



# SPIM

## Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

### Modélisation et commande des systèmes de manipulation magnétique sans contact

Vers l'amélioration du diagnostic en endoscopie digestive

■ BAPTISTE VÉRON



# SPIM

## Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

N° | X | X | X |

THÈSE présentée par

**BAPTISTE VÉRON**

pour obtenir le

Grade de Docteur de  
l'Université de Franche-Comté

Spécialité : **Automatique - Robotique**

Modélisation et commande des systèmes de manipulation  
magnétique sans contact

Vers l'amélioration du diagnostic en endoscopie digestive

Unité de Recherche :  
FEMTO-ST, UMR CNRS 6174

Soutenue publiquement le 28 Novembre 2014 devant le Jury composé de :

PHILIPPE MARTINET	Rapporteur	Professeur à l'École Centrale de Nantes
PHILIPPE POIGNET	Rapporteur	Professeur à l'Université de Montpellier
PIERRE RENAUD	Examineur	Professeur à l'INSA Strasbourg
SYLVAIN MARTEL	Examineur	Professeur à l'École Polytechnique de Montréal
NICOLAS ANDREFF	Directeur de thèse	Professeur à l'Université Franche-Comté
ARNAUD HUBERT	Co-encadrant	Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne
JOËL ABADIE	Co-encadrant	Ingénieur de recherche au CNRS

*À mon grand-père Michel.*

# REMERCIEMENTS

Cette thèse représente un travail scientifique bien sûr, mais aussi l'aboutissement d'une évolution personnelle. Elle marque la fin d'un chemin qui n'aurait certainement pas été parcouru de la même manière sans le concours de nombreuses personnes.

Ce chemin a débuté par un stage, et s'est continué par cette belle opportunité que m'a offerte **Nicolas Andreff** de continuer sur ce sujet de thèse.

Mes encadrants de thèse, **Joël Abadie**, **Arnaud Hubert**, et en particulier **Nicolas Andreff** sont les premiers que je souhaite remercier. Chacun dans vos domaines, vous avez su m'orienter, me conseiller sans pour autant m'imposer votre point de vue. Nos discussions ont toujours été très enrichissantes, d'un point de vue scientifique bien sûr, mais pas seulement. Vous avez su me (re)motiver à chaque fois dans une dynamique de travail et d'échange conviviale qui me manquera certainement.

Un grand merci également à tous ceux avec qui j'ai été amené à travailler. Je pense en particulier à **David Guibert** sans qui la fabrication du système n'aurait pas été possible ; à **Maryvonne Dulmet**, **Christophe Perrard** et à toute l'**équipe du GAP**, qui m'ont guidé et aidé lors de mes enseignements. Je pense aussi aux stagiaires que j'ai encadré, notamment **Ali Oulmas** ; et aussi à l'équipe administrative du département, **Martine Azéma**, **Isabelle Gabet** et **Sandrine Franchi** que je remercie chaleureusement pour toute leur aide.

Je tiens également à remercier **Philippe Martinet** et **Philippe Poignet** pour avoir accepté de rapporter mes travaux, ainsi que **Sylvain Martel** et **Pierre Renaud** pour avoir participé à mon jury de thèse. Les échanges que nous avons eu les uns avec les autres ont nourri mes réflexions vont continuer de me poser de nombreuses questions.

Merci aussi à tout le département AS2M. L'ambiance qui règne dans ce département, à la fois studieuse et conviviale, bon enfant, potache, en fait une grande famille. Je salue en particulier tous les doctorants, et je souhaite bon courage aux prochains qui vont soutenir.

Parmi cette grande famille qu'est AS2M, certaines personnes sont devenues plus que des collègues, elles sont devenues des amis. D'abord, mes collègues

de bureau **Nathalie** et **Kamran** et **Amélie** (les membres du bureau sont déclarés comme tel en fonction du temps qu'ils y passent). Grâce à vous, le temps passé dans ce bureau ne se sera pas limité à de longues heures moroses passées à écrire des articles ou calculer des matrices, des gradients, des champs magnétiques, ou que sais-je encore. Ensuite, **Ahmed** et **Alexandra**. Encore une fois félicitations à vous deux ; je vous souhaite le meilleur. Et enfin, **Nandish**, **Héctor**, et **Lisa**. Vos avis et vos conseils m'ont toujours guidés et continueront de la faire encore bien longtemps.

**Bencho**, **Franki**, **Clem**, **Manu**, **Didine**, **Pic**, **Sergio**, vous qui formez La Mail-List, vous avez toujours été là malgré la distance et les différents chemins suivis par chacun d'entre nous. Merci à vous.

Un très grand merci aussi à **Elsa**, et **Laurent**. Nos longs moments passés à refaire le monde m'ont toujours énormément inspiré.

Il me reste à remercier ceux sans qui je ne serais pas là, mes parents **Daniel** et **Colette**, ma sœur **Barbara**, mon frère **Martin**, ainsi que toute ma famille ; en particulier mes grands parents **Andrée**, **Roger**, **Annette**, et **Michel**, à qui je dédie ces travaux. Merci pour votre soutien constant.

Finally, and most importantly, I would like to thank **Karen** for always giving me back confidence, motivation, and for always being there even when 9500 km apart.

# SOMMAIRE

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Cadre de l'étude</b>	<b>3</b>
1.1 Contexte biomédical . . . . .	4
1.1.1 Manipulation de cellules . . . . .	4
1.1.2 Ophtalmologie . . . . .	4
1.1.3 Système cardiovasculaire . . . . .	6
1.1.4 Endoscopie du système digestif . . . . .	8
1.1.5 Concept proposé . . . . .	15
1.2 Manipulation magnétique sans contact . . . . .	16
1.2.1 Notions fondamentales de magnétisme . . . . .	16
1.2.1.1 Diamagnétisme . . . . .	18
1.2.1.2 Paramagnétisme . . . . .	18
1.2.1.3 Ferromagnétisme . . . . .	19
1.2.1.4 Cas particulier des aimants . . . . .	20
1.2.1.5 Sources de champ magnétique . . . . .	21
1.2.1.6 Force et couple magnétique . . . . .	23
1.2.2 Revue des principaux systèmes de manipulation ma- gnétique existants . . . . .	24
1.2.2.1 Systèmes à électroaimants statiques . . . . .	24
1.2.2.2 Systèmes à aimants permanents mobiles . . . . .	28
1.2.3 Manipulation magnétique par électroaimants mobiles . . . . .	30
1.3 Conclusion . . . . .	32
<b>2 Modélisation d'un électroaimant</b>	<b>35</b>

2.1	Introduction . . . . .	36
2.2	Modèles analytiques continus dans l'espace . . . . .	36
2.2.1	Approximation du dipôle magnétique . . . . .	37
2.2.2	Formulation exacte par intégrales elliptiques . . . . .	41
2.3	Modèles discrets . . . . .	43
2.3.1	Modèle éléments finis . . . . .	43
2.3.2	Mesures . . . . .	47
2.3.3	Utilisation des modèles discrets . . . . .	48
2.4	Modèle hybride pour la commande . . . . .	50
2.4.1	Prise en compte du noyau . . . . .	51
2.4.2	Identification du modèle hybride . . . . .	53
2.5	Conclusion . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Modélisation et commande</b>	<b>61</b>
3.1	Introduction . . . . .	62
3.2	Notations de la robotique . . . . .	62
3.2.1	Transformations homogènes . . . . .	62
3.2.2	Cas particulier des rotations . . . . .	63
3.3	Modélisation du système . . . . .	64
3.4	Singularité et redondance . . . . .	67
3.4.1	Singularités . . . . .	67
3.4.2	Redondance . . . . .	70
3.4.2.1	Qu'est-ce que la redondance ? . . . . .	70
3.4.2.2	Gestion de la redondance . . . . .	71
3.5	Commande . . . . .	71
3.5.1	Commande avec une contrainte géométrique . . . . .	72
3.5.2	Commande avec une contrainte sur les courants . . . . .	73
3.5.3	Commande par linéarisation . . . . .	74
3.5.3.1	Linéarisation par rapport au couple . . . . .	75
3.5.3.2	Linéarisation par rapport à la force . . . . .	80
3.5.3.3	Linéarisation du système complet . . . . .	86



3.5.4	Commande par linéarisation et découplage . . . . .	86
3.6	Conclusion . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>91</b>
4.1	Système étudié . . . . .	92
4.1.1	Description du système . . . . .	92
4.1.2	Modèle du système plan . . . . .	94
4.2	Validation du modèle . . . . .	95
4.2.1	Principe de commande . . . . .	95
4.2.2	Résultats de simulation . . . . .	97
4.2.3	Implémentation sur le dispositif expérimental . . . . .	99
4.3	Étude des singularités . . . . .	102
4.4	Commande par linéarisation . . . . .	107
4.4.1	Linéarisation par rapport aux couples . . . . .	108
4.4.2	Linéarisation par rapport aux forces . . . . .	110
4.4.3	Linéarisation complète du modèle magnétique . . . . .	111
4.4.4	Résultats de simulation . . . . .	112
4.4.5	Implémentation sur le système expérimental . . . . .	117
4.5	Optimisation de la position des bobines . . . . .	119
4.5.1	Configuration de départ . . . . .	119
4.5.2	Optimisation en cours de commande . . . . .	125
4.6	Conclusion . . . . .	126
	<b>Conclusion générale</b>	<b>129</b>



# LISTE DES FIGURES

1.1	Système Octomag [Kum10]. . . . .	5
1.2	“Micron micromanipulator” avec ses moteurs piézoélectriques, entre la poignée et l’embout, pour compenser les tremblements de la main [BML <sup>+</sup> 13]. . . . .	5
1.3	Système d’imagerie par résonance magnétique, et exemple d’image obtenue avec ce système. . . . .	6
1.4	Déplacement d’un micro-robot par un essaim de bactéries dirigées par le champ magnétique d’un IRM [MAM <sup>+</sup> 09]. . . . .	7
1.5	Systèmes magnétiques dédiés au guidage de cathéters. . . . .	8
1.6	Endoscope flexible. . . . .	10
1.7	Examens endoscopiques intestinaux. . . . .	10
1.8	Image de l’estomac (ante pylorique) prise par un endoscope. . . . .	11
1.9	Capsule endoscopique. . . . .	11
1.10	Capsule à pattes [VWQ <sup>+</sup> 09]. . . . .	13
1.11	Manipulation d’une capsule magnétique par un aimant permanent positionné sur un bras robotique [CDV <sup>+</sup> 10]. . . . .	14
1.12	Vue d’artiste du système. . . . .	15
1.13	Lien entre $\mathbf{B}$ et $\mathbf{H}$ dans le vide ( $\mathbf{M}$ n’existe pas dans le vide). . . . .	17
1.14	Structure d’un matériau isolé. . . . .	18
1.15	Structure d’un matériau diamagnétique. . . . .	18
1.16	Lien entre $\mathbf{B}$ , $\mathbf{M}$ et $\mathbf{H}$ dans un matériau diamagnétique. . . . .	18
1.17	Structure d’un matériau paramagnétique. . . . .	19
1.18	Lien entre $\mathbf{B}$ , $\mathbf{M}$ et $\mathbf{H}$ dans un matériau paramagnétique. . . . .	19
1.19	Structure d’un matériau ferromagnétique. . . . .	19
1.20	Lien entre $\mathbf{B}$ , $\mathbf{M}$ et $\mathbf{H}$ dans un matériau ferromagnétique. . . . .	20
1.21	Phénomène de saturation. . . . .	20

1.22	Cycle de magnétisation, phénomène d'hystérésis. . . . .	20
1.23	Bobines en configuration de Helmholtz. . . . .	21
1.24	Bobines en configuration de Maxwell. . . . .	22
1.25	Aimant principal supraconducteur d'un IRM. . . . .	22
1.26	Objet magnétisé dans un champ magnétique. . . . .	23
1.27	La rotation est provoquée par un couple magnétique $\tau$ dû à la magnétisation de la bille et au champ tournant $\mathbf{B}$ . Cette rotation induit une poussée hydrodynamique $f$ par l'hélice attachée à la bille. . . . .	24
1.28	Les bobines sont fixes et créent les champs $\mathbf{B}_1$ et $\mathbf{B}_2$ qui dépendent du courant qui les traverse. Le mobile, de magnétisation $\mathbf{M}$ , subit l'influence du champ résultant $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ en vertu du principe de superposition. . . . .	25
1.29	Capsule à structure hélicoïdale [SIA03]. . . . .	25
1.30	Micro-robot magnétique résonnant [KFVN09]. . . . .	26
1.31	Déplacement d'un cathéter équipé de billes ferromagnétiques [GLM11]. . . . .	27
1.32	Le champ magnétique $\mathbf{B}$ est constant, mais il est lié à la position de l'aimant permanent. Le mobile de magnétisation $\mathbf{M}$ subit l'influence du champ $\mathbf{B} = f(P)$ . . . . .	28
1.33	(a) et (c) Attraction de l'objet générée lorsque l'aimant directeur tourne de manière quasi-statique. (b) et (d) Force latérale créée lorsque la rotation de l'aimant directeur est contrôlée dynamiquement [MA11]. . . . .	29
1.34	Guidage d'un micro-robot par un système électromagnétique s'orientant autour d'un axe vertical [YVN06]. . . . .	30
1.35	Système électromagnétique comportant une bobine de Maxwell orientable autour d'un axe vertical [YKC <sup>+</sup> 10]. Sur la modélisation, les bobines de Helmholtz sont en vert, et les bobines de Maxwell sont en jaune. . . . .	31
2.1	Spire de courant et définition du repère sphérique $\mathcal{F}_s$ . . . . .	37
2.2	Bobine étudiée, constituée de 1970 spires pour une longueur de 3 cm, avec un noyau en fer doux de 6 cm de diamètre. . . . .	39
2.3	Schéma d'une bobine de $n$ spires. . . . .	39

2.4	Modélisation de la bobine par la formule du dipôle (2.8). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en $(-30, 0)$ et $(30, 0)$ donnent $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.	40
2.5	Mesure du champ créé par la bobine. Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en $(-30, 0)$ et $(30, 0)$ donnent $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage. . . . .	40
2.6	Modélisation de la bobine par dérivation exacte du potentiel vecteur (2.9) et (2.13) (en haut), et pour mémoire, mesure du champ créé par la bobine (en bas). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en $(-30, 0)$ et $(30, 0)$ donnent $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage. . . . .	42
2.7	Champ magnétique calculé à partir d'un modèle éléments finis (en haut), et pour mémoire, mesure du champ créé par la bobine (en bas). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en $(-30, 0)$ et $(30, 0)$ donnent $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage. . . . .	45
2.8	Courbes $B_z$ et $B_r$ pour une distance radiale $r$ donnée. Champ mesuré, et calculé par la méthode des éléments finis. . . . .	46
2.9	Courbes $B_z$ et $B_r$ pour une distance axiale $z$ donnée. Champ mesuré, et calculé par la méthode des éléments finis. . . . .	46
2.10	(a) Robot Epson C3. (b) Magnétomètre Hirst GM08. (c) Montage de la sonde sur le robot. . . . .	47
2.11	Mesure du champ créé par la bobine. Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en $(-30, 0)$ et $(30, 0)$ donnent $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage. . . . .	48
2.12	Comparaison des modèles Comsol pour différentes valeurs de $a_{min}$ , rayon du noyau interne. . . . .	50
2.13	Évolution du champ pour un cycle de courant. . . . .	51
2.14	Composition des champs créés par l'électroaimant. . . . .	52

2.15	Champ magnétique calculé par (2.17) avec $C_1 = 1.5787$ et $C_2 = 0.1780$ (en haut), et pour mémoire, mesure du champ créé par la bobine (en bas). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en $(-30, 0)$ et $(30, 0)$ donnent $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage. . . . .	54
2.16	Courbes $B_z$ et $B_r$ pour une distance radiale $r$ donnée. Champ mesuré (représenté avec son intervalle de confiance), et champ calculé par utilisation du modèle hybride (2.17) recalé. . . . .	55
2.17	Courbe $B_z$ et $B_r$ pour une distance axiale $z$ donnée. Champ mesuré (représenté avec son intervalle de confiance), et champ calculé par utilisation du modèle hybride (2.17) recalé. . . . .	55
2.18	Comparaison des lignes de champ obtenues avec (2.17) pour une estimation des coefficients faite avec 252 points de mesures (bleu pointillé), et 24 points de mesures (rouge). . . . .	56
3.1	Illustration de la notation de direction "transverse". . . . .	69
3.2	Schéma de commande général. . . . .	71
3.3	Schéma de commande avec des contraintes géométriques pour positionner les bobines. . . . .	72
3.4	Schéma de commande avec des contraintes sur les courants. . . . .	73
3.5	Schéma de commande. . . . .	74
3.6	Rotation de la bobine de $ud\theta$ . . . . .	78
4.1	Plate-forme robotique étudiée. . . . .	92
4.2	Schéma d'architecture du système. . . . .	93
4.3	Orientation du repère de la bobine $i$ dans le repère global . . . . .	94
4.4	Exemple de robot parallèle 3RPR. . . . .	95
4.5	Orientation des bobines vers la capsule. . . . .	96
4.6	Schéma de commande. . . . .	97
4.7	Simulation. . . . .	97
4.8	Correcteur (générateur de trajectoire) utilisé en simulation. . . . .	98
4.9	Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique. . . . .	98

4.10	Régulation sur un point fixe. Résultats expérimentaux avec la commande sous contrainte géométrique. . . . .	99
4.11	Contrôle sur une trajectoire rectiligne. Résultats expérimentaux avec la commande sous contrainte géométrique. . . . .	100
4.12	Orientation des bobines vers la capsule avec un décalage angulaire constant. . . . .	101
4.13	Trajectoire problématique. Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique. . . . .	102
4.14	Trajectoire problématique FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique et un décalage angulaire de 7 degrés. . . . .	103
4.15	Trajectoire problématique avec perte de contrôle de la capsule. Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique. . . . .	104
4.16	Rang de la matrice $[\mathcal{A}]$ le long de la trajectoire FIGURE 4.15. (Calcul du rang de manière numérique à partir des rapports entre deux valeurs singulières successives et d'un seuil $s$ ) . . .	105
4.17	Angles entre les colonnes de la matrice $[\mathcal{A}]$ le long de la trajectoire FIGURE 4.15. . . . .	106
4.18	Trajectoire problématique. Résultats de simulation sur un système à quatre bobines fixes. . . . .	107
4.19	Angles entre les colonnes de la matrice $[\mathcal{A}]$ le long de la trajectoire FIGURE 4.18. . . . .	107
4.20	Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur le couple magnétique. . . . .	113
4.21	Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur la force magnétique. . . . .	113
4.22	Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur le modèle complet. . . . .	114
4.23	Résultats de simulation d'une trajectoire parfaitement réalisée, avec la commande linéarisante appliquée sur le modèle complet. . . . .	115
4.24	Variation de $\Delta\beta_1$ au cours d'une simulation avec $\lambda = 1$ . . . .	115

4.25	Déplacement des bobines pendant la simulation FIGURE 4.22 après réglage du paramètre $\lambda$ . . . . .	116
4.26	Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a) avec une mauvaise configuration de départ des bobines. Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur le modèle complet. . . . .	117
4.27	Contrôle sur une trajectoire rectiligne. Résultats expérimentaux avec la commande linéarisante. . . . .	118
4.28	Configurations de départ calculées avec les différents critères. . . . .	122
4.29	Erreur de position le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a) pour les configurations de départ calculées avec les différents critères. . . . .	123
4.30	Erreur d'orientation le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a) pour les configurations de départ calculées avec les différents critères. . . . .	124
4.31	Sans optimisation, seulement configuration de départ . . . . .	126
4.32	Avec optimisation par $O_1$ , et configuration de départ . . . . .	126



# LISTE DES TABLEAUX

1.1	Quelques maladies intestinales courantes et leurs méthodes de diagnostic préférentiel (données compilées à partir de [SS06, RBP14, CPO10]). . . . .	9
1.2	Principales caractéristiques des capsules commerciales disponibles. . . . .	13
1.3	Principaux avantages et inconvénients des différentes catégories de systèmes de manipulation magnétique [VHA <sup>+</sup> 12]). . .	32
2.1	Caractéristiques des bobines étudiées. . . . .	39
2.2	Méthodes de modélisation . . . . .	56
2.3	Caractéristiques des électroaimants utilisés sur notre prototype, et perspectives dans un cas clinique. . . . .	58



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

Faire bouger des objets sans y toucher. Cette idée a inspiré des générations entières et a toujours un fort impact culturel : films, jeux vidéos, et même certains bruits sont maintenant caractéristiques de ce phénomène. C'est aussi bien un rêve d'enfant, qu'une thématique de recherche importante à l'origine de nombreux développements, du moteur électrique, jusqu'au train à lévitation magnétique (Transrapid).

Plusieurs effets physiques permettent une action sans contact. Les effets aérodynamiques et thermiques permettent de faire voler un avion ou une montgolfière ; à une autre échelle les effets électrostatiques attirent les cheveux et la technique de diélectrophorèse permet de déplacer un objet électriquement chargé.

L'un des effets les plus emblématiques est celui qui nous intéresse ici : le magnétisme. Nous souhaitons étudier ce phénomène d'un point de vue robotique afin de créer, à moyen terme, un système permettant de manipuler un objet magnétique dans toutes les directions et dans un large espace. Ceci pose notamment les questions de la taille d'un tel système et de l'énergie nécessaire à le faire fonctionner.

D'autre part, nous souhaitons également nous placer dans un cadre biomédical. En effet, le magnétisme présente le double avantage de ne pas être influencé par le corps humain (le champ magnétique traverse le corps sans être modifié), et de ne pas perturber le fonctionnement du corps (pas d'effet nocif à priori). Ceci se révèle très intéressant pour le développement de nouvelles techniques médicales, dites minimalement invasives.

Le domaine qui nous intéresse particulièrement est l'endoscopie digestive en raison de l'importance des dépistages et du manque de nouvelles techniques dans ce domaine. Les enjeux sont importants ; par exemple, le cancer colorectal touche environ 42 000 nouvelles personnes chaque année en France et est responsable de plus de 17 000 décès par an. Il s'agit du 3ème cancer le plus fréquent et de la 2ème cause de décès par cancer en France. Pourtant, s'il est détecté assez tôt, il se guérit dans 9 cas sur 10 ; d'où l'importance de penser au dépistage. D'autre part, les techniques actuelles d'endoscopie sont mal supportées par les patients. Leur amélioration est donc importante et peut se faire par la robotique médicale. Les techniques de robotique mé-

dicale permettront la fiabilisation des diagnostics et ouvrent la porte vers un traitement ciblé, aussi bien pour le dépôt de médicaments, que pour des opérations de microchirurgie.

Notre but est alors d'étudier, d'un point de vue robotique, les systèmes permettant la manipulation magnétique, tout en gardant à l'esprit un contexte biomédical. Pour cela, nous étudierons différentes applications médicales pour lesquelles les bénéfices de la manipulation magnétique sont démontrés. Nous nous concentrerons par la suite sur l'endoscopie digestive, pratique pour laquelle nous détaillerons les problématiques et les avantages de la manipulation magnétique. Ceci nous amènera à étudier les différents systèmes de manipulation magnétiques déjà existants dans la littérature. Nous définirons trois catégories pour classer ces systèmes, dont l'une se révélera très peu étudiée jusqu'alors : les systèmes à électroaimants mobiles.

La suite de notre étude se focalisera sur cette catégorie de systèmes, que nous montrerons être la plus généraliste. Dans un premier temps, nous étudierons le champ magnétique créé par les électroaimants contenant un noyau ferromagnétique. Nous comparerons les différentes techniques de modélisation des ces électroaimants afin de développer un modèle qui nous permettra de calculer le champ magnétique assez précisément et efficacement pour être intégré dans la commande d'un système.

Par la suite, nous étudierons le contrôle dynamique d'un objet magnétique sous l'influence des électroaimants d'un système. L'enjeu sera de maîtriser la position et l'orientation de cet objet magnétique en contrôlant la position de chacun des électroaimants du système, ainsi que le courant les traversant. Pour cela, nous modéliserons un système générique composé d'un objet magnétique de magnétisation constante et de  $n$  électroaimants se déplaçant dans tout l'espace. Le modèle ainsi développé sera ensuite linéarisé, ce qui nous permettra de développer une commande générique des systèmes de manipulation magnétique à électroaimants mobiles.

Enfin, cette commande sera étudiée sur un cas pratique. Nous développerons un système expérimental de manipulation magnétique dans un plan horizontal composé : d'une capsule contenant un aimant permanent, et de trois électroaimants s'orientant autour d'un axe vertical. La commande sera étudiée sur ce système, à la fois en simulation, et en pratique. Ce système nous permettra également d'étudier les singularités de la configuration choisie, et de proposer des critères d'optimisation de la manipulabilité de la capsule.

# CADRE DE L'ÉTUDE

*Ce chapitre présente différentes applications biomédicales pour lesquelles la manipulation magnétique a été mise en œuvre. Nous étudions les techniques et systèmes utilisés et nous nous positionnons par rapport à ceux-ci. Nous expliquons les principes fondamentaux du magnétisme, puis nous étudions plus en détail les systèmes de manipulation magnétique. Nous montrons que ces systèmes se divisent en trois catégories, dont l'une d'entre elles a été très peu étudiée jusqu'alors : les systèmes à électroaimants mobiles.*

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Contexte biomédical . . . . .</b>	<b>4</b>
1.1.1	Manipulation de cellules . . . . .	4
1.1.2	Ophtalmologie . . . . .	4
1.1.3	Système cardiovasculaire . . . . .	6
1.1.4	Endoscopie du système digestif . . . . .	8
1.1.5	Concept proposé . . . . .	15
<b>1.2</b>	<b>Manipulation magnétique sans contact . . . . .</b>	<b>16</b>
1.2.1	Notions fondamentales de magnétisme . . . . .	16
1.2.2	Revue des principaux systèmes de manipulation magnétique existants . . . . .	24
1.2.3	Manipulation magnétique par électroaimants mobiles . . . . .	30
<b>1.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>32</b>

## 1.1/ CONTEXTE BIOMÉDICAL

L'objet de cette étude est la manipulation sans contact d'un objet de taille centimétrique à l'aide de champs magnétiques. Cette étude se positionne dans un contexte général biomédical. Bien sûr ce domaine est extrêmement vaste et regroupe un grand nombre d'examens médicaux pour lesquels l'utilisation de moyens robotiques et magnétiques peut permettre des progrès considérables. Pour nous positionner dans ce domaine, nous nous sommes intéressés à certaines applications déjà existantes utilisant de tels moyens ; ceci aussi bien d'un point de vue industriel pour des systèmes déjà utilisés dans des hôpitaux, que d'un point de vue recherche pour des systèmes en cours de développement ou étudiés dans des laboratoires.

Quatre champs médicaux ont clairement été mis en évidence, pour lesquels une avancée des moyens de déplacements sans contact permet ou permettrait des progrès notables.

### 1.1.1/ MANIPULATION DE CELLULES

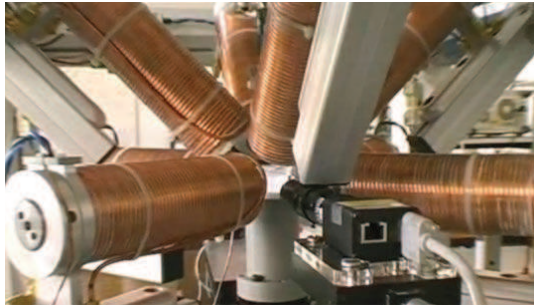
Les applications in-vitro, appliquées à la manipulation de cellules, sont un premier domaine médical faisant intervenir le guidage d'objets magnétiques. Un champ magnétique peut, par exemple, être utilisé pour positionner des nanofils de nickel (ferromagnétique) qui serviront de support à la croissance de fibroblastes [JJAK10].

Des micro-robots basés sur le principe d'actionnement sans contact ont été développés. Leur taille (inférieure au millimètre) ne leur permettant pas d'embarquer un module d'actionnement, une solution courante est alors d'utiliser les principes magnétiques pour déplacer, de manière directe ou induite, ces micro-robots. Dans le cadre d'applications biologiques, il est possible de fonctionnaliser ce type d'objets, en leur attachant par exemple des marqueurs ou des anticorps pour réaliser des tests biochimiques. Ceci présente alors un grand intérêt si l'on considère un environnement confiné comme le milieu in-vitro. Le déplacement d'une cellule individuelle à l'aide d'outils aimantés [HKYA10, Gau02], ou de micro-robots dans un milieu fluide [FPS09] est alors possible.

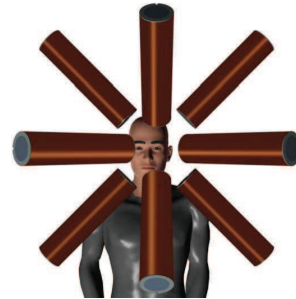
### 1.1.2/ OPHTALMOLOGIE

L'œil est également un espace que l'on peut considérer comme extrêmement confiné, mais cette fois en conditions in-vivo. Depuis plus de 20 ans, les ophtalmologues utilisent le magnétisme pour retirer des objets ferromagnétiques logés dans l'œil [MH89]. Le système Octomag (FIGURE 1.1) va plus

loin en promettant la manipulation intraoculaire d'un micro-robot pour effectuer des opérations sur les micro-vaisseaux sanguins [KAK<sup>+</sup>10, Kum10], ou délivrer des substances thérapeutiques très précisément ce qui constitue par exemple une piste de traitement pour la dégénérescence maculaire liée à l'âge (DMLA) [BKK<sup>+</sup>11].



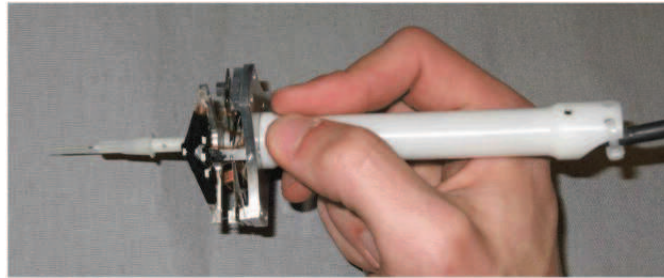
(a) Système réel.



(b) Positionnement des bobines.

FIGURE 1.1 – Système Octomag [Kum10].

À l'heure actuelle, les opérations de micro-chirurgie de l'œil nécessitent une très grande dextérité du chirurgien, laquelle est limitée par un tremblement naturel. Ce tremblement peut être considérablement réduit en utilisant un dispositif fixé entre l'outil chirurgical et sa poignée tel que celui présenté FIGURE 1.2 [BML<sup>+</sup>13].

FIGURE 1.2 – “Micron micromanipulator” avec ses moteurs piézoélectriques, entre la poignée et l'embout, pour compenser les tremblements de la main [BML<sup>+</sup>13].

Sur le système Octomag, du fait de l'utilisation du magnétisme, la manipulation se réalise sans contact, supprimant les problèmes de tremblement. Pour manipuler un micro-robot, le système Octomag est constitué de huit électroaimants fixes (FIGURE 1.1(a)) dont les axes sont concourants en un point situé au centre de cet ensemble de sources électromagnétiques. L'espace si-

tué autour de ce point constitue la zone de manipulation du micro-robot. Le patient devra donc positionner sa tête sous les électroaimants, afin que son œil corresponde à la zone de manipulation définie (FIGURE 1.1(b)).

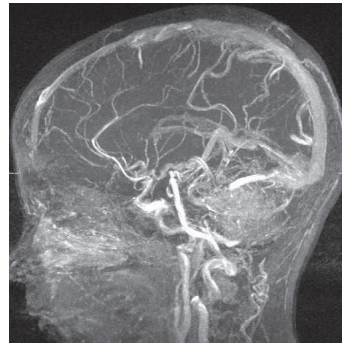
### 1.1.3/ SYSTÈME CARDIOVASCULAIRE

Le système cardiovasculaire est un environnement plus étendu qui comprend le cœur et l'ensemble de vaisseaux sanguins. Ces derniers atteignent pratiquement tous les organes du corps. De fait, le système cardiovasculaire revêt une importance particulière lorsqu'il s'agit d'accéder à un organe, notamment pour les opérations minimalement invasives, l'amélioration de l'imagerie, ou encore l'apport de médicaments.

La délivrance de médicaments par des Micro-convoyeurs Thérapeutiques Magnétiques (TMM) en est un exemple. Dans [PSB<sup>+</sup>14, PBM14] un appareil d'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) (FIGURE 1.3) est utilisé pour guider des nanoparticules magnéto-sensibles contenant un médicament jusqu'en un point précis dans le foie pour traiter une tumeur. Pour cela, l'IRM est utilisé en deux modes alternés. Le premier mode correspond à l'utilisation classique de l'IRM. Il permet de créer des images 2D ou 3D de l'intérieur du corps, en se basant sur le principe de la Résonance Magnétique Nucléaire (RMN). Ces images sont ensuite utilisées pour repérer la position des TMM par suivi dans les images ("tracking"). Le second mode permet le contrôle du déplacement des TMM. Un champ magnétique est créé de manière à induire des efforts sur les TMM pour les déplacer dans la direction souhaitée.



(a) Système IRM (Siemens).



(b) Angiographie cérébrale (tirée de [Ver97]).

FIGURE 1.3 – Système d'imagerie par résonance magnétique, et exemple d'image obtenue avec ce système.

De manière plus générale, l'IRM peut être utilisé de façon directe ou in-



directe pour manipuler un objet. Dans le premier cas, le déplacement du mobile est induit par les efforts magnétiques [Bel13], dépendant de la magnétisation du mobile. Dans le second cas, les effets magnétiques permettent l'activation d'un autre effet physique ou d'une propriété de l'objet déplacé. Par exemple, dans [MAM<sup>+</sup>09], des bactéries magnéto-sensibles sont utilisées pour guider un micro-robot dans le système sanguin. Celles-ci se déplacent grâce à leur flagelle, mais leur propriété magnétique leur dicte de se déplacer en suivant les lignes de champ. Ainsi, leur déplacement est contrôlé en maîtrisant l'orientation du champ magnétique. Un essaim de bactéries peut alors être dirigé pour pousser le micro-robot à un endroit donné (FIGURE 1.4). À terme, le but de la manipulation magnétique de ces objets est de conférer des propriétés et des outils aux micro-robots afin d'effectuer des mesures (pH, température, etc.), ou des petites opérations chirurgicales (biopsie, etc.) de manière extrêmement peu invasive.

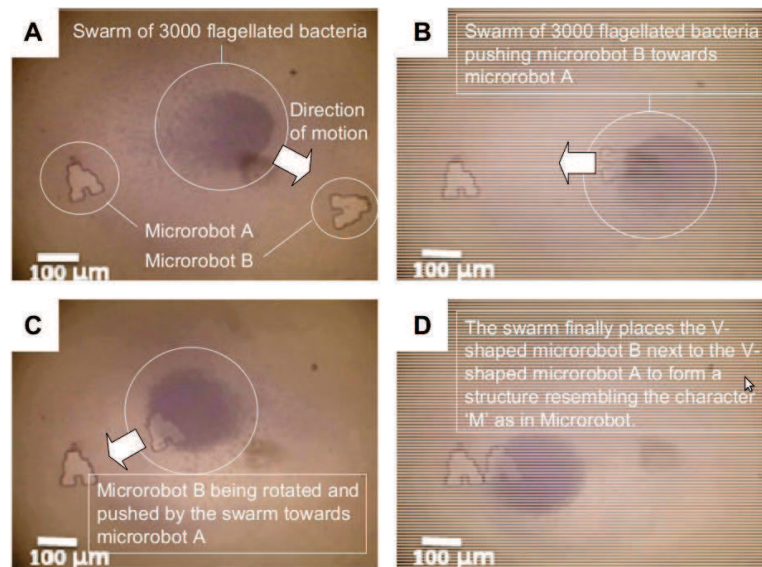


FIGURE 1.4 – Déplacement d'un micro-robot par un essaim de bactéries dirigées par le champ magnétique d'un IRM [MAM<sup>+</sup>09].

L'utilisation de l'IRM est aussi étudiée dans le cadre de l'évolution des techniques chirurgicales existantes. Plusieurs études ont notamment été menées sur le guidage de cathéter [Lal12]. Pour cette même application, les sociétés Stereotaxis et Magnetecs (ou encore Aeon Scientific) ont préféré développer un système dédié plutôt que d'utiliser l'IRM. Le système CGCI-Maxwell (FIGURE 1.5(b)) comporte huit électroaimants fixes dont les courants sont régulés pour contrôler le champ créé dans l'espace au centre de ces bobines [NMG10]. Le système Niobe II (FIGURE 1.5(a)) est composé de deux ai-

mants permanents mobiles placés de part et d'autre du patient. Les tourelles contenant ces aimants se déplacent pour contrôler l'orientation du champ magnétique créé par les aimants [LRZ<sup>+</sup>09].



(a) Niobe II de Stereotaxis.



(b) CGCI-Maxwell de Magnetecs.

FIGURE 1.5 – Systèmes magnétiques dédiés au guidage de cathéters.

#### 1.1.4/ ENDOSCOPIE DU SYSTÈME DIGESTIF

Le domaine applicatif de l'endoscopie digestive est celui sur lequel s'est focalisé notre étude. En effet, l'étude et le diagnostic des intestins et de leurs pathologies présentent de grandes difficultés. La longueur de l'intestin étant de quatre à sept mètres, l'accès par voies naturelles aux zones les plus éloignées représente un véritable défi. Malgré l'évolution des techniques, comme l'apparition de l'endoscopie à double ballon en 2001, la visualisation de la totalité de l'intestin grêle reste impossible avec les techniques d'endoscopie dites "classiques" (autrement dit, utilisant un endoscope flexible comme montré FIGURE 1.6). Comme le montre le TABLEAU 1.1, bien que d'autres techniques d'imageries (échographie, radio, IRM, TEP, TDM) soient aussi utilisées, la gastroscopie, l'Entéroscopie Eso-Gastro-Duodénale (EOGD, extension de l'examen gastroscopique permettant d'observer l'œsophage et le début de l'intestin grêle, et qui est généralement pratiquée sous anesthésie contrairement à la gastroscopie) et la coloscopie sont à l'heure actuelle incontournables pour le diagnostic et le suivi des maladies intestinales. En effet, l'observation des villosités des intestins ou des saignements par exemple, ne peut se faire par d'autres moyens.

Organe	Maladie	Échographie	Rayons X	IRM	Gastroscopie	Coloscopie	EOGD	biopsie
Œsophage	Achalasie		+++ (radio)				+	+
	Reflux gastro-œsophagien		+++ (radio)				+++	+++
	Hernie hiatale	++	+ (radio /TDM)				+	+
	Carcinome						+++	+++
Estomac	Gastrite				+++			+++
	Ulcère gastro-duodénal	++	++ (radio/TDM)		+++			+++
	Carcinome				+++			+++
Grêle	Cancer / tumeur		+++ (TEP/TDM)		+++		++	++
	Maladie coeliaque							
	Entéropathie exsudative		+++ (TDM)	+	+	+	+	+
	Intolérance au lactose							
Colon	Maladie de Crohn				+++	+++	+++	+++
	Maladie de Whipple					+++	+++	+++
	Cancer / tumeur		+++ (TEP/TDM)	+		+++		+++
	Côlon irritable	+	+ (radio)			+++		+++
	Entéropathie diffuse avec ulcération	+				+++		+++
	Diverticulite / diverticulose	+	++ (radio/TDM)			+++		+++

TABLEAU 1.1 – Quelques maladies intestinales courantes et leurs méthodes de diagnostic préférentiel (données compilées à partir de [SS06, RBP14, CPO10]).

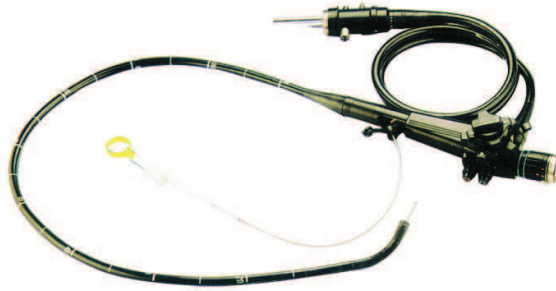
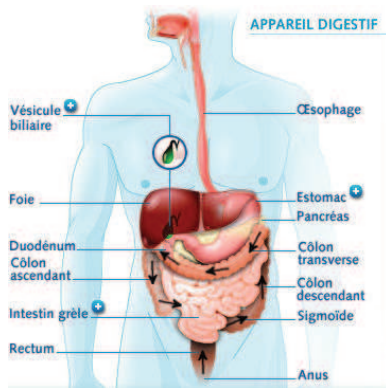
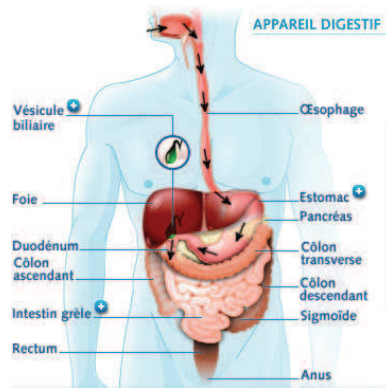


FIGURE 1.6 – Endoscope flexible.

Les techniques classiques (EOGD, coloscopie, gastroscopie) sont bien connues et très efficaces. Elles consistent à utiliser un endoscope (FIGURE 1.6) dont la partie flexible entre à l'intérieur du patient par voie buccale ou rectale (FIGURE 1.7) pour obtenir des images des parois internes des voies digestives. Le médecin peut visualiser les images en temps réel pendant la manipulation et, comme le montre la FIGURE 1.8, les images obtenues sont de grande qualité et de haute résolution. De plus, le praticien peut utiliser les canaux annexes de l'endoscope pour y glisser des outils tels qu'une pince à biopsie.



(a) Coloscopie.



(b) EOGD.

FIGURE 1.7 – Examens endoscopiques intestinaux.

On constate dès lors que ces examens sont indispensables pour le praticien. Pour autant, ils sont très mal supportés par les patients puisqu'ils se font souvent sans anesthésie. En effet, les risques associés à l'anesthésie sont accrus car les patients subissant ces examens sont souvent âgés ou sous traitement médicamenteux. En outre, ni la coloscopie, ni l'EOGD ne permettent une observation complète de l'intestin grêle. L'endoscopie à double ballon (EDB)

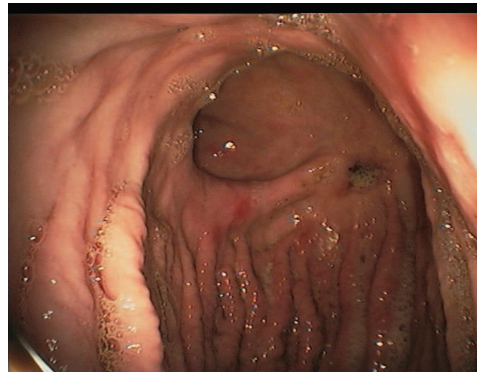
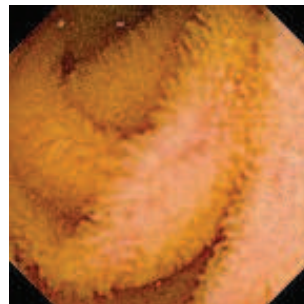


FIGURE 1.8 – Image de l'estomac (ante pylorique) prise par un endoscope.

permet d'observer une plus grande partie des intestins en repliant une partie de l'intestin sur un tube à deux ballons placé au bout de l'endoscope. Malgré cette technique, certaines parties de l'intestin grêle restent inaccessibles. Celui-ci est divisé en trois parties : le duodénum (25 à 30 cm), le jéjunum (environ 2,5 m), puis l'iléon (environ 4,5 m). Par voie haute, l'EDB permet de parcourir le jéjunum et d'atteindre la première partie de l'iléon. Par voie basse, seule la dernière partie de l'iléon est accessible [GDL<sup>+</sup>]. La majeure partie de l'iléon n'est donc pas visible.



(a) Capsule endoscopique.



(b) Image prise par une capsule endoscopique.

FIGURE 1.9 – Capsule endoscopique.

L'arrivée des capsules endoscopiques (FIGURE 1.9(a)) dans les années 2000, a permis une observation plus complète de l'intestin grêle. Ces capsules sont composées d'une caméra, d'un éclairage, d'une antenne radiofréquence, et d'une batterie. Elles sont ingérées par le patient et suivent les voies digestives au gré des mouvements intestinaux (péristaltisme), en prenant régulièrement des images qu'elles transmettent à un boîtier enregistreur. Pour autant, celles-ci présentent certains inconvénients majeurs.

- *Faible qualité des images.* Comme le montre le TABLEAU 1.2, la résolution maximale des capsules est de  $320 \times 320$  pixels, c'est-à-dire environ  $0.1\text{Mpx}$ . De plus, l'éclairage et le traitement des couleurs sont limités par l'électronique embarquée. Les images obtenues (FIGURE 1.9(b)) sont donc de qualité bien inférieure à celles réalisées par un endoscope classique.
- *Faible fréquence d'acquisition.* Les capsules PillCam ESO2 et Colon2, spécifiques à l'observation respective de l'œsophage et du colon, sont les seules à avoir une fréquence d'acquisition supérieure à 6 Hz. L'ensemble des capsules dédiées à l'observation de l'intestin grêle a une fréquence de 2 ou 3 Hz. La plus récente d'entre elles (PillCam SB3) dispose d'une fréquence d'acquisition adaptative. Lorsque la capsule est en mouvement la fréquence augmente jusqu'à 6 images par seconde.
- *Contrôle des déplacements impossible.* La capsule est passive et ne se déplace qu'en fonction des mouvements intestinaux. La capsule étant passive, elle suit le transit au gré des mouvements intestinaux. Si la digestion s'active, les déplacements de la capsule seront plus rapides et certaines parties de l'intestin ne seront pas visibles sur les images.
- *Utilisation d'outils impossible.* Les endoscopes disposent de canaux annexes dans lesquels il est possible de glisser des outils pour effectuer une biopsie par exemple, ce qui n'est pas le cas des capsules actuelles.
- *Visualisation des images en direct impossible.* Cette fonction est possible sur certains modèles, mais un médecin ne peut pas se permettre de rester toute la durée de l'examen (6 à 8 heures de transit) avec un patient unique.
- *Repérage de la position de la capsule très difficile.* Les capsules actuelles communiquent les images à un boîtier enregistreur par radiofréquences. Le repérage se fait alors par triangulation lors de la réception du signal par les antennes collées sur le torse du patient. En pratique, cette technique manque malheureusement de précision. D'autres techniques de repérage existent, telle que celle dédiée à l'étude de la mobilité des intestins de Motilis Medica SA [FWG<sup>+</sup>11]. Elle consiste en un "Motility Tracking System" (MTS) composé de deux éléments : une capsule ( $6 \times 15$  mm) contenant un aimant permanent, et un gilet contenant une matrice de capteurs à effet Hall. Le champ magnétique de l'aimant est mesuré par les capteurs, ce qui permet de calculer précisément sa position et son orientation en trois dimensions. Tout comme les capsules endoscopiques, la capsule magnétique du MTS ne se déplace qu'en fonction du péristaltisme, ces deux systèmes sont donc compatibles d'un point de vue fonctionnel. Toutefois, la taille de chacune des capsules est trop importante pour



les combiner en une seule.

Capsule	Taille $\phi \times L$	Résolution capteur	Angle de vue	Fréquence d'acquisition	Batterie
PillCam SB3	11 × 26	320 × 320	156 °	2-6	NC
PillCam SB2	11 × 26	256 × 256	156 °	2	9h
PillCam ESO2	11 × 26	256 × 256	169 °	18	30min
PillCam Colon2	11 × 31	256 × 256	172 °	4-35	10h
EndoCapsule 10	11 × 26	NC	160 °	2	12h
MiroCam	11 × 24	320 × 320	170 °	3	12h
OMOM	13 × 28	320 × 240	140 °	2	8h

TABLEAU 1.2 – Principales caractéristiques des capsules commerciales disponibles.

Ces inconvénients sont autant de pistes d'amélioration possible des capsules. Pour notre part, nous nous sommes intéressés au contrôle des déplacements de la capsule, c'est-à-dire à la possibilité de transformer cette capsule passive en un système actif. Pour ce faire plusieurs pistes ont déjà été étudiées, utilisant différents principes d'actionnement [CMD11].

Une première possibilité est d'intégrer un ou des actionneurs à la capsule. Pour cela, on trouve dans la littérature différentes approches. Afin de réduire la vitesse de progression de la capsule dans l'œsophage, [TQV<sup>+</sup>09, GCS08] proposent des capsules munies de pattes appuyant sur les tissus, actionnées par un alliage à mémoire de forme. Dans l'intestin grêle et le colon, le déplacement de la capsule peut également être contrôlé par des pattes [KCKS06, QMS<sup>+</sup>08b, QMS<sup>+</sup>08a, QBWI<sup>+</sup>09, VWQ<sup>+</sup>09] permettant une progression dans les deux sens (FIGURE 1.10). Pour générer un déplacement vers l'aval, [KLPP05] présente une capsule pouvant se comprimer et s'étendre en s'inspirant du mode de déplacement d'un ver, et [PPPK06] utilise quant à lui un système de griffe rétractable. Dans un milieu liquide, comme dans l'estomac, [TVS<sup>+</sup>09, CTT<sup>+</sup>09] montrent une capsule munie d'hélices.



FIGURE 1.10 – Capsule à pattes [VWQ<sup>+</sup>09].

Les parois intestinales étant fragiles, nous avons préféré nous intéresser à une

méthode d'actionnement sans contact : le magnétisme. Dans ce cas, un système externe au patient crée un champ magnétique dans lequel va évoluer la capsule munie d'un aimant permanent. Ce système est conçu pour contrôler les efforts magnétiques (force et couple) appliqués sur la capsule [AEK<sup>+</sup>07]. Il peut être composé d'électroaimants, comme le système développé par Olympus Inc. et Siemens Healthcare pour contrôler une capsule dans l'estomac [ROH<sup>+</sup>12, KfV<sup>+</sup>11]. Cependant, généralement il est composé d'un ou plusieurs aimants permanents "directeurs" se déplaçant autour du patient pour tirer la capsule dans la direction souhaitée. Ce principe a été testé in-vivo en déplaçant l'aimant à la main [KfV<sup>+</sup>10] pour en montrer la faisabilité. Cuiti *et al.* ont montré que placer l'aimant directeur comme organe terminal d'un bras robotique industriel permet d'obtenir une meilleure précision des déplacements de la capsule (FIGURE 1.11) [CVMD10, CDV<sup>+</sup>10]. Le système Niobe II (composé de deux aimants permanents situés dans les tourelles mobiles) a également été utilisé dans le même but [CGC07, CP09]. Des essais in-vivo ont été réalisés sur un cochon, le suivi de la capsule étant effectué par fluoroscopie.

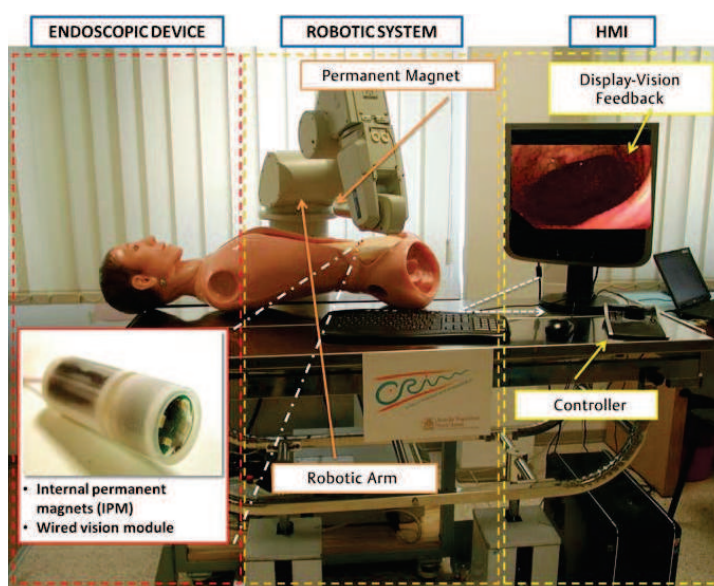


FIGURE 1.11 – Manipulation d'une capsule magnétique par un aimant permanent positionné sur un bras robotique [CDV<sup>+</sup>10].

Ces dernières approches ont montré plusieurs limitations critiques. Elles souffrent en premier lieu d'un manque de stabilité lié à l'architecture même de ces systèmes. En effet, l'utilisation d'un aimant permanent directeur implique la présence constante d'un champ magnétique qui ne peut pas être interrompu. La capsule ne peut se défaire de l'attraction vers cet aimant



directeur, même en cas d'urgence. De plus, les expériences ont montré que lorsque la capsule se trouve bloquée dans un intestin dégonflé et affaissé sur lui-même (comme le colon), les efforts magnétiques sont insuffisants pour la débloquent. Des solutions combinant le guidage magnétique et des actionneurs internes (comme des pattes [SVQ<sup>+</sup>10] ou un dispositif d'insufflation [TCS<sup>+</sup>10]) sont alors envisagées.

### 1.1.5/ CONCEPT PROPOSÉ

Ces différentes observations nous ont conduit à proposer un système de manipulation magnétique ayant une architecture originale.

Le but du système que nous allons étudier est d'améliorer l'accessibilité de l'intestin grêle, tout en garantissant la sécurité du patient. Cette garantie passe par deux étapes :

- l'utilisation d'électroaimants afin d'obtenir un contrôle plus fin de la capsule (et de pouvoir couper le champ magnétique) ;
- la proposition d'une architecture légère (donc plus acceptable par le patient) et intrinsèquement stable.

D'autre part, le système devra permettre au médecin de contrôler la position de la capsule avec une précision que nous estimons à 1 mm et avec une stabilité suffisante pour garantir la qualité des images prises par la capsule. Pour cela, le système devra être capable d'appliquer un effort d'au moins 0,3 N sur la capsule pour pouvoir la déplacer [Wan06].

Enfin, le système permettra de réduire la durée de l'examen. En estimant une durée maximale d'examen de 1 heure, la vitesse moyenne de la capsule est alors d'environ 3 mm/s, ce qui est tout à fait acceptable.

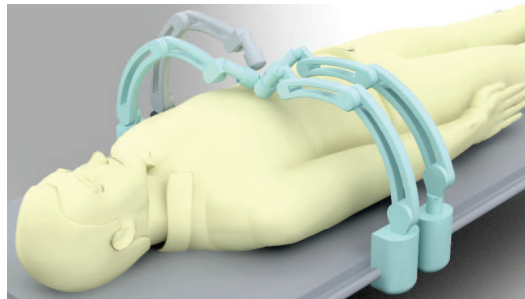


FIGURE 1.12 – Vue d'artiste du système.

Nous nous proposons d'étudier un système comportant plusieurs électroaimants pouvant se déplacer autour du patient (vue conceptuelle FIGURE 1.12). Nous souhaitons que ce système soit redondant de manière à garantir les moyens d'actionnement et assurer (par le contrôle) la manipu-

labilité de la capsule. À terme, le système devra aussi permettre l'automatisation de certaines procédures.

Ces points d'améliorations sont intimement liés au principe d'actionnement magnétique, dont nous donnons les principes généraux de fonctionnement ci-après.

## 1.2/ MANIPULATION MAGNÉTIQUE SANS CONTACT

La manipulation magnétique sans contact repose sur le fait qu'il existe, entre deux objets magnétiques, des efforts d'interaction. Un premier objet, positionné en un point donné et considéré comme une source, crée un champ, tandis que le deuxième objet va se déplacer sous l'effet des forces d'interaction mutuelles dues à la présence simultanée des deux objets.

Prenons l'exemple de l'électrostatique, pour lequel une interaction similaire existe. Lorsque deux charges électriques sont à proximité l'une de l'autre, celles-ci s'attirent ou se repoussent en fonction de la nature de chacune d'entre elles. Pour une charge  $q$  considérée comme source fixe, on introduit le champ électrique  $\mathbf{E}$ , qui traduit la capacité de cette charge à créer une force sur une autre charge. Ainsi, l'effort produit par  $q$  sur une autre charge  $q'$  sera proportionnel à  $q'$  et au champ électrique  $\mathbf{E}$  créé par la source  $q$ .

De manière similaire, en magnétisme, on introduit la magnétisation notée  $\mathbf{M}$  caractérisant la nature de l'objet magnétique, et le champ magnétique  $\mathbf{B}$  traduisant la capacité d'un objet magnétique à créer un effort.

Nous allons donc présenter les différents matériaux rencontrés, puis nous nous intéresserons au champ magnétique. Nous présenterons comment il est possible de créer un champ ayant une configuration spécifique appropriée. Nous montrerons que le champ magnétique créé par une source peut être estimé à partir d'une modélisation physique de ce champ. Par la suite, nous aborderons le comportement dynamique d'un objet magnéto-sensible soumis à un champ magnétique environnant. Nous montrerons de quelle manière l'objet réagit au champ et quels efforts lui sont appliqués. Enfin, nous étudierons les systèmes de manipulation magnétique de la littérature en exposant les différentes configurations et techniques de contrôle utilisées.

### 1.2.1/ NOTIONS FONDAMENTALES DE MAGNÉTISME

Le champ magnétique est un effet physique lié au mouvement de particules chargées. Il peut être créé par un courant libre (un courant parcourant une bobine par exemple), ou par des moments magnétiques dans un matériau.

Ces moments magnétiques proviennent du spin des électrons, ainsi que de leurs mouvements autour du noyau atomique [Chi64, Jil98]. On introduit alors la magnétisation d'un matériau, qui est le pendant magnétique de la polarisation en électrostatique. On la définit par un vecteur noté  $\mathbf{M}$ , qui exprime la densité de moment magnétique par unité de volume dans un matériau.

Suivant les ouvrages, le champ magnétique prend différentes notations. Afin d'éviter toute ambiguïté, nous prendrons garde à utiliser la notation  $\mathbf{B}$  pour le champ d'induction magnétique, et  $\mathbf{H}$  pour le champ d'excitation magnétique. Notons que  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$ , et  $\mathbf{H}$  sont des champs macroscopiques ; ils représentent une moyenne sur un volume de dimension supérieure à un atome. Dans le vide, les deux champs  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  sont identiques, à une constante d'unité près,  $\mu_0$  (FIGURE 1.13).

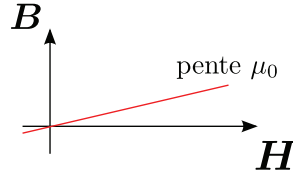


FIGURE 1.13 – Lien entre  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  dans le vide ( $\mathbf{M}$  n'existe pas dans le vide).

En présence de matière,  $\mathbf{B}$  représente le champ magnétique total, combinaison des champs  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{H}$ , défini par la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{M} + \mathbf{H}) \quad (1.1)$$

De plus, dans les matériaux linéaires d'un point de vue magnétique, les champs  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{M}$  sont liés par un coefficient de susceptibilité magnétique  $\chi$ , tel que :  $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$ . Ceci implique la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad \text{avec} \quad \mu_r = \chi + 1 \quad (1.2)$$

La magnétisation nous permet de distinguer 3 comportements de matériaux linéaires face à un champ magnétique externe : le diamagnétisme, le paramagnétisme, et le ferromagnétisme.

Pour un matériau quelconque, isolé, les moments magnétiques qui le composent peuvent prendre une orientation aléatoire, mais trouvent en réalité une configuration stable dépendante de l'énergie interne du matériau, en fonction de la structure électronique du matériau et des excitations magnétiques externes (FIGURE 1.14).

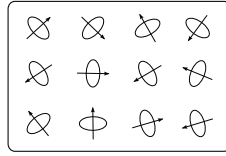


FIGURE 1.14 – Structure d'un matériau isolé.

### 1.2.1.1/ DIAMAGNÉTISME

Le diamagnétisme caractérise les matériaux (comme le bismuth) qui acquièrent une magnétisation dans le sens opposé au champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}$  auquel ils sont soumis (FIGURE 1.15). La magnétisation obtenue est proportionnelle au champ externe avec un coefficient  $\chi$  de l'ordre de  $-1 \times 10^{-5}$  (FIGURE 1.16). En accord avec la loi de Lenz, des courants induits se forment dans le matériau pour s'opposer au changement du champ magnétique externe. Ces courants internes sont produits par la rotation des électrons autour du noyau atomique. Ce type de magnétisme est très faible et est aisément surpassé par d'autres formes de magnétisme.

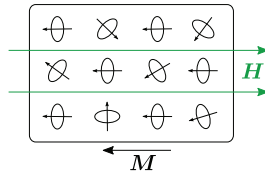
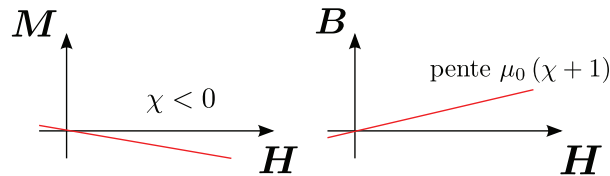


FIGURE 1.15 – Structure d'un matériau diamagnétique.

FIGURE 1.16 – Lien entre  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{H}$  dans un matériau diamagnétique.

### 1.2.1.2/ PARAMAGNÉTISME

Le paramagnétisme caractérise les matériaux qui acquièrent une magnétisation dans le même sens que le champ magnétique extérieur auquel ils sont soumis (FIGURE 1.17). Leur susceptibilité magnétique est de l'ordre de  $10^{-5}$  à  $10^{-3}$  (FIGURE 1.18). Cette forme de magnétisme provient de l'alignement progressif des spins sur le champ magnétique externe.

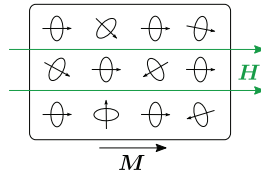
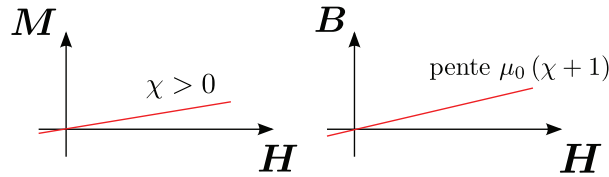


FIGURE 1.17 – Structure d'un matériau paramagnétique.

FIGURE 1.18 – Lien entre  $B$ ,  $M$  et  $H$  dans un matériau paramagnétique.

## 1.2.1.3/ FERROMAGNÉTISME

Enfin, le ferromagnétisme, communément appelé aimantation, caractérise les matériaux (tels que le fer, le cobalt, ou le nickel) réagissant très fortement à un champ magnétique extérieur. Leur susceptibilité magnétique est de l'ordre de  $10^2$  (FIGURE 1.20). Cette forme de magnétisme provient d'une interaction forte entre les spins voisins qui s'alignent pour être tous parallèles. Bien que ce type de magnétisme soit spontané, un échantillon d'un tel matériau ne présente généralement pas de magnétisation naturelle. En effet, la structure du matériau est formée de domaines (dits de Weiss) dans lesquels l'ensemble des spins sont alignés. Mais tous les domaines ne sont pas magnétisés dans le même sens les uns par rapport aux autres, ce qui entraîne une magnétisation globale nulle. Lors de l'application d'un champ magnétique externe, la magnétisation du matériau est modifiée domaine par domaine, pour s'aligner avec la direction du champ externe (FIGURE 1.19).

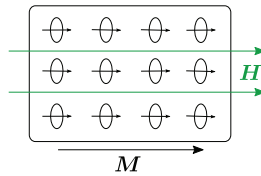
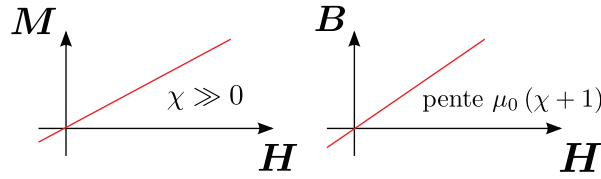


FIGURE 1.19 – Structure d'un matériau ferromagnétique.

FIGURE 1.20 – Lien entre  $B$ ,  $M$  et  $H$  dans un matériau ferromagnétique.

#### 1.2.1.4/ CAS PARTICULIER DES AIMANTS

L'aimantation est un phénomène non linéaire qui apparaît dès que les champs deviennent importants. Elle s'explique par deux phénomènes : la saturation, et l'hystérésis.

Lorsque tout les domaines du matériau sont magnétisés dans le même sens, celui-ci est dit saturé. Sa magnétisation est alors maximale, et au delà, l'évolution du champ  $B$  ne dépend plus que de celle du champ  $H$  (FIGURE 1.21).

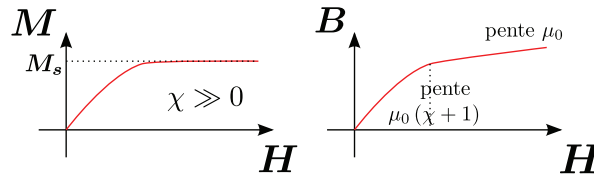


FIGURE 1.21 – Phénomène de saturation.

De plus, certains matériaux, les aimants et matériaux magnétiques durs, peuvent garder une aimantation importante même après la disparition du champ extérieur, c'est le phénomène d'hystérésis (FIGURE 1.22). Ceci est dû à l'influence de la magnétisation de chaque domaine sur ses domaines voisins. Ainsi, lorsque  $M$  est saturé et que  $H$  décroît,  $M$  ne diminue que très faiblement pour atteindre  $M_r$ , la valeur de champ rémanent lorsque  $H$  est nul. Le matériau reste alors magnétisé, bien qu'il n'y ait plus de champ d'excitation.

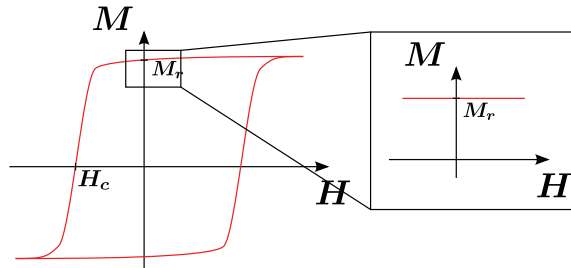


FIGURE 1.22 – Cycle de magnétisation, phénomène d'hystérésis.

Pour démagnétiser le matériau, il faudra atteindre le champ coercitif  $H_c$ . Alors, pour de “faibles” variations du champ extérieur, nous pouvons considérer que la magnétisation du matériau reste constante avec  $M = M_r$ .

#### 1.2.1.5/ SOURCES DE CHAMP MAGNÉTIQUE

Les bobines (électroaimants), et l’ensemble des matériaux magnétiques sont des objets qui peuvent être considérés comme une source de champ ou un objet magnéto-sensible réagissant au champ. Pour ce qui est des sources, nous nous intéressons particulièrement aux aimants permanents et aux électroaimants.

Comme nous venons de le voir, les premiers sont des matériaux ferromagnétiques qui ont été soumis à un fort champ externe. Ils ont ainsi été magnétisés jusqu’à saturation et ont gardé une magnétisation résiduelle. Le champ qu’ils produisent est donc sensiblement constant, et dépend notamment de leur géométrie. Il est bien souvent difficile de le calculer analytiquement, c’est pourquoi ils sont généralement caractérisés par des mesures.

Pour ce qui est des bobines, le champ qu’elles créent présente l’avantage d’être proportionnel au courant qui les parcourt. De plus, certaines configurations particulières de bobines permettent de créer un champ dont l’orientation et/ou la variation dans l’espace sont maîtrisées. Deux configurations de bobines sont particulièrement remarquables : les bobines de Helmholtz et de Maxwell.

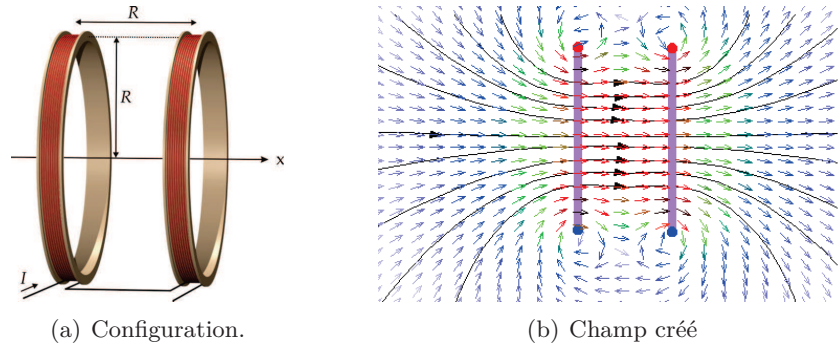


FIGURE 1.23 – Bobines en configuration de Helmholtz.

La bobine de Helmholtz est un ensemble de deux bobinages identiques de même axe, de rayon  $R$ , espacés d’une distance égale à leur rayon  $d = R$ , et parcourus par un courant  $I$  circulant dans le même sens. Dans cette configuration les courants sont en phase (FIGURE 1.23). Cette configuration de bobines permet d’obtenir un champ magnétique, parallèle à l’axe commun

des bobines, quasiment uniforme dans l'espace entre les bobinages. Autrement dit, la variation spatiale (le gradient) d'un tel champ est nul entre les bobinages.

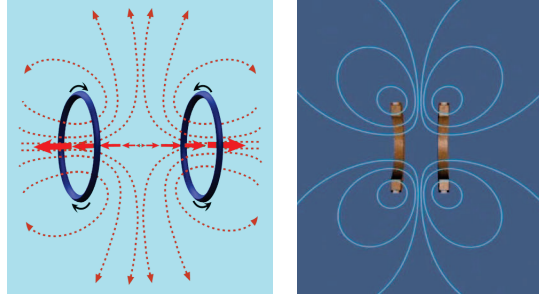


FIGURE 1.24 – Bobines en configuration de Maxwell.

La bobine de Maxwell est identique à celle de Helmholtz, à ceci près que la distance entre les bobinages est  $d = \sqrt{3} R$ , et que le courant circule en sens opposé dans chaque bobinage (FIGURE 1.24). Cette configuration permet de créer une variation uniforme du champ suivant l'axe de la bobine, dans l'espace entre les bobinages. Dans une zone cylindrique entre les bobinages et autour de leur axe commun, le gradient est uniforme. Ceci signifie que dans cette zone l'orientation du champ reste colinéaire à l'axe commun, mais le champ change de signe en s'annulant au centre de la zone.

Ces configurations de bobines, et bien d'autres encore, peuvent être combinées les unes aux autres pour former des systèmes capables de créer un champ magnétique dont l'orientation et le gradient sont maîtrisés, comme par exemple dans un IRM (FIGURE 1.25).



FIGURE 1.25 – Aimant principal supraconducteur d'un IRM.

Nous exposerons dans le Chapitre 2 diverses modèles mathématiques des électroaimants, les spécificités de ces modélisations, et nous développerons un modèle adapté à notre étude.



## 1.2.1.6/ FORCE ET COUPLE MAGNÉTIQUE

Intéressons nous maintenant à la réaction d'un objet magnéto-sensible mobile soumis à un champ magnétique externe. Cette interaction fait intervenir le champ créé par la source en un point si l'objet magnéto-sensible n'est pas présent. Notons ce champ  $\mathbf{B}_s = \mathbf{B}$ . Cette interaction fait également intervenir le champ créé par l'objet magnéto-sensible en ce point si la source n'est pas présente. Notons sa magnétisation  $\mathbf{M}$  et ce champ  $\mathbf{B}_{ms} = \mu_0 \mathbf{M}$ .

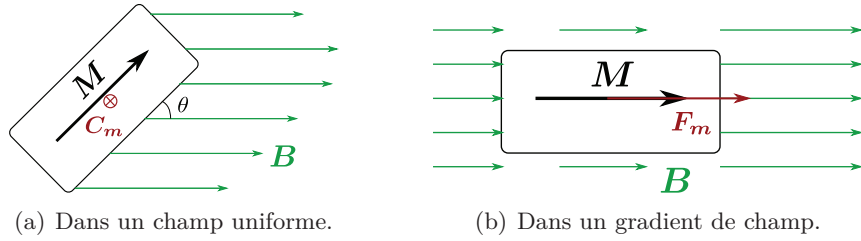


FIGURE 1.26 – Objet magnétisé dans un champ magnétique.

Considérons tout d'abord un corps de magnétisation  $\mathbf{M}$  dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}$  (FIGURE 1.26(a)). Dans ce cas, un couple  $\mathbf{C}_m$  permettant d'orienter  $\mathbf{M}$  dans la même direction que  $\mathbf{B}$  apparaît (principe utilisé dans les moteurs électriques).

Considérons maintenant ce même corps dans un gradient de champ (FIGURE 1.26(b)). Le corps est alors soumis à une force  $\mathbf{F}_m$  dans la direction du gradient de  $\mathbf{B}$ .

Remarquons que le champ magnétique est un champ vectoriel dépendant de la position  $\mathbf{P}$  dans l'espace,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{P})$ . Ces efforts sont donc directement dépendants

- des sources (aimant permanent, électroaimant avec ou sans noyau ferromagnétique) donnant la “forme” du champ  $\mathbf{B}$ , donc déterminant sa direction et son gradient ;
- et de l'objet manipulé, d'une part par sa magnétisation  $\mathbf{M}$ , et d'autre part par sa position relative par rapport aux sources  $\mathbf{P}$ .

Une grande variété de systèmes de manipulation magnétique est donc envisageable.

La modélisation mathématique des efforts magnétiques et de leur influence sur la dynamique d'une capsule magnétique sera étudiée dans le Chapitre 3 pour constituer un modèle unifié des divers systèmes rencontrés.

Décrivons dans un premier temps les systèmes que l'on retrouve dans la littérature.

### 1.2.2/ REVUE DES PRINCIPAUX SYSTÈMES DE MANIPULATION MAGNÉTIQUE EXISTANTS

Les principaux systèmes existants, utilisés pour créer un champ magnétique utilisable en manipulation magnétique sans contact, peuvent se répartir en différentes catégories. Ils sont généralement classés en fonction de la manière dont les effets magnétiques sont utilisés : de façon directe (les efforts magnétiques entraînent un déplacement de l'objet, comme sur la FIGURE 1.26), ou indirecte (les efforts magnétiques entraînent un mécanisme de transduction, comme sur la FIGURE 1.27).

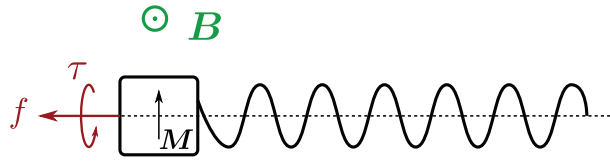


FIGURE 1.27 – La rotation est provoquée par un couple magnétique  $\tau$  dû à la magnétisation de la bille et au champ tournant  $\mathbf{B}$ . Cette rotation induit une poussée hydrodynamique  $f$  par l'hélice attachée à la bille.

Afin de mieux comparer ces systèmes, nous avons choisi de les étudier en fonction des sources de champ magnétique qui les composent [GAD14]. Ceci nous a amené à classer la plupart des systèmes existants en deux catégories distinctes : ceux utilisant des électroaimants fixes, et ceux utilisant un/des aimant(s) permanent(s) mobile(s). Pour les systèmes restants, une troisième catégorie très peu étudiée jusqu'ici émerge alors : les systèmes à électroaimants mobiles. C'est dans cette dernière catégorie que se place notre nouvelle théorie ; et nous montrerons que cette théorie couvre, en réalité, l'ensemble des systèmes.

Pour chacune de ces catégories, le contrôle peut se faire suivant différentes approches.

#### 1.2.2.1/ SYSTÈMES À ÉLECTROAIMANTS STATIQUES

Pour cette première catégorie de systèmes, la maîtrise du champ créé s'effectue par le contrôle du courant dans chacune des bobines fixes du système (FIGURE 1.28).

#### Contrôle par champ uniforme

Une particularité des systèmes à électroaimants est de pouvoir créer un champ magnétique uniforme. Une première approche consiste donc à utiliser des bobines en configuration de Helmholtz (rappelons nous la FIGURE 1.23)

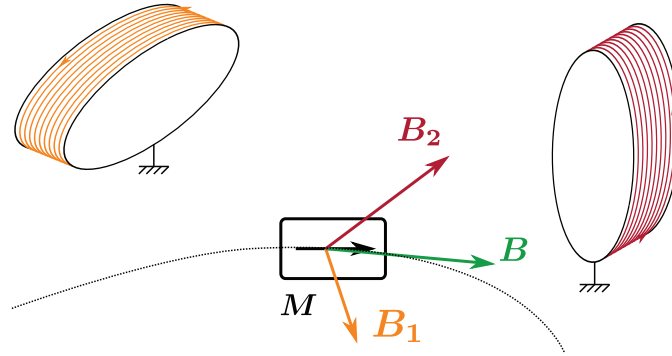


FIGURE 1.28 – Les bobines sont fixes et créent les champs  $B_1$  et  $B_2$  qui dépendent du courant qui les traverse. Le mobile, de magnétisation  $M$ , subit l'influence du champ résultant  $B = B_1 + B_2$  en vertu du principe de superposition.

disposées suivant plusieurs axes. Le champ magnétique obtenu dans l'espace entre l'ensemble des bobines est uniforme et de direction maîtrisée.

Les lignes de champ peuvent alors être utilisées comme des guides. C'est la technique utilisée par [MAM<sup>+</sup>09] pour déplacer un essaim de bactéries magnéto-sensibles (présentée en FIGURE 1.4). L'orientation des lignes de champ est alors suffisante pour diriger ces bactéries d'un point à un autre.

De plus, il est toujours possible d'utiliser l'effet du couple magnétique, notamment en créant un champ tournant pour actionner une hélice. Ce type de travaux a été réalisé par [SIA03, CSI<sup>+</sup>07] avec une capsule endoscopique entourée d'une structure hélicoïdale (FIGURE 1.29) permettant de faire avancer ou reculer la capsule par vissage.

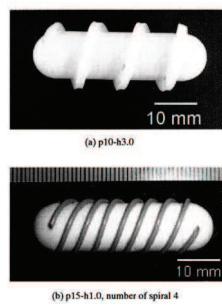


FIGURE 1.29 – Capsule à structure hélicoïdale [SIA03].

De même, lorsqu'on considère un micro-objet se déplaçant dans un fluide, le ratio des forces inertielles sur les forces visqueuses (c'est-à-dire le nombre de Reynolds) est généralement faible. Un micro-robot hélicoïdal peut alors

nager dans ce type de fluide (FIGURE 1.27). Ceci a été montré par [HAI96, APL<sup>+</sup>09] en utilisant la technique de champ uniforme tournant pour contrôler les déplacements d'un micro-robot. Le micro-robot prend souvent la forme d'une queue hélicoïdale rigide qui peut être attachée à une tête magnétique [ZAD<sup>+</sup>09, ZPN10, MSBA11, TZQ<sup>+</sup>12, Xu14], ou munie d'un revêtement magnétique [GF09].

Il est également possible de recréer artificiellement une force en utilisant un champ uniforme oscillatoire faisant entrer en résonance un transducteur mécanique. Ce dernier peut être composé d'un ensemble de deux aimants permanents reliés par un ressort [KFVN09] (FIGURE 1.30), ou encore d'une "queue de poisson" [BCC<sup>+</sup>11, KJJH08, KSHI12, KJSH12], ou d'un flagelle artificiel [ROH<sup>+</sup>10, KCH<sup>+</sup>11] pour déplacer le micro-robot tel une bactérie.

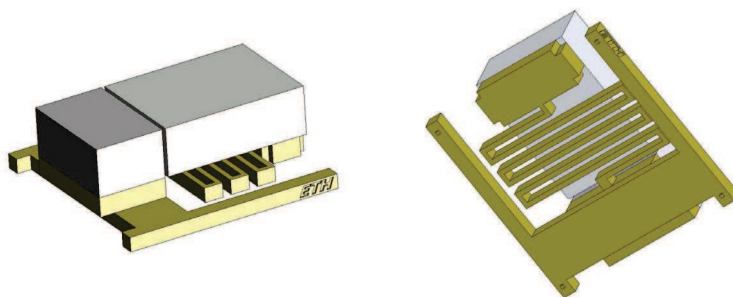


FIGURE 1.30 – Micro-robot magnétique résonnant [KFVN09].

Dans chacun des exemples cités ici, le déplacement de l'objet magnéto-sensible s'effectue de façon indirecte par une seconde transduction.

### Contrôle par couple

L'approche de contrôle par couple est notamment utilisée pour maîtriser les déplacements d'un cathéter. Le bout du cathéter est équipé de pastilles ou sphères ferromagnétiques [NMG10, LGM09], ou entouré d'une petite bobine [RHHA02, MSWH12] sur une certaine longueur, rendant cette partie magnéto-sensible. Le champ magnétique est contrôlé pour produire un couple sur le bout du cathéter. Cet effort, distribué sur la longueur magnéto-sensible du cathéter et combiné à l'action des contraintes mécaniques du cathéter, permet la maîtrise de ses déplacements [GLM11] (FIGURE 1.31).

### Contrôle complet des efforts

L'approche la plus courante consiste tout de même à prendre en compte et maîtriser l'ensemble des efforts magnétiques (force et couple). De manière classique, les systèmes sont composés de deux [IHA<sup>+</sup>13], ou trois [WM07]

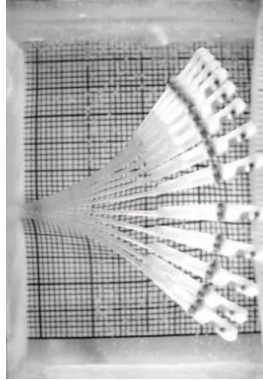


FIGURE 1.31 – Déplacement d’un cathéter équipé de billes ferromagnétiques [GLM11].

paires de bobines en vis-à-vis, comme dans une configuration de Helmholtz mais avec des courants indépendants dans chacune des bobines. Ce type de système peut être raffiné en ajoutant à la configuration comportant trois bobines de Helmholtz une bobine de Maxwell pour compenser la gravité [JCC<sup>+</sup>11], ou un système de six bobines permettant de créer des gradients dans toutes les directions [KJK<sup>+</sup>12]. L’IRM étant très répandu en milieu hospitalier, il est aussi possible de modifier ce système afin de créer des gradients plus importants nécessaires à la création d’efforts suffisants [MMF<sup>+</sup>07].

D’autres systèmes, tel que l’Octomag [KAK<sup>+</sup>10] (FIGURE 1.1), s’éloignent de ce type d’architecture pour pouvoir se positionner au dessus du patient.

L’encombrement de ces systèmes est un de leur problème majeur. Ceux-ci sont non seulement volumineux, mais leur espace de travail se situe au milieu des bobines, ce qui dans un contexte médical bloque tout accès au patient.

De plus, ces systèmes consomment beaucoup d’énergie. En effet, nous avons vu que les efforts produits sur un objet magnétique dépendent de la position de l’objet par rapport à la source de champ. Or, ces efforts diminuent de façon inversement proportionnelle au cube ( $1/d^3$ ) de la distance ( $d$ ) entre l’objet et la source, et seulement proportionnellement au courant ( $I$ ). Ainsi, plus l’objet est éloigné, plus le courant dans les bobines doit être fort pour produire le même effort. Les bobines de ces systèmes étant réparties autour du patient, elles sont donc relativement éloignées de l’objet manipulé.

Il est aussi à noter que de forts courants dans des bobines provoquent l’échauffement de celles-ci. Ceci pouvant se révéler dangereux pour le patient, ces systèmes disposent généralement de systèmes de refroidissement qui peuvent être complexes (les IRM sont par exemple refroidis à l’hélium liquide).

### 1.2.2.2/ SYSTÈMES À AIMANTS PERMANENTS MOBILES

Pour réduire l'encombrement, et la consommation d'énergie, une deuxième catégorie de systèmes utilise un ou des aimants permanents comme source. Le champ magnétique produit est alors constant au cours du temps. La maîtrise des efforts passe donc nécessairement par le contrôle de la position relative de l'objet manipulé par rapport à la source de champ (FIGURE 1.32). Là encore, plusieurs stratégies de contrôle sont envisageables.

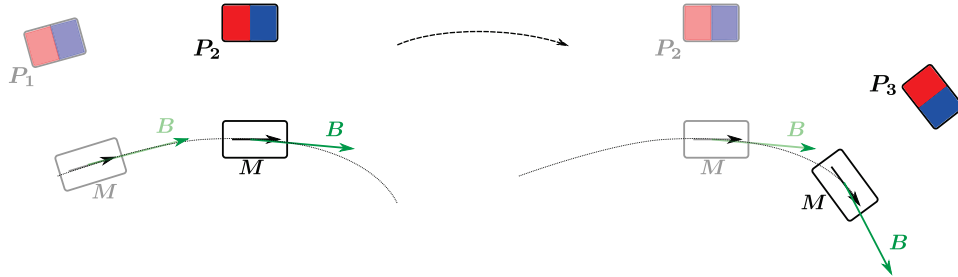


FIGURE 1.32 – Le champ magnétique  $B$  est constant, mais il est lié à la position de l'aimant permanent. Le mobile de magnétisation  $M$  subit l'influence du champ  $B = f(P)$ .

#### Contrôle par couple

Nous avons vu précédemment la possibilité de contrôler un micro-robot hélicoïdal par un champ magnétique uniforme tournant, ce dernier créant un couple entraînant le micro-robot en rotation. [FKA10, MCMA12] montrent que ce type d'actionnement est aussi possible en utilisant un champ magnétique non uniforme créé par un aimant permanent tournant. Ils montrent également que la force de propulsion créée par le micro-robot est suffisante pour vaincre l'attraction de l'aimant permanent due à la non uniformité du champ. Ce mode de contrôle a notamment été utilisé par [XHAR14] pour étudier les propriétés dynamiques des micro-robots hélicoïdaux, et par [YS12] pour faire rouler une capsule endoscopique sur les parois de l'estomac.

Dans [CWAL12] ou sur le système Niobe II, le contrôle du couple est associé aux propriétés mécaniques respectivement d'un implant cochléaire et d'un cathéter pour accomplir le contrôle de position.

Le système Niobe II a également été utilisé dans [CKTP11] pour contrôler l'orientation d'une capsule endoscopique. Dans ce même article, les auteurs précisent qu'il est possible d'appliquer une force de translation magnétique à la capsule en combinant le blocage magnétique du système (permettant de maintenir la capsule en une position donnée) et le degré de translation de la table patient. Ce contrôle se révèle très imprécis, mais constitue une

première étape en vue d'une stratégie permettant de contrôler l'ensemble des efforts magnétiques sur la capsule.

### Contrôle complet des efforts

L'utilisation d'un aimant permanent pour contrôler à la fois la force et le couple magnétique a été montré par [CVMD10] où un aimant directeur est utilisé pour attirer une capsule endoscopique. Les mouvements de l'aimant directeur autour du patient, sont contrôlés par un bras robotique. Cette technique de contrôle a été combinée à une détection échographique de la capsule [TCC<sup>+</sup>12].

Afin de rompre les efforts d'attraction indésirable, [MA11] montre que l'aimant permanent directeur doit être entraîné en rotation sur lui même avec un profil de vitesse spécifique, de façon à ce que la magnétisation de l'aimant directeur soit toujours orthogonale à celle de l'aimant asservi. Ceci permet non seulement d'annuler l'effort d'attraction, mais aussi de créer une force perpendiculaire à l'axe de rotation de l'aimant directeur et à la droite passant par les deux aimants (FIGURE 1.33). Suivant la position de l'aimant directeur, cette force peut s'opposer au roulement (FIGURE 1.33(b)), ou y contribuer (FIGURE 1.33(d)).

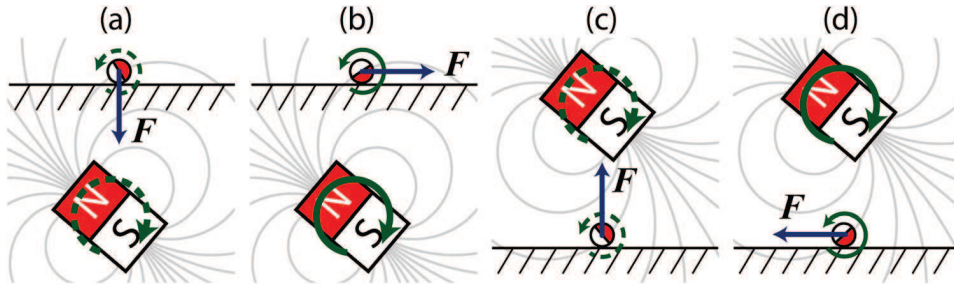


FIGURE 1.33 – (a) et (c) Attraction de l'objet générée lorsque l'aimant directeur tourne de manière quasi-statique. (b) et (d) Force latérale créée lorsque la rotation de l'aimant directeur est contrôlée dynamiquement [MA11].

Les systèmes à aimants permanents ont l'avantage d'être moins encombrants que les systèmes à électroaimants fixes. Pourtant, le fait d'utiliser un aimant permanente présent un inconvénient majeur : l'impossibilité "d'éteindre" ou d'inverser le champ magnétique. L'objet magnéto-sensible est donc en permanence sous l'influence de l'aimant directeur, ce qui rend impossible ou difficile la stabilisation par "feedback" de l'instabilité naturelle du système. Ceci pose également de fortes contraintes sur la salle d'opération, dans laquelle le matériel utilisé devra être compatible avec le champ magnétique (ce qui exclut notamment les objets ferromagnétiques).

De plus, les systèmes utilisés à l'heure actuelle pour contrôler la position de l'aimant directeur autour du patient sont souvent des bras robotiques industriels. Bien que ces robots disposent de certaines sécurités, ils ne sont pas adaptés à un environnement médical, et peuvent se révéler dangereux pour le patient et pour le personnel médical.

### 1.2.3/ MANIPULATION MAGNÉTIQUE PAR ÉLECTROAIMANTS MOBILES

Pour palier aux inconvénients des deux catégories de systèmes étudiées précédemment, Nous introduisons une nouvelle catégorie de systèmes : les systèmes à électroaimants mobiles.

Une première approche de ce type de systèmes à été montrée dans [YVN06] (FIGURE 1.34) pour guider un micro-robot à travers un micro-circuit fluide dans le plan. Ce système consiste en une bobine de Helmholtz combinée à une bobine de Maxwell de même axe permettant d'orienter et de faire avancer un micro-robot selon cet axe. L'ensemble est articulé en rotation autour d'un axe orthogonal au plan du micro-circuit fluide, permettant l'orientation de l'axe des bobines dans toutes les directions du plan. Ainsi le micro-robot est contrôlé à la fois par le changement des courants et le changement d'orientation des bobines.

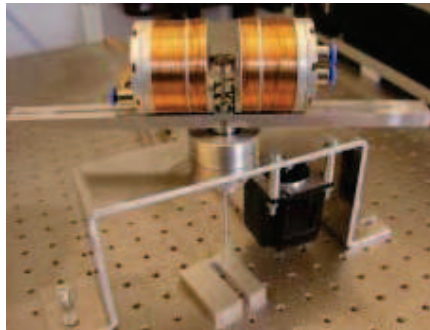


FIGURE 1.34 – Guidage d'un micro-robot par un système électromagnétique s'orientant autour d'un axe vertical [YVN06].

Une approche similaire est utilisée dans [YKC<sup>+</sup>10] pour une application en 3D sur des fantômes de vaisseaux sanguins (FIGURE 1.35). Ce système combine :

- trois bobines de Helmholtz fixes, suivant les trois directions de l'espace cartésien ;
- une bobine de Maxwell fixe, d'axe vertical, permettant de compenser la gravité ;



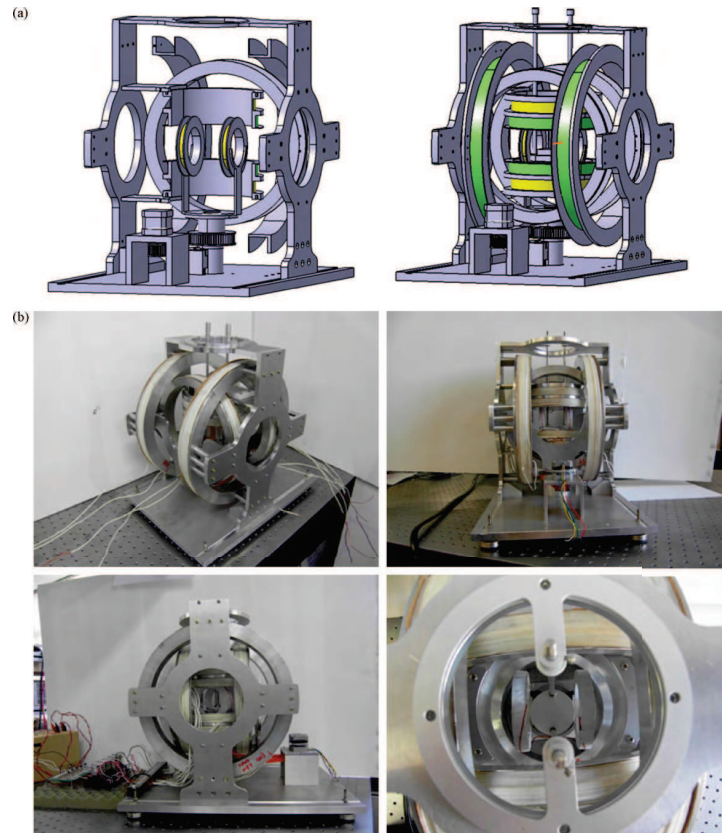


FIGURE 1.35 – Système électromagnétique comportant une bobine de Maxwell orientable autour d'un axe vertical [YKC<sup>+</sup>10]. Sur la modélisation, les bobines de Helmholtz sont en vert, et les bobines de Maxwell sont en jaune.

- et une bobine de Maxwell, actionnée en rotation autour d'un axe vertical, permettant d'orienter le sens de déplacement dans le plan horizontal.

Ces deux systèmes ne disposent que d'un degré de liberté au niveau des bobines. L'approche qui sera développée dans cette thèse consiste à traiter un nombre quelconque de bobines ayant un nombre quelconque de degrés de liberté. Le TABLEAU 1.3 montre l'intérêt de l'utilisation d'un système à électroaimants mobiles. Cette catégorie de systèmes permet de créer aisément des systèmes redondants disposant de plus d'entrées de contrôle que de degrés de liberté du mobile. Cette redondance peut alors être exploitée pour différentes tâches tel que l'optimisation de l'indice de manipulabilité [Mer06], de la consommation d'énergie, etc.

Propriété	Bobines fixes	Aimants mobiles	Bobines mobiles
Dextérité	⊕ complète	⊖ partielle	⊕ complète
Distance source/objet	⊖ longue	⊕ courte	⊕ courte
Production de chaleur	⊖ forte	⊕ inerte	↔ réduite
Extinction du champ	⊕ oui	⊖ non	⊕ oui
Stabilisation	⊕ possible	⊖ instable/difficile	⊕ possible
Mode de contrôle	⊕ simple	⊕ simple	⊕ redondant
Acceptation patient	⊖ faible	⊖ dangereux	↔ améliorée

TABLEAU 1.3 – Principaux avantages et inconvénients des différentes catégories de systèmes de manipulation magnétique [VHA<sup>+</sup>12]).

### 1.3/ CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons placé le contexte de notre étude. Nous avons étudiés différents domaines biomédicaux, en montrant pour chacun de ces domaines l'intérêt de la manipulation magnétique. Nous nous sommes en particulier intéressés à l'endoscopie digestive et aux capsules endoscopiques. Pour ce domaine, nous avons notamment montré que les techniques d'endoscopie digestive actuelles ne permettent pas un examen complet et efficace de l'intestin grêle. Ce constat nous a mené à proposer un actionnement magnétique d'une capsule endoscopique.

Notons que le sujet de l'endoscopie digestive a, au départ, focalisé notre attention puisque nous y avons identifié de fortes problématiques soutenues par différents médecins gastro-entérologues avec lesquels nous avons été amenés à discuter. La suite de la thèse élargit considérablement le champ d'investigation clinique car nous allons mener une étude sur les systèmes de manipulation magnétique d'un point de vue théorique et ingénierie.

Arrêtons nous un instant sur le choix du magnétisme. Par la suite, nous allons nous intéresser à des systèmes utilisant des champs électromagnétiques pour déplacer un objet magnétique. Le principal avantage de ceci est que le corps humain a un impact extrêmement faible (négligeable pour ce qui nous intéresse) sur les champs magnétiques. Pour autant, nous ne connaissons pas l'effet des champs électromagnétiques sur le corps humain. La toxicité des champs électromagnétiques est étudiée sur différents objets biologiques [RVG<sup>+</sup>06], mais ce sujet est extrêmement controversé, à l'image de [DSA<sup>+</sup>05] dont les résultats sont contesté bien que cette étude soit issue d'un projet européen de grande envergure. En effet, les études sur la toxicité des champs électromagnétiques touchent à de forts enjeux économiques, en particulier dans le domaine des télécommunications sans fil. De part les méthodes de contrôle actuelles, les systèmes de manipulation magnétique génèrent des champs dont la fréquence est comprise dans la catégorie dite des Super Basses Fréquences (SBF, entre 30 Hz à 300 Hz). Cette catégorie

entre dans la gamme des Radiofréquences (entre 0 et 300 MHz), laquelle cristallise beaucoup de controverses. En définitive, à l'image de l'utilisation des Rayons X, les risques semblent très limités lorsque le temps d'exposition est court. Il est alors important d'étudier des systèmes permettant de réduire la durée des examens. Et enfin, il sera très important d'effectuer une étude évaluant le rapport bénéfice/risque pour le patient.

Dans ce chapitre, nous avons aussi posé les bases du magnétisme afin de comprendre comment sont créés les champs magnétiques, et comment un objet magnéto-sensible réagit à un champ. Ceci nous a permis d'étudier les systèmes de manipulation magnétique existants et de les classer en trois catégories :

- les systèmes à électroaimants statiques ;
- les systèmes à aimants permanents mobiles ;
- les systèmes à électroaimants mobiles.

La troisième catégorie est celle qui nous intéresse particulièrement. Elle définit un nouveau type de robot qui nous permet d'imaginer des systèmes très flexibles, redondants, et reconfigurables à souhait. Ces systèmes sont le cœur de notre étude. Nous allons développer dans le Chapitre 2 un modèle électromagnétique nous permettant de calculer, de manière efficace pour la commande, le champ magnétique produit par un électroaimant. Nous utiliserons les électroaimants du prototype présenté au Chapitre 4 pour valider nos modèles par expérimentation. Dans le Chapitre 3 nous étudierons la théorie générale pour modéliser et commander les systèmes de manipulation magnétique. Nous développerons un formalisme nouveau permettant d'étudier la plupart des cas de la littérature. Pour cela nous mettrons en place un modèle de système de manipulation magnétique générique qui nous permettra d'étudier différentes commandes. Ces développements théoriques seront ensuite testés sur un cas pratique dans le Chapitre 4. Nous y montrerons le dispositif expérimental que nous avons conçu et qui nous permet d'étudier les différentes commandes développées.



# MODÉLISATION D'UN ÉLECTROAIMANT

*Ce chapitre présente différentes manières de calculer le champ magnétique créé par un électroaimant. Ce calcul est un enjeu important pour la commande en terme de précision, rapidité, etc. puisqu'il conditionne l'estimation des efforts appliqués au mobile magnétique manipulé. Nous explicitons les méthodes usuelles de calcul de champ magnétique et nous en discutons leurs limites. Nous présentons ensuite un modèle hybride permettant de calculer, de manière efficace et précise pour la commande du système, le champ magnétique créé par un électroaimant ayant un noyau ferromagnétique. Nous discutons ensuite de l'utilisation de ce modèle.*

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>2.2</b>	<b>Modèles analytiques continus dans l'espace . . .</b>	<b>36</b>
2.2.1	Approximation du dipôle magnétique . . . . .	37
2.2.2	Formulation exacte par intégrales elliptiques . . . .	41
<b>2.3</b>	<b>Modèles discrets . . . . .</b>	<b>43</b>
2.3.1	Modèle éléments finis . . . . .	43
2.3.2	Mesures . . . . .	47
2.3.3	Utilisation des modèles discrets . . . . .	48
<b>2.4</b>	<b>Modèle hybride pour la commande . . . . .</b>	<b>50</b>
2.4.1	Prise en compte du noyau . . . . .	51
2.4.2	Identification du modèle hybride . . . . .	53
<b>2.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>56</b>

## 2.1/ INTRODUCTION

La manipulation magnétique d'un objet nécessite de contrôler le champ magnétique l'environnant. Pour cela, nous devons connaître le plus précisément possible les caractéristiques de ce champ et en construire un modèle dont les paramètres seront exploitables pour le contrôle.

Dans le cas où le champ magnétique est créé par un ensemble d'électroaimants à noyau ferromagnétique, le modèle doit nous permettre de calculer le champ produit en fonction du courant parcourant le bobinage et de la position actuelle de l'électroaimant.

La littérature montre différentes méthodes de modélisation envisageables, dont deux se détachent particulièrement : la cartographie de l'espace de travail, et l'approximation par la formule du dipôle.

La première méthode consiste à mailler l'espace de travail et calculer le champ magnétique par la méthode des éléments finis. Ces calculs sont généralement recalés par rapport à des mesures [KAM14] et le champ est calculé en n'importe quel point de l'espace de travail (entre les nœuds du maillage) par interpolation.

La seconde méthode consiste à considérer qu'un électroaimant se comporte comme un dipôle magnétique. Ceci permet de calculer analytiquement le champ [KAK<sup>+</sup>10], mais relève d'une approximation dont la pertinence devra être vérifiée.

Nous allons ici détailler ces méthodes de modélisation et en discuter leurs limites. Nous présenterons ensuite un modèle hybride permettant de calculer analytiquement le champ produit par un électroaimant en tenant compte de son noyau ferromagnétique et nous discuterons de l'utilisation de ce modèle.

## 2.2/ MODÈLES ANALYTIQUES CONTINUS DANS L'ESPACE

Purement théorique, les modèles analytiques sont une interprétation mathématique des phénomènes physiques observés. Cela induit plusieurs avantages conséquents. En premier lieu, leur précision ne dépend ni de mesures, ni d'un échantillonnage spatial, mais d'un raisonnement mathématique et donc des hypothèses faites lors de ce raisonnement. De plus, chacun des paramètres du système est pris en compte dans le modèle. Ces paramètres sont soit identifiés (mesurée ou approximée) comme des coefficients constants (perméabilité d'un matériau), soit contrôlés par des variables (courant). Ainsi l'implémentation sur le système réel est facilitée : seule la formule est à

implémenter. Informatiquement, ceci se traduit par un gain en espace mémoire (souvent limitée sur les cartes de contrôle) et, parfois (souvent), par un gain en rapidité de calcul (en fonction de la complexité du modèle). Par contre, chacun des paramètres du modèle devra être identifié et la justesse des hypothèses de raisonnement vérifiée.

### 2.2.1/ APPROXIMATION DU DIPÔLE MAGNÉTIQUE

La modélisation du champ magnétique se base sur la loi de Biot & Savart. L'application de cette loi sur une spire circulaire de courant amène à la formule bien connue du dipôle magnétique.

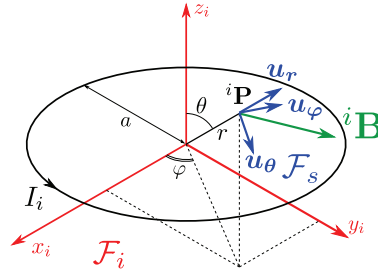


FIGURE 2.1 – Spire de courant et définition du repère sphérique  $\mathcal{F}_s$ .

Soit une spire de rayon  $a$  parcourue par le courant  $I_i$  comme indiqué en FIGURE 2.1. Considérons le milieu environnant comme un milieu linéaire dont la perméabilité magnétique est équivalente à celle du vide (de l'air ou de l'eau par exemple ;  $\mu_{eau} = \mu_{air} = \mu_0 \mu_r$  avec  $\mu_r = 1$ ).

Suivant les notations des ouvrages de robotique, on note  ${}^i\mathbf{V}$  l'expression du vecteur  $\mathbf{V}$  dans le repère  $\mathcal{F}_i$ . De plus, nous considérons que si le repère  $i$  n'est pas précisé, le vecteur est alors exprimé dans le repère global  $\mathcal{F}_0$ .

Comme démontré dans [Jac99], on considère un point  ${}^i\mathbf{P} = (x_p \ y_p \ z_p)^T$  dont les coordonnées sphériques sont données par :

$$\begin{cases} r = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2} \\ \theta = \arccos(x_p/r) \\ \varphi = \arctan(y_p/x_p) \end{cases} \quad (2.1)$$

Si  ${}^i\mathbf{P}$  se trouve loin de la bobine, c'est-à-dire pour  $r \gg a$ , on obtient l'équation suivante :

$${}^s\mathbf{B}({}^i\mathbf{P}) = \frac{\mu_0}{4} \frac{I_i \cdot a^2}{r^3} \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

où  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H.m}^{-1}$  est la perméabilité magnétique du vide.

Cette équation donne le champ en coordonnées sphériques, c'est-à-dire dans le repère  $\mathcal{F}_s$  défini par les vecteurs  $\mathbf{u}_r$ ,  $\mathbf{u}_\theta$  et  $\mathbf{u}_\varphi$  tels que :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_r = \frac{\mathbf{O}_i \mathbf{P}}{\|\mathbf{O}_i \mathbf{P}\|} \\ \mathbf{u}_\varphi = \mathbf{u}_r \wedge \mathbf{z}_i \\ \mathbf{u}_\theta = \mathbf{u}_\varphi \wedge \mathbf{u}_r \end{cases} \quad (2.3)$$

$${}^s \mathbf{B}({}^i \mathbf{P}) = \frac{\mu_0}{4} \frac{I_i \cdot a^2}{r^3} (2 \cos \theta \mathbf{u}_r + \sin \theta \mathbf{u}_\theta) \quad (2.4)$$

Le champ magnétique se traduit en coordonnées cartésiennes en le multipliant par la matrice  $[Msc]$  :

$$[Msc] = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$${}^i \mathbf{B}({}^i \mathbf{P}) = [Msc] \cdot {}^s \mathbf{B}({}^i \mathbf{P}) \quad (2.6)$$

En posant le moment magnétique de la spire tel que  $\mathbf{m} = I_i \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \mathbf{z}_i$  (en  $A.m^2$ ), l'équation (2.2) peut alors s'écrire de manière vectorielle [MAM<sup>+</sup>09] :

$${}^i \mathbf{B}({}^i \mathbf{P}) = \frac{\mu_0}{4\pi \cdot \|{}^i \mathbf{P}\|^3} \left( \frac{3 \cdot (\mathbf{m} \cdot {}^i \mathbf{P}) {}^i \mathbf{P}}{\|{}^i \mathbf{P}\|^2} - \mathbf{m} \right) \quad (2.7)$$

Lors de l'utilisation de “petites” bobines, c'est-à-dire pour des bobines ayant une faible longueur de bobinage, nous pouvons estimer que l'ensemble des spires se situe au même endroit. Alors, un modèle analytique direct de la bobine est obtenu en multipliant l'équation (2.2) par le nombre de spires que comporte la bobine. Cette modélisation est valable pour des bobines de taille centimétrique, ayant un petit rayon et une faible longueur de bobinage au regard d'une distance de travail de quelques centimètres. Celle-ci a notamment été utilisée par [Che09, CAP07, CAP11] pour la mesure de force à l'aide d'une plate-forme flottante.

Pour notre part, nous souhaitons modéliser le champ magnétique produit par un électroaimant contenant un noyau ferromagnétique et utiliser ce modèle pour la commande des systèmes. La méthodologie suivie se veut générique et nous illustrons nos propos en utilisant les données numériques issues du dispositif expérimental présenté au Chapitre 4. Nous souhaitons modéliser une bobine ayant un rayon et une longueur de bobinage de 3 cm (voir FIGURE 2.2 et TABLEAU 2.1), pour une distance de travail comprise entre 15 et 90 mm. Le modèle sera alors étendu pour prendre en compte la longueur



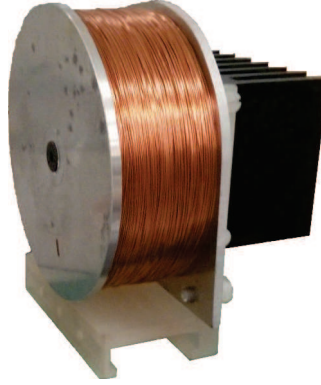


FIGURE 2.2 – Bobine étudiée, constituée de 1970 spires pour une longueur de 3 cm, avec un noyau en fer doux de 6 cm de diamètre.

Caractéristique	Bobine
Fil (matière / diamètre)	Cuivre / 450 $\mu\text{m}$
Noyau (matière / diamètre)	Fer doux / 6 cm
Diamètre maximum	8,5 cm
Longueur	3 cm
Nombre de spires	1970
Résistance totale	65,6 $\Omega$

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques des bobines étudiées.

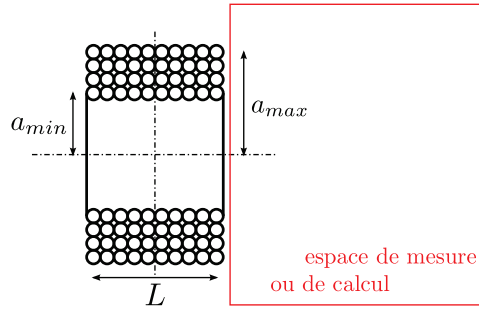


FIGURE 2.3 – Schéma d'un bobine de  $n$  spires.

et l'épaisseur de bobinage (FIGURE 2.3) par application du principe de superposition, le champ de chaque spire s'ajoutant aux autres de la manière suivante :

$${}^i B({}^i \mathbf{P}) = \sum_{a=a_{min}}^{a_{max}} \sum_{l=-L/2}^{L/2} \frac{\mu_0}{4\pi \cdot \|{}^i \mathbf{P}_l\|^3} \left( \frac{3 \cdot (\mathbf{m}_a \cdot {}^i \mathbf{P}_l) {}^i \mathbf{P}_l}{\|{}^i \mathbf{P}_l\|^2} - \mathbf{m}_a \right) \quad (2.8)$$

avec  $\mathbf{m}_a$  dépendant du rayon de la spire considérée ( $\mathbf{m}_a = I_i \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \mathbf{z}_i$ ).

L'application de (2.8) sur la bobine que nous étudions nous permet d'obtenir un champ tel que montré FIGURE 2.4.

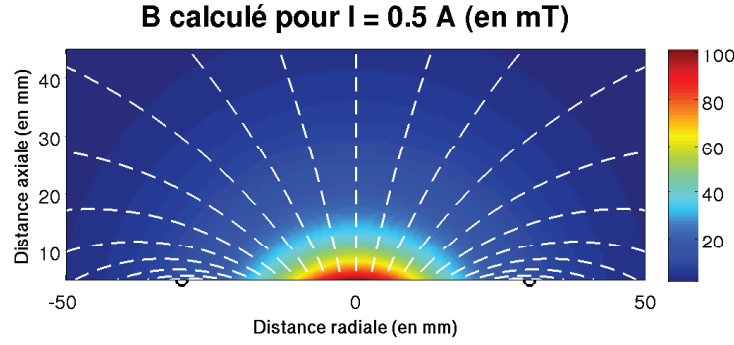


FIGURE 2.4 – Modélisation de la bobine par la formule du dipôle (2.8). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en  $(-30, 0)$  et  $(30, 0)$  donnent  $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.

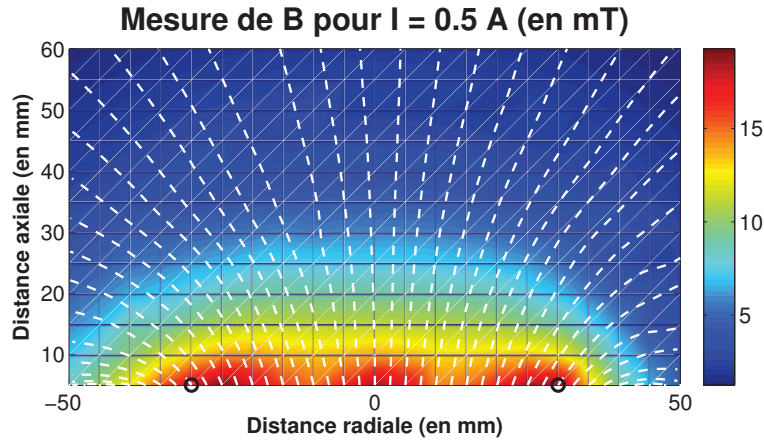


FIGURE 2.5 – Mesure du champ créé par la bobine. Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en  $(-30, 0)$  et  $(30, 0)$  donnent  $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.

Nous mesurons le champ magnétique créé par l'électroaimant que nous étudions suivant un protocole qui sera détaillé en Section 2.3.2. Nous constatons dès lors que ce modèle ne reflète pas le champ mesuré (FIGURE 2.5), particulièrement pour les zones où  $r \approx a$  et près du bobinage. Ceci s'explique d'abord par le fait que (2.8) est une approximation au premier ordre du développement de Taylor des dérivées du potentiel vecteur (noté  $\mathbf{A}$  et dé-

finissant le champ magnétique par son rotationnel  $\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A}$  créé par les spires, sous l'hypothèse  $r \gg a$  (voir Section 2.2.2). De plus, le champ calculé ici correspond à celui d'une bobine dans le vide, *sans noyau ferromagnétique*. Cette formule ne traduit que les effets des spires, sans prendre en compte le noyau de la bobine dans lequel des moments magnétiques sont induits (magnétisation).

### 2.2.2/ FORMULATION EXACTE PAR INTÉGRALES ELLIPTIQUES

Afin de construire un modèle valable sur tout l'espace, revenons à l'origine de la formule du dipôle (2.8). En coordonnées sphériques, cette formule se démontre en partant du potentiel vecteur magnétique  ${}^i\mathbf{A} = (A_r \ A_\theta \ A_\varphi)^T$  créé par une spire de courant isolée. Celui-ci est donné par l'équation suivante, les autres composantes de ce champ étant nulles [Jac99].

$$A_\varphi(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{4 I a}{\sqrt{a^2 + r^2 + 2 a r \sin \theta}} \left( \frac{(2 - k^2) K(k) - 2 E(k)}{k^2} \right) \quad (2.9)$$

avec  $K(k)$  et  $E(k)$  étant respectivement les intégrales elliptiques complètes de première et de deuxième espèce :

$$K(k) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} dt \quad (2.10)$$

$$E(k) = \int_0^1 \frac{\sqrt{1-k^2 t^2}}{\sqrt{1-t^2}} dt \quad (2.11)$$

pour lesquelles le paramètre  $k$  est défini tel que :

$$k^2 = \frac{4 a r \sin \theta}{a^2 + r^2 + 2 a r \sin \theta} \quad (2.12)$$

où  $a$ ,  $r$  et  $\theta$  sont définis comme précédemment (voir FIGURE 2.1).

Le champ magnétique  ${}^i\mathbf{B}$  est alors défini comme le rotationnel du potentiel vecteur, c'est-à-dire :  ${}^i\mathbf{B} = \nabla \wedge {}^i\mathbf{A}$ . En coordonnées sphériques,  $\nabla$  est défini par :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \mathbf{u}_\varphi$$

ce qui permet de calculer le champ magnétique de la manière suivante :

$${}^s\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Bien que peu aisées à calculer “à la main”, on note que  $K(k)$  et  $E(k)$  (dont  $A_\varphi$  dépend, donc  ${}^s\mathbf{B}$  et  ${}^i\mathbf{B} = [M_{sc}] \cdot {}^s\mathbf{B}$  aussi) sont des fonctions mathématiques “standard”. Nous utilisons alors un logiciel de calcul formel tel que Maple<sup>®</sup> pour calculer les dérivées de  $A_\varphi$  de manière analytique. Nous obtenons ainsi des fonctions de  $K(k)$  et de  $E(k)$ . Les fonctions obtenues sont ensuite implémentées dans un programme numérique (les intégrales elliptiques étant déjà implémentées en standard dans Matlab<sup>®</sup>, ou en C++ dans la bibliothèque GSL).

De même que précédemment, la “forme” des bobines étudiées (nombre de spires, longueur et épaisseur de bobinage) sera prise en compte par sommation pour affiner le modèle. Ainsi, la carte du champ obtenue est montrée FIGURE 2.6.

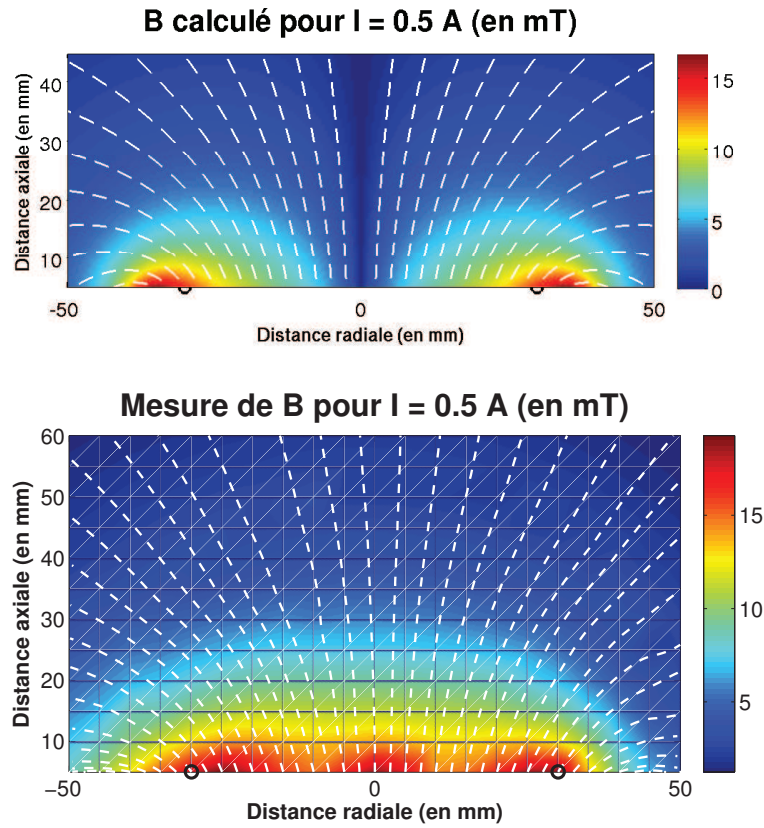


FIGURE 2.6 – Modélisation de la bobine par dérivation exacte du potentiel vecteur (2.9) et (2.13) (en haut), et pour mémoire, mesure du champ créé par la bobine (en bas). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l’échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en  $(-30, 0)$  et  $(30, 0)$  donnent  $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.

En premier lieu, nous constatons un meilleur calcul du champ dans les zones proches du bobinage, ainsi que dans les zones “loin” de l’axe de la bobine. Mais là encore, nous notons de sensibles différences par rapport aux mesures, en particulier sur l’axe de la bobine. Ceci est dû au fait que ce modèle se limite au calcul du champ créé par les spires et ne prend pas en compte les effets du noyau ferromagnétique. Ce dernier ne peut pas être considéré comme un simple facteur de gain. En effet, il modifie la forme du champ résultant d’une manière qui n’est pas négligeable, notamment au centre de la bobine.

## 2.3/ MODÈLES DISCRETS POUR LA PRISE EN COMPTE DU NOYAU FERROMAGNÉTIQUE

### 2.3.1/ MODÈLE ÉLÉMENTS FINIS

Analytiquement, un moyen de prendre en compte l’effet du noyau ferromagnétique est de faire une modélisation par éléments finis de l’électroaimant. Le principe de cette méthode repose sur le calcul du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  en tenant compte des matériaux, de leur géométrie, et de leur position. À partir des équations de Maxwell en magnétostatique, on peut montrer que dans un volume de matériau de perméabilité  $\mu$ , l’équation aux dérivées partielles suivante doit être satisfaite [FLS99, Jac99] :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (2.14)$$

où  $\mathbf{J}$  est la densité de courant dans les spires, et avec la jauge de Coulomb  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ <sup>1</sup>.

En tenant compte des conditions aux limites et en utilisant une méthode de Galerkin, le problème peut être résolu numériquement sur tout l’espace en projetant les solutions sur une base de fonctions “test” définies sur les nœuds d’un maillage [Jac99]. C’est la méthode des éléments finis classique appliquée au domaine de la magnétostatique.

La méthode des éléments finis est donc une méthode qui permet de projeter les solutions du calcul de  $\mathbf{A}$  sur une discrétisation de l’espace, ce qui permet

---

1. Rappel de calcul vectoriel : le rotationnel du gradient d’un scalaire est nul  $\nabla \wedge \nabla \psi = 0$ . Ceci implique que le potentiel vecteur est défini à une constante près  $\mathbf{B} = \nabla \wedge (\mathbf{A} + \nabla \psi)$ . Ici nous la choisissons telle que la divergence de  $\mathbf{A}$  soit nulle :  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  (c’est la jauge de Coulomb).

de réduire la dimension du modèle.

$$\mathbf{A}(\mathbf{P}, t) = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1(t) \\ \mathbf{A}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_k(t) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_\infty(t) \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{sur } N \text{ nœuds}]{\text{projection}} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1(t) \\ \mathbf{A}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_l(t) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_N(t) \end{pmatrix}$$

avec  $t$  le temps, où  $k$  balaie l'ensemble des points de l'espace (infini) et  $l$  balaie l'ensemble des  $N$  nœuds du maillage (fini).

La projection de ce modèle sur un maillage de l'espace permet d'obtenir un modèle de dimension finie (nombre de points du maillage), mais grande ( $N \approx 1000$ ) à la place d'un problème de dimension infinie, ce qui simplifie le modèle en le rendant fonction du temps uniquement.

Le logiciel Comsol<sup>®</sup> nous permet d'appliquer cette méthode pour modéliser notre bobine. La bobine est symétrique de révolution, ce qui confère certaines propriétés au champ magnétique. Celui-ci est symétrique par rapport à tout plan contenant l'axe de la bobine et antisymétrique par rapport au plan orthogonal à l'axe de la bobine et passant par son centre. Ainsi, le modèle est axisymétrique ; il est possible de connaître le champ créé par une bobine en n'importe quel point de l'espace connaissant le champ que cette bobine crée dans un plan contenant son axe. Considérons la bobine d'axe  $z$  ; les mesures de  $B_r$  et  $B_z$  sont donc effectuées dans le plan  $(\mathbf{O}, \mathbf{r}, \mathbf{z})$  et les résultats obtenus sont montrés dans la FIGURE 2.7.

Nous constatons que ces résultats sont très proches des mesures. La FIGURE 2.8 montre l'évolution du champ sur des droites parallèles à l'axe de la bobine, tandis que la FIGURE 2.9 montre son évolution le long de droites perpendiculaires à cet axe. Rappelons que la distance de travail des bobines est telle que  $z \in [15 \ 60]$  mm. La FIGURE 2.9(a) montre donc le champ à la limite de l'espace de travail proche de la bobine, alors que la FIGURE 2.9(b) montre le champ au milieu de l'espace de travail. Ces figures montrent que quelques différences subsistent, notamment à proximité des spires de la bobine, autrement dit pour une distance radiale  $r \approx 30$  mm, et pour une distance axiale  $z$  faible (voir FIGURE 2.7). La FIGURE 2.9(a), ne montrant que des points très proches de la bobine, fait fortement ressortir ces erreurs de modélisation. On y constate une surestimation de la composante axiale  $B_z$  du champ devant le noyau ( $-30 \leq r \leq 30$  mm), et de la composante radiale  $B_r$  autour de la limite du noyau ( $r = 30$  mm). De même, les FIGURES 2.8(a) et 2.8(b) font ressortir ces erreurs à proximité du bobinage. Pour autant, précisons que les zones les plus problématiques se trouvent à une distance axiale inférieure à 20 mm, autrement dit à la limite ou hors de

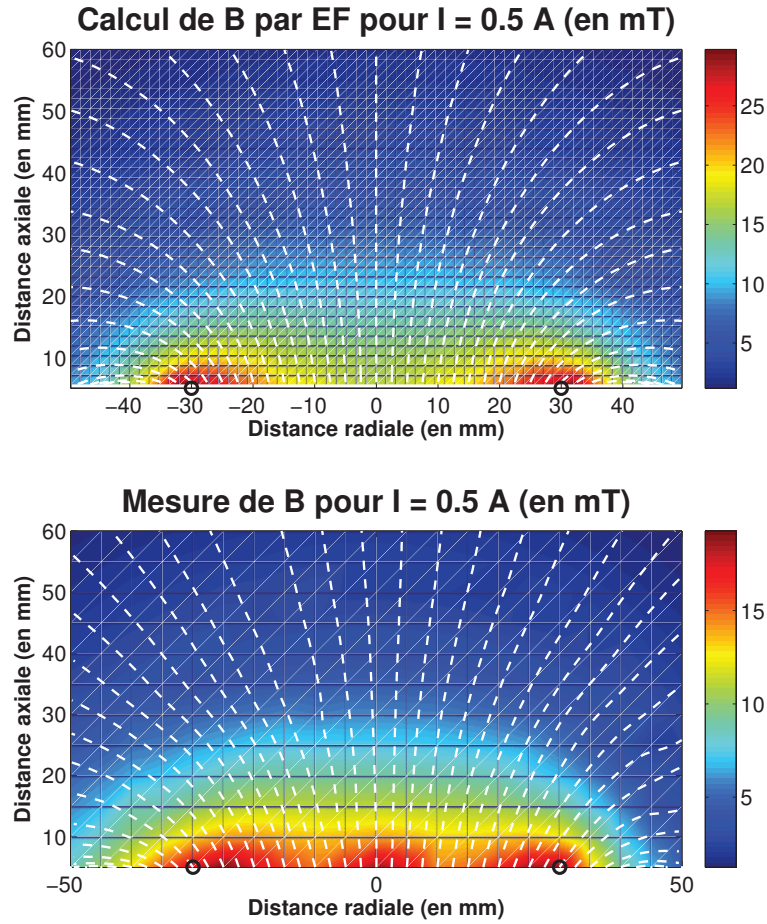


FIGURE 2.7 – Champ magnétique calculé à partir d’un modèle éléments finis (en haut), et pour mémoire, mesure du champ créé par la bobine (en bas). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l’échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en  $(-30, 0)$  et  $(30, 0)$  donnent  $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.

l’espace de travail. Il est à noter que ces résultats ont été obtenus suite à plusieurs modélisations qui ont permis l’identification du matériau, donc le recalage de sa perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  par rapport aux mesures.

Une des limites des modèles éléments finis apparaît ici ; la méthode des éléments finis n’est pas une méthode “exacte” dans ces conditions puisqu’elle nécessite la connaissance précise des propriétés des matériaux utilisés. Un recalage est nécessaire pour identifier les valeurs de perméabilité des matériaux afin d’obtenir des résultats précis.



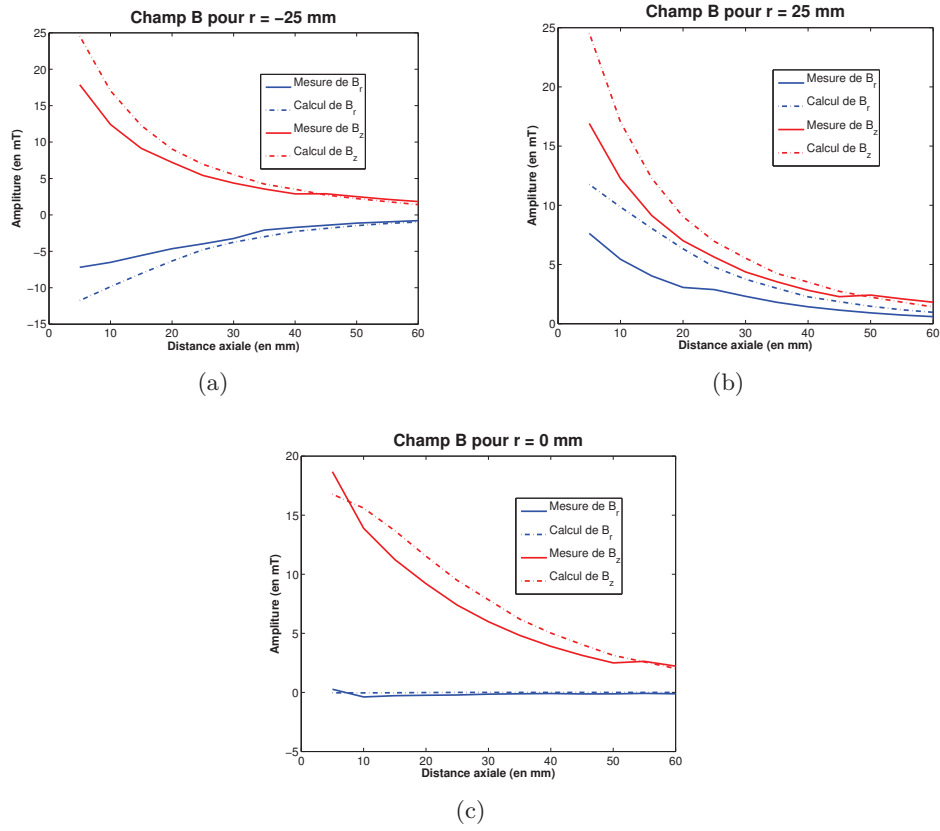


FIGURE 2.8 – Courbes  $B_z$  et  $B_r$  pour une distance radiale  $r$  donnée. Champ mesuré, et calculé par la méthode des éléments finis.

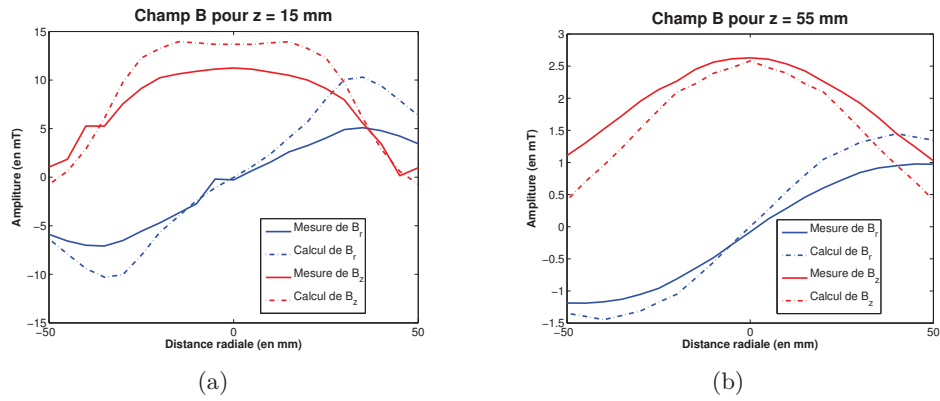


FIGURE 2.9 – Courbes  $B_z$  et  $B_r$  pour une distance axiale  $z$  donnée. Champ mesuré, et calculé par la méthode des éléments finis.



## 2.3.2/ MESURES

En définitive nous nous apercevons que des mesures sont toujours nécessaires pour effectuer un minimum de recalage et donc pour obtenir un modèle précis. On peut alors être tenté d'utiliser un modèle expérimental, qui ne nécessite aucune connaissance physique sur la bobine (matériau, nombre de spires, etc.), mais seulement le courant la parcourant, pour représenter le champ produit.

Pour notre bobine, nous mesurons le champ magnétique suivant les directions axiale et radiale dans le plan médian de la bobine. Ces mesures sont suffisantes pour caractériser entièrement le champ magnétique créé car le problème est axisymétrique.

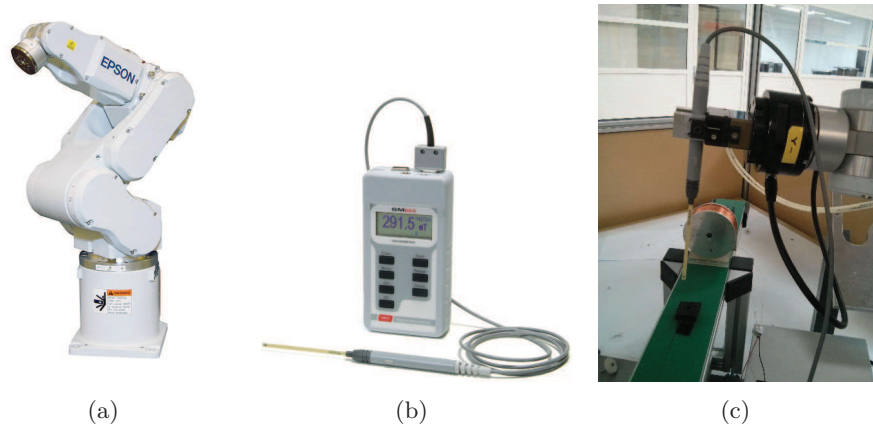


FIGURE 2.10 – (a) Robot Epson C3. (b) Magnétomètre Hirst GM08. (c) Montage de la sonde sur le robot.

Les mesures ont été effectuées à l'aide d'un magnétomètre Hirst GM08 (FIGURE 2.10(b)). Pour effectuer des mesures précises et obtenir une cartographie du champ, il est nécessaire de positionner la sonde de manière rigoureuse sur les points de mesure. Pour cela, nous avons mis en place un protocole expérimental utilisant un robot Epson C3 (FIGURE 2.10(a)) pour positionner la sonde. Les mesures se déroulent en trois étapes :

- d'abord, le matériel est mis en place (FIGURE 2.10(c)) et la position de la bobine est repérée par rapport à celle du robot, permettant ainsi de définir la grille de mesure ;
- ensuite, un premier ensemble de mesures est effectué avec un courant nul dans la bobine, de manière à caractériser les bruits dus à l'environnement et aux mouvements du robot (dont les moteurs électriques peuvent perturber les mesures) ;
- enfin, les mesures sont effectuées à courant constant, en vérifiant que

la température de la bobine reste stable (une forte variation de la température change la résistance de la bobine, ce qui peut influencer sur le champ).

De la même manière que pour les modélisations précédentes, nous considérons la bobine d'axe  $z$ . Les mesures de  $B_r$  et  $B_z$  sont donc effectuées dans le plan  $(O, r, z)$  sur un nombre limité de points ( $N = 252$ ), et une interpolation linéaire est faite entre les points. Nous obtenons alors une cartographie du champ magnétique telle que le montre la FIGURE 2.11. Ce modèle est donc également un modèle de dimension finie puisque les mesures de  $\mathbf{B}(\mathbf{P}, t)$  ne sont faites que sur les nœuds d'un maillage de mesures.

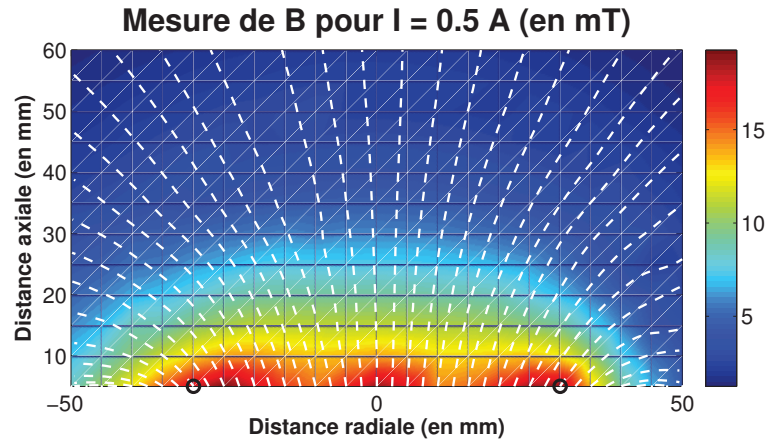


FIGURE 2.11 – Mesure du champ créé par la bobine. Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en  $(-30, 0)$  et  $(30, 0)$  donnent  $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.

Il est maintenant intéressant de considérer qu'un tel modèle, expérimental, présente aussi certaines limites non négligeables. En premier lieu, la mise en place de ce type de modèle est très coûteuse en temps pour effectuer les mesures. D'autre part, la précision du modèle dépendra du matériel, du protocole de mesure, de l'opérateur, et surtout de la densité du maillage utilisé (nombre de points de mesure). L'utilisation de tel ou tel modèle est alors dépendante de l'application visée.

### 2.3.3/ UTILISATION DES MODÈLES DISCRETS, BASÉS SUR UN MAILLAGE DE L'ESPACE

Du fait même de leur construction, la précision des modèles basés sur un maillage de l'espace (mesures et éléments finis) est directement dépendante

de la grille d'échantillonnage utilisée, c'est-à-dire du nombre de nœuds du maillage. Plus le nombre de points sera élevé, meilleure sera la précision. En revanche, la construction de ces modèles prendra beaucoup plus de temps. De plus, le calcul du gradient du champ s'effectue nécessairement de manière numérique, ce qui implique un lissage pour obtenir des courbes de gradients propres. Ainsi ces modèles sont généralement utilisés dans les phases de conception et de validation de système, mais peu pour l'utilisation "temps réel".

En effet, ces modèles ne sont pas très adaptés au contrôle dynamique d'un système. Ils représentent un état magnétostatique de la bobine. Ils traduisent l'état du système pour un jeu de paramètres donné (nombre de spires, courant, matières, géométrie, etc.). Dans l'absolu, si l'un des paramètres varie, il faut alors reconstruire le modèle pour chaque variation. Typiquement pour les bobines, nous souhaitons contrôler le champ magnétique par modification du courant. Il faudrait alors sélectionner une plage de courant dans laquelle un échantillon de  $\mathcal{N}$  modèles serait construit et mémorisé, le temps de calcul d'un modèle étant trop long pour être fait au cours de la commande et la mesure n'étant pas envisageable. De ce fait, la sauvegarde de ces modèles représente une quantité de données importante peu adaptée à l'implémentation sur un système de contrôle.

Pour les bobines que nous étudions le problème se simplifie d'une part par la linéarité du champ face au courant, et d'autre part par la symétrie de révolution de la bobine. Bien que ceci réduise considérablement la quantité de données, les temps de calcul restent incompatibles avec la fréquence de commande. En effet, sur un modèle éléments finis axisymétrique de notre bobine, réalisé avec Comsol sur un PC dédié à la simulation (processeur Core i7, 16 Go de RAM), nous mesurons un temps de calcul d'environ 1 seconde.

Pour autant, ces modèles sont loin d'être inutiles. Pour notre part, nous avons utilisé des modèles éléments finis dans le but de dimensionner des bobines. Une étude comparative (FIGURE 2.12) a été menée sur des bobines de différents rayons internes  $a_{min}$ , afin de construire un prototype de manipulation magnétique. Nous évaluons le champ produit par chacune des bobines à une distance axiale de 4 cm de la bobine (distance de travail intéressante pour le prototype que nous étudions). La bobine de rayon interne de 3 cm a été retenue car son rayon favorise une zone de champ uniforme plus grande autour de l'axe de la bobine et elle permet de maximiser le champ produit tout en gardant des dimensions compatibles en vue de l'intégration au prototype (la différence par rapport à la bobine de rayon interne 4 cm étant très faible, en particulier pour une distance radiale inférieure à 4 cm). D'autre part, cette bobine permet d'obtenir un champ magnétique suffisant

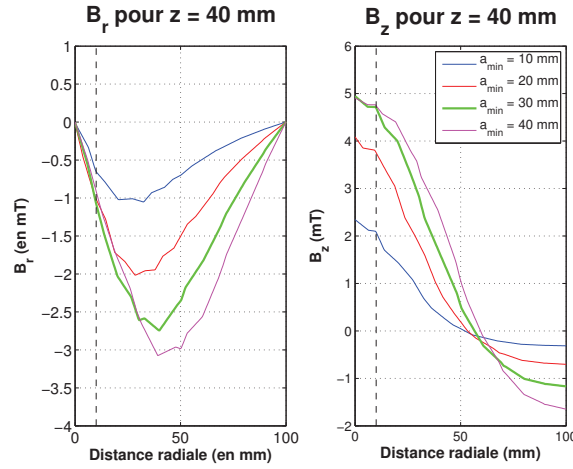


FIGURE 2.12 – Comparaison des modèles Comsol pour différentes valeurs de  $a_{min}$ , rayon du noyau interne.

pour créer un effort de 0,3 N nécessaire à tirer une capsule dans un intestin [WMC06].

En ce qui concerne le modèle expérimental, il a servi de référence pour évaluer les modèles présentés précédemment, puis pour construire le modèle hybride présenté ci-après.

Nous constatons que pour la commande d'un système de manipulation magnétique, l'idéal reste un modèle analytique paramétrique qui favorise la rapidité de calcul, dont les paramètres peuvent être identifiés expérimentalement par un nombre réduit de mesures. Cela exclut donc les modèles purement basés sur les mesures et les modèles éléments finis et pose la question d'un modèle plus précis que les formules analytiques (2.8) et (2.13) étudiées précédemment.

## 2.4/ MODÈLE HYBRIDE POUR LA COMMANDE

Les modèles précédents n'étant pas compatibles avec la précision que nous souhaitons ou la fréquence de commande du système, nous construisons un modèle hybride, analytique recalé sur les mesures, permettant de satisfaire ces besoins.

## 2.4.1/ PRISE EN COMPTE DU NOYAU

Pour construire ce modèle hybride, nous étudions en premier lieu comment prendre en compte analytiquement le noyau ferromagnétique de la bobine.

Dans le vide, le noyau des bobines ne produit pas de champ magnétique de lui-même. Toutefois, le matériau (fer doux) a un comportement ferromagnétique en réaction à un champ extérieur. Il se magnétise en fonction du champ produit par le bobinage (cf Section 1.2.1.3 sur les matériaux ferromagnétiques). La plage de courant que nous considérons nous permet de négliger l'hystérésis puisque le noyau n'atteint pas la saturation sur cette plage (FIGURE 2.13). Le noyau ne produit donc pas de champ rémanent et sa magnétisation est directement proportionnelle au courant parcourant le bobinage :

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad \text{avec} \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}(I) \quad (2.15)$$

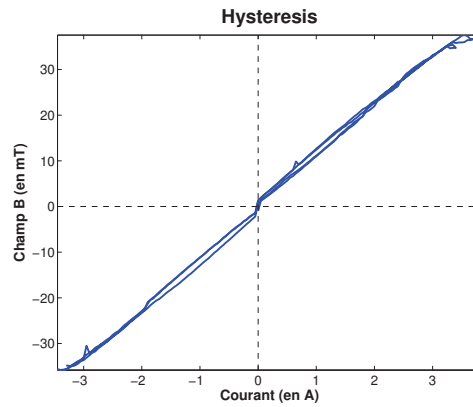


FIGURE 2.13 – Évolution du champ pour un cycle de courant.

Dans ce travail, nous faisons l'hypothèse que le noyau se comporte comme une source dipolaire de champ magnétique proportionnelle au courant des bobines. La validité de cette hypothèse sera vérifiée par la suite. Ainsi, nous pouvons considérer le noyau comme un dipôle magnétique induit, situé au centre de la bobine, dont la magnétisation dépend du courant de la bobine. Nous pouvons alors calculer le champ total produit par l'électroaimant par la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.16)$$

où  $\mathbf{M}$  représente le champ créé par le noyau, dont le comportement est transcrit par l'équation (2.2), auquel s'ajoute le champ d'excitation magnétique  $\mathbf{H}$  produit par le bobinage, que nous calculons grâce au modèle (2.13). Cette hypothèse de modélisation est représentée graphiquement sur la FIGURE 2.14.

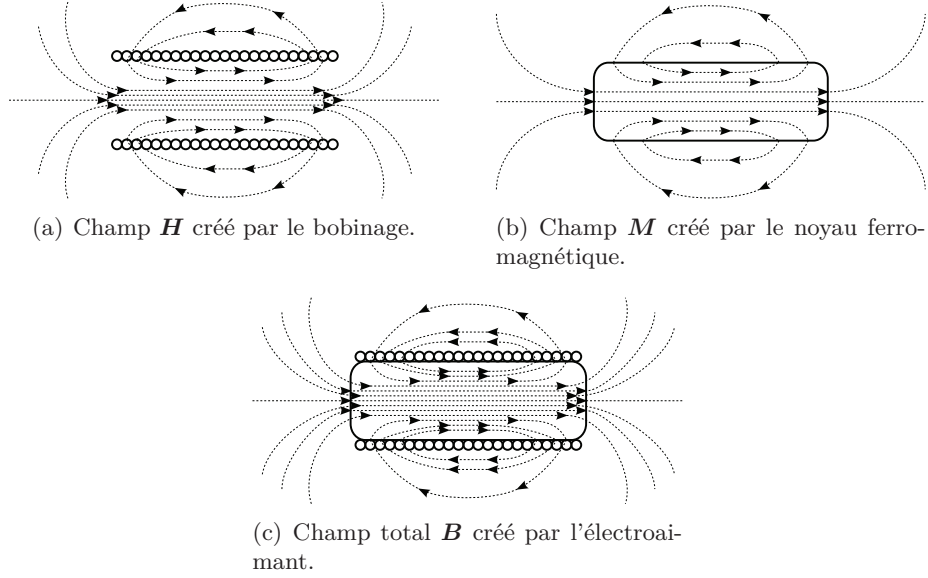


FIGURE 2.14 – Composition des champs créés par l'électroaimant.

Nous introduisons deux coefficients  $C_1$  et  $C_2$ , que nous recalons expérimentalement, pour prendre en compte les paramètres dont le champ produit par le noyau dépend, tels que la matière du noyau utilisé, sa géométrie, sa température, etc. Ces coefficients modèrent la contribution relative du noyau et du bobinage sur le champ total produit. Nous prouvons alors écrire le modèle complet de l'électroaimant de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 {}^s\mathbf{B} = C_1 \cdot \sum_{a=a_{min}}^{a_{max}} \sum_{l=-L/2}^{L/2} \begin{pmatrix} \frac{1}{r_l \sin \theta_l} \frac{\partial(\sin \theta_l A_{\varphi,a,l})}{\partial \theta} \\ -\frac{1}{r_l} \frac{\partial(r_l A_{\varphi,a,l})}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} \\
 + C_2 \cdot \frac{\mu_0}{4} \frac{I_i \cdot a_{min}^2}{r^3} \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Nous obtenons ainsi une formule analytique permettant de calculer le champ magnétique produit par l'électroaimant utilisé dans ces travaux. De même que précédemment, cette formule donne le champ en coordonnées sphériques et nous utilisons la matrice  $[Msc]$  pour l'obtenir en coordonnées cartésiennes :  ${}^i\mathbf{B} = [Msc] \cdot {}^s\mathbf{B}$ .

Notons ici que le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est directement proportionnel au courant de la bobine (2.9). Par conséquent, ses dérivées le sont aussi. Nous

remarquons par ailleurs que la formule du dipôle (2.2) fait également apparaître le courant comme terme de proportionnalité. Nous pouvons alors factoriser (2.17) par le courant  $I_i$ . Nous mettons ainsi en évidence que le champ  ${}^i\mathbf{B}$  est linéaire par rapport à  $I_i$ , ce qui se révélera particulièrement utile pour la commande.

$${}^i\mathbf{B} = I_i \cdot {}^i\mathbf{b} \quad (2.18)$$

Bien sûr, la formule (2.17) est une approximation puisque nous ne modélisons pas le comportement réel du noyau ferromagnétique. Pour autant, sa nature analytique ouvre la possibilité d'une analyse formelle d'un système comportant des électroaimants (analyse des singularités par exemple), ce qui n'est pas possible lorsque des modèles numériques ou cartographiés sont utilisés. D'autre part, pour obtenir une précision satisfaisante, ce modèle sera recalé par rapport à des mesures expérimentales, comme nous le montrons ci-après.

#### 2.4.2/ IDENTIFICATION DU MODÈLE HYBRIDE

Pour chaque bobine, les coefficients  $C_1$  et  $C_2$  sont identifiés à partir des mesures de champ effectuées précédemment pour correspondre autant que possible au champ réel.

Pour écarter les mesures aberrantes qui se présentent ponctuellement, nous calculons les coefficients par régression linéaire robuste. Cette régression utilise une fonction de poids de type bicarré sur les résidus de la régression. Nous constatons tout d'abord que la norme du champ calculé est proche de celle du champ mesuré (excepté pour la partie centrale à  $r = 0$ ), ainsi que la grande similarité des lignes de champ (FIGURE 2.15). De plus, les courbes en FIGURES 2.16 et 2.17 montrent que le modèle est très proche des mesures, les courbes du champ calculé se retrouvant dans l'intervalle de confiance des mesures ( $\pm 0.1$  mT).

Cette précision dépend bien évidemment du nombre et de la qualité des mesures effectuées. Dans un premier temps, nous avons effectué l'identification de  $C_1$  et  $C_2$  sur l'ensemble des mesures, c'est-à-dire sur une grille de 252 points de mesure (soit 504 mesures,  $B_r$  et  $B_z$  étant mesurés sur chaque point). Pour autant, nous montrons que le nombre de mesures peut se réduire en profitant de la symétrie du champ par rapport à l'axe de la bobine et en limitant le nombre de mesures parallèlement à cet axe, tout en gardant une certaine homogénéité dans la répartition des mesures. En suivant ces principes, nous avons réduit le nombre de mesures à 24 points (soit 48 mesures). Ainsi, nous calculons  $C_1 = 1.3438$  et  $C_2 = 0.1785$ , ce qui représente une différence de seulement 15% par rapport à l'estimation réalisée précédemment, alors que le nombre de mesures a été réduit de 90%. La

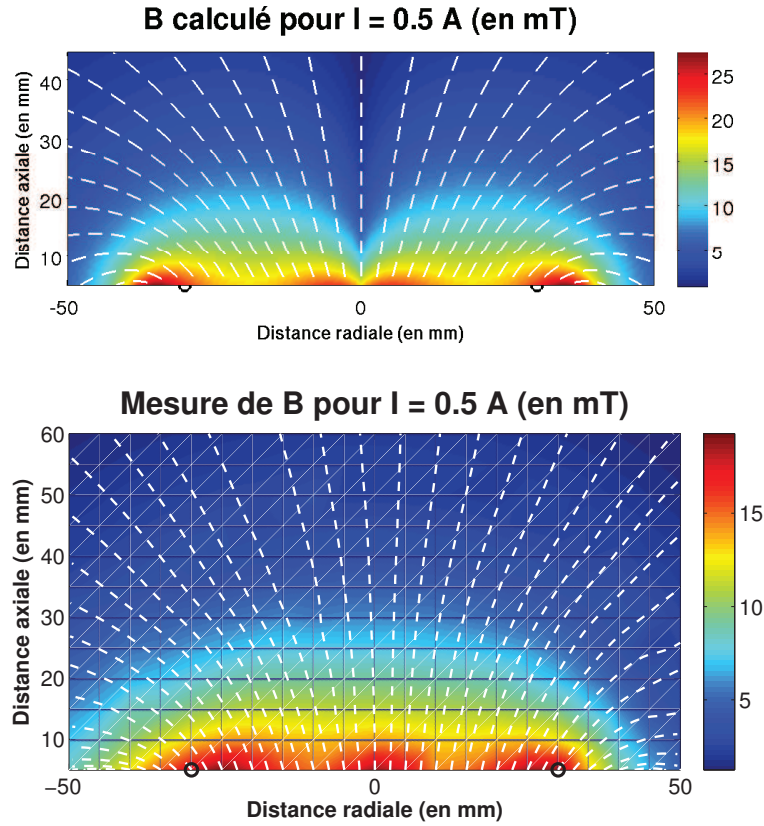


FIGURE 2.15 – Champ magnétique calculé par (2.17) avec  $C_1 = 1.5787$  et  $C_2 = 0.1780$  (en haut), et pour mémoire, mesure du champ créé par la bobine (en bas). Les lignes de champ sont représentées en blanc, et la norme est donnée par l'échelle de couleur (en mT). Les cercles noirs en  $(-30, 0)$  et  $(30, 0)$  donnent  $a_{min}$ , le rayon interne du bobinage.

FIGURE 2.18 nous montre la proximité des lignes de champ obtenues par les deux estimations, et justifie la réduction du nombre de mesures à effectuer pour obtenir de bons résultats avec le modèle (2.17).

Notons que la réduction du nombre de mesures peut paraître futile lorsque nous considérons seulement un électroaimant, pourtant ceci revêt une grande importance pour l'étalonnage d'un système. Par exemple, dans le cas d'un IRM, l'étalonnage du système dure 2 à 3 semaines. Dans le cas d'un système de manipulation magnétique faisant naviguer un objet dans le corps, on peut s'attendre à de fortes contraintes de sécurité, ce qui implique une connaissance précise du champ créé, donc un étalonnage minutieux. Il est alors important de travailler sur la précision des modèles et les méthodes



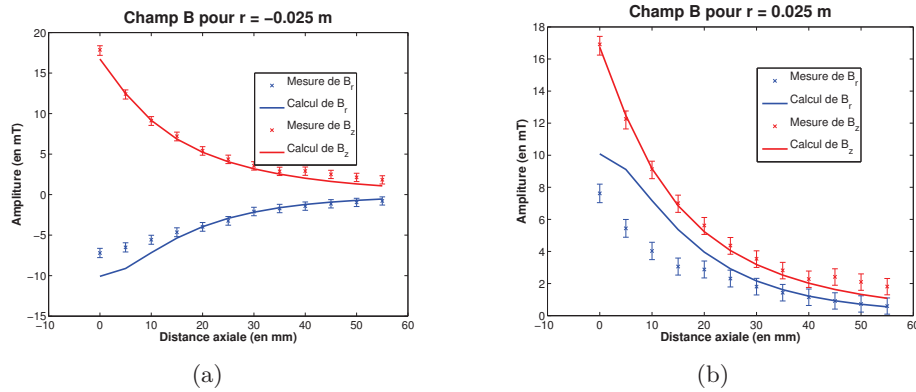


FIGURE 2.16 – Courbes  $B_z$  et  $B_r$  pour une distance radiale  $r$  donnée. Champ mesuré (représenté avec son intervalle de confiance), et champ calculé par utilisation du modèle hybride (2.17) recalé.

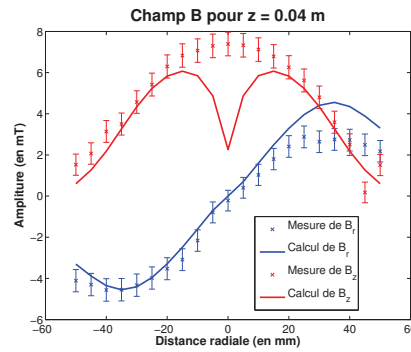


FIGURE 2.17 – Courbe  $B_z$  et  $B_r$  pour une distance axiale  $z$  donnée. Champ mesuré (représenté avec son intervalle de confiance), et champ calculé par utilisation du modèle hybride (2.17) recalé.

d'étalonnage.

Le modèle (2.17) reste une approximation puisque nous avons fait l'hypothèse que le noyau de la bobine se comporte tel un dipôle magnétique. La FIGURE 2.17 montre effectivement la limite de ce modèle, où nous constatons que la composante axiale  $B_z$  du champ est sous-estimée sur l'axe de la bobine. Cependant, cette erreur de modèle se limite à une zone d'environ  $10^\circ$  autour de l'axe de la bobine, et les résultats obtenus hors de cette zone sont extrêmement précis. Cette zone étant clairement identifiée, il est alors simple d'inclure dans la commande d'un système une fonction permettant d'éviter autant que possible ladite zone. Il est aussi envisageable d'inclure un terme de compensation de l'erreur sur le calcul de  $B_z$ .

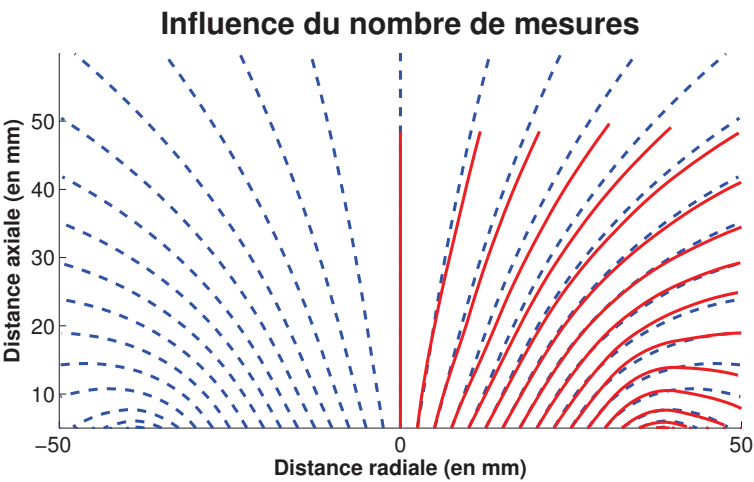


FIGURE 2.18 – Comparaison des lignes de champ obtenues avec (2.17) pour une estimation des coefficients faite avec 252 points de mesures (bleu pointillé), et 24 points de mesures (rouge).

Comme le montre le TABLEAU 2.2, l’implémentation de ce modèle représente un compromis entre la précision de connaissance du champ et la rapidité de calcul de celui-ci. Du fait de sa forme analytique, il nécessite très peu d’espace mémoire sur le système et permet d’effectuer les calculs en temps-réel. De plus, nous avons montré que le temps de préparation du modèle est réduit puisqu’il suffit d’estimer les deux coefficients  $C_1$  et  $C_2$ , pour lesquels un nombre limité de mesures suffisent à obtenir une bonne précision.

	Mesures	Éléments finis	Approximation du dipôle	Modèle hybride
Mémoire utilisée	↑↑	↑	↓↓	↓↓
Temps de calcul	↓↓	↑↑	↓↓	↓
Durée de préparation	↑↑	↑	↓↓	↓
Précision	↑↑	↑↑	↓↓	↑

TABLEAU 2.2 – Méthodes de modélisation

## 2.5/ CONCLUSION

Pour conclure, nous avons montré dans ce chapitre que pour modéliser l’électroaimant de notre dispositif de manipulation magnétique, différentes méthodes sont envisageables mais qu’elles n’ont pas toutes le même but.

La caractérisation de la bobine par les mesures est une référence indispen-

sable. Pour autant, la précision d'un modèle uniquement basé sur les mesures est liée au nombre de mesures réalisées, et à la précision de ces mesures. De plus, nous avons vu que ce type de modèle tout comme le modèle éléments finis, ne sont pas très adaptés pour la commande du fait de l'espace mémoire nécessaire et de l'inversion du modèle lourde en calculs.

Un modèle hybride, analytique recalé sur les mesures, a donc été mis en place pour calculer le champ et pour prendre en compte les effets du noyau ferromagnétique. Ce modèle se base sur une interprétation physique en tenant compte de l'influence des différentes parties de l'électroaimant sur le champ magnétique créé par celui-ci. Ceci présente de nombreux avantages. En premier lieu, la modélisation est simplifiée puisqu'elle ne consiste qu'en l'identification de deux coefficients. Ceux-ci sont identifiés par rapport à des mesures ce qui apporte cohérence et précision au modèle. Ensuite, la nature analytique de ce modèle favorise son implémentation sur un système, la rapidité de calcul, et son inversion. Tout ceci profite grandement à l'implémentation d'une commande performante.

La limite de ce modèle a été identifiée comme une zone autour de l'axe la bobine dans laquelle la composante axiale du champ est sous-estimée. Différentes stratégies de commande peuvent alors être mise en place pour éviter cette zone, ou estimer l'erreur obtenue et la compenser. D'un autre point de vue, le modèle peut aussi être amélioré en travaillant sur la prise en compte du noyau ferromagnétique. Une piste à suivre pour cela, est de considérer que le noyau est formé d'un ensemble de dipôles élémentaires répartis dans le volume du noyau (2.19). La magnétisation totale du noyau étant la somme des magnétisations élémentaires, le nombre de dipôles à considérer dépendra du courant parcourant le bobinage. L'enjeu sera également de déterminer la répartition volumique de ces dipôles dans le noyau afin d'obtenir la précision adéquate.

$${}^s\mathbf{B} = C_1 \cdot \sum_{a=a_{min}}^{a_{max}} \sum_{l=-L/2}^{L/2} \begin{pmatrix} \frac{1}{r_l \sin \theta_l} \frac{\partial(\sin \theta_l A_{\varphi,a,l})}{\partial \theta} \\ -\frac{1}{r_l} \frac{\partial(r_l A_{\varphi,a,l})}{\partial r} \\ 0 \end{pmatrix} + \sum_{k=2}^n C_k \cdot \frac{\mu_0}{4} \frac{I_i \cdot a_k^2}{r_k^3} \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos \theta_k \\ \sin \theta_k \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

L'utilité de ce modèle se révélera pour des systèmes dont les dimensions de l'espace de travail, la dimension de l'objet manipulé, et la taille des bobines sont du même ordre de grandeur. Par exemple, pour la manipulation de micro-objets, l'espace de travail se réduit généralement à quelques centaines

de micromètres, alors que le diamètre des bobines utilisées est de l'ordre du centimètre [IHA<sup>+</sup>11]. Pour des contraintes d'encombrement, les bobines sont alors loin de l'objet manipulé au regard de sa taille. Dans ce cas, l'approximation du dipôle est tout-à-fait pertinente.

En ce qui concerne la manipulation de capsules endoscopiques, la dimension de celles-ci est de l'ordre du centimètre. L'espace de travail dépendant de la taille du patient ; nous pouvons considérer que la distance entre la capsule et les électroaimants est comprise entre 2 cm et 30 cm, pour un électroaimant étant pratiquement en contact avec sa peau. Ceci représente une distance maximale trois fois supérieure à celle que nous avons sur le prototype (voir TABLEAU 2.3), sur laquelle des efforts du même ordre de grandeur (0,3 N) sont souhaités. Le problème du passage à l'échelle sera alors d'augmenter la portée du champ magnétique tout en conservant un rayon de bobine acceptable (par exemple inférieur à 7 cm), en conservant également des courants relativement faibles. Il faudra alors en premier lieu jouer sur le nombre de spires, en prenant garde à l'échauffement généré par le courant qui les traverse (un système de refroidissement sera sûrement nécessaire). En second lieu, il faudra optimiser la taille et la forme du noyau ferromagnétique, ainsi que sa matière, de manière à maximiser le champ produit.

	Prototype	Clinique
Courant maximal dans les bobines $I_{max}$	3 A	$\leq 5$ A
Rayon du noyau $a_{min}$	30 mm	
Rayon externe $a_{max}$	45 mm	$\leq 70$ mm
Distance bobine / capsule	15 – 100 mm	20 – 300 mm
Nombre de spires	1970	

TABLEAU 2.3 – Caractéristiques des électroaimants utilisés sur notre prototype, et perspectives dans un cas clinique.

Dans ce contexte, le modèle hybride que nous avons développés est tout à fait pertinent puisque le rapport entre la dimension de l'espace de travail et taille des bobines est du même ordre de grandeur.

D'autre part, puisque des électroaimants de taille limitée permettent de produire des efforts suffisants pour déplacer la capsule dans les intestins, il devient alors nécessaire d'étudier un système reconfigurable dont les bobines disposent de certains degrés de liberté contrôlés assurant la manipulabilité de la capsule.

La nature analytique de (2.17) présente alors un grand intérêt en vue du choix des bobines, de l'optimisation de leur positionnement, etc. Cette démarche peut être adoptée lors de l'étude et la conception du système, mais aussi prise en compte lors de la commande pour positionner les bobines de

manière à optimiser la manipulation de l'objet magnétique considéré.

Connaissant ainsi les caractéristiques du champ créé par une source, nous pouvons alors étudier un système comprenant plusieurs électroaimants. Nous allons modéliser un système dans le but d'étudier la dynamique d'une capsule magnétique soumise au champ de chacun des électroaimants. Les efforts magnétiques appliqués à la capsule seront analysés pour déterminer comment positionner les sources et quels courants leur donner afin de déplacer la capsule magnétique.



# MODÉLISATION ET COMMANDE D'UN SYSTÈME MAGNÉTIQUE

*Dans ce chapitre, nous étudions un système comportant  $n$  électroaimants mobiles utilisés pour déplacer un objet magnétique dans l'espace. D'abord, nous montrons la manière de modéliser un tel système en tenant compte des mobilités de chacun des électroaimants. Nous analysons ensuite la structure du modèle établi pour en déduire une approche générale de l'analyse des singularités du système, ainsi que la redondance du système. Enfin, nous développons la théorie générale permettant de commander le système, c'est-à-dire la manière de contrôler la position et la courant de chacun des électroaimants afin de déplacer l'objet magnétique manipulé vers la position souhaitée. Nous détaillons la méthode pour aboutir à une commande générale par linéarisation et découplage.*

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>62</b>
<b>3.2</b>	<b>Notations de la robotique</b>	<b>62</b>
3.2.1	Transformations homogènes	62
3.2.2	Cas particulier des rotations	63
<b>3.3</b>	<b>Modélisation du système</b>	<b>64</b>
<b>3.4</b>	<b>Singularité et redondance</b>	<b>67</b>
3.4.1	Singularités	67
3.4.2	Redondance	70
<b>3.5</b>	<b>Commande</b>	<b>71</b>
3.5.1	Commande avec une contrainte géométrique	72
3.5.2	Commande avec une contrainte sur les courants	73
3.5.3	Commande par linéarisation	74
3.5.4	Commande par linéarisation et découplage	86
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>87</b>

### 3.1/ INTRODUCTION

Replaçons nous un instant dans un contexte biomédical. Tous les patients sont différents. Ce fait indéniable doit aujourd’hui être pris en compte par les roboticiens pour concevoir de nouveaux outils robotiques biomédicaux. Il est indispensable qu’un système puisse s’adapter au patient afin de garantir la sécurité et l’efficacité des procédures.

En ce qui concerne la manipulation sans contact d’une capsule magnétique, la possibilité de reconfigurer la position des sources de champ magnétique, en tenant compte de la morphologie du patient, apparaît alors comme essentielle. Nous allons donc développer, dans ce chapitre, la théorie générale permettant de modéliser et commander un système de manipulation d’un objet magnétique, celui-ci étant composé de  $n$  électroaimants, dont on contrôle la position et le courant, et d’un objet magnétique.

### 3.2/ NOTATIONS DE LA ROBOTIQUE

Avant de détailler de quelle manière nous modélisons un système de manipulation magnétique, faisons le point sur les notations que nous allons utiliser dans ce chapitre et le suivant.

#### 3.2.1/ TRANSFORMATIONS HOMOGÈNES

En robotique, la notion de repère est particulièrement importante. Elle permet notamment de situer les différentes parties du système robotique les unes par rapport aux autres. Les *transformations homogènes* permettent de décrire précisément les différents systèmes de coordonnées utilisés [KD99].

Dans l’espace 3D, un vecteur de dimension 3 peut aussi bien représenter les coordonnées d’un point, qu’une direction (vecteur libre). Ces deux objets n’ayant pas le même comportement face à un changement de repère, la notation homogène permet de les différencier.

Ainsi, la notation homogène représentant un point  $\mathbf{P}$  de coordonnées cartésiennes  $P_x$ ,  $P_y$  et  $P_z$  est la suivante :

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La représentation d’une direction se fait aussi par quatre composantes, mais



la dernière est nulle. La notation homogène d'un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  de coordonnées cartésiennes  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  est alors :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Ces notations nous permettent d'exprimer les transformations d'un repère  $\mathcal{F}_j$  à un repère  $\mathcal{F}_i$  par une matrice  ${}^i[T]_j$  regroupant la direction de chacun des axes  ${}^i\mathbf{s}$ ,  ${}^i\mathbf{n}$ ,  ${}^i\mathbf{a}$  du repère  $\mathcal{F}_j$  et la position  ${}^i\mathbf{P}$  de son origine.

$${}^i[T]_j = \begin{bmatrix} {}^i\tilde{\mathbf{s}} & {}^i\tilde{\mathbf{n}} & {}^i\tilde{\mathbf{a}} & {}^i\tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{s} & {}^i\mathbf{n} & {}^i\mathbf{a} & {}^i\mathbf{P} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Cette matrice peut être partitionnée de la façon suivante :

$${}^i[T]_j = \begin{bmatrix} {}^i[R]_j & {}^i\mathbf{t}_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

où  ${}^i[R]_j$  est une matrice de rotation ( $3 \times 3$ ) exprimant l'orientation de  $\mathcal{F}_j$ , et  ${}^i\mathbf{t}_j$  est le vecteur exprimant la position de l'origine de  $\mathcal{F}_j$ .

De manière vectorielle, l'expression des coordonnées d'un point dans un nouveau repère s'exprime tel que :

$${}^i\mathbf{P} = {}^i[R]_j \cdot {}^j\mathbf{P} + {}^i\mathbf{t}_j \quad (3.5)$$

En notation homogène, cette expression se traduit par :

$${}^i\tilde{\mathbf{P}} = {}^i[T]_j \cdot {}^j\tilde{\mathbf{P}} \quad (3.6)$$

De même, les coordonnées d'un vecteur dans un nouveau repère s'expriment :

$${}^i\tilde{\mathbf{u}} = {}^i[T]_j \cdot {}^j\tilde{\mathbf{u}} \quad (3.7)$$

Les matrices  ${}^i[T]_j$  permettent de calculer simplement les coordonnées dans les différents repères, et surtout, elles traduisent la pose (position et orientation) de chaque élément du système.

### 3.2.2/ CAS PARTICULIER DES ROTATIONS

Les rotations en dimension 3 présentent la particularité de posséder un axe de rotation. Toutes les rotation de l'espace peuvent donc être caractérisées

par un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  et un angle  $\theta$ , pour lesquels la matrice de rotation  $[R]$  est définie par la formule de Rodrigues :

$$[R] = (1 - \cos \theta) \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^T + \cos \theta \mathcal{I}_3 + \sin \theta [\mathbf{u}]_{\wedge} \quad (3.8)$$

avec  $[\mathbf{u}]_{\wedge}$ , la matrice antisymétrique regroupant les composantes de  $\mathbf{u}$  :

$$[\mathbf{u}]_{\wedge} = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Nous pouvons alors décrire une rotation par un vecteur  $\mathbf{u}\theta$ , de direction  $\mathbf{u}$  et de norme  $\theta$ . Ceci nous permet de définir le torseur des petits déplacements  $\gamma$  sous la forme d'un vecteur de dimension 6, tel que :

$$\gamma = \begin{pmatrix} d\mathbf{t} \\ \mathbf{u}d\theta \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

où  $d\mathbf{t}$  et  $\mathbf{u}d\theta$  sont deux vecteurs représentant respectivement une petite translation et une petite rotation.

Notons que dans le cas d'une commande numérique, nous pourrions assimiler  $\gamma$  à un torseur de vitesse. Ce vecteur pourra alors servir d'entrée de commande pour un système de positionnement d'une bobine.

### 3.3/ MODÉLISATION DU SYSTÈME

Pour établir un modèle général du système, nous étudions la dynamique de la capsule à contrôler. Nous cherchons dans un premier temps à établir un modèle électromagnétique direct (MED) du système tel que :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix} = MED(\mathbf{I}, {}^0[T]_{i..n}) \quad (3.11)$$

c'est-à-dire, connaissant la localisation de chacune des bobines  ${}^0[T]_{i..n}$  ainsi que le courant appliqué dans chacune d'entre elles  $\mathbf{I}$ , nous déterminons les efforts magnétiques (la force  $\mathbf{F}$  et le couple  $\mathbf{C}$ ) appliqués sur la capsule.

Intéressons-nous tout d'abord aux efforts produits par un électroaimant  $i$  dans le vide, sur une capsule placée en un point  $\mathbf{P}$  contenant un aimant de volume  $V$  et de magnétisation  $\mathbf{M}$ . L'électroaimant produit en ce point un champ magnétique  $\mathbf{B}_i$  qui dépend du courant  $I_i$  le parcourant et de la position  ${}^i\mathbf{P}$  de la capsule par rapport à la bobine (voir Chapitre 2).

Pour connaître le champ produit dans le repère global du système  $\mathcal{F}_0$ , nous devons alors prendre en compte la position relative de la capsule par rapport à chaque bobine. Pour cela, nous nous ramenons dans le repère global en utilisant la matrice homogène  ${}^0[T]_i$  traduisant la pose (position et orientation) de la bobine. Nous utilisons alors les coordonnées homogènes qui nous permettent d'écrire la relation suivante :

$${}^0\tilde{\mathbf{B}}_i = {}^0[T]_i \cdot I_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i({}^i[T]_0 {}^0\tilde{\mathbf{P}}) \quad (3.12)$$

où  $\mathbf{b}_i(\mathbf{P})$  est le champ magnétique par unité de courant produit par l'électroaimant ; le produit  $I_i \cdot {}^i\mathbf{b}_i({}^i\mathbf{P})$  peut donc être calculé par le modèle hybride (2.17) développé précédemment ; avec les vecteurs homogènes définis tels que :

$$\tilde{\mathbf{B}}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_i^T & 0 \end{pmatrix}^T \quad (3.13)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_i^T & 0 \end{pmatrix}^T \quad (3.14)$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}^T & 1 \end{pmatrix}^T \quad (3.15)$$

Les efforts appliqués par ce champ  $\mathbf{B}_i$  sur la capsule sont donnés par les formules suivantes [Jac99] :

$$\mathbf{F}_i = V \cdot \nabla (\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_i(\mathbf{P}, I_i)) \quad (3.16)$$

$$\mathbf{C}_i = V \cdot \mathbf{M} \wedge \mathbf{B}_i(\mathbf{P}, I_i) \quad (3.17)$$

$\nabla$  étant l'opérateur gradient,  $\wedge$  l'opérateur de produit vectoriel, et  $V$  le volume de l'aimant.

Dans le cadre biomédical, les champs magnétiques utilisés ne doivent pas perturber la sécurité du patient. Ces champs seront donc de faible intensité et de faible fréquence. Nous considérons qu'ils ne sont pas suffisants pour démagnétiser ou faire varier la magnétisation d'un aimant permanent. Par conséquent, nous considérons que la magnétisation de l'aimant est constante sur son volume (voir Section 1.2.1.4 sur les aimants), de sorte que :

$$\nabla (\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_i) = \nabla \mathbf{B}_i^T \cdot \mathbf{M}$$

Nous écrivons ici  $\nabla \mathbf{B}_i$  alors que le gradient est un opérateur s'appliquant sur un scalaire<sup>1</sup>. Par abus de langage, nous parlons du gradient d'un champ vectoriel, mais formellement, le gradient de  $\mathbf{B} = (B_x \ B_y \ B_z)^T$  n'est autre que la matrice Jacobienne de ce vecteur.

$$\nabla \mathbf{B} = J_B(\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z} \end{bmatrix}$$

---

1. Ceci est un abus de notation. En temps normal, parler du gradient d'un vecteur n'a pas de sens puisque l'opérateur gradient s'applique exclusivement sur un scalaire.

Ainsi, nous pouvons reconditionner les équations (3.16) et (3.17) sous forme matricielle en éliminant le produit vectoriel, de sorte que les efforts magnétiques s'expriment tels que :

$$\mathbf{F}_i = V \cdot [\nabla \mathbf{B}_i(\mathbf{P}, I_i)]^T \cdot \mathbf{M} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{C}_i = V \cdot [\mathbf{M}]_{\wedge} \cdot \mathbf{B}_i(\mathbf{P}, I_i) \quad (3.19)$$

Notons que  $[\mathbf{M}]_{\wedge}$  est la matrice antisymétrique formée à partir du vecteur de magnétisation de l'aimant  $\mathbf{M}$ , qui permet le calcul du produit vectoriel :

$$[\mathbf{M}]_{\wedge} = \begin{bmatrix} 0 & -M_z & M_y \\ M_z & 0 & -M_x \\ -M_y & M_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

L'effort magnétique résultant appliqué sur la capsule est calculé à partir du champ magnétique total généré par l'ensemble des bobines du système. En vertu du principe de superposition, celui-ci n'est autre que la somme des champs magnétiques créés par chacune des  $n$  bobines du système :

$$\tilde{\mathbf{B}} = \sum_{i=1}^n {}^0[T]_i \cdot I_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i \quad (3.21)$$

avec  ${}^i\tilde{\mathbf{b}}_i = {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i({}^i[T]_0 {}^0\tilde{\mathbf{P}})$  ce qui nous permet d'alléger les notations.

Notons que nous considérons ici que les bobines sont suffisamment éloignées les unes des autres pour que nous puissions négliger les couplages entre elles (ceci pourra être pris en compte dans la commande).

L'effort magnétique total (force et couple) s'appliquant sur la capsule est la somme des efforts appliqués par chacune des bobines. La linéarité de la dérivée et du produit vectoriel nous permettent de sortir la magnétisation de la somme, les efforts s'exprimant alors sous la forme :

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = V \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \nabla \mathbf{B}_i \right]^T \cdot \mathbf{M} \quad (3.22)$$

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^n \mathbf{C}_i = V \cdot [\mathbf{M}]_{\wedge} \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i \quad (3.23)$$

Comme expliqué dans [KAK<sup>+</sup>10], nous pouvons alors construire le vecteur des courants  $\mathbf{I} = (I_1 \ I_2 \ \cdots \ I_n)^T$ , et la matrice  $3 \times n$  des champs par unité de courant  $[\mathcal{B}]$  tels que :

$$\mathbf{B} = [\mathcal{B}] \cdot \mathbf{I} \text{ avec } [\mathcal{B}] = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 & \mathbf{b}_2 & \cdots & \mathbf{b}_n \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Cette dernière matrice  $[\mathcal{B}]$  se dérive par rapport aux coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ , donnant respectivement les matrices  $[\mathcal{B}_{dx}]$ ,  $[\mathcal{B}_{dy}]$ , et  $[\mathcal{B}_{dz}]$  :

$$[\mathcal{B}_{dx}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{b}_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_n}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$[\mathcal{B}_{dy}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{b}_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_n}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$[\mathcal{B}_{dz}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial z} & \frac{\partial \mathbf{b}_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial \mathbf{b}_n}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

de dimension  $3 \times n$ , qui comme  $\mathbf{B}$  (voir 3.21 et Chapitre 2) dépendent de  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{M}$  et de la configuration des sources  $\{{}^0[T]_i, \forall i\}$ .

Les équations (3.18) et (3.19) peuvent alors s'exprimer en un système matriciel tel que :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix} = V \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}^T \cdot [\mathcal{B}_{dx}] \\ \mathbf{M}^T \cdot [\mathcal{B}_{dy}] \\ \mathbf{M}^T \cdot [\mathcal{B}_{dz}] \\ [\mathbf{M}]_{\wedge} \cdot [\mathcal{B}] \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n}, \mathbf{P}, \mathbf{M})] \cdot \mathbf{I} \quad (3.28)$$

Cette matrice  $6 \times n$  forme le modèle électromagnétique direct du système. Il fait apparaître clairement que les efforts magnétiques sont linéairement dépendants des courants appliqués dans chacune des bobines. Chacun de ces courants pourra servir d'entrée de commande du système. Ce modèle met également en évidence la dépendance non linéaire de la matrice  $[\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n}, \mathbf{P}, \mathbf{M})]$  à la position et l'orientation de la capsule (traduites par  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{M}$ ), mais aussi à la pose de chacune des bobines, le champ magnétique total étant dépendant de la configuration des bobines. Pour alléger les notations, nous notons :  $[\mathcal{A}] = [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n}, \mathbf{P}, \mathbf{M})]$ .

Remarquons que le modèle (3.28) est valable dans tout l'espace 3D, pour tout système à  $n$  électroaimants dont la position pourra être mise à jour pendant la commande, ou hors ligne en préparation d'une trajectoire, ou encore numériquement lors de la conception du système. Ce modèle fait également apparaître l'ensemble des entrées de commande du système : le courant dans chaque bobine  $\mathbf{I}$ , et la position de chacune des bobines  ${}^0[T]_{i..n}$ .

## 3.4/ SINGULARITÉ ET REDONDANCE

### 3.4.1/ SINGULARITÉS

Analysons la structure du modèle que nous venons de définir. Nous remarquons en premier lieu que celui-ci peut être divisé en deux parties, l'une

régissant la force magnétique, l'autre le couple magnétique. Pour cela, nous introduisons deux matrices  $3 \times 3$ ,  $[\mathcal{A}_{\mathcal{F}}]$  et  $[\mathcal{A}_{\mathcal{C}}]$ , de sorte que :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathcal{A}_{\mathcal{F}}] \\ [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}] \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I} \quad \text{avec} \quad [\mathcal{A}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{A}_{\mathcal{F}}] \\ [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

D'autre part, la matrice  $[\mathcal{A}]$  est construite de telle manière que chacune de ses colonnes correspond à un effort par unité de courant créé par une bobine donnée du système.

$$[\mathcal{A}] = \begin{bmatrix} f_{x1} & f_{x2} & \cdots & f_{xn} \\ f_{y1} & f_{y2} & \cdots & f_{yn} \\ f_{z1} & f_{z2} & \cdots & f_{zn} \\ c_{x1} & c_{x2} & \cdots & c_{xn} \\ c_{y1} & c_{y2} & \cdots & c_{yn} \\ c_{z1} & c_{z2} & \cdots & c_{zn} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Chaque colonne représente la direction de l'effort appliqué par chaque bobine sur la capsule. Leurs normes et orientations conditionne la réalisation de l'effort total appliqué sur la capsule. Ceci met en évidence la propension d'un tel système à rencontrer des configurations, dites singulières, pour lesquelles son comportement est atypique (et pénalisant pour la commande de la capsule).

Les singularités d'un robot peuvent être de plusieurs types (cinématiques, de tâche, d'actionnement, etc.). Elles sont définies à partir de la matrice représentant modèle cinématique (ou dynamique) du robot, lorsque cette matrice perd une unité de rang.

Dans chacun de ces cas, le comportement du robot est anormal et son contrôle en est perturbé. Le système est physiquement incapable de produire certaines vitesses (ou efforts) au niveau de son organe terminal. Au voisinage des singularités, la précision du robot peut diminuer drastiquement, ou les vitesses des actionneurs peuvent augmenter subitement. Il est donc important de prendre en compte ces singularités au moment de la conception du système pour les éviter. Il est aussi nécessaire d'adapter la commande en élaborant, par exemple, des trajectoires de contournement [SDM03], ou de traversée [BA08, PBBM13].

Il en va de même pour un système de manipulation magnétique. Formellement, la perte d'une unité de rang de la matrice  $[\mathcal{A}]$  signifie que l'espace image de l'application linéaire qu'elle représente perd une dimension. D'après (3.28), cela implique que l'espace des efforts applicable par le système perd une dimension. Donc, dans une configuration singulière, il existe

certaines directions pour lesquelles le système ne peut pas appliquer d'effort (force et/ou couple).

Admettons que la configuration du système induise un alignement des colonnes de  $[\mathcal{A}]$ , alors, indépendamment des courants appliqués dans les bobines, l'ensemble des efforts créés par les bobines auront tous la même direction, ce qui n'est pas compatible avec certaines trajectoires de la capsule. Celle-ci n'étant pas mécaniquement liée au système, son comportement sera alors imprévisible au passage des singularités.

Il est donc indispensable d'étudier les singularités des systèmes de manipulation magnétique. En pratique, nous vérifierons dans la suite (Chapitre 4) que la seule étude du rang de la matrice  $[\mathcal{A}]$  est insuffisante. En effet, *théoriquement* le rang d'une matrice est la dimension de l'espace image de l'application linéaire représentée par la matrice, mais *en pratique* il est défini comme un critère numérique dépendant des rapports entre deux valeurs singulières successives de la matrice [KL80]. Si un de ces rapports est inférieur à un seuil défini au préalable, alors le rang de la matrice perd une unité. Le réglage de ce seuil permet de définir la proximité d'une singularité, il est alors important de le régler finement, ce qui peut s'avérer très difficile. Une étude complémentaire de  $[\mathcal{A}]$  est alors nécessaire.

D'après (3.28), l'effort magnétique total (force et couple) généré par le système est une combinaison linéaire des colonnes de  $[\mathcal{A}]$ . Pour effectuer un bon contrôle de la capsule, il est donc nécessaire qu'un sous-ensemble de ces colonnes forme une base de l'espace des efforts, si possible orthonormée pour un conditionnement optimal. En pratique, le contrôle de la capsule sera dépendant des propriétés de cette base. L'orientation relative des colonnes les unes par rapport aux autres est très importante. En effet, si toutes les colonnes sont presque colinéaires, sans que  $[\mathcal{A}]$  ne perde de rang, l'énergie nécessaire pour déplacer la capsule dans une direction "transverse" à celle des colonnes (FIGURE 3.1) est importante ; bien plus importante que dans le cas idéal où la base formée par les colonnes est orthogonale.

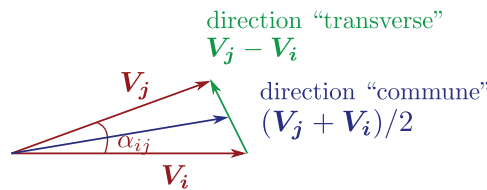


FIGURE 3.1 – Illustration de la notation de direction "transverse".

Sur le système magnétique physique, une plus grande énergie se traduit par une augmentation du courant parcourant la ou les bobines. Ceci conduit bien souvent à une saturation du courant et à l'échauffement des bobines.

Cette situation doit, bien sûr, être évitée pour ne pas endommager le système, conserver des rendements de conversion électromécanique acceptables et assurer la sécurité du patient. Par conséquent, un suivi de l'évolution des directions des colonnes de  $[A]$  peut être utilisé pour prévoir au préalable si la trajectoire désirée est acceptable (c'est-à-dire qu'elle ne rencontre pas de singularité), ou au cours de la trajectoire pour prévenir l'approche d'une singularité.

Étant capable de détecter l'approche des singularités du système, des stratégies de manipulation pourront être mises en place, notamment en considérant la redondance du système.

### 3.4.2/ REDONDANCE

#### 3.4.2.1/ QU'EST-CE QUE LA REDONDANCE ?

Un système est dit cinématiquement redondant si son degré d'actionnement (le nombre d'articulations motorisées sur un robot classique, ou plus généralement le nombre d'entrées de commande influentes sur la position de l'effecteur du robot) est plus grand que le nombre de degré de liberté nécessaire à la tâche à réaliser [SK08]. La redondance permet une augmentation de la dextérité qui peut être utilisée pour éviter des singularités, des obstacles ou les limites de l'espace de travail, mais aussi pour minimiser l'énergie ou, en général, pour optimiser les indices de performance appropriés.

Nous constatons à partir du modèle (3.28) que le degré de redondance  $\mathbf{r}$  du système de manipulation magnétique multi-bobines dépend de trois éléments :

- du nombre  $m_c$ , traduisant la mobilité de la capsule, c'est-à-dire son nombre de degrés de liberté contrôlable (la rotation autour de son axe de magnétisation défini par  $\mathbf{M}$  n'est pas maîtrisée), soit 5 dans l'espace 3D ;
- du nombre  $n$  d'électroaimants contrôlés en courant ;
- des nombres  $m_i$ , traduisant la mobilité de chacune des bobines, c'est-à-dire le degré de liberté de chacune (sans tenir compte des éventuelles redondances des porteurs) rapporté à la forme du champ qu'elles produisent (par exemple une bobine cylindrique produit un champ invariant par rotation autour de son axe, ce qui réduit  $m_i$  de 1).

d'où :

$$\mathbf{r} = -m_c + n + \sum_{i=1}^n m_i \quad (3.31)$$

Il est alors évident que des systèmes avec un très fort degré de redondance peuvent être conçus, et ce très simplement. Par exemple, un système com-



posé d'une capsule se déplaçant dans tout l'espace ( $m_c = 5$ ), et de deux électroaimants ( $n = 2$ ) cylindriques placés sur des bras anthropomorphes ( $m_i = 5$ ) aura un degré de redondance de  $\mathbf{r} = -5 + 2 + 2 \times 5 = 7$ . Un autre exemple, abondamment traité au Chapitre 4, est le système de manipulation d'une capsule magnétique dans le plan ( $m_c = 3$ ) composé de  $n = 3$  bobines s'orientant autour d'un axe vertical ( $m_i = 1$ ) ; alors  $\mathbf{r} = -3 + 3 + 3 \times 1 = 3$ .

### 3.4.2.2/ GESTION DE LA REDONDANCE

La gestion de la redondance d'un système, s'effectue par le concept de hiérarchisation des tâches, et également par le concept de fonction de tâche [ECR92, RCE90, CM00, FDLK12]. La hiérarchisation des tâches définit la commande telle que :

$$\mathbf{I} = [\mathcal{A}]^\dagger \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix} + (\mathcal{I}_n - [\mathcal{A}]^\dagger [\mathcal{A}]) \mathbf{Z} \quad (3.32)$$

où  $\mathbf{Z}$  représente un vecteur arbitraire de dimension  $6 \times 1$ .

Le vecteur  $\mathbf{Z}$  est projeté sur le noyau de la matrice  $[\mathcal{A}]$ , ainsi il n'affecte pas la valeur des efforts obtenus.  $\mathbf{Z}$  sera donc choisi de manière à satisfaire certaines contraintes d'optimisation supplémentaires, telle que la maximisation de la manipulabilité de la capsule par exemple.  $\mathbf{Z}$  peut aussi être utilisé de manière à définir des zones de déplacement interdites pour les bobines, afin de garantir la sécurité du patient.

Nous allons montrer dans la suite, que cette redondance peut être prise en compte par la commande de différentes manières, et ce, dans le but de favoriser la manipulabilité de la capsule.

## 3.5/ COMMANDE

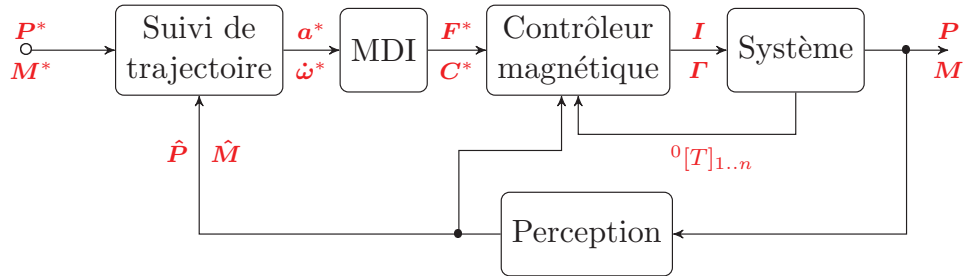


FIGURE 3.2 – Schéma de commande général.

De manière très générale, un système robotique de manipulation magnétique se contrôle de la façon présentée en FIGURE 3.2. La position et l'orientation de la capsule (respectivement traduites par  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{M}$ ) sont mesurées par un système de perception (caméra, capteur IR, sonde échographique, etc.). Leurs estimations ( $\hat{\mathbf{P}}$  et  $\hat{\mathbf{M}}$ ) sont comparées à une trajectoire de consigne ( $\mathbf{P}^*$  et  $\mathbf{M}^*$ ), ce qui permet de calculer l'accélération  $\mathbf{a}^*$  et l'accélération angulaire  $\dot{\boldsymbol{\omega}}^*$  nécessaires au suivi de la trajectoire. Les efforts à appliquer à l'objet manipulé ( $\mathbf{F}^*$  et  $\mathbf{C}^*$ ) sont alors calculés par le modèle dynamique inverse (MDI) de la capsule qui permet l'application des principes fondamentaux de la dynamique sur la capsule, en prenant en compte son inertie, sa masse, et les efforts extérieurs (frottements visqueux et couple lié champ magnétique terrestre). Le contrôleur magnétique s'appuie alors sur le modèle électromagnétique  $[\mathcal{A}]$  et la configuration des bobines  ${}^0[T]_{i..n}$  pour déterminer les courants  $\mathbf{I} = (I_1 \ I_2 \ \dots)^T$  et les déplacements  $\boldsymbol{\Gamma} = (\gamma_1^T \ \gamma_2^T \ \dots)^T$  de chaque bobine à envoyer au système, ceci en tenant compte de critères de gestion de la configuration du système, et de règles pour résoudre la redondance définies au préalable.

Ce contrôleur magnétique peut prendre différentes formes que nous allons maintenant détailler.

### 3.5.1/ COMMANDE AVEC UNE CONTRAINTE GÉOMÉTRIQUE

Un premier type de contrôleur peut être défini en considérant que la redondance du système provient des mobilités des bobines. Nous cherchons alors à résoudre la redondance indépendamment des courants en définissant des contraintes géométriques pour déplacer les bobines. Les contraintes géométriques peuvent, par exemple, être : garder les bobines immobiles, ou encore, orienter les bobines de sorte à ce que leur axe pointe en direction de la capsule. Ceci conduit au schéma de commande FIGURE 3.3.

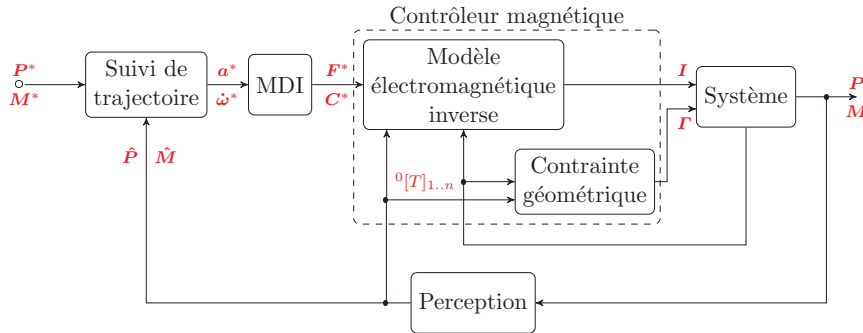


FIGURE 3.3 – Schéma de commande avec des contraintes géométriques pour positionner les bobines.

Ce schéma de contrôle s'applique notamment à la première catégorie de systèmes définie au Chapitre 1 (systèmes à électroaimants fixes), où la position des électroaimants est invariante. Il concerne en particulier le système Octomag développé par l'équipe de B. Nelson (FIGURE 1.1), le système MagPier [IHA<sup>+</sup>11, IHA<sup>+</sup>13], et les systèmes de manipulation utilisant un IRM.

Une première partie de la commande calcule une correction des  ${}^0[T]_{i..n}$  pour satisfaire la contrainte géométrique, puis le modèle électromagnétique (3.28) doit être inversé pour calculer les courants. Pour cela, la matrice  $[A]$  est formée à partir de la configuration courante des bobines du système  ${}^0[T]_{i..n}$ . La pseudo-inverse  $[A]^\dagger$  de cette matrice est ensuite obtenue par décomposition en valeurs singulières (SVD), ce qui permet de calculer les courants par :

$$I = [A]^\dagger \cdot \begin{pmatrix} F^* \\ C^* \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

En pratique, la contrainte géométrique définit la pose des électroaimants indépendamment des courants. Le calcul des courants peut alors se faire en considérant la configuration actuelle des bobines, ou en anticipant l'effet de la contrainte géométrique.

### 3.5.2/ COMMANDE AVEC UNE CONTRAINTE SUR LES COURANTS

D'un autre point de vue, on peut considérer que la redondance du système provient des courants. Il est alors possible de déterminer ces courants indépendamment de la configuration des bobines, en définissant certaines contraintes (imposer des courants constants par exemple, ou minimiser la consommation électrique, ou encore assurer la continuité des courants). Le schéma de contrôle du système est alors le suivant :

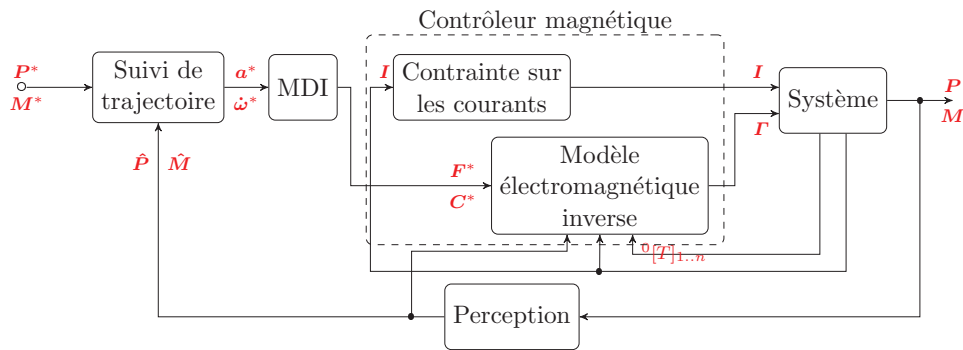


FIGURE 3.4 – Schéma de commande avec des contraintes sur les courants.

Les systèmes de la seconde catégorie définie au Chapitre 1 (systèmes à aimants permanents mobiles) sont régis par ce schéma de contrôle, où les

aimants permanents sont considérés comme des électroaimants dont le courant est constant. Le système de guidage de capsule développé par l'équipe de P. Dario (FIGURE 1.11), ainsi que le système Niobe II font notamment partie de cette catégorie.

Les courants étant fixés, le contrôleur doit alors permettre de calculer les positions de chacune des bobines  ${}^0[T]_{i..n}$  de manière à satisfaire la relation :

$$[\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n})] \cdot \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^* \\ \mathbf{C}^* \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$[\mathcal{A}]$  étant une fonction non-linéaire de  ${}^0[T]_{i..n}$ , les déplacements des bobines  $\mathbf{F}$  doivent être calculés par une commande non-linéaire (“backstepping”, commande en mode glissant, linéarisation, etc.).

### 3.5.3/ COMMANDE PAR LINÉARISATION

Enfin, d'un point de vue plus général, nous considérons que la redondance est inhérente à l'ensemble du système. Le schéma de commande est tel que présenté FIGURE 3.5, où les deux parties du contrôleur (gestion des courants et gestion des déplacements des bobines) sont couplées.

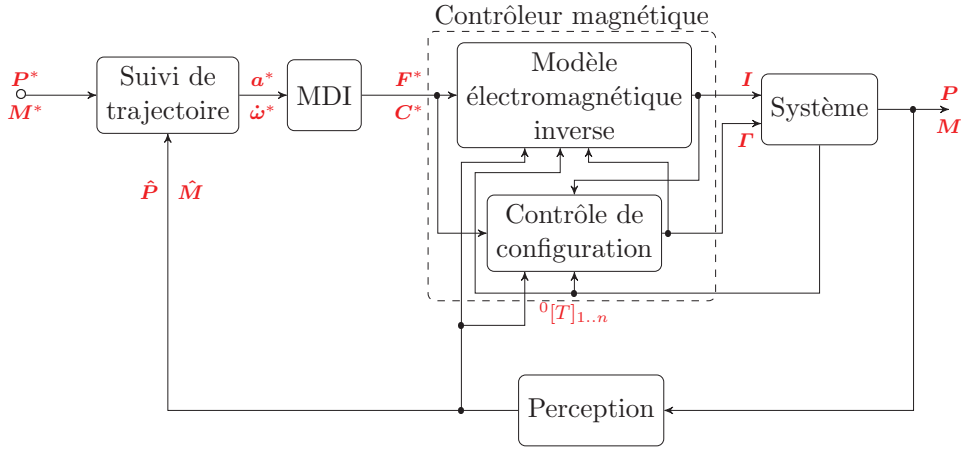


FIGURE 3.5 – Schéma de commande.

Nous devons alors mettre en place une commande permettant de découpler la régulation des courants de celle du déplacement des bobines. Plusieurs méthodes de contrôle des systèmes non-linéaires sont envisageables (“backstepping”, contrôle en mode glissant). Pour notre part, nous avons choisi de linéariser le système autour de la configuration courante, ce qui nous permettra de calculer les déplacements des bobines qui favorisent la réalisation des efforts désirés ( $\mathbf{F}^*$  et  $\mathbf{C}^*$ ).

Nous allons montrer dans les sections suivantes que la linéarisation du système nous permet de calculer les déplacements des bobines et les courants en deux étapes.

Rappelons le modèle électromagnétique (3.28) :

$$[\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n}, \mathbf{P}, \mathbf{M})] \cdot \mathbf{I} = \begin{bmatrix} [\mathcal{A}_{\mathcal{F}}] \\ [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}] \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix}$$

En un instant d'indice  $k$ , connaissant le courant  $\mathbf{I}_{|k-1}$  et la configuration du système  ${}^0[T]_{i..n|k-1}$  à l'instant précédent, nous calculons les déplacements des bobines  $\mathbf{F}$  :

$$\mathbf{F} = \lambda \cdot \left[ \frac{\partial [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n|k-1})]}{\partial {}^0[T]_{i..n}} \right]^{\dagger} \cdot \left( \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{|k} \\ \mathbf{C}_{|k} \end{pmatrix} - [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n|k-1})] \cdot \mathbf{I}_{|k-1} \right) \quad (3.35)$$

Ceci permet d'obtenir la nouvelle configuration du système, qui est utilisée pour mettre à jour  $[\mathcal{A}]$  et calculer les courants :

$$\mathbf{I}_{|k} = [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n|k})]^{\dagger} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{|k} \\ \mathbf{C}_{|k} \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Note : nous utilisons ici, et dans la suite du document, la notation  $X_{|k}$  ou  $X_{|k-1}$  pour représenter la valeur de la variable  $X$  à l'instant d'indice  $k$  et à l'instant précédent d'indice  $k-1$ . Cette méthode de calcul est bien adaptée pour la commande numérique des systèmes.

Comme évoqué précédemment, ce modèle est composé de deux parties, l'une régissant la force, l'autre régissant le couple. Pour linéariser le modèle, nous allons procéder partie par partie.

### 3.5.3.1/ LINÉARISATION PAR RAPPORT AU COUPLE

#### Linéarisation

Concentrons-nous dans un premier temps sur la partie du modèle relative au couple :

$$[\mathcal{A}_{\mathcal{C}}]({}^0[T]_{i..n}, \mathbf{P}, \mathbf{M}) \cdot \mathbf{I} = \mathbf{C} \quad (3.37)$$

Nous souhaitons étudier dans quelle mesure la variation de pose d'une bobine  $i$ , traduite par la matrice homogène  ${}^0[T]_i$  qui lui est associée, influe sur la variation du couple  $\mathbf{C}$  appliqué sur la capsule. Formellement, ceci se s'écrit de la manière suivante :

$$d\mathbf{C}_i = \frac{\partial [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}]}{\partial {}^0[T]_i} d{}^0[T]_i \cdot I_i \quad (3.38)$$

Pour effectuer la dérivation par rapport à une matrice homogène, nous utilisons le concept de matrice d'interaction comme expliqué dans [ECR90, RCE90, ECR92]. Nous définissons alors la matrice d'interaction  $L_{Ci}$  qui nous permet d'écrire la relation suivante :

$$\frac{\partial [\mathcal{A}_C]}{\partial {}^0[T]_i} d^0[T]_i = L_{Ci}({}^0[T]_i) \cdot \gamma_i \quad (3.39)$$

où  $\gamma_i$  est le vecteur des petits déplacements défini par :

$$\gamma_i = \begin{pmatrix} d^i t_i \\ {}^i u d\theta \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

À l'instant d'indice  $k$ , nous pouvons ainsi exprimer le développement en série de Taylor de  $[\mathcal{A}_C]$  au premier ordre sur  $SE_3$  (le groupe des transformations rigides en 3D, ou groupe spécial euclidien de dimension 3) de cette manière :

$$[\mathcal{A}_C({}^0[T]_{i|k})] = [\mathcal{A}_C({}^0[T]_{i|k-1})] + L_{Ci}({}^0[T]_{i|k-1}) \cdot \gamma_{i|k-1} \quad (3.41)$$

### Matrice d'interaction

Pour calculer  $L_{Ci}$  nous partons du couple  ${}^0C_i$  que nous exprimons dans le repère général  $\mathcal{F}_0$  :

$${}^0C_i = {}^0[R]_i \cdot {}^iC_i \quad (3.42)$$

où  ${}^0[R]_i$  est la matrice de rotation du repère  $\mathcal{F}_i$  dans le repère  $\mathcal{F}_0$ .

En utilisant les coordonnées homogènes, nous avons les vecteurs suivants :

$$\tilde{M} = (M^T \ 0)^T \quad (3.43)$$

$$\tilde{C}_i = (C_i^T \ 0)^T \quad (3.44)$$

$$\tilde{B}_i = (B_i^T \ 0)^T \quad (3.45)$$

$$\tilde{b}_i = (b_i^T \ 0)^T \quad (3.46)$$

$$\tilde{P} = (P^T \ 1)^T \quad (3.47)$$

Le produit vectoriel est également étendu pour être utilisé avec des vecteurs en coordonnées homogènes de la manière suivante :

$$\tilde{M} \wedge \tilde{B} = \begin{pmatrix} M \wedge B \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

Nous pouvons alors développer la relation (3.42) pour faire apparaître les

matrices de passage :

$$\begin{aligned}
{}^0\tilde{\mathbf{C}}_i &= \begin{bmatrix} {}^0[R]_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{C}}_i \\
&= \begin{bmatrix} {}^0[R]_i & {}^0\mathbf{t}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{C}}_i \\
&= {}^0[T]_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{C}}_i \\
&= {}^0[T]_i \cdot (V \cdot {}^i\tilde{\mathbf{M}} \wedge {}^i\tilde{\mathbf{B}}_i({}^i\tilde{\mathbf{P}})) \\
&= V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge ({}^0[T]_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{B}}_i({}^i\tilde{\mathbf{P}})) \\
&= V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge ({}^0[T]_i \cdot I_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i({}^i\tilde{\mathbf{P}})) \\
&= I_i \cdot V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge ({}^0[T]_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i({}^i[T]_0 {}^0\tilde{\mathbf{P}}))
\end{aligned} \tag{3.49}$$

La différentielle du couple (en considérant  $I_i$  constant) s'écrit alors :

$$d^0\tilde{\mathbf{C}}_i = I_i \cdot V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge (d^0[T]_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i({}^i[T]_0 {}^0\tilde{\mathbf{P}}) + {}^0[T]_i \cdot d^i\tilde{\mathbf{b}}_i({}^i[T]_0 {}^0\tilde{\mathbf{P}})) \tag{3.50}$$

Grâce aux propriétés de  $SE_3$ , la différentielle de  ${}^0[T]_i$  vérifie :

$$d^0[T]_i = {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} [{}^i\mathbf{u}d\theta]^\wedge & d^i\mathbf{t}_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [{}^0\mathbf{u}d\theta]^\wedge & d^0\mathbf{t}_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^0[T]_i \tag{3.51}$$

Nous souhaitons maintenant exprimer la différentielle du champ par unité de courant  ${}^i\tilde{\mathbf{b}}_i$ .

$$d^i\tilde{\mathbf{b}}_i = \begin{pmatrix} d^i\mathbf{b}_i \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.52}$$

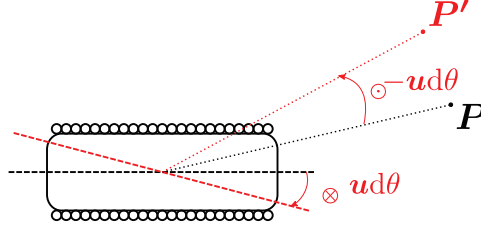
$d^i\mathbf{b}_i$  se calcule en deux parties, correspondant à une translation ou une rotation de la bobine :

$$d^i\mathbf{b}_i = \frac{\partial^i\mathbf{b}_i}{\partial^i\mathbf{t}_i} \cdot d^i\mathbf{t}_i + \frac{\partial^i\mathbf{b}_i}{\partial\theta} \cdot d\theta \tag{3.53}$$

La variation de  ${}^i\mathbf{b}_i$  pour une translation  ${}^i\mathbf{t}_i$  de la bobine (équivalent à déplacer  $\mathbf{P}$  de  $-{}^i\mathbf{t}_i$  dans le repère bobine) est définie par le gradient :

$$\frac{\partial^i\mathbf{b}_i}{\partial^i\mathbf{t}_i} = -\frac{\partial^i\mathbf{b}_i}{\partial^i\mathbf{P}} = -{}^i\nabla^i\mathbf{b}_i({}^i\mathbf{P}) \tag{3.54}$$

Une rotation  ${}^i\mathbf{u}d\theta$  de la bobine est équivalente à tourner  $\mathbf{P}$  de  $-{}^i\mathbf{u}d\theta$  autour du centre de la bobine (dans le repère bobine) :

FIGURE 3.6 – Rotation de la bobine de  $u d\theta$ .

Au point  $P'$ , le champ  ${}^i\mathbf{b}_i$  est tel que :

$$\begin{aligned} {}^i\mathbf{b}_i({}^iP') &= {}^i\mathbf{b}_i({}^iP - {}^i\mathbf{u}d\theta \wedge {}^iP) \\ &= {}^i\mathbf{b}_i({}^iP) + \frac{\partial {}^i\mathbf{b}_i({}^iP)}{\partial {}^iP} d{}^iP \\ &= {}^i\mathbf{b}_i({}^iP) + \nabla^i\mathbf{b}_i \cdot (-{}^i\mathbf{u}d\theta \wedge {}^iP) \end{aligned}$$

Ainsi nous calculons la variation de  ${}^i\mathbf{b}_i$  pour une rotation de la bobine en prenant la limite de  ${}^i\mathbf{b}_i({}^iP') - {}^i\mathbf{b}_i({}^iP)$  lorsque  $\theta$  tend vers 0 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial {}^i\mathbf{b}_i}{\partial \theta} &= \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{{}^i\mathbf{b}_i({}^iP') - {}^i\mathbf{b}_i({}^iP)}{d\theta} \\ &= \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{\nabla^i\mathbf{b}_i \cdot (-{}^i\mathbf{u}d\theta \wedge {}^iP)}{d\theta} \\ &= \nabla^i\mathbf{b}_i({}^iP) \cdot (-{}^i\mathbf{u} \wedge {}^iP) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Alors  $d^i\mathbf{b}_i$  s'exprime en reprenant (3.54) et (3.55) dans (3.53) :

$$d^i\mathbf{b}_i = -\nabla^i\mathbf{b}_i \cdot d^i\mathbf{t}_i + \nabla^i\mathbf{b}_i \cdot (-{}^i\mathbf{u}d\theta \wedge {}^iP) \quad (3.56)$$

ce qui se généralise en coordonnées homogènes par :

$$d^i\tilde{\mathbf{b}}_i = -\nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i \cdot d^i\mathbf{t}_i + \nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i \cdot (-{}^i\mathbf{u}d\theta \wedge {}^iP) \quad (3.57)$$

avec  $\nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i$ , une matrice  $4 \times 3$  telle que :  $\nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i = [\nabla^i\mathbf{b}_i^T \ 0]^T$ .

En définitive, nous pouvons détailler (3.50) :

$$\begin{aligned} d^0\tilde{\mathbf{C}}_i &= I_i \cdot V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge \left\{ {}^0[T]_i \begin{bmatrix} [{}^i\mathbf{u}d\theta]^\wedge & d^i\mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} {}^i\tilde{\mathbf{b}}_i \right. \\ &\quad \left. + {}^0[T]_i \nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i \cdot (-{}^i\mathbf{u}d\theta \wedge {}^iP - d^i\mathbf{t}_i) \right\} \\ &= I_i \cdot V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge \left\{ {}^0[T]_i \begin{bmatrix} 0_{33} & -[{}^i\tilde{\mathbf{b}}_i]^\wedge \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d^i\mathbf{t}_i \\ {}^i\mathbf{u}d\theta \end{pmatrix} \right. \\ &\quad \left. - {}^0[T]_i \nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i \begin{bmatrix} \mathcal{I}_3 & -[{}^iP]^\wedge \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d^i\mathbf{t}_i \\ {}^i\mathbf{u}d\theta \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$



$\mathcal{I}_3$  étant la matrice identité de dimension 3 et  $0_{ij}$  la matrice nulle  $i \times j$ , nous retrouvons ici la matrice d'interaction ( $3 \times 6$ ) bien connue en asservissement visuel  $L_{3D}({}^i\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} -\mathcal{I}_3 & [{}^i\mathbf{P}]_{\wedge} \end{bmatrix}$ , ce qui donne au final :

$$d^0\tilde{\mathbf{C}}_i = I_i \cdot V \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \wedge \left\{ {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} 0_{33} & -[{}^i\tilde{\mathbf{b}}_i]_{\wedge} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} + \nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i \cdot L_{3D}({}^i\mathbf{P}) \right\} \begin{pmatrix} d^i\mathbf{t}_i \\ {}_i\mathbf{u}d\theta \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

Nous en déduisons que la matrice  $L_{Ci}$ , de dimension  $4 \times 6$ , s'exprime telle que :

$$L_{Ci} = V \cdot \begin{bmatrix} [\mathbf{M}]_{\wedge} & 0_{13} \\ 0_{31} & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^0[T]_i \cdot \left( \begin{bmatrix} 0_{33} & -[{}^i\tilde{\mathbf{b}}_i]_{\wedge} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} + \nabla^i\tilde{\mathbf{b}}_i \cdot L_{3D}({}^i\mathbf{P}) \right) \quad (3.59)$$

Ceci nous permet d'exprimer la différentielle du couple  $d^0\tilde{\mathbf{C}}_i$  de manière très simple :

$$d^0\tilde{\mathbf{C}}_i = I_i \cdot L_{Ci} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \quad (3.60)$$

Nous sommes maintenant en mesure d'exprimer le développement de Taylor précédent (3.41) par la relation :

$${}^0\tilde{\mathbf{C}}_{i|k} = {}^0\tilde{\mathbf{C}}_{i|k-1} + L_{Ci|k-1} \cdot I_i \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \quad (3.61)$$

Nous pouvons ensuite généraliser ce raisonnement à un déplacement de n'importe quelle bobine, ce qui s'exprime par le développement en série de Taylor suivant :

$$[\mathcal{A}_C({}^0[T]_{i..n|k})] = [\mathcal{A}_C({}^0[T]_{i..n|k-1})] + L_C({}^0[T]_{i..n|k-1}) \cdot \boldsymbol{\Gamma}_{|k-1} \quad (3.62)$$

Sous forme matricielle, ceci se traduit en regroupant chacune des matrices  $L_{Ci}$  dans une matrice  $L_C$ , matrice d'interaction étendue<sup>2</sup>, de dimension  $4 \times 6n$ , ce qui donne :

$${}^0\tilde{\mathbf{C}}_{|k} = {}^0\tilde{\mathbf{C}}_{|k-1} + \begin{bmatrix} L_{C1|k-1} & L_{C2|k-1} & \cdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} diag(\boldsymbol{\Gamma}) \otimes \mathcal{I}_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{\gamma}_{1|k-1} \\ \boldsymbol{\gamma}_{2|k-1} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

où  $\mathcal{I}_6$  est la matrice identité de dimension 6, et  $\otimes$  est l'opérateur du produit de Kronecker.

---

2.  $L_C$  n'est pas une matrice d'interaction à proprement parler. Elle résulte de la concaténation horizontale des matrices d'interaction  $L_{Ci}$  et multiplie un ensemble de  $n$  torseurs regroupés sous la forme du vecteur  $\boldsymbol{\Gamma}$ .

Note : soient  $A$  une matrice de taille  $m \times n$  et  $B$  une matrice de taille  $p \times q$ . Leur produit de Kronecker est la matrice  $A \otimes B$  de taille  $mp$  par  $nq$ , définie par blocs successifs valant  $a_{ij} \cdot B$ . En d'autres termes :

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

### Commande

Pour commander le mouvement des bobines, nous pouvons mettre en place une commande linéarisante proportionnelle (ou méthode de Gauss-Newton amorti). Pour cela nous devons inverser la relation précédente en utilisant, par exemple, la méthode de décomposition en valeurs singulières. Ceci permet de calculer le déplacement à donner à chacune des bobines :

$$\mathbf{\Gamma} = \lambda \cdot \left[ L_C \cdot [\text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6] \right]^\dagger \cdot ({}^0\tilde{\mathbf{C}}_{|k}^* - {}^0\tilde{\mathbf{C}}_{|k-1}) \text{ avec } 0 < \lambda \leq 1 \quad (3.65)$$

Différents critères d'optimisation des déplacements des bobines peuvent également être pris en compte dans cette commande, en définissant une tâche secondaire qui sera projetée sur le noyau de la matrice  $L_C$  (comme indiqué en Section 3.4.2.2).

Cette commande du déplacement des bobines permet ensuite la mise à jour de  $[\mathcal{A}]$  et le calcul des courants.

#### 3.5.3.2/ LINÉARISATION PAR RAPPORT À LA FORCE

##### Linéarisation

Une démarche similaire peut être suivie sur la partie du modèle (3.28) relative à la force.

$$[\mathcal{A}_{\mathcal{F}}({}^0[T]_{i..n}, \mathbf{P}, \mathbf{M})] \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F} \quad (3.66)$$

Nous étudions l'influence de la variation de pose des bobines sur la variation de la force  $\mathbf{F}$ . Pour cela, nous définissons une matrice d'interaction étendue  $L_{\mathcal{F}}$  telle que :

$$\frac{\partial [\mathcal{A}_{\mathcal{F}}]}{\partial {}^0[T]_{i..n}} d^0[T]_{i..n} = L_{\mathcal{F}}({}^0[T]_{i..n}) \cdot \mathbf{\Gamma} \quad (3.67)$$

ce qui nous permet d'exprimer le développement de Taylor suivant :

$$[\mathcal{A}_{\mathcal{F}}({}^0[T]_{i..n|k})] = [\mathcal{A}_{\mathcal{F}}({}^0[T]_{i..n|k-1})] + L_{\mathcal{F}}({}^0[T]_{i..n|k-1}) \cdot \mathbf{\Gamma} \quad (3.68)$$

**Matrice d'interaction**

En coordonnées homogènes, la force s'écrit comme le vecteur  $\tilde{\mathbf{F}}_i$

$$\tilde{\mathbf{F}}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

Développons l'expression de la force  $\tilde{\mathbf{F}}_i$ , créé par une bobine  $i$  dans le repère global  $\mathcal{F}_0$ , pour faire apparaître les matrices de passage :

$$\begin{aligned} {}^0\tilde{\mathbf{F}}_i &= \begin{bmatrix} {}^0[R]_i & 0_{31} \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{F}}_i \\ &= \begin{bmatrix} {}^0[R]_i & {}^0\mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{F}}_i \\ &= {}^0[T]_i \cdot {}^i\tilde{\mathbf{F}}_i \\ &= {}^0[T]_i \cdot \left( V \cdot \nabla({}^i\tilde{\mathbf{M}}^i\tilde{\mathbf{B}}_i) \right) \\ &= {}^0[T]_i \cdot \left\{ V \cdot \left( \frac{\partial({}^i\mathbf{M}^i\mathbf{B})}{\partial x} \quad \frac{\partial({}^i\mathbf{M}^i\mathbf{B})}{\partial y} \quad \frac{\partial({}^i\mathbf{M}^i\mathbf{B})}{\partial z} \quad 0 \right)^T \right\} \quad (3.70) \\ &= {}^0[T]_i \cdot \left\{ V \cdot \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{B}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{M}} \right\} \\ &= V \cdot {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} I_i \cdot [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{M}} \\ &= V \cdot I_i \cdot {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot {}^0[T]_i^{-1} \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \end{aligned}$$

Nous pouvons alors exprimer la différentielle de la force de la manière suivante :

$$\begin{aligned} d^0\tilde{\mathbf{F}}_i &= V \cdot I_i \cdot \left( d^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{M}} \right. \\ &\quad \left. + {}^0[T]_i \cdot d \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot {}^i\tilde{\mathbf{M}} \right. \\ &\quad \left. + {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot d({}^0[T]_i^{-1}) \cdot {}^0\tilde{\mathbf{M}} \right) \quad (3.71) \end{aligned}$$

Développons les différentes parties de cette formule. La différentielle  $d^0[T]_i$  est donnée par (3.51). D'autre part, nous avons :  ${}^0[T]_i \cdot {}^0[T]_i^{-1} = \mathcal{I}_4$  ; ce qui implique :

$$d({}^0[T]_i) \cdot {}^0[T]_i^{-1} = -{}^0[T]_i \cdot d({}^0[T]_i^{-1}) \quad (3.72)$$

Ainsi, la différentielle de  ${}^0[T]_i^{-1}$  s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 d({}^0[T]_i^{-1}) &= -{}^0[T]_i^{-1} \cdot d({}^0[T]_i) \cdot {}^0[T]_i^{-1} \\
 &= -{}^0[T]_i^{-1} \cdot {}^0[T]_i \cdot d({}^i[T]_i) \cdot {}^0[T]_i^{-1} \\
 &= -d({}^i[T]_i) \cdot {}^0[T]_i^{-1} \\
 &= - \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{u}d\theta \wedge & d{}^i\mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^0[T]_i^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.73}$$

Il reste alors à étudier le vecteur comprenant le gradient du champ magnétique. En détail, celui-ci s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\mathbf{b}_i]^T & 0_{31} \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i\nabla b_{x,i} & {}^i\nabla b_{y,i} & {}^i\nabla b_{z,i} & 0_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

Pour calculer sa différentielle, nous devons calculer celle de  ${}^i\nabla b_{x,i}$ , de  ${}^i\nabla b_{y,i}$ , et de  ${}^i\nabla b_{z,i}$ .

$$d \begin{bmatrix} [{}^i\nabla\tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d{}^i\nabla b_{x,i} & d{}^i\nabla b_{y,i} & d{}^i\nabla b_{z,i} & 0_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.75}$$

$d{}^i\nabla b_{x,i}$  se calcule en deux parties, correspondant à une translation ou une rotation de la bobine.

$$d{}^i\nabla b_{x,i}({}^i\mathbf{P}) = \frac{\partial {}^i\nabla b_{x,i}}{\partial {}^i\mathbf{t}_i} d{}^i\mathbf{t}_i + \frac{\partial {}^i\nabla b_{x,i}}{\partial \theta} d\theta \tag{3.76}$$

La variation de  ${}^i\nabla b_{x,i}$  par rapport à une petite translation de la bobine s'exprime par la relation suivante :

$$\frac{\partial {}^i\nabla b_{x,i}}{\partial {}^i\mathbf{t}_i} = -{}^i\nabla({}^i\nabla b_{x,i}) = -[H(b_{x,i})]^T \tag{3.77}$$

avec  $H(b_{x,i})$  la matrice hessienne de  $b_{x,i}$  définie telle que :

$$\begin{aligned}
 H(b_{x,i}) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 b_{x,i}}{\partial z^2} \end{bmatrix} \\
 &= {}^i\nabla \left( \frac{\partial b_{x,i}}{\partial x} \quad \frac{\partial b_{x,i}}{\partial y} \quad \frac{\partial b_{x,i}}{\partial z} \right) \\
 &= {}^i\nabla ({}^i\nabla b_{x,i})^T
 \end{aligned} \tag{3.78}$$

La variation de  ${}^i\nabla b_{x,i}$  pour une petite rotation  $\mathbf{u}d\theta$  de la bobine est équivalente à sa variation pour un déplacement de  $\mathbf{P}$  à  $\mathbf{P}'$  par rotation de  $-\mathbf{u}d\theta$  autour du centre de la bobine (FIGURE 3.6).

$$\begin{aligned} {}^i\nabla b_{x,i}(\mathbf{P}') &= {}^i\nabla b_{x,i}({}^i\mathbf{P} - \mathbf{u}d\theta \wedge {}^i\mathbf{P}) \\ &= {}^i\nabla b_{x,i}({}^i\mathbf{P}) + \frac{\partial \nabla b_{x,i}}{\partial {}^i\mathbf{P}} d^i\mathbf{P} \\ &= {}^i\nabla b_{x,i} + [H(b_{x,i})]^T \cdot (-\mathbf{u}d\theta \wedge {}^i\mathbf{P}) \end{aligned} \quad (3.79)$$

Ainsi, nous pouvons calculer :

$$\begin{aligned} \frac{\partial {}^i\nabla b_{x,i}}{\partial \theta} &= \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{\nabla b_{x,i}(\mathbf{P}') - \nabla b_{x,i}(\mathbf{P})}{d\theta} \\ &= \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{[H(b_{x,i})]^T (-\mathbf{u}d\theta \wedge {}^i\mathbf{P})}{d\theta} \\ &= [H(b_{x,i})]^T (-\mathbf{u} \wedge {}^i\mathbf{P}) \end{aligned} \quad (3.80)$$

Nous recomposons alors la différentielle de  ${}^i\nabla b_{x,i}$  en remplaçant (3.77) et (3.80) dans (3.76), ce qui donne la relation suivante :

$$\begin{aligned} d^i\nabla b_{x,i}({}^i\mathbf{P}) &= -[H(b_{x,i})]^T \cdot d^i\mathbf{t}_i + [H(b_{x,i})]^T \cdot (-\mathbf{u}d\theta \wedge {}^i\mathbf{P}) \\ &= [H(b_{x,i})]^T \cdot \left( -d^i\mathbf{t}_i - (-[P]_{\wedge} \cdot \mathbf{u}d\theta) \right) \\ &= [H(b_{x,i})]^T \cdot \begin{bmatrix} -\mathcal{I}_3 & [P]_{\wedge} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d^i\mathbf{t}_i \\ {}^i\mathbf{u}d\theta \end{pmatrix} \\ &= [H(b_{x,i})]^T \cdot L_{3D} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \end{aligned} \quad (3.81)$$

Nous procédons de la même manière pour calculer  $d^i\nabla b_{y,i}$  et  $d^i\nabla b_{z,i}$  afin de les remplacer dans (3.75), ce qui donne :

$$d \begin{bmatrix} [{}^i\nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [H(b_{x,i})]^T L_{3D} \boldsymbol{\gamma}_i & [H(b_{y,i})]^T L_{3D} \boldsymbol{\gamma}_i & [H(b_{z,i})]^T L_{3D} \boldsymbol{\gamma}_i & 0_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Nous pouvons alors exprimer la relation suivante :

$$\begin{aligned}
d \begin{bmatrix} [{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \cdot {}^i \tilde{\mathbf{M}} &= \begin{pmatrix} {}^i M_x [H(b_{x,i})]^T L_{3D} \boldsymbol{\gamma}_i + {}^i M_y [H(b_{y,i})]^T L_{3D} \boldsymbol{\gamma}_i + {}^i M_z [H(b_{z,i})]^T L_{3D} \boldsymbol{\gamma}_i \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} {}^i M_x [H(b_{x,i})]^T + {}^i M_y [H(b_{y,i})]^T + {}^i M_z [H(b_{z,i})]^T \\ 0_{13} \end{bmatrix} \cdot L_{3D} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \\
&= \begin{bmatrix} {}^i M_x \mathcal{I}_3 & {}^i M_y \mathcal{I}_3 & {}^i M_z \mathcal{I}_3 \\ 0_{13} & 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H(b_{x,i})]^T \\ [H(b_{y,i})]^T \\ [H(b_{z,i})]^T \end{bmatrix} \cdot L_{3D} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \\
&= \begin{bmatrix} {}^i \mathbf{M}^T \otimes \mathcal{I}_3 \\ 0_{19} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H(b_{x,i})]^T \\ [H(b_{y,i})]^T \\ [H(b_{z,i})]^T \end{bmatrix} \cdot L_{3D} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \\
&\triangleq \begin{bmatrix} {}^i \mathbf{M}^T \otimes \mathcal{I}_3 \\ 0_{19} \end{bmatrix} \cdot \mathcal{H} \cdot L_{3D} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i
\end{aligned} \tag{3.83}$$

D'autre part, nous pouvons aussi exprimer les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
d^i [T]_i \begin{bmatrix} [{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} {}^i \tilde{\mathbf{M}} &= \begin{bmatrix} [{}^i \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} & d^i \mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} {}^i \tilde{\mathbf{M}} \\
&= \begin{bmatrix} [{}^i \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} \cdot ([{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \cdot {}^i \mathbf{M}) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0_{33} & [{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \cdot {}^i \mathbf{M} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i
\end{aligned} \tag{3.84}$$

$$\begin{aligned}
d({}^0 [T]_i^{-1}) \cdot {}^0 \tilde{\mathbf{M}} &= - \begin{bmatrix} [{}^i \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} & d^i \mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^0 [T]_i^{-1} \cdot {}^0 \tilde{\mathbf{M}} \\
&= - \begin{bmatrix} [{}^i \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} & d^i \mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} \cdot {}^i \tilde{\mathbf{M}} \\
&= - \begin{bmatrix} [{}^i \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} & d^i \mathbf{t}_i \\ 0_{13} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} {}^i \mathbf{M} \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= - \begin{pmatrix} [{}^i \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} \cdot {}^i \mathbf{M} \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= - \begin{bmatrix} 0_{33} & -[{}^i \mathbf{M}]_{\wedge} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \\
&= \begin{bmatrix} 0_{33} & [{}^i \mathbf{M}]_{\wedge} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i
\end{aligned} \tag{3.85}$$

Nous remplaçons alors (3.83), (3.84) et (3.85) dans (3.71) :

$$\begin{aligned} d^0 \tilde{\mathbf{F}}_i = V \cdot I_i \cdot \left( {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} 0_{33} & [{}^i \nabla \mathbf{b}_i]^T \cdot {}^i \mathbf{M} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \right. \\ \left. + {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} {}^i \mathbf{M}^T \otimes \mathcal{I}_3 \\ 0_{19} \end{bmatrix} \cdot \mathcal{H} \cdot L_{3D} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \right. \\ \left. + {}^0[T]_i \cdot \begin{bmatrix} [{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{33} & [\mathbf{M}]_{\wedge} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \right) \quad (3.86) \end{aligned}$$

Nous définissons alors une matrice d'interaction  $L_{\mathcal{F}i}$  ( $4 \times 6$ ) telle que :

$$\begin{aligned} L_{\mathcal{F}i} = V \cdot {}^0[T]_i \left( \begin{bmatrix} 0_{33} & [{}^i \nabla \mathbf{b}_i]^T \cdot {}^i \mathbf{M} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} {}^i \mathbf{M}^T \otimes \mathcal{I}_3 \\ 0_{19} \end{bmatrix} \cdot \mathcal{H} \cdot L_{3D} \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} [{}^i \nabla \tilde{\mathbf{b}}_i]^T \\ 0_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0_{33} & [\mathbf{M}]_{\wedge} \\ 0_{13} & 0_{13} \end{bmatrix} \right) \quad (3.87) \end{aligned}$$

Ceci nous permet d'exprimer la différentielle de la force  $d^0 \tilde{\mathbf{F}}_i$  de manière très simple :

$$d^0 \tilde{\mathbf{F}}_i = I_i \cdot L_{\mathcal{F}i} \cdot \boldsymbol{\gamma}_i \quad (3.88)$$

Comme nous avons procédé pour le couple, le développement de Taylor sur la force peut alors s'écrire en regroupant chacune des matrices  $L_{\mathcal{F}i}$  dans une matrice d'interaction étendue  $L_{\mathcal{F}}$  de dimension  $4 \times 6n$ , tel que :

$${}^0 \tilde{\mathbf{F}}_{|k} = {}^0 \tilde{\mathbf{F}}_{|k-1} + \begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}1|k-1} & L_{\mathcal{F}2|k-1} & \cdots \end{bmatrix} \cdot [\text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6] \cdot \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (3.89)$$

### Commande

Nous pouvons alors commander le déplacement des bobines grâce à une commande linéarisante proportionnelle, de la même manière qu'avec le couple. Pour cela nous devons inverser la relation précédente en utilisant, par exemple, la méthode de décomposition en valeurs singulières. Ceci permet de calculer le déplacement à donner à chacune des bobines tel que :

$$\boldsymbol{\Gamma} = \lambda \cdot \left[ L_{\mathcal{F}} \cdot [\text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6] \right]^\dagger \cdot ({}^0 \tilde{\mathbf{F}}_{|k}^* - {}^0 \tilde{\mathbf{F}}_{|k-1}) \text{ avec } 0 < \lambda \leq 1 \quad (3.90)$$

Comme mentionné précédemment, cette commande peut également être augmentée par différents critère d'optimisation qui seront projetés sur le noyau de la matrice  $L_{\mathcal{F}}$  (comme indiqué en Section 3.4.2.2).

### 3.5.3.3/ LINÉARISATION DU SYSTÈME COMPLET

Ayant effectué la linéarisation de chacune des parties du système, nous pouvons les regrouper pour mettre en place la linéarisation du système complet. Nous exprimons ainsi la différentielle de  $[\mathcal{A}]$  telle que :

$$\begin{aligned} d[\mathcal{A}] \cdot \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} d[\mathcal{A}_{\mathcal{F}}] \\ d[\mathcal{A}_{\mathcal{C}}] \end{bmatrix} \cdot \mathbf{I} \\ &= \begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}} \\ L_{\mathcal{C}} \end{bmatrix} \cdot [\text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6] \cdot \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.91)$$

Suivant la méthode décrite précédemment, le contrôle du système s'effectue en deux étapes : les courants sont mis à jour après avoir calculé le mouvement des bobines par :

$$\mathbf{I} = \lambda \cdot \left[ \begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}} \\ L_{\mathcal{C}} \end{bmatrix} \cdot [\text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6] \right]^{\dagger} \cdot \left( \begin{pmatrix} {}^0\tilde{\mathbf{F}}^*_{|k} \\ {}^0\tilde{\mathbf{C}}^*_{|k} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} {}^0\tilde{\mathbf{F}}_{|k-1} \\ {}^0\tilde{\mathbf{C}}_{|k-1} \end{pmatrix} \right) \text{ avec } 0 < \lambda \leq 1 \quad (3.92)$$

### 3.5.4/ COMMANDE PAR LINÉARISATION ET DÉCOUPLAGE

Plutôt que de calculer  $\mathbf{I}$  et  $\mathbf{I}$  en deux étapes, nous pouvons aussi linéariser le système complet, tout en prenant également en compte l'influence du courant. Nous exprimons ainsi la différentielle des efforts telle que :

$$\begin{aligned} d \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}} \\ \tilde{\mathbf{C}} \end{pmatrix} &= d \left( [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n})] \cdot \mathbf{I} \right) \\ &= [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n})] \cdot d\mathbf{I} + d[\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n})] \cdot \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.93)$$

Nous déduisons de cette relation le système nous permettant de mettre en place la commande linéarisante découplante :

$$\left[ [\mathcal{A}({}^0[T]_{i..n|k})] \begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}} \\ L_{\mathcal{C}} \end{bmatrix} [\text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6] \right] \begin{pmatrix} d\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}}^* \\ \tilde{\mathbf{C}}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}}_{|k-1} \\ \tilde{\mathbf{C}}_{|k-1} \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

Il apparaît alors une non-linéarité du modèle entre les entrées  $\mathbf{I}$  et  $\mathbf{I}$  du fait des produits  $I_i \cdot \gamma_i$  qui ressortent de cette équation. La résolution de ce système peut se faire de deux manières. La première méthode consiste à procéder par élimination dialytique [RR91, RR93], c'est à dire à effectuer un changement de variables lorsque les inconnues d'un système d'équations apparaissent comme couplées (par exemple  $X_i = I_i \cdot \gamma_i$ ). La résolution du



système se fait ainsi pour les variables  $X_i$  et  $I_i$ , puis le déplacement des bobines est déduit par la relation  $\gamma_i = X_i/I_i$ .

La seconde méthode (que nous avons utilisée dans la suite) consiste à considérer que le courant est de la forme  $\mathbf{I}_{|k} = \mathbf{I}_{|k-1} + \Delta\mathbf{I}$  et à estimer que le produit  $\Delta\mathbf{I} \cdot \mathbf{F}$  est négligeable devant les autres termes. La différentielle de la matrice  $[\mathcal{A}]$  est alors calculée connaissant  $\mathbf{I}_{|k-1}$  ce qui donne :

$$[\mathcal{D}] \cdot \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{I} \\ \mathbf{F} \end{pmatrix} = \lambda \cdot \left( \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}}^* \\ \tilde{\mathbf{C}}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}}_{|k-1} \\ \tilde{\mathbf{C}}_{|k-1} \end{pmatrix} \right) \quad (3.95)$$

avec  $0 < \lambda \leq 1$ , et  $[\mathcal{D}]$  la matrice tirée de (3.94) telle que :

$$[\mathcal{D}] = \begin{bmatrix} [\mathcal{A}^{(0)}[T]_{i..n|k})] & \begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}} \\ L_{\mathcal{C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} diag(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

En complément de cette commande linéarisante découplante, nous pouvons exploiter le concept de hiérarchisation des tâches. Dans le cas le plus général où chaque bobine peut se déplacer suivant les 6 DDL de l'espace,  $[\mathcal{D}]$  est de dimension  $8 \times (n + 6n)$ . Notons que la dimension de cette matrice peut se réduire à  $6 \times (n + 6n)$  par suppression des lignes 4 et 8, qui sont des lignes de zéros provenant de l'utilisation des coordonnées homogènes. Le rang maximal de cette matrice étant de 5 (nombre de DDL contrôlable de l'objet manipulé, en tenant compte de la magnétisation), pour  $n + 6n$  entrées indépendantes ( $n$  courants, plus  $6n$  déplacements des électroaimants), la modélisation met en évidence le degré de redondance élevé d'un tel système. D'après (3.31)  $r = 7n - 5$ . Il est alors possible d'imaginer énormément de critères d'optimisation (manipulabilité de l'objet magnétique, consommation énergétique, sécurité du patient, etc.) qui seront intégrés à la commande par l'ajout de tâches secondaires projetées dans le noyau de  $[\mathcal{D}]$ .

La commande sera alors définie telle que :

$$\begin{pmatrix} \Delta\mathbf{I} \\ \mathbf{F} \end{pmatrix} = \lambda \cdot [\mathcal{D}]^\dagger \left( \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}}^* \\ \tilde{\mathbf{C}}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{F}}_{|k-1} \\ \tilde{\mathbf{C}}_{|k-1} \end{pmatrix} \right) + (\mathcal{I}_{n+6n} - [\mathcal{D}]^\dagger [\mathcal{D}]) \mathbf{Z} \quad (3.97)$$

où  $\mathbf{Z}$  représente un vecteur de dimension  $6n \times 1$ .

### 3.6/ CONCLUSION

Pour conclure, différents concepts ont été présentés dans ce chapitre abordant la théorie générale de modélisation et la commande des systèmes de manipulation magnétique.

Nous nous sommes dans un premier temps intéressés à la modélisation de ces systèmes. Nous avons établi un modèle permettant de prendre en compte aussi bien des électroaimants que des aimants permanents en tant que source de champ magnétique. Ces sources influent sur les mouvements d'une capsule magnétique en fonction de courant qui parcourt les électroaimants, mais aussi en fonction de la position de chacune des sources. Nous avons alors montré qu'il est possible d'intégrer dans le modèle les mobilités de chaque source de champ du système. De ce fait, ce modèle peut aussi bien être utilisé pour représenter un système tel que l'Octomag dont les électroaimants sont fixes, ou un système à aimant permanent tel que celui développé par l'équipe de P. Dario, ou encore un système plus complexe muni de plusieurs sources mobiles diverses.

À partir de ce modèle nous avons introduit un principe d'étude des singularités du système en étudiant les colonnes de la matrice modèle, ce qui fait le lien avec la communauté des cinématiciens. Nous avons également introduit le concept de redondance appliqué aux systèmes de manipulation magnétique. Nous avons montré que contrairement aux robots classiques, le degré de redondance ne dépend pas seulement du nombre d'actionneurs et de la dimension de l'espace opérationnel, mais qu'il faut aussi prendre en compte la magnétisation de l'objet manipulé et la forme du champ créé par les sources. Notons que le calcul du degré de redondance (3.31) que nous proposons ne tient pas compte de la manière dont sont actionnées les bobines. En effet, celle-ci peuvent très bien être portées par un robot lui aussi redondant (comme un KUKA LWR par exemple). La redondance des porteurs des bobines est alors complémentaire à la redondance du système.

Dans un second temps, nous avons montré comment utiliser ce modèle pour la commande des systèmes. Plusieurs schémas de commande ont été proposés en fonction des types de systèmes rencontrés. Nous avons proposé une méthode pour linéariser le modèle du système et construire une commande linéarisante découplante permettant de calculer l'ensemble des entrées (courants et déplacements des bobines) à envoyer au système.

Nous avons également montré que des critères d'optimisation peuvent être mis en place pour exploiter la redondance du système. Ceux-ci s'ajoutent à la commande linéarisante découplante par le concept de hiérarchisation des tâches.

Une des limites de notre modèle, et donc de la commande calculée, réside dans le fait que nous avons considéré la magnétisation de l'objet manipulé  $\mathbf{M}$  comme constante. Cette hypothèse est tout à fait valide lorsque l'objet manipulé est un aimant permanent (ou contient un aimant permanent). Par contre, lorsque l'objet manipulé a un autre comportement, il faut alors considérer la susceptibilité magnétique du matériau. Pour un objet para-

magnétique par exemple, la magnétisation sera de la forme  $\mathbf{M} = \chi \cdot \mathbf{B}$ . Il faut alors prendre des précautions, notamment lors du calcul de la force magnétique.

Une autre limite réside dans le fait que nous avons considéré le champ magnétique total produit par le système comme la somme des champs produits par chacune des sources (3.21). En pratique, le champ total dépend aussi de la position des sources les unes par rapport aux autres. En effet, lorsque deux sources sont proches l'une de l'autre, un couplage magnétique apparaît entre celles-ci. Le flux magnétique créé par la première traverse de manière non négligeable la seconde, ce qui influe sur le champ qu'elle produit. Pour assurer le contrôle de la capsule, deux solutions peuvent alors être envisagées :

- la première consiste à modéliser le couplage entre chaque bobine en fonction de leur position relative de manière à pouvoir calculer le champ magnétique total  $\mathbf{B}$  en tenant compte de tous les couplages ;
- la modélisation des couplages pouvant se révéler extrêmement complexe, la seconde solution consiste à définir une zone autour de chaque source et interdire (par la commande) aux autres sources de se trouver dans cette zone.

La seconde solution n'est pas idéale puisqu'elle limite les configurations possibles du système, mais dès lors que les mouvements des sources peuvent induire un couplage non négligeable, celui-ci doit être pris en compte sous peine de perdre le contrôle de la capsule. Si la redondance du système le permet, une tâche d'optimisation de la position des sources au regard du couplage pourra être mise en place dans la commande.

Replaçons-nous un instant dans le contexte de l'endoscopie digestive. La manipulation d'une capsule endoscopique impose un espace de travail important allant de la tête du patient, jusqu'à sa taille. Nous avons montré dans ce chapitre et le précédent que l'énergie nécessaire pour produire un effort donné sur un objet magnétique dépend de la distance entre la source de champ magnétique et l'objet manipulé. Plus cette distance est grande plus l'énergie nécessaire est importante, ce qui contraint fortement la conception des électroaimants (notamment par les contraintes thermiques). Le modèle et la commande que nous avons développés ici permettent d'optimiser à la fois le positionnement des sources de champ magnétique et le courant les traversant. De plus, des tâches d'optimisation complémentaires peuvent aisément être mises en place afin d'assurer la sécurité du patient.

Bien sûr, le cadre applicatif des systèmes de manipulation magnétique à électroaimants mobiles ne se limite pas à l'endoscopie digestive. Nous avons vu dans le Chapitre 1 d'autres applications possibles comme le guidage de médicament dans le système sanguin par exemple. D'autre part, d'autres do-

maines que le biomédical peuvent aussi être visés ; en optique par exemple, des ferrofluides sont utilisés pour créer des miroirs liquides [BBJR<sup>+</sup>06]. Nous pouvons alors imaginer un système magnétique pour contrôler dynamiquement la forme d'un miroir liquide.

Nous allons maintenant pouvoir appliquer cette théorie sur un cas pratique. Nous présentons dans le chapitre suivant un système de manipulation magnétique original sur lequel nous adaptons les concepts développés précédemment.

# DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL DE MANIPULATION MAGNÉTIQUE

*Ce chapitre présente le dispositif expérimental que nous avons conçu et utilisé pour implémenter les théories développées dans les chapitres précédents. D'abord, le modèle est validé par la mise en place d'une commande par contrainte géométrique. Ceci amène à une étude des singularités du système. Enfin, pour améliorer les performances obtenues et exploiter la redondance du système, nous implémentons la commande par linéarisation développée dans le chapitre précédent, puis nous étudions différents critères pour optimiser la position des électroaimants.*

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Système étudié . . . . .</b>	<b>92</b>
4.1.1	Description du système . . . . .	92
4.1.2	Modèle du système plan . . . . .	94
<b>4.2</b>	<b>Validation du modèle . . . . .</b>	<b>95</b>
4.2.1	Principe de commande . . . . .	95
4.2.2	Résultats de simulation . . . . .	97
4.2.3	Implémentation sur le dispositif expérimental . . .	99
<b>4.3</b>	<b>Étude des singularités . . . . .</b>	<b>102</b>
<b>4.4</b>	<b>Commande par linéarisation . . . . .</b>	<b>107</b>
4.4.1	Linéarisation par rapport aux couples . . . . .	108
4.4.2	Linéarisation par rapport aux forces . . . . .	110
4.4.3	Linéarisation complète du modèle magnétique . . .	111
4.4.4	Résultats de simulation . . . . .	112
4.4.5	Implémentation sur le système expérimental . . .	117
<b>4.5</b>	<b>Optimisation de la position des bobines . . . . .</b>	<b>119</b>
4.5.1	Configuration de départ . . . . .	119
4.5.2	Optimisation en cours de commande . . . . .	125
<b>4.6</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>126</b>

---

Sachant maintenant calculer le champ magnétique produit par un ensemble de bobines et établir un modèle électromagnétique pour commander la position d'une capsule munie d'un aimant permanent, nous souhaitons appliquer ces théories à un cas pratique. Pour cela nous nous intéressons à la conception et l'étude d'un système de manipulation magnétique d'une capsule dans un plan horizontal.

Nous allons, dans un premier temps, décrire le système que nous étudions, puis nous établirons un modèle électromagnétique de ce système en appliquant la théorie développée dans le chapitre précédent. Ensuite, différentes commandes d'approche newtonienne seront étudiées, d'abord en simulation, puis sur la plate-forme robotique expérimentale.

## 4.1/ SYSTÈME ÉTUDIÉ

### 4.1.1/ DESCRIPTION DU SYSTÈME

Dans cette perspective, nous nous proposons d'étudier un système d'architecture originale (présenté dans [VAHA13]) pour manipuler une capsule magnétique dans un plan horizontal.

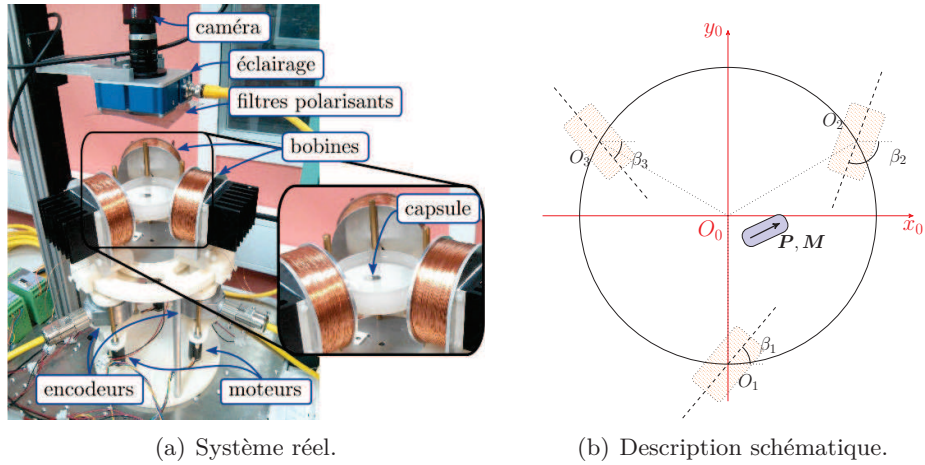


FIGURE 4.1 – Plate-forme robotique étudiée.

Comme le montre la FIGURE 4.1, le système est composé d'un aimant permanent placé à l'intérieur d'une capsule dont on souhaite contrôler la position et l'orientation dans le plan horizontal ( $m_c = 3$ ). Pour cela, trois électroaimants ( $n = 3$ ) sont disposés autour de l'espace de travail, régulièrement espacés. Ces derniers peuvent s'orienter autour d'un axe vertical ( $m_i = 1$ ), conférant au système une certaine redondance d'actionnement. En effet, la

capsule peut se déplacer selon les 3 degrés de liberté (DDL) du plan horizontal, et nous disposons de 2 paramètres par bobine (courant et orientation), soit 6 variables de commande. En reprenant la formule (3.31) du Chapitre 3, nous obtenons un degré de redondance  $r = -3 + 3 + 3 \times 1 = 3$ .

Nous avons conçu ce prototype de manipulation magnétique de sorte à ce qu'il soit modulable. Ainsi il est aisé de changer les bobines, ou bien l'électronique de contrôle par exemple. Plusieurs bobines ont été étudiées, notamment par simulation éléments finis (comme mentionné dans le Chapitre 2). Notre choix s'est arrêté sur des bobines de 1970 spires, de rayon interne de 3 cm, et de longueur 3 cm, avec un noyau interne en fer doux. Ces bobines ont été munies d'un radiateur en aluminium pour limiter leur échauffement, et d'un support en plastique permettant une fixation simple sur la base du prototype (FIGURE 2.2).

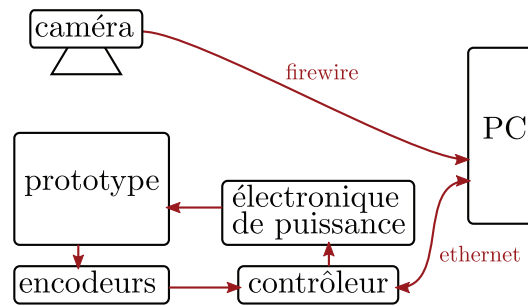


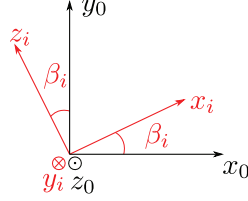
FIGURE 4.2 – Schéma d'architecture du système.

L'architecture globale du système est présentée FIGURE 4.2. Elle comporte le prototype de manipulation magnétique, dont les composants sont gérés par un contrôleur d'entrées/sorties (UEIPAC 600) par l'intermédiaire de l'électronique de puissance (cartes de contrôle pour les moteurs et les courants des bobines). Un système de vision (caméra Guppy Pro, éclairage, et filtres polarisants) permet de détecter la position et l'orientation de la capsule. Ces informations sont transmises à un ordinateur chargé du traitement d'images, et du calcul de la commande du système. Enfin, la commande est transmise par Ethernet au contrôleur d'entrées/sorties.

La capsule se déplace dans un bac rempli d'un fluide visqueux. Ce fluide permet d'une part de diminuer les frottements secs de la capsule au fond du bac, et d'autre part de limiter la dynamique de la capsule.

Notons également que la capsule étant cylindrique, elle crée des reflets perturbant la détection de sa position. Pour limiter ces reflets, nous utilisons deux filtres polarisants placés orthogonalement l'un à l'autre (comme expliqué dans [Bos10]), le premier sur la source d'éclairage, le second devant l'objectif de la caméra.

## 4.1.2/ MODÈLE DU SYSTÈME PLAN

FIGURE 4.3 – Orientation du repère de la bobine  $i$  dans le repère global

Dans le cas particulier du système plan que nous étudions, le mouvement des bobines est limité à une rotation autour d'un axe vertical  $z_0$ , tel que le montre la FIGURE 4.3. La matrice de transformation  ${}^0[T]_i$  est donc définie de la manière suivante :

$${}^0[T]_i = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & 0 & -\sin(\beta_i) & \mathbf{O}_0 \mathbf{O}_i \cdot \mathbf{x}_0 \\ \sin(\beta_i) & 0 & \cos(\beta_i) & \mathbf{O}_0 \mathbf{O}_i \cdot \mathbf{y}_0 \\ 0 & -1 & 0 & \mathbf{O}_0 \mathbf{O}_i \cdot \mathbf{z}_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Le système ayant 3 bobines, nous formons le vecteur  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^T$ , traduisant l'orientation des électroaimants.

Nous construisons le modèle  $[\mathcal{A}]$  du système comme évoqué dans le Chapitre 3. Le système se limite à la manipulation dans le plan horizontal et l'axe des bobines appartient à ce plan quelque soit leur orientation. Les bobines étant cylindriques les forces magnétiques produites par les bobines appartiennent également à ce plan et le couple magnétique est orthogonal au plan. Ainsi, nous pouvons négliger les efforts hors plan et réduire le modèle à une matrice  $3 \times 3$ . D'après (3.28), nous remarquons également que l'effort magnétique total appliqué sur la capsule est une combinaison linéaire des colonnes de  $[\mathcal{A}]$ . Chaque colonne de cette matrice représente donc un effort d'origine magnétique (force et couple) par unité de courant créé par un des électroaimants du système. Nous pouvons alors écrire le modèle sous la forme suivante :

$$[\mathcal{A}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{P}, \mathbf{M})] = \begin{bmatrix} f_{x1} & f_{x2} & f_{x3} \\ f_{y1} & f_{y2} & f_{y3} \\ c_{z1} & c_{z2} & c_{z3} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Connaissant le modèle électromagnétique de notre système, nous pouvons maintenant en étudier son utilisation pour contrôler la plate-forme robotique expérimentale (FIGURE 4.1).



## 4.2/ VALIDATION DU MODÈLE PAR UNE COMMANDE SOUS CONTRAINTE GÉOMÉTRIQUE

Nous souhaitons dans un premier temps valider le modèle électromagnétique mis en place. Pour cela, nous devons identifier les différents paramètres du système réel tels que la masse et l'inertie de la capsule, le nombre de spire de chaque bobine, etc. L'identification de ces paramètres nous permet d'abord d'obtenir un modèle juste, ce qui assure un meilleur contrôle du système. Ceci permet aussi de mettre en place une simulation fidèle, nous aidant à effectuer certains tests avant de les implémenter sur le système réel comme nous allons le voir dans la suite.

Pour valider le modèle, nous souhaitons mettre en place une commande du système aussi simple que possible. Pour cela, nous choisissons une commande avec une contrainte géométrique pour le positionnement des électroaimants.

### 4.2.1/ PRINCIPE DE COMMANDE



FIGURE 4.4 – Exemple de robot parallèle 3RPR.

Pour une première approche, nous comparons notre système avec les systèmes robotiques parallèles de type 3RPR (FIGURE 4.4). Ces systèmes sont composés d'une plate-forme mobile actionnée par trois bras dont la longueur est contrôlée. La plate-forme peut ainsi se déplacer suivant les trois DDL du plan.

Dans notre cas, la force magnétique produite sur l'axe de la bobine est colinéaire à celui-ci (sauf dans le cas où la magnétisation  $\mathbf{M}$  de la capsule est orthogonale à cet axe, cas pour lequel la force magnétique est nulle). Ainsi, lorsque la capsule se trouve sur l'axe de la bobine, l'effet de la bobine est comparable à un vérin magnétique produisant une force qui dépend de la distance entre la capsule et la bobine, de l'orientation de la capsule, et du courant dans la bobine. À cette force s'ajoute un couple magnétique

dépendant de l'orientation de la capsule.

Si nous contrôlons l'orientation des électroaimants de notre système de manière à ce que la capsule soit en permanence sur l'axe de chacun d'eux, alors notre prototype est comparable à un système 3RPR en configuration singulière, dont les trois bras sont fixés en un même point sur la plate-forme.

Contrairement aux systèmes 3RPR classiques, nous avons ici des couples magnétiques créés par chacune des bobines, sur lesquels nous comptons pour contrôler cette configuration particulière qui est connue comme singulière sur les systèmes 3RPR classiques [JG09].

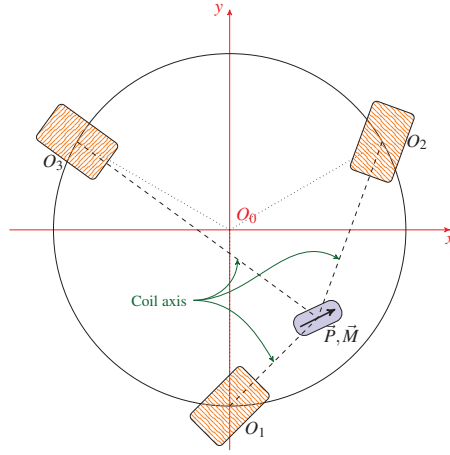


FIGURE 4.5 – Orientation des bobines vers la capsule.

Cette stratégie nous permet une gestion implicite de la redondance de notre système, l'axe des bobines étant à chaque instant orienté vers la capsule (FIGURE 4.5).

Nous établissons alors le schéma de commande présenté en FIGURE 4.6. Le système physique inclut une boucle interne de commande des moteurs pour réguler l'orientation  $\beta$  des bobines par rapport à une consigne d'angle  $\beta^*$ . Les bobines agissent sur la capsule dont une estimation de la position et de l'orientation  $(\hat{\mathbf{P}}, \hat{\mathbf{M}})$  est effectuée par un capteur extéroceptif. Ces estimations sont ensuite comparées à la pose (position et orientation) désirée  $(\mathbf{P}^*, \mathbf{M}^*)$  pour mesurer l'erreur  $\varepsilon$ , puis un contrôleur permet de calculer les efforts de commande  $(\mathbf{F}^*, \mathbf{C}^*)$ . Le modèle électromagnétique inverse du système  $[\mathcal{A}]^\dagger$  (pseudo-inverse de  $[\mathcal{A}]$ , calculée par décomposition en valeurs singulières) est alors utilisé pour calculer les courants  $\mathbf{I}^*$  et les orientations  $\beta^*$  de commande à envoyer au système comme expliqué dans le Chapitre 3.

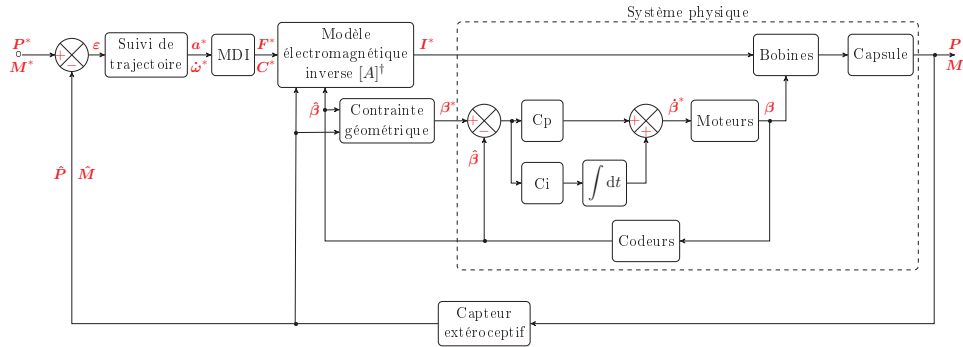


FIGURE 4.6 – Schéma de commande.

#### 4.2.2/ RÉSULTATS DE SIMULATION

Nous avons, dans un premier temps, implémenté ce schéma de commande sur un simulateur (FIGURE 4.7) que nous avons développé en C++ avec la bibliothèque ViSP [MSC05].

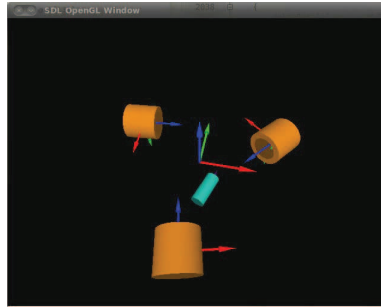


FIGURE 4.7 – Simulation.

Le correcteur (bloc suivi de trajectoire) implémenté comprend un terme proportionnel, un terme dérivé, et une anticipation en accélération (“feed-forward”) (voir FIGURE 4.8). Il permet de calculer l’accélération  $\mathbf{a}^*$  et l’accélération angulaire  $\dot{\boldsymbol{\omega}}^*$ .

Les simulations de différentes trajectoires nous ont permis de valider le modèle et le schéma de commande mis en place. La FIGURE 4.9 présente une de ces simulations pour laquelle le contrôle est parfaitement réalisé, avec une erreur inférieure au dixième de millimètre et au dixième de degré pour un dispositif perturbé en simulation. En effet, des bruits de mesure sur la détection de la position de la capsule ( $\pm 0,1$  mm,  $\pm 0,1^\circ$ ), ainsi que sur l’orientation des bobines ( $\pm 1^\circ$ ) et sur les courants qui les parcourent (5%) ont été injectés aux comportements “parfaits”.

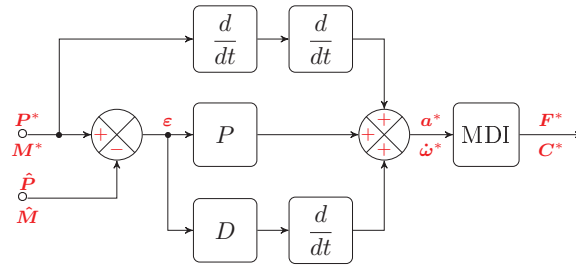
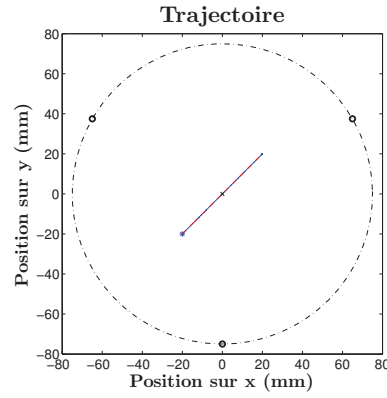
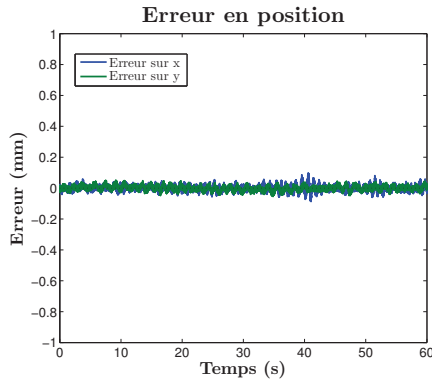


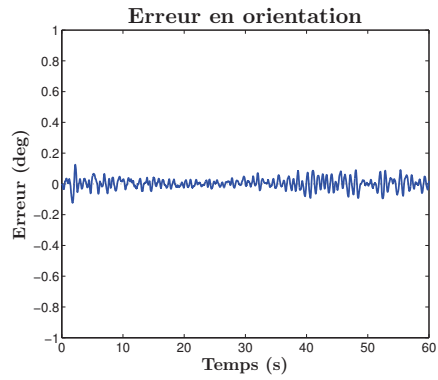
FIGURE 4.8 – Correcteur (générateur de trajectoire) utilisé en simulation.



(a) Trajectoire simulée.



(b) Erreur en position.



(c) Erreur en orientation.

FIGURE 4.9 – Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique.

### 4.2.3/ IMPLÉMENTATION DE LA COMMANDE SOUS CONTRAINTE GÉOMÉTRIQUE SUR LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Nous implémentons la commande précédente sur le dispositif expérimental en utilisant le même modèle, en particulier les mêmes paramètres de masse et inertie de la capsule, position et nombre de spire des bobines, etc.

Dans un souci de cohérence, le code permettant d'exploiter le système expérimental est basé sur celui du simulateur, en y ajoutant la gestion du matériel pour contrôler le courant et l'orientation des bobines, ainsi que le traitement des images de la caméra pour détecter la position de la capsule.

Dans un premier temps, nous effectuons une régulation de la position de la capsule sur un point fixe choisi par l'utilisateur. Cette étape est très importante pour la mise au point du système. Elle nous oblige d'abord à vérifier précisément les différents paramètres physiques utilisés dans les calculs dynamiques tels que la masse de la capsule, son inertie, etc. Puis, elle nous permet d'ajuster les gains du contrôleur pour obtenir une réponse satisfaisante. La FIGURE 4.10 montre les erreurs de contrôle obtenues. La position de la capsule est maintenue en un point, avec une erreur inférieure à 1 millimètre et à 5 degrés.

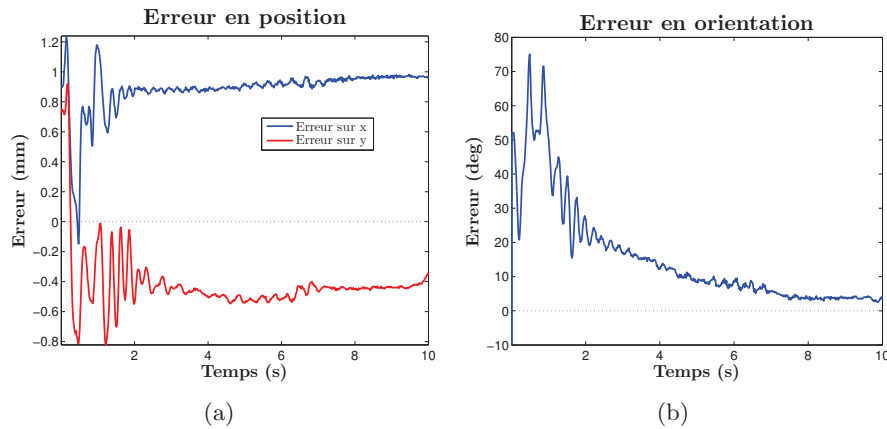


FIGURE 4.10 – Régulation sur un point fixe. Résultats expérimentaux avec la commande sous contrainte géométrique.

Notons que sur le prototype, le correcteur utilisé est légèrement différent de celui de la simulation. En effet, les expériences nous ont montré une dynamique très différente entre le contrôle d'orientation et de position de la capsule. De ce fait, les gains des correcteurs n'ont aucune raison d'être réglés sur des valeurs égales pour ces deux dynamiques. D'autre part, nous avons aussi ajouté un gain intégral afin d'éliminer les erreurs statiques. Ainsi, sur

le prototype, nous utilisons un correcteur PID plus feed-forward dont les gains  $Kp$ ,  $Kd$  et  $Ki$  sont matriciels (ce qui est équivalent à deux correcteurs PID plus feed-forward en parallèle, l'un agissant sur la position de la capsule, l'autre sur son orientation). Après réglage, de manière semi-empirique, nous obtenons un rapport de 10 entre les gains proportionnels des deux correcteurs.

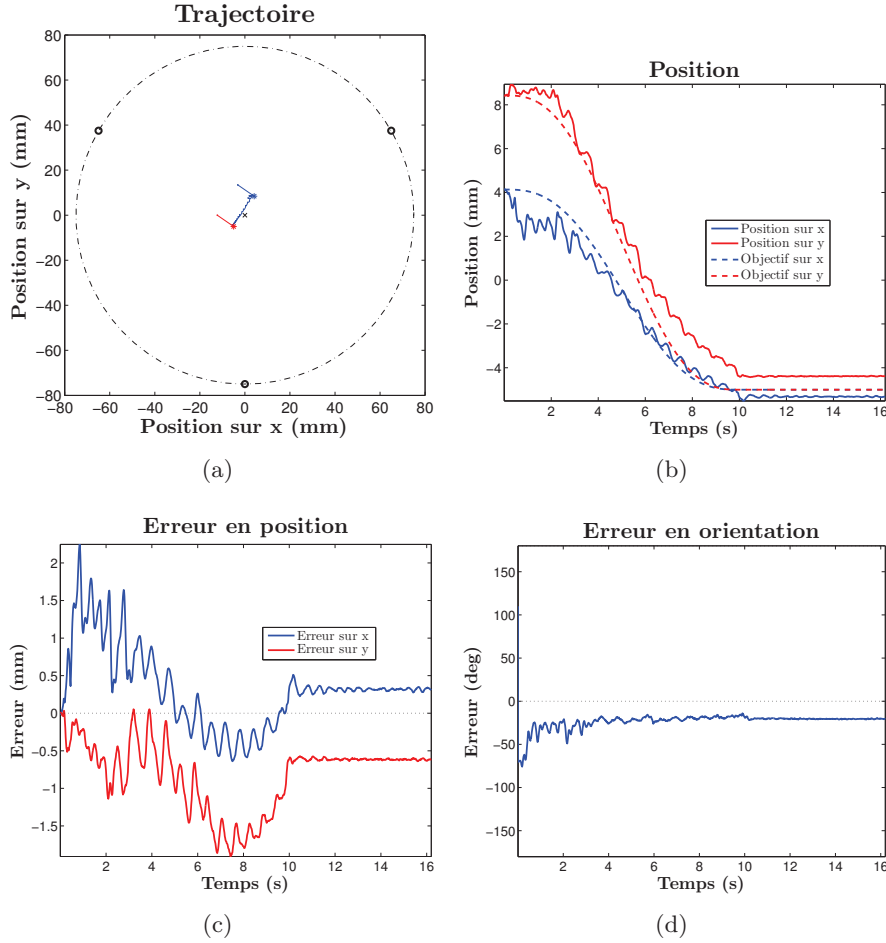


FIGURE 4.11 – Contrôle sur une trajectoire rectiligne. Résultats expérimentaux avec la commande sous contrainte géométrique.

Dans un second temps, nous effectuons un contrôle sur une trajectoire rectiligne (FIGURE 4.11). Nous validons ainsi le modèle et le schéma de contrôle implémentés.

Le profil de la trajectoire demandée au cours du temps est de la forme d'un polynôme de degré 5, ce qui permet d'éviter les à-coups ("jerks") au départ et à l'arrivée. Bien que la capsule évolue en milieu liquide, elle repose

tout de même en partie au fond du bac de manipulation. Il existe donc des frottements secs, qui ne sont pas pré-compensés dans la commande. Les efforts demandés augmentent progressivement au début de la trajectoire, ce qui explique la brusque augmentation de l'erreur, laquelle diminue une fois les frottements secs rompus.

En ce qui concerne l'orientation de la capsule, nous constatons que l'erreur diminue progressivement, mais lentement. Ceci vient du fait que les gains du contrôleur régissant l'orientation sont très faibles. De plus, une erreur statique s'ajoute due à l'incertitude d'alignement de l'aimant permanent à l'intérieur de la capsule. Ainsi, il apparaît une erreur résultante importante sur l'orientation qui diminue très lentement (à cause du gain intégral très faible). Pour autant, augmenter les gains du contrôleur d'orientation n'est pas une solution, car ceci déstabilise toute la commande.

Les expériences nous ont montrés que l'introduction d'un décalage constant sur l'orientation des bobines comme montré sur la FIGURE 4.12 nous permet d'obtenir un meilleur contrôle de la capsule et une meilleure précision. La trajectoire réalisée FIGURE 4.11 a notamment été effectuée avec un angle de décalage de 7 degrés par rapport à la position de la capsule.

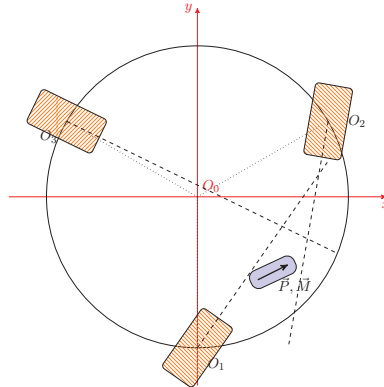


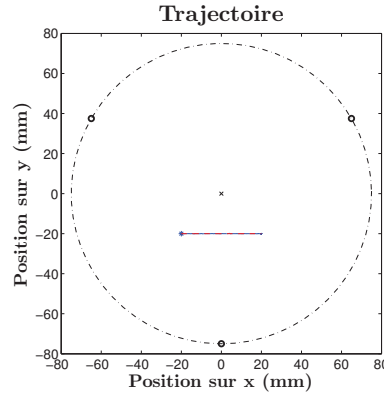
FIGURE 4.12 – Orientation des bobines vers la capsule avec un décalage angulaire constant.

Ces résultats nous montrent l'importance de la maîtrise de la configuration du système. Aussi bien en simulation que sur le prototype, l'angle de décalage des bobines par rapport à la position de la capsule influe fortement sur la maîtrise des trajectoires. L'utilisation de champs magnétiques non-linéaires rend l'identification des zones de singularité du système difficile d'un point de vue géométrique. Nous allons alors étudier le modèle électromagnétique du système dans le but d'assurer la manipulabilité de la capsule.

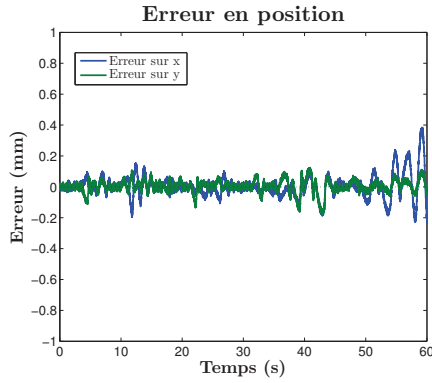
### 4.3/ ÉTUDE DES SINGULARITÉS

Ayant validé le modèle électromagnétique de notre système, nous pouvons utiliser le simulateur pour étudier différentes situations particulières plus facilement, en reproduisant plusieurs fois la même trajectoire ou en se plaçant dans des situations idéales (sans bruit externe par exemple).

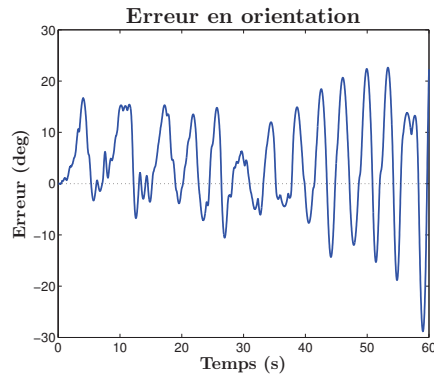
Nous avons constaté que pour certaines trajectoires isolées, un mauvais contrôle de l'orientation de la capsule apparaît (voir FIGURE 4.13). Cette perte de contrôle est reproductible, ce qui montre qu'elle n'est pas seulement due aux différents bruits injectés dans la simulation. Son origine vient d'une singularité du système, ce que nous étudions plus en détail ci-après.



(a) Trajectoire simulée.



(b) Erreur en position.



(c) Erreur en orientation.

FIGURE 4.13 – Trajectoire problématique. Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique.

Nous simulons la même trajectoire en introduisant un décalage constant sur l'orientation des bobines (FIGURE 4.12). La FIGURE 4.14 présente les



résultats obtenus sur une trajectoire identique, avec un décalage angulaire de 7 degrés. Le contrôle est assuré et bien qu'oscillante, l'orientation reste maîtrisée avec une erreur angulaire sur l'orientation inférieure à 15 degrés.

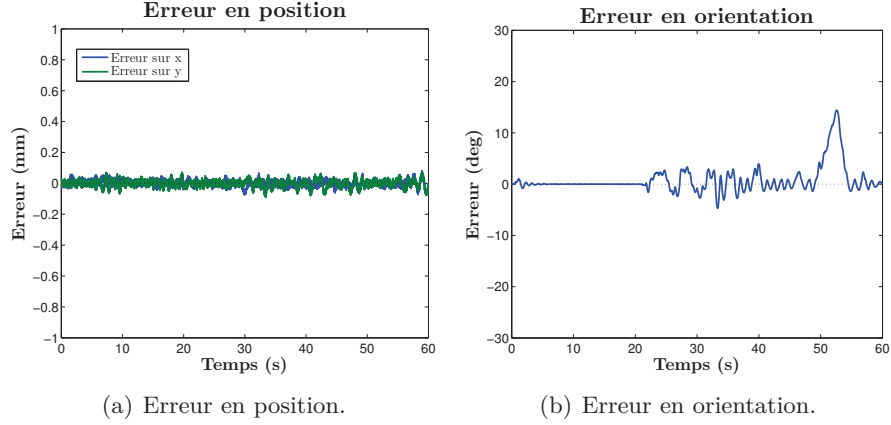
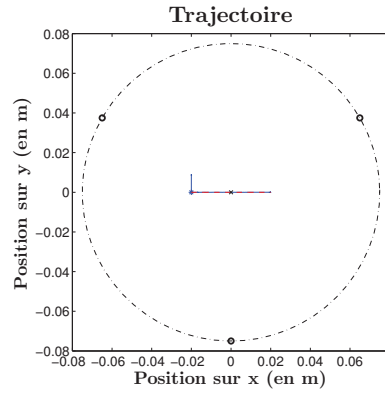


FIGURE 4.14 – Trajectoire problématique FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique et un décalage angulaire de 7 degrés.

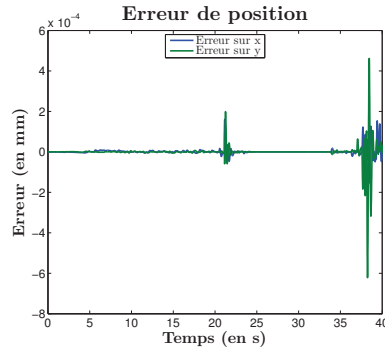
L'orientation adéquate des bobines est donc primordiale pour obtenir une bonne maîtrise de la capsule, ce que nous avons constaté sur le système physique.

Bien que les correcteurs précédents assurent une bonne précision au système, il reste que, pour certaines positions particulières, une perte de contrôle peut survenir sans perturbation externe. Le système comporte certaines configurations singulières, pour lesquelles une partie de son état est incontrôlable. La simulation FIGURE 4.15 est effectuée sur un système idéal, c'est-à-dire sans injecter aucun bruit, en orientant l'axe des bobines vers la position de la capsule. Ceci met bien en évidence une particularité propre au système, donc une singularité.

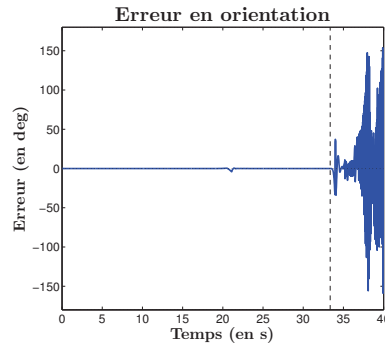
Nous étudions alors le rang du modèle électromagnétique direct du système (la matrice  $[\mathcal{A}]$ ). Ce rang, caractéristique de l'application linéaire que représente  $[\mathcal{A}]$ , traduit la dimension de son image. D'après (3.28), l'image de  $[\mathcal{A}]$  est un sous-espace de l'espace des efforts magnétiques appliqués sur la capsule. Dans le cas de notre système plan, cet espace est de dimension 3. Ainsi, lorsque  $[\mathcal{A}]$  est de rang 3, le système peut créer un effort dans n'importe quelle direction de l'espace. Par contre, lorsque le rang de  $[\mathcal{A}]$  chute d'une (ou plus) unité, une certaine dimension (ou plusieurs) de l'espace n'est plus accessible. La commande du système perd un (ou plus) degré de liberté, le système étant dans une configuration singulière. L'étude du rang de  $[\mathcal{A}]$



(a) Trajectoire simulée.



(b) Erreur en position.



(c) Erreur en orientation.

FIGURE 4.15 – Trajectoire problématique avec perte de contrôle de la capsule. Résultats de simulation avec la commande sous contrainte géométrique.

est donc un moyen de détection des singularités du système.

Numériquement, le rang d'une matrice est calculé à l'aide d'un critère dépendant des rapports entre deux valeurs singulières successives de la matrice. Si un de ces rapports est inférieur à un seuil défini au préalable, alors le rang de la matrice perd une unité.

La FIGURE 4.16 montre l'évolution pratique du rang de la matrice  $[A]$  au cours de la trajectoire réalisée en FIGURE 4.15 pour différentes valeurs de seuil. La FIGURE 4.16(a) montre une sur-détection des configurations singulières bien avant la perte de contrôle de la capsule, alors que la FIGURE 4.16(b) montre une sous-détection de ces configurations. Le réglage de ce seuil permet de définir la proximité d'une singularité, il est alors important de le régler finement.

Dans notre cas, ce réglage s'est avéré très difficile, nous nous sommes

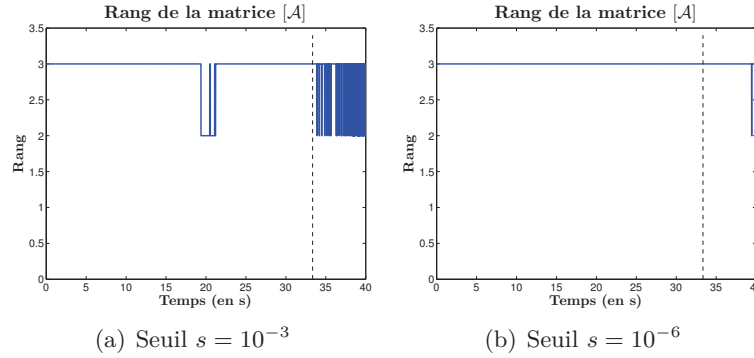


FIGURE 4.16 – Rang de la matrice  $[A]$  le long de la trajectoire FIGURE 4.15. (Calcul du rang de manière numérique à partir des rapports entre deux valeurs singulières successives et d’un seuil  $s$ )

donc intéressés à un autre moyen pour détecter les singularités du système [VHAA13]. Pour cela, nous nous sommes intéressés aux colonnes de la matrice  $[A]$ . Chaque colonne de cette matrice représente un effort (force et couple) par unité de courant appliqué sur la capsule magnétique par un des électroaimants du système.

$$[A] = \begin{bmatrix} f_{x1} & f_{x2} & \cdots & f_{xn} \\ f_{y1} & f_{y2} & \cdots & f_{yn} \\ c_{z1} & c_{z2} & \cdots & c_{zn} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

D’après (3.28), l’effort magnétique total appliqué sur la capsule est une combinaison linéaire des colonnes de cette matrice. Ainsi, si  $[A]$  n’est pas singulière, il existe un sous-ensemble de ses colonnes formant une base de l’espace des efforts. En pratique, l’orientation relative des colonnes les unes par rapport aux autres est très importante. En effet, si toutes les colonnes sont presque colinéaires, sans que  $[A]$  ne soit singulière, l’énergie nécessaire pour déplacer la capsule dans une direction “transverse” à celle des colonnes (FIGURE 3.1) est importante ; bien plus importante que dans le cas idéal où la base formée par les colonnes est orthogonale.

Sur le système magnétique physique, une plus grande énergie se traduit par une augmentation du courant parcourant la ou les bobines. Ceci conduit bien souvent à une saturation du courant et à l’échauffement des bobines. Cette situation doit, bien sûr, être évitée pour ne pas endommager le système. Par conséquent, un suivi de l’évolution des angles  $\alpha_{ij}$  entre les colonnes de  $[A]$  peut être utilisé pour prévoir au préalable si la trajectoire désirée est acceptable (c’est-à-dire qu’elle ne rencontre pas de singularité), ou au cours de la trajectoire pour prévenir l’approche d’une singularité (en ayant défini une marge sur les  $\alpha_{ij}$ ).

La FIGURE 4.17 représente l'évolution des angles  $\alpha_{ij}$  entre les colonnes de  $[\mathcal{A}]$ . Nous constatons que ces angles deviennent nuls (ou presque) au moment de la perte de contrôle. Les colonnes de la matrice sont alors pratiquement parallèles les unes aux autres, le robot perd le contrôle d'un degré de liberté, ce qui provoque la perte de contrôle de la capsule.

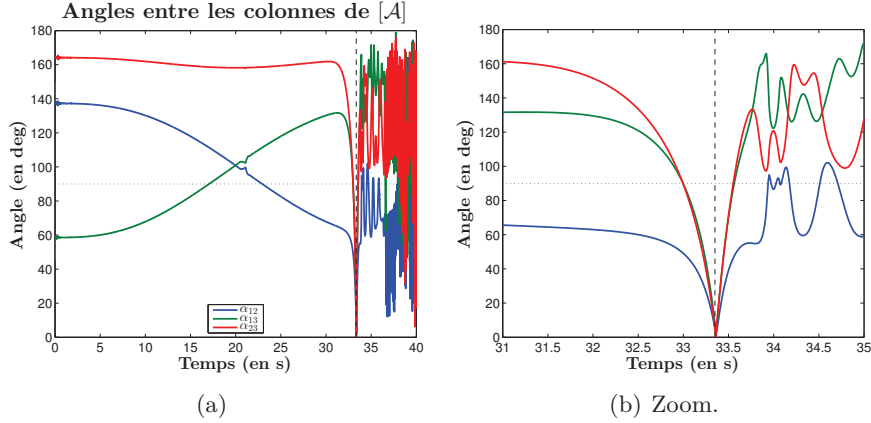


FIGURE 4.17 – Angles entre les colonnes de la matrice  $[\mathcal{A}]$  le long de la trajectoire FIGURE 4.15.

Ainsi, l'étude des angles entre les colonnes de  $[\mathcal{A}]$  est complémentaire à l'étude de son rang, et permet de détecter la proximité des singularités du système. Cette démarche n'est pas spécifique à notre système. Elle s'applique aussi sur d'autres systèmes de manipulation magnétique utilisant des électroaimants, aussi bien fixes que mobiles. Prenons l'exemple d'une architecture, classique pour un système de manipulation magnétique, comportant quatre électroaimants fixes, disposés en vis-à-vis par paires, d'une manière similaire à un dispositif de Helmholtz. La simulation de ce dispositif nous permet d'obtenir les résultats présentés FIGURE 4.18 et FIGURE 4.19. De manière similaire à la simulation précédente, une perte de contrôle de la capsule apparaît au cours de la trajectoire, alors que la simulation est réalisée sans ajout de bruits externes. Là aussi, les colonnes du modèle électromagnétique direct du système deviennent brusquement parallèles, ce qui entraîne la perte de contrôle de la capsule. Ceci conforte la pertinence de cette analyse géométrique, et pose les bases pour la mise en place d'un critère de manipulabilité lié aux angles  $\alpha_{ij}$ .

Afin d'améliorer la manipulation de la capsule et éviter de se trouver dans des configurations singulières, nous allons mettre en place, d'abord en simulation puis sur le dispositif expérimental, les commandes linéarisantes présentées au Chapitre 3.

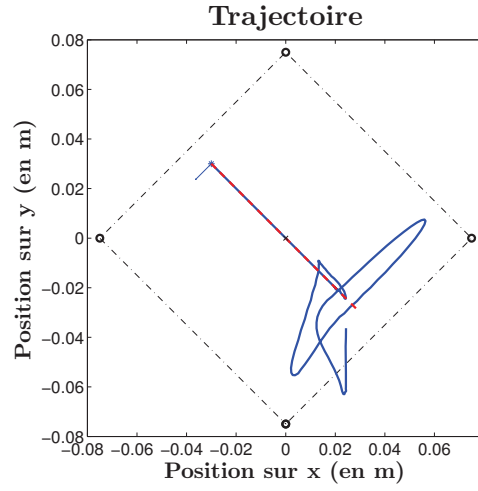


FIGURE 4.18 – Trajectoire problématique. Résultats de simulation sur un système à quatre bobines fixes.

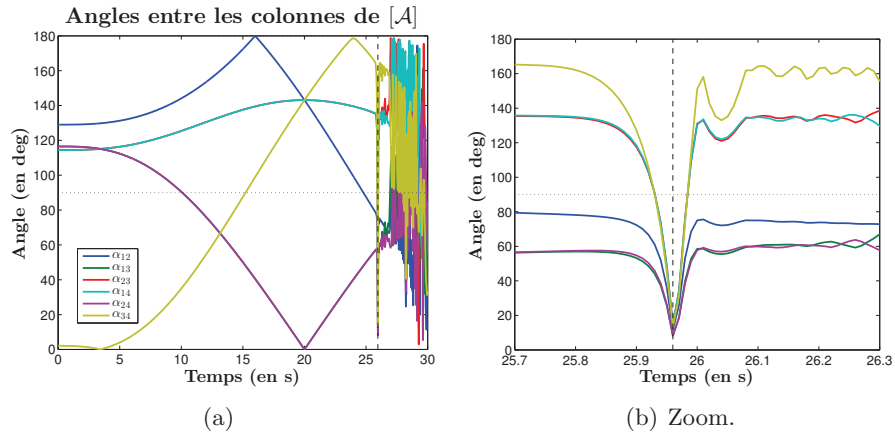


FIGURE 4.19 – Angles entre les colonnes de la matrice  $[A]$  le long de la trajectoire FIGURE 4.18.

#### 4.4/ COMMANDE PAR LINÉARISATION

Reprenons le modèle électromagnétique du système (3.28). Nous avons vu au Chapitre 3 que celui-ci peut se linéariser par parties, une partie agissant sur la force magnétique, l'autre sur le couple.

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [\mathcal{A}_{\mathcal{F}}] \cdot \mathbf{I} \\ \mathbf{C} &= [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}] \cdot \mathbf{I} \end{aligned}$$

Nous allons appliquer au dispositif expérimental étudiée, les méthodes développées dans le Chapitre 3 pour linéariser indépendamment  $[\mathcal{A}_{\mathcal{F}}]$  et  $[\mathcal{A}_{\mathcal{C}}]$  en fonction de la position des bobines, afin de construire de nouvelles commandes du système. Ce découpage est pertinent puisque les commandes précédentes ont montré des dynamiques très différentes pour ces deux sous-systèmes.

#### 4.4.1/ LINÉARISATION PAR RAPPORT AUX COUPLES

Focalisons nous, dans un premier temps, sur la partie régissant l'orientation de la capsule :

$$[\mathcal{A}_{\mathcal{C}}(\boldsymbol{\beta})] \cdot \mathbf{I} = \mathbf{C} \quad (4.4)$$

En un instant d'indice  $k$ , nous pouvons faire apparaître les éléments les plus influents de l'orientation des bobines sur le couple magnétique en effectuant un développement en série de Taylor au premier ordre au voisinage de la configuration du système  $\boldsymbol{\beta}_{|k-1}$ , à l'instant précédent d'indice  $k-1$  :

$$\left[ [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}(\boldsymbol{\beta}_{|k-1})] + \frac{\partial [\mathcal{A}_{\mathcal{C}}(\boldsymbol{\beta}_{|k-1})]}{\partial \boldsymbol{\beta}} \boldsymbol{\Delta\beta}_{|k} \right] \cdot \mathbf{I}_{|k} = \mathbf{C}_{|k} \quad (4.5)$$

Pour commander le système, nous souhaitons calculer quels courants  $\mathbf{I}$  et quelles variations d'orientation des bobines  $\boldsymbol{\Delta\beta} = (\Delta\beta_1 \ \Delta\beta_2 \ \Delta\beta_3)^T$  permettront de réaliser le couple magnétique  $\mathbf{C}$ . Pour cela, nous reprenons la méthodologie de Chapitre 3 en partant du couple magnétique créé par une bobine  $i$ , dans le vide, exprimé dans le repère de cette bobine :

$${}^i\mathbf{C}_i = V \cdot {}^i\mathbf{M} \wedge {}^i\mathbf{B}_i({}^i\mathbf{P}) \quad (4.6)$$

Les transformations de repères entre le repère de la bobine  $i$  et le repère général se traduisent par une multiplication par une matrice homogène  ${}^0[T]_i$ . Dans notre cas, les bobines n'ont qu'un seul degré de liberté en rotation. Nous pouvons alors extraire de la matrice  ${}^0[T]_i$ , définie par (4.1), la partie rotation (variable) et la partie translation (constante) tel que :

$${}^0\mathbf{P} = {}^0[R]_i \cdot {}^i\mathbf{P} + {}^0\mathbf{t}_i \quad (4.7)$$

avec  ${}^0\mathbf{t}_i$  le vecteur de translation constant, et  ${}^0[R]_i$  la matrice de rotation

définis tel que :

$${}^0\mathbf{t}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{O}_0\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{O}_0\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{O}_0\mathbf{O}_i \cdot \mathbf{z}_0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$${}^0[R]_i = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & 0 & -\sin(\beta_i) \\ \sin(\beta_i) & 0 & \cos(\beta_i) \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Nous pouvons alors détailler l'expression du couple dans le repère global en faisant apparaître explicitement sa dépendance à la matrice de rotation  ${}^0[R]_i$  :

$${}^0\mathbf{C}_i = I_i \cdot V \cdot {}^0\mathbf{M} \wedge ({}^0[R]_i \cdot {}^i\mathbf{b}_i ({}^i[R]_0 {}^0\mathbf{P} + {}^i\mathbf{t}_0)) \quad (4.10)$$

Ainsi, d'après (3.50), cette expression se dérive par rapport à l'orientation  $\beta_i$  de la bobine de la manière suivante :

$$\frac{\partial {}^0\mathbf{C}_i}{\partial \beta_i} = I_i V \cdot {}^0\mathbf{M} \wedge \left( \frac{\partial {}^0[R]_i}{\partial \beta_i} \cdot {}^i\mathbf{b}_i ({}^i[R]_0 {}^0\mathbf{P} + {}^i\mathbf{t}_0) + {}^0[R]_i \cdot \frac{\partial {}^i\mathbf{b}_i}{\partial {}^i\mathbf{P}} \frac{\partial {}^i\mathbf{P}}{\partial \beta_i} \right) \quad (4.11)$$

Ceci nous permet d'écrire le développement en série de Taylor au premier ordre sur le couple en fonction du déplacement angulaire de la bobine. Ici  $\gamma_i$  se résume à la variation d'orientation  $\Delta\beta_{i|k}$  et la matrice  $I_i \cdot L_{C_i}$  correspond au vecteur dérivé du couple par rapport à l'orientation de la bobine. Donc (3.61) devient :

$${}^0\mathbf{C}_{i|k} = {}^0\mathbf{C}_{i|k-1} + \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{i|k-1}}{\partial \beta_i} \cdot \Delta\beta_{i|k} \quad (4.12)$$

avec  ${}^0\mathbf{C}_{i|k-1}$ , le couple créé par la bobine  $i$  à l'instant d'indice  $k-1$ .

Comme le montre (3.63), le couple magnétique total est la somme des couples générés par l'ensemble des bobines sur la capsule, ce qui s'exprime ici par :

$${}^0\mathbf{C}_{|k} = {}^0\mathbf{C}_{|k-1} + \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{2|k-1}}{\partial \beta_2} & \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{3|k-1}}{\partial \beta_3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\beta_{1|k} \\ \Delta\beta_{2|k} \\ \Delta\beta_{3|k} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

où le produit  $\begin{bmatrix} L_{C1|k-1} & L_{C2|k-1} & \cdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6 \end{bmatrix}$  se simplifie en la matrice  $3 \times 3$  contenant les dérivées du chacun des couples.

Nous pouvons alors en déduire les changements d'orientation à appliquer à chacune des bobines pour obtenir le couple désiré en inversant ce système, comme effectué dans (3.65). Dans la pratique, nous calculons la pseudo-inverse par décomposition en valeurs singulières en connaissant  $\mathbf{I}_{|k-1}$ , le

courant parcourant les bobines à l'instant précédent, dans leur configuration  $\beta_{|k-1}$ .

$$\Delta\beta_{|k} = \lambda \cdot \left[ \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} \quad \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{2|k-1}}{\partial \beta_2} \quad \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{3|k-1}}{\partial \beta_3} \right]^\dagger \cdot ({}^0\mathbf{C}_{|k}^* - {}^0\mathbf{C}_{|k-1}) \quad (4.14)$$

Une nouvelle commande peut alors être mise au point, en mettant à jour la matrice  $[\mathcal{A}(\beta)]$  avec la nouvelle configuration des bobines  $\beta_{|k}$ , et en recalculant les courants à envoyer aux bobines avec cette nouvelle configuration. Pour lisser l'évolution de  $\beta$ , nous introduisons une dynamique d'ordre 1 via le paramètre d'amortissement  $\lambda$  réglable.

Cette commande permet de dissocier le calcul des variables de commande  $\beta$  et  $\mathbf{I}$ , et d'effectuer une linéarisation du modèle seulement par rapport à  $\beta$ .

Dans le but d'appliquer une commande linéarisante sur l'ensemble du modèle, nous allons appliquer la linéarisation sur la partie régissant les forces, comme effectué dans le Chapitre 3.

#### 4.4.2/ LINÉARISATION PAR RAPPORT AUX FORCES

Nous nous intéressons ici à la partie du modèle qui permet de calculer la force magnétique :

$$[\mathcal{A}_{\mathcal{F}}(\beta)] \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F} \quad (4.15)$$

De même que précédemment, nous étudions la dépendance de la force magnétique face à l'orientation de chacune des bobines. Nous faisons alors apparaître la matrice de rotation  ${}^0[R]_i$  comme détaillé dans (3.70), ce qui donne :

$${}^0\mathbf{F}_i = I_i \cdot V \cdot {}^0[R]_i \cdot {}^i[j({}^i[R]_0 \cdot {}^0\mathbf{P})]_i^T \cdot {}^0\mathbf{M} \quad (4.16)$$

où la matrice  ${}^i[j]_i$  représente le gradient de champ magnétique par unité de courant créé par la bobine  $i$ .

$${}^i[j]_i = {}^i\nabla \mathbf{b}_i \quad (4.17)$$

L'expression (4.16) se dérive par rapport à l'orientation de la bobine  $\beta_i$ , comme effectué dans (3.71), ce qui amène à :

$$\frac{\partial {}^0\mathbf{F}_i}{\partial \beta_i} = I_i \cdot V \cdot \left( \frac{\partial {}^0[R]_i}{\partial \beta_i} \cdot {}^i[j]_i^T + {}^0[R]_i \cdot \frac{\partial {}^i[j]_i^T}{\partial \beta_i} \right) \cdot {}^0\mathbf{M} \quad (4.18)$$

Rappelons que  ${}^i[j]_i$  représente le gradient de  ${}^i\mathbf{b}_i$ , qu'elle s'exprime de la manière suivante :

$${}^i[j({}^iP)]_i = \begin{bmatrix} {}^i(\nabla b_x)^T \\ {}^i(\nabla b_y)^T \\ {}^i(\nabla b_z)^T \end{bmatrix} \quad (4.19)$$



et que nous pouvons calculer les dérivées de chacune des lignes de cette matrice à l'aide des matrices Hessiennes  $[H(b_x)]$ ,  $[H(b_y)]$  et  $[H(b_z)]$ , ce qui donne :

$$\frac{\partial {}^i[j({}^iP)]_i}{\partial \beta_i} = \begin{bmatrix} \left( H(b_x) \cdot \frac{\partial {}^i[R]_0}{\partial \beta_i} \cdot {}^0P \right)^T \\ \left( H(b_y) \cdot \frac{\partial {}^i[R]_0}{\partial \beta_i} \cdot {}^0P \right)^T \\ \left( H(b_z) \cdot \frac{\partial {}^i[R]_0}{\partial \beta_i} \cdot {}^0P \right)^T \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Nous pouvons alors calculer la dérivée de la force magnétique par rapport à l'orientation des bobines. En suivant la même démarche que celle suivie pour effectuer la linéarisation par rapport au couple magnétique, nous obtenons l'équation de commande (3.90). Celle-ci se transcrit ici par l'expression suivante :

$$\Delta \beta_{|k} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_{1|k-1}}{\partial \beta_2} & \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_{1|k-1}}{\partial \beta_3} \end{bmatrix}^\dagger \cdot ({}^0\mathbf{F}_{|k}^* - {}^0\mathbf{F}_{|k-1}) \quad (4.21)$$

où le produit  $\begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}1|k-1} & L_{\mathcal{F}2|k-1} & \cdots \end{bmatrix} \cdot [diag(\mathbf{I}) \otimes \mathcal{I}_6]$  se simplifie en la matrice  $3 \times 3$  contenant les dérivées de chacune des forces.

Il est alors possible d'étudier une commande tout à fait similaire à celle développée sur la partie du modèle régissant le couple magnétique. Mais, étant maintenant capable de linéariser le modèle par partie, nous montrons aussi qu'il est aisé de regrouper ces différentes parties pour obtenir une linéarisation du modèle complet.

#### 4.4.3/ LINÉARISATION COMPLÈTE DU MODÈLE MAGNÉTIQUE

Utilisant les linéarisations développées précédemment, nous utilisons (3.91) pour regrouper et linéariser le modèle complet, ce qui mène au développement en série de Taylor suivant :

$$\begin{pmatrix} {}^0\mathbf{F}_{|k} \\ {}^0\mathbf{C}_{|k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{F}_{|k-1} \\ {}^0\mathbf{C}_{|k-1} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_{2|k-1}}{\partial \beta_2} & \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_{3|k-1}}{\partial \beta_3} \\ \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{2|k-1}}{\partial \beta_2} & \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_{3|k-1}}{\partial \beta_3} \end{bmatrix} \cdot \Delta \beta_{|k} \quad (4.22)$$

La variation angulaire de l'ensemble des bobines  $\Delta \beta$  est alors calculée, en

un instant d'indice  $k$ , par application de (3.92) :

$$\Delta\beta_{|k} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial^0 \mathbf{F}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial^0 \mathbf{F}_{2|k-1}}{\partial \beta_2} & \frac{\partial^0 \mathbf{F}_{3|k-1}}{\partial \beta_3} \\ \frac{\partial^0 \mathbf{C}_{1|k-1}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial^0 \mathbf{C}_{2|k-1}}{\partial \beta_2} & \frac{\partial^0 \mathbf{C}_{3|k-1}}{\partial \beta_3} \end{bmatrix}^\dagger \cdot \left( \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{F}_{|k}^* \\ {}^0\mathbf{C}_{|k}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{F}_{|k-1} \\ {}^0\mathbf{C}_{|k-1} \end{pmatrix} \right) \quad (4.23)$$

La variation de position des bobines obtenue représente alors un compromis entre les variations qui auraient été obtenues en linéarisant seulement une partie du système. La solution choisie permet de minimiser la norme du vecteur des résidus du système, c'est à dire que l'erreur quadratique sur l'effort obtenu par rapport à l'effort demandé est minimisée.

Tout comme pour la linéarisation du modèle par rapport aux forces, ou aux couples, nous exploitons cette variation de position des bobines dans la commande en recalculant le modèle  $[\mathcal{A}(\beta)]$  avec une nouvelle configuration des bobines, en tenant compte de cette variation au facteur  $\lambda$  près réglable, pour ajuster la commande à la dynamique du système.

Les bobines ayant un grand nombre de spires, il est important de réduire les variations de courant afin de diminuer l'impact de leur inductance sur le contrôle du courant les parcourant. C'est l'un des intérêts de cette de commande. En effet, dans chaque cas, la linéarisation de tout ou partie du modèle est effectuée en prenant en compte le courant précédent parcourant les bobines. Les variations de position des bobines sont alors calculées dans le but de réaliser les nouveaux efforts demandés avec le même courant. Bien sûr, les courants sont ensuite ajustés en fonction de la configuration réellement envoyée au système (en tenant compte de facteur  $\lambda$ ).

Nous pouvons maintenant tester ces commandes, dans un premier temps en simulation, puis sur le prototype.

#### 4.4.4/ RÉSULTATS DE SIMULATION

Reprenons la trajectoire problématique réalisée précédemment avec la commande sous contrainte géométrique (les bobines suivant la position de la capsule) en FIGURE 4.13(a). Nous testons, sur cette trajectoire, les différentes commandes linéarisantes développées.

Comme le montrent les FIGURES 4.20, 4.21, et 4.22, nous obtenons en simulation des résultats similaires pour ces trois commandes. Dans chacun des cas, l'erreur de position maximal obtenue est de l'ordre du dixième de millimètre, et l'orientation est contrôlée bien qu'une perturbation apparaisse entraînant une erreur maximale de 20 degrés. Le pic d'erreur observé correspond au passage de la singularité. Nous constatons que les commandes linéarisantes

permettent de garder le contrôle de la capsule, alors que celui-ci était perdu avec la commande sous contrainte géométrique (voir FIGURE 4.13).

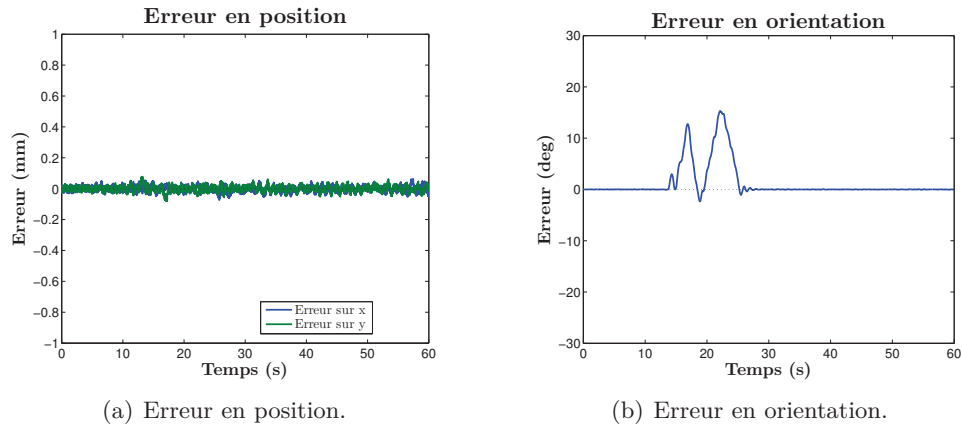


FIGURE 4.20 – Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur le couple magnétique.

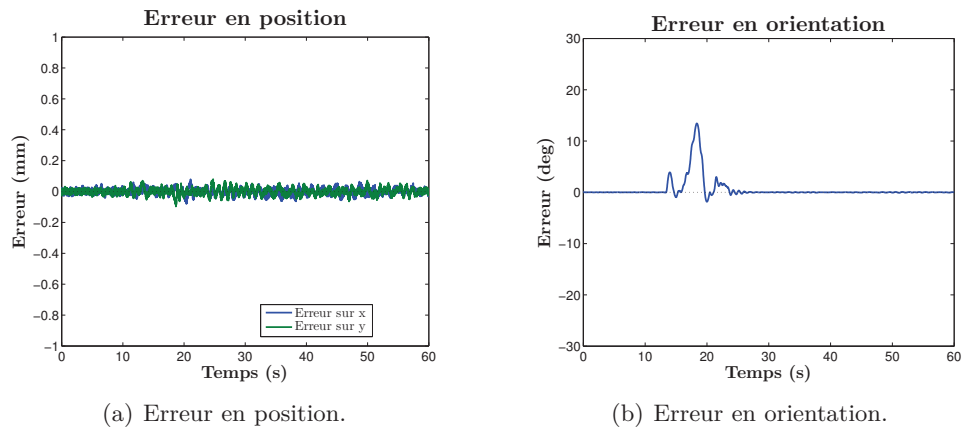


FIGURE 4.21 – Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur la force magnétique.

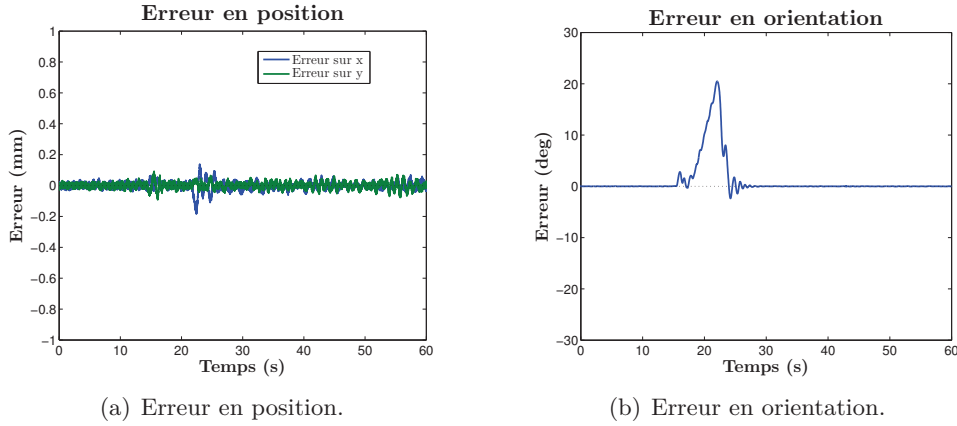


FIGURE 4.22 – Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a). Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur le modèle complet.

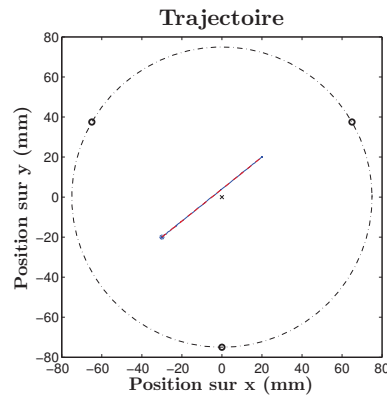
En dehors de certaines trajectoires isolées problématiques, comme celle présentée en FIGURES 4.20, 4.21, et 4.22, le contrôle est aisément réalisé avec une erreur en position inférieure à 0,3 mm, et une erreur angulaire inférieure à 0,3°, comme le montre la FIGURE 4.23. Les commandes linéarisantes nous permettent donc d’obtenir un meilleur contrôle que la première commande étudiée, puisqu’elles améliorent le contrôle sur les trajectoires problématiques.

Les trois commandes linéarisantes présentant des résultats similaires, nous nous focaliserons dans la suite du document sur la linéarisation effectuée sur le modèle complet.

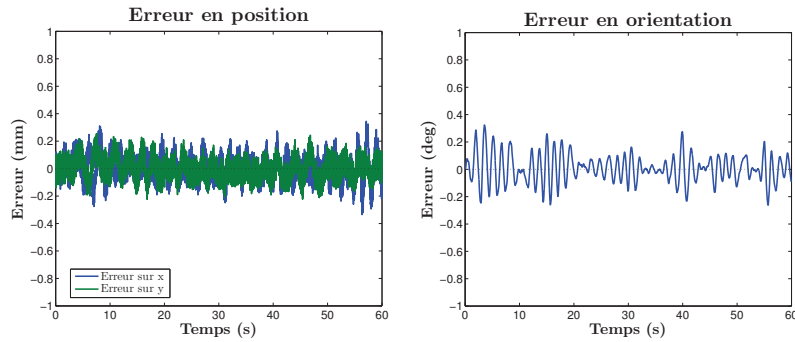
Le gain  $\lambda$  introduit dans la commande permet d’adapter celle-ci à la dynamique du système. Les variations de  $\Delta\beta$  étant fortes et à haute fréquence lorsque  $\lambda = 1$  (FIGURE 4.24), elles sont susceptibles d’induire des vibrations créant beaucoup de perturbations sur le système. Il est alors essentiel de régler  $\lambda$ , afin de réduire ces oscillations et assurer le contrôle.

Ainsi, après réglage, nous obtenons les déplacements montrés en FIGURE 4.25 lors de la simulation ayant permis d’obtenir la FIGURE 4.22, c’est-à-dire avec la commande linéarisante sur le modèle complet, sur la trajectoire montrée FIGURE 4.13(a). L’amplitude des oscillations est limitée, et les bobines s’orientent indépendamment les unes des autres afin d’assurer le bon contrôle de la capsule.

Les simulations nous montrent également une forte dépendance de la maîtrise de la capsule à la position de départ des bobines. En effet, comme nous l’avons vu précédemment la configuration des bobines influe sur la manipu-



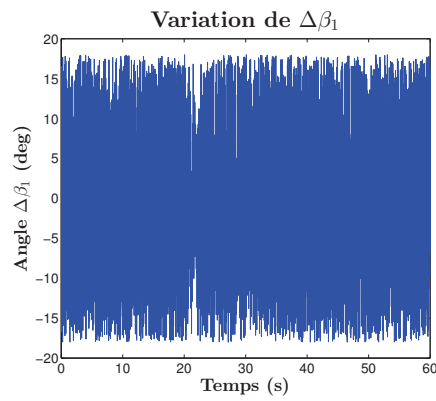
(a) Trajectoire simulée.



(b) Erreur en position.

(c) Erreur en orientation.

FIGURE 4.23 – Résultats de simulation d'une trajectoire parfaitement réalisée, avec la commande linéarisante appliquée sur le modèle complet.

FIGURE 4.24 – Variation de  $\Delta\beta_1$  au cours d'une simulation avec  $\lambda = 1$ .

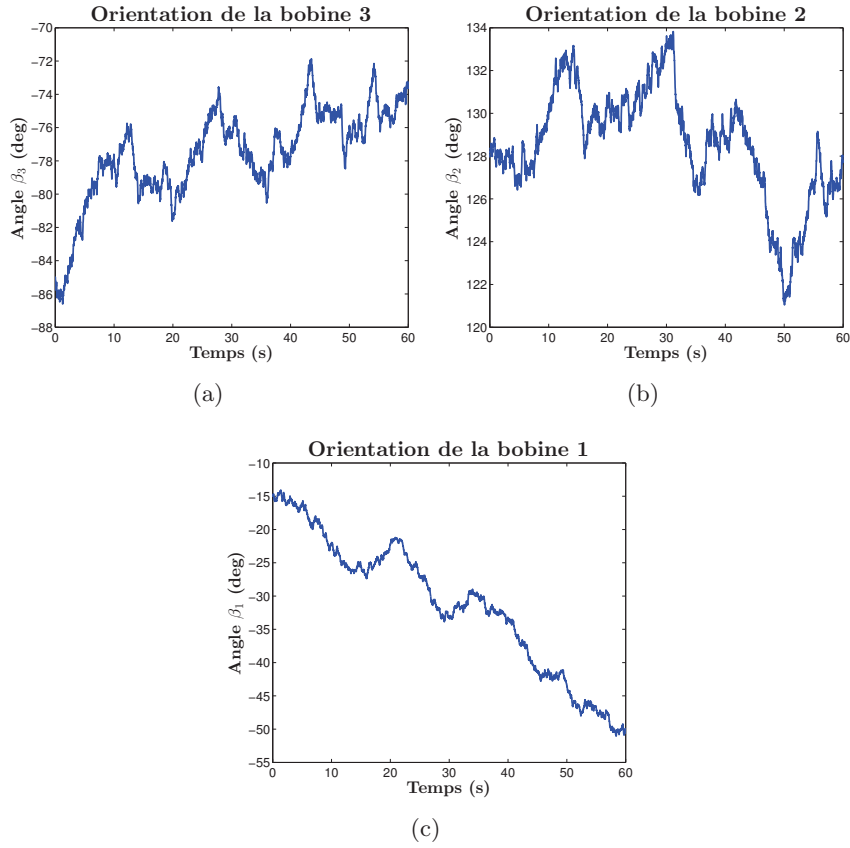


FIGURE 4.25 – Déplacement des bobines pendant la simulation FIGURE 4.22 après réglage du paramètre  $\lambda$ .

labilité de la capsule. De plus, les commandes linéarisantes permettent de calculer une variation de position des bobines par rapport à leur position actuelle et non une position absolue. De ce fait, la configuration de départ conditionne fortement le contrôle de la capsule. Si cette configuration est défavorable à la manipulabilité de la capsule, le système prendra alors un certain temps à se positionner dans une configuration plus favorable. Durant cet intervalle de temps, le contrôle sera alors moins précis.

La FIGURE 4.26 illustre ce phénomène. Elle présente les résultats de la même simulation que celle montrée FIGURE 4.22 avec une position de départ des bobines légèrement différente. Le contrôle de l'orientation de la capsule est moins précis durant un laps de temps plus long.

Ceci illustre une nouvelle fois l'importance de la mobilité des électroaimants. La reconfiguration du système en temps réel prend tout son sens lorsqu'il s'agit d'assurer le bon contrôle de la capsule, puisque celui-ci garantit la

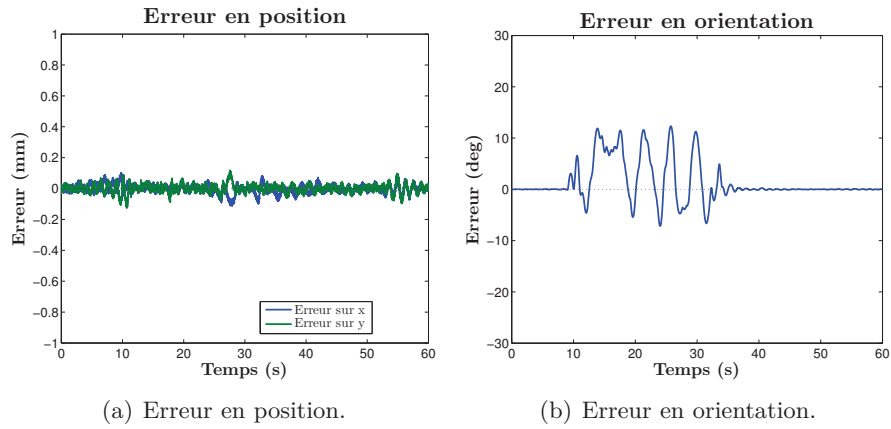


FIGURE 4.26 – Erreur de suivi le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a) avec une mauvaise configuration de départ des bobines. Résultats de simulation avec la commande linéarisante appliquée sur le modèle complet.

sécurité du patient. Le choix de la position de départ des bobines est essentiel et nous allons devoir étudier comment effectuer ce choix afin d’optimiser la manipulabilité de la capsule (voir section 4.5).

#### 4.4.5/ IMPLÉMENTATION DES COMMANDES LINÉARISANTES SUR LE SYSTÈME EXPÉRIMENTAL

Les trois commandes linéarisantes simulées précédemment ont été implémentées sur le dispositif expérimental. Nous présentons, ici, les résultats obtenus avec celle prenant en compte le modèle complet.

Notons que du fait de la taille des bobines, leur amplitude de mouvement est limitée à  $-25^\circ \leq \Delta\beta_i \leq 25^\circ$  par rapport à leur orientation vers le centre de l’espace de travail.

Nous effectuons un contrôle de trajectoire en se plaçant dans les mêmes conditions que précédemment (voir Section 4.2.3). Le correcteur (PID + FF) reste exactement le même (les gains sont inchangés), seule la loi de commande sous contrainte géométrique est remplacée par la commande linéarisante sur le modèle complet.

La FIGURE 4.27(b) montre le suivi de la trajectoire au cours du temps. Elle présente des paliers, notamment au début de la trajectoire, qui sont dus au frottement sec résiduel de la capsule magnétique au fond du bac. Ces derniers impactent la position finale de la capsule, puisque le correcteur choisi ne permet pas de compenser une erreur statique d’environ 1 mm

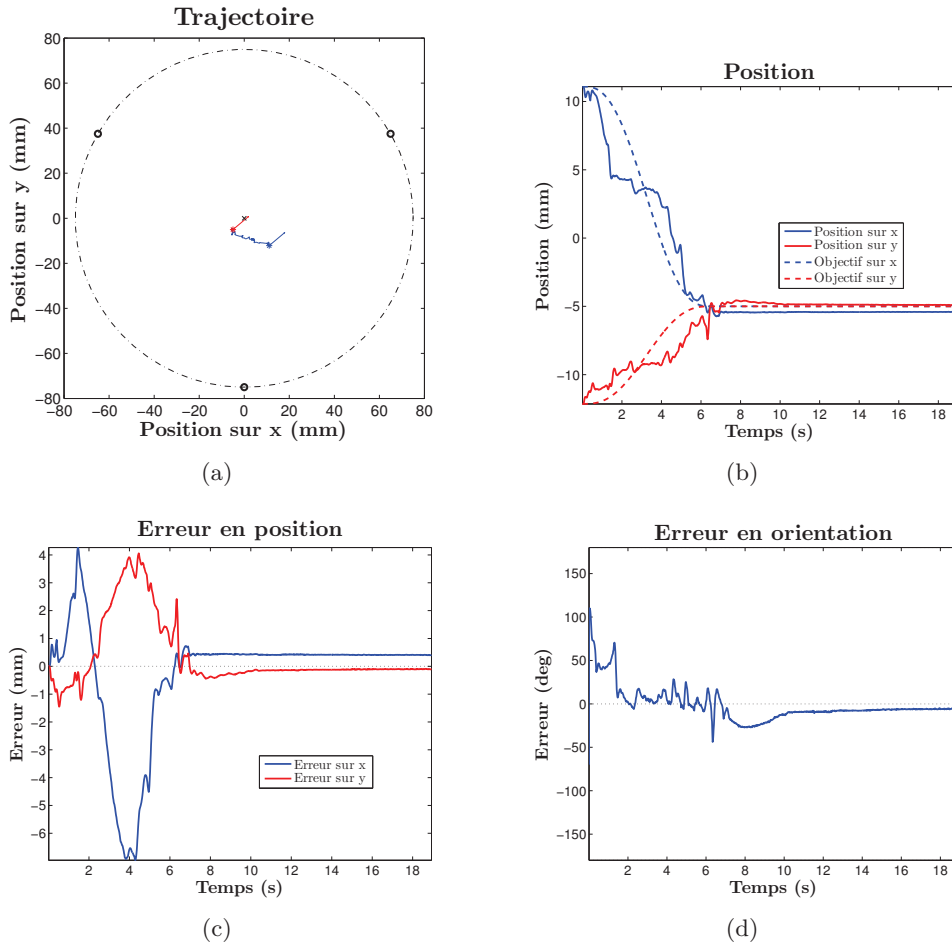


FIGURE 4.27 – Contrôle sur une trajectoire rectiligne. Résultats expérimentaux avec la commande linéarisante.

(FIGURE 4.27(c)). La FIGURE 4.27(d) montre que l'erreur en orientation se stabilise à  $-10^\circ$  puis diminue très lentement, du fait du gain intégral très faible.

Deux solutions sont alors possibles pour supprimer cette erreur statique. La première consiste à augmenter l'action intégrale au correcteur, l'inconvénient étant que ceci déstabilise la commande si cette action devient prédominante. Une meilleure solution est d'estimer les frottements secs à l'œuvre, et de les pré-compenser dans le correcteur feed-forward. Malheureusement, dans notre cas la capsule nage entre deux eaux, se posant au fond lorsqu'elle n'est pas en mouvement. Ainsi, un faible changement du niveau de liquide induit un changement conséquent des frottements secs, dont l'estimation doit à chaque fois être mise à jour.



Au final, nous obtenons une précision similaire aux résultats expérimentaux lors de la validation du modèle. Le soucis de prise en compte des frottements secs se pose aussi bien pour la commande sous contrainte géométrique, que pour la commande linéarisante.

## 4.5/ OPTIMISATION DE LA POSITION DES BOBINES

Les singularités du système sont liées à la configuration géométrique de celui-ci. Nous avons vu d'autre part, que la commande linéarisante permet de favoriser la manipulabilité de la capsule, puisqu'elle permet de modifier la configuration du système dans le but de satisfaire les efforts demandés (donc la trajectoire demandée). Ainsi, de manière implicite la commande linéarisante permet d'éviter autant que possible les configurations singulières.

Cependant, cette commande n'a pas d'influence sur la position de départ des bobines. Au contraire, la commande (et ses performances) dépend de la configuration initiale du système. De plus, les mouvements des bobines étant limités (butées, vitesses), il restera toujours certaines trajectoires particulières pour lesquelles une configuration singulière apparaîtra. L'enjeu est alors de garder le contrôle de la capsule lors du passage de la singularité.

Étudions dans un premier temps l'optimisation de la configuration de départ des bobines.

### 4.5.1/ CONFIGURATION DE DÉPART

Pour placer les bobines dans une configuration adéquate au départ d'une trajectoire effectuée par la capsule, nous devons définir des critères nous permettant de discriminer la "qualité" d'une configuration pour satisfaire les efforts demandés et réaliser le déplacement de la capsule souhaité.

Pour définir un critère, nous nous basons sur l'étude des singularités précédemment menée. Considérons les colonnes  $\mathbf{V}_i$  de la matrice  $[\mathcal{A}]$  :

$$[\mathcal{A}] = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 & \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Nous définissons un vecteur  $\mathbf{Q}$  formé à partir des normes des produits vectoriels de chaque colonne deux à deux, tel que :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \|V_1 \wedge V_2\|^2 \\ \|V_1 \wedge V_3\|^2 \\ \|V_2 \wedge V_3\|^2 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Ce vecteur dépend à la fois de l'orientation de chacune des colonnes l'une par rapport à l'autre, et de la norme de chacune des colonnes. Ainsi, il permet de caractériser la base formée par les colonnes de  $[\mathcal{A}]$ . Nous prenons alors  $q$ , la norme de  $\mathbf{Q}$ , pour critère de manipulabilité.

$$q = \|\mathbf{Q}\| \quad (4.26)$$

Le critère  $q$  présente l'avantage d'être analytique, mais ce n'est pas un critère standard. En robotique "classique", différents indices sont définis à partir des valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice Jacobienne du robot. Les valeurs singulières d'une matrice caractérisent la transformation linéaire à laquelle elle est associée, en particulier l'espace image de cette transformation.

L'indice de manipulabilité standard  $w$  est défini comme le volume de l'ellipsoïde des efforts (équivalent à l'ellipsoïde des vitesses de part la dualité vitesse-effort) de l'organe terminal du robot, c'est-à-dire le produit des valeurs singulières :

$$w = \prod_{i=1}^n \sigma_i \quad (4.27)$$

Le conditionnement  $\kappa$  est aussi utilisé pour évaluer la capacité du robot à transmettre les vitesses et les efforts au niveau de l'outil. Il mesure l'uniformité de la distribution des vitesses et des efforts à l'outil dans toutes les directions en une configuration donnée.

$$\kappa = \frac{\sigma_1}{\sigma_n} \text{ avec } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \quad (4.28)$$

Dans le domaine de l'étalonnage de robot, des indices d'observabilité sont couramment utilisés pour évaluer la justesse d'une pose [SH08, Gay13]. Ces indices, pour certains liés à  $w$  et  $\kappa$ , sont caractéristiques de la configuration du système et dépendent des valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice Jacobienne du robot. Dans notre cas, la matrice  $[\mathcal{A}]$  a la même structure qu'une matrice Jacobienne, nous pouvons donc utiliser ces mêmes indices pour caractériser la configuration de notre système, donc la manipulabilité de notre capsule. Nous considérons ainsi cinq indices [Gay13, GD14], calculés à partir des valeurs singulières de  $[\mathcal{A}]$  (avec  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) tels que :

$$O_1 = \sqrt[3]{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3} \quad (4.29)$$

$$O_2 = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \quad (4.30)$$

$$O_3 = \sigma_3 \quad (4.31)$$

$$O_4 = \frac{\sigma_3^2}{\sigma_1} \quad (4.32)$$

$$O_5 = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3}} \quad (4.33)$$

Nous disposons alors de six critères différents ( $q$  et les cinq indices d'observabilité) pour étudier la configuration du système. Pour comparer l'utilité de ces critères, nous procédons comme suit :

- nous sélectionnons une trajectoire à réaliser par la capsule ;
- étant donnée la pose de la capsule au départ de la trajectoire, nous sélectionnons un critère et nous cherchons la configuration initiale du système qui maximise le critère donné ;
- la trajectoire est réalisée en positionnant les bobines suivant la configuration trouvée (en utilisant la commande linéarisante sur tout le modèle) ;
- enfin, la qualité du suivi de trajectoire est étudiée et comparée à celle obtenue avec les autres indices.

Reprenons la trajectoire problématique étudiée précédemment (FIGURE 4.13(a)) et cherchons le meilleur placement de départ des bobines pour satisfaire cette trajectoire. Les différents critères nous donnent les configurations de départ suivantes pour les bobines (angles en degrés) :

- $q \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 55 & 100 & 20 \end{pmatrix}^T$
- $O_1 \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 115 & 120 & -100 \end{pmatrix}^T$
- $O_2$  et  $O_4 \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 105 & 130 & -15 \end{pmatrix}^T$
- $O_3 \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 140 & 155 & 10 \end{pmatrix}^T$
- $O_5 \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 140 & -145 & 10 \end{pmatrix}^T$

Ces configurations sont représentées sur la FIGURE 4.28, où la position et l'orientation de la capsule sont représentées en bleu, et l'orientation de l'axe de chaque bobine est représenté en rouge.

Pour chacune de ces configurations de départ, nous effectuons la trajectoire demandée et nous comparons les résultats de simulation obtenus (FIGURE 4.29 et FIGURE 4.30). Nous constatons tout d'abord que la configuration calculée par le critère  $O_3$  n'est pas acceptable car elle conduit à la perte de contrôle de la capsule, comme le montrent les FIGURES 4.29(d) et 4.30(d). D'autre part, les critères  $O_2$  et  $O_4$  nous donnant les mêmes configuration de départ, les résultats obtenus avec ces critères sont logiquement identiques. Les résultats obtenus sont similaires pour l'ensemble des critères (sauf  $O_3$ ). Chaque critère influe sur l'orientation des bobines, ce qui décale le passage des singularités et amoindrit leurs effets. Bien qu'il ne permette pas d'obtenir les meilleurs performances, le critère  $q$  que nous proposons améliore le contrôle de la capsule. L'optimisation de la position de départ étant longue (test d'un grand nombre de configurations), ce critère peut permettre un gain en rapidité de calcul car il ne dépend pas des valeurs singulières (dont le calcul peut alors être évité). Le choix de tel ou tel critère dépendra donc

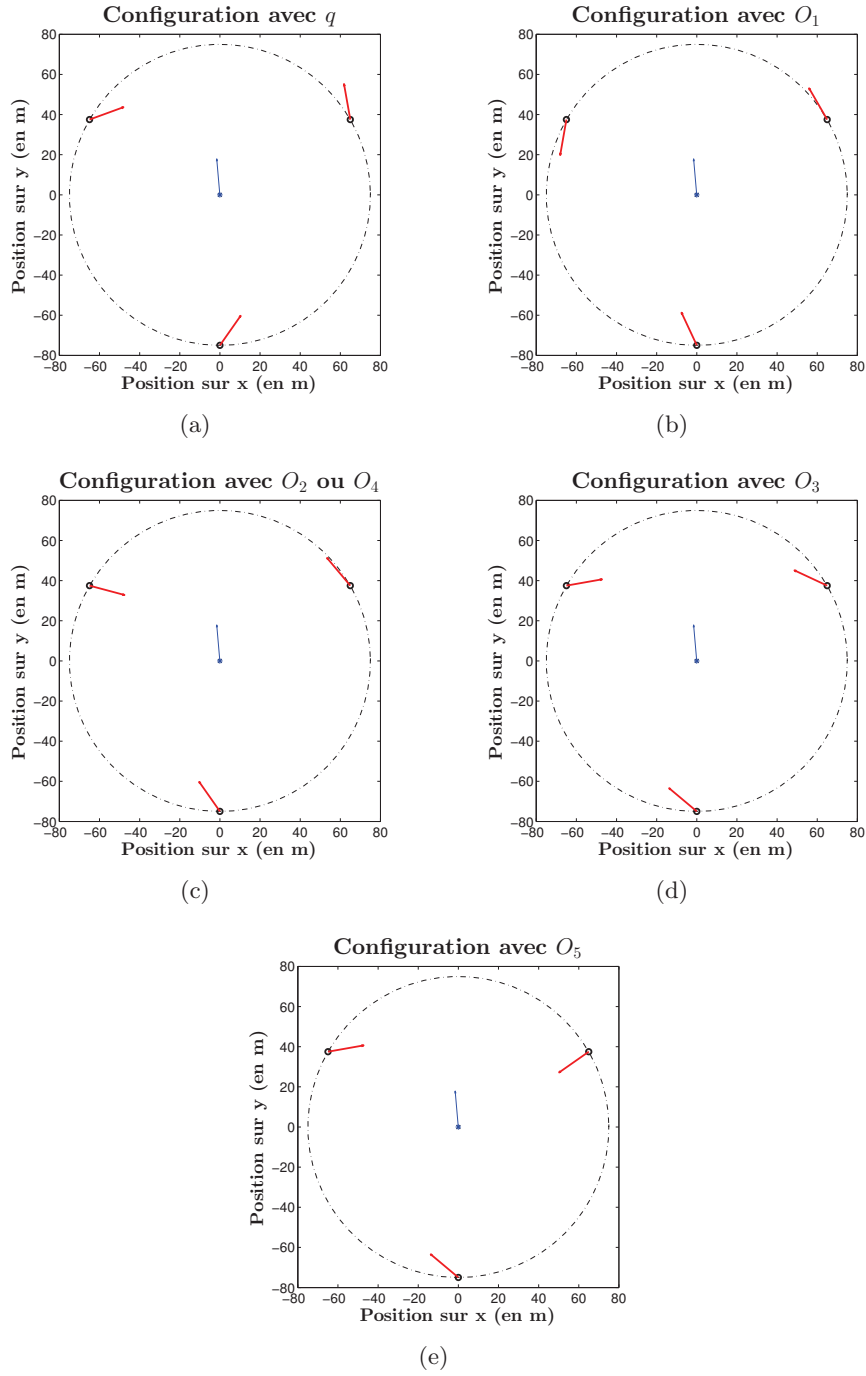


FIGURE 4.28 – Configurations de départ calculées avec les différents critères.

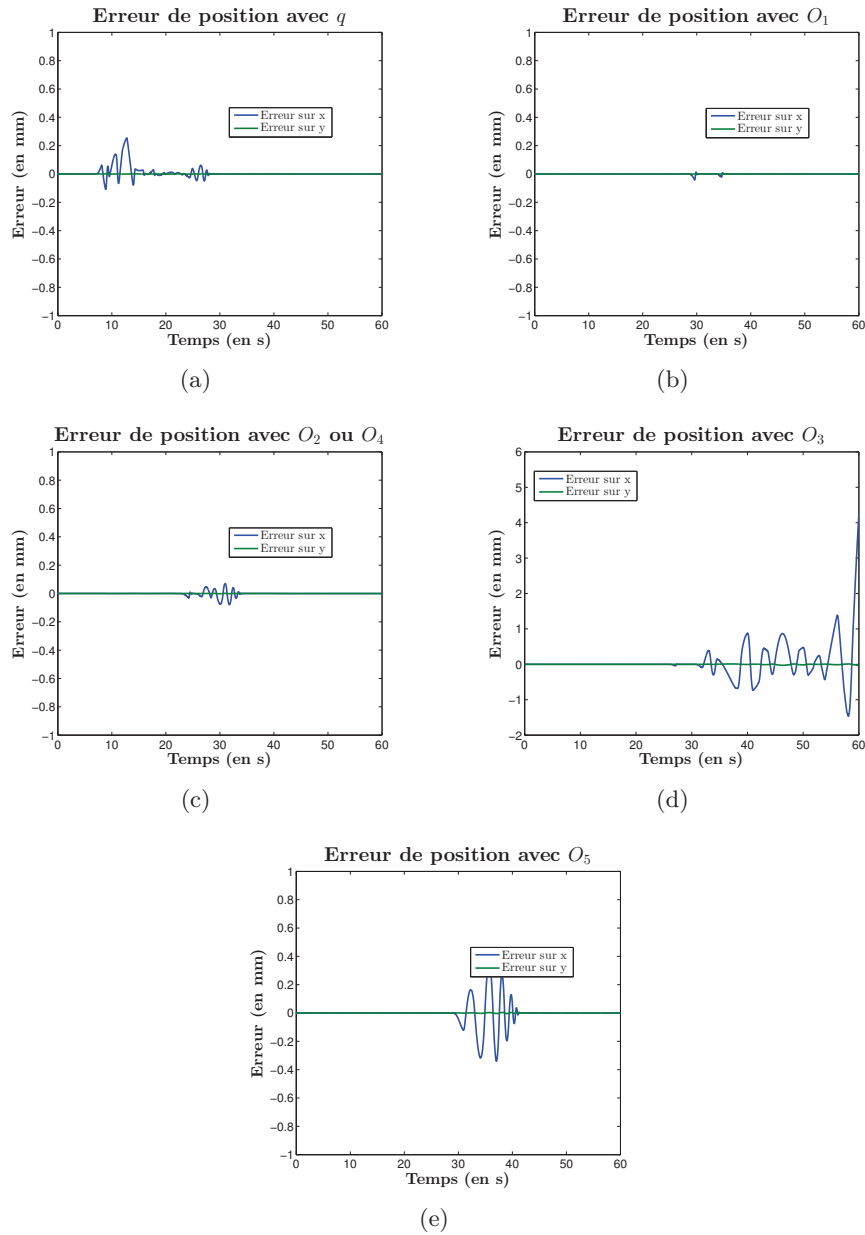


FIGURE 4.29 – Erreur de position le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a) pour les configurations de départ calculées avec les différents critères.

des performances obtenues avec le système étudié, de l'application visée et de ses contraintes (minimisation de l'erreur angulaire, de l'erreur en position, de la durée de l'erreur, etc.). Dans notre cas, nous choisissons de minimiser l'amplitude des erreurs. Ceci nous conduit à sélectionner le critère  $O_1$  pour

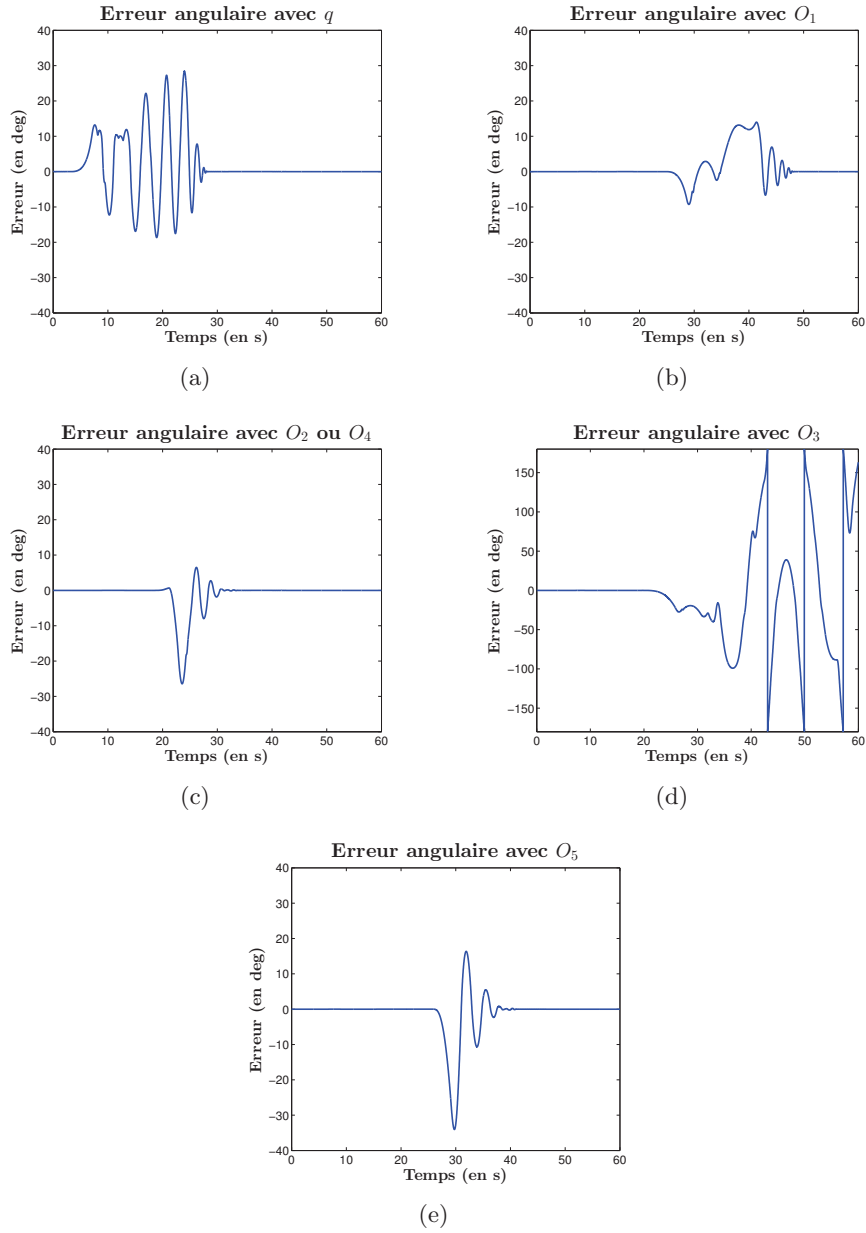


FIGURE 4.30 – Erreur d’orientation le long de la trajectoire FIGURE 4.13(a) pour les configurations de départ calculées avec les différents critères.

calculer la configuration initiale des bobines, puisque c’est avec ce critère que nous obtenons des erreurs d’amplitude minimale aussi bien en position qu’en orientation.

## 4.5.2/ OPTIMISATION EN COURS DE COMMANDE

Les commandes linéarisantes que nous avons mises en place nous permettent de favoriser la manipulabilité de la capsule, mais ne prennent pas en compte explicitement les configurations singulières du système. Nous pouvons alors créer une tâche secondaire afin d'optimiser cet aspect en utilisant les critères définis précédemment.

Lors du calcul des déplacements à imposer aux bobines nous pouvons ajouter au déplacement donné par la commande linéarisante un déplacement calculé par optimisation d'un critère secondaire. Comme expliqué au Chapitre 3, cette optimisation est ajoutée à la commande par l'intermédiaire d'un projecteur sur le noyau de la tâche primaire, de la manière suivante :

$$\Delta\beta = \lambda \cdot [\mathcal{E}]^\dagger \cdot \left( \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{F}^* \\ {}^0\mathbf{C}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{F}_{|k-1} \\ {}^0\mathbf{C}_{|k-1} \end{pmatrix} \right) + (\mathcal{I}_6 - [\mathcal{E}]^\dagger [\mathcal{E}]) \cdot f(\max_{\beta} O_1) \quad (4.34)$$

avec  $[\mathcal{E}]$  la matrice  $6 \times 3$  telle que :

$$[\mathcal{E}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_2}{\partial \beta_2} & \frac{\partial {}^0\mathbf{F}_3}{\partial \beta_3} \\ \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_2}{\partial \beta_2} & \frac{\partial {}^0\mathbf{C}_3}{\partial \beta_3} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

et où  $f(\max_{\beta} O_1)$  est l'optimisation qui donne le vecteur  $\beta$  qui maximise le critère  $O_1$  (elle utilise  $\frac{\partial O_1}{\partial \beta}$ ).

Notons que, ici, nous avons choisi de maximiser  $O_1$  puisque c'est le critère qui présentait les meilleurs résultats, mais le critère à maximiser peut tout aussi bien être l'un des autres critères présentés précédemment.

Pour maximiser le critère, nous calculons les dérivées du critère choisi par rapport à l'orientation de chacune des bobines. Dans le cas des indices d'observabilité, ces dérivées doivent être calculées numériquement puisqu'ils dépendent des valeurs singulières. le critère  $q$  proposé en (4.26) gagne alors de l'intérêt puisqu'il présente l'avantage d'être analytique. Ensuite, nous utilisons la bibliothèque d'optimisation Gurobi pour trouver la position des bobines qui maximise le critère choisi.

Cette loi de commande a été testée en simulation ce qui nous a permis d'obtenir les résultats présentés ci-après. La FIGURE 4.31 montre l'erreur de suivi de trajectoire obtenue en utilisant le critère  $O_1$  pour calculer la configuration initiale des bobines, mais sans optimisation au cours de la commande. La FIGURE 4.32 présente l'erreur de suivi de trajectoire obtenue pour la même trajectoire et dans les mêmes conditions, en ajoutant l'optimisation par la maximisation du critère  $O_1$  au cours de la commande. Ces figures nous

montrent que l'erreur de position ainsi que l'erreur angulaire maximales ont toutes les deux été divisées par 2 lors de l'utilisation de la tâche secondaire.

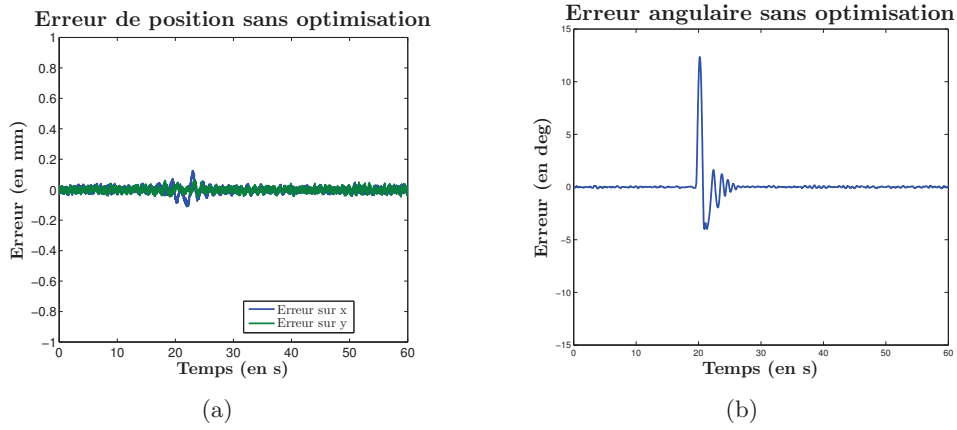


FIGURE 4.31 – Sans optimisation, seulement configuration de départ

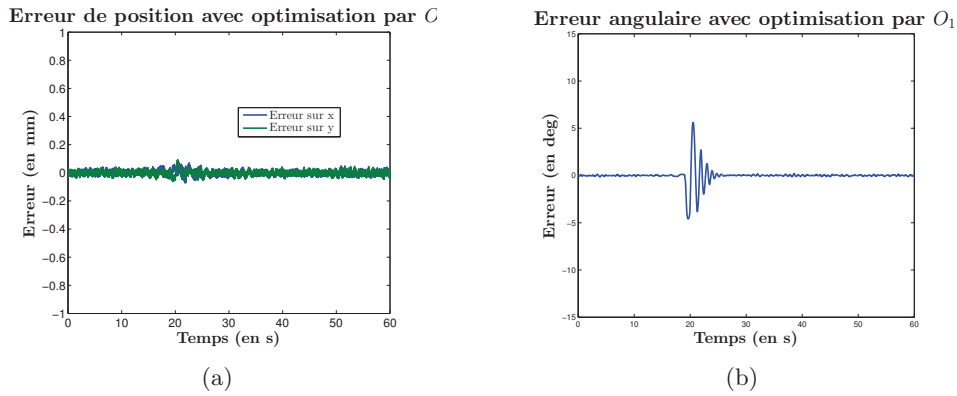


FIGURE 4.32 – Avec optimisation par  $O_1$ , et configuration de départ

## 4.6/ CONCLUSION

Pour conclure, nous avons évalué dans ce chapitre la théorie développée dans le chapitre précédent. Pour cela, nous avons tout d'abord conçu un simulateur informatique permettant de définir un système magnétique et reproduire sa dynamique afin de tester différentes lois de commande. Nous avons également conçu un prototype de manipulation magnétique permettant le contrôle des déplacements d'une capsule magnétique dans un plan horizontal.



Nous avons alors pu tester les différentes commandes à la fois en simulation pour vérifier leur faisabilité, et sur le dispositif expérimental pour valider leur application dans un cas réel.

D'autre part, nous avons également mené une étude des singularités du système. Celle-ci nous a conduit à définir des critères permettant d'optimiser la configuration des bobines, aussi bien au départ d'une trajectoire qu'au cours de commande, en utilisant la redondance du système.

Les expériences ont été menées sur un système plan, dont chaque bobine dispose d'un DDL. Bien sûr, ce système n'est pas représentatif d'un cas général. Pour autant il constitue une première approche et nous a permis de valider les théories développées.

Ces expériences et ces simulations nous ont montré que la mobilité des bobines permet un meilleur contrôle d'un objet magnétique. En choisissant une configuration du système adaptée, il est possible d'éviter les configurations singulières ou de minimiser leur impact sur l'objet manipulé. Ces résultats valident la pertinence de notre approche ce qui ouvre la porte à une nouvelle variété de systèmes de manipulation magnétique.

Notons enfin que les expérimentations ne se sont pas révélées simples. En effet, la capsule n'étant pas en contact "solide" avec d'autres éléments, elle est très sensible aux perturbations externes, comme les vibrations mécaniques créées par le mouvement des bobines, ou les perturbations électromagnétique créées par l'électronique de commande. Ceci nous a conduit d'une part à optimiser la conception de notre système (renforcement de la structure, changement des électroaimants, etc.), d'autre part à adapter la commande pour réduire les perturbations (gain  $\lambda$ ) et compenser certains effets (champ magnétique terrestre par exemple). Nous avons également été amené à évaluer et améliorer le modèle électromagnétique de nos électroaimants afin de le rendre plus précis tout en gardant une grande efficacité de calcul. Enfin nous avons aussi été confronté aux problématiques d'étalonnage/calibration entre la caméra et le système.

Les problématiques que nous avons rencontrées montrent bien les possibilités d'extension de ces travaux dans de nombreux domaines :

- en automatique, pour l'amélioration des performances ;
- en cinématique, pour l'étude des singularités ;
- en robotique, pour l'optimisation des systèmes ;
- en vision, pour la commande dans l'image, ou l'utilisation de moyens d'imagerie médicale (échographe, scanner, etc.) ;
- en physique, pour l'amélioration des modèles électromagnétiques et dynamiques ;
- etc.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

## CONCLUSION

Dans cette thèse, qui constitue l'un des rares travaux français sur la manipulation magnétique, nous nous sommes intéressés aux domaines du magnétisme, de la robotique et du biomédical. Ce dernier domaine nous a fourni un contexte et un fil directeur, ainsi qu'un objectif à moyen terme. Nous nous sommes concentrés sur l'endoscopie digestive, en particulier sur les capsules endoscopiques. Nous avons vu que l'inconvénient majeur de ces capsules est que leur progression se fait en fonction de la digestion du patient et que le médecin n'a aucun contrôle sur leur progression. Les mouvements de la capsule sont aléatoires, ce qui pénalise fortement le diagnostic, voire le rend impossible.

Nous nous sommes alors proposés d'étudier l'actionnement de ce type de capsules par un système de manipulation magnétique. Pour cela nous avons étudié les systèmes de manipulation magnétique existants et nous avons montré que ceux-ci peuvent se classer en trois catégories : les systèmes à électroaimants statiques, les systèmes à aimant permanent mobiles, et les *systèmes à électroaimants mobiles*. C'est à cette troisième catégorie de systèmes, très peu étudiée auparavant, que nous nous sommes intéressés.

L'intérêt de cette catégorie de systèmes est de pouvoir créer des systèmes reconfigurables à souhait, ce qui est particulièrement important dans le cas médical où la manipulation d'un même objet dans une partie du corps ou une autre ne pose pas les mêmes contraintes (la navigation dans l'estomac est différente de la navigation dans les intestins par exemple).

L'utilisation d'électroaimants avec un noyau ferromagnétique est alors un avantage puisqu'ils permettent de créer des champs magnétiques forts tout en ayant un encombrement réduit. En contrepartie, de tels électroaimants créent un champ fortement non-linéaire qu'il faut modéliser pour pouvoir commander le système. Nous avons alors comparé les différentes techniques de modélisation des électroaimants existantes (formule du dipôle, éléments finis, mesures, etc.). Ces modèles ne satisfaisant pas nos contraintes, notamment en termes de précision, rapidité de calcul et mémoire, nous avons développé un modèle électromagnétique "hybride" (analytique recalé sur des

mesures) adapté à la commande. Nous avons montré l'intérêt de ce modèle, en particulier en ce qui concerne l'endoscopie digestive.

Ensuite, nous nous sommes intéressés à la modélisation et à la commande des systèmes à électroaimants mobiles. Nous avons proposé une nouvelle théorie pour modéliser et commander ces systèmes. Nous nous sommes basés sur le modèle de l'Octomag développé dans [KAK<sup>+</sup>10], auquel nous avons ajouté la prise en compte de la mobilité des électroaimants. Ceci nous a permis de développer des commandes linéarisantes pour cette catégorie de systèmes. Ces commandes permettent une gestion indépendante des mouvements de chacun des électroaimants d'un système, ainsi que des courants qui les traversent.

Enfin, nous avons conçu, fabriqué et assemblé un prototype de manipulation magnétique, ainsi que son architecture de commande. Ce dispositif expérimental est dédié à la manipulation d'une capsule magnétique dans un plan horizontal et est constitué de trois électroaimants pouvant s'orienter autour d'un axe vertical. Le modèle et les commandes développées précédemment ont alors été testées en simulation ainsi que sur le dispositif expérimental. De plus, des critères d'optimisation ont été utilisés afin de maximiser la manipulabilité de la capsule magnétique. Ces expériences nous ont beaucoup appris et nous ont permis de pousser notre réflexion tout au long de ces travaux. Elles nous ont conduit à étudier le modèle électromagnétique des électroaimants, à optimiser la conception de notre dispositif expérimental, à améliorer la commande, à appréhender les problématiques d'étalonnage, à fiabiliser et rendre plus efficaces les calculs numériques effectués, etc. Les résultats obtenus montrent l'applicabilité des théories développées et offrent de nombreuses pistes d'amélioration.

## PERSPECTIVES

Ces travaux ouvrent de larges perspectives de recherche. La catégorie des systèmes de manipulation magnétique à électroaimants mobiles n'a été jusqu'alors que très peu étudiée, et la commande développée dans le Chapitre 3 montre le potentiel de ce type de systèmes. Ils offrent l'opportunité d'une manipulation magnétique optimisée, dans un large espace de travail. Leur conception n'est plus limitée par le modèle, puisque celui-ci peut prendre en compte tous les mouvements de chacune des sources magnétiques.

Ceci ouvre la porte à la conception de nouvelles structures robotiques, notamment pour la manipulation magnétique en 3 dimensions, et pose de nombreuses questions. Combien d'électroaimants sont nécessaires pour réaliser une tâche donnée ? Quelle mobilité donner aux sources ? Quelle est l'influence

de la forme de l'électroaimant sur la cinématique du système ? Sur quels critères se baser pour optimiser la structure ? Les réponses à ces questions sont loin d'être simples. Les systèmes de manipulation magnétiques ouvrent un nouveau champ robotique. Il faudra déterminer de nouveaux critères pour différencier les structures robotiques, comme on le fait en robotique "classique" en différenciant robot sériel, parallèle, anthropomorphe, scara, etc. Les spécificités de chaque structure devront alors être démontrées.

Nos expériences nous ont montré que la mise en œuvre des commandes sur une structure donnée est loin d'être un jeu d'enfant. En effet, beaucoup de précautions sont à prendre lors de la conception du système, notamment en ce qui concerne :

- les caractéristiques des électroaimants (nombre de spires, taille, résistance, etc.), pour lesquels les contraintes thermiques se révèlent aussi importantes que les spécifications magnétiques ;
- la compatibilité électromagnétique des porteurs des électroaimants, pour que ceux-ci ne perturbent pas le champ créé par les sources ;
- les vibrations engendrées par les mouvements du système ;
- le blindage et le placement de l'électronique (de puissance), qui crée un rayonnement électromagnétique pouvant perturber les déplacements de la capsule.

Ces problématiques peuvent être prises en compte du point de vue de l'automatique en développant de nouvelles commandes pour améliorer les performances et la robustesse. De nombreuses voies peuvent être suivies, en utilisant par exemple différentes commandes non-linéaires ("backstepping, commande en mode glissant, etc.). Un autre point de vue est de s'intéresser à la modélisation énergétique des systèmes de manipulation magnétique afin de mettre au point des commandes de type Lagrangiennes ou Hamiltonienne à port par exemple [OVdSMM01, OGC04]. Notons ici que la modélisation énergétique de ces systèmes mène à la résolution d'équations aux dérivées partielles particulièrement complexes. De nouveaux outils et méthodes mathématiques seront donc à développer pour permettre la réalisation de ces commandes.

D'autre part, les quelques points évoqués ci-dessus mettent en évidence l'importance du modèle électromagnétique utilisé pour calculer le champ produit par un électroaimant. La précision de la manipulation dépend en grande partie de la qualité de ce modèle. Il est alors intéressant d'étudier la robustesse de la commande face aux erreurs dans le modèle de l'électroaimant. D'autre part, lors de l'étude des méthodes de modélisation au Chapitre 2, nous ne nous sommes pas intéressés aux couplages entre les bobines. Leur étude est importante car ils peuvent fortement modifier le champ créé par les électroaimants, pouvant l'annuler ou au contraire le décupler.

Un autre enjeu sera d'exploiter la redondance, voire l'hyper-redondance, des systèmes comportant un nombre important d'électroaimants. Bien sûr, la redondance pourra être exploitée pour maximiser la dextérité du système et éviter les configurations singulières qui, comme nous l'avons vu, sont nombreuses et très problématiques. Une autre application nécessitant l'utilisation de la redondance émerge actuellement : la manipulation simultanée de plusieurs objets magnétiques. À l'heure actuelle, les recherches se concentrent sur la manipulation de deux objets [VASD12]. Nous pouvons extrapoler et considérer la manipulation indépendante et simultanée de  $m$  objets. De larges perspectives se présentent alors pour développer la manipulation dextre, ou des stratégies de collaboration (chaque objet embarquant différents outils). D'un autre point de vue des stratégies de manipulation d'une "meute" d'objets peuvent aussi être développées [PA11] ; ou encore, pour pousser la réflexion, considérer la manipulation d'un objet magnétique déformable, qui serait à mi-chemin entre une "meute" et un ensemble d'objets indépendants. L'ambition sera alors de contrôler les déplacements de l'objet, mais aussi sa forme. L'objet pourra, par exemple, être divisées en  $m$  parties contrôlées indépendamment. Nous pouvons alors imaginer que l'objet manipulé pourra se transformer en un outil adapté à la tâche à réaliser (pince, scalpel, réservoir à médicament, aiguille, etc.).

Pour des perspectives plus proches, l'effet d'un outil embarqué dans l'objet n'a pas encore été étudié. L'utilisation de l'outil peut se révéler perturbatrice de la dynamique de l'objet. Pour répondre à cette question nous pourrions nous inspirer des travaux actuellement en cours sur les drones aériens embarquant un bras robotique [TPSK13]. D'autre part, imaginons que l'outil embarqué soit une pince, ou tout autre outil nécessitant une commande et de l'énergie. Deux sujets importants posent alors question :

- La transmission des ordres de commande (ouvrir/fermer pour la pince). C'est-à-dire, quel moyen de communication sans fil utiliser pour ne pas perturber le contrôle de l'objet magnétique ?
- La transmission d'énergie vers l'outil. Il ne sera pas forcément possible d'embarquer de l'énergie dans l'objet manipulé, en particulier si la taille de celui-ci est réduite. Dans ce cas il est important d'étudier des moyens de transmission d'énergie sans fil pour pouvoir utiliser l'outil embarqué sur l'objet manipulé.

Le repérage de l'objet manipulé offre aussi des perspectives d'étude à court terme. Sur notre dispositif expérimental nous avons utilisé une caméra classique pour repérer l'objet puisqu'une vision direct de la capsule était possible. Dans le cadre biomédical, des techniques d'imagerie spécifiques permettant de repérer l'objet en 3 dimensions (comme l'échographie 3D) devront être étudiées. Plus généralement, d'autres techniques de détection de la position de l'objet manipulé sont nécessaires. Une piste très intéressante à

suivre et développer est le self-sensing, l'utilisation des électroaimants pour, à la fois actionner et détecter la position de l'objet. Cette technique a déjà été étudiée dans le cadre de la lévitation magnétique [VB93] et nécessite d'être étendue.

Nous nous sommes pour notre part concentrés sur un domaine d'application biomédical, mais nous avons vu que les théories développées ne se limitent pas à ce domaine. Les systèmes de manipulation magnétique à bobines mobiles peuvent se révéler extrêmement intéressants pour manipuler des fluides magnétosensibles, ce qui peut permettre de guider un médicament dans le système sanguin. Des ferrofluides sont déjà utilisés en optique pour créer des miroirs liquides, nous pouvons alors imaginer un système permettant de contrôler dynamiquement la forme d'un tel miroir. Ces systèmes peuvent également trouver beaucoup d'application dans le domaine des micro-systèmes. En effet, la manipulation de micro-objets par des micro-pinces se révèle difficile du fait de la prédominance des forces surfaciques (Van-der-Waals, capillarité, etc.) par rapport au poids. La manipulation sans contact par champs magnétiques présente alors un avantage, bien que le coût énergétique soit grand.

Comme nous l'avons mentionné en introduction, faire bouger des objets sans y toucher suscite énormément l'imagination. Nous avons réalisé un pas de plus pour que ce rêve d'enfant devienne réalité, et de nombreuses choses restent à faire.





# BIBLIOGRAPHIE

- [AEK<sup>+</sup>07] Jake J Abbott, Olgaç Ergeneman, Michael P Kummer, Ann M Hirt, and Bradley J Nelson. Modeling magnetic torque and force for controlled manipulation of soft-magnetic bodies. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(6) :1247–1252, 2007.
- [APL<sup>+</sup>09] Jake J Abbott, Kathrin E Peyer, Marco Cosentino Lagomarsino, Li Zhang, Lixin Dong, Ioannis K Kaliakatsos, and Bradley J Nelson. How should microrobots swim ? *The International Journal of Robotics Research*, 28(11-12) :1434–1447, 2009.
- [BA08] Sébastien Briot and Vigen Arakelian. Optimal force generation in parallel manipulators for passing through the singular positions. *The International Journal of Robotics Research*, 27(8) :967–983, 2008.
- [BBJR<sup>+</sup>06] Denis Brousseau, Ermanno F Borra, Hubert Jean-Ruel, Jocelyn Parent, and Anna Ritcey. A magnetic liquid deformable mirror for high stroke and low order axially symmetrical aberrations. *Optics express*, 14(24) :11486–11493, 2006.
- [BCC<sup>+</sup>11] Donghak Byun, Jongho Choi, Kyoungrae Cha, Jong-oh Park, and Sukho Park. Swimming microrobot actuated by two pairs of helmholtz coils system. *Mechatronics*, 21(1) :357–364, 2011.
- [Bel13] Karim Belharet. *Navigation prédictive d’un microrobot magnétique : Instrumentation, commande et validation*. PhD thesis, Orléans, 2013.
- [BKK<sup>+</sup>11] C. Bergeles, M. Kummer, B. Kratochvil, C. Framme, and B. Nelson. Steerable intravitreal inserts for drug delivery : in vitro and ex vivo mobility experiments. *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention–MICCAI*, 1 :33–40, 2011.
- [BML<sup>+</sup>13] Brian C Becker, Robert A MacLachlan, Louis A Lobes, Gregory D Hager, and Cameron N Riviere. Vision-based control of a handheld surgical micromanipulator with virtual fixtures. *IEEE Transactions on Robotics*, 29(3) :674–683, 2013.
- [Bos10] Christophe Boschet. *Laparoscopie Répartie*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2010.

- [CAP07] Ali Cherry, Joël Abadie, and Emmanuel Piat. Microforce sensor for microbiological applications based on a floating-magnetic principle. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1504–1509. IEEE, 2007.
- [CAP11] Ali Cherry, Joël Abadie, and Emmanuel Piat. Analysis of a passive microforce sensor based on magnetic springs and upthrust buoyancy. *Sensors and Actuators A : Physical*, 169(1) :27–36, 2011.
- [CDV<sup>+</sup>10] G Ciuti, R Donlin, P Valdastri, A Arezzo, A Menciassi, M Morino, P Dario, et al. Robotic versus manual control in magnetic steering of an endoscopic capsule. *Endoscopy*, 42(2) :148, 2010.
- [CGC07] F. Carpi, S. Galbiati, and A. Carpi. Controlled navigation of endoscopic capsules : Concept and preliminary experimental investigations. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 54(11) :2028–2036, 2007.
- [Che09] Ali Cherry. *Etude, conception et optimisation d’une plateforme de mesure de micro et nano force par flottaison magnétique*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2009.
- [Chi64] Sōshin Chikazumi. *Physics of magnetism*. John Wiley and Sons, 1964.
- [CKTP11] F. Carpi, N. Kastelein, M. Talcott, and C. Pappone. Magnetically controllable gastrointestinal steering of video capsules. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 58(2) :231–234, 2011.
- [CM00] François Chaumette and Eric Marchand. A new redundancy-based iterative scheme for avoiding joint limits. application to visual servoing. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 2, pages 1720–1725. IEEE, 2000.
- [CMD11] G. Ciuti, A. Menciassi, and P. Dario. Capsule endoscopy : from current achievements to open challenges. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 4 :59–72, 2011.
- [CP09] F. Carpi and C. Pappone. Magnetic maneuvering of endoscopic capsules by means of a robotic navigation system. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 56(5) :1482–1490, May 2009.
- [CPO10] Michael YM Chen, Thomas Lee Pope, and David James Ott. *Basic radiology*. McGraw-Hill, Health Professions Division, 2010.

- [CSI<sup>+</sup>07] Atsushi Chiba, Masahiko Sendoh, Kazushi Ishiyama, K Arai, Hironao Kawano, Akio Uchiyama, and Hironobu Takizawa. Magnetic actuator for a capsule endoscope navigation system. *Journal of Magnetism*, 12(2) :89–92, 2007.
- [CTT<sup>+</sup>09] Riccardo Carta, Giuseppe Tortora, Jef Thoné, Bert Lenaerts, Pietro Valdastri, Arianna Menciassi, Paolo Dario, and Robert Puers. Wireless powering for a self-propelled and steerable endoscopic capsule for stomach inspection. *Biosensors and Bioelectronics*, 25(4) :845–851, 2009.
- [CVMD10] G. Ciuti, P. Valdastri, A. Menciassi, and P. Dario. Robotic magnetic steering and locomotion of capsule endoscope for diagnostic and surgical endoluminal procedures. *Robotica*, 28(2) :199–207, 2010.
- [CWAL12] James R Clark, Frank M Warren, Jake J Abbott, and Lisandro Leon. Magnetic guidance of cochlear implants : Proof-of-concept and initial feasibility study. *Journal of Medical Devices*, 6(3) :035002, 2012.
- [DSA<sup>+</sup>05] Elisabeth Diem, Claudia Schwarz, Franz Adlkofer, Oswald Jahn, and Hugo Rüdiger. Non-thermal dna breakage by mobile-phone radiation (1800mhz) in human fibroblasts and in transformed gfsh-r17 rat granulosa cells in vitro. *Mutation Research/Genetic Toxicology and Environmental Mutagenesis*, 583(2) :178–183, 2005.
- [ECR90] Bernard Espiau, François Chaumette, and Patrick Rives. Une nouvelle approche de la relation vision-commande en robotique. Technical report, INRIA, 1990.
- [ECR92] Bernard Espiau, François Chaumette, and Patrick Rives. A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation (ICRA)*, 8(3) :313–326, 1992.
- [FDLK12] Fabrizio Flacco, Alessandro De Luca, and Oussama Khatib. Prioritized multi-task motion control of redundant robots under hard joint constraints. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3970–3977. IEEE, 2012.
- [FKA10] Thomas WR Fountain, Prem V Kailat, and Jake J Abbott. Wireless control of magnetic helical microrobots using a rotating-permanent-magnet manipulator. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 576–581. IEEE, 2010.

- [FLS99] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, and Matthew Sands. *Le Cours de physique de Feynman*. Dunod, 1999.
- [FPS09] Steven Floyd, Chytra Pawashe, and Metin Sitti. Two-dimensional contact and noncontact micromanipulation in liquid using an untethered mobile magnetic microrobot. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(6) :1332–1342, 2009.
- [FWG<sup>+</sup>11] Lotte Fynne, Jonas Worsøe, Tine Gregersen, Vincent Schlagerter, Søren Laurberg, and Klaus Krogh. Gastrointestinal transit in patients with systemic sclerosis. *Scandinavian journal of gastroenterology*, 46(10) :1187–1193, 2011.
- [GAD14] Michael Gauthier, Nicolas Andreff, and Etienne Dombre. *Intracorporeal Robotics*. John Wiley & Sons, 2014.
- [Gau02] Michaël Gauthier. *Conception et commande d’un dispositif magnétique de micromanipulation par poussée - Application à la manipulation de micro-objets biologiques*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2002.
- [Gay13] Thibault Gayral. *Étalonnage d’un instrument d’observation spatiale actif*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2013.
- [GCS08] Paul Glass, Eugene Cheung, and Metin Sitti. A legged anchoring mechanism for capsule endoscopes using micropatterned adhesives. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 55(12) :2759–2767, 2008.
- [GD14] Thibault Gayral and David Daney. A sufficient condition for parameter identifiability in robotic calibration. In *Computational Kinematics*, pages 131–138. Springer, 2014.
- [GDL<sup>+</sup>] Gérard Gay, Michel Delvaux, René Laugier, Jean-Pierre Arpurt, Christian Boustière, Jean Boyer, Jean-Marc Canard, Jean Cassigneul, Pierre-Adrien Dalbiès, Jean Escourrou, Jean-Christophe Letard, Bertrand Napoléon, Laurent Palazzo, Thierry Ponchon, Bruno Richard-Molard, Denis Sautereau, Gilbert Tucat, and Bruno Vedrenne. *L’Entéroscopie à Double Ballon (EDB)*. Société Française d’Endoscopie Digestive.
- [GF09] Ambarish Ghosh and Peer Fischer. Controlled propulsion of artificial magnetic nanostructured propellers. *Nano letters*, 9(6) :2243–2245, 2009.
- [GLM11] Frédéric P Gosselin, Viviane Lalande, and Sylvain Martel. Characterization of the deflections of a catheter steered using a magnetic resonance imaging system. *Medical physics*, 38(9) :4994–5002, 2011.

- [HAI96] T Honda, KI Arai, and K Ishiyama. Micro swimming mechanisms propelled by external magnetic fields. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(5) :5085–5087, 1996.
- [HKYA10] Masaya Hagiwara, Tomohiro Kawahara, Yoko Yamanishi, and Fumihito Arai. Driving method of microtool by horizontally arranged permanent magnets for single cell manipulation. *Applied Physics Letters*, 97(1) :013701, 2010.
- [IHA<sup>+</sup>11] Ioan Alexandru Ivan, Gilgueng Hwang, Joël Agnus, Micky Rakotondrabe, Nicolas Chaillet, and Stéphane Régnier. First experiments on magpier : a planar wireless magnetic and piezoelectric microrobot. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 102–108. IEEE, 2011.
- [IHA<sup>+</sup>13] I Ivan, Gilgueng Hwang, Joel Agnus, Nicolas Chaillet, and Stéphane Régnier. Nist and iee challenge for magpier : The fastest mobile microrobots in the world. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 20(2) :63–70, 2013.
- [Jac99] John David Jackson. *Classical electrodynamics*. John Wiley & Sons, 3rd edition edition, 1999.
- [JCC<sup>+</sup>11] Semi Jeong, Hyunchul Choi, Kyoungrae Cha, Jie Li, Jong-oh Park, and Sukho Park. Enhanced locomotive and drilling microrobot using precessional and gradient magnetic field. *Sensors and Actuators A : Physical*, 171(2) :429–435, 2011.
- [JG09] Qimi Jiang and Clément M Gosselin. Geometric synthesis of planar 3-rpr parallel mechanisms for singularity-free workspace. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 33(4) :667–678, 2009.
- [Jil98] David C Jiles. *Introduction to magnetism and magnetic materials*. CRC Press, 1998.
- [JJA10] Fredrik Johansson, Malin Jonsson, Kersti Alm, and Martin Kanje. Cell guidance by magnetic nanowires. *Experimental cell research*, 316(5) :688–694, 2010.
- [KAK<sup>+</sup>10] M.P. Kummer, J.J. Abbott, B.E. Kratochvil, R. Borer, A. Sengul, and B.J. Nelson. Octomag : An electromagnetic system for 5-dof wireless micromanipulation. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(6) :1006–1017, december 2010.
- [KAM14] I Khalil, Leon Abelman, and Sarthak Misra. Magnetic-based motion control of paramagnetic microparticles with disturbance compensation. *IEEE Transactions on Magnetics*, PP(99) :1–10, 2014.

- [KCH<sup>+</sup>11] SN Khaderi, CB Craus, J Hussong, N Schorr, J Belardi, J Westerweel, O Prucker, J Rühle, JMJ Den Toonder, and PR Onck. Magnetically-actuated artificial cilia for microfluidic propulsion. *Lab on a Chip*, 11(12) :2002–2010, 2011.
- [KCKS06] Mustafa Emre Karagozler, Eugene Cheung, Jiwoon Kwon, and Metin Sitti. Miniature endoscopic capsule robot using biomimetic micro-patterned adhesives. In *IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*, pages 105–111. IEEE, 2006.
- [KD99] Wisama Khalil and Etienne Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots*. Hermès science publ., 1999.
- [KFV<sup>+</sup>10] Jutta Keller, Christiane Fibbe, Frank Volke, Jeremy Gerber, Alexander C Mosse, Meike Reimann-Zawadzki, Elisha Rabinovitz, Peter Layer, and Paul Swain. Remote magnetic control of a wireless capsule endoscope in the esophagus is safe and feasible : results of a randomized, clinical trial in healthy volunteers. *Gastrointestinal Endoscopy*, 72(5) :941–946, 2010.
- [KFV<sup>+</sup>11] Jutta Keller, Christiane Fibbe, Frank Volke, Jeremy Gerber, Alexander C Mosse, Meike Reimann-Zawadzki, Elisha Rabinovitz, Peter Layer, Daniel Schmitt, Viola Andresen, Ulrich Rossien, and Paul Swain. Inspection of the human stomach using remote-controlled capsule endoscopy : a feasibility study in healthy volunteers (with videos). *Gastrointestinal endoscopy*, 73(1) :22–28, 2011.
- [KFVN09] Bradley E Kratochvil, Dominic Frutiger, Karl Vollmers, and Bradley J Nelson. Visual servoing and characterization of resonant magnetic actuators for decoupled locomotion of multiple untethered mobile microrobots. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1010–1015. IEEE, 2009.
- [KJJH08] Gábor Kósa, Péter Jakab, Ferenc József, and Nobuhiko Hata. Swimming capsule endoscope using static and rf magnetic field of mri for propulsion. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2922–2927. IEEE, 2008.
- [KJK<sup>+</sup>12] Henrik Keller, Aleksandar Juloski, Hironao Kawano, Mario Bechtold, Atsushi Kimura, Hironobu Takizawa, and Rainer Kuth. Method for navigation and control of a magnetically guided capsule endoscope in the human stomach. In *IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*, pages 859–865. IEEE, June 2012.

- [KJSH12] G. Kósa, P. Jakab, G. Székely, and N. Hata. Mri driven magnetic microswimmers. *Biomedical microdevices*, 1 :1–14, 2012.
- [KL80] Virginia Klema and Alan J Laub. The singular value decomposition : Its computation and some applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(2) :164–176, 1980.
- [KLPP05] B. Kim, S. Lee, J.H. Park, and J.O. Park. Design and fabrication of a locomotive mechanism for capsule-type endoscopes using shape memory alloys (smas). *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 10(1) :77–86, February 2005.
- [KSHI12] S.H. Kim, K. Shin, S. Hashi, and K. Ishiyama. Magnetic fish-robot based on multi-motion control of a flexible magnetic actuator. *Bioinspiration & Biomimetics*, 7(3) :036007, 2012.
- [Kum10] M.P. Kummer. *5-DOF Wireless Micromanipulation Using Soft-Magnetic Core Electromagnets*. PhD thesis, ETH ZURICH, 2010.
- [Lal12] Viviane Lalande. *Conception, caractérisation et validation d’un embout de fil-guide magnétique dirigé par un appareil d’imagerie à résonance magnétique amélioré*. PhD thesis, École Polytechnique de Montréal, 2012.
- [LGM09] Viviane Lalande, Frederick P Gosselin, and Sylvain Martel. Catheter steering using a magnetic resonance imaging system. In *International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, volume 2010, pages 1874–1877, 2009.
- [LRZ<sup>+</sup>09] Decebal G Latcu, Philippe Ricard, Naima Zarqane, Khe-lil Yaici, Jean-Paul Rinaldi, Alexandre Maluski, and Nadir Saoudi. Robotic magnetic navigation for ablation of human arrhythmias : initial experience. *Archives of cardiovascular diseases*, 102(5) :419–425, 2009.
- [MA11] Arthur W Mahoney and Jake J Abbott. Managing magnetic force applied to a magnetic device by a rotating dipole field. *Applied Physics Letters*, 99(13) :134103, 2011.
- [MAM<sup>+</sup>09] S. Martel, W. André, M. Mohammadi, Z. Lu, and O. Felfoul. Towards swarms of communication-enabled and intelligent sentotaxis-based bacterial microrobots capable of collective tacks in an aqueous medium. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2617–2622. IEEE, 2009.
- [MCMA12] Arthur W Mahoney, Daniel L Cowan, Katie M Miller, and Jake J Abbott. Control of untethered magnetically actuated



- tools using a rotating permanent magnet in any position. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3375–3380. IEEE, 2012.
- [Mer06] Jean-Pierre Merlet. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots. *Journal of Mechanical Design*, 128(1) :199–206, 2006.
- [MH89] Brooks W McCuen and Dyson Hickingbotham. A new retractable micromagnet for intraocular foreign body removal. *Archives of ophthalmology*, 107(12) :1819–1820, 1989.
- [MMF<sup>+</sup>07] Sylvain Martel, Jean-Baptiste Mathieu, Ouajdi Felfoul, Arnaud Chanu, Eric Aboussouan, Samer Tamaz, Pierre Pouponneau, L’Hocine Yahia, Gilles Beaudoin, Gilles Soulez, et al. Automatic navigation of an untethered device in the artery of a living animal using a conventional clinical magnetic resonance imaging system. *Applied Physics Letters*, 90(11) :114105, 2007.
- [MSBA11] Arthur W Mahoney, John C Sarrazin, Eberhard Bamberg, and Jake J Abbott. Velocity control with gravity compensation for magnetic helical microswimmers. *Advanced Robotics*, 25(8) :1007–1028, 2011.
- [MSC05] Eric Marchand, Fabien Spindler, and François Chaumette. Visp for visual servoing : a generic software platform with a wide class of robot control skills. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 12(4) :40–52, 2005.
- [MSWH12] Leah Muller, Maythem Saeed, Mark W Wilson, and Steven W Hetts. Remote control catheter navigation : options for guidance under mri. *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 14 :33, 2012.
- [NMG10] Bich Lien Nguyen, Jose L Merino, and Eli S Gang. Remote navigation for ablation procedures – a new step forward in the treatment of cardiac arrhythmias. *European Cardiology Review*, 6(3) :50–56, 2010.
- [OGC04] Romeo Ortega and Eloisa Garcia-Canseco. Interconnection and damping assignment passivity-based control : A survey. *European Journal of Control*, 10(5) :432–450, 2004.
- [OVdSMM01] Romeo Ortega, Arjan J Van der Schaft, Iven Mareels, and Bernhard Maschke. Putting energy back in control. *IEEE Control Systems*, 21(2) :18–33, 2001.
- [PA11] Christophe Perrard and Nicolas Andreff. Control of a team of micro-robots for non-invasive medical applications. In *6th*



- National Conference on Control Architectures of Robots*, Grenoble, France, May 2011. INRIA Grenoble Rhône-Alpes.
- [PBBM13] Georges Pagis, Sebastien Briot, Nicolas Bouton, and Philippe Martinet. Génération de trajectoires optimales de sortie et traversée de singularités pour des mécanismes parallèles. In *21ème Congrès Français de Mécanique*. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc, 92400 Courbevoie, France (FR), 2013.
- [PBM14] Pierre Pouponneau, Gaël Bringout, and Sylvain Martel. Therapeutic magnetic microcarriers guided by magnetic resonance navigation for enhanced liver chemoembolization : A design review. *Annals of biomedical engineering*, pages 1–11, 2014.
- [PPPK06] Sukho Park, Hyunjun Park, Sungjin Park, and Byungkyu Kim. A paddling based locomotive mechanism for capsule endoscopes. *Journal of mechanical science and technology*, 20(7) :1012–1018, 2006.
- [PSB<sup>+</sup>14] Pierre Pouponneau, Gilles Soulez, Gilles Beaudoin, Jean-Christophe Leroux, and Sylvain Martel. Mr imaging of therapeutic magnetic microcarriers guided by magnetic resonance navigation for targeted liver chemoembolization. *Cardio Vascular and Interventional Radiology*, 37(3) :784–790, 2014.
- [QBWI<sup>+</sup>09] Claudio Quaglia, Elisa Buselli, Robert J Webster III, Pietro Valdastri, Arianna Menciassi, and Paolo Dario. An endoscopic capsule robot : a meso-scale engineering case study. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 19(10) :105007, 2009.
- [QMS<sup>+</sup>08a] Marco Quirini, Arianna Menciassi, Sergio Scapellato, Paolo Dario, Fabian Rieber, Chi-Nghia Ho, Sebastian Schostek, and Marc Oliver Schurr. Feasibility proof of a legged locomotion capsule for the gi tract. *Gastrointestinal endoscopy*, 67(7) :1153–1158, 2008.
- [QMS<sup>+</sup>08b] Marco Quirini, Arianna Menciassi, Sergio Scapellato, Cesare Stefanini, and Paolo Dario. Design and fabrication of a motor legged capsule for the active exploration of the gastrointestinal tract. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 13(2) :169–179, 2008.
- [RBP14] Miriam Romero, James L Buxbaum, and Suzanne L Palmer. Magnetic resonance imaging of the gut : A primer for the luminal gastroenterologist. *The American journal of gastroenterology*, 109 :497–509, 2014.

- [RCE90] Patrick Rives, François Chaumette, and Bernard Espiau. Visual servoing based on a task function approach. In *Experimental Robotics I*, pages 412–428. Springer, 1990.
- [RHHA02] TPL Roberts, WV Hassenzahl, SW Hetts, and RL Arenson. Remote control of catheter tip deflection : an opportunity for interventional mri. *Magnetic resonance in medicine*, 48(6) :1091–1095, 2002.
- [ROH<sup>+</sup>10] JF Rey, H Ogata, N Hosoe, K Ohtsuka, N Ogata, K Ikeda, H Aihara, I Pangtay, T Hibi, S Kudo, et al. Feasibility of stomach exploration with a guided capsule endoscope. *Endoscopy*, 42(07) :541–545, 2010.
- [ROH<sup>+</sup>12] Jean-Francois Rey, Haruhiko Ogata, Naoki Hosoe, Kazuo Ohtsuka, Noriyuki Ogata, Keiichi Ikeda, Hiroyuki Aihara, Ileana Pangtay, Toshifumi Hibi, Shin-Ei Kudo, and Hisao Tajiri. Blinded nonrandomized comparative study of gastric examination with a magnetically guided capsule endoscope and standard videoendoscopy. *Gastrointestinal endoscopy*, 75(2) :373–381, 2012.
- [RR91] Madhusudan Raghavan and Bernard Roth. Kinematic analysis of the 6r manipulator of general geometry. In *The fifth international symposium on Robotics research*, pages 263–269. MIT Press, 1991.
- [RR93] Madhusudan Raghavan and Bernard Roth. Inverse kinematics of the general 6r manipulator and related linkages. *Journal of Mechanical Design*, 115(3) :502–508, 1993.
- [RVG<sup>+</sup>06] David Roux, Alain Vian, Sébastien Girard, Pierre Bonnet, Françoise Paladian, Eric Davies, and Gérard Ledoigt. Electromagnetic fields (900 mhz) evoke consistent molecular responses in tomato plants. *Physiologia plantarum*, 128(2) :283–288, 2006.
- [SDM03] Shamik Sen, Bhaskar Dasgupta, and Asok Kumar Mallik. Variational approach for singularity-free path-planning of parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 38(11) :1165–1183, 2003.
- [SH08] Yu Sun and John M Hollerbach. Observability index selection for robot calibration. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 831–836. IEEE, 2008.
- [SIA03] M. Sendoh, K. Ishiyama, and K.I. Arai. Fabrication of magnetic actuator for use in a capsule endoscope. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(5) :3232–3234, 2003.

- [SK08] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. *Springer handbook of robotics*. Springer, 2008.
- [SS06] Angrit Schott and Thomas Schott. *Lernkarten innere Medizin : die komplette Innere in einem Kasten*. Elsevier, Urban und Fischer, 2006.
- [SVQ<sup>+</sup>10] Massimiliano Simi, Pietro Valdastrì, Claudio Quaglia, Arianna Menciassi, and Paolo Dario. Design, fabrication, and testing of a capsule with hybrid locomotion for gastrointestinal tract exploration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 15(2) :170–180, 2010.
- [TCC<sup>+</sup>12] S. Tognarelli, V. Castelli, G. Ciuti, C. Di Natali, E. Sinibaldi, P. Dario, and A. Menciassi. Magnetic propulsion and ultrasound tracking of endovascular devices. *Journal of Robotic Surgery*, 1 :1–8, 2012.
- [TCS<sup>+</sup>10] JL Toennies, G Ciuti, BF Smith, A Menciassi, P Valdastrì, and RJ Webster. Toward tetherless insufflation of the gi tract. In *International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pages 1946–1949. IEEE, 2010.
- [TPSK13] Justin Thomas, Joe Polin, Koushil Sreenath, and Vijay Kumar. Avian-inspired grasping for quadrotor micro uavs. In *ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pages V06AT07A014–V06AT07A014. American Society of Mechanical Engineers, 2013.
- [TQV<sup>+</sup>09] S Tognarelli, C Quaglia, P Valdastrì, E Susilo, A Menciassi, and P Dario. Innovative stopping mechanism for esophageal wireless capsular endoscopy. *Procedia Chemistry*, 1(1) :485–488, 2009.
- [TVS<sup>+</sup>09] Giuseppe Tortora, Pietro Valdastrì, Ekawahyu Susilo, Arianna Menciassi, Paolo Dario, Fabian Rieber, and Marc Oliver Schurr. Propeller-based wireless device for active capsular endoscopy in the gastric district. *Minimally Invasive Therapy & Allied Technologies*, 18(5) :280–290, 2009.
- [TZQ<sup>+</sup>12] Soichiro Tottori, Li Zhang, Famin Qiu, Krzysztof K Krawczyk, Alfredo Franco-Obregón, and Bradley J Nelson. Magnetic helical micromachines : fabrication, controlled swimming, and cargo transport. *Advanced materials*, 24(6) :811–816, 2012.
- [VAHA13] Baptiste Véron, Joël Abadie, Arnaud Hubert, and Nicolas Andreff. Magnetic manipulation with several mobile coils towards gastrointestinal capsular endoscopy. In *New Trends in Mechanism and Machine Science*, pages 681–689. Springer, 2013.

- [VASD12] Panagiotis Vartholomeos, M Reza Akhavan-Sharif, and Pierre E Dupont. Motion planning for multiple millimeter-scale magnetic capsules in a fluid environment. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1927–1932. IEEE, 2012.
- [VB93] D. Vischer and H. Bleuler. Self-sensing active magnetic levitation. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2) :1276–1281, Mar 1993.
- [Ver97] Bert Verdonck. *Segmentation, mesure et visualisation des vaisseaux sanguins à partir d’angiographies 3 D par résonance magnétique et tomodensitométrie hélicoïdale*. PhD thesis, ENST, 1997.
- [VHA<sup>+</sup>12] Baptiste Véron, Arnaud Hubert, Joël Abadie, Nicolas Andreff, and Pierre Renaud. Advocacy for multi mobile coil magnetic manipulation in active digestive endoscopy. In *Workshop on Magnetically Actuated Multiscale Medical Robots, International Conference on Intelligent Robots and Systems.*, 2012.
- [VHAA13] Baptiste Véron, Arnaud Hubert, Joël Abadie, and Nicolas Andreff. Geometric analysis of the singularities of a magnetic manipulation system with several mobile coils. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 4996–5001. IEEE, Nov 2013.
- [VWQ<sup>+</sup>09] Pietro Valdastri, Robert J Webster, Claudio Quaglia, Marco Quirini, Arianna Menciassi, and Paolo Dario. A new mechanism for mesoscale legged locomotion in compliant tubular environments. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(5) :1047–1057, 2009.
- [Wan06] X. Wang. *Study on magnetic localization and actuation of active capsule endoscope*. PhD thesis, The Chinese University of Hong Kong, 2006.
- [WM07] Xiaona Wang and MQ-H Meng. A magnetic stereo-actuation mechanism for active capsule endoscope. In *International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society EMBS*, pages 2811–2814. IEEE, 2007.
- [WMC06] X. Wang, M.Q.H. Meng, and Y. Chan. Physiological factors of the small intestine in design of active capsule endoscopy. In *IEEE-EMBS International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 2942–2945. IEEE, 2006.
- [XHAR14] Tiantian Xu, Gilgueng Hwang, Nicolas Andreff, and Stéphane Régnier. Modeling and swimming property characterizations

- of scaled-up helical microswimmers. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(3) :1069–1079, June 2014.
- [Xu14] Tiantian Xu. *Propulsion Characteristics and Visual Servo Control of Scaled-up Helical Microswimmers*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2014.
- [YKC<sup>+</sup>10] C. Yu, J. Kim, H. Choi, J. Choi, S. Jeong, K. Cha, J. Park, and S. Park. Novel electromagnetic actuation system for three-dimensional locomotion and drilling of intravascular microrobot. *Sensors and Actuators A : Physical*, 161(1) :297–304, 2010.
- [YS12] Sehyuk Yim and Metin Sitti. Design and rolling locomotion of a magnetically actuated soft capsule endoscope. *IEEE Transactions on Robotics*, 28(1) :183–194, 2012.
- [YVN06] K.B. Yesin, K. Vollmers, and B.J. Nelson. Modeling and control of untethered biomicrorobots in a fluidic environment using electromagnetic fields. *The International Journal of Robotics Research*, 25(5-6) :527–536, 2006.
- [ZAD<sup>+</sup>09] Li Zhang, Jake J Abbott, Lixin Dong, Bradley E Kratochvil, Dominik Bell, and Bradley J Nelson. Artificial bacterial flagella : Fabrication and magnetic control. *Applied Physics Letters*, 94(6) :064107, 2009.
- [ZPN10] Li Zhang, Kathrin E Peyer, and Bradley J Nelson. Artificial bacterial flagella for micromanipulation. *Lab on a Chip*, 10(17) :2203–2215, 2010.





## Résumé :

Les techniques de diagnostic actuellement utilisées en endoscopie digestive ne permettent pas une observation complète et précise de l'intestin grêle. Les capsules endoscopiques tentent de répondre à cette problématique, mais le médecin n'a aucune maîtrise de leur déplacement une fois qu'elles sont avalées par les patients. Dans ce contexte, les travaux développés dans cette thèse portent sur l'utilisation des champs magnétiques afin de manipuler un objet (comme une capsule) sans contact sur un large espace de travail. Pour cela, nous étudions les systèmes de manipulation magnétique à électroaimants mobiles. Nous étudions dans un premier temps la manière de modéliser le champ magnétique créé par un électroaimant. Nous développons un modèle hybride (analytique recalé sur des mesures) prenant en compte le noyau ferromagnétique des électroaimants. Dans un second temps, nous nous intéressons à un système générique de manipulation magnétique, composé de  $n$  électroaimants pouvant se déplacer dans tout l'espace. Nous développons un modèle de ce système, en intégrant les mobilités de chacun des électroaimants. Ce modèle est ensuite linéarisé, ce qui nous permet d'introduire une commande linéarisante. Cette commande permet une gestion indépendante du déplacement de chacun des électroaimants, ainsi que du courant qui les traverse. Enfin, les développements théoriques sont testés en simulation et sur un dispositif expérimental.

**Mots-clés :** Magnétisme, modélisation électromagnétique, commande linéarisante, manipulation sans contact

## Abstract:

Diagnostic techniques currently used in gastrointestinal endoscopy do not allow a complete and accurate observation of the small bowel. Endoscopic capsules were designed to solve this problem, but the doctor cannot control their movement once they are swallowed by patients. In that context, the work developed in this thesis focuses on the use of magnetic fields to manipulate an object (such as a capsule) without contact, on a large workspace. For this, we study magnetic systems with mobile electromagnets. We study first how to model the magnetic field created by an electromagnet. We develop an analytical model taking into account the ferromagnetic core of electromagnets. Then, we study a generic system composed of  $n$  electromagnets which can move throughout space. We develop a model of the system, integrating the mobility of each of the electromagnets. This model is then linearized, allowing us to introduce a linearizing control. This command allows independent management of the movement of each of the electromagnets, and the current flowing in it. Finally, the model and the command are tested in simulation and on an experimental device.

**Keywords:** Magnetism, electromagnetic modeling, linearizing control, contactless manipulation

The logo for the SPIM (École doctorale SPIM) features the letters 'SPIM' in a large, white, sans-serif font. To the left of the letters is a stylized white 'S' shape. The entire logo is set against a dark background.

■ École doctorale SPIM 16 route de Gray F - 25030 Besançon cedex  
■ tél. +33 (0)3 81 66 66 02 ■ [ed-spim@univ-fcomte.fr](mailto:ed-spim@univ-fcomte.fr) ■ [www.ed-spim.univ-fcomte.fr](http://www.ed-spim.univ-fcomte.fr)

The logo for the University of Franche-Comté (UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ) features the letters 'UFC' in a large, bold, black font. To the left of the letters is a stylized black 'U' shape. Below the letters is the text 'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ' in a smaller, black, sans-serif font.