour confirmer son caractère prédictif.

Chapitre 8

Annexes

8.1 Annexe A - Essais de cisaillement indirect

Un essai de cisaillement indirect a été développé au sein de l'équipe G2MP dans le cadre du post-doctorat d'Olivier Nouailletas. Nous présentons ci-dessous les protocoles et les résultats des essais expérimentaux qui sont en lien avec l'étude présentée dans cette thèse.

8.1.1 Campagne expérimentale sur des éprouvettes de 50mm

Une première campagne expérimentale a été réalisée sur des éprouvettes cylindriques creuses de 30mm de diamètre et de 50mm de hauteur comportant un joint. Le diamètre intérieur de l'éprouvette est de 7.9mm. Le joint fait 2mm d'épaisseur. 3 inclinaisons ont été testées (40° , 45° ou 50°).

L'objectif de cette première campagne expérimentale est de caractériser le seuil de plasticité du joint ainsi que son évolution au cours de l'essai. Elle a également permis de réaliser une étude de faisabilité et d'établir un protocole d'essai pour les essais de perméabilité.

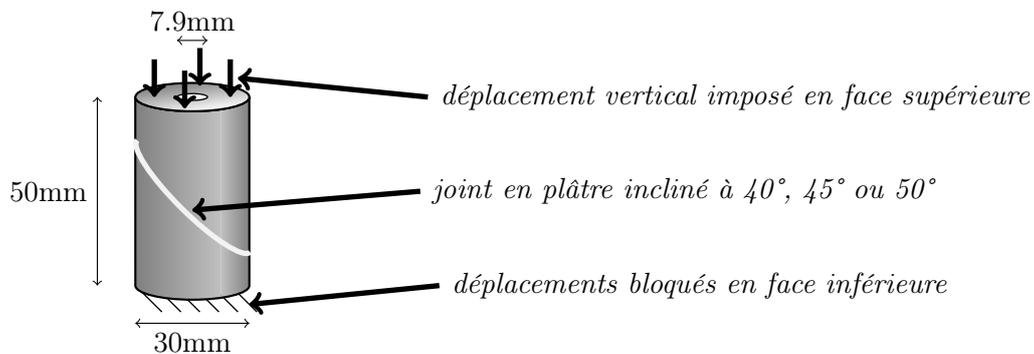


FIGURE 8.1 – Principe de l'essai de cisaillement indirect sur une éprouvette cylindrique comportant un joint incliné.

8.1.1.1 Formulation et caractérisation des matériaux

La formulation du **mortier** utilisé pour réaliser le cylindre est la suivante :

Désignation	Quantité	Unité
Ciment CEMII 42,5 (Añorga)	540	g
Eau	340	g
Sable 0/1mm (Messanges)	1650	g

TABLE 8.1 – Formulation du mortier utilisé dans l'étude expérimentale sur éprouvettes cylindriques (E/C=0,62).

Le mortier est réalisé suivant le protocole ci-dessous.

1. Introduction de l'eau dans le malaxeur,
2. Introduction du ciment dans le malaxeur,
3. Malaxage 30 secondes à petite vitesse,
4. Introduction progressive du sable pendant 30 secondes,
5. Malaxage 30 secondes à grande vitesse,
6. Repos pendant 90 secondes,
7. Malaxage 60 secondes à grande vitesse.

La formulation du **plâtre** est la suivante :

Désignation	Quantité	Unité
Plâtre	100	g
Eau	70	g

TABLE 8.2 – Formulation du plâtre utilisé dans l'étude expérimentale (E/P=0,7).

Le plâtre est réalisé suivant le protocole ci-dessous :

1. Introduction progressive du plâtre dans l'eau pendant 30 secondes,
2. Repos pendant 60 secondes,
3. Mélange manuel pendant 30 secondes avec une spatule en formant des 8,
4. Repos pendant 30 secondes,
5. Mélange manuel pendant 30 secondes.

Des essais de caractérisation ont été réalisés par Olivier Nouailletas sur les matériaux utilisés pour ces éprouvettes cylindriques. Les résultats sont donnés dans le tableau 8.3 ci-dessous.

La résistance en traction a été déterminée à l'aide d'essais en flexion 3 points sur des éprouvettes de 4cm × 4cm × 16cm. L'angle de friction et la cohésion du plâtre ont été déterminés indirectement à partir la résistance en compression et de la résistance en traction.

Paramètres	Notation	Unité	Mortier	Plâtre
Module d'Young	E	GPa	25,0 ($\sigma = 1, 9$)	4,4 ($\sigma = 0, 2$)
Résistance en traction	f_t	MPa	10,8 ($\sigma = 1, 3$)	1,7 ($\sigma = 0, 2$)
Résistance en compression	f_c	MPa	47,3 ($\sigma = 3, 8$)	7,7 ($\sigma = 0, 6$)
Angle de friction	ϕ	°	-	39,4 ($\sigma = 1, 1$)
Cohésion	c	MPa	-	3,7 ($\sigma = 0, 3$)

TABLE 8.3 – Caractéristiques des matériaux utilisés pour les essais de cisaillement indirects. σ représente l'écart type des mesures.

8.1.1.2 Réalisation des éprouvettes

Les éprouvettes sont réalisées suivant le mode opératoire développé par Fadi Khaddour [Khaddour, 2014] et complété par Olivier Nouailletas [Nouailletas, 2013]. Il est résumé ci-dessous.

- Mise en place du mortier frais dans un moule rectangulaire de 40mm \times 60mm \times 400mm comportant des barres métalliques de 6.5mm de diamètre. Ces barres métalliques sont retirées avant la prise complète du mortier afin d'obtenir des cylindres creux.
- Les éprouvettes sont démoulées au bout de 24h et insérées dans une étuve à 80°C pendant 48h.
- Des carottages de diamètre 30mm, centrés sur les trous, sont ensuite réalisés pour obtenir des éprouvettes cylindriques creuses.
- Les cylindres obtenus sont alors rectifiés avec une scie de précision, ce qui permet d'avoir des faces parfaitement parallèles.
- Les éprouvettes cylindriques sont alors sciées à 40°, 45° ou 50° pour obtenir les deux épontes.
- Les surfaces en contact avec le futur joint en plâtre sont frotté avec une surface abrasive pour faire apparaître les granulats.
- Le joint est réalisé par injection de plâtre entre les deux épontes espacées de 2mm. L'alignement est garanti par l'insertion d'un tube dans le trou intérieur de l'éprouvette.

L'essai de cisaillement indirect est réalisé sur une presse électro-mécanique pilotée en déplacement. Le protocole de chargement comporte deux phases : un pré-chargement cyclique puis un chargement jusqu'à la rupture.

Pour chaque inclinaison de joint, 3 essais sont réalisés.

Entre deux essais, les épontes en mortier sont récupérées, les résidus de plâtre sont enlevés et un nouveau joint en plâtre est réalisé.

8.1.1.3 Pré-chargement cyclique

3 cycles de pré-chargement sont réalisés entre 0,5kN et 2kN. Le déplacement est mesuré d'après le déplacement des plateaux de la presse. La figure 8.2 présente une des courbes forces/déplacement obtenues pour un joint incliné à 45°.

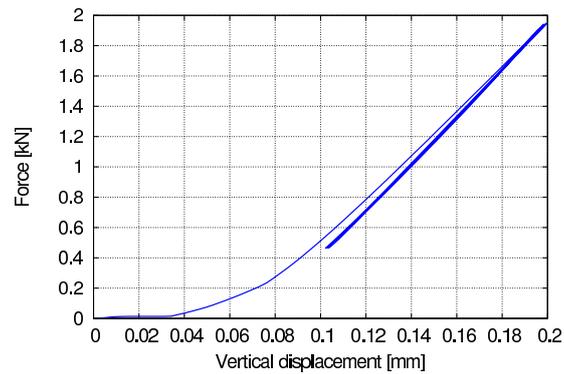


FIGURE 8.2 – Essai de cisaillement indirect : Courbe force/déplacement pour la phase de pré-chargement cyclique sur des éprouvettes cylindriques

Nous observons que ces 3 cycles permettent de compacter le joint jusqu'à obtenir un comportement identique sur deux cycles successifs.

8.1.1.4 Chargement jusqu'à la plastification du joint

Après avoir réalisé les cycles de pré-chargement, l'objectif de cette phase de chargement est d'atteindre un comportement plastique du joint cisailé.

La figure 8.3 ci-dessous présente les résultats obtenus pour une éprouvette comportant un joint incliné à 45°.

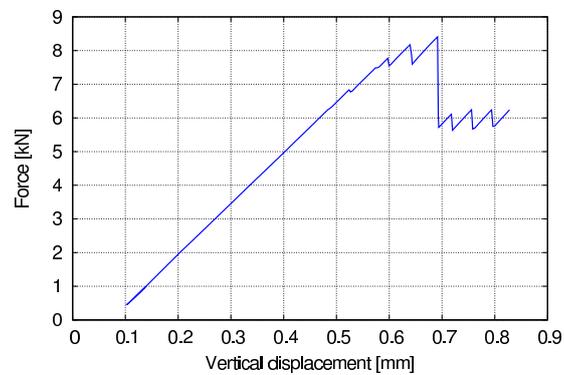


FIGURE 8.3 – Essai de cisaillement indirect : Courbes force/déplacement pour la phase de chargement.

La figure 8.4 représente les courbes des essais réalisés pour chaque inclinaison. La partie non-linéaire en début de chargement n'est pas représentée.

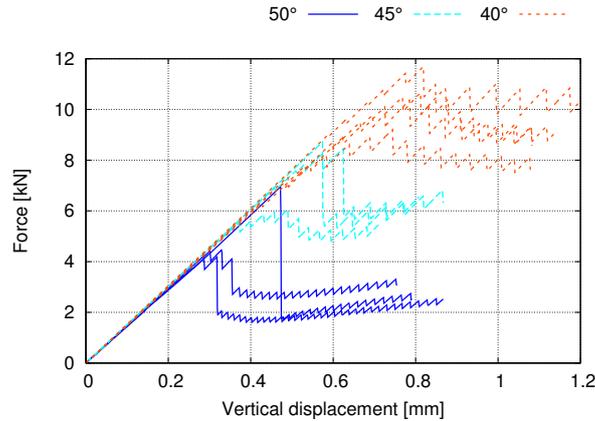


FIGURE 8.4 – Essai de cisaillement indirect : Courbes force/déplacement obtenues sur des éprouvettes cylindriques $30\text{mm} \times 50\text{mm}$ pour différentes inclinaisons du joint (40° , 45° et 50°)

Les courbes obtenues pour une même inclinaison du joint sont semblables, ce qui témoigne d'une bonne reproductibilité de l'essai. Nous observons logiquement que plus l'angle d'inclinaison du joint est important, moins la force au pic et la force résiduelles sont importantes.

Les indentations observées correspondent au phénomène de "stick-slip" déjà décrit dans la littérature [Byerlee, 1970].

8.1.1.5 Caractérisation du seuil de plasticité du joint

Connaissant l'inclinaison du joint, en supposant que les contraintes soient homogènes dans l'éprouvette, il est possible de déterminer la contrainte normale, notée σ_n , et la contrainte tangentielle, notée σ_s , dans le repère local du joint.

$$\sigma_n = F_{\text{verticale}} \frac{\cos^2 \theta}{\pi R^2} \quad (8.1a)$$

$$\sigma_s = F_{\text{verticale}} \frac{\cos \theta \sin \theta}{\pi R^2} \quad (8.1b)$$

où

- $F_{\text{verticale}}$ est l'effort vertical exercé par la presse sur l'éprouvette, en [N],
- θ est l'inclinaison du joint, en [rad],
- R est le rayon des éprouvettes cylindriques, soit 15mm.

Pour chaque inclinaison, nous déterminons, la force au pic et la force à la fin de l'essai. Puis, à partir des valeurs des forces verticales, nous déterminons les contraintes normales et tangentielles dans le joint au pic et à la fin de l'essai.

En plaçant les contraintes normales et tangentielles ainsi obtenues dans le repère de Mohr (σ_n, σ_s) , nous pouvons montrer que ces états de contraintes respectent un critère de Mohr-Coulomb avec une cohésion et un angle de friction qui peuvent être déterminés par régression linéaire.

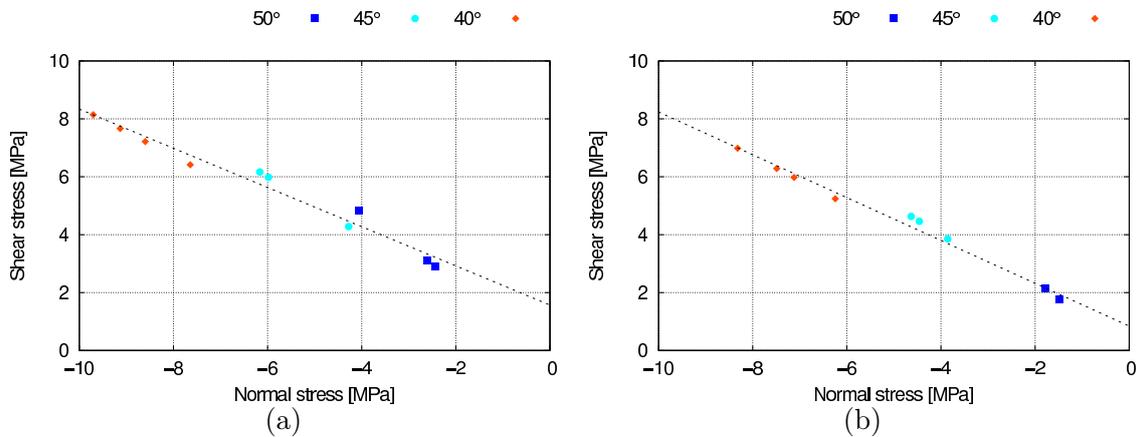


FIGURE 8.5 – Représentation des états de contraintes (a) au pic et (b) à la fin de l'essai, dans le repère de Mohr.

Les valeurs obtenues par régression linéaire sont données dans le tableau 8.4. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la cohésion et l'angle de frottement sont différents des valeurs mesurées lors des essais de caractérisation du plâtre (3,7MPa cf. tableau 8.3). Ce phénomène souligne l'importance de l'interface entre le mortier et le plâtre dans le comportement du joint.

Sous l'effet du cisaillement du joint, nous observons que la cohésion est réduite de 46%, tandis que l'angle de frottement augmente de 7%. L'endommagement du joint a donc essentiellement un effet sur la cohésion.

Paramètres de Mohr-Coulomb	Au pic	En résiduel
Angle de frottement ϕ en $[\circ]$	34,1	36,5
Cohésion c en [MPa]	1,57	0,84
Coefficient de corrélation r^2	0,970	0,988

TABLE 8.4 – Détermination de la cohésion et de l'angle de frottement suivant le comportement au pic et le comportement résiduel

Cette campagne expérimentale a permis de confirmer la faisabilité des essais de cisaillement indirect en utilisant une éprouvette de mortier comportant un joint en plâtre incliné, et d'établir un protocole expérimental. Elle nous apporte également plusieurs résultats importants :

- Le comportement de ces joints en plâtre peut être caractérisé au pic par une cohésion et un angle de friction intrinsèques au matériau, quelle que soit l'inclinaison du joint.
- Ces caractéristiques mécaniques sont modifiées par la plastification du joint, mais tendent vers un nouveau couple ($c_{rés}$, $\phi_{rés}$) qui ne dépend pas de l'inclinaison du joint.

8.1.2 Campagne expérimentale sur des éprouvettes de 200mm

Le modèle numérique utilisé dans le cadre de nos travaux ne permet pas pour le moment de réaliser des modèles en 3 dimensions. Il n'a donc pas été possible de modéliser la campagne expérimentale réalisée avec les éprouvettes cylindriques comportant un joint incliné.

Afin de confronter les résultats de notre modèle avec une campagne expérimentale et d'étudier plus précisément le comportement résiduel du joint plastifié, nous avons réalisé une seconde campagne expérimentale avec des éprouvettes parallélépipédiques.

Ces éprouvettes, de plus grande dimension et comportant des faces planes, permettront également de réaliser ultérieurement une localisation des émissions acoustiques en deux dimensions.

Cet essai consiste à solliciter en compression une éprouvette parallélépipédique de mortier de $100\text{mm} \times 100\text{mm} \times 200\text{mm}$. Cette éprouvette est traversée par un joint de plâtre épais de 2mm et incliné à 45° (cf. figure 8.6). Les caractéristiques des matériaux utilisés sont rappelées dans le tableau 8.6 ci-dessous pour le mortier, et le tableau 8.3 pour le plâtre.

Par rapport aux essais réalisés sur les éprouvettes cylindriques, seule la formulation du mortier est modifiée.

La formulation du **mortier** utilisé pour réaliser le parallélépipède est la suivante :

Désignation	Quantité	Unité
Ciment CEM V 42,5 (Airvault)	1120	g
Eau	560	g
Sable 0/1mm (Messanges)	2790	g
Superplastifiant (1%)	10	g

TABLE 8.5 – Formulation du mortier utilisé dans l'étude expérimentale sur éprouvettes parallélépipédiques ($E/C=0,5$).

Ci-dessous (tableau 8.6) nous détaillons les principaux résultats de la campagne de caractérisation du comportement mécanique du mortier.

Paramètres	Notation	Unité	Mortier
Module d'Young	E	GPa	37,9 ($\sigma = 5, 8$)
Résistance en traction	f_t	MPa	4,9 ($\sigma = 0, 5$)
Résistance en compression	f_c	MPa	61,4 ($\sigma = 2, 2$)

TABLE 8.6 – Caractéristiques du mortier utilisé pour les essais de cisaillement indirects sur les éprouvettes parallélépipédiques. σ représente l'écart type des mesures.

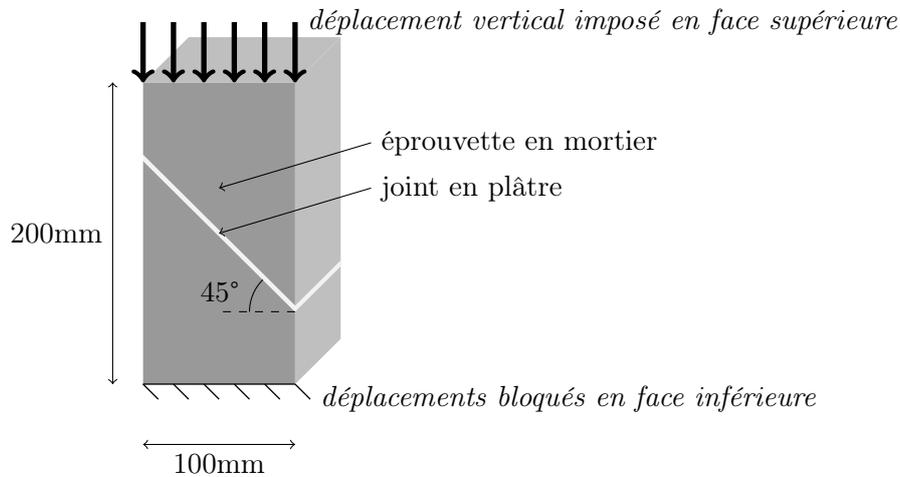


FIGURE 8.6 – Principe de l’essai de cisaillement indirect sur une éprouvette parallélépipédique comportant un joint

Les éprouvettes sont réalisées suivant le mode opératoire ci-dessous :

- réalisation d’éprouvettes 100mm × 100mm × 200mm en mortier,
- sciage des éprouvettes,
- piquage des surfaces en contact avec le futur joint en plâtre,
- réalisation du joint par injection de plâtre entre les deux épontes espacées de 2mm.

Entre deux essais, les épontes en mortier sont récupérées, les résidus de plâtre sont enlevés et un nouveau joint en plâtre est réalisé.

Les essais sont réalisés à l’aide d’une presse hydraulique pilotée en déplacement. Le protocole comporte deux phases :

- Un pré-chargement comportant 3 cycles entre 0,5kN et 40kN (cf. figure 8.7). Nous observons que ces 3 cycles permettent de compacter le joint jusqu’à obtenir un comportement identique sur deux cycles successifs. Le déplacement est mesuré par les deux extensomètres situés sur les faces de l’éprouvette et par la mesure du déplacement des plateaux de la presse. Il faut noter qu’il ne sera pas possible de laisser les extensomètres sur l’éprouvette lorsque le joint sera plastifié car les déplacements importants risquent de les endommager. Ces cycles permettent également d’établir une corrélation entre le déplacement des plateaux de la presse et les déplacements mesurés au niveau des extensomètres. Cette corrélation est établie dans la zone où le comportement du montage est linéaire, c’est-à-dire pour des déplacements supérieurs à 0,35mm.
- Un chargement jusqu’à la plastification du joint (cf. figure 8.8). Le pilotage de la presse est alors réalisé uniquement en fonction du déplacement des plateaux. La courbe force/déplacement obtenue est non-linéaire pour les déplacements inférieurs à 0,35mm. Ce comportement était déjà observé pendant les cycles de pré-chargement et peut s’expliquer par la présence de la rotule qui se déforme de façon non-linéaire en début de chargement.

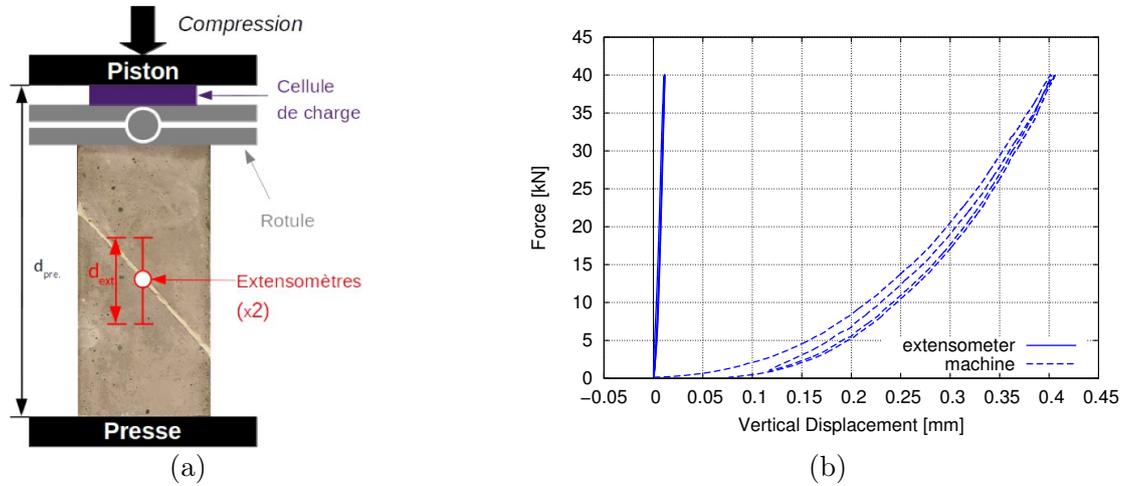


FIGURE 8.7 – Essai de cisaillement indirect : (a) Montage et (b) Courbes force/déplacement pour la phase de pré-chargement cyclique (trait continu : mesure moyenne des extensomètres, trait discontinu : déplacement du plateau de la presse)

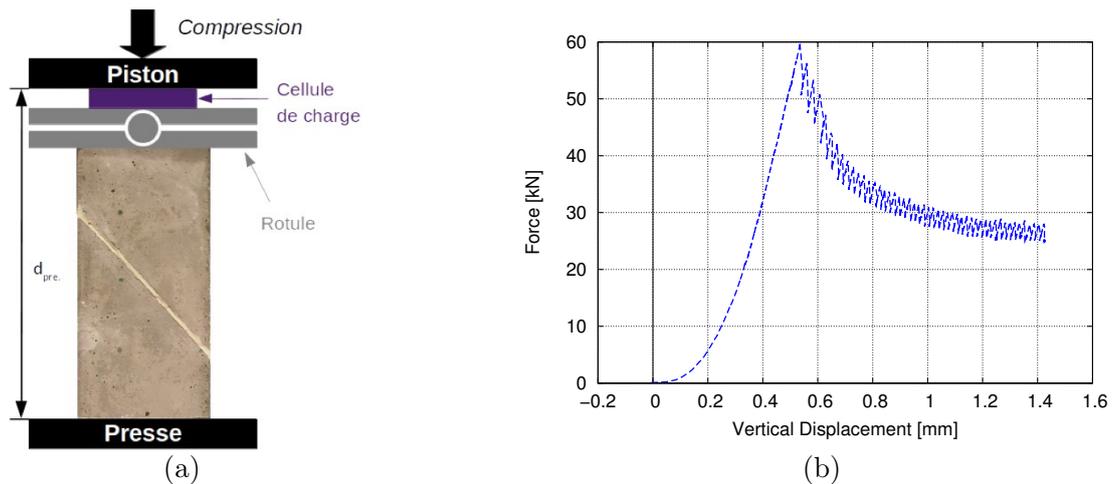


FIGURE 8.8 – Essai de cisaillement indirect : (a) Montage et (b) Courbes force/déplacement pour la phase de chargement.

Les résultats des 4 essais réalisés sont présentés ci-dessous (cf. figure 4.11). A cause de la non-linéarité au début du chargement nous n'avons pas représenté les points obtenus pour des efforts inférieurs à 30kN.

Pendant cette phase, les éprouvettes ne sont pas équipées d'extensomètres. Nous avons donc recalculé les déplacements verticaux de l'éprouvette à partir des déplacements des plateaux de la presse suivant la corrélation établie dans les essais de préchargement. Pour cela, nous considérons que le comportement mécanique des éléments constituant la presse est linéaire et élastique. En appelant K_{presse} la raideur de ces éléments, nous avons donc retranché au déplacement mesuré, noté v_{total} , un déplacement v_{presse} , tel que $v_{presse} = F/K_{presse}$, où F représente l'effort vertical.

8.2 Annexe B - Le modèle poro-mécanique

Dans la partie 5.2.3, nous avons utilisé le jeu de paramètres donné dans le tableau 5.1. Ces paramètres sont issus de [Carrier et Granet, 2012]. A partir de ce jeu de paramètres, nous avons considéré qu'il était possible de négliger le terme $b\varepsilon_V$ devant le terme $\frac{p-p_0}{M}$ dans l'équation 5.9.

Or ce jeu de paramètres ne permet pas de vérifier les équations de compatibilité 5.10 et 5.11 équivalentes à l'équation 8.2 ci-dessous. En effet, il est nécessaire de considérer un module de Biot égal à 68,7GPa et non pas 68,7MPa.

$$M = \frac{K}{(b - \phi_0)(1 - b)} = \frac{E}{3(1 - 2\nu)(b - \phi_0)(1 - b)} \quad (8.2)$$

L'objet de cette annexe est donc de présenter les principes d'une approche de couplage hydromécanique prenant en compte à la fois le terme $\frac{p-p_0}{M}$ et le terme $b\varepsilon_V$.

8.2.1 Rappel des équations à considérer

8.2.1.1 Pour le solide

L'équilibre mécanique du système s'écrit :

$$\text{div} [\boldsymbol{\sigma}] = \vec{0} \quad (8.3)$$

où

— $[\boldsymbol{\sigma}]$ est le tenseur des contraintes, en [Pa],

Le tenseur des contraintes peut être relié aux déformations et à la pression du fluide à l'aide de l'équation ci-dessous :

$$[\boldsymbol{\sigma}] = [\mathbf{K}(d)] [\boldsymbol{\varepsilon}] - b(d) \times p \times [\mathbf{Id}] \quad (8.4)$$

où

- d est le scalaire représentant l'endommagement du milieu, [-],
- $[\mathbf{K}(d)]$ représente le tenseur de rigidité, dépendant de l'endommagement, en [Pa],
- $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ représente le tenseur des déformations, en [Pa],
- $b(d)$ est le coefficient de Biot, dont la valeur dépend de l'endommagement, [-],
- p représente le champ de pression du fluide, en [Pa],
- $[\mathbf{Id}]$ est le tenseur identité [-].

8.2.1.2 Pour le fluide

Le bilan de masse pour le fluide s'écrit

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div}(\vec{q}) = 0 \quad (8.5)$$

où :

- ϕ est la porosité connectée (volume de vides connectés par unité de volume) [-],
- \vec{q} est le vecteur densité de flux volumique de fluide, en [ms^{-1}],
- t est le temps, en [s].

Pour relier le débit de fluide au champ de pression, nous utilisons la loi de Darcy.

$$\vec{q} = -k(d) \times \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{p}{\rho g}\right) \quad (8.6)$$

où :

- $k(d)$ est la conductivité hydraulique, dont la valeur dépend de l'endommagement, en $[\text{m.s}^{-1}]$,
- p représente le champ de pression du fluide, en $[\text{Pa}]$,
- ρ est la masse volumique du fluide, en $[\text{kg.m}^{-3}]$,
- g est l'accélération de la pesanteur, en $[\text{m.s}^{-2}]$.

Pour relier la variation de la porosité aux déformations volumiques et au champ de pression, nous utilisons le loi de comportement issue de la poro-mécanique.

$$\phi - \phi_0 = b(d) \times \varepsilon_V + \frac{p - p_0}{N(d)} \quad (8.7)$$

où :

- $\phi - \phi_0$ est la variation de porosité, [-],
- $b(d)$ est le coefficient de Biot, dont la valeur dépend de l'endommagement, [-],
- ε_V est la déformation volumique totale du milieu avec $\varepsilon_V = \text{Tr}[\boldsymbol{\varepsilon}]$, [-],
- $p - p_0$ est la variation de la pression du fluide, en $[\text{Pa}]$,
- $N(d)$ est le module de Biot, dont la valeur dépend de l'endommagement, $[\text{Pa}]$.

8.2.1.3 Système d'équations considéré

Nous devons donc résoudre le système d'équations ci-dessous.

$$\vec{\text{div}}([\mathbf{K}(d)] [\boldsymbol{\varepsilon}] - b(d) \times p \times [\mathbf{I}d]) = \vec{0} \quad (8.8a)$$

$$\frac{\partial(b(d) \times \varepsilon_V)}{\partial t} - \frac{\partial(\frac{p}{N})}{\partial t} + \text{div}\left(-k(d) \times \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{p}{\rho g}\right)\right) = 0 \quad (8.8b)$$

Pour alléger les écritures, nous écrirons la matrice de raideur $[\mathbf{K}]$ sans rappeler systématiquement qu'elle est une fonction de l'endommagement d .

8.2.2 Approche retenue avec b k et N constants sur un pas de temps

8.2.2.1 Equations considérées avec une approche temporelle implicite

Le système d'équation précédent devient :

$$\vec{\text{div}}([\mathbf{K}] [\boldsymbol{\varepsilon}] - b \times p \times [\mathbf{I}d]) = \vec{0} \quad (8.9a)$$

$$b \frac{\partial(\varepsilon_V)}{\partial t} - \frac{1}{N} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\rho g} \text{div}\left(\overrightarrow{\text{grad}}(p)\right) \quad (8.9b)$$

Les variables considérées sont discrétisées temporellement par une méthode d'Euler implicite :

$$p(t + \Delta t) = p(t) + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \Delta t \quad (8.10a)$$

$$[\boldsymbol{\varepsilon}(t + \Delta t)] = [\boldsymbol{\varepsilon}(t)] + \left. \frac{\partial [\boldsymbol{\varepsilon}]}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \Delta t \quad (8.10b)$$

Nous obtenons donc à l'instant $t + \Delta t$:

$$\vec{\text{div}} \left([\mathbf{K}] \left([\boldsymbol{\varepsilon}(t)] + \left. \frac{\partial [\boldsymbol{\varepsilon}]}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \Delta t \right) - b \times \left(p(t) + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \Delta t \right) \times [\mathbf{Id}] \right) = \vec{0} \quad (8.11)$$

Cette équation peut également s'écrire :

$$[\mathbf{K}] \vec{\text{div}} ([\boldsymbol{\varepsilon}(t)]) + [\mathbf{K}] \vec{\text{div}} \left(\left. \frac{\partial [\boldsymbol{\varepsilon}]}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \right) \Delta t - b \times \overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) - b \times \overrightarrow{\text{grad}} \left(\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \right) \Delta t = \vec{0} \quad (8.12)$$

Ainsi les équations 8.12 à l'instant $t + \Delta t$, et 8.9b à l'instant $t + \Delta t$, permettent d'obtenir le système 8.13 ci-dessous et dont les inconnues sont les vitesses de déformation et de pression calculées à l'instant $t + \Delta t$.

$$\begin{cases} [\mathbf{K}] \vec{\text{div}} \left(\left. \frac{\partial [\boldsymbol{\varepsilon}]}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \right) - b \times \overrightarrow{\text{grad}} \left(\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \right) \Delta t = -[\mathbf{K}] \vec{\text{div}} ([\boldsymbol{\varepsilon}(t)]) + b \times \overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \\ b \left. \frac{\partial (\text{Tr}[\boldsymbol{\varepsilon}])}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} - \frac{1}{N} \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} = \frac{k}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \right) + \frac{k}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \left(\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \right) \Delta t \right) \end{cases} \quad (8.13)$$

On utilise pour ces inconnues les notations suivantes :

$$[\mathbf{X}] = \left. \frac{\partial [\boldsymbol{\varepsilon}]}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \quad \text{et} \quad Y = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{t+\Delta t} \quad (8.14)$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} [\mathbf{K}] \vec{\text{div}} ([\mathbf{X}]) - b \times \overrightarrow{\text{grad}}(Y) \Delta t = -[\mathbf{K}] \vec{\text{div}} ([\boldsymbol{\varepsilon}(t)]) + b \times \overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \\ b \times \text{Tr}([\mathbf{X}]) - \frac{Y}{N} - \frac{k}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(Y) \right) \Delta t = \frac{k}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(p) \right) \end{cases} \quad (8.15)$$

Ce système d'équations est non-linéaire du fait de la dépendance de $[\mathbf{K}]$ en fonction de l'endommagement. Il doit donc être résolu itérativement, par exemple à l'aide d'une méthode de Newton-Raphson.

8.2.2.2 Approche actuellement utilisée

Dans le modèle que nous avons présenté dans cette thèse nous négligeons le terme $b\varepsilon_V$ (égal à $b \times \text{Tr}([\mathbf{X}])$), et nous supposons que $k(t + \Delta t) \approx k(t)$. Cela revient donc à résoudre séparément le système 8.15. Tout d'abord nous résolvons l'équation 8.16 ci-dessous afin de déterminer l'expression de Y . Cette équation est résolue à l'aide d'un schéma de Euler implicite.

$$-\frac{Y}{N} = \frac{k(t)}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \right) \quad (8.16)$$

Connaissant Y , nous pouvons alors déterminer $[\mathbf{X}]$ à l'aide de l'équation 8.17 ci-dessous issue également du système 8.15. Cette équation nécessite à nouveau une résolution itérative car la matrice $[\mathbf{K}]$ dépend de l'endommagement.

$$[\mathbf{K}] \vec{\text{div}}([\mathbf{X}]) = -[\mathbf{K}] \vec{\text{div}}([\varepsilon(t)]) + b \times \overrightarrow{\text{grad}}(Y) \Delta t + b \times \overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \quad (8.17)$$

8.2.2.3 Equations considérées pour une approche temporelle explicite

Nous pouvons également exprimer les équations à résoudre à l'aide d'une approche temporelle explicite. Les variables considérées sont alors discrétisées à l'aide d'un schéma d'Euler explicite.

$$p(t + \Delta t) = p(t) + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t \Delta t \quad (8.18a)$$

$$[\varepsilon(t + \Delta t)] = [\varepsilon(t)] + \left. \frac{\partial [\varepsilon]}{\partial t} \right|_t \Delta t \quad (8.18b)$$

En ce qui concerne l'équation 8.8a, nous obtenons donc à l'instant $t + \Delta t$:

$$\vec{\text{div}} \left([\mathbf{K}] \left([\varepsilon(t)] + \left. \frac{\partial [\varepsilon]}{\partial t} \right|_t \Delta t \right) - b \times \left(p(t) + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t \Delta t \right) \times [\mathbf{Id}] \right) = \vec{0} \quad (8.19)$$

Cette équation peut également s'écrire :

$$[\mathbf{K}] \vec{\text{div}}([\varepsilon(t)]) + [\mathbf{K}] \vec{\text{div}} \left(\left. \frac{\partial [\varepsilon]}{\partial t} \right|_t \right) \Delta t - b \times \overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) - b \times \overrightarrow{\text{grad}} \left(\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t \right) \Delta t = \vec{0} \quad (8.20)$$

En utilisant l'équation 8.9b écrite à l'instant t on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} [\mathbf{K}] \vec{\text{div}} \left(\left. \frac{\partial [\varepsilon]}{\partial t} \right|_t \right) - b \times \overrightarrow{\text{grad}} \left(\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t \right) \Delta t = -[\mathbf{K}] \vec{\text{div}}([\varepsilon(t)]) + b \times \overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \\ b \left. \frac{\partial(\text{Tr}[\varepsilon])}{\partial t} \right|_t - \frac{1}{N} \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t = \frac{k}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \right) \end{cases} \quad (8.21)$$

On utilise les notations suivantes :

$$[\mathbf{X}] = \left. \frac{\partial [\varepsilon]}{\partial t} \right|_t \quad \text{et} \quad Y = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t \quad (8.22)$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} [\mathbf{K}] \operatorname{div}([\mathbf{X}]) - b \times \vec{\operatorname{grad}}(Y) \Delta t = -[\mathbf{K}] \operatorname{div}([\boldsymbol{\varepsilon}(t)]) + b \times \vec{\operatorname{grad}}(p(t)) \\ b \times \operatorname{Tr}([\mathbf{X}]) - \frac{Y}{N} = \frac{k}{\rho g} \operatorname{div}(\vec{\operatorname{grad}}(p(t))) \end{cases} \quad (8.23)$$

La deuxième équation de ce système étant linéaire (car k est connu et b et N sont constants), la résolution itérative ne porte que sur la première équation permettant de déterminer $[\mathbf{X}]$.

8.2.2.4 Discrétisation spatiale

Les grandeurs discrétisées spatialement sont représentées par les vecteurs écrits entre accolades dans le tableau 8.7 ci-dessous. Il est alors nécessaire d'introduire les matrices associées aux fonctions de forme données ci-dessous.

Notation en milieu continu	Notation en milieu discrétisé	Commentaire
p	$[\mathbf{N}^h] \{P\}$	$[\mathbf{N}^h]$: matrice des fonctions de forme du modèle hydraulique
$Y = \frac{\partial p}{\partial t}$	$[\mathbf{N}^h] \{Y\}$	
$[\boldsymbol{\varepsilon}]$	$[\mathbf{N}^m] \{\boldsymbol{\varepsilon}\}$	$[\mathbf{N}^m]$: matrice des fonctions de forme du modèle mécanique
$[\mathbf{X}] = \frac{\partial [\boldsymbol{\varepsilon}]}{\partial t}$	$[\mathbf{N}^m] \{X\}$	
$\vec{\operatorname{grad}}(p)$	$[\mathbf{B}^h] \{P\}$	$[\mathbf{B}^h]$ permet d'introduire les dérivées spatiales des fonctions de forme
$\vec{\operatorname{grad}}(Y)$	$[\mathbf{B}^h] \{Y\}$	
$\operatorname{div}([\boldsymbol{\varepsilon}])$	$[\mathbf{C}^m] \{\boldsymbol{\varepsilon}\}$	$[\mathbf{C}^m]$ permet d'introduire les dérivées spatiales des fonctions de forme
$\operatorname{div}([\mathbf{X}])$	$[\mathbf{C}^m] \{X\}$	
$\operatorname{Tr}([\mathbf{X}])$	$[\tilde{N}] \{X\}$	$[\tilde{N}]$ est une matrice ligne permettant de sommer les élément diagonaux
Δp	${}^t[L] [\mathbf{B}^h] \{P\}$	

TABLE 8.7 – Notations adoptées pour représenter les grandeurs discrétisées spatialement

En utilisant l'approche explicite, nous avons alors :

$$[\mathbf{K}] [\mathbf{C}^m] \{X\} - b \times \Delta t \times [\mathbf{B}^h] \{Y\} = b [\mathbf{B}^h] \{P\} - [\mathbf{K}] [\mathbf{C}^m] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \quad (8.24a)$$

$$b [\tilde{N}] \{X\} - \frac{1}{N} [\mathbf{N}^h] \{Y\} = k \times {}^t[L] [\mathbf{B}^h] \{P\} \quad (8.24b)$$

Ces deux équations peuvent être mises sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}] [\mathbf{C}^m] & -b \times \Delta t \times [\mathbf{B}^h] \\ b [\tilde{N}] & -\frac{1}{N} [\mathbf{N}^h] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X\} \\ \{Y\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b [\mathbf{B}^h] \{P\} - [\mathbf{K}] [\mathbf{C}^m] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \\ k \times {}^t[L] [\mathbf{B}^h] \{P\} \end{Bmatrix} \quad (8.25)$$

Nous obtenons donc un système de la forme $[M] \{Z\} = \{F\}$. Ainsi, connaissant à l'instant t les vecteurs $\{P_t\}$ et $\{\varepsilon_t\}$, il est possible de calculer $\{X\}$ et $\{Y\}$. Nous avons alors à l'instant $t + \Delta t$ les expressions suivantes :

$$\{P_{t+\Delta t}\} = \{P_t\} + \{Y\} \Delta t \quad (8.26a)$$

$$\{\varepsilon_{t+\Delta t}\} = \{\varepsilon_t\} + \{X\} \Delta t \quad (8.26b)$$

8.2.3 Approche proposée avec b et N variant sur un pas de temps

Afin de prendre en compte des variations de $[K](d)$, $b(d)$, $k(d)$ et $N(d)$ au sein d'un même pas de temps, il est nécessaire de modifier l'équation 8.9a en l'écrivant à l'instant $t + \Delta t$ et en faisant apparaître la dépendance en temps des différents paramètres :

$$\vec{\text{div}} ([K(t + \Delta t)][\varepsilon(t + \Delta t)] - b(t + \Delta t) \times p(t + \Delta t) \times [Id]) = \vec{0} \quad (8.27)$$

Dans un cadre de résolution utilisant un schéma d'Euler explicite, l'équation 8.8b est modifiée également afin de tenir compte des variations de $b(d)$, $k(d)$ et $N(d)$.

$$b(t) \frac{\partial \varepsilon_V(t)}{\partial t} \Big|_t - \frac{1}{N(t)} \frac{\partial p(t)}{\partial t} \Big|_t + \frac{1}{N(t)^2} \frac{\partial N(t)}{\partial \varepsilon} \Big|_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \Big|_t = \frac{k(t)}{\rho g} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(p(t)) \right) \quad (8.28)$$

Contrairement au cas précédent, le système des équations 8.27 (écrite à $t + \Delta t$) et 8.28 (écrite à t) doit cette fois-ci être résolu itérativement de façon simultanée.

Bibliographie

- [Adachi et Detournay, 2008] ADACHI, J. et DETOURNAY, E. (2008). Plane strain propagation of a hydraulic fracture in a permeable rock. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(16):4666–4694.
- [Adachi *et al.*, 2007] ADACHI, J., SIEBRITS, E., PEIRCE, A. et DESROCHES, J. (2007). Computer simulation of hydraulic fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 44(5):739–757.
- [Alam *et al.*, 2012] ALAM, S., SALIBA, J. et LOUKILI, A. (2012). Study of evolution of fracture process zone in concrete by simultaneous application of digital image correlation and acoustic emission. In *VIII International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, numéro FraMCoS-8, pages 1–9.
- [Archambault *et al.*, 1996] ARCHAMBAULT, G., FLAMAND, R., GENTIER, S., RISS, J. et SIRIEIX, C. (1996). Joint shear behaviour revised on the basis of morphology 3D modelling and shear displacement. In *North American Rock Mechanics Symposium*, pages 1223–1230, Montréal, Quebec, Canada. American Rock Mechanics Association.
- [Bandis *et al.*, 1985] BANDIS, S., BARTON, N. et CHRISTIANSON, M. (1985). Application of a New Numerical Model of Joint Behaviour to Rock Mechanics Problems. *Fundamentals of Rock Joints (Proceedings of the International Symposium on Fundamentals of Rock Joints, Björkliden, Sweden, September 1985)*, pages 345–356.
- [Bandis *et al.*, 1983] BANDIS, S. C., LUMSDEN, a. C. et BARTON, N. R. (1983). Fundamentals of rock joint deformation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and*, 20(6):249–268.
- [Barenblatt *et al.*, 1960] BARENBLATT, G., ZHELTOV, I. et KOCHINA, I. (1960). Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks [strata]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 24(5):1286–1303.
- [Barton, 1972] BARTON, N. (1972). The problem of joint shearing in coupled stress-flow analyses. In *International Symposium on Percolation through Fissured Rock*, page 3p, Stuttgart.
- [Barton *et al.*, 1985] BARTON, N., BANDIS, S. et BAKHTAR, K. (1985). Strength, Deformation and Conductivity Coupling of Rock Joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 22(3):121–140.
- [Barton et Choubey, 1977] BARTON, N. et CHOUBEY, V. (1977). The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mechanics*, 10(1-2):1–54.
- [Bažant et Pijaudier-Cabot, 1989] BAŽANT, Z. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1989). Measurement of Characteristic Length of Nonlocal Continuum. *Journal of Engineering Mechanics*, 115(4):755–767.
- [Bažant et Planas, 1997] BAŽANT, Z. et PLANAS, J. (1997). *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. Boca Raton, USA, crc press édition.
- [Beer, 1985] BEER, G. (1985). An isoparametric joint/interface element for finite element analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21:585–600.

- [Biju-Duval, 1999] BIJU-DUVAL, B. (1999). *Géologie sédimentaire. Bassins, Environnements de dépôts, Formation du pétrole*. Paris, technip édition.
- [Bolander et Berton, 2004] BOLANDER, J. et BERTON, S. (2004). Simulation of shrinkage induced cracking in cement composite overlays. *Cement & Concrete Composites*, 26:861–871.
- [Bolander et Saito, 1998] BOLANDER, J. et SAITO, S. (1998). Fracture analyses using spring networks with random geometry. *Engineering Fracture Mechanics*, 61(5-6):569–591.
- [Bunger et al., 2005] BUNGER, A., DETOURNAY, E. et GARAGASH, D. (2005). Toughness-dominated hydraulic fracture with leak-off. *International Journal of Fracture*, 134(2):175–190.
- [Byerlee, 1970] BYERLEE, J. (1970). The mechanics of stick-slip. *Tectonophysics*, 9(5):475–486.
- [Carrier et Granet, 2012] CARRIER, B. et GRANET, S. (2012). Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model. *Engineering Fracture Mechanics*, 79:312–328.
- [Chen et al., 2012] CHEN, W., MAUREL, O., REESS, T., DE FERRON, A., LA BORDERIE, C., PIJAUDIER-CABOT, G., REY-BETHBEDER, F. et JACQUES, A. (2012). Experimental study on an alternative oil stimulation technique for tight gas reservoirs based on dynamic shock waves generated by Pulsed Arc Electrohydraulic Discharges. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 88-89:67–74.
- [Cipolla et al., 2010] CIPOLLA, C., WARPINSKI, N., MAYERHOFER, M., LOLON, E. et VINCENT, M. (2010). The Relationship Between Fracture Complexity, Reservoir Properties, and Fracture-Treatment Design. *SPE Production & Operations*, 25(4):1–25.
- [Colliat, 2010] COLLIAT, J. (2010). *Modélisation numérique des matériaux hétérogènes : Applications aux matériaux à matrice cimentaire*. Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan.
- [Coulomb, 1821] COULOMB, C. (1821). *Rhéorie des Machines Simples, en ayant égard au frottement de leurs parties et à la raideur des cordage*. Paris.
- [Coussy, 2004] COUSSY, O. (2004). *Poromechanics*. Chichester, England, John Wiley édition.
- [Damjanac et al., 2015] DAMJANAC, B., DETOURNAY, C. et CUNDALL, P. (2015). Application of particle and lattice codes to simulation of hydraulic fracturing. *Computational Particle Mechanics*.
- [Deere et Miller, 1966] DEERE, D. et MILLER, R. (1966). Engineering classification and index properties for intact rock. *Technical Report, Air Force Weapons Laboratory*, 1:65–116.
- [Dershowitz et Einstein, 1987] DERSHOWITZ, W. et EINSTEIN, H. (1987). Three dimensional flow modeling in jointed rock masses. *6th ISRM Congress*, pages 87–92.
- [Economides et Nolte, 2000] ECONOMIDES, M. et NOLTE, K. (2000). *Reservoir Stimulation*. John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, England.
- [Engelder et al., 2009] ENGELDER, T., LASH, G. et UZCÁTEGUI, R. (2009). Joint sets that enhance production from Middle and Upper Devonian gas shales of the Appalachian Basin. *AAPG Bulletin*, 93(7):857–889.
- [F.D. Patton, 1966] F.D. PATTON (1966). Multiple Modes of Shear Failure In Rock. *1st ISRM Congress*, pages 509–513.
- [Fjaer et al., 2008] FJAER, E., HOLT, R., HORSRUD, P., RAAEN, A. et RISNES, R. (2008). *Petroleum Related Rock Mechanics*, volume 71. Amsterdam, Elsevier édition.

- [Foucault et Raoult, 2010] FOUCAULT, A. et RAOULT, J. (2010). *Dictionnaire de géologie géographique, préhistoire, paléontologie, pétrographie, minéralogie*. Dunod, Paris.
- [Freund, 1990] FREUND, L. B. (1990). *Dynamic Fracture Mechanics*. Cambridge University Press.
- [Gale et al., 2007] GALE, J., REED, R. et HOLDER, J. (2007). Natural fractures in the Barnett Shale and their importance for hydraulic fracture treatments. *AAPG Bulletin*, 91(4):603–622.
- [Geertsma et De Klerk, 1969] GEERTSMA, J. et DE KLERK, F. (1969). A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures. *Journal of Petroleum Technology*, 21:1571–1581.
- [Geertsma et Haafkens, 1979] GEERTSMA, J. et HAAFKENS, R. (1979). A Comparison of the Theories for Predicting Width and Extent of Vertical Hydraulically Induced Fractures. *Journal of Energy Resources Technology*, 101(1):8.
- [Gentier et al., 1997] GENTIER, S., LAMONTAGNE, E., ARCHAMBAULT, G. et RISS, J. (1997). Anisotropy of flow in a fracture undergoing shear and its relationship to the direction of shearing and injection pressure. *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts*, 34(3-4):412.
- [Goreaud et Péliissier, 1999] GOREAUD, F. et PÉLISSIER, R. (1999). On Explicit Formulas of Edge Correction for Riply’s K-Function. *Journal of Vegetation Science*, 10(3):433–438.
- [Granger et al., 2007] GRANGER, S., LOUKILI, a., PIJAUDIER-CABOT, G. et CHANVILLARD, G. (2007). Experimental characterization of the self-healing of cracks in an ultra high performance cementitious material : Mechanical tests and acoustic emission analysis. *Cement and Concrete Research*, 37(4):519–527.
- [Grassl et al., 2015] GRASSL, P., FAHY, C., GALLIPOLI, D. et WHEELER, S. J. (2015). On a 2D hydro-mechanical lattice approach for modelling hydraulic fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 75:104–118.
- [Grassl et al., 2012] GRASSL, P., GRÉGOIRE, D., ROJAS-SOLANO, L. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2012). Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 49(13):1818–1827.
- [Grassl et Jirásek, 2010] GRASSL, P. et JIRÁSEK, M. (2010). Meso-scale approach to modelling the fracture process zone of concrete subjected to uniaxial tension. *International Journal of Solids and Structures*, 47(7-8):957–968.
- [Grégoire, 2008] GRÉGOIRE, D. (2008). *Initiation, Propagation, Arrêt et Redémarrage de Fissures sous Impact*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- [Grégoire et al., 2013] GRÉGOIRE, D., ROJAS-SOLANO, L. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2013). Failure and size effect for notched and unnotched concrete beams. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(10):1434–1452.
- [Grégoire et al., 2015] GRÉGOIRE, D., VERDON, L., LEFORT, V., GRASSL, P., SALIBA, J., REGOIN, J., LOUKILI, A. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2015). Mesoscale analysis of failure in quasi-brittle materials : comparison between lattice model and acoustic emission data. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(15):1639–1664.
- [Hattori et al., 2016] HATTORI, G., TREVELYAN, J., AUGARDE, C., COOMBS, W. et APLIN, A. (2016). Numerical Simulation of Fracking in Shale Rocks : Current State and Future Approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*.

- [Howard et Fast, 1957] HOWARD, G. et FAST, C. R. (1957). Optimum Fluid Characteristics for Fracture Extension. *Proceedings of the American Petroleum Institute*, pages 261–270.
- [Huang *et al.*, 2015] HUANG, X., QI, S., WILLIAMS, A., ZOU, Y. et ZHENG, B. (2015). International Journal of Solids and Structures Numerical simulation of stress wave propagating through filled joints by particle model. *International Journal of Solids and Structures*, 69-70:23–33.
- [Irwin, 1957] IRWIN, G. (1957). Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24:361–364.
- [Irwin, 1958] IRWIN, G. (1958). *Elasticity and Plasticity / Elastizität und Plastizität*, volume 3 / 6.
- [ITASCA, 2011] ITASCA (2011). *UDEC Universal Distinct Element Code User's Guide*. Itasca Consulting Group Inc., Minneapolis, Minnesota USA.
- [Jankowski et Styś, 1990] JANKOWSKI, L. et STYŚ, D. (1990). Formation of the fracture process zone in concrete.
- [Kachanov, 1958] KACHANOV, L. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Otdelenie Tekhnicheskikh Nauk. Mekhanika i Mashinostroenie.*, 8:26–31.
- [Kanninen et Popelar, 1985] KANNINEN, M. et POPELAR, C. (1985). *Advanced Fracture Mechanics*. Oxford University Press Inc., New York, USA.
- [Kawai, 1978] KAWAI, T. (1978). New Discrete Models and their Application to Seismic Response Analysis of Structures. *Nuclear Engineering and Design*, 48(1978):207–229.
- [Khaddour, 2014] KHADDOUR, F. (2014). *Amélioration de la production de gaz des "Tight Gas Reservoirs"*. Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- [Khristianovic et Zheltov, 1955] KHRISTIANOVIC, S. et ZHELTOV, Y. (1955). Khristianovic, S.A., Zheltov, Y.P. *In 4th World Petroleum Congress*, pages 579–586, Rome. Carlo Colombo, Rome.
- [Kim *et al.*, 2011] KIM, J., TCHELEPI, H. et JUANES, R. (2011). Stability and convergence of sequential methods for coupled flow and geomechanics : Drained and undrained splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(23-24):2094–2116.
- [King, 2010] KING, G. (2010). Thirty years of gas-shale fracturing : What have we learned? *JPT Journal of Petroleum Technology*, 62(September):88–90.
- [Landis et Baillon, 2002] LANDIS, E. et BAILLON, L. (2002). Experiments to Relate Acoustic Emission Energy to Fracture Energy of Concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(6): 698–702.
- [Lecampion et Desroches, 2015] LECAMPION, B. et DESROCHES, J. (2015). Simultaneous initiation and growth of multiple radial hydraulic fractures from a horizontal wellbore. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 82:235–258.
- [Lemaitre *et al.*, 2009] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J., BENALLAL, A. et DESMORAT, R. (2009). *Mécanique des matériaux solides*. Paris, dunod édition.
- [Lu *et al.*, 2012] LU, S., HUANG, W., CHEN, F., LI, J., WANG, M., XUE, H., WANG, W. et CAI, X. (2012). Classification and evaluation criteria of shale oil and gas resources : Discussion and application. *Petroleum Exploration and Development*, 39(2):268–276.
- [Marache, 2002] MARACHE, A. (2002). *Comportement mécanique d'une fracture rocheuse sous contraintes normale et tangentielle*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris.

- [Mazars, 1984] MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris.
- [Moës *et al.*, 1999] MOËS, N., DOLBOW, J. et BELYTSCHKO, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1):131–150.
- [Muskhelishvili, 1958] MUSKHELISHVILI, N. (1958). *Singular Integral Equations*. New York, USA.
- [Nordgren, 1972] NORDGREN, R. (1972). Propagation of a Vertical Hydraulic Fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 12(04):306–314.
- [Nouailletas, 2013] NOUAILLETAS, O. (2013). *Comportement d'une discontinuité dans un géomatériau sous sollicitation chemo-mécanique : expérimentations et modélisations*. Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour ; Université de Sherbrooke.
- [Nouailletas *et al.*, 2015] NOUAILLETAS, O., LA BORDERIE, C., PERLOT, P., RIVARD, P. et BAL-LIVY, G. (2015). Experimental Study of Crack Closure on Heterogeneous Quasi-Brittle Material. *Journal of Engineering Mechanics*, 141(11):1–11.
- [Olsson et Barton, 2001] OLSSON, R. et BARTON, N. (2001). An improved model for hydromechanical coupling during shearing of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 38(3):317–329.
- [Park et Song, 2009] PARK, J. et SONG, J. (2009). Numerical simulation of a direct shear test on a rock joint using a bonded-particle model. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(8):1315–1328.
- [Patzák et Bittnar, 2001] PATZÁK, B. et BITTNAR, Z. (2001). Design of object oriented finite element code. *Advances in Engineering Software*, 32(10-11):759–767.
- [Perkins et L. R. Kern, 1961] PERKINS, T. K. et L. R. KERN (1961). Widths of Hydraulic Fractures. *Journal of Petroleum Technology*, 13(09):937 – 949.
- [Pijaudier-Cabot et Bažant, 1987] PIJAUDIER-CABOT, G. et BAŽANT, Z. (1987). Non local Damage Theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 113(10):1512–1533.
- [Pijaudier-Cabot *et al.*, 2004] PIJAUDIER-CABOT, G., HAIDAR, K. et DUBÉ, J. (2004). Non-local damage model with evolving internal length. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(7-8):633–652.
- [Pyrak-Nolte *et al.*, 1987] PYRAK-NOLTE, L., MYER, L., COOK, N. et WITHERSPOON, P. (1987). Hydraulic And Mechanical Properties of Natural Fractures In Low Permeability Rock. *6th ISRM Congress, Montreal, Canada*.
- [Rafini, 2008] RAFINI, S. (2008). *Comportement hydraulique des milieux faillés*. Thèse de doctorat, Université de Québec à Montréal.
- [Renshaw et Pollard, 1995] RENSHAW, C. et POLLARD, D. (1995). An experimentally verified criterion for propagation across unbounded frictional interfaces in brittle, linear elastic materials. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 32(3):237–249.
- [Ripley, 1977] RIPLEY, B. (1977). Modelling spatial patterns.pdf. *Journal of the Royal Statistical Society*, 39(2):172–212.
- [Rojas-Solano, 2012] ROJAS-SOLANO, L. (2012). *Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle*. Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

- [Rojas-Solano *et al.*, 2013] ROJAS-SOLANO, L., GRÉGOIRE, D. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2013). Interaction-based non-local damage model for failure in quasi-brittle materials. *Mechanics Research Communications*, 54:56–62.
- [Saeb et Amadei, 1992] SAEB, S. et AMADEI, B. (1992). Modelling rock joints under shear and normal loading. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and*, 29(3):267–278.
- [Saliba, 2012] SALIBA, J. (2012). *Apport de l'émission acoustique dans la compréhension et la modélisation du couplage fluage-endommagement du béton*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [Schlangen et van Mier, 1992] SCHLANGEN, E. et van MIER, J. G. M. (1992). Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures. *Materials and Structures*, 25(9):534–542.
- [Shewchuk, 1996] SHEWCHUK, J. (1996). Triangle : Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator. *Applied Computational Geometry : Towards Geometric Engineering*, 1148:203–222.
- [Snyman *et al.*, 1991] SNYMAN, M. F., BIRD, W. W. et MARTIN, J. B. (1991). A simple formulation of a dilatant joint element governed by Coulomb friction. *Engineering Computations*, 8(3):215–229.
- [Swan *et al.*, 1989] SWAN, G., COOK, J., BRUCE, S. et MEEHAN, R. (1989). Strain rate effects in Kimmeridge bay shale. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 26(2):135–149.
- [Tada *et al.*, 2000] TADA, H., PARIS, P. et IRWIN, G. (2000). *The stress analysis of cracks handbook*. New York, asme press édition.
- [Tahiri, 1992] TAHIRI, A. (1992). *Modélisation des massifs rocheux fissurés par la méthode des éléments distincts*. Thèse de doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées.
- [Thiercelin *et al.*, 1987] THIERCELIN, M., ROEGIERS, J., BOONE, T. et INGRAFFEA, A. (1987). An investigation of the material parameters that govern the behavior of fractures approaching rock interfaces. *6th ISRM Congress*, pages 263–269.
- [Tordesillas *et al.*, 2012] TORDESILLAS, A., PUCIŁOWSKI, S., SIBILLE, L., NICOT, F. et DARVE, F. (2012). Multiscale characterisation of diffuse granular failure. *Philosophical Magazine*, 92(36):4547–4587.
- [Warpinski et Teufel, 1987] WARPINSKI, N. et TEUFEL, L. (1987). Influence of Geologic Discontinuities on Hydraulic Fracture Propagation.pdf. *Journal of Petroleum Technology*, pages 209–220.
- [Waters *et al.*, 2011] WATERS, G., LEWIS, R. et BENTLEY, D. (2011). The Effect of Mechanical Properties Anisotropy in the Generation of Hydraulic Fractures in Organic Shales. *In SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, pages 1–25.
- [Wen et Gómez-Hernández, 1996] WEN, X. et GÓMEZ-HERNÁNDEZ, J. (1996). Upscaling hydraulic conductivities in heterogeneous media : An overview. *Journal of Hydrology*, 183(1-2):ix–xxxii.
- [Williams-Kovacs et Clarkson, 2014] WILLIAMS-KOVACS, J. et CLARKSON, C. (2014). A new tool for prospect evaluation in shale gas reservoirs. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 18:90–103.

- [Witherspoon *et al.*, 1980] WITHERSPOON, P., WANG, J., IWAI, K. et GALE, J. (1980). Validity of Cubic Law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water Resources Research*, 16(6): 1016–1024.
- [Yip *et al.*, 2005] YIP, M., MOHLE, J. et BOLANDER, J. (2005). Automated Modeling of Three-Dimensional Structural Components Using Irregular Lattices. *J. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 20(6):393–407.
- [Zhang *et al.*, 2014] ZHANG, F., NAGEL, N. et SHEIBANI, F. (2014). Evaluation of Hydraulic Fractures Crossing Natural Fractures at High Angles Using a Hybrid Discrete-Continuum Model. *48th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in Minneapolis, MN, USA, 1-4 June*.