

**THESE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITE D'ARTOIS**

Spécialité : Informatique et Automatique  
Ecole doctorale SPI Lille Nord de France

Présentée par

M. Hirsh MAJID

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ D'ARTOIS**

Sujet de la thèse :

**Contribution à l'estimation et à la commande des  
systèmes de transport intelligents**

Version provisoire  
soutenue le 08/12/2014

devant le jury composé de :

M. Cédric JOIN	Rapporteur
M. Saïd MAMMAR	Rapporteur
M. Thierry-Marie GUERRA	Examineur
M. Michel FLIESS	Examineur
M. Dimitri LEFEBVRE	Examineur
M. Daniel JOLLY	Directeur de thèse
M. Hassane ABOUAÏSSA	Co-encadrant
M. Gildas MORVAN	Co-encadrant

*à mes parents*

*à mes frères*

# Table des matières

Table des figures . . . . .	x
Liste des tableaux . . . . .	xi
Introduction Générale . . . . .	1
<b>I Etat de l'art</b>	<b>11</b>
<b>1 Modélisation</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction . . . . .	13
1.2 Classification . . . . .	14
1.2.1 Interprétation physique . . . . .	16
1.2.2 Représentation du processus . . . . .	16
1.2.3 Représentation des variables . . . . .	16
1.2.4 Opérationnalisation . . . . .	17
1.2.5 Niveau de détail . . . . .	17
1.3 Modèles macroscopiques du premier ordre . . . . .	21
1.3.1 Modèle LWR . . . . .	21
1.3.2 Modèle transmission cellulaire CTM . . . . .	23
1.3.3 Modèle à commutation SMM . . . . .	25
1.4 Modèles Macroscopiques d'ordre supérieur . . . . .	32
1.4.1 Modèle Karaaslan . . . . .	33
1.4.2 Modèle METANET . . . . .	35
1.5 Synthèse . . . . .	40
<b>2 Estimation d'état du flux du trafic</b>	<b>43</b>
2.1 Introduction . . . . .	43
2.2 Observabilité . . . . .	44
2.3 Estimation d'état pour les systèmes linéaires . . . . .	47
2.3.1 Observateurs de Luenberger . . . . .	49
2.3.2 Le filtre de Kalman classique . . . . .	52
2.3.3 Filtre de Kalman <i>mixture</i> . . . . .	54
2.3.4 Technique Algébrique . . . . .	55
2.4 Estimation d'état pour les systèmes non linéaires . . . . .	56
2.4.1 Le filtre de Kalman étendu . . . . .	56
2.4.2 Le filtrage particulière . . . . .	58
2.4.3 Le filtrage unscented . . . . .	59
2.4.4 Observateur par modes glissants d'ordre premier . . . . .	59
2.4.5 Techniques algébriques . . . . .	61
2.5 Synthèse . . . . .	62

<b>3</b>	<b>La commande du flux de trafic</b>	<b>65</b>
3.1	Introduction . . . . .	65
3.2	Système dynamique . . . . .	66
3.3	Commandabilité . . . . .	67
3.4	Les stratégies de régulation d'accès . . . . .	68
3.5	Les stratégies locales (isolées) . . . . .	70
3.5.1	Principe du contrôle d'accès par feux . . . . .	70
3.5.2	Stratégie à feux fixes . . . . .	71
3.5.3	Stratégie adaptative . . . . .	71
3.5.4	Stratégie proactive . . . . .	88
3.6	Les stratégies coordonnées . . . . .	90
3.6.1	Stratégie METALINE . . . . .	90
3.6.2	Stratégies heuristiques . . . . .	91
3.7	Les stratégies intégrées . . . . .	94
3.7.1	Stratégies OASIS et AMOC . . . . .	94
3.7.2	Stratégies proactives intégrées . . . . .	96
3.8	Synthèse . . . . .	98
<b>II</b>	<b>Contribution</b>	<b>101</b>
<b>4</b>	<b>Nouveaux algorithmes d'estimation d'état du flux de trafic</b>	<b>103</b>
4.1	Introduction . . . . .	103
4.2	Observateur par mode glissant du premier ordre . . . . .	104
4.3	Observateur par mode glissant d'ordre supérieur . . . . .	105
4.4	Application à l'estimation d'état du trafic routier et autoroutier . . . . .	110
4.4.1	Estimation d'état d'un modèle linéaire . . . . .	110
4.4.2	Estimation d'état d'un modèle non linéaire . . . . .	112
4.4.3	Comparaison entre STSM et EKF . . . . .	116
4.5	Synthèse . . . . .	128
<b>5</b>	<b>Contrôle d'accès routier</b>	<b>131</b>
5.1	Introduction . . . . .	131
5.2	Bref rappel sur la commande par platitude différentielle) . . . . .	132
5.2.1	Introduction . . . . .	132
5.2.2	Définition : Système plat . . . . .	132
5.2.3	Exemple fondamental . . . . .	134
5.3	Commande par mode glissant de premier ordre . . . . .	135
5.4	Commande par mode glissant d'ordre supérieur . . . . .	140
5.4.1	Introduction . . . . .	140
5.4.2	Commande par super twisting sliding mode . . . . .	140
5.5	Application de la commande aux flux de trafic routier . . . . .	141
5.5.1	Contrôle d'accès basé sur un modèle non linéaire . . . . .	141
5.5.2	Comparaison entre STSMC et ALINEA . . . . .	144
5.5.3	Contrôle d'accès basé sur un modèle linéaire . . . . .	144
5.6	Synthèse . . . . .	150

---

<b>6</b>	<b>Commandes intégrée et coordonnée du trafic routier</b>	<b>157</b>
6.1	Introduction . . . . .	157
6.2	Routage dynamique . . . . .	158
6.2.1	Introduction . . . . .	158
6.2.2	Algorithme de routage dynamique . . . . .	159
6.2.3	Simulations numériques . . . . .	165
6.3	Commande intégrée . . . . .	167
6.3.1	Introduction . . . . .	167
6.3.2	Algorithme 1 . . . . .	171
6.3.3	Algorithme 2 . . . . .	172
6.3.4	Algorithme 3 . . . . .	178
6.4	Commande coordonnée . . . . .	182
6.4.1	Introduction . . . . .	182
6.4.2	Commande coordonnée prédictive . . . . .	182
6.4.3	Scénarios . . . . .	185
6.4.4	Résultats . . . . .	189
6.5	Synthèse . . . . .	189
	<b>Conclusion Générale et Perspectives</b>	<b>191</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>194</b>



# Table des figures

1	Schéma général : différentes actions pour l'optimisation des réseaux routiers	2
2	Différents types de congestions sur les autoroutes	4
3	Schéma de principe d'un observateur d'état	4
4	Principe de commande de flux de trafic autoroutier	6
5	Les équipements de recueil de données sur une section autoroutière	6
6	Différentes sortes de signalisations utilisées sur les autoroutes	7
7	Structuration de la thèse	9
1.1	Position d'un modèle dans un système	14
1.2	Classification des modèles de flux du trafic	15
1.3	Représentation des modèles du trafic selon le niveau de détail	17
1.4	Exemple de diagramme fondamental : diagramme de Greenshields	22
1.5	Le principe de la discrétisation (Schéma de Godunov)	22
1.6	Une section autoroutière divisée en $n$ segments	24
1.7	Deux segments convergent dans un seul segment	24
1.8	Un axe autoroutier diverge vers deux sections différentes	25
1.9	Diagramme fondamental - forme triangulaire	26
1.10	Une section autoroutière divisée en 5 segments	27
1.11	Une section autoroutière divisée en $N$ segments	34
1.12	Une section autoroutière en forme de graphe orienté	36
1.13	Une section autoroutière	38
1.14	Niveau de détail versus le temps de calcul	40
2.1	Structure d'un observateur	44
2.2	Espace des états et espace des mesures	46
2.3	Espace des états et espace des mesures	46
2.4	Espace des états et espace des mesures	47
2.5	Espace des états et espace des mesures	48
2.6	Algorithme de l'observateur de Luenberger d'ordre plein	50
2.7	Algorithme de l'observateur de Luenberger d'ordre réduit	52
2.8	L'algorithme du filtre de Kalman classique	53
2.9	Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant	60
2.10	Schéma d'identification par la méthode algébrique	61
3.1	Schéma général d'un système dynamique	66
3.2	Structure d'un système dynamique en boucle ouverte	67
3.3	Principe de balisage d'un accès	69
3.4	Régulation par feux d'un accès autoroutier	69
3.5	Classification de différentes stratégies de régulation d'accès	70
3.6	Notations utilisées pour les différentes stratégies de régulation d'accès	72

3.7	Équipement d'un accès pour une stratégie DCS . . . . .	72
3.8	Équipement d'un accès pour une stratégie DCI . . . . .	73
3.9	Position du capteur pour la stratégie taux d'occupation . . . . .	74
3.10	Implantation des capteurs de la stratégie W&J . . . . .	75
3.11	Implantation des capteurs de la stratégie RWS . . . . .	77
3.12	Diagramme fondamental vitesse-débit pour la stratégie RWS . . . . .	77
3.13	Algorithme ANCONA . . . . .	78
3.14	Algorithme ALINEA . . . . .	79
3.15	Algorithme V-ALINEA . . . . .	83
3.16	Algorithme de Kohan . . . . .	83
3.17	Schéma d'une commande sans modèle . . . . .	87
3.18	La commande prédictive . . . . .	88
3.19	Schéma de l'algorithme de la commande prédictive . . . . .	89
3.20	Schéma de la stratégie HERO . . . . .	92
3.21	Schéma de la stratégie CORDIN . . . . .	93
3.22	Architecture d'OASIS . . . . .	95
3.23	Section autoroutière pour la commande locale . . . . .	97
3.24	Schéma de communication entre les sections . . . . .	97
3.25	Les stratégies isolées : la performance versus le coût . . . . .	98
3.26	Les stratégies isolées : la performance versus le temps de calcul . . . . .	99
3.27	Les stratégies de régulation d'accès ; la performance versus le temps de calcul/coût . . . . .	99
4.1	La condition de glissement . . . . .	105
4.2	Exemple de courbe de convergence en temps fini . . . . .	106
4.3	Structure d'un observateur super twisting . . . . .	108
4.4	Une section autoroutière (3 voies) . . . . .	110
4.5	Valeurs de la densité estimées par STSM, les valeurs de densité simulées par SMM en mode F-F et les valeurs de densité mesurées. . . . .	113
4.6	Valeurs de la densité estimées par SKF, les valeurs de densité simulées par SMM en mode F-F et les valeurs de densité mesurées. . . . .	114
4.7	Exemple d'une section autoroutière . . . . .	115
4.8	Une section autoroutière . . . . .	116
4.9	La densité mesurée ainsi que la densité estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	117
4.10	L'erreur de densité mesurée ainsi que l'erreur de densité estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	117
4.11	La vitesse mesurée ainsi que la vitesse estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	118
4.12	L'erreur de vitesse mesurée ainsi que l'erreur de vitesse estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	118
4.13	Le débit mesuré ainsi que le débit estimé (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	119
4.14	La densité mesurée ainsi que la densité estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	119
4.15	L'erreur de densité mesurée ainsi que l'erreur de densité estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	120



4.16	La vitesse mesurée ainsi que la vitesse estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	120
4.17	L'erreur de vitesse mesurée ainsi que l'erreur de vitesse estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	121
4.18	Le débit mesuré ainsi que le débit estimé (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas) . . . . .	121
4.19	La sensibilité des paramètres, STSM <sup>'-'</sup> , EKF <sup>'-'</sup> . . . . .	123
4.20	Un algorithme de commande en boucle fermée . . . . .	124
4.21	Débit de l'origine principale et débit de la rampe. . . . .	124
4.22	La comparaison entre la valeur de commande en utilisant la valeur estimée par STSM (Haut) et la valeur estimée par EKF (Bas). . . . .	125
4.23	La comparaison entre la convergence de la variable d'état ( $\rho$ ) en utilisant la valeur estimée par STSM (Haut) et la valeur estimée par EKF (Bas). . . . .	126
4.24	La comparaison entre la convergence de la variable d'état ( $v$ ) en utilisant la valeur estimée par STSM (Haut) et la valeur estimée par EKF (Bas). . . . .	126
4.25	Segment 1 : les valeurs estimées et mesurées de la densité dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas). . . . .	127
4.26	Segment 2 : les valeurs estimées et mesurées de la densité dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas). . . . .	128
4.27	Segment 1 : les valeurs estimées et mesurées de la vitesse dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas). . . . .	129
4.28	Segment 2 : les valeurs estimées et mesurées de la vitesse dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas). . . . .	129
5.1	Equivalence des systèmes — Correspondance entre les trajectoires . . . . .	133
5.2	Phénomène de réticence . . . . .	136
5.3	Contrôleur par retour d'état : plan de phase . . . . .	137
5.4	Contrôleur à structure variable : plan de phase . . . . .	138
5.5	Convergence du système glissant dans l'espace d'état . . . . .	139
5.6	Super twisting . . . . .	141
5.7	Section autoroutière étudiée . . . . .	142
5.8	Algorithme de STSMC . . . . .	143
5.9	La demande de l'origine et de la bretelle d'entrée . . . . .	143
5.10	Résultats de simulation — Algorithme STSMC . . . . .	145
5.11	Résultats de simulation — sans commande . . . . .	146
5.12	Résultats de simulation - Algorithme ALINEA . . . . .	147
5.13	Comparaison entre STSMC et ALINEA en changeant les conditions initiales des variables d'état $v$ et $\rho$ . Les conditions initiales. Haut : $v = 90 \text{ km/h}$ et $\rho = 22 \text{ veh/km}$ . Bas : $v = 40 \text{ km/h}$ et $\rho = 60 \text{ veh/km}$ . . . . .	148
5.14	La demande de l'origine et de la bretelle d'entrée . . . . .	150
5.15	Résultats de simulation — Algorithme STSMC . . . . .	151
5.16	Résultats de simulation — Algorithme ALINEA . . . . .	152
5.17	Comparaison entre le STSMC et ALINEA sur un modèle linéaire. . . . .	153
5.18	Cartographie de l'état du trafic ; ALINEA (Haut), STSMC (Bas) (L'échelle verticale correspond à la densité $\text{veh/km}$ ). . . . .	154
6.1	Choix d'itinéraire d'une origine $x$ à une destination $y$ . . . . .	158

6.2	Une section autoroutière avec deux choix d'itinéraire ; (Haut) L'un des deux itinéraires est congestionné tandis que l'autre est sous-utilisé. (Bas) Les deux itinéraires sont chargés de façon équivalente de telle sorte qu'aucune congestion ne puisse apparaître sur l'un d'eux. . . . .	159
6.3	Exemple de section autoroutière simulée . . . . .	160
6.4	Demande à l'entrée de l'autoroute, avant la bifurcation. . . . .	161
6.5	Algorithme de STSMC . . . . .	166
6.6	Evolution des densités dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils ont les mêmes caractéristiques géométriques . . . . .	167
6.7	Evolution des vitesses moyennes dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils ont les mêmes caractéristiques géométriques . . . . .	168
6.8	Taux de répartition des débits entre les deux itinéraires lorsqu'ils présentent les mêmes caractéristiques géométriques . . . . .	168
6.9	Temps de trajet total sur chacun des itinéraires lorsqu'ils présentent les mêmes caractéristiques géométriques . . . . .	169
6.10	Evolution des densités dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques . . . . .	169
6.11	Evolution des vitesses moyennes dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques . . . . .	170
6.12	Taux de répartition des débits entre les deux itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques . . . . .	170
6.13	Temps de trajet total sur chacun des itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques . . . . .	171
6.14	Algorithme 6.3.2 . . . . .	172
6.15	Les demandes à l'origine du réseau routier et au niveau des rampes d'accès	173
6.16	La variable de la commande de routage dynamique de trafic . . . . .	173
6.17	Les évolutions de la densité et de la vitesse dans tous les segments . . . . .	174
6.18	Le temps de trajet à chaque pas de simulation . . . . .	174
6.19	Algorithme 6.3.3 . . . . .	175
6.20	La variable de la commande de routage dynamique de trafic . . . . .	175
6.21	Les évolutions de la densité et de la vitesse de tous les segments . . . . .	177
6.22	Le temps de trajet à chaque pas de simulation . . . . .	177
6.23	Les demandes ne pouvant pas entrer sur les routes principales . . . . .	178
6.24	Algorithme 6.3.4 . . . . .	179
6.25	Les débits utilisés à l'origine et aux bretelles d'entrées . . . . .	180
6.26	La variable de la commande de routage dynamique de trafic . . . . .	180
6.27	Les évolutions de la densité et de la vitesse de tous les segments . . . . .	181
6.28	Le temps de trajet à chaque pas de simulation . . . . .	181
6.29	Les demandes ne pouvant pas entrer sur les routes principales . . . . .	182
6.30	L'évolution de la consigne de commande prédictive . . . . .	184
6.31	Un réseau autoroutier (7 rampes d'accès) . . . . .	186
6.32	La demande à l'origine et au niveau des bretelles d'entrées . . . . .	186
6.33	Les scénarios du MPC coopérative partielle . . . . .	188

# Liste des tableaux

1.1	Quelques formes proposées pour le diagramme fondamental . . . . .	21
1.2	Les conditions de la commutation . . . . .	26
1.3	La commandabilité des différents modes de SMM . . . . .	31
1.4	Observabilité des différents modes de SMM . . . . .	31
1.5	Les paramètres et les variables du modèle macroscopique . . . . .	35
2.1	Comparaison entre les différents observateurs . . . . .	63
3.1	Quelques stratégies coordonnées . . . . .	93
4.1	Les paramètres du modèle . . . . .	116
4.2	Les valeurs de RMSD de la densité ainsi que de la vitesse moyenne. La RMSD est calculée entre la valeur mesurée et la valeur estimée par (STSM et EKF). . . . .	122
6.1	Paramètres du modèle METANET . . . . .	160
6.2	Les paramètres du modèle . . . . .	186
6.3	Résultats des simulations sans incident . . . . .	189
6.4	Résultats des simulations dans le cas d'incidents . . . . .	190



# Introduction générale

Les conditions de circulation sur les réseaux routiers urbains et interurbains deviennent chaque année de plus en plus difficiles. Les études réalisées ces dernières années montrent une augmentation des congestions récurrentes et un accroissement terrifiant des émissions de gaz à effet de serre (exprimées en tonnes de  $CO_2$ ) avec une incidence catastrophique sur la qualité de vie des citoyens. La congestion est un phénomène qui est, aujourd'hui, devenu inévitable pour qui emprunte régulièrement les réseaux routiers. De plus le nombre de victimes d'incidents ou d'accidents entre les véhicules, ou entre les véhicules et les piétons, ne cesse d'atteindre des chiffres préoccupants. Ces constats risquent malheureusement de se renouveler dans les prochaines années. En effet, le nombre de véhicules mis en circulation ne cesse d'augmenter d'une manière permanente.

Selon les statistiques de 2010, le parc automobile a dépassé le milliard dans le monde et ce chiffre augmente chaque année de plus de 35 millions de véhicules. Cela oblige les exploitants et les communautés concernés par ce sujet à trouver des solutions efficaces pour optimiser l'utilisation des infrastructures routières existantes. En d'autres termes il s'agit d'ajuster au mieux l'offre de services à la demande croissante des besoins en déplacement des biens et des personnes. Une démarche favorisant une circulation plus fluide sur les réseaux existants aux heures de pointe tout en s'inscrivant dans une politique de développement durable, notamment en matière de pollution, est une des réponses à cet épineux problème.

Depuis une quinzaine d'années, les préoccupations sociales, économiques et environnementales ont considérablement modifié l'approche de l'exploitation de la route en Europe, aux États-Unis ainsi que dans l'ensemble des pays développés. Désormais, l'optimisation du fonctionnement des infrastructures existantes est une priorité pour tout gestionnaire et exploitant de réseau routier pour faire face à la croissance permanente des volumes de trafic et d'encombrements, la construction de nouvelles infrastructures n'étant que rarement considérée (cf. Figure 1).

Dans ce cadre, les exploitants cherchent depuis toujours les moyens efficaces pour mieux comprendre le comportement dynamique du trafic. Ceci passe par les mesures des principales variables qui régissent le trafic afin de prévoir son écoulement et mieux comprendre les formations des congestions. L'objectif principal est d'apporter des réponses adéquates aux différents problèmes d'exploitations grâce à la mise en œuvre des mesures de gestion dynamique du trafic.

La compréhension du comportement du trafic repose sur la connaissance approfondie de sa dynamique, de ses changements brefs conduisant à des phénomènes qui peuvent être prévisibles ou non.

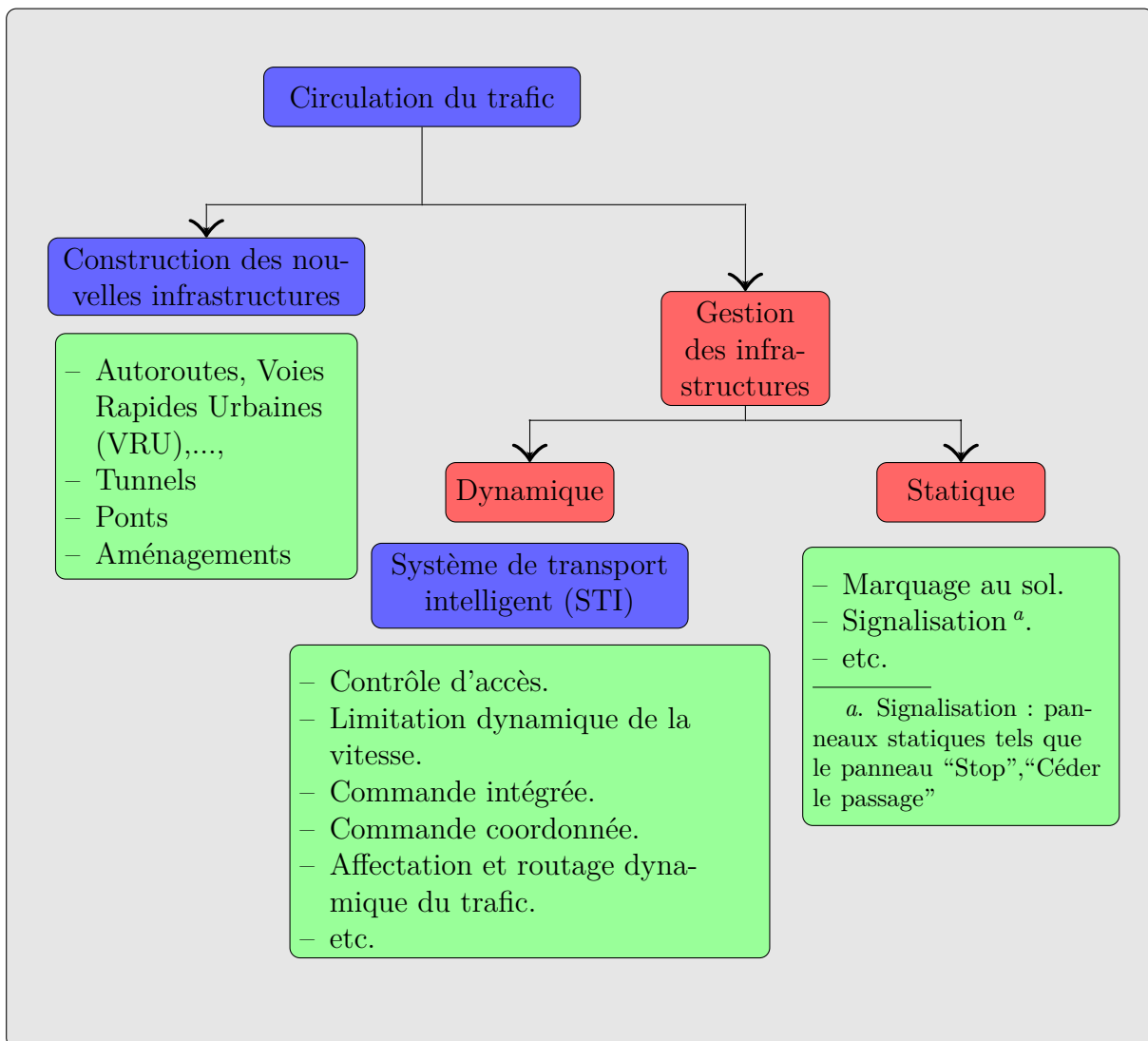


FIGURE 1 – Schéma général : différentes actions pour l’optimisation des réseaux routiers

Une manière triviale de décrire le trafic est de le considérer en terme de déplacement d'entités d'une origine donnée  $A$  à une destination  $B$ . Le chemin entre les deux points  $A$  et  $B$  peut être linéaire et simple ou très complexe, parcourant un ensemble de nœux intermédiaires.

Néanmoins, une brève analyse permet de constater que le trafic est un phénomène très complexe, dont la compréhension et la description formelle restent à ce jour un sujet d'actualité. Il est important de souligner que cette complexité est accentuée par les phénomènes aléatoires de la circulation au sein des infrastructures et le nombre élevé d'acteurs qui y participent ainsi que par le maillage complexe des réseaux.

Parmi les phénomènes imprévisibles (aléatoires), (cf. Figure 2) citons les congestions. En effet, ce phénomène apparaît lorsque l'offre devient inférieure à la demande en circulation. Autrement dit lorsque l'espace dédié à la circulation devient insuffisant pour absorber le nombre élevé des véhicules qui souhaitent l'emprunter. La conséquence immédiate est un encombrement de la circulation qui se traduit par une chute des vitesses qui peuvent atteindre des valeurs nulles. Le débit dans ce cas devient irrégulier. Il en résulte une augmentation du temps de trajet, des différents polluants, etc [1].

Ainsi, la connaissance du trafic, principalement en temps réel, est essentielle pour optimiser l'utilisation des infrastructures routières [4]. Cette optimisation se décline selon les points suivants :

- élaboration d'une politique optimale de gestion, d'exploitation et d'entretien des infrastructures routières,
- suivi de l'évolution du trafic dans le temps et mesure de son impact environnemental,
- élaboration d'algorithme de gestion dynamique du trafic et de prévision à court, moyen et long termes.

Il est important de souligner que la connaissance du trafic impose de disposer des données en temps réel. Cependant, le recueil des données en temps réel ne peut être assuré sur l'ensemble des réseaux routiers pour plusieurs raisons. Tout d'abord, à cause du caractère vaste des réseaux routiers. De plus, obtenir des données fiables et exploitables impose de mettre en œuvre une multitude de moyens matériels et des technologies nouvelles d'information et de communication, dont l'installation et la maintenance sont très coûteuses. Pour pallier ces problèmes et dans le cas où les données sont indisponibles et/ou les stations de mesures sont en panne, il est possible de faire appel à des techniques d'estimation dont l'une d'elles fait l'objet d'une contribution de cette thèse.

D'une manière succincte, nous pouvons définir un estimateur comme un système dynamique qui à partir d'une entrée  $u$  du système, et d'une sortie mesurée  $y$  ainsi que d'une connaissance a priori du modèle, fournit en sortie un état estimé  $\hat{x}$  qui doit tendre vers l'état réel de  $x$  à chaque pas de temps (cf. Figure 3).

Comme souligné plus haut, parmi les avantages d'une bonne connaissance du trafic, la gestion dynamique incluant entre autres, la commande du trafic dont la régulation dynamique de la vitesse (qui permet d'optimiser les débits écoulés sur l'infrastructure), le contrôle d'accès, l'interdiction (dynamique) de dépassement pour les poids lourds sur autoroutes en fonction du trafic, etc., joue un rôle primordial au sein des Systèmes de



(a) Congestion causée par un accident



(b) Congestion près d'une rampe d'accès [2]



(c) Congestion récurrente sur l'autoroute [3]

FIGURE 2 – Différents types de congestions sur les autoroutes

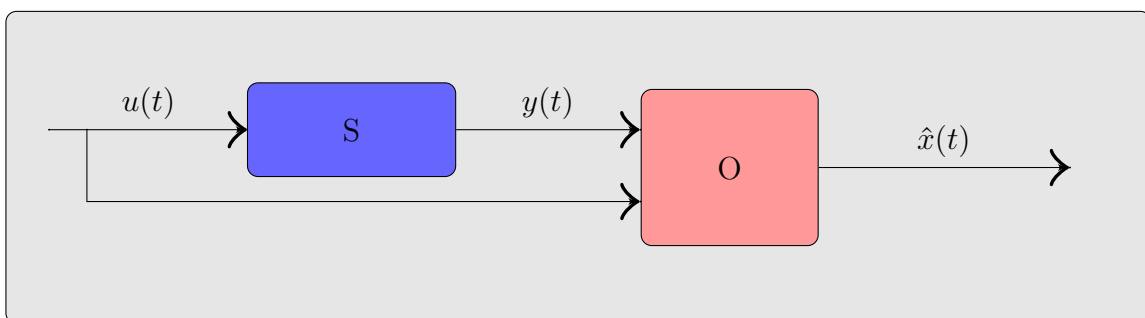


FIGURE 3 – Schéma de principe d'un observateur d'état



Transport Intelligents<sup>1</sup> (STI)<sup>2</sup>. Elle apporte des solutions efficaces aux problèmes de congestions et aux difficultés de circulation rencontrées dans les différents nœuds des infrastructures routières. De plus, elle permet d'assurer une circulation fluide, sans accident tout en diminuant les effets néfastes de la pollution.

La régulation du trafic est un moyen très performant pour résoudre les problèmes de congestions et optimiser l'utilisation des infrastructures routières existantes ; son efficacité a été établie depuis les années soixante du siècle dernier. Parmi les raisons principales imposant le recours au contrôle du trafic dont les coûts sont relativement modestes, citons :

- l'augmentation des besoins en circulations de plus en plus croissants, a conduit à une augmentation massive de la densité du trafic dans un espace d'infrastructures limité,
- les questions environnementales sont de plus en plus d'actualité et ont influencé les politiques de transport. Celles-ci se traduisent principalement par une meilleure qualité du service de transport aux niveaux urbain, interurbain et autoroutier.
- le coût financier exorbitant constitue un frein au développement d'importants projets de construction de nouveaux réseaux routiers.

Les systèmes de commande du trafic ne permettent pas seulement de diminuer les coûts des investissements dans la construction de nouvelles infrastructures de plus en plus chères, mais aussi, leur déploiement est rendu plus efficace grâce à un haut degré de standardisation et d'automatisation des équipements. De plus, cette alternative aux difficultés rencontrées par l'encombrement des routes entraîne une diminution très importante des coûts de fonctionnement des centres de contrôle du trafic exploités par les gestionnaires des infrastructures. Nous pouvons schématiser le processus de commande du flux de trafic par la Figure 4

La mise en place de l'ensemble des actions liées à la gestion dynamique du trafic impose de disposer d'un ensemble d'équipements de terrain (cf. Figures 5 et 6 [6]). Chaque équipement joue un rôle primordial dans la chaîne des STI. Ainsi :

- les capteurs (boucles électromagnétiques, caméras vidéos, ...), permettent le recueil des données.
- les liens avec les équipements type caméras permettent aussi d'assurer la surveillance du trafic et le suivi des événements particuliers.
- la diffusion des informations ou les consignes aux usagers (grâce aux Panneaux à Message Variable (PMV), signaux d'affectation de voies, signaux directionnels, marquage au sol, etc.),
- la gestion des feux de signalisation (exemple du contrôle d'accès),
- la communication entre les équipements (fibre optique, ADSL).

Les travaux présentés dans cette thèse, se focalisent principalement sur l'aspect estimation du trafic ainsi que sur les différentes techniques dédiées à sa commande. Pour des besoins de facilité de lecture, nous avons fait le choix de diviser la structure du manuscrit en deux parties.

---

1. Voir [5] pour une définition plus complète de la notion de systèmes de transport intelligents.

2. en anglais Intelligent Transportation Systems ITS.

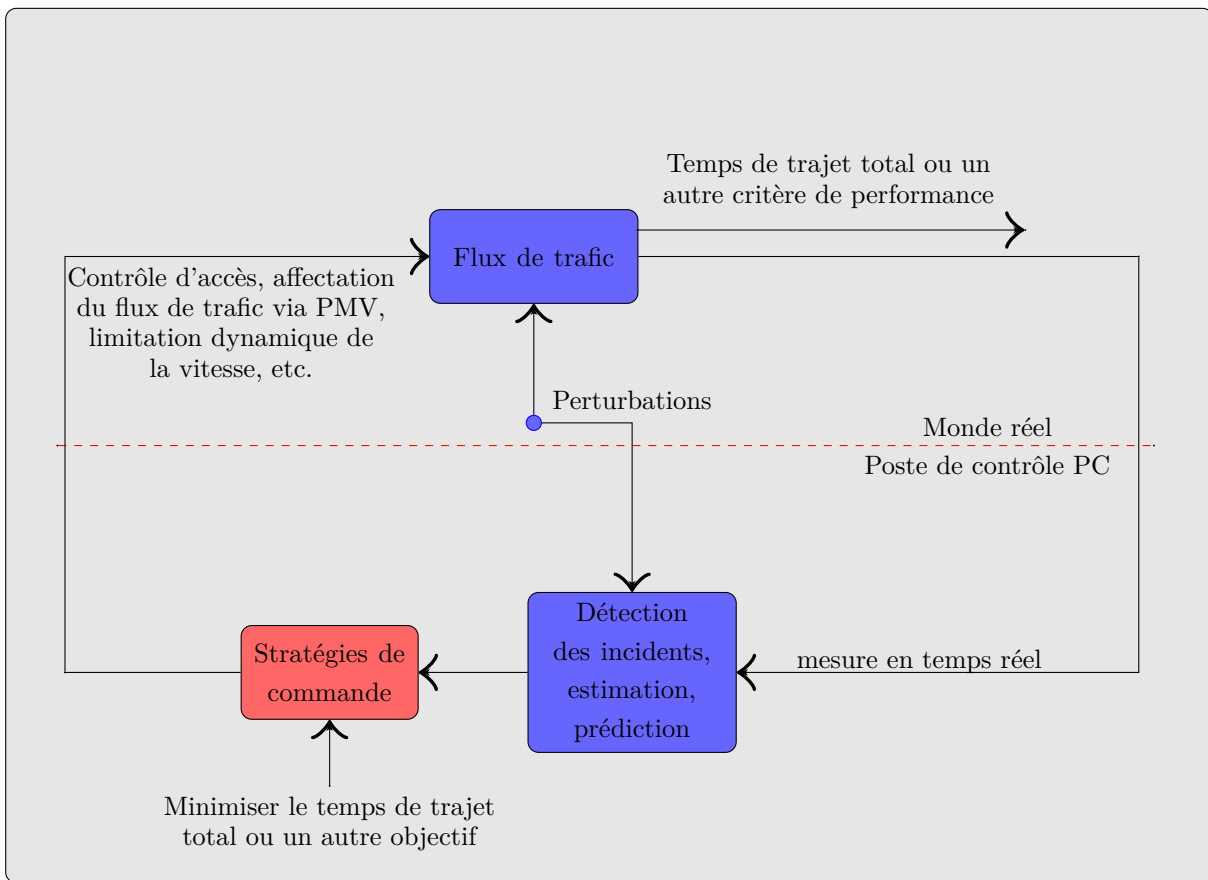


FIGURE 4 – Principe de commande de flux de trafic autoroutier



(a) Caméra de surveillance [7]



(b) Boucle électromagnétique [8]

FIGURE 5 – Les équipements de recueil de données sur une section autoroutière



(a) Panneau à Message Variable (PMV)



(b) Panneaux d'indication de direction



(c) Marquage au sol



(d) Affectation du trafic

FIGURE 6 – Différentes sortes de signalisations utilisées sur les autoroutes

La première est composée de trois chapitres. Bien que la littérature soit abondante dans le domaine de la modélisation, le chapitre (1) présente une classification succincte des différents modèles du trafic. L'accent sera mis sur les modèles macroscopiques, notamment ceux du premier et du second ordre. Ce choix est justifié par le fait que ces modèles sont utilisés par la suite dans le cadre de l'estimation et de la commande du trafic.

Le chapitre (2) se focalise sur le principe de l'estimation d'état appliquée au trafic. Notons qu'à notre connaissance, peu de travaux dans les STI abordent ce problème épineux. En effet, la majeure partie des articles n'aborde cette question qu'en utilisant les filtres de Kalman et ses extensions, les filtres particuliers, etc. Dans ce contexte, rédiger un état de l'art dans ce domaine nous semble une tâche d'une grande importance à réaliser. Ainsi, ce chapitre rappelle les estimateurs appliqués aux modèles linéaires ainsi que ceux dédiés aux modèles non linéaires. L'accent est mis aussi sur les avantages et les inconvénients de chaque estimateur.

Le chapitre (3) débute par une classification des différentes actions de commande du trafic. Il se focalise ensuite sur les différents équipements utilisés lors de l'implémentation du contrôle d'accès autoroutier. Dans ce cadre ce chapitre rappelle succinctement le principe de ce type de commande qu'elle soit réalisée d'une manière isolée ou coordonnée. Bien qu'il existe une littérature abondante dans tous ces domaines, on rappelle aussi le principe de la commande intégrée incluant deux actions ou plus, de commande du trafic.

La seconde partie de la thèse est consacrée à nos contributions majeures qui sont abordées progressivement de l'aspect estimation jusqu'à la commande intégrée, en passant par le contrôle d'accès. Ainsi, le chapitre (4), détaille notre apport dans le domaine de l'estimation d'état du trafic. L'algorithme proposé repose sur les techniques des systèmes à structure variable appelés aussi "mode glissant". Les estimateurs obtenus sont comparés à ceux basés sur les filtres de Kalman.

L'aspect contrôle d'accès isolé est détaillé dans le chapitre (5). Notre contribution dans ce cadre est double. On s'intéresse d'abord au contrôle d'accès isolé en utilisant la théorie du mode glissant et ensuite en l'associant à l'estimation d'état. Ce chapitre présente aussi une étude comparative avec l'algorithme ALINEA (Asservissement LINéaire des Entrées Autoroutières.)

Le chapitre (6) aborde un autre type de commande du trafic qu'est le routage (affectation) dynamique du trafic. Il présente ensuite trois autres algorithmes associant soit deux algorithmes de commande différents (contrôle intégré), soit la commande coordonnée dont l'objectif est de réguler plusieurs rampes simultanément en utilisant les techniques de la commande prédictive.

Enfin, une conclusion générale permet de mettre l'accent sur les apports de cette thèse et propose un nombre de perspectives importantes qui peuvent (doivent) être abordées dans un futur proche pour tirer profit de ces contributions.

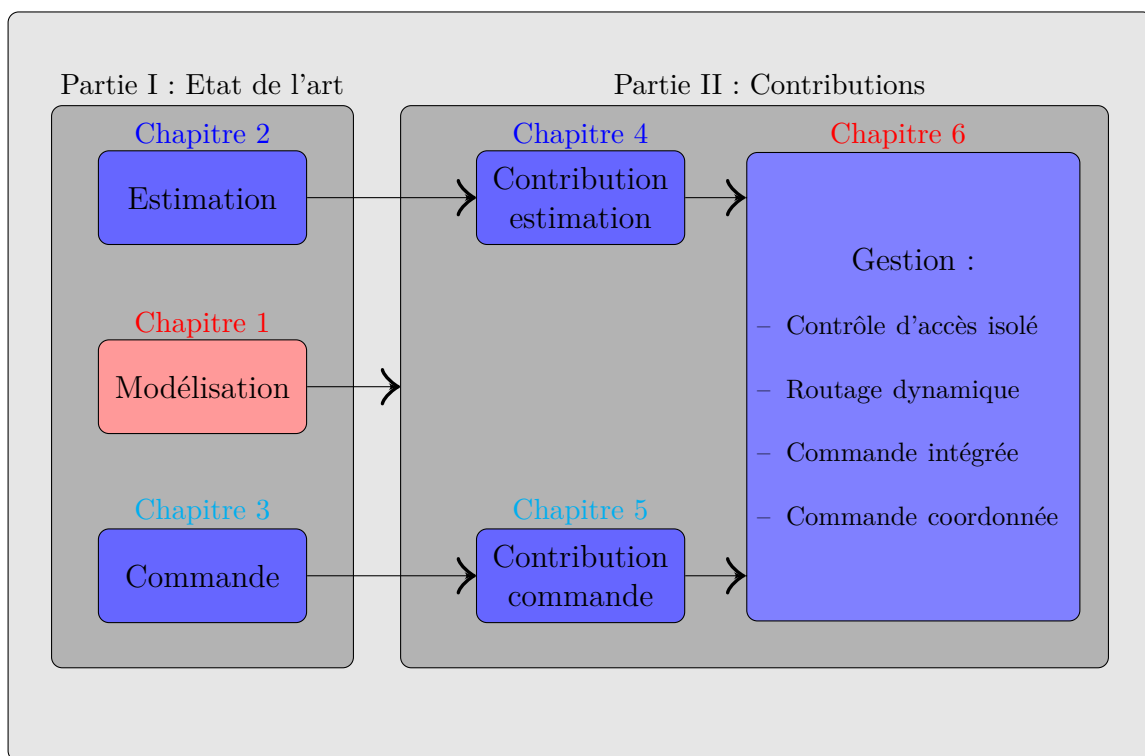


FIGURE 7 – Structuration de la thèse



**Première partie**

**Etat de l'art**





# Chapitre 1

## Modélisation

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>1.2</b>	<b>Classification</b>	<b>14</b>
1.2.1	Interprétation physique	16
1.2.2	Représentation du processus	16
1.2.3	Représentation des variables	16
1.2.4	Opérationnalisation	17
1.2.5	Niveau de détail	17
<b>1.3</b>	<b>Modèles macroscopiques du premier ordre</b>	<b>21</b>
1.3.1	Modèle LWR	21
1.3.2	Modèle transmission cellulaire CTM	23
1.3.3	Modèle à commutation SMM	25
<b>1.4</b>	<b>Modèles Macroscopiques d'ordre supérieur</b>	<b>32</b>
1.4.1	Modèle Karaaslan	33
1.4.2	Modèle METANET	35
<b>1.5</b>	<b>Synthèse</b>	<b>40</b>

---

## 1.1 Introduction

Dans les systèmes de flux de trafic comme dans n'importe quel autre domaine, les modèles occupent une place très importante (cf. Figure 1.1). Ils permettent de prédire le comportement, les performances ou encore l'efficacité des systèmes étudiés. Plus les modèles sont incertains, moins les systèmes seront performants ; ainsi lorsqu'une stratégie de commande ou un algorithme d'observation doit être mis en œuvre, un modèle précis est exigé.

Cette problématique suscite un vif intérêt dans la communauté scientifique depuis plus d'une soixantaine d'années. L'objectif principal de la modélisation du trafic est de pouvoir reproduire la réalité physique à l'aide de modèles qui permettent d'améliorer la compréhension du phénomène réel complexe.

Depuis les premières théories ayant donné naissance aux modèles dits macroscopiques<sup>1</sup> de Lighthill - Whitham [9] et Richards [10] (LWR), au milieu des années cinquante du

---

1. La notion de modélisation macroscopique sera détaillée plus loin dans le paragraphe (1.2.5).

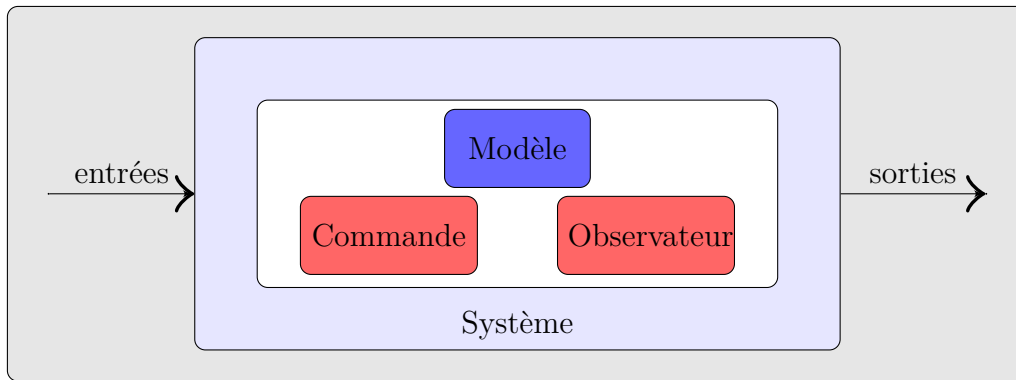


FIGURE 1.1 – Position d'un modèle dans un système

dernier siècle, la modélisation du trafic routier n'a cessé d'être un domaine de recherche rencontrant un intérêt croissant et reste à ce jour un sujet d'actualité. En effet, comprendre et prédire l'évolution de l'écoulement du trafic à partir de son état actuel est un défi scientifique aux retombées économiques considérables. Le trafic routier est un phénomène très complexe du fait qu'il résulte de la combinaison de nombreux facteurs, comme le comportement des conducteurs, la géométrie des infrastructures, la composition du flux de véhicules, etc. L'étude du trafic routier a donné lieu à de nombreux travaux de recherche allant de l'amélioration du modèle LWR à son extension aux modèles d'ordre supérieur, mais aussi au développement d'autres techniques de modélisation du trafic.

Dans la suite de ce chapitre, nous rappelons tout d'abord les classifications des modèles du flux de trafic basées sur différents critères. Ensuite, nous présentons un état de l'art sur les modèles macroscopiques connus : les modèles macroscopiques d'ordre un et les modèles macroscopiques d'ordre supérieur. Enfin, nous terminons ce chapitre par une synthèse.

## 1.2 Classification

Les premières recherches sur la modélisation du trafic datent des années 1930 [11]. Depuis ces premiers travaux, un très grand nombre de modèles ont été proposés, à tel point qu'il est presque impossible de les lister de façon exhaustive. Dans le domaine du trafic routier, il n'existe pas de modèle "universel" capable de décrire parfaitement l'écoulement du flux. Nous verrons que chaque modèle est le reflet d'une certaine vision du trafic, plus ou moins empirique. Dans cette optique et afin d'utiliser chaque modèle là où il est efficace et d'identifier les points forts ainsi que les points faibles des modèles, une classification des modèles de flux de trafic est donnée.

Dans la littérature, les modèles de trafic sont classés de plusieurs façons en se basant, entre autres, sur leurs comportements ou sur leurs niveaux de représentation. Ici, nous allons présenter une classification (cf. Figure 1.2) proposée déjà dans [12] [13]. Le lecteur intéressé pourra également se référer à [14] [15] [16] pour plus de détails sur la classification des modèles.

Dans les sections suivantes, nous allons présenter certains aspects de cette classification. Particulièrement, nous allons nous focaliser sur les modèles macroscopiques sur

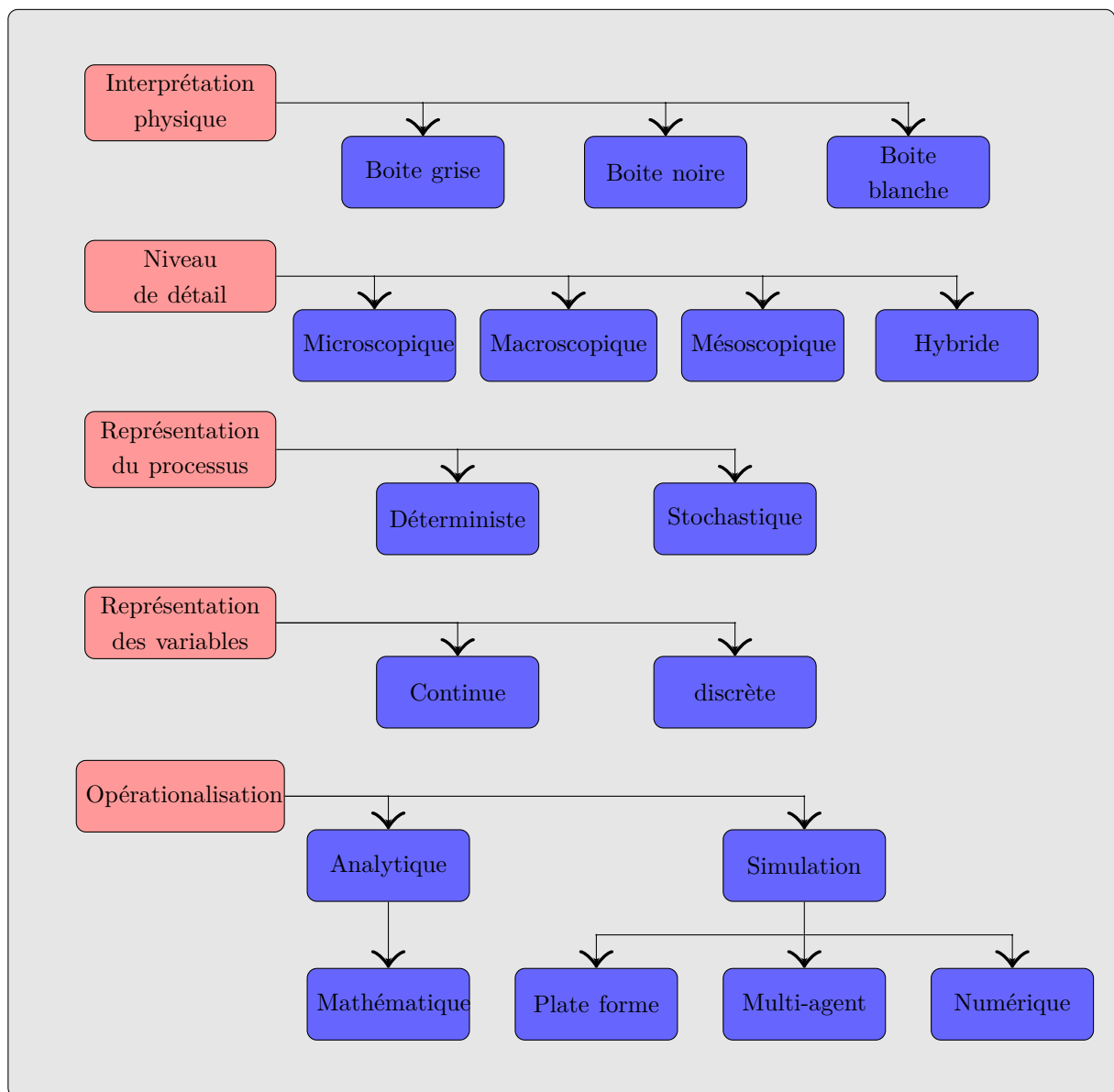


FIGURE 1.2 – Classification des modèles de flux du trafic

lesquels repose notre travail de thèse.

### 1.2.1 Interprétation physique

Nous considérons ici un système (cf. Figure 1.1) comme une boîte contenant des lois mathématiques reliant les entrées aux sorties, c'est-à-dire un système causal dans lequel les sorties dépendent rigoureusement des entrées. Selon la théorie des systèmes, trois représentations majeures de modélisation existent : la boîte noire, la boîte blanche et la boîte grise.

On appelle *boîte noire* une représentation d'un système faisant abstraction de son fonctionnement interne, celui-ci étant soit inaccessible, soit omis délibérément. Ainsi, le fonctionnement de la boîte noire n'est appréhendé que sous l'angle de ces interactions. Un exemple de modélisation d'un système de trafic de type boîte noire reposant sur l'utilisation des réseaux de neurones permet de reproduire le comportement du système sans introduire de connaissance physique. Les paramètres du réseau de neurones sont ajustés par apprentissage du comportement du système réel observé au travers de ses entrées/sorties [13] [17] [18].

Dans l'approche *boîte blanche* ou *boîte transparente*, nous pouvons considérer le fonctionnement interne car les caractéristiques de fonctionnement de l'ensemble des éléments qui le composent sont connus. Ainsi, le système peut être décrit mathématiquement. En d'autres termes, les systèmes peuvent être décrits par les relations entre les variables d'états qui peuvent de plus être mesurées.

La vision *boîte grise* ou *semi-physique* [18] [19] constitue une méthode intermédiaire entre la boîte noire et la boîte blanche. Ici, le fonctionnement interne n'est pas entièrement connu. Certaines variables d'état ainsi que les paramètres sont connus mais il reste des variables d'état et des paramètres inconnus dans le modèle qui peuvent être déterminés par des tests expérimentaux ou estimés par des algorithmes d'identification [13] [18] [20].

### 1.2.2 Représentation du processus

La modélisation repose sur l'emploi d'un ensemble de variables et de paramètres. Lorsque les variables utilisées sont aléatoires les modèles sont donc qualifiés de *stochastiques*. Quand les variables sont déterministes, nous parlons de *modèles déterministes*.

### 1.2.3 Représentation des variables

Les modèles de flux de trafic décrivent des systèmes dynamiques complexes dont le temps est la variable principale. Nous distinguons deux catégories de modèles, selon que le temps soit continu ou discret. Les *modèles continus* donnent l'évolution de l'état du système dans le temps tandis que les *modèles discrets* ne prennent en compte l'état du système qu'à des moments précis. En général, ces instants sont espacés par une durée constante appelée pas de temps [21].

De par la nature du trafic, ses dynamiques, principalement macroscopiques, sont modélisées par des équations aux dérivées partielles. Ce type d'équations dites "hyperboliques" est difficile à résoudre. Dans le domaine du trafic les méthodes généralement utilisées sont les méthodes des caractéristiques. D'autres approches reposent sur la résolution du problème de Riemann, etc. Soulignons aussi que les solutions de ce type d'équations sont nombreuses et dépendent fortement des conditions initiales et des conditions aux limites.

### 1.2.4 Opérationnalisation

En ce qui concerne le critère d'opérationnalisation, les modèles peuvent être représentés à l'aide de solutions analytiques qui donnent des solutions précises ou comme des modèles de simulation qui peuvent être exécutés par différents outils ; par exemple par : des simulations numériques (Matlab/Simulink), des simulations multi-agents ou des plates-formes qui sont destinées à résoudre une problématique générale ou particulière [16] [22].

### 1.2.5 Niveau de détail

Le niveau de détail (appelé aussi résolution ou grain) est un autre critère selon lequel les modèles peuvent être distingués. Certains auteurs regroupent traditionnellement les modèles d'écoulement existants en deux grandes catégories, selon l'échelle des phénomènes (niveau de détail) qu'ils décrivent [15] : les modèles *microscopiques* et *macroscopiques*. Dans la littérature, nous pouvons également trouver une classification regroupant les modèles en trois ou quatre catégories [12] [16] : les modèles *sub-microscopiques*, *microscopiques*, *mésoscopiques* et *macroscopiques* (cf. Figure 1.3). Ces approches peuvent être combinées pour former des *modèles hybrides*.

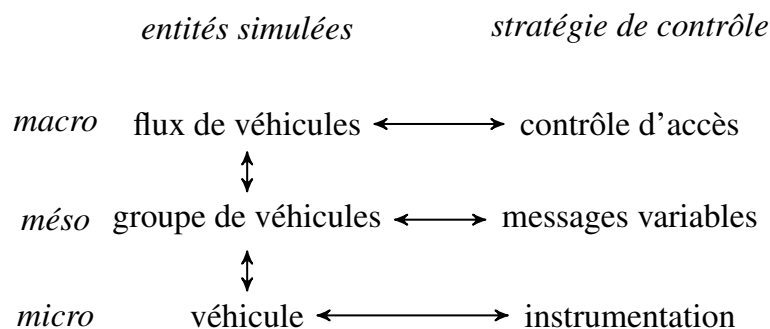


FIGURE 1.3 – Représentation des modèles du trafic selon le niveau de détail

#### 1.2.5.1 Modèles microscopiques

La modélisation microscopique de la circulation routière a fait partie des toutes premières contributions aux sciences de l'ingénierie du trafic, grâce aux premières avancées obtenues par les modèles de Reuschel (1950) et Pipes (1953) [23]. Ce sont les types de modèles les plus fins parmi les modèles courants de flux de trafic : les modèles sub-microscopiques, décrivant l'architecture interne des véhicules, sont rarement considérés dans ce cas. Dans ces modèles, la vitesse d'un véhicule est directement fonction de la distance qui le sépare du véhicule le précédant (véhicule leader), modulo un temps de retard. Ce temps de retard est généralement assimilé au temps de réaction du conducteur

afin de prendre en compte les variations de comportement de son véhicule leader. Il s'agit alors d'un *modèle de poursuite* [24].

Ainsi, l'écoulement du trafic dans les modèles microscopiques est principalement décrit par une loi de poursuite, décrivant le déplacement d'un véhicule en fonction des véhicules qui l'entourent. Elle est complétée par une loi de changement de voie destinée à représenter les changements de voie ou les dépassements et une loi de navigation, représentant le chemin emprunté par le véhicule pour se rendre de son origine à sa destination [25].

Ce type de modélisation représente le mouvement de chaque véhicule, en cherchant à reproduire le plus finement possible la réaction du conducteur à son environnement. Le comportement de chaque couple véhicule/conducteur peut ainsi être paramétré selon la vitesse désirée du conducteur, les capacités d'accélération et de décélération du véhicule, l'agressivité de la conduite, etc.

Les modèles microscopiques peuvent être basés sur cinq approches différentes [5] ; Les modèles d'interdistance de sécurité, les modèles de poursuite à stimuli, les modèles psychophysiques, les modèles neuro-flous et les modèles discrets et à automates cellulaires.

Ils ont donné lieu au développement d'outils de simulation et de réalisations informatiques nombreuses. Cependant, hormis les lois de poursuite, les modèles décrivant les autres fonctions de conduite (y compris les dépassements et les changements de voie) font l'objet de publications plus restreintes ; il est difficile d'accéder aux lois implémentées, protection industrielle oblige. Nous citons les simulateurs microscopiques les plus utilisés : AIMSUN [26], PTV VISSIM [27], etc. On peut aussi évoquer le modèle MOBIL, cité comme source d'inspiration par les simulateurs évoqués [28].

Cette catégorie de modèles est très utile, en particulier pour la conception et pour la simulation du trafic à petite échelle dans des environnements complexes comme une partie de réseau urbain. Cependant, ces modèles microscopiques se révèlent n'être plus cohérents pour de nombreuses autres applications telles que la gestion du trafic, la planification et l'évolution des réseaux. En effet, l'utilisation de ces modèles est parfois limitée par l'impossibilité d'avoir accès à la description détaillée des dynamiques individuelles des véhicules. Dans ces cas, l'utilisation de modèles macroscopiques s'impose.

### 1.2.5.2 Modèles mésoscopiques

Les modèles mésoscopiques sont situés au niveau intermédiaire entre le modèle microscopique et le modèle macroscopique. En effet, au lieu de s'intéresser au véhicule individuel, l'approche mésoscopique permet de caractériser des paquets de véhicules partageant des caractéristiques communes. Chaque paquet constitue une entité autonome en circulation dans le réseau routier suivant des lois issues de la dynamique macroscopique du flux.

Soulignons qu'il existe trois types de modèles mésoscopiques [16] : les modèles fondés sur les distributions des écarts temps inter-véhicules [29] [30] [31], les modèles de type cluster [32] et les modèles basés sur la cinétique des gaz [33] [34].

### 1.2.5.3 Modèles macroscopiques

Les modèles macroscopiques considèrent le trafic comme un flux continu et homogène de véhicules. Bâti par analogie avec la dynamique des fluides, ils sont apparus avec les articles fondateurs de Lighthill et Whitham [9] et Richards [10].

Les modèles macroscopiques sont reliés à l'étude du processus d'affectation des usagers sur un réseau donné. Il s'agit ainsi de pouvoir représenter la façon dont se répartissent le volume connu de véhicules (définissant une demande) sur un ensemble donné de chemins, formant un réseau d'infrastructures possédant des caractéristiques (définissant l'offre). Cette catégorie de modèles est considérée comme de résolution moins fine par rapport aux autres catégories de modèles de flux de trafic. Cependant, elle présente de nombreux avantages, par exemple ; la rapidité de calcul analytique et numérique. Ils sont relativement simples tout en restant suffisamment précis. Ils possèdent peu de paramètres et de variables d'état (une qualité essentielle pour la mise en œuvre des mesures pour la gestion dynamique du trafic). De plus, les paramètres peuvent être faciles à estimer via des algorithmes d'identification, par exemple, dans le cadre du calibrage et/ou de la prévision du temps de trajet<sup>2</sup>.

Les modèles macroscopiques peuvent être utilisés dans des applications différentes [5], par exemple ;

- La simulation du trafic sur des réseaux de grande taille, en vue de la planification et de la conception ;
- L'évaluation a posteriori des mesures de gestion de trafic ;
- Le contrôle en temps réel (contrôle d'accès, calcul de commandes de feux, gestion de vitesse, gestion de voies).

La suite de ce chapitre traite plus spécifiquement des modèles macroscopiques de flux de trafic. Nous allons commencer par présenter le principe de l'approche macroscopique. Ensuite, nous présenterons certains modèles macroscopiques linéaires (d'ordre premier) et non linéaires (d'ordre supérieur), qui sont à la base des développements de nos contributions dans cette thèse.

### Principe de l'approche macroscopique

D'un point de vue macroscopique, le flux du trafic est décrit par une concentration appelée aussi densité du trafic  $\rho$  (mesurée en nombre de véhicules par unité de longueur) de véhicules se déplaçant à une vitesse  $v$  (en unité de longueur par unité de temps) et générant un débit  $q$  (en véhicules par unité de temps). Toutes ces variables sont définies de façon continue en fonction du temps  $t$  et de l'espace supposé monodirectionnel  $x$ .

Par analogie avec la dynamique des fluides, le débit peut être défini comme le produit de la concentration et de la vitesse du flux de trafic :

$$q(x, t) = \rho(x, t) \times v(x, t) \quad (1.1)$$

La loi fondamentale de l'écoulement repose sur la conservation des véhicules et est

---

<sup>2</sup>. Notons que la prévision joue un rôle primordial dans le domaine du trafic et fait appel aux techniques d'estimation pour son développement.

décrite par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

Pour résoudre ce type de modèle faisant apparaître trois variables  $(\rho, v, q)$ , trois équations doivent être définies dont les deux que nous avons présentées ci-dessus. La troisième équation est établie en définissant la vitesse moyenne à l'équilibre, soit en fonction de la densité, on parle de modèle du premier ordre, soit par une équation dynamique, on parle alors de modèle du second ordre, ou, de façon moins impropre, de modèle d'ordre supérieur<sup>3</sup>.

#### 1.2.5.4 Modèles hybrides

La modélisation hybride est la représentation d'un phénomène physique à différentes échelles. En général, de tels modèles intègrent l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique. D'autres travaux font collaborer les trois types de modèles : macroscopique, mésoscopique et microscopique. Dans le cadre de la cohabitation entre les modèles macroscopique et microscopique, l'enjeu dans ce type de modèle est d'assurer une certaine continuité de passage des variables microscopiques aux variables macroscopiques et vice-versa. Dans la littérature plusieurs tentatives de modélisations hybrides peuvent être trouvées. Toutes se différencient au niveau de l'interface entre les modèles et des échanges de l'information entre eux [21] [5].

L'intérêt des modèles hybrides est de représenter un réseau de grande taille par un modèle macroscopique et les éléments singuliers tels que les rampes d'accès et les intersections par un modèle microscopique.

Les modèles hybrides peuvent être classés en trois familles selon les modèles couplés [5] :

- Couplage d'un modèle macroscopique et d'une loi de poursuite qui peuvent être classés en modèles hybrides homogènes et modèles hybrides hétérogènes. Ces derniers peuvent être aussi classés comme :
  - Modèle hybride couplé SIMRES-SITRA-B+ ;
  - Modèle hybride couplé Payne-IDM ;
  - Modèle hybride couplé LWR-OVM.
- Couplage d'un modèle macroscopique et d'un modèle microscopique fondé sur les systèmes multi-agents ;
  - Modèle hybride associant SSMT et ARCHISIM ;
  - Modèle hybride multi-agent et modèle de Payne [21].
- Couplage d'un modèle mésoscopique et d'une loi de poursuite :
  - Modèle associant PARAMICS et DYNASMART ;
  - Modèle associant METROPOLIS et MITSIMLab.

---

3. Soulignons le fait que même dans le cadre des modèles de second ordre, la notion de diagramme fondamental est omniprésente. En effet, c'est grâce aux diagrammes fondamentaux que l'on peut distinguer les zones fluides des zones congestionnées et décider ainsi de l'opportunité de mettre en œuvre des actions de gestion dynamique du trafic



## 1.3 Modèles macroscopiques du premier ordre

Cette section est dédiée aux principaux modèles macroscopiques utilisés dans la suite de nos travaux. Nous nous focalisons dans un premier temps, sur le modèle LWR qui représente la genèse des autres modèles. Nous décrivons ensuite le modèle CTM<sup>4</sup> et le modèle SMM<sup>5</sup>. Ces types de modèles macroscopiques sont basés sur l'hypothèse suivante : la vitesse n'est qu'une fonction de la densité, ce qui est inexact dans le cas général. En effet, la vitesse dépend de nombreux autres paramètres comme le comportement des conducteurs, l'accélération et la décélération, etc. De plus, il a été prouvé que, dans une section routière, pour une vitesse donnée, deux valeurs différentes de la densité peuvent exister.

### 1.3.1 Modèle LWR

L'un des premiers modèles du trafic est celui développé par Lighthill, Whitham [9] et Richards [10], également appelé LWR. Il s'agit d'une équation hyperbolique non linéaire où la vitesse à l'équilibre est une fonction de la densité de véhicules. Ce modèle peut être obtenu également par le passage à la limite du modèle microscopique de poursuite, dans le cas où le temps de retard est négligeable. Ainsi, le modèle LWR s'obtient en définissant une relation d'équilibre entre le débit  $q$  et la concentration  $\rho$  ou entre  $q$  et  $v$  ainsi qu'entre  $v$  et  $\rho$ , représentée par ce qu'on appelle le diagramme fondamental ;

$$q = Q_e(\rho, x) \quad \text{ou} \quad v = V_e(\rho, x) \quad \text{avec} \quad Q_e(\rho, x) \stackrel{\text{def}}{=} \rho V_e(\rho, x) \quad (1.3)$$

Dans la littérature plusieurs formes du diagramme fondamental (cf. Figure 1.4) ont été proposées, nous pensons utile de les présenter (cf. Table 1.1). Sur les aspects théoriques, le lecteur obtiendra davantage de détails dans [24] [25] [5].

TABLE 1.1 – Quelques formes proposées pour le diagramme fondamental

Nom	Description
Chandler	$Q_e(\rho) = Q_{ca} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right)$
Greenberg	$Q_e(\rho) = V_c \rho \ln \left(\frac{\rho_m}{\rho}\right)$
Drew	$Q_e(\rho) = V_c \rho \left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{\rho_m}}\right)$
Greenshields	$Q_e(\rho) = V_c \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m}\right)$
Edie	$Q_e(\rho) = V_c \rho \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_m}\right)$
Drake	$Q_e(\rho) = V_c \rho \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)\right)$
May	$Q_e(\rho) = V_c \rho \exp\left(-\frac{1}{a} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^a\right)$

Le modèle LWR est discrétisé dans l'espace et dans le temps (cf. Figure 1.5) en utilisant le principe du schéma de Godunov. Ainsi, le temps est divisé en pas de temps fixes

4. Cell Transmission Model

5. Switching Mode Model

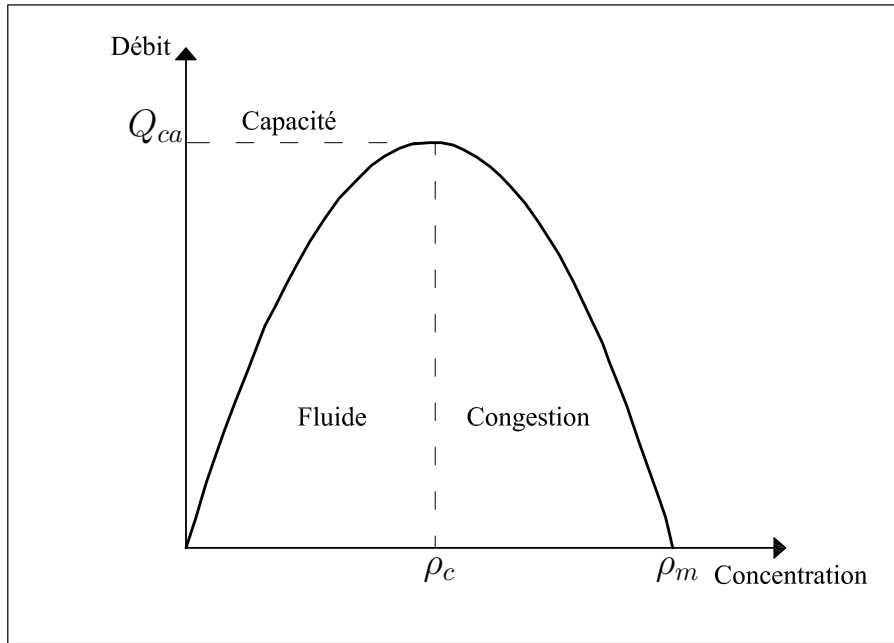


FIGURE 1.4 – Exemple de diagramme fondamental : diagramme de Greenshields

( $t$ )  $\stackrel{def}{=} [t\Delta t, (t+1)\Delta t]$  de durée  $\Delta t$  (typiquement de l'ordre de la minute) et les tronçons sont divisés en pas d'espace (segment ou cellule) : ( $sg$ )  $\stackrel{def}{=} [\Delta x_{sg-1}, x_{sg}]$  de longueur  $\Delta x_{sg} = x_{sg} - x_{sg-1}$  (typiquement de l'ordre du kilomètre).

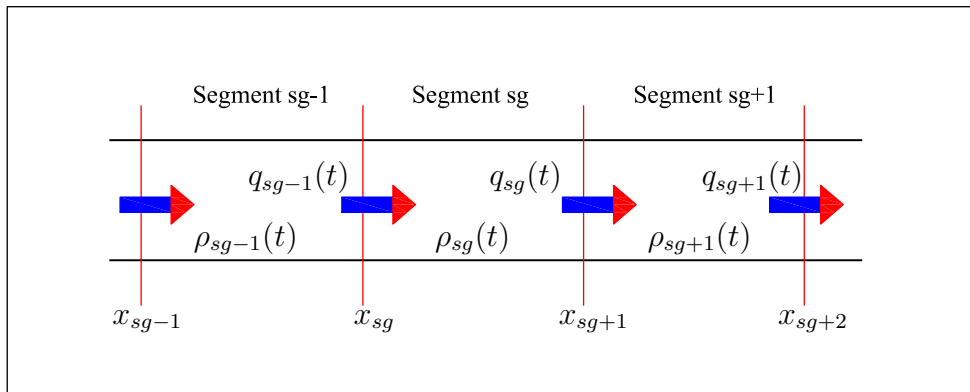


FIGURE 1.5 – Le principe de la discrétisation (Schéma de Godunov)

Enfin, les équations de conservation et de débit peuvent être données sous les formes discrétisées suivantes :

$$\rho_{sg}(t+1) = \rho_{sg}(t) + \frac{\Delta t}{\Delta x_{sg}} [q_{sg-1}(t) - q_{sg}(t)] \quad \text{équation de conservation} \quad (1.4)$$

$$q_{sg}(t+1) = \text{Min}[S_{sg+1}(\rho_{sg+1}(t)), D_{sg}(\rho_{sg}(t))] \quad \text{équation du débit} \quad (1.5)$$

où  $S$  est l'offre de la cellule aval ( $sg+1$ ).  $D$  est la demande de la cellule amont ( $sg$ ). La convergence de la solution numérique vers la solution analytique est assurée par la résolution analytique de Riemann à condition que la discrétisation spatio-temporelle réalisée

vérifie la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (dite : CFL) :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x_{sg}}{V_{c,sg}}$$

### 1.3.2 Modèle transmission cellulaire CTM

Le modèle CTM est une méthode numérique proposée par Daganzo [35] [36] pour résoudre l'équation d'onde cinématique [9] [10]. Plus tard, Lebacque [37] a montré que le modèle CTM est la forme discrétisée de premier ordre du schéma de Godunov. Ce modèle peut capter le comportement macroscopique du flux de trafic sur un axe donné en incluant le phénomène de transition, par exemple, la création, la propagation et la dissipation de file d'attente.

Ce modèle évalue le débit ainsi que la densité sur un nombre fini de points (au bout de chaque segment) à chaque pas de temps. Pour cela, la section autoroutière est décomposée en segments (ou cellules) (cf. Figure 1.6). La longueur de chaque segment est définie de telle sorte qu'un véhicule ayant atteint la vitesse libre  $V_c$  peut le traverser dans l'intervalle de chaque pas de temps pendant lequel le trafic est évalué. La condition initiale ainsi que les variables en amont du premier segment et les variables en aval du dernier segment sont nécessaires pour évaluer la situation du trafic dans chaque segment.

CTM peut être défini par les équations suivantes :

$$S_{i-1}(t) = \min \{n_{i-1}(t), Q_{ca_{i-1}}(t)\} \quad (1.6)$$

$$R_i(t) = \min \{Q_{ca_i}(t), \rho_{m_i}(t) - n_i(t)\} \quad (1.7)$$

où  $n_i(t)$  est le nombre de véhicules dans le segment  $i$  au pas de temps  $t$ .  $\rho_{m_i}(t)$  est un paramètre représentant le nombre maximal de véhicules qui peuvent être présents dans le segment  $i$  au pas de temps  $t$  (la densité maximale).  $Q_{ca_i}(t)$  est le nombre maximal de véhicules pouvant passer au segment  $i$  au pas de temps  $t$  (la capacité).  $S_{i-1}(t)$  est le nombre maximal de véhicules qui peuvent passer du segment  $i-1$  au segment  $i$ .  $R_i(t)$  est le nombre maximal de véhicules pouvant entrer dans le segment  $i$ .

Enfin, le nombre de véhicules qui peuvent passer du segment  $i-1$  au segment  $i$  durant le pas du temps (de l'instant  $t$  à l'instant  $t+1$ ) peut être donné par l'équation suivante [38] :

$$y_i(t) = \min \{S_{i-1}(t), R_i(t)\} \quad (1.8)$$

Le nombre de véhicules  $n_i$  dans le segment  $i$  pour le pas de temps suivant  $t+1$  peut être donné par :

$$n_i(t+1) = n_i(t) + y_i(t) - y_{i+1}(t) \quad (1.9)$$

Ce modèle peut être utilisé pour concevoir un réseau autoroutier incluant des bretelles d'entrée (que l'on appelle convergents) et de sortie (divergents). Dans le cas de convergents, le débit de deux segments  $i$  et  $j$  (cf. Figure 1.7) entre dans un seul segment  $k$ .

Le débit maximal pouvant sortir des segments  $i$  et  $j$ , entrant dans le segment  $k$  est défini respectivement par  $S_i(t)$  et  $S_j(t)$ . Le débit maximal pouvant entrer dans le segment  $k$  est défini par  $R_k(t)$ . Ainsi, le débit final est donné par la relation suivante :

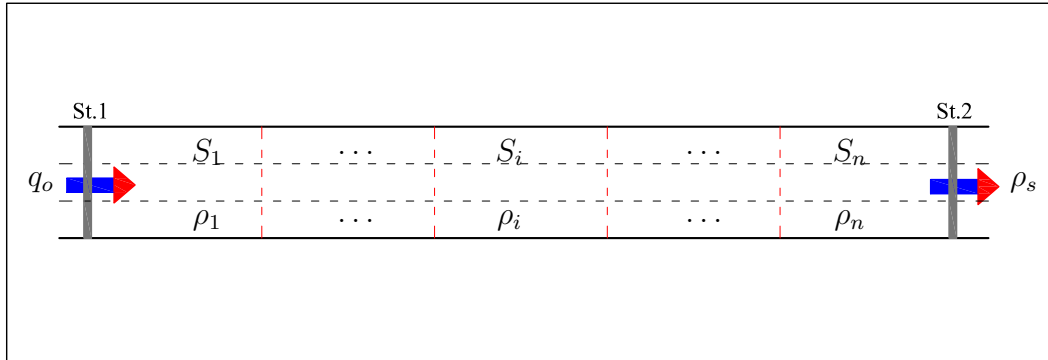
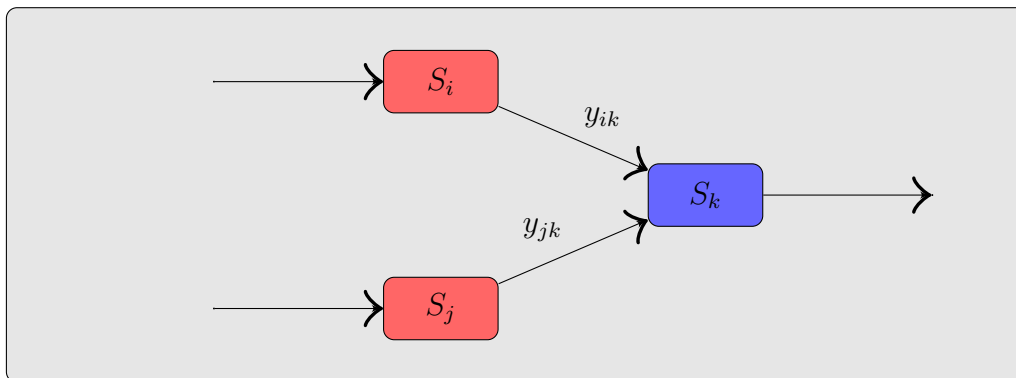
FIGURE 1.6 – Une section autoroutière divisée en  $n$  segments

FIGURE 1.7 – Deux segments convergent dans un seul segment

$$y_{ik}(t) \leq S_i(t), \quad y_{jk}(t) \leq S_j(t) \quad (1.10)$$

et

$$y_{ik}(t) + y_{jk}(t) \leq R_k(t) \quad (1.11)$$

Le lecteur est invité à se reporter à [35] [36] [38] pour plus de détails.

Dans le cas de divergents, le débit sur un axe autoroutier va se diviser (diverger) en deux sections différentes (cf. Figure 1.8). Les débits en entrée des segments  $i$  et  $j$ , issus du segment  $k$ , peuvent être obtenus à l'aide des équations suivantes :

$$S_{k,i}(t) = \min \{n_{k,i}(t), Q_k(t)\} \quad (1.12)$$

$$S_{k,j}(t) = \min \{n_{k,j}(t), Q_k(t)\} \quad (1.13)$$

où  $n_{k,i}$  est le nombre de véhicules du segment  $k$  à destination du segment  $i$ .  $n_{k,i} \leq n_k$ .  $n_{k,j}$  est le nombre de véhicules à destination du segment  $j$ .  $n_{k,j} \leq n_k$  et  $n_k = n_{k,i} + n_{k,j}$ . Enfin, le débit du segment  $k$  vers les segments  $i$  et  $j$  peut être déterminé en choisissant la valeur minimale entre  $S_{k,i}$  et  $R_i(t)$  pour le segment  $i$  et entre  $S_{k,j}$  et  $R_j(t)$  pour le segment  $j$ .

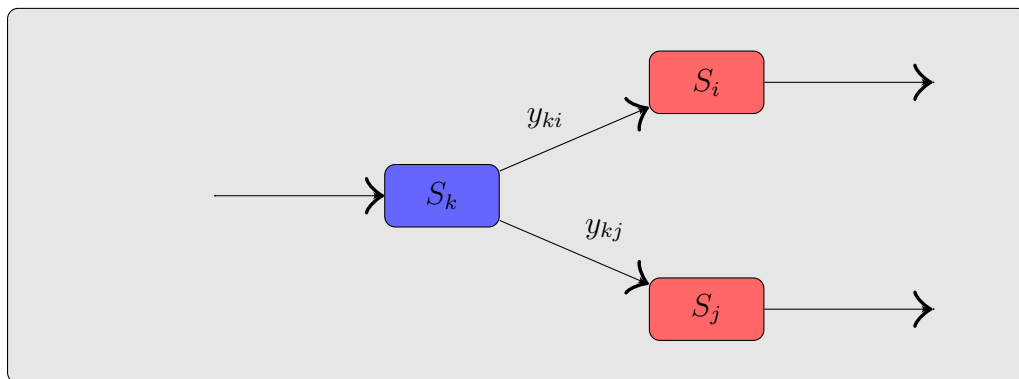


FIGURE 1.8 – Un axe autoroutier diverge vers deux sections différentes

Le modèle CTM est basé sur la mesure du taux d'occupation dans chaque segment [35] [36]. Il prend en compte la forme triangulaire du diagramme fondamental (cf. Figure 1.9). Il a été validé sur l'autoroute  $I - 880$  en Californie [39]. Une nouvelle version de ce modèle est développé par [40] (dit CTM modifié). Il utilise la densité des segments au lieu du taux d'occupation<sup>6</sup>, les segments peuvent avoir des longueurs différentes et la congestion peut être gérée même en aval de la section d'autoroute modélisée.

### 1.3.3 Modèle à commutation SMM

SMM<sup>7</sup> est un modèle linéaire non stationnaire. Il est défini comme un modèle linéaire par morceaux [41]. SMM est dérivé du modèle CTM version modifiée. La différence principale entre CTM et SMM est que le premier est un modèle non linéaire alors que le SMM est linéaire. SMM se comporte comme un système hybride qui commute entre cinq

6. Dans la pratique on utilise le taux d'occupation exprimé en %. Néanmoins pour les besoins des simulations ce taux est traduit en terme de concentration du trafic.

7. Switching Mode Model

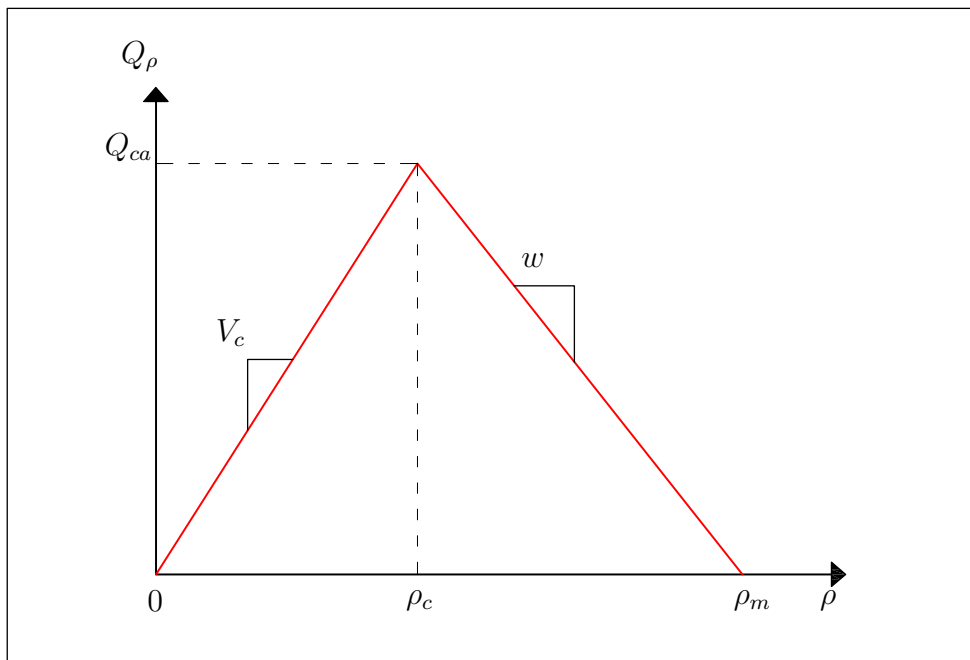


FIGURE 1.9 – Diagramme fondamental - forme triangulaire

différents modes (équations différentielles) dépendant des conditions en amont et en aval de la section autoroutière simulée et de la situation fluide/congestionnée des segments. La Table 1.2 présente les conditions de commutation d'un mode à l'autre de SMM [40].

TABLE 1.2 – Les conditions de la commutation

Amont	Aval	Mode
flux fluide	flux fluide	FF
flux congestionné	flux congestionné	CC
flux congestionné	flux fluide	CF
flux fluide	flux congestionné 1	FC1
flux fluide	flux congestionné 2	FC2

SMM peut être obtenu à partir du modèle CTM modifié en prenant le débit  $q_i(t)$  de chaque segment comme une fonction explicite de la densité  $V_c \rho_{i-1}(t)$  ou  $w(\rho_m - \rho_i(t))$  ou comme une constante  $Q_{ca}$ . Sachant que la densité  $\rho$  est considérée comme la variable d'état du système, cette fonction explicite peut être obtenue en supposant ces deux conditions :

- La densité ainsi que le débit en amont et en aval de la section autoroutière et le débit sur chaque rampe d'accès et de sortie doivent être mesurés.
- Si l'amont et l'aval de la section principale ont la même situation de trafic (fluide ou congestionnée), on suppose donc que tous les segments de la section principale aussi ont la même situation de trafic (fluide ou congestionnée). Si l'amont et l'aval de la section principale n'ont pas la même situation de trafic, c'est-à-dire l'un est fluide (congestionné) et l'autre est congestionné (fluide), Dans la section principale donc, il y a un point (normalement, ce point se trouve à la fin ou au début d'un

segment) où son amont est fluide (congestionné) et son aval est congestionné (fluide).

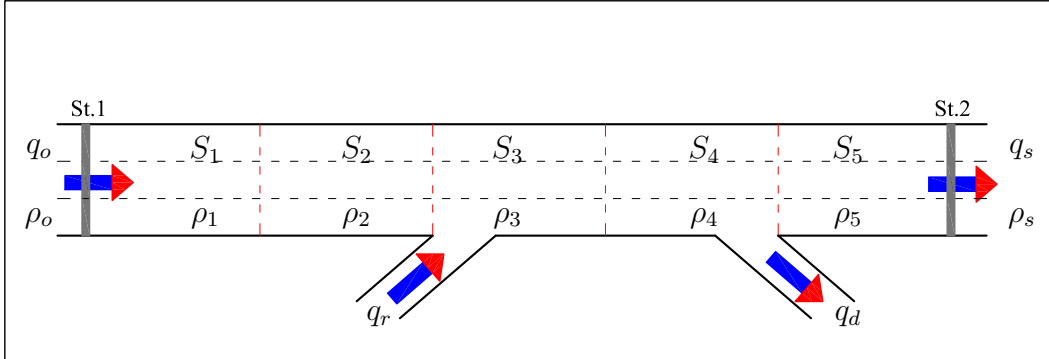


FIGURE 1.10 – Une section autoroutière divisée en 5 segments

Considérons la Figure 1.10. Elle représente une section autoroutière divisée en 5 segments.  $q_s$  et  $\rho_s$  représentent le débit et la densité en aval de la section autoroutière, respectivement. De même,  $q_o$  et  $\rho_o$  sont le débit et la densité en amont de la section autoroutière, respectivement. Les modes de SMM peuvent être résumés par l'équation suivante :

$$\rho_i(t+1) = R_{i,m} \rho_i(t) + M_{i,m} u_i(t) + N_{i,m} \rho_{m,i} + O_{i,m} Q_{ca,i} \quad (1.14)$$

où  $m$  indique les modes de SMM (cf. Table 1.2).  $\rho = [\rho_1 \dots \rho_5]^T$  est le vecteur de la densité.  $u = [q_o \ q_r \ q_d \ \rho_s]^T$  est le vecteur des variables qui entrent ou sortent de la section, c'est-à-dire, le débit d'entrée  $q_o$ , le débit de la rampe d'accès  $q_r$ , le débit de la rampe de sortie  $q_d$  et la densité en aval de la section  $\rho_s$ .

$\rho_m = [\rho_{m,1} \dots \rho_{m,5}]^T$  est le vecteur de la densité maximale.

$Q_{ca} = [Q_{ca,1} \dots Q_{ca,5}]^T$  est le vecteur du flux maximal (la capacité).

En mode FF (mode 1), chaque segment est capable d'accueillir le débit fourni par le segment amont. Le segment 1 accepte également le débit fourni en amont de la section. En sortie du dernier segment, les véhicules sont libérés avec une vitesse libre  $V_c$ . Dans ce mode, les matrices  $R_{i,m}$ ,  $M_{i,m}$ ,  $N_{i,m}$  et  $O_{i,m}$  sont définies comme suit :

$$R_{1-5,1} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{c1}T_s}{L_2} & 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{c2}T_s}{L_3} & 1 - \frac{V_{c3}T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{c3}T_s}{L_4} & 1 - \frac{V_{c4}T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{c4}T_s}{L_5} & 1 - \frac{V_{c5}T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$M_{1-5,1} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_5} & 0 \end{bmatrix}$$

$$N_{1-5,1} = 0_{5 \times 6}$$

$$O_{1-5,1} = 0_{5 \times 5}$$

En mode CC (mode 2), le débit de sortie de chaque segment est limité par le débit d'entrée que son segment aval voisin peut accepter . Le nombre maximum de véhicules qui peuvent sortir du segment 5 dépend de la densité en aval de la section sachant aussi que ce segment ne peut accumuler des véhicules que jusqu'à ce qu'il atteigne sa capacité maximale. Dans ce mode, les matrices  $R_{i,m}$ ,  $M_{i,m}$ ,  $N_{i,m}$  et  $O_{i,m}$  peuvent être définies ainsi :

$$R_{1-5,2} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{w_1 T_s}{L_1} & \frac{w_2 T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{w_2 T_s}{L_2} & \frac{w_3 T_s}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{w_3 T_s}{L_3} & \frac{w_4 T_s}{L_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{w_4 T_s}{L_4} & \frac{w_5 T_s}{L_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{w_5 T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$M_{1-5,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{w_6 T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$N_{1-6,2} = \begin{bmatrix} \frac{w_1 T_s}{L_1} & -\frac{w_2 T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{w_2 T_s}{L_2} & -\frac{w_3 T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{w_3 T_s}{L_3} & -\frac{w_4 T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{w_4 T_s}{L_4} & -\frac{w_5 T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{w_5 T_s}{L_5} & -\frac{w_6 T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$



$$O_{1-5,2} = 0_{5 \times 5}$$

En mode CF (mode 3), il y a un point où une transition de situation congestionnée à fluide s'établit. L'une des caractéristiques de SMM est que la transition se fait à la fin ou au début d'un segment. Les segments se trouvant en amont de ce point sont congestionnés. Au contraire, les segments se trouvant en aval de ce point sont fluides. Si on suppose que ce point de transition se trouve entre le segment 3 et 4. Les matrices  $R_{i,m}$ ,  $M_{i,m}$ ,  $N_{i,m}$  et  $O_{i,m}$  peuvent être définies ainsi :

$$R_{1-5,3} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{w_1 T_s}{L_1} & \frac{w_2 T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{w_2 T_s}{L_2} & \frac{w_3 T_s}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{w_3 T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{v_4 T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v_4 T_s}{L_5} & 1 - \frac{v_5 T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$M_{1-5,3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_5} & 0 \end{bmatrix}$$

$$N_{1-6,3} = \begin{bmatrix} \frac{w_1 T_s}{L_1} & -\frac{w_2 T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{w_2 T_s}{L_2} & -\frac{w_3 T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{w_3 T_s}{L_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$O_{1-5,3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En mode FC1 (mode 4), il y a un point où une transition d'une situation fluide à congestionnée s'établit. Dans ce mode, cette transition se propage vers l'aval. Les matrices  $R_{i,m}$ ,  $M_{i,m}$ ,  $N_{i,m}$  et  $O_{i,m}$  peuvent être définies ainsi :

$$R_{1-5,4} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{c1}T_s}{L_2} & 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{c2}T_s}{L_3} & 1 - \frac{V_{c3}T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{c3}T_s}{L_4} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{w_5T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$M_{1-5,4} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{w_6T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$N_{1-6,4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w_5T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{w_5T_s}{L_5} & -\frac{w_6T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$O_{1-5,4} = 0_{5 \times 5}$$

En mode FC2 (mode 5), il y a un point où une transition d'une situation fluide à congestionnée s'établit. Dans ce mode, cette transition se propage vers l'amont. Les matrices  $R$ ,  $M$ ,  $N$  et  $O$  peuvent être définies ainsi :

$$R_{1-5,5} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{c1}T_s}{L_2} & 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{c2}T_s}{L_3} & 1 & \frac{w_4T_s}{L_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{w_4T_s}{L_4} & \frac{w_5T_s}{L_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{w_5T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$M_{1-5,5} = M_{1-5,4}$$

$$N_{1-6,5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{w_4T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{w_4T_s}{L_4} & -\frac{w_5T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{w_5T_s}{L_5} & -\frac{w_6T_s}{L_5} \end{bmatrix}$$

$$O_{1-5,5} = 0_{5 \times 5}$$

La commandabilité ainsi que l'observabilité du SMM ne sont pas toujours assurées. Elles dépendent des modes, de la position des capteurs et de la disponibilité des mesures et de la position de la rampe d'accès. Les Tables 1.3 et 1.4 montrent respectivement la commandabilité et l'observabilité de SMM selon les différents modes de fonctionnement. Enfin, ce modèle a beaucoup été utilisé. Le lecteur intéressé peut se référer à [40] [41] [42] [43] pour plus de détails.

TABLE 1.3 – La commandabilité des différents modes de SMM

Amont	Aval	Mode	Contrôlable à partir de
flux fluide	flux fluide	FF	La rampe d'accès en amont
flux congestionné	flux congestionné	CC	La rampe d'accès en aval
flux congestionné	flux fluide	CF	Pas contrôlable
flux fluide	flux congestionné 1	FC1	La rampe d'accès en aval ou en amont
flux fluide	flux congestionné 2	FC2	La rampe d'accès en aval ou en amont

TABLE 1.4 – Observabilité des différents modes de SMM

Amont	Aval	Mode	Observable avec
flux fluide	flux fluide	FF	les mesures en aval
flux congestionné	flux congestionné	CC	Les mesures en amont
flux congestionné	flux fluide	CF	les mesures en aval et en amont
flux fluide	flux congestionné 1	FC1	pas observable
flux fluide	flux congestionné 2	FC2	pas observable

## 1.4 Modèles Macroscopiques d'ordre supérieur

Comme nous l'avons souligné, les modèles macroscopiques du premier ordre ne peuvent pas caractériser toutes les dynamiques du trafic. En effet, ce type de modèle ne peut représenter le flux qu'à l'équilibre. Ainsi, les chutes de capacité, les phénomènes transitoires, etc., ne sont pas pris en compte. Pour parer à ces problèmes et pour mieux modéliser les systèmes du flux de trafic, les modèles macroscopiques d'ordre supérieur ont vu le jour dans le but de prédire/capter des phénomènes complexes qui se produisent [5] qui ne peuvent pas être captés par les modèles macroscopiques d'ordre premier [44].

Dans les modèles macroscopiques d'ordre supérieur, la vitesse des véhicules est fonction de la densité ainsi que de l'ensemble des paramètres qui peuvent l'influencer comme, par exemple, le comportement des conducteurs (l'accélération et la décélération). Ainsi, dans ces modèles, la vitesse dynamique est établie par une équation aux dérivées partielles [45]. Ces modèles peuvent être également obtenus par le passage à la limite du modèle microscopique de poursuite dans les cas où il n'est pas possible de négliger les temps de retard. Les modèles de trafic sont définis complètement par un couple de deux équations aux dérivées partielles. L'une porte sur le champ de vitesses et l'autre sur la densité de véhicules [24].

Par la suite, nous allons décrire un état de l'art sur les modèles macroscopiques les plus connus.

L'un des premiers modèles du second ordre est celui introduit par Payne au début des années 70 [46] à partir d'un modèle de comportement microscopique du trafic (le modèle de poursuite<sup>8</sup>). En se basant sur le même principe, Whitham [47] a proposé un modèle sans se référer au modèle de Payne. Les deux modèles peuvent être cités comme (PW). Dans son modèle [48], il remplace l'Equation 1.3, représentant le diagramme fondamental, par une équation dynamique relative à la vitesse et qui s'écrit :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left( v - V_e(\rho) + \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \quad (1.15)$$

où  $\frac{dv}{dt}$  désigne l'accélération particulière c'est-à-dire  $\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x}$  où  $v \frac{\partial v}{\partial x}$  est le terme de convection qui représente l'influence des véhicules en amont sur la vitesse moyenne.  $\tau$  est le temps de relaxation.  $\frac{1}{\tau} (v - V_e(\rho))$  représente un terme de relaxation (accélération ou décélération) de la vitesse du trafic vers la vitesse d'équilibre  $V_e(\rho)$ . Le terme  $\frac{\nu}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}$  décrit le comportement d'anticipation des usagers. Ainsi, les conducteurs ajustent leurs vitesses selon l'état du trafic en aval. Ils décélèrent (accélèrent) lorsque la densité croît (décroît) en aval.

Les modèles PW sont donc décrits par le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = S(x, t) \quad (1.16)$$

---

8. Car following model

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} \left( v - V_e(\rho) + \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = 0 \quad (1.17)$$

où  $S(x, t)$  est un terme permettant d'intégrer les rampes d'accès ou de sortie dans le système.

L'un des inconvénients des modèles de Payne est que dans certaines situations, ils prédisent des vitesses négatives. Dans ce contexte, de nombreux autres modèles ont été proposés selon des idées similaires [49]. Nous citons un autre modèle dû à Zhang [50] dans lequel l'Equation 1.15 est remplacée par :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} (v - V_e(\rho)) + \mathfrak{T}_{LWR} \quad (1.18)$$

où

$$\mathfrak{T}_{LWR} = -\rho \left( \frac{\partial V_e}{\partial \rho} \right)^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{V_e}{\rho} \right) \frac{\partial V_e}{\partial \rho} \quad (1.19)$$

où  $\mathfrak{T}_{LWR}$  désigne l'accélération du modèle LWR qui se déduit aisément des Equations 1.2, 1.3 [5]. Ce terme aide à prédire quand le trafic décélère ( $\mathfrak{T}_{LWR} < 0$ ) si la concentration augmente ( $\frac{\partial \rho}{\partial x} > 0$ ) et également quand le trafic accélère ( $\mathfrak{T}_{LWR} > 0$ ) si la concentration diminue ( $\frac{\partial \rho}{\partial x} < 0$ ).

Cremer et May [51] ont proposé quelques modifications au modèle de Payne mais c'est Papageorgiou [52] [53] [54] qui a révolutionné ce domaine en établissant un modèle plus complexe dit META (Modèle d'Ecoulement du Trafic Autoroutier). Ce modèle est lui aussi basé sur le modèle de Payne [46]. Il a été testé et validé en utilisant les données réelles du Boulevard Périphérique de Paris. Ce modèle est à la base d'un modèle de simulation plus complet, nommé METANET et présenté ci-après. Néanmoins, bien que METANET soit performant, il présente encore quelques inexactitudes soulevées notamment par Karaaslan [55] [56] qui propose un nouveau modèle plus réaliste qui fait l'objet du paragraphe ci-dessous.

### 1.4.1 Modèle Karaaslan

Le modèle de Karaaslan est établi en se basant sur celui de Payne [46] et en modifiant le modèle qui a été établi par [52] [53] [54]. La Figure 1.11 représente un tronçon routier divisée en  $N$  sections. Supposons que chaque section comporte une rampe d'entrée et une autre de sortie.

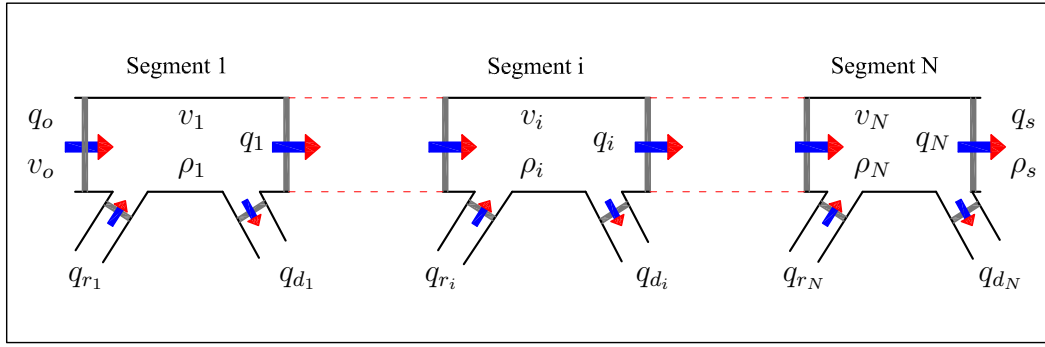
L'évolution des trois variables principales ; la concentration, le débit et la vitesse, est obtenue grâce à la discrétisation dans l'espace et dans le temps des deux équations 1.16 et 1.17.

**Le débit :** tel que défini dans par [52] [57]

$$q_i(t) = \vartheta \rho_i(t) v_i(t) + (1 - \vartheta) \rho_{i+1}(t) v_{i+1}(t) \quad (1.20)$$

Le débit peut aussi être écrit comme dans [58] :

$$q_i(t) = \vartheta \rho_i(t) v_{i+1}(t) + (1 - \vartheta) \rho_{i+1}(t) v_{i+2}(t) \quad (1.21)$$

FIGURE 1.11 – Une section autoroutière divisée en  $N$  segments

où  $i = 1, \dots, N - 1$  et  $q_N(t) = \rho_N(t)v_N(t)$

**La concentration (la densité) :**

$$\rho_i(t + 1) = \rho_i(t) + \frac{T_s}{L_i \lambda_i} (q_{i-1}(t) - q_i(t) + q_{r_i}(t) - q_{d_i}(t)) \quad (1.22)$$

**La vitesse moyenne :** Nous pouvons écrire l'équation dynamique de la vitesse moyenne de deux manières différentes ;

Le terme de convection est discrétisé de sorte qu'il inclut l'influence de la vitesse moyenne des segments voisins en amont ainsi qu'en aval du segment simulé [58] :

$$\begin{aligned} v_{i+1}(t) = & v_i(t) + \frac{T_s}{\tau} (V_e(\rho_i(t)) - v_i(t)) + \frac{\eta T_s}{L_i} v_i(t) (v_{i-1}(t) - v_{i+1}(t)) \\ & - \frac{\nu T_s}{L_i} (\rho_{i+1}(t) - \rho_i(t)) - \frac{\delta T_s}{L_i} (q_{r_i}(t) + q_{d_i}(t)) v_i(t) \end{aligned} \quad (1.23)$$

Dans [46] [52] [57], le terme de convection est discrétisé en prenant juste en compte la vitesse moyenne du segment voisin en amont. L'équation de la vitesse dynamique peut donc être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} v_{i+1}(t) = & v_i(t) + \frac{T_s}{\tau} (V_e(\rho_i(t)) - v_i(t)) + \frac{\eta T_s}{L_i} v_i(t) (v_{i-1}(t) - v_i(t)) \\ & - \frac{\nu T_s}{L_i} (\rho_{i+1}(t) - \rho_i(t)) - \frac{\delta T_s}{L_i} (q_{r_i}(t) + q_{d_i}(t)) v_i(t) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Dans [53] [54] le terme  $V_e(\rho_i)$  est défini de la façon suivante :

$$V_e(\rho_i)(t) = V_c \left( 1 - \left( \frac{\rho_i}{\rho_m} \right)^l \right)^m \quad (1.25)$$

Si les situations de trafic ne sont pas disponibles en amont du segment 1 et en aval du segment  $N$ , nous supposons donc que  $v_o = v_1$ ,  $v_s = v_N$  et  $\rho_s = \rho_N$  [59].

Karraslan et al. [60] modifient la structure de ce modèle dans le but de vérifier la robustesse de l'observateur ainsi que de l'algorithme de commande qu'ils ont proposés. Le nouveau modèle peut être donné par les équations suivantes : les équations du débit et de la densité restent respectivement les mêmes que les Equations 1.20 et 1.22. Quant à l'équation dynamique de la vitesse, elle s'écrit :

$$v_{i+1}(t) = v_i(t) + \frac{T_s}{\tau} (V_e(\rho_i(t)) - v_i(t)) + \frac{T_s}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(t)}{\rho_i(t) + \chi} v_{i-1}(t) \quad (1.26)$$

$$\times \left( \sqrt{v_{i-1}(t)v_i(t)} - v_i(t) \right) - \frac{\mu(t) T_s}{\tau} \frac{\rho_{i+1}(t) - \rho_i(t)}{L_i \rho_i(t) + \chi}$$

où

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu_1 \frac{\xi}{\rho_m - \rho_{i+1}(t) + \sigma} & \text{if } \rho_{i+1}(t) \geq \rho_i(t) \\ \mu_2 & \text{Sinon} \end{cases} \quad (1.27)$$

La Table 1.5 définit l'ensemble des paramètres et variables nécessaires à l'évolution de ce modèle.

TABLE 1.5 – Les paramètres et les variables du modèle macroscopique

Nom	Définition
$\vartheta$	est le paramètre du modèle fixé à partir des données réelles, $0 < \vartheta < 1$ .
$\eta$	est le paramètre du terme de convection pour compenser les erreurs qui peuvent se produire en raison de la discrétisation.
$\nu$	est le paramètre du terme d'anticipation.
$\delta$	est le paramètre du modèle.
$\lambda$	est le nombre de voies.
$l$ et $m$	sont les paramètres du diagramme fondamental. $l > 0$ et $m > 1$
$\chi$	est une constante positive, introduite pour empêcher la vitesse d'augmenter anormalement lorsque la densité est très faible.
$\tau, \sigma, \xi, \mu_1$ et $\mu_2$	sont des paramètres constants avec des valeurs positives.
$\rho_m$	est la densité maximale en véhicules par unité de longueur.
$V_c$	est la vitesse moyenne optimale en unité de longueur par unité de temps.
$\rho_i(t)$	est la variable d'état (la densité) du segment $i$ au pas de temps $t$ .
$q_i(t)$	est le débit de sortie du segment $i$ au pas de temps $t$ .
$v_i(t)$	est la variable d'état (la vitesse moyenne) du segment $i$ au pas de temps $t$ .
$q_{r_i}(t)$ et $q_{d_i}(t)$	sont respectivement les débits d'entrée et de sortie du segment $i$ au pas de temps $t$ .
$T_s$	est le pas de temps de la simulation.

### 1.4.2 Modèle METANET

Le modèle METANET [54] [61] [62] est un modèle macroscopique déterministe du second ordre. Il est aussi basé sur le modèle de Payne [46] [48] discrétisé dans l'espace et

dans le temps. Ce modèle peut être utilisé pour simuler les phénomènes de flux de trafic à l'échelle d'un réseau autoroutier en prenant en considération la topologie de l'autoroute ; les rampes d'accès et de sortie, les bifurcations, etc. Ce modèle peut simuler toutes les situations du flux de trafic : fluide, dense ainsi que congestionné. Il peut capter la chute de capacité près d'une rampe d'accès ou due à un accident [12].

METANET peut fonctionner selon deux modes opératoires. Le premier appelé "mode origine-destination" est utilisé lorsque l'itinéraire des usagers est pris en compte. Le second, ne tient pas compte de l'itinéraire des usagers. Il est nommé "mode non origine-destination"<sup>9</sup>. [63]. Nous nous focaliserons sur ce dernier cas dans la suite de ce paragraphe.

Dans METANET, le réseau autoroutier est présenté par un graphe orienté composé de liens et de nœuds. Les liens représentent les segments issus de la discrétisation du modèle dans l'espace (cf. Figure 1.11). Les segments de chaque portion autoroutière ont des caractéristiques uniformes (le même nombre de voies) et les nœuds représentent les points de convergence ou de divergence qui peuvent exister par exemple dans le cas d'une présence d'une bretelle d'entrée ou de sortie ou lorsque il y a une bifurcation (cf. Figure 1.12) [13].

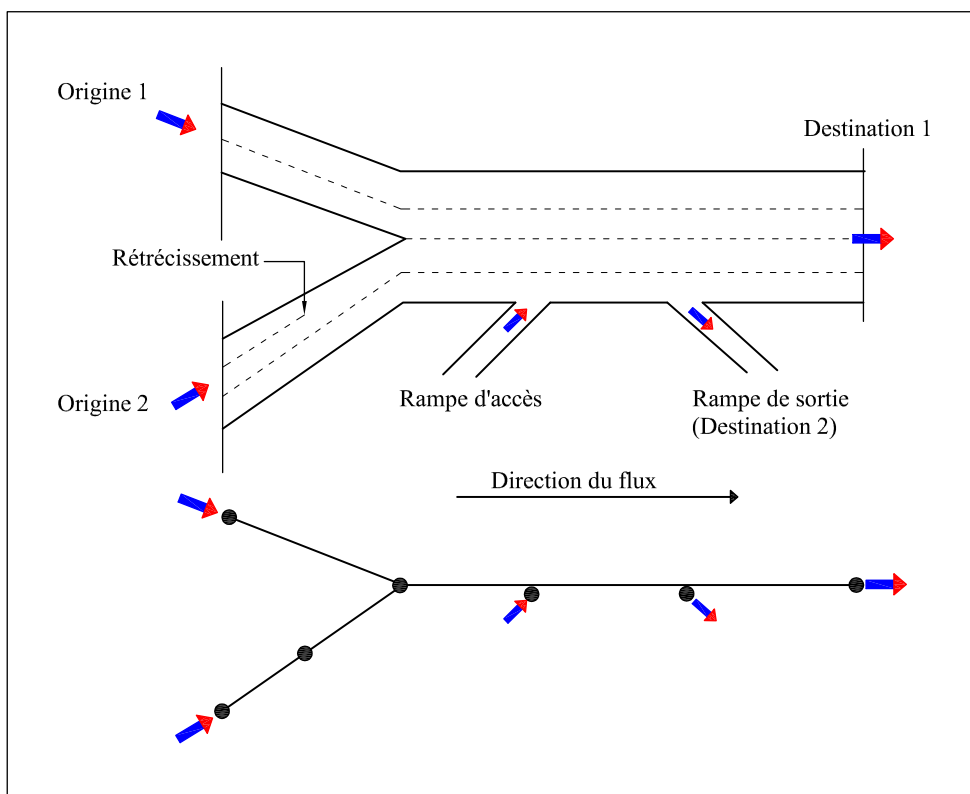


FIGURE 1.12 – Une section autoroutière en forme de graphe orienté

9. En anglais, on parle le plus souvent de "Destination oriented mode" et "non destination oriented mode".



### Equations de base

A l'instar de tous les modèles macroscopiques du trafic, METANET décrit aussi l'évolution des trois variables principales (densité  $\rho$ , vitesse  $v$  et débit  $q$ ). La densité  $\rho$  est basée sur la forme discrétisée de l'équation de conservation (cf. Equation 1.4) en ajoutant les termes de calcul du débit de rampe d'accès et/ou de la rampe de sortie qui peut être donné par la même équation que l'Equation 1.22. Le débit est défini par l'équation 1.1. En revanche, l'équation de la vitesse dynamique est bien différente de celle des modèles précédents. En se basant sur la Figure 1.11, l'équation dynamique de la vitesse peut être donnée par l'expression suivante :

$$v_i(t+1) = v_i(t) + \frac{T_s}{\tau} \{V_e(\rho_i(t)) - v_i(t)\} + \frac{T_s}{L_i} v_i(t) [v_{i-1}(t) - v_i(t)] - \frac{\varpi T_s}{\tau L_i} \frac{\rho_{i+1}(t) - \rho_i(t)}{\rho_i(t) + \kappa} \quad (1.28)$$

Généralement, METANET utilise le diagramme fondamental de May [22], donné par<sup>10</sup> :

$$V(\rho_i(t)) = V_c \exp \left[ -\frac{1}{a} \left( \frac{\rho_i(t)}{\rho_c} \right)^a \right] \quad (1.29)$$

où  $\varpi$  est un paramètre du modèle.  $\kappa$  est un paramètre ajouté pour éviter l'annulation du terme d'anticipation lorsque  $\rho_i(t) = 0$ .  $a$  est le paramètre du diagramme fondamental, et  $\rho_c$  est la densité critique.

Afin de prendre en compte les phénomènes de chute de capacité on ajoute à l'équation 1.28 (cf. Figure 1.11) le terme suivant :

$$- \frac{\gamma T_s q_{r_i}(t) v_i(t)}{L_i \lambda_i (\rho_i(t) + \kappa)} \quad (1.30)$$

où  $\gamma$  est un paramètre constant, il est déterminé après le processus de validation.

Pour prendre en compte la chute de vitesse "speed reduction" due au rétrécissement de l'autoroute en aval, un terme supplémentaire est introduit dans l'équation 1.28 (cf. Figure 1.13) :

$$- \frac{\phi T_s \Delta \lambda \rho_N(t) v_N^2(t)}{L_N \lambda_N \rho_c} \quad (1.31)$$

où  $\phi$  est le paramètre du modèle,  $\Delta \lambda = \lambda_{m_N} - \lambda_{(m+1)_1}$  est le nombre de voies réduites.

### Les conditions aux limites

L'état du trafic sur chaque segment d'un réseau simulé dépend des entrées ainsi que des sorties du réseau. Dans METANET, l'état d'un segment dépend de la vitesse et du

10. D'autres diagrammes fondamentaux peuvent être utilisés. Notons seulement qu'un diagramme fondamental est une expression empirique basée principalement sur des observations.

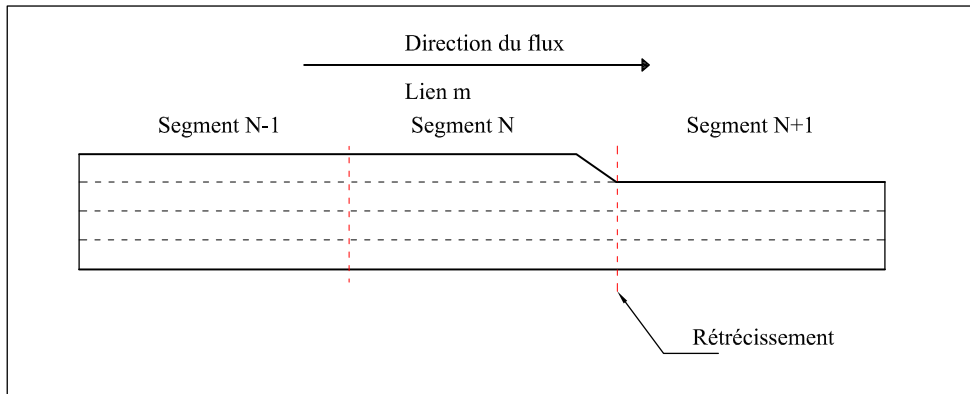


FIGURE 1.13 – Une section autoroutière

débit d'entrée en amont, de la densité en aval et du débit de la bretelle d'entrée. Donc, les conditions aux limites doivent être définies. Ces conditions aux limites peuvent être mesurées ou spécifiées par l'utilisateur au début de la simulation ; dans le cas où la vitesse en amont est inconnue, nous supposons qu'elle est égale à la vitesse moyenne du premier segment, c'est-à-dire  $v_o(t) = v_1(t)$ .

La densité en aval du réseau peut être donnée en définissant un flux limite  $q_{bd}$  (cf. Figure 1.11) :

$$\rho_s(t+1) = \begin{cases} \rho_N(t) & \text{si } q_s(t) < q_{bd}(t) \text{ et } \rho_N(t) < \rho_c \\ \rho_s(t) + C_s(q_s - q_{bd}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.32)$$

où  $C_s$  est un paramètre à définir. Si  $\rho_s$ ,  $q_s$  et  $q_{bd}$  ne sont pas définis, donc  $\rho_s(t) = \rho_N(t)$ .

Les conditions aux limites au niveau des origines (y compris les rampes d'accès) représentent la demande aux origines ainsi que les files d'attente qui peuvent se produire en amont des origines. La longueur d'une file d'attente en amont d'une origine  $o$  est égale à la file d'attente cumulée au pas de temps précédent plus la demande de l'origine moins le débit de l'origine. La file d'attente en amont d'une rampe d'accès peut être déduite par cette équation :

$$w_{r_o}(t+1) = w_{r_o}(t) + T_s(d_{r_o}(t) - q_{r_o}(t)) \quad (1.33)$$

où  $w_{r_o}(t)$  est la file d'attente produite en amont de la rampe.  $d_{r_o}(t)$  est la demande de la rampe et  $q_{r_o}(t)$  le débit de la rampe qui peut entrer dans le réseau simulé. Pour l'origine principale, l'équation de la file d'attente est la même équation que l'Equation 1.33 en modifiant les symboles  $w_{r_o}(t)$  par  $w_o(t)$ ,  $d_{r_o}(t)$  par  $d_o(t)$  et  $q_{r_o}(t)$  par  $q_o(t)$ .

Le débit d'entrée aux origines du réseau simulé dépend de la situation de trafic du réseau, au niveau d'une rampe d'accès où un algorithme de commande est appliqué, et/ou du signal issu de l'algorithme "ramp metering rate"  $r_o(t)$ , où  $r_o(t) \in [0, 1]$ .

Le débit d'entrée d'une rampe d'accès au réseau est le minimum des trois quantités suivantes [12] [64] [65] :

- La demande de la rampe et la longueur de file d'attente au pas de temps  $t$ .
- Le débit maximal permis par l'algorithme de commande.

- Et le débit maximal pouvant entrer sur le réseau en prenant en compte sa situation de trafic (fluide ou congestionnée).

Donc, le débit à l'entrée d'une rampe peut être obtenu à partir de l'équation suivante (cf. Figure 1.11) :

$$q_{r_i}(t) = \min \left[ d_{r_o}(t) + \frac{w_{r_o}(t)}{T_s}, Q_r r_o(t), Q_r \left( \frac{\rho_m - \rho_i(t)}{\rho_m - \rho_c} \right) \right] \quad (1.34)$$

où  $Q_r$  est la capacité de la rampe d'accès  $i$ . Cette équation peut être établie autrement, le lecteur trouvera une autre formulation dans [66] [67].

### Limitation dynamique de vitesse

De nombreux travaux, dont [68], ont pour objectif d'améliorer le modèle METANET ou d'y intégrer la commande par la limitation dynamique de vitesse (VSL<sup>11</sup>) [69] [70] [71]. Par la suite, sachant qu'elle est très facile à implémenter et très efficace, nous allons présenter la méthode de Hegyi [12] qui modifie l'équation du diagramme fondamental pour prendre en compte la limitation dynamique de vitesse dans le modèle METANET (ou dans n'importe quel autre modèle) et l'intégrer également avec la commande d'une rampe d'accès. Hegyi a ajouté un nouveau terme dans l'équation du diagramme fondamental dit *terme de la limitation dynamique de vitesse*. A partir de cette nouvelle équation, la vitesse désirée peut être déduite de cette nouvelle équation du diagramme fondamental :

$$V_e(\rho_i(t)) = \min \left( V_c \exp \left[ -\frac{1}{a} \left( \frac{\rho_i(t)}{\rho_c} \right)^a \right], (1 + \alpha) v_{control_i}(t) \right) \quad (1.35)$$

où  $v_{control_i}(t)$  est un terme qui limite la vitesse du segment  $i$  (cf. Figure 1.11).  $(1 + \alpha)$  est un terme qui montre la différence entre la vitesse réelle par rapport à celle affichée sur le panneau à message variable (PMV). Par exemple, si  $(1 + \alpha) > 1$ , cela signifie que la vitesse réelle est supérieure à la vitesse calculée par le nouveau diagramme fondamental (affichée sur le PMV). Si  $(1 + \alpha) < 1$ , cela signifie que la vitesse réelle est inférieure à la vitesse calculée.

### Le débit d'entrée de l'origine de l'autoroute

Le débit d'entrée au niveau de l'origine de l'autoroute peut être modélisé par les équations suivantes [12] :

$$q_o(t) = \min \left[ d_o(t) + \frac{w_o(t)}{T_s}, q_{lim,1}(t) \right] \quad (1.36)$$

où  $q_{lim,1}(t)$  est le débit maximal pouvant entrer dans le réseau :

$$q_{lim,1}(t) = \begin{cases} q_{vitesse}(t) & \text{si } v_{lim,1}(t) < V_c \\ Q_{ca} & \text{si } v_{lim,1}(t) \geq V_c \end{cases} \quad (1.37)$$

---

11. Variable Speed Limit

où

$$v_{lim,1}(t) = \min(v_{control_i}(t), v_1(t)) \quad (1.38)$$

est la vitesse qui limite le débit.  $q_{vitesse}(t)$  est le débit déduit du diagramme fondamental, il est donné par :

$$q_{vitesse}(t) = \lambda v_{lim,1}(t) \rho_c \left[ -a \ln \left( \frac{v_{lim,1}(t)}{V_c} \right) \right]^{\frac{1}{a}} \quad (1.39)$$

et la capacité de l'autoroute  $Q_{ca}$  est définie par :

$$Q_{ca} = \lambda V_c \rho_c \quad (1.40)$$

## 1.5 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté une classification détaillée de la modélisation du flux de trafic. Nous avons vu que la classification prenant en compte le niveau de détail est la plus fréquente et même la plus pertinente dans ce domaine; nous avons ainsi distingué les modèles microscopiques, mésoscopiques, macroscopiques et hybrides, pouvant réunir des modèles à deux échelles différentes (cf. Figure 1.14). Les modèles microscopiques s'intéressent au véhicule individuel et à ses interactions avec son environnement. Ils sont souvent utilisés pour une simulation hors ligne permettant ainsi de tester de nouvelles infrastructures (rampes d'entrée/sortie, rétrécissement, localisation d'un rond point, etc.). Les modèles mésoscopiques étudient le comportement d'un paquet de véhicules caractérisés par des propriétés identiques. Les modèles macroscopiques ignorent le véhicule individuel et s'intéressent au mouvement du flux considéré comme un fluide dans un conduit. Ils sont plus appropriés pour simuler en temps réel un flux autoroutier dans un grand réseau et/ou pour élaborer la commande de trafic qui fera l'objet de la suite de cette thèse.

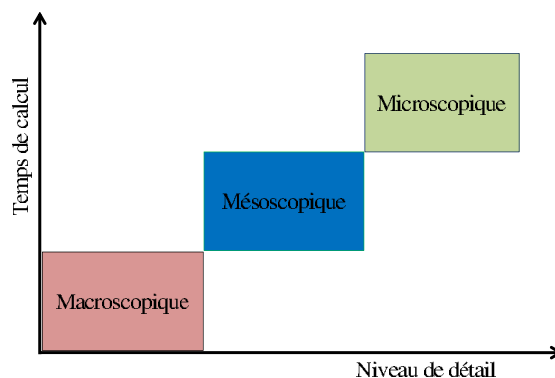


FIGURE 1.14 – Niveau de détail versus le temps de calcul

Sachant que dans la suite de cette thèse les différents modèles macroscopiques sont utilisés et testés, nous avons plus particulièrement mis l'accent sur ce type de modèles.

Nous avons vu qu'ils peuvent être classés en deux catégories; les modèles du premier ordre et du second ordre. Ceux du premier ordre ne peuvent pas caractériser tous les comportements du flux de trafic. Donc, pour mieux modéliser ces phénomènes, les modèles macroscopiques du second ordre ont vu le jour. Actuellement, le modèle METANET est

le plus crédible et également le plus utilisé parmi les modèles macroscopiques du second ordre : en effet il caractérise de manière réaliste le comportement du flux de trafic. Il peut ainsi capter les phénomènes de chute de capacité, de congestion, etc. Il est donc très approprié pour élaborer une loi de commande.

Néanmoins, l'élaboration d'une stratégie de commande impose la connaissance des différents états. Dans le domaine du trafic ces variables sont données par des capteurs. Cependant, lors du recueil de ces données, plusieurs problèmes peuvent apparaître tels que les données manquantes, les capteurs en panne, etc. Dans ce contexte, l'identification s'avère d'une grande importance. Le chapitre suivant rappelle le principe d'identification et son utilisation pour l'estimation des variables d'états.



# Chapitre 2

## Estimation d'état du flux du trafic

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>43</b>
<b>2.2</b>	<b>Observabilité</b>	<b>44</b>
<b>2.3</b>	<b>Estimation d'état pour les systèmes linéaires</b>	<b>47</b>
2.3.1	Observateurs de Luenberger	49
2.3.2	Le filtre de Kalman classique	52
2.3.3	Filtre de Kalman <i>mixture</i>	54
2.3.4	Technique Algébrique	55
<b>2.4</b>	<b>Estimation d'état pour les systèmes non linéaires</b>	<b>56</b>
2.4.1	Le filtre de Kalman étendu	56
2.4.2	Le filtrage particulaire	58
2.4.3	Le filtrage unscented	59
2.4.4	Observateur par modes glissants d'ordre premier	59
2.4.5	Techniques algébriques	61
<b>2.5</b>	<b>Synthèse</b>	<b>62</b>

---

### 2.1 Introduction

Dans la plupart des procédés industriels, la connaissance des états (ou vecteur d'état) est primordiale pour mettre en œuvre les algorithmes de commandes. Le flux de trafic n'est pas une exception. En effet, pour la régulation du trafic routier en général, il est indispensable de disposer de l'ensemble des connaissances sur ses états (densité, vitesse, par exemple). Cependant, pour diverses raisons, ces informations ne sont pas toujours disponibles. Dans ce contexte, l'identification dont le but est d'estimer les variables d'états manquantes semble être la solution la plus pertinente et la mieux adaptée.

En général, la construction d'un estimateur d'état pour un système donné est réalisée à partir des mesures de ses entrées et sorties. Le dispositif de reconstruction du vecteur d'état est appelé "observateur". Ce dispositif, lui-même considéré comme un système (cf. Figure 2.1) est régi par un ensemble d'entrées/sorties du système principal.

La théorie d'observation et de la notion d'observabilité a été introduite en premier par Kalman [72] et Kalman et Bucy [73] pour un système linéaire dans un environnement

stochastique. Luenberger a ensuite développé une théorie générale des observateurs pour les systèmes linéaires déterministes, introduisant notamment les notions d'observateur réduit et d'observateur minimal [74]. Pour les systèmes non linéaires les filtres de Kalman étendus restent largement très utilisés [75]. Depuis la fin de 20<sup>ème</sup> siècle, pour les systèmes linéaires ainsi que non linéaires, les observateurs utilisant les systèmes à structure variable ont donné lieu à des travaux récents allant vers une généralisation toujours plus poussée.

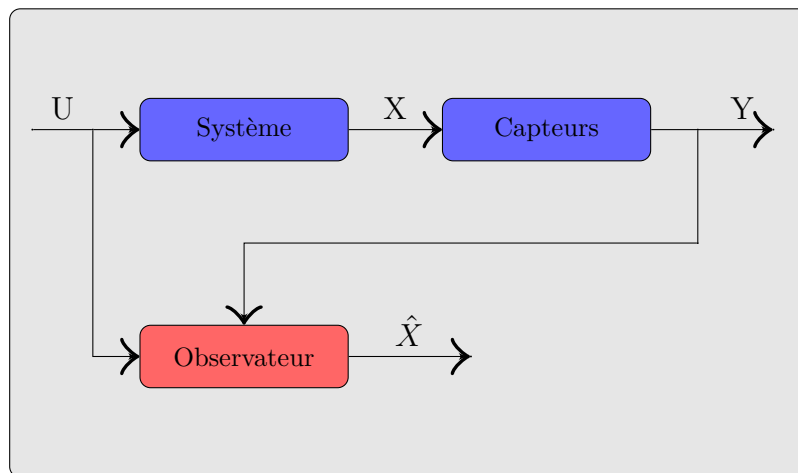


FIGURE 2.1 – Structure d'un observateur

Dans le domaine du flux de trafic, bien que peu de travaux abordants le problème d'observation soient disponibles, l'estimation d'état peut apporter de nombreux avantages, par exemple réduire le nombre de capteurs. De ce fait, le coût des projets (de maintenance ainsi que d'installation) peut être considérablement réduit. De plus, si l'on se place du point de vue du génie civil, les capteurs peuvent aussi fragiliser la surface des routes et entraîner une accélération de leur détérioration. Ainsi, diminuer le nombre de capteurs permet de réduire cet effet négatif.

Dans la suite de ce chapitre, nous rappelons tout d'abord la notion et les conditions d'observabilité d'un système. Ensuite, nous allons présenter un état de l'art des méthodes connues et des algorithmes d'estimation des variables d'état, pour un système linéaire ainsi que non linéaire, utilisés dans le domaine du flux du trafic jusqu'à nos jours. Enfin, nous terminons ce chapitre par une synthèse.

## 2.2 Observabilité

Avant d'entamer une procédure de conception d'un observateur pour un système dynamique, il est important et nécessaire de s'assurer que l'état de ce dernier peut être estimé à partir des informations sur l'entrée et la sortie. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrée et de sortie [76]. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées et aux conditions initiales.

Selon [77], Un état  $x_i$  est observable en  $t_0$  s'il est possible de déterminer  $x_i(t_0)$  connaissant  $y(t)/[t_0 t_f]$ . Si cette propriété est vraie  $\forall t_0$  et  $\forall i = 1, \dots, n$  alors le système est



complètement observable.

Pour un système linéaire parfaitement connu (voir Eq. 2.1 où les vecteurs  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$ ), et si on suppose que l'entrée  $u(t)$  est connue et que la matrice  $B$  n'intervient pas dans les critères d'observabilité, on peut ramener l'étude de l'observabilité à l'étude de la paire  $(A, C)$ . On dira indifféremment que la paire  $(A, C)$  est complètement observable, ou que le système est complètement observable.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

On peut donc définir la matrice d'observabilité par :

$$F_{(A, C)} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

et le rang d'observabilité défini par  $\text{rang}(F_{(A, C)}) = n$ .

Quant aux systèmes non linéaires, nous considérons sur un voisinage  $x \subset \mathbb{R}^n$  de 0 le système dynamique de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.2)$$

où  $f$  est un champ de vecteurs défini sur  $x$  et  $h$  est une fonction définie sur  $x$  à valeur dans  $\mathbb{R}$ . La variable  $x$  s'appelle l'état du système et  $y$  sa sortie (la mesure). Nous dirons que le système dynamique 2.2 est donné par la paire  $(f, h)$ . Sans perte de généralité, on travaillera dans un voisinage de 0 et on suppose que  $f(0) = 0$  et  $h(0) = 0$ .

On considère un système à deux états  $x = (x_1, x_2)^T$  dont on ignore l'évolution. La figure 2.2 montre que la mesure (sortie)  $y_1 = h(x) = x_2$  ne fournit qu'une partie de l'état à savoir la variable  $x_2$ . Ce qui ne permet pas de déterminer l'état  $x$  de notre système. En effet, on ne pourra pas distinguer deux états du système qui ont la même composante  $x_2$ . On dit alors que le système n'est pas observable.

Donc, il nous faut accéder à une "sortie" indépendante de la première (les sorties ne doivent pas être corrélées entre elles). Considérons maintenant le système représenté par la figure 2.3. Dans ce dernier les mesures forment des nouvelles coordonnées de l'espace d'état. En effet, nous avons :

$$x_1 = \frac{1}{\alpha}(y_2 - \beta y_1) \text{ et } x_2 = y_1 \quad (2.3)$$

Donc le système est observable.

D'un point de vue économique, deux mesures (et donc deux capteurs) sont nécessaires pour un système à deux états, ce qui est beaucoup. Pour optimiser (économiser) le nombre de capteurs, on suppose, par la suite, que l'on connaît l'évolution de notre système, c'est-à-dire que l'on dispose d'un modèle dynamique du système en question. Mathématiquement

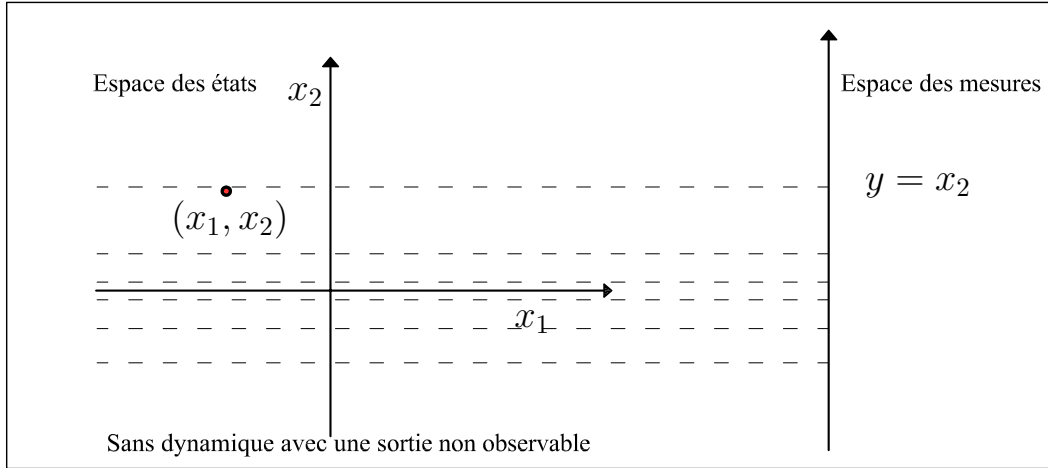


FIGURE 2.2 – Espace des états et espace des mesures

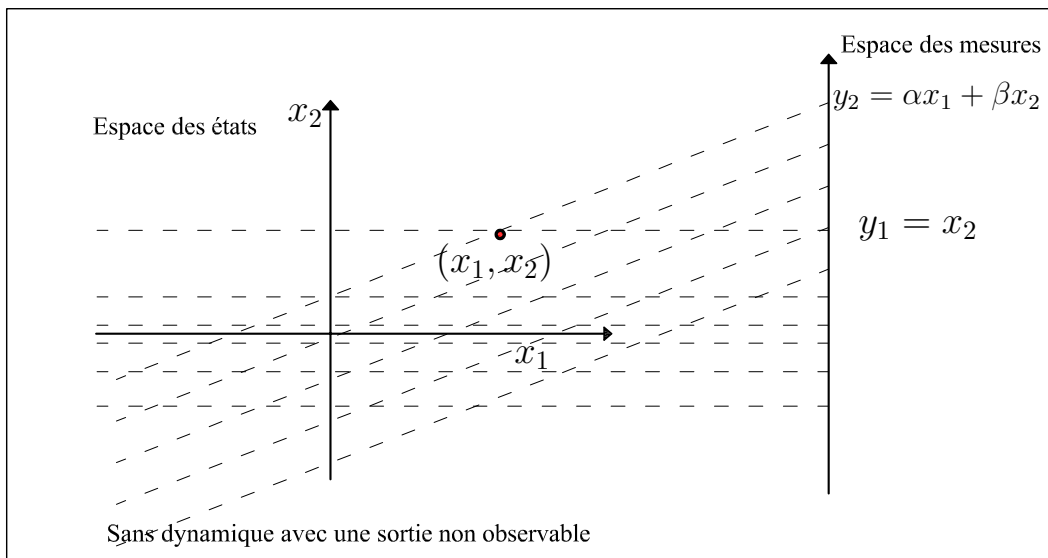


FIGURE 2.3 – Espace des états et espace des mesures

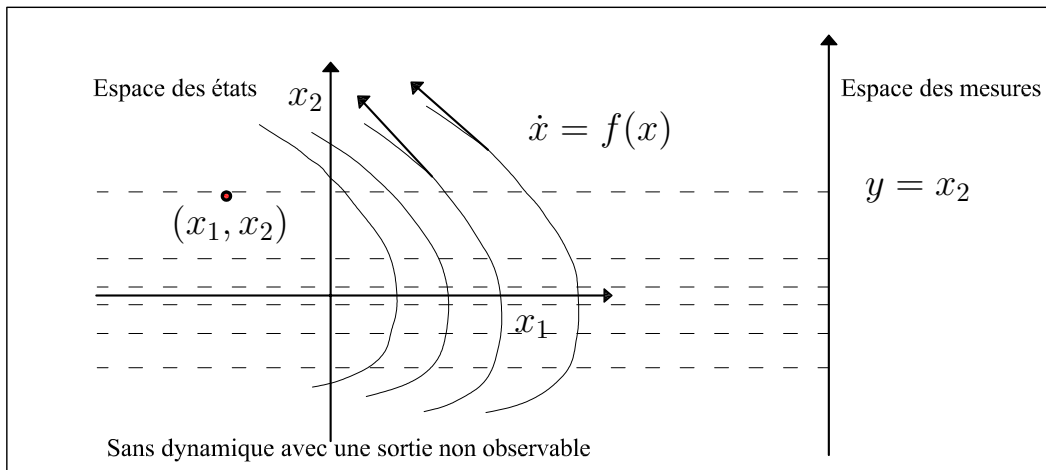


FIGURE 2.4 – Espace des états et espace des mesures

parlant on connaît le champ de vecteurs  $f$  (champ de vitesses) qui régit l'évolution du système.

Revenons à la figure précédente en y ajoutant la connaissance des trajectoires dans l'espace d'état (cf. Figure 2.4), représentatives de la dynamique du système (les courbes tangentes à  $f$ ). Le système fournit une nouvelle mesure  $y_2$  qui est la variation de la sortie  $y_1$  selon la dynamique  $f$  comme dans la Figure 2.5. Ces idées peuvent être exprimées formellement en introduisant la notion de la dérivée de Lie [78]. Pour plus de détails, les lecteurs sont invités à lire [78] et [79].

## 2.3 Estimation d'état pour les systèmes linéaires

En automatique, un système dynamique linéaire est un objet du monde réel qui peut être décrit par des équations linéaires différentielles.

Lors de l'étude de systèmes pouvant être représentés par des modèles linéaires, 3 types de représentation de ces modèles sont possibles :

- **La forme différentielle entrée-sortie** : La description mathématique du fonctionnement d'un système consiste à écrire l'ensemble des relations algébriques et différentielles qui relient les  $m$  variables d'entrées représentées par un vecteur noté  $u(t)$ , les  $l$  variables de sorties représentées par un vecteur noté  $y(t)$  et les variables internes du système.

$$L(p)y(t) = M(p)u(t) \quad (2.4)$$

- **La matrice de transfert entrée-sortie** : La matrice de transfert entrée-sortie, notée  $F(p)$  où  $p$  représente l'opérateur de dérivation ( $p \doteq \frac{d}{dt}$ ), décrit l'évolution de la sortie  $y(t)$  en fonction de l'entrée  $u(t)$  :

$$y(t) = F(p)u(t) \quad (2.5)$$

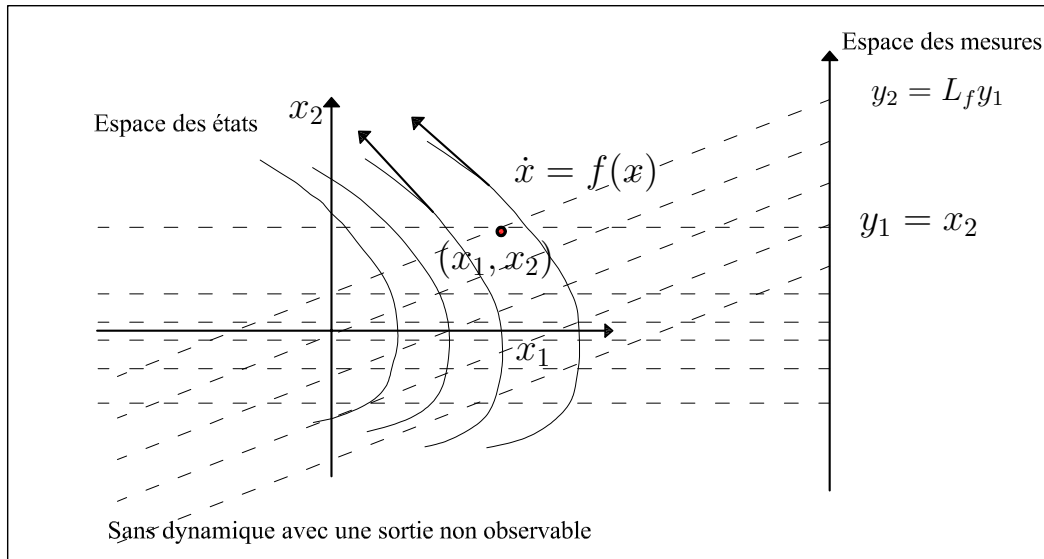


FIGURE 2.5 – Espace des états et espace des mesures

- **La forme d'état** : L'approche que nous retiendrons dans cette thèse est la modélisation du système par équations d'état. Lors de la conception d'une méthode de commande, il est nécessaire d'utiliser soit la matrice de transfert entrée-sortie, soit la forme d'état.

L'équation d'état d'un système est une relation entre différentes variables qui déterminent son état. Pour un système linéaire de flux de trafic, à l'équilibre, les trois variables d'état - débit  $q$ , vitesse  $v$ , et densité  $\rho$  - ne sont pas indépendantes. Il existe entre elles une certaine relation  $F(q, v, \rho) = 0$ . Cette relation constitue l'équation d'état du système de flux de trafic. Il est possible de la déduire à partir des propriétés physiques du système et de leurs relations. La structure de la représentation d'état est commune à tous les systèmes linéaires et un système continu linéaire à coefficients constants est décrit par l'équation d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Où pour tout instant  $t$ ,  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ , et  $y(t) \in \mathfrak{R}^l$  représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur d'entrée et le vecteur de sortie du système.  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathfrak{R}^{l \times n}$ , représentent les matrices constantes connues du système. Ces matrices ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ) sont directement calculées à partir des équations de fonctionnement du système.

Dans la suite de cette section, nous allons présenter un état de l'art sur les observateurs des systèmes linéaires qui ont déjà été utilisés pour estimer les variables d'état dans le domaine du flux de trafic.

## 2.3.1 Observateurs de Luenberger

### 2.3.1.1 Observateur de Luenberger d'ordre plein

Luenberger [74] [80] a fondé la théorie d'un observateur asymptotique qui porte son nom : 'Observateur de Luenberger'. Son idée est d'ajouter au modèle mis sous la forme canonique compagnon une correction à l'aide de la mesure fournie par les capteurs.

Il est important de présenter un petit rappel sur quelques principes fondamentaux de cet observateur :

Supposons que le système

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

soit observable. Le but est de construire un observateur asymptotique  $\hat{x}$  de  $x$ , i.e. une fonction dynamique  $\hat{x}$  de l'observation de la sortie  $y$ , telle que  $\hat{x}(t) - x(t) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} 0$ . L'observateur peut être écrit comme :

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Fz + Gy + Hu \\ \hat{x} &= Mz + Ny\end{aligned}\tag{2.7}$$

où  $u$  et  $y$  sont respectivement l'entrée et la sortie du système. Remarquons que ce sont également les deux entrées de l'observateur. La sortie de l'observateur est la variable  $\hat{x}$  (voir figure 2.6).

On définit un signal d'erreur  $\epsilon$  comme suit :  $z = Tx + \epsilon$ . L'objectif est de construire l'observateur c'est-à-dire de choisir convenablement  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $T$  telle que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x} - x = 0$ . De plus, nous voulons également "contrôler" la manière dont l'erreur tend vers 0, c'est-à-dire le régime transitoire de l'erreur. Or, en utilisant l'expression de  $z$  et de  $y$ , on peut réécrire  $\hat{x}$  de la manière suivante :

$$\hat{x} = (MT + NC)x + M\epsilon$$

Posons

$$MT + NC = I$$

il vient que  $\hat{x} = x + M\epsilon$ . Si l'erreur converge asymptotiquement vers zéro,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon = 0$ , alors  $\hat{x}$  converge asymptotiquement vers  $x$ . Calculons la dynamique de l'erreur, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \dot{z} - T\dot{x} \\ \dot{\epsilon} &= F\epsilon + (FT + GC - TA)x + (H - TB)u\end{aligned}$$

Imposons les relations suivantes :

$$\begin{aligned}FT + GC - TA &= 0 \\ H &= TB\end{aligned}$$

Nous obtenons alors la relation  $\dot{\epsilon} = F\epsilon$ .

La matrice  $F$  doit alors être choisie de manière à assurer la stabilité asymptotique de  $\epsilon$  et la convergence de  $\epsilon$  vers 0.  $F$  est donc une matrice stable. Pour résumer, un observateur défini par le système dynamique (Eq. 2.7) admet une erreur régie par  $\dot{\epsilon} = F\epsilon$  si et

seulement si les équations matricielles suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} MT + NC &= I \\ FT + GC - TA &= 0 \\ H &= TB \end{aligned} \quad (2.8)$$

Il suffit ensuite d'imposer que les valeurs propres de  $F$  soient à parties réelles négatives pour impliquer la stabilité asymptotique de l'erreur et la convergence vers 0 de  $\epsilon$ .

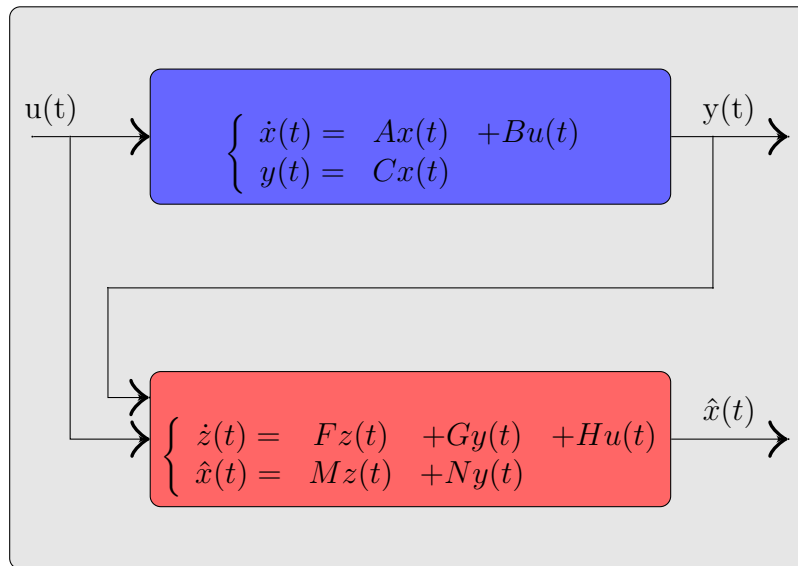


FIGURE 2.6 – Algorithme de l'observateur de Luenberger d'ordre plein

### 2.3.1.2 Observateur de Luenberger d'ordre réduit (observateur avec identité minimale)

On peut, si l'on dispose de  $p$  sorties indépendantes, construire un observateur d'ordre  $n - p$  seulement. En effet, tel que nous l'avons décrit, l'observateur recalcule la valeur de la sortie. Ceci n'est pas nécessairement un inconvénient, car la valeur recalculée peut être meilleure que celle d'origine, bruitée. Donc, l'idée est de reconstruire uniquement les états manquants, les autres étant mesurés. On suppose que l'état est partitionné en deux sous-ensembles  $x_1(t) = y(t)$ ,  $x_2(t)$ , avec donc  $x_1 \in \mathfrak{R}^p$  et  $x_2 \in \mathfrak{R}^{n-p}$ . Le système dynamique original peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u \\ \dot{x}_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Afin de mettre en valeur la dynamique de l'état inconnu, transformons le système 2.9

$$\dot{x}_2 = A_{22}x_2 + \underbrace{A_{21}x_1 + B_2u}_{\hat{u}} \quad (2.10)$$

où  $\bar{u}$  est une nouvelle commande<sup>1</sup>. Donc, nous posons une nouvelle équation de sortie :

$$w = \dot{x}_1 - A_{11}x_1 - B_1u = A_{12}x_2 \quad (2.11)$$

Finalement, nous obtenons un nouveau système dynamique d'ordre réduit  $n - p$ .

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= A_{22}x_2 + \bar{u} \\ w &= A_{12}x_2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

où  $\bar{u}$  et  $w$  sont respectivement une nouvelle commande et une nouvelle sortie liées au système original par :

$$\begin{aligned} \bar{u} &= A_{21}x_1 + B_2u \\ w &= \dot{x}_1 - A_{11}x_1 - B_1u \end{aligned} \quad (2.13)$$

On propose alors de construire un observateur identité<sup>2</sup> pour le système d'ordre réduit (Eq. 2.12)

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + Gw + \bar{u} \\ \hat{x} &= z \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec la relation suivante :

$$z = x_2 + \epsilon \quad (2.15)$$

et la relation matricielle  $F = A_{22} - GA_{12}$ . Afin d'écrire le système en fonction des signaux d'entrées  $y$  et  $u$  du système original, on transforme l'observateur minimal (voir figure 2.7) ainsi :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + G \underbrace{(\dot{x}_1 - A_{11}x_1 - B_1u)}_w + \underbrace{A_{21}x_1 + B_2u}_{\bar{u}} \\ \hat{x} &= z \end{aligned} \quad (2.16)$$

Afin d'éviter la dérivée  $\dot{x}_1$  dans le second membre de la première équation, on pose une nouvelle variable  $s(t)$  telle que :

$$s = z - Gx_1 = z - Gy$$

pour obtenir finalement :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= Fs + (FG - GA_{11} + A_{21})y + (B_2 - GB_1)u \\ \hat{x} &= s + Gy \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ces dernières équations représentent bien un système dynamique, observateur d'entrée  $u$  et de sortie  $y$  de sortie  $\hat{x}$  et dont l'état  $s$  est de dimension réduite ( $s \in \mathfrak{R}^{n-p}$ ) par rapport à l'observateur classique de Luenberger.

---

1. En effet, cette dernière commande est un signal connu car  $x_1$  est la sortie mesurée du système.  
2. L'observateur identité permet de résoudre les équations matricielles (Eq. 2.8) lorsque  $T = I$ ,  $M = I$ ,  $N = 0$ . Donc, l'unique relation à résoudre est :  $F = A - GC$ .

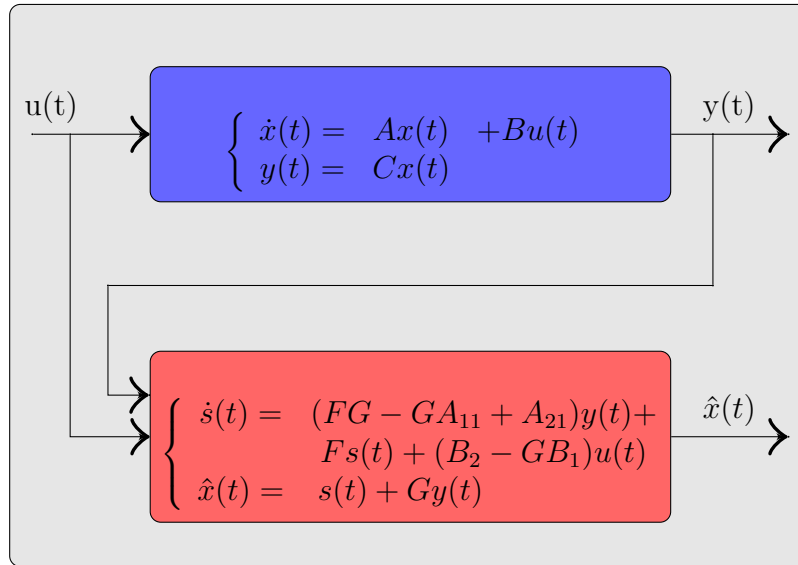


FIGURE 2.7 – Algorithme de l'observateur de Luenberger d'ordre réduit

Dans [81], les auteurs ont exploité l'observateur de Luenberger d'ordre réduit pour estimer la variable d'état (la densité  $\rho$ ) d'un modèle macroscopique linéaire du flux de trafic.

### 2.3.2 Le filtre de Kalman classique

Le filtre de Kalman est une méthode visant à estimer des paramètres ainsi que des variables d'états d'un système évoluant dans le temps à partir de mesures bruitées. La force de ce filtre est sa capacité de prédiction des paramètres et des variables d'états et de rectification des erreurs, non seulement des capteurs, mais aussi du modèle lui-même en y intégrant un terme d'imprécision, ce qui lui permet de donner des estimations correctes malgré les erreurs de modélisation. Un autre point fort du filtre de Kalman est sa capacité à déterminer l'erreur moyenne de son estimation. En effet, l'outil Kalman fournit un vecteur contenant les paramètres estimés, mais aussi une matrice de covariance de l'erreur. Cette matrice nous renseigne sur la précision de l'estimation, ce qui peut être utile dans de nombreuses applications. Un autre atout du filtre de Kalman est que la convergence de cette erreur est garantie.

Le fonctionnement du filtre de Kalman peut se diviser en deux étapes :

- La première étape permet de réaliser une prédiction de l'estimation selon le modèle du système. Pour ce faire, le filtre de Kalman reprend l'estimation précédente des paramètres et de l'erreur et prédit les nouveaux paramètres et la nouvelle erreur en fonction de la modélisation du système.
- La seconde étape va faire la mise à jour de cette prédiction grâce aux nouvelles mesures. Ces mesures (par définition bruitées) vont permettre d'obtenir une estimation des paramètres et de l'erreur à partir de la prédiction faite. Si jamais le modèle comporte des erreurs, cette étape de mise à jour permettra de les rectifier.

Pour appliquer un filtre de Kalman, il faut avant tout modéliser le système pour lequel



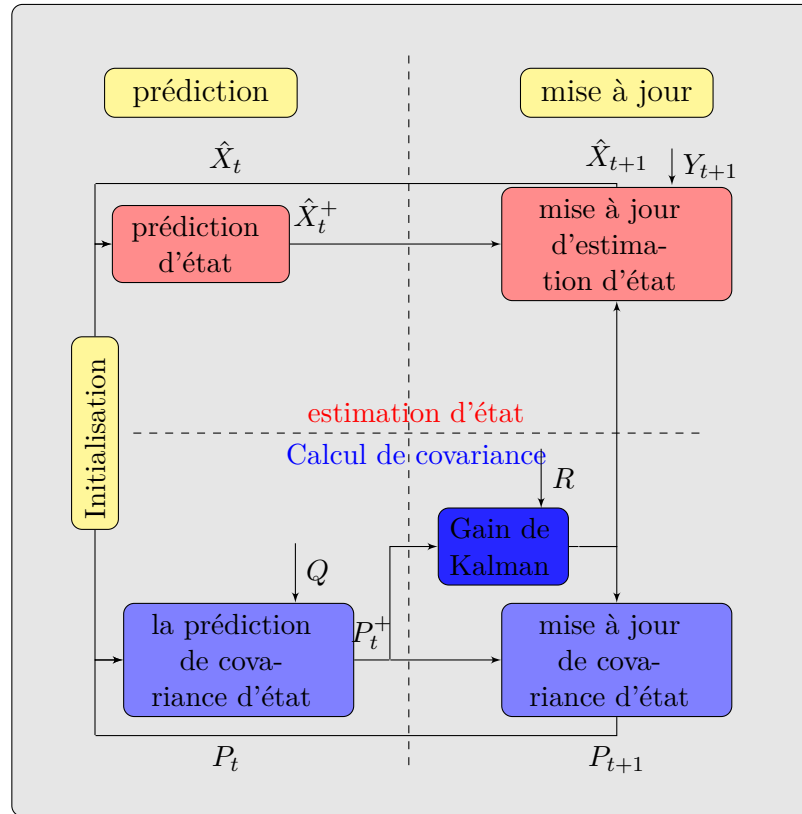


FIGURE 2.8 – L'algorithme du filtre de Kalman classique

on veut estimer les paramètres ou les variables d'états, de manière linéaire (des variantes du filtre de Kalman existent pour la prise en compte de modèles non linéaires (voir section 2.4.1)).

La forme finale du filtre de Kalman peut-être écrite de la façon suivante :

### La Phase de prédiction

$$\hat{X}_t^+ = A\hat{X}_t \quad (2.18)$$

$$P_t^+ = AP_tA^T + Q \quad (2.19)$$

### La Phase de mise à jour

$$K_{t+1} = P_t^+ h_{t+1}^T (R_{t+1} + h_{t+1} P_t^+ h_{t+1}^T)^{-1} \quad (2.20)$$

$$P_{t+1} = (I - K_{t+1} h_{t+1}) P_t^+ \quad (2.21)$$

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t^+ + K_{t+1} (y_{t+1} - h_{t+1} \hat{X}_t^+) \quad (2.22)$$

où  $Q$  est la matrice de covariance du bruit d'état.  $\hat{X}_t^+$  est le vecteur de l'estimation courante.  $\hat{X}_t$  est le vecteur de l'estimation précédente.  $\hat{X}_{t+1}$  est le vecteur de l'estimation suivante. La matrice  $A$  relie l'état précédent à l'état suivant.  $P_{t+1}$  est la covariance de l'erreur à l'instant  $t + 1$ .  $h_{t+1}$  est la matrice d'état pour la mesure courante.  $R_{t+1}$  est la matrice de covariance du bruit de mesure.  $I$  est la matrice identité.  $y_{t+1}$  est la mesure à

l'instant  $t + 1$ .

Dans le cas de l'observateur de Luenberger ou de Kalman, il suffit de choisir  $L$  telle que la matrice  $(A - LC)$  soit une matrice de Hurwitz, c'est-à-dire telle que ses valeurs propres soient toutes à parties réelles strictement négatives dans le cas continu ou possèdent un module strictement inférieur à 1 dans le cas discret. La différence entre les deux observateurs se trouve principalement dans la façon de calculer le gain de retour  $L$  :

- pour l'observateur de Luenberger, on utilise la technique de placement de pôles,
- pour le filtre de Kalman, on résout une équation de Riccati en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation et de perturbation.

Le filtre de Kalman est donc une méthode d'estimation très puissante. Mais elle possède plusieurs faiblesses. Tout d'abord, le modèle doit être linéaire. Heureusement, il existe une variante de ce filtre, appelé le filtre de Kalman étendu (voir section 2.4.1) qui permet de résoudre des problèmes non linéaires, bien que la stabilité de l'estimateur ne soit plus assurée. Une autre méthode qui, dans certains cas, est plus puissante que le filtre de Kalman est le filtre particulaire.

### 2.3.3 Filtre de Kalman *mixture*

Le filtre de Kalman *mixture*<sup>3</sup> est une méthode générale basée sur la technique de Monte Carlo séquentielle pour les systèmes dynamiques linéaires et gaussiens. Il génère des échantillons de quelques variables indicatrices de manière récursive basées sur l'échantillonnage de l'importance séquentielle (SIS)<sup>4</sup>. En utilisant la marginalisation de la technique de Monte Carlo séquentielle (ou de filtrage particulaire), on obtient le filtre de Kalman *mixture*. De ce fait, nous pouvons parvenir à une variation Monte Carlo bien plus petite que celle d'un filtre Monte Carlo standard qui est appliqué directement sur les variables d'état.

Comme nous venons de l'expliquer, l'algorithme du filtre de Kalman *mixture* utilise la technique de Monte Carlo séquentielle dans laquelle un nombre fini fixe de séquences de l'état discret est échantillonné avec soin à partir de l'espace, selon une sorte de probabilité prédictive par la pondération non stationnaire normalisée.

Cette estimation est dénommée une estimation *mixture* parce qu'elle est une somme pondérée des estimations d'état du filtre de Kalman conditionnel [42] [82] [43].

Dans la mise en oeuvre de l'algorithme du filtre de Kalman *mixture*, on constate que, après une certaine période de temps, la pondération tend vers 0, tandis que seules quelques grandeurs restent de valeurs moyennes. Ce phénomène est une conséquence directe du régime de la pondération avec mise à jour et peut avoir plusieurs effets indésirables :

- Les contributions de ces séquences d'échantillons avec des pondérations minuscules lors de l'agrégation des estimations sont négligeables. Par conséquent, le nombre effectif de séquences d'échantillons est réduit, le temps de calcul est plus important et la quantité des données devient énorme.

---

3. Mixture Kalman Filter (MKF)

4. SIS... Sequential Importance Sampling

- Il existe un risque que ces petites pondérations deviennent inactives en permanence.
- Il est difficile pour les petites pondérations d'augmenter à l'intérieur d'une gamme modeste de grandeurs, même si les probabilités actuelles favorisent ces séquences d'échantillons.

L'article [42], introduit une limite inférieure de la pondération permettant de répondre à ces problèmes potentiels. Les auteurs de cet article choisissent un petit nombre positif  $\varepsilon \ll 1$  et fixent la pondération à une limite inférieure. Cette procédure simple empêche le phénomène de débordement. Elle permet aux pondérations d'être récupérées plus rapidement une fois que leurs séquences d'échantillons correspondantes sont favorisées par les mesures actuelles. D'autre part, elle introduit des erreurs d'estimation minimales.

### 2.3.4 Technique Algébrique

Dans [83] une approche algébrique a été utilisée pour estimer la variable d'état d'un modèle macroscopique linéaire dite CTM<sup>5</sup>. Une expression formelle de l'état  $y$  a été donnée en fonction d'intégrales de la sortie et de l'entrée. Pour ce faire, on applique certains outils mathématiques tels que la transformation de Laplace et des outils issus du calcul opérationnel. La procédure d'estimation de variable d'état par la technique algébrique est très similaire pour des modèles linéaires et non linéaires. Dans la section 2.4.5, nous allons définir les étapes nécessaires pour établir cette technique en détail. Pour plus de connaissances, nous invitons le lecteur à lire [84], dans lequel une approche est dédiée à une classe générale de systèmes linéaires stationnaires avec des perturbations.

La technique algébrique par rapport à l'observateur de Luenberger présente beaucoup d'avantages, par exemple :

- L'estimation d'état par l'observateur de Luenberger :
  - L'observateur est un système auxiliaire ;
  - La convergence de l'observateur est asymptotique, et la vitesse de convergence peut être choisie par les valeurs propres de  $A - LC$ .
- La technique algébrique :
  - Elle est basée sur le calcul opérationnel (Laplace ici) et l'estimation d'état est donnée par une formule explicite, les calculs peuvent être implémentés formellement et effectués de manière très rapide ;
  - Elle est non-asymptotique : la valeur estimée atteint la vraie valeur en un temps fini ;
  - Il n'y a pas de gains d'observation ou d'autres paramètres extérieurs à régler.

---

5. En anglais, Cell Transmission Model

## 2.4 Estimation d'état pour les systèmes non linéaires

Par définition, un système non linéaire est un système qui n'est pas linéaire, c'est-à-dire (au sens physique) qui ne peut pas être décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Intrinsèquement, la plupart des systèmes physiques ont un comportement non linéaire. Les non linéarités peuvent être de nature différentes :

- Non linéarité naturelle (systèmes physiques, ce qui nous intéresse dans cette section) : ces non linéarités induisent souvent des effets indésirables. La non linéarité renvoie d'une manière générale à une rupture de la proportionnalité des causes et des conséquences. Elle se manifeste, dans le comportement des systèmes, dans des modifications qualitatives brusques du comportement des systèmes, sous l'influence de certains paramètres.
- Non linéarité artificielle (système de commande) : elle sont mises en œuvre dans le but de compenser les effets induits par les non linéarités naturelles.

D'un point de vue mathématique, un système non linéaire est défini comme un système qui ne vérifie pas les propriétés mathématiques des systèmes linéaires stationnaires <sup>6</sup>.

Les systèmes non linéaires peuvent être exprimés sous la forme d'état. C'est l'approche que nous retiendrons dans cette thèse pour exprimer les systèmes :

- La représentation d'état sous forme implicite : elle donne l'évolution de l'état du système non linéaire par une équation différentielle d'état.
- La représentation d'état sous forme explicite : il est possible d'établir l'expression de l'état du système en fonction du temps, de l'état initial et de la commande.

Dans ce qui suit, nous allons présenter un état de l'art sur les observateurs pour les systèmes non linéaires qui ont déjà été utilisés pour estimer les variables d'état d'un système de flux de trafic.

### 2.4.1 Le filtre de Kalman étendu

Avant d'appliquer un filtre de Kalman pour estimer des variables d'état ou des paramètres d'un système, nous devons le modéliser. Il s'avère que dans certains cas, les équations qui permettent de modéliser le système ne sont pas linéaires. De ce fait, le filtre de Kalman classique n'est plus applicable sous cette forme. Il est tout de même possible d'estimer les paramètres du système à l'aide d'un filtre de Kalman dit étendu. Ce filtre permet en effet de linéariser localement le problème et donc d'appliquer les équations du filtre de Kalman classique.

On se propose donc d'utiliser les filtres de Kalman dans le cadre des systèmes non-linéaires. Dans la plupart des cas, nous pouvons extraire des équations d'évolution du système étudié un état d'équilibre autour duquel celui-ci va évoluer. Si tel est le cas, nous pouvons alors linéariser notre système afin de nous ramener à un cas classique pour lequel nous connaissons déjà des solutions efficaces qui ont été décrites précédemment (voir

6. En anglais, LTI : Linear Time Invariant

section 2.3.2).

Dans un filtre de Kalman étendu (EKF)<sup>7</sup>, les équations d'état et les équations liant l'état précédent à l'instant suivant qui étaient linéaires dans le cas du filtre de Kalman classique sont maintenant non linéaires.

Nous remplaçons donc  $\hat{X}_t^+ = A\hat{X}_t$  (voir Eq. 2.18) par  $\hat{X}_t^+ = f(\hat{X}_t)$  et  $Y = hX + B$  (voir Eq. 2.22) par  $Y = h(X, B)$ .

Les équations de Kalman deviennent donc :

### La Phase de prédiction

$$\hat{X}_t^+ = f(\hat{X}_t) \quad (2.23)$$

$$P_t^+ = AP_tA^T + Q \quad (2.24)$$

### La Phase de mise à jour

$$K_{t+1} = P_t^+ H_{t+1}^T (R_{t+1} + H_{t+1} P_t^+ H_{t+1}^T)^{-1} \quad (2.25)$$

$$P_{t+1} = (I - K_{t+1} H_{t+1}) P_t^+ \quad (2.26)$$

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t^+ + K_{t+1} (y_{t+1} - h(\hat{X}_t^+, 0)) \quad (2.27)$$

On peut remarquer que pour mettre à jour le vecteur d'état, on utilise l'équation d'état non linéaire avec un bruit nul (second paramètre de la fonction  $h$  à 0). Il reste un problème en ce qui concerne le calcul de la covariance de l'erreur et du gain de Kalman. En effet on utilise toujours les matrices d'observation et de transition  $H$  et  $A$ . Pour pouvoir utiliser ces formules, il faut donc qu'on linéarise localement les fonctions  $h$  et  $f$ . On obtient donc les matrices d'observation et de transition en prenant les matrices des dérivées partielles des équations non linéaires (aussi appelé Jacobiennes).

$$H_t = \frac{\partial h}{\partial X} \Big|_{\hat{X}_t^+} \quad (2.28)$$

$$A_t = \frac{\partial f}{\partial X} \Big|_{\hat{X}_{t-1}} \quad (2.29)$$

Avec ces Jacobiennes, il est donc possible d'appliquer le filtre de Kalman tel que défini ci-dessus. Il suffit de recalculer les matrices relatives aux dérivées partielles à chaque nouveau échantillon à traiter et d'utiliser ces matrices dans les équations.

Le filtre de Kalman étendu est l'observateur le plus utilisé dans le domaine du flux de trafic (voir [85]).

Bien que le filtre de Kalman étendu est couramment utilisé, ce filtre n'est pas idéal car il propage la moyenne à travers les équations non linéaires (fonction  $f$  du modèle dynamique) alors que la covariance est calculée avec les matrices linéarisées (matrice de

7. En anglais, Extended Kalman Filter.

transition  $A$  calculée à l'aide de la matrice dynamique du système, obtenue par dérivation de la fonction  $f$ ). Ainsi, en cas de comportement non linéaire durant le pas de temps d'intégration, cette méthode s'avère inexacte car une approximation du premier ordre est effectuée.

De plus, on se rend bien compte qu'on linéarise localement les équations afin d'appliquer le filtre de Kalman. Cette linéarisation est locale, ce qui entraîne donc une convergence locale du filtre de Kalman étendu. Ce filtre ne garantit donc pas une convergence globale (à l'inverse du filtre de Kalman classique). La stabilité d'un filtre de Kalman étendu est donc plus difficile à garantir et dépend souvent de sa bonne initialisation.

Lors de l'implantation du filtre sur un système réel, par exemple un système embarqué, deux éléments importants, absents de la théorie, surgissent et viennent dégrader les performances du filtrage [86].

Tout d'abord, les processeurs chargés des calculs et permettant de mettre en place le filtre de Kalman ne disposent pas d'une précision numérique infinie, un nombre fini de bits étant utilisé pour représenter les nombres. Ainsi des erreurs de calcul dues à cette limitation sont susceptibles de se produire à tout moment et de se propager, pouvant ainsi mener à la divergence du filtre.

Ensuite, la théorie prend pour acquis la connaissance parfaite des différentes matrices intervenant dans la modélisation de l'évolution de l'état du système auquel est appliqué le filtrage de Kalman. Cependant, il n'est pas improbable que dans certains cas on ne puisse pas avoir accès à toutes les informations sur le système et donc de ne disposer que d'une connaissance imparfaite des différentes matrices intervenant dans la modélisation, ce qui peut alors mener, là aussi, à une divergence du filtre.

Enfin, lors de l'étude théorique du filtre de Kalman, un certain nombre d'hypothèses sont prises concernant le bruit intervenant dans les équations. Notamment le fait que ce dernier doive être blanc et ses différentes composantes prises à des instants différents complètement décorréliées. Cependant, dans la réalité ces hypothèses ne sont jamais parfaitement vérifiées et le filtrage est alors susceptible de ne pas produire les résultats escomptés ou même d'échouer.

## 2.4.2 Le filtrage particulaire

Récemment une approche approximative qui est à la fois puissante et adaptative (évolutive) a vu le jour. Cette approche s'appuie sur les outils issus des statistiques et des probabilités. A un instant  $t$ , il calcule la densité de probabilité a posteriori de l'état sachant que les mesures sont approchées par une approximation discrète aléatoire. Autrement dit, les mesures sont obtenues à partir d'échantillons générés par une simulation Monte Carlo. Ces observateurs sont connus sous le nom de filtres particulaires.

Les filtres particulaires sont appropriés pour l'estimation de l'état du flux de trafic autoroutier, car ils peuvent faire face à des modèles fortement non linéaires ainsi qu'à des signaux non gaussiens [87].

De plus, la structure du filtre particulaire permet une mise en parallèle des différents segments de l'autoroute, ce qui permet une réduction du temps de calcul.

Dans [88], le filtre particulaire a été utilisé pour reconstruire les diagrammes fondamentaux de flux du trafic, la vitesse moyenne et le débit. Dans [89] le filtre particulaire a été comparé avec un autre estimateur que nous allons décrire dans la section suivante (voir section 2.4.3). Dans [89] les filtres sont appliqués pour estimer les variables d'état de flux du trafic (la densité, la vitesse moyenne et le débit) ainsi que pour reconstruire les diagrammes fondamentaux.

### 2.4.3 Le filtrage unscented

Le filtre de Kalman "unscented" (UKF) a été développé dans [90]. Il permet de s'affranchir de la linéarisation du modèle de prédiction et de mesures. En effet, il permet de propager la moyenne ainsi que la covariance dans le modèle de prédiction non linéarisé. Pour ce faire, un jeu de points appelé sigma points (SPs) paramétrisant la moyenne et la covariance est créé. Le nombre de points créés dépend de la taille du vecteur d'état. Ce jeu de points est ensuite propagé dans le modèle de prédiction non linéarisé. La moyenne et la covariance sont alors calculées à partir de ces points par moyenne pondérée [91].

Pour la moyenne et la covariance, le UKF effectue une approximation du second ordre avec minimisation du troisième ordre [90]. Ainsi, selon [92] la convergence du UKF est plus rapide. En ce qui concerne la complexité des calculs, le UKF est aussi complexe que EKF. Par contre, lorsque la dynamique du système est faible et la fréquence élevée, des résultats semblables avec EKF sont obtenus. Les temps de convergence sont équivalents. Dans ce cas, l'utilisation du UKF ne permet pas d'améliorer les résultats.

### 2.4.4 Observateur par modes glissants d'ordre premier

Les observateurs par modes glissants appartiennent aux systèmes à structure variable, il s'agit de développer une certaine robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. Le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre  $n$  à converger vers une variété  $S$  de dimension  $(n - p)$  dite surface de glissement ( $p$  étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre  $(n - p)$ . Dans le cas des observateurs à modes glissants, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ . A partir de leurs valeurs initiales  $e(0)$ , ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

- Dans une première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures)  $e_y = y - \hat{y}$  sont nulles. Cette étape, qui généralement est très dynamique, est appelée mode d'atteinte.
- Dans la seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement [93].





- La première concerne le mode d'atteinte ; concevoir la surface de glissement de manière à imposer certains comportements du système vis-à-vis de cette surface de glissement. La surface de glissement est attractive si et seulement si la fonction de Lyapunov  $V(x) = s \times \dot{s}^T < 0$ .
- La deuxième concerne le mode glissant ; concevoir le gain d'observateur pour bien maîtriser ou contrôler l'erreur dynamique d'observateur. Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre  $n$  devient un système équivalent d'ordre  $(n - p)$ . Ces critères permettent la synthèse de l'observateur à mode glissant et déterminent son fonctionnement.

Dans [59], les résultats de cet observateur ont été comparés avec le filtre de Kalman étendu. les résultats des deux observateurs sont plutôt équivalents. Mais, en raison du phénomène de chattering, cet observateur n'est pas facile à mettre en œuvre.

### 2.4.5 Techniques algébriques

L'article [95] définit les fondements de la méthode algébrique. Nous pouvons résumer les grandes lignes de cette méthode [96], trois étapes principales se distinguent (cf. Figure 2.10) :

- Écriture de l'équation différentielle, a priori connue, passage à l'écriture dans le domaine opérationnel [97] (domaine de Laplace, si l'on néglige les quelques différences d'abstraction de mathématiques théoriques).
- Manipulations algébriques afin d'éliminer, lorsque cela est possible, les différentes inconnues que l'on ne souhaite pas estimer (par exemple les conditions initiales).
- Génération des équations de redondance par multiplication par un opérateur différentiel (par exemple,  $\frac{d}{ds}$  ou  $\frac{1}{s}$  où  $s$  est la variable de Laplace).

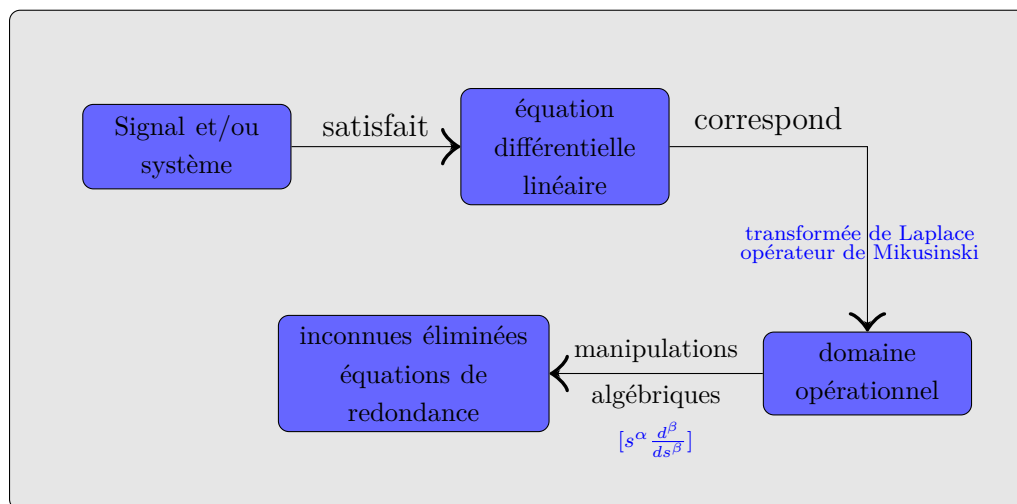


FIGURE 2.10 – Schéma d'identification par la méthode algébrique

Récemment, cette méthode a été utilisée pour estimer les paramètres d'un modèle de flux du trafic [98] ainsi que pour l'estimation des variables d'état de flux du trafic (la densité  $\rho$  et la vitesse moyenne  $v$ ). Les avantages de la méthode algébrique sont nombreux, par exemple, aucune intégration d'équation différentielle ne sera effectuée. Par la méthode

algébrique, nous pouvons éviter l'utilisation des techniques statistiques et asymptotiques et l'implémentation est rapide par rapport aux méthodes qui utilisent des techniques statistiques. L'avantage le plus important est que l'identification peut être faite en ligne, et en particulier en boucle fermée, en présence de bruits.

## 2.5 Synthèse

Nous avons présenté dans la première partie de ce chapitre un aperçu rapide sur la notion d'observabilité. Il faut donc commencer par tester l'observabilité du système avant de choisir le type d'observateur qu'il convient de mettre en oeuvre. Dans la deuxième partie de ce chapitre, quelques observateurs pour les modèles linéaires ainsi que les modèles non linéaires ont été présentés. Il est possible de conclure que les observateurs non linéaires peuvent bien estimer les variables d'état du flux du trafic. Pour plus de clarté, les caractéristiques des observateurs présentés sont résumées dans le tableau suivant 2.1.

Mis à part ces observateurs principaux qui ont été utilisés dans le domaine du flux de trafic pour estimer les variables d'états, nous pouvons en citer d'autres comme par exemple [41], qui propose un observateur en boucle ouverte basé sur un modèle linéaire SMM<sup>8</sup>, pour prédire la densité. Dans [99], on compare le filtre de Kalman étendu avec le filtrage unscented dans le cas où les observateurs sont utilisés à la fois pour estimer les variables d'état ainsi que les paramètres d'un modèle non linéaire. Dans le même article, les filtres sont comparés dans le cas où les variables d'état et les paramètres sont estimés en parallèle par deux filtres différents. Dans [100], un observateur non linéaire a été proposé pour estimer les variables d'état de METANET<sup>9</sup>. Cet observateur est défini en représentant le modèle METANET comme un modèle flou de Takagi-Sugeno (TS).

Le grand nombre d'articles sur les variables d'état du flux de trafic montre l'importance de ce sujet. Cependant, chaque observateur a ses propres défauts qui peuvent être un frein ou un obstacle dans la pratique. Cela nous fait penser à trouver une autre approche beaucoup plus efficace et robuste et qui convient aux modèles linéaires ainsi que non linéaires de flux du trafic. Dans le chapitre 4, nous allons montrer un nouvel observateur dit observateur STSM.

---

8. En anglais : Switching mode model

9. METANET est un modèle macroscopique non linéaire très connu par la communauté du trafic routier.

TABLE 2.1 – Comparaison entre les différents observateurs

	MKF	Lu1	Lu2	SKF	MAL	EKF	PF	UKF	SMO	MANL
Bruit gaussien	×	×		×	×	×	×	×	×	×
Bruit non gaussien		×			×		×		×	×
Modèle linéaire	×	×	×	×	×					
Modèle quasi linéaire							×	×	×	×
Modèle non linéaire						×	×	×	×	×
Statistiques, Probabilité	×			×		×	×	×		
Complexité	×			×		×	×	×	×	
Asymptotique		×	×						×	
Robuste									×	
Optimal	×			×		×	×	×		
Chattering									×	
Implémentation facile		×	×		×					×

MKF... Filtre de Kalman *mixture*.  
 Lu1... Observateur de Luenberger.  
 Lu2... Observateur de Luenberger d'ordre réduit.  
 SKF... Filtre de Kalman classique.  
 MAL... Méthode algébrique pour les modèles linéaires.  
 EKF... Filtre de Kalman étendu.  
 PF... Filtre particulaire.  
 UKF... Filtre de Kalman unscented.  
 SMO... Sliding mode observer d'ordre premier.  
 MANL... Méthode algébrique pour les modèles non linéaires.



# Chapitre 3

## La commande du flux de trafic

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>65</b>
<b>3.2</b>	<b>Système dynamique</b>	<b>66</b>
<b>3.3</b>	<b>Commandabilité</b>	<b>67</b>
<b>3.4</b>	<b>Les stratégies de régulation d'accès</b>	<b>68</b>
<b>3.5</b>	<b>Les stratégies locales (isolées)</b>	<b>70</b>
3.5.1	Principe du contrôle d'accès par feux	70
3.5.2	Stratégie à feux fixes	71
3.5.3	Stratégie adaptative	71
3.5.4	Stratégie proactive	88
<b>3.6</b>	<b>Les stratégies coordonnées</b>	<b>90</b>
3.6.1	Stratégie METALINE	90
3.6.2	Stratégies heuristiques	91
<b>3.7</b>	<b>Les stratégies intégrées</b>	<b>94</b>
3.7.1	Stratégies OASIS et AMOC	94
3.7.2	Stratégies proactives intégrées	96
<b>3.8</b>	<b>Synthèse</b>	<b>98</b>

---

### 3.1 Introduction

L'augmentation croissante des besoins en circulation, dans un contexte de mondialisation accrue, a eu vite comme conséquence la saturation rapide des infrastructures routières. Les effets néfastes de ces phénomènes de congestions sont nombreux et touchent aussi bien les conditions de vie des usagers (augmentation des accidents, pertes de productivité, stress, etc.) que l'environnement (pollution, émissions des gaz à effet de serre, etc.). De nombreuses études ont démontré que la construction de nouvelles infrastructures ne peut plus être la seule solution viable pour résoudre ces problèmes. La solution provient donc d'une meilleure utilisation des infrastructures existantes via la mise en place d'un ensemble de mesures et d'actions pour le contrôle du flux de trafic, son optimisation ainsi que la diminution des temps de trajets.

Soulignons que réguler le flux de trafic en temps réel, considéré en général comme un système dynamique, complexe et distribué dans l'espace et dans le temps, est une tâche

très difficile à réaliser [101] [102]. Notons aussi que les actions de commandes mises à disposition sont limitées et tournent autour des mesures suivantes :

- contrôle d'accès, qui peut être isolé ou coordonné,
- limitation dynamique de vitesse,
- routage ou affectation dynamique du trafic,
- information aux usagers,

Cette commande peut-être aussi une intégration d'au moins deux des mesures citées ci-dessus.

L'objectif de ce chapitre est de dresser un état de l'art des différentes techniques utilisées dans le domaine de la commande du trafic. Ce chapitre est aussi l'occasion de présenter une classification exhaustive des stratégies de régulation d'accès isolé et coordonné ainsi que la commande intégrée. Une étude détaillée de ces stratégies est aussi fournie avec leur mode de fonctionnement, leurs avantages et leurs inconvénients. Enfin, une synthèse générale est donnée à la fin de ce chapitre.

Soulignons qu'à notre connaissance, le domaine du trafic routier et sa gestion dynamique est abordé, principalement par la communauté du Génie Civil. En effet, malgré la richesse de ce champ de recherche, il reste peu abordé par les automaticiens. C'est donc par soucis de clarté et d'accessibilité pour les non automaticiens que nous rappelons ci-dessous quelques notions de base de systèmes dynamiques et de terminologies issues de l'automatique.

## 3.2 Système dynamique

Un système est dit dynamique si son comportement évolue au cours du temps. Il peut être représenté conceptuellement par la figure 3.1.

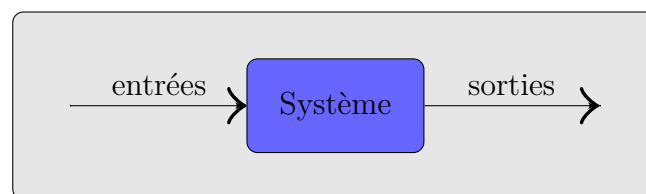


FIGURE 3.1 – Schéma général d'un système dynamique

D'un point de vue système, les entrées et les sorties sont des grandeurs physiques quantifiables. Du point de vue modèle, les entrées et les sorties correspondent à des variables externes quantifiées. Ainsi, les entrées et les sorties d'un système revêtent un caractère informationnel quantitatif sur le comportement du système du fait même de la nature analytique du modèle. Pour le système, cet apport informationnel est réalisé par la connaissance (entrées connues) ou par la mesure (sorties mesurées à l'aide de capteurs par exemple).

Les entrées connues d'un système "commandé" sont des entrées dites de commande. Ces entrées de commande peuvent soit être directement mesurées à la sortie du système

qui les gène, soit être calculées. Les entrées sont transformées en grandeurs actions par l'intermédiaire d'autres systèmes que l'on nomme actionneurs. Le schéma représenté à la figure 3.2 représente la structure d'un système dynamique en boucle ouverte. Par la suite, nous nous focalisons sur l'étude d'un système dynamique de flux de trafic (voir section 3.5.3.2).

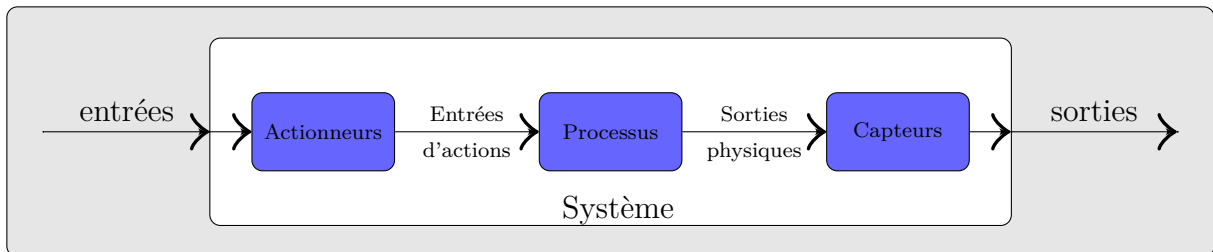


FIGURE 3.2 – Structure d'un système dynamique en boucle ouverte

Un système dynamique est caractérisé par les trois concepts suivants :

- Les fonctions à réaliser qui correspondent aux objectifs pour lesquels le système a été créé.
- La structure qui correspond aux moyens mis en œuvre pour accomplir la fonction du système.
- Le comportement qui caractérise la forme d'accomplissement par le système d'une ou plusieurs fonctions.

Finalement, un système dynamique peut-être caractérisé par :

- La représentation mathématique de son comportement appelé modèle mathématique du système.
- Son organisation générale englobant les trois sous-systèmes : actionneurs, processus et capteurs.
- Son interaction avec un système de contrôle permettant de générer les entrées qui vont assurer l'accomplissement de la fonction désirée en sortie.

### 3.3 Commandabilité

La commandabilité est une notion importante en automatique puisqu'elle permet d'établir d'une manière formelle si un système est commandable ou non. Elle représente donc le point de départ de base dans le cadre de la théorie de la synthèse des systèmes de commande.

Pour un système linéaire parfaitement connu (cf. Eq. 3.1 où les vecteurs  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$  et  $y(t) \in R^p$ ).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{3.1}$$

On peut donc définir la matrice de commandabilité par :

$$F_{(A, B)} = \begin{bmatrix} B \\ AB \\ A^2B \\ \vdots \\ A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

et le rang de commandabilité défini par  $\text{rang}(F_{(A, B)}) = n$ .

Après ce petit rappel de quelques définitions de base de l'automatique linéaire, la section suivante présente les différentes actions et mesures appliquées pour la régulation du trafic.

### 3.4 Les stratégies de régulation d'accès

Le principe de la régulation d'accès aux voies rapides urbaines et autoroutières n'est pas nouveau dans le domaine de la gestion dynamique du trafic. En effet, sa mise en œuvre a vu le jour en 1963 et son implémentation sur une autoroute près de Chicago aux Etats-unis. A Los Angeles, la régulation des accès a débuté en 1968 et depuis l'application de cette stratégie elle n'a cessé d'être étendue [103]. Ce type de stratégie de régulation favorise largement les sections principales des routes. Il permet d'augmenter la vitesse moyenne et le débit du flux dans ces sections. Il évite aussi des situations accidentogènes et les phénomènes d'ondes de chocs qui s'apparentent avec l'effet d'accordéon lors d'un flux massif sur l'entrée de la section courante. Le temps de parcours augmente largement pour les usagers venant de la bretelle d'accès et le gain global en temps de parcours est significatif car le volume de trafic sur l'autoroute est beaucoup plus important.

Il existe plusieurs méthodes visant à restreindre le flux des véhicules entrants sur une voie rapide, par exemple :

- La régulation statique, qui représente la façon la plus simple de réaliser une régulation d'accès. Elle consiste à réduire la capacité d'accès en aménageant l'accès avec des dispositifs visant à canaliser les véhicules entrants sur une seule file : marquage au sol, balisettes (voir figure 3.3), etc.
- La régulation dynamique : le but est toujours de réduire la capacité d'accès mais de manière provisoire et variable. Par exemple, par la mise en place de barrières amovibles visant à fermer provisoirement l'accès ou par la mise en place de feux interrompant périodiquement le flot des véhicules entrants (voir figure 3.4) ; ces feux peuvent être mis en service manuellement, pilotés par une horloge locale, adaptés aux conditions de circulation locales ou régionales.

Les stratégies de régulation dynamique peuvent être classées selon le nombre de rampes contrôlées et des outils de commande utilisés. On parle ainsi de contrôle d'accès local dans le cas d'une seule rampe contrôlée et de contrôle d'accès coordonné dans le cas d'une régulation d'un axe comportant plusieurs rampes d'accès et de contrôle intégré dans le cas d'une régulation d'une ou plusieurs rampes avec un autre outil de commande (par exemple, la limitation dynamique de la vitesse ou le routage dynamique du flux de trafic). Nous



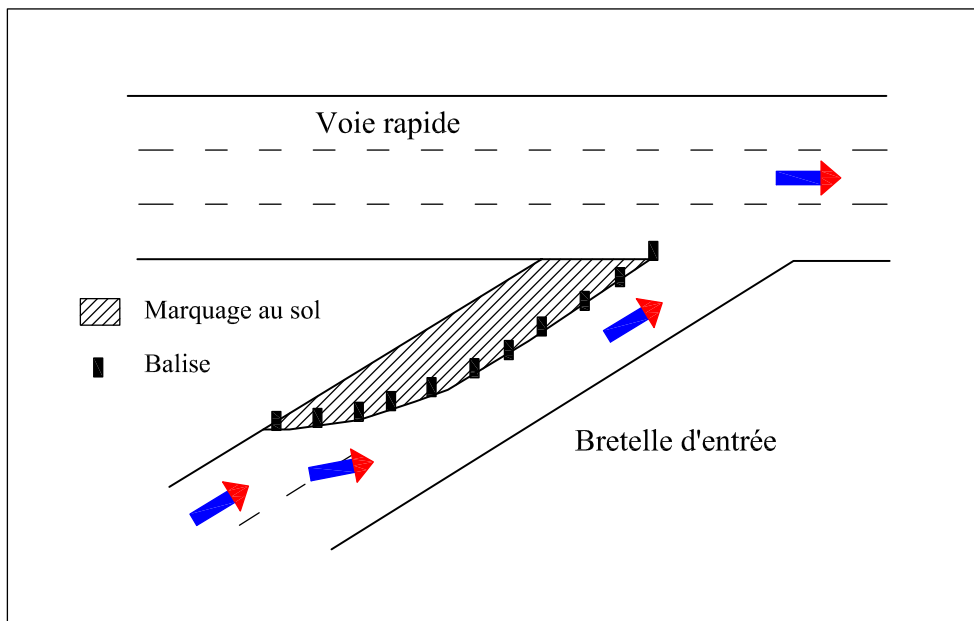


FIGURE 3.3 – Principe de balisage d'un accès

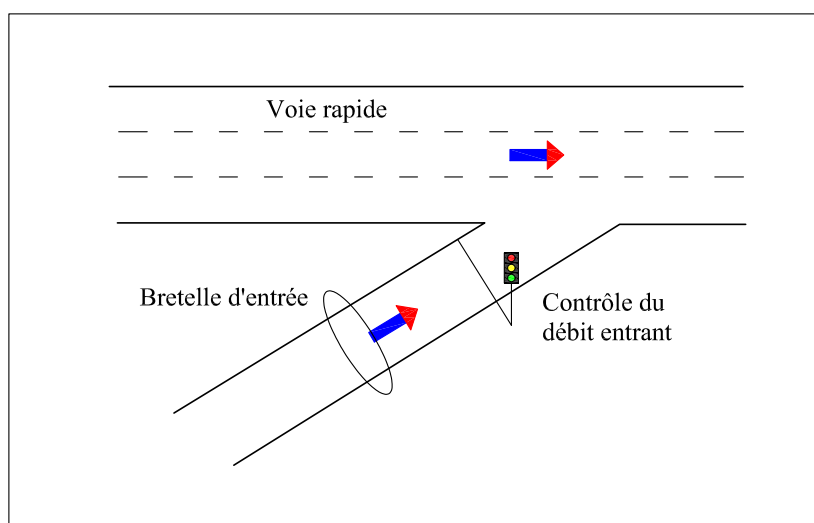


FIGURE 3.4 – Régulation par feux d'un accès autoroutier

pouvons regrouper toutes les stratégies de la régulation d'accès dans le schéma suivant (voir figure 3.5). Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter ces stratégies d'accès en détail : contrôle d'accès local, contrôle d'accès coordonné et contrôle d'accès intégré.

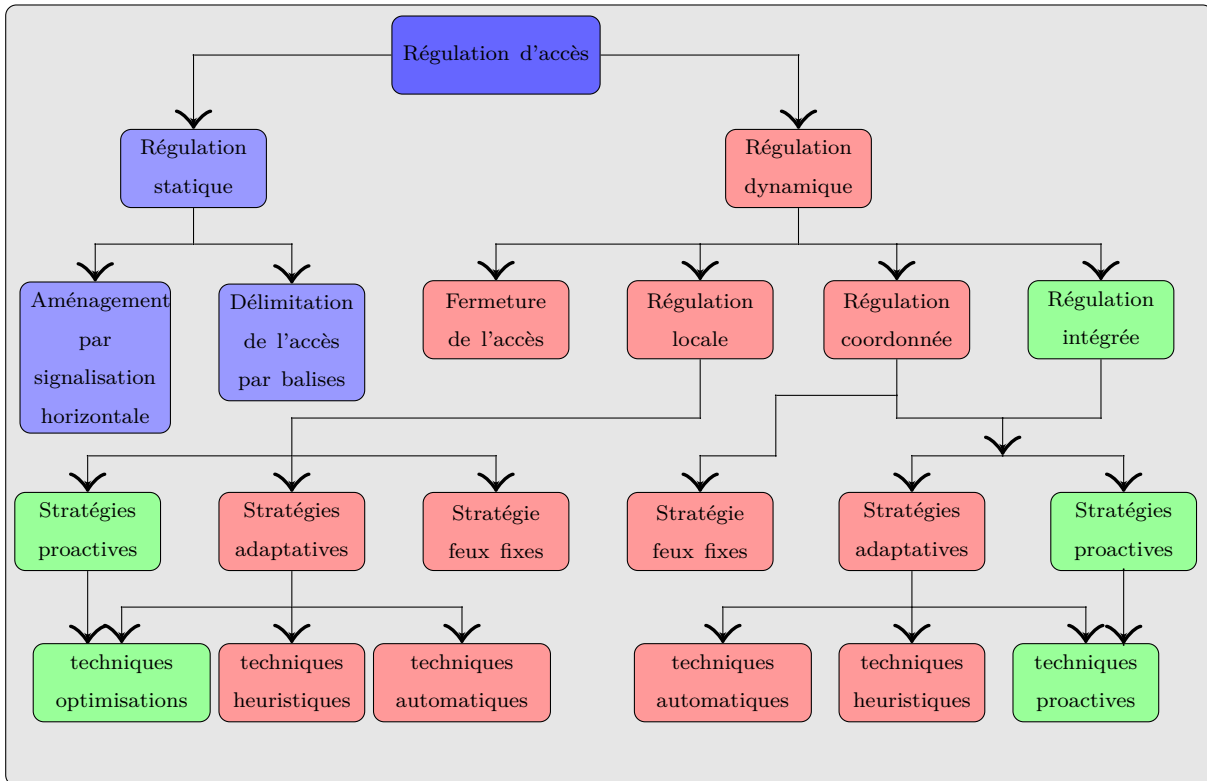


FIGURE 3.5 – Classification de différentes stratégies de régulation d'accès

## 3.5 Les stratégies locales (isolées)

Le principal intérêt de la régulation par feux est qu'elle peut n'être active que pendant les heures de pointe de la journée connaissant le plus fort trafic. De plus les cycles de feux peuvent être adaptés aux variations du trafic.

Dans la suite, nous ne nous intéresserons qu'aux systèmes de régulation mis en œuvre via des feux de signalisation. Dans un premier temps, nous commençons par décrire le principe du contrôle d'accès par feux. Dans un second temps, nous présenterons les différentes stratégies qui existent pour appliquer ce type de régulation d'accès.

### 3.5.1 Principe du contrôle d'accès par feux

Le principe du contrôle d'accès sur autoroute ou sur voies rapides urbaines consiste à réguler le débit des rampes d'entrée à l'aide des feux tricolores afin de minimiser les conflits d'insertion au niveau de l'accès et par conséquent, maximiser la capacité de l'autoroute et sa fluidité. L'objectif premier de ce type d'action est de répartir la demande dans l'espace et dans le temps sur les différentes entrées du réseau et par la même occasion de limiter

les congestions récurrentes pendant les périodes de forte demande (pointe du matin et du soir).

### 3.5.2 Stratégie à feux fixes

Il s'agit de la forme la plus simple de régulation d'accès. [104]. Ici, les cycles de feux peuvent être adaptés aux variations de trafic qui sont déjà prédéfinies. Elle ne nécessite pas de recueil de données du trafic en temps réel mais une réactualisation régulière des cycles de feux. La régulation peut être déclenchée automatiquement durant les heures de pointe par l'intermédiaire d'une horloge ou d'une télécommande manuelle actionnée à partir d'un PC d'exploitation. Cependant, il faut noter que cette stratégie, en ne prenant pas en compte les conditions réelles de trafic (comme par exemple les accidents, les conditions météorologiques, etc.), peut entraîner une sous-utilisation de l'autoroute ou au contraire une surcharge de la section principale [105].

### 3.5.3 Stratégie adaptative

Dans cette stratégie, comme pour la stratégie à feux fixes, les cycles de feux peuvent être adaptés aux variations du trafic. En revanche, cette adaptabilité est conditionnée par les mesures du trafic et nécessite le recueil de données du trafic en temps réel en tenant compte de l'état du trafic sur l'autoroute et sur la rampe [106].

Les stratégies adaptatives sont établies selon trois techniques :

1. Les techniques heuristiques : prescrivant la valeur absolue d'une commande sur la base d'un modèle interprétant des observations empiriques [105].
2. Les techniques automatiques : prescrivant la variation d'un état sur la base d'une loi de comportement chronologique des variations d'état. En général, elles sont de deux types : la technique de la commande en boucle ouverte et en boucle fermée [103] [105].
3. Les techniques d'optimisation : elles ont vu le jour au début du  $XX^{\text{ème}}$  siècle. Elles utilisent des outils d'optimisation pour contrôler la rampe d'accès en minimisant le temps de trajet total sur un tronçon de l'autoroute [12].

Dans la suite de cette section nous nous focalisons sur les stratégies de contrôle isolé qui font l'objet d'une partie de nos contributions. Nous définissons d'abord les notations qui seront utilisées par les stratégies de régulations qui seront décrites (voir figure 3.6).

- $k$  est l'indice de temps discret ;
- $q_o$  est le flux d'entrée mesuré en amont ;
- $q_r$  est le débit d'accès autorisé à entrer sur l'autoroute ;
- $Q_{ca}$  est la capacité de l'autoroute en aval de la rampe ;
- $O_{cr}$  est le taux d'occupation critique de la section étudiée ; sa valeur permet d'en déduire le débit maximal.

#### 3.5.3.1 Régulation d'accès en boucle ouverte

Les stratégies qui sont décrites dans cette section sont gérées en boucle ouverte dans le sens que la valeur de la commande ne se corrige pas en se basant sur la valeur de sortie. Beaucoup de stratégies existent, cependant nous n'allons présenter que quelques-unes d'entre elles par la suite :

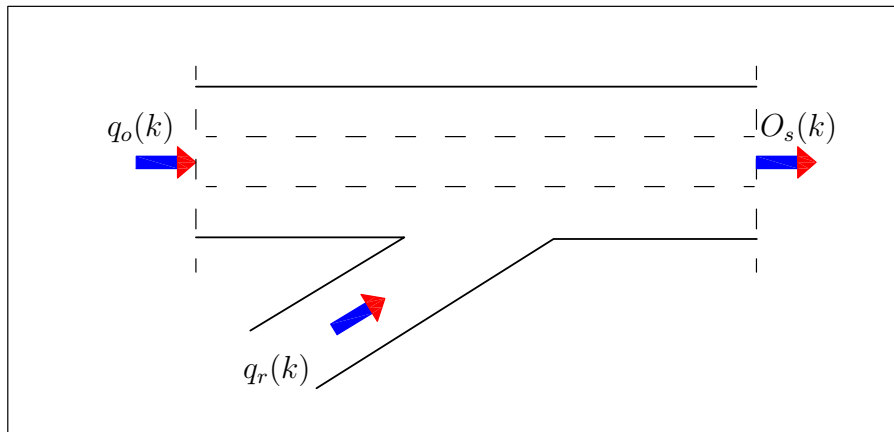


FIGURE 3.6 – Notations utilisées pour les différentes stratégies de régulation d'accès

### Stratégie Demande Capacité Standard (DCS)

Le principe de fonctionnement de cette stratégie consiste à calculer le débit d'accès  $q_r$  en se basant sur la comparaison en temps réel, entre le débit amont  $q_o$  et la capacité  $Q_{ca}$  (cf. Figure 3.7). Cette différence permet de calculer le débit de la rampe autorisé à entrer au niveau du convergent [107] [108].

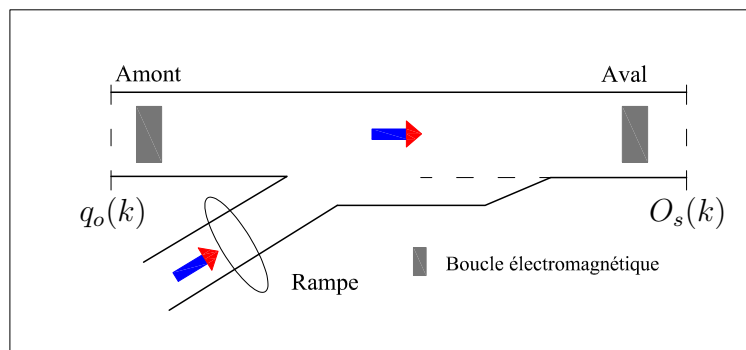


FIGURE 3.7 – Équipement d'un accès pour une stratégie DCS

Le débit de rampe  $q_r$  est calculé par la relation suivante :

$$q_r = \beta(Q_{ca} - q_o) + (1 - \beta)q_{r_{min}} \quad (3.2)$$

où  $q_{r_{min}}$  est le débit minimum de la rampe en cas de congestion.  $\beta$  est une constante comprise entre 0 ou 1 selon l'état du trafic en aval de l'accès qui est défini par le taux d'occupation ( $O_s$ ) :  $\beta = 1$  si le trafic est fluide,  $\beta = 0$  s'il y a congestion.

**Avantage :** Cette stratégie prend en compte des variations du trafic en temps réel.

#### Inconvénients :

- Elle fonctionne en boucle ouverte.

- Elle nécessite au moins deux stations de mesure sur la voie principale, une en amont et l'autre en aval.
- Elle nécessite le calibrage de plusieurs paramètres tels que la capacité ainsi que la densité critique en aval de l'accès. Cette procédure de calibrage est très lourde. De plus une mauvaise estimation de la valeur de la capacité conduit soit à une congestion de l'autoroute, si la capacité déterminée est sur-estimée par rapport à la capacité réelle ou à une sous-utilisation si cette valeur est sous-estimée par rapport à la capacité réelle de l'autoroute [109].

### Stratégie Demande Capacité INRETS (DCI)

Il s'agit d'une variante de la stratégie DCS qui utilise un troisième capteur installé au niveau de l'accès sur la route principale pour prendre en compte l'état de la congestion à cet endroit. Avec trois stations de mesure, la DCI peut suivre la propagation des congestions (voir figure 3.8).

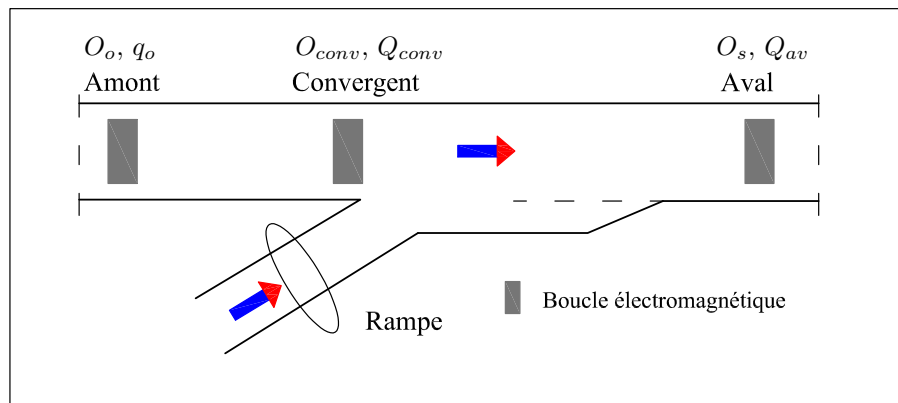


FIGURE 3.8 – Équipement d'un accès pour une stratégie DCI

Le débit de rampe  $q_r$  est calculé par la relation suivante :

$$q_r = \alpha[\beta Q_{ca} + \Gamma(1 - \beta)Q_{av} - q_o] + (1 - \alpha)q_{r_{min}} \quad (3.3)$$

Quatre états de trafic peuvent être différenciés [105] :

- En régime fluide ( $\alpha = \beta = \Gamma = 1$ ) : le calcul du débit de rampe  $q_r$  est identique au calcul de la DCS :  $q_r = Q_{ca} - q_o$ .
- En cas de congestion en aval ( $\alpha = \Gamma = 1$  ;  $\beta = 0$  ;  $q_r = Q_{av} - q_o$ ) cette stratégie utilise le débit aval mesuré ( $Q_{av}$ ) à la place de la capacité ( $Q_{ca}$ ) :  $q_r = Q_{av} - q_o$ .
- Dans le cas où la congestion remonte jusqu'au convergent ( $\alpha = 1$  ;  $\Gamma = 0.9$  ;  $\beta = 0$ ), afin de réduire progressivement le débit de l'accès, la consigne est multipliée par un facteur  $\Gamma (< 1)$  :  $q_r = \Gamma Q_{av} - q_o$ .
- Si la congestion continue sa remontée jusqu'à la station en amont ( $\alpha = 0$  ;  $\Gamma = 0$ ), la stratégie impose un débit de rampe minimum ( $q_{r_{min}}$ ).

**Avantages :**

- Cette stratégie prend en compte également des variations du trafic en temps réel.
- Elle suit la propagation des congestions assez finement.

#### Inconvénients :

- Elle fonctionne en boucle ouverte et est donc très sensible aux variations et aux diverses perturbations.
- Elle nécessite au moins trois stations de mesure sur la route principale.
- Trop de paramètres doivent être calibrés : la capacité ainsi que la densité critique sur chaque point de mesure.

#### Stratégie Taux d'occupation

Cette stratégie est très économique en nombre de capteurs. Elle ne nécessite qu'un seul capteur situé à l'amont de la rampe (cf. Figure 3.9) pour mesurer le taux d'occupation. Elle est basée sur une loi de commande qui définit le débit de rampe  $q_r$  afin de compléter la demande en amont  $q_o$  pour atteindre la capacité de l'autoroute en aval  $Q_{ca}$  [108].

La loi de commande est régie par la relation :

$$q_r = \beta p(O_o - Sh) + q_{r_{min}} \quad (3.4)$$

où  $O_o$  est le taux d'occupation mesuré en amont.  $Sh$  est le seuil haut du taux d'occupation en amont.  $p$  est la pente de la droite de commande :  $p = \frac{q_{r_{min}} - q_{r_{max}}}{Sh - Sb}$ , où  $q_{r_{max}}$  est la capacité de la rampe et  $Sb$  est le seuil bas du taux d'occupation en amont.  $\beta$  est une constante dépendant de l'état du trafic au niveau de la boucle amont.  $\beta = 1$  en situation fluide et  $\beta = 0$  en situation congestionnée.

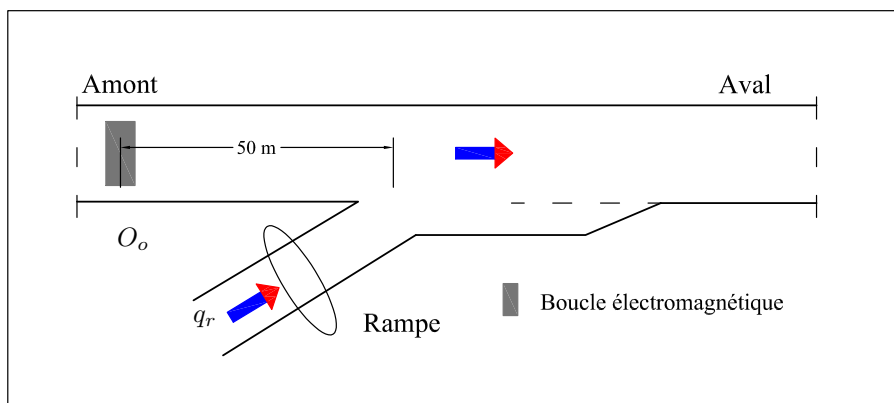


FIGURE 3.9 – Position du capteur pour la stratégie taux d'occupation

#### Avantages :

- Cette stratégie prend également en compte des variations du trafic en temps réel.
- Elle est simple à mettre en oeuvre : une seule station de mesure est utilisée.

#### Inconvénients :

- Elle fonctionne en boucle ouverte.

- Trop de paramètres doivent être calibrés : le seuil bas ( $Sb$ ) et le seuil haut ( $Sh$ ) du taux d'occupation en amont, le débit de commande maximum ( $q_{r_{max}}$ ) et minimum ( $q_{r_{min}}$ ).
- Comme la station de mesure est placée en amont de l'accès, cette stratégie réagit en retard à l'apparition des congestions en aval de l'accès.

### Stratégie de Wotten & Jeffreys

C'est la première stratégie à être installée sur une autoroute en Angleterre [110]. Cette stratégie, comme les précédentes, vise à obtenir un flux total (flux de la route principale plus flux provenant de la rampe) égal à la capacité de la route en aval (voir figure 3.10). La mise à jour de cet algorithme est effectuée toutes les 3 minutes et conditionne directement le basculement des feux :

Si  $q_r + q_o > Q_{ca}$  le fonctionnement de la signalisation est basculé au rouge.

Si  $q_r + q_o < Q_{ca}$  le fonctionnement de la signalisation est basculé au vert.

A la différence des autres stratégies citées plus haut, l'algorithme de Wotten & Jeffreys considère une capacité  $Q_{ca}$  variable. Sa valeur est définie par les mesures et les calculs des débits  $Q_{av}$  et des vitesses  $V_{av}$  en aval.

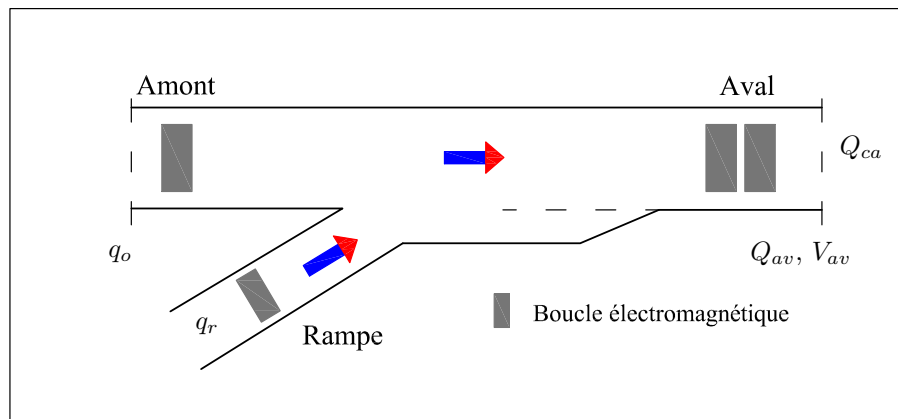


FIGURE 3.10 – Implantation des capteurs de la stratégie W&J

#### Avantages :

- Cette stratégie prend également en compte des variations du trafic en temps réel.
- Elle est très réactive et plus performante.
- Elle permet une grande optimisation du nombre de véhicules entrants de la rampe.

#### Inconvénients :

- Elle fonctionne en boucle ouverte.
- Trop de paramètres doivent être calibrés :
  - Les débits ;
  - La vitesse moyenne en aval ;
  - La durée minimale et maximale de Vert ;
  - La durée minimale et maximale de Rouge.

De plus, le processus de calibrage est très difficile à réaliser et il nécessite un recueil de données important.

- Elle nécessite deux capteurs, un à l'amont de la rampe d'accès et l'autre sur la rampe d'accès, plus un troisième différent des autres pour mesurer à la fois le débit ainsi que la vitesse moyenne à l'aval de la rampe d'accès.
- Le fonctionnement n'est pas autonome puisqu'il n'y a pas de notion de cycle : l'arrêt du recueil de données conduit immédiatement à l'arrêt du fonctionnement des feux, contrairement aux autres stratégies dont les feux peuvent continuer à fonctionner sur la base des dernières valeurs calculées des cycles [105].

### Stratégie du Rijkswaterstaat (RWS)

Cette stratégie est aussi nommée stratégie hollandaise. Elle est dérivée de la stratégie DCS (voir figure 3.11). Le débit de rampe  $q_r$  est égal à la variation de la mesure du débit amont  $q_o$  et de la capacité  $Q_{ca}$  de l'autoroute en aval (voir Eq. 3.5). Les vitesses en amont ainsi qu'en aval de la rampe d'accès sont mesurées. Les congestions peuvent être détectées à partir du diagramme fondamental vitesse-débit (voir figure 3.12). Le but est d'éviter la situation où le trafic arrive au point de déclenchement [109] [111].

Dans cet objectif et afin d'illustrer le fonctionnement de cette stratégie, nous fixons le seuil pour le débit (par exemple 75% de la capacité) et la vitesse moyenne (par exemple 70  $km/h$ ) si ces seuils sont dépassés, la loi de commande est activée. Il est possible également de désactiver la commande en définissant des seuils bas pour la vitesse et le débit, par exemple 68% de la capacité pour le débit et 80  $km/h$  pour la vitesse [112]. Enfin, si les mesures des vitesses sont inférieures à 35  $km/h$ , la stratégie impose un débit de rampe minimum  $q_{r_{min}}$  [105].

$$q_r = \beta(Q_{ca} - q_o) + (1 - \beta)q_{r_{min}} \quad (3.5)$$

où  $\beta$  est la constante binaire ; en situation fluide  $\beta = 1$ , en situation congestionnée  $\beta = 0$ . La durée du cycle de feux  $C$  peut être calculée comme suit [112] :

$$C = \frac{n \times 3600}{q_r} \quad (3.6)$$

où  $n$  est le nombre de voies de la rampe d'accès.

#### Avantages :

- Cette stratégie prend également en compte les variations du trafic en temps réel.
- Bien qu'il y ait beaucoup de seuils à définir (seuil de vitesse, débit minimal  $q_{r_{min}}$ ), le calibrage (capacité à l'aval  $Q_{ca}$ ) est assez aisé.

#### Inconvénients :

- Elle fonctionne en boucle ouverte et n'est donc pas très efficace en cas de perturbation.
- Elle nécessite au moins deux stations de mesure sur la route principale.



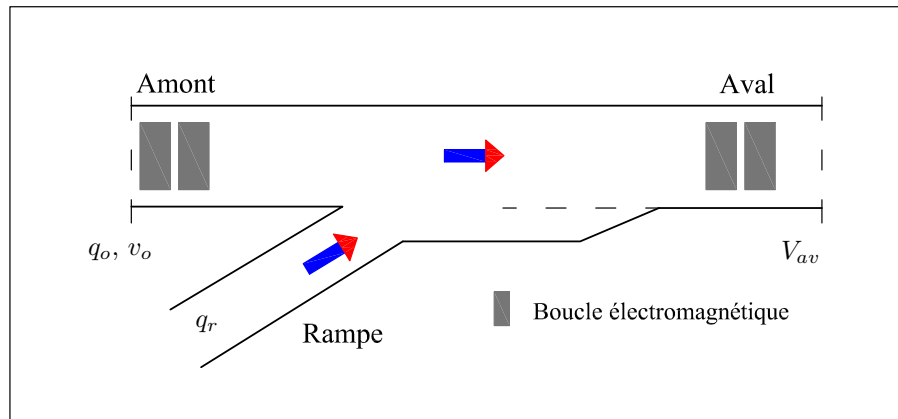


FIGURE 3.11 – Implantation des capteurs de la stratégie RWS

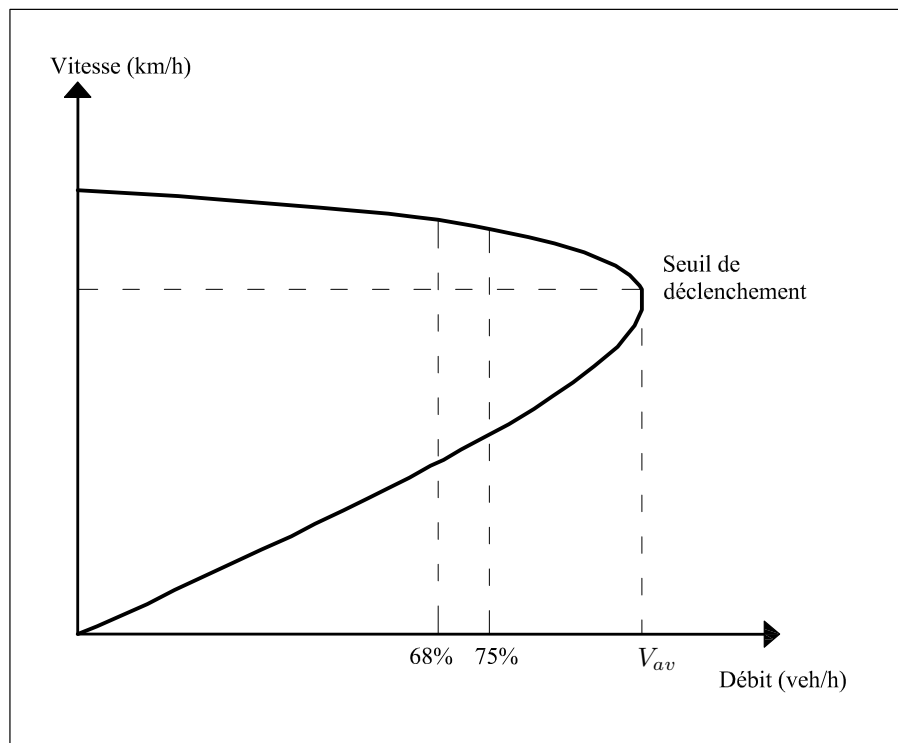


FIGURE 3.12 – Diagramme fondamental vitesse-débit pour la stratégie RWS

### Stratégie ANCONA

Cette stratégie est basée sur la théorie des trois phases du trafic<sup>1</sup> mise au point par Kerner [113] [114]. La stratégie d'ANCONA est basée sur la transition entre le régime fluide et le régime synchronisé. Lorsque le régime synchronisé commence, l'algorithme d'ANCONA (cf. Figure 3.13) s'active en commutant entre un débit haut et un débit bas de la rampe d'accès [115].

L'algorithme d'ANCONA est basé sur le système d'équations suivant :

$$q_r(k) = \begin{cases} q_{r1} & \text{Si } V_{moyen}(k) \leq V_{congestion} \\ q_{r2} & \text{Si } V_{moyen}(k) > V_{congestion} \end{cases} \text{ où } q_{r1} < q_{r2} \quad (3.7)$$

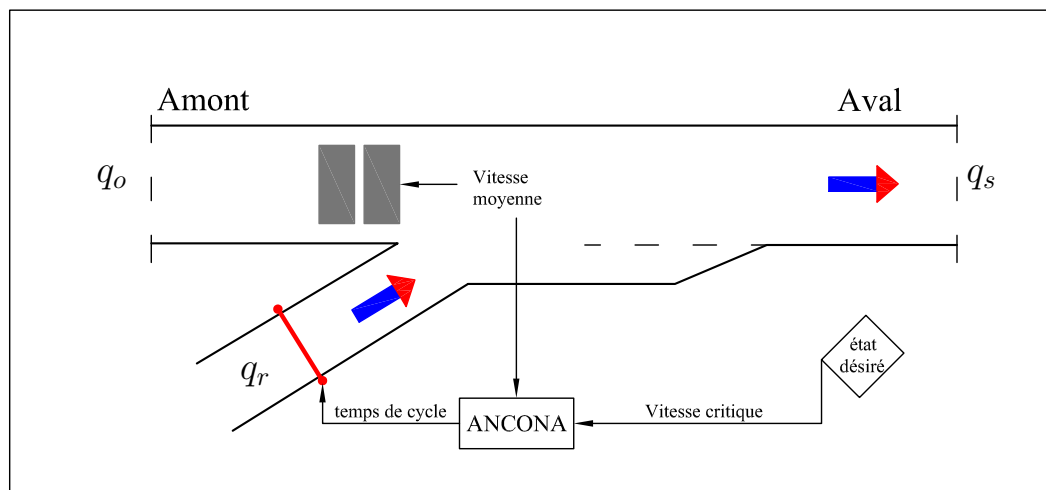


FIGURE 3.13 – Algorithme ANCONA

Dans [115], cette stratégie a été comparée à la stratégie ALINEA décrite dans la section 3.5.3.2. Les résultats montrent qu'ANCONA génère un flux plus important sur la voie principale ainsi que sur la rampe d'accès. Par conséquent, une réduction du temps d'attente sur la rampe d'accès peut être obtenue. Un autre avantage d'ANCONA est qu'elle empêche la propagation des congestions vers l'amont de la rampe d'accès. Dans [116] Papageorgiou et al. ont répondu à ces conclusions en défendant la stratégie ALINEA.

#### 3.5.3.2 Régulation d'accès en boucle fermée

Les stratégies décrites dans cette section concernent la régulation d'accès en boucle fermée. Elles sont reconnues comme des méthodes robustes et plus précises que les stratégies en boucle ouverte.

1. Cette théorie se concentre principalement sur l'explication physique de la dégradation des conditions de trafic et des embouteillages résultants sur les autoroutes. A la différence des théories classiques basées sur le diagramme fondamental du trafic qui distinguent deux phases ou régimes (trafic fluide ou congestionné), la théorie de Kerner propose trois phases. Elle distingue en effet deux régimes de congestion, le débit synchronisé et les congestions majeures et mobiles, ce qui porte à trois le nombre total de régimes : le régime fluide (F), le régime synchronisé (S) et les congestions majeures et mobiles (J).

### Stratégie ALINEA

La stratégie ALINEA (Asservissement Linéaire d'entrée sur Autoroute) est la première stratégie de régulation d'accès en boucle fermée. Elle a été proposée par Papageorgiou et al. [117]. ALINEA est basée sur la théorie des systèmes asservis du premier ordre. Le schéma ci-dessous figure 3.14 permet de localiser les détecteurs nécessaires au fonctionnement de l'algorithme.

La stratégie ALINEA est basée sur l'expression suivante [118] :

$$q_r(k) = q_r(k-1) + K_R[O_c - O(k-1)] \quad (3.8)$$

où

$q_r(k)$  représente le débit calculé qui sera appliqué sur la bretelle d'accès pour la régulation lors du prochain cycle.

$q_r(k-1)$  est le débit mesuré sur la bretelle d'accès durant le cycle précédent.

$K_R$  est la Constante ou le gain de la régulation. L'expérience sur le terrain a montré que  $K_R = 70 \text{ veh/h}$ .

$O_c$  correspond au d'occupation critique (au delà duquel il y a saturation, déduit de la courbe débit/taux) sur la section courante.

$O(k-1)$  est le taux d'occupation de la section courante, mesuré à l'intervalle de temps précédent en section courante.

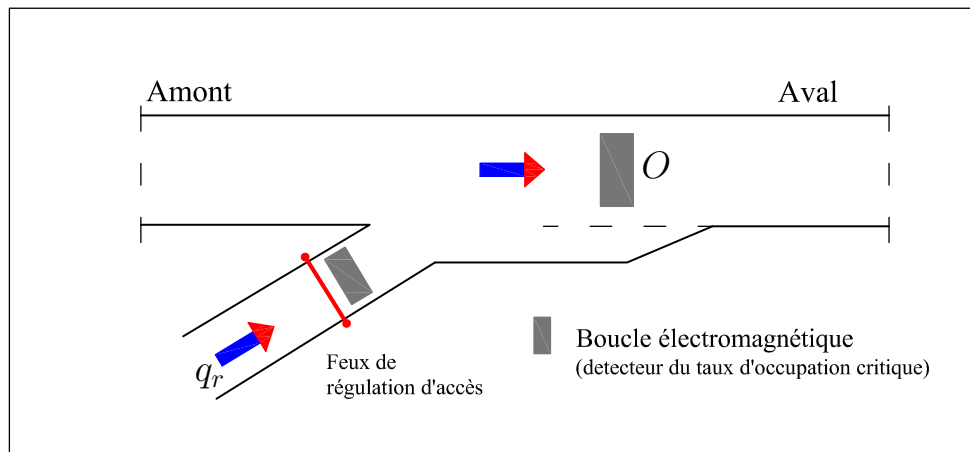


FIGURE 3.14 – Algorithme ALINEA

La stratégie ALINEA, comme celles en boucle ouverte, a pour but de maintenir le taux d'occupation (ou la densité) au niveau du convergent aux environs de la valeur désirée ( $O_c$ )<sup>2</sup>. Ce qui correspond à une maximisation du débit sur la voie principale [119].

#### Avantages :

- Cette stratégie prend en compte également des variations du trafic en temps réel.
- Seule une station de recueil de données doit être installée sur l'autoroute.

2. Généralement, cette valeur est légèrement inférieure à la valeur critique.

- Elle fonctionne en boucle fermée et est donc relativement robuste aux perturbations.
- Elle est stable si le réglage est optimal.
- Deux paramètres seulement doivent être calibrés : la valeur désirée du taux d'occupation  $O_c$  à l'aide du diagramme fondamental de la station en aval et le gain (paramètre) du régulateur  $K_R$ .

**Inconvénients :**

- Le réglage des paramètres est peu aisé en particulier  $K_R$ . Surtout, le réglage de ce coefficient est à réaliser sur le terrain.
- Le risque d'instabilité : plus  $K_R$  est important plus la commande est réactive, provoquant des instabilités. Cependant, plus  $K_R$  est faible et plus la commande des feux est en retard sur l'apparition des congestions.

La stratégie ALINEA a connu un grand succès au niveau mondial. C'est l'algorithme qui est le plus appliqué dans le monde. Il existe beaucoup d'études réalisant des comparaisons avec des stratégies existantes. Toutes les études montrent l'avantage d'ALINEA en termes d'économie d'installation ainsi que de performance de fonctionnement. Pour plus de détails sur cet aspect, le lecteur peut consulter [118] [120] [116] [121].

Des variantes d'ALINEA ont été proposées afin de résoudre quelques problèmes dont ALINEA ne tient pas compte et de répondre à des besoins spécifiques que nous allons expliciter (voir [108]).

**Stratégie FL-ALINEA** : Cette stratégie est basée sur les mesures du débit en aval au lieu du taux d'occupation. Elle peut être donnée par l'équation suivante :

$$q_r(k) = \beta(q_r(k-1) + K_F[Q_d - Q_{av}(k-1)]) + (1 - \beta)q_{rmin} \quad (3.9)$$

où  $Q_d$  est le débit désiré en aval.  $Q_{av}$  est le débit mesuré en aval.  $K_F$  est le paramètre de régulateur.  $\beta$  est une constante binaire ; en situation fluide  $\beta = 1$  si  $O_{av}(k-1) \leq O_c$ , en situation congestionnée  $\beta = 0$  si  $O_{av}(k-1) > O_c$ .

**Avantages :**

- Elle évite la mesure de l'occupation qui ne fait pas directement partie des variables d'états de flux de trafic (la densité  $\rho$ , la vitesse moyenne  $v$  et le débit  $q$ ). Ainsi, il faut convertir cette variable en densité. La conversion ne peut pas être précise en raison de la composition du trafic, véhicules légers, poids lourds, etc.
- Dans le cas d'un grand réseau contenant plusieurs rampes d'accès, il est plus facile de spécifier des valeurs désirées pour le débit plutôt que des occupations [108].

**Inconvénient :**

- Selon [108], cette stratégie n'est pas recommandée puisqu'elle vise un débit  $Q_d$  qui doit être choisi inférieur à  $Q_{ca}$ . En effet, dans un cas réel avec la présence du bruit si  $Q_d = Q_{ca}$ , la stabilité du système ne peut pas être garantie.

**Stratégie UP-ALINEA** : Cette stratégie utilise les mesures du taux d'occupation en amont de la rampe d'accès pour estimer la valeur du taux d'occupation en aval. Cette situation peut être rencontrée lors de l'application d'ALINEA alors que seules les stations de mesures en amont sont disponibles. Dans ce cas, la stratégie ALINEA peut être appliquée en utilisant les seules mesures disponibles des taux d'occupation en amont selon

l'expression suivante.

$$q_r(k) = q_r(k-1) + K_R[O_c - \hat{O}_{av}(k-1)] \quad (3.10)$$

où  $O_c$  est le taux d'occupation critique en section courante.  $\hat{O}_{av}$  est la valeur estimée du taux d'occupation en aval, il est donné par l'équation suivante :

$$\hat{O}_{av}(k) = O_o(k) \left[ 1 + \frac{q_r(k)}{q_o(k)} \right] \frac{\lambda_o}{\lambda_{av}} \quad (3.11)$$

$\lambda_o$  et  $\lambda_{av}$  représentent le nombre de voies en amont et en aval de la route principale, respectivement.

**Avantage :**

- Elle ne nécessite pas d'installer d'autres boucles en aval de la rampe d'accès.

**Inconvénient :**

- Elle dépend de la valeur du taux d'occupation  $\hat{O}_{av}$  qui est estimé à partir de la valeur mesurée ce qui peut générer des imprécisions.

**Stratégie UF-ALINEA :** Cette stratégie a été proposée pour la même raison que la stratégie UP-ALINEA. Elle est donc basée sur les mesures (le débit  $q_o$  et le taux d'occupation  $O_o$ ) en amont de la rampe d'accès. L'objectif est d'implanter FL-ALINEA en utilisant des mesures effectuées en amont de la rampe. UF-ALINEA est donnée par l'équation suivante :

$$q_r(k) = \beta(q_r(k-1) + K_F[Q_d - \hat{Q}_{av}(k-1)]) + (1 - \beta)q_{r_{min}} \quad (3.12)$$

où  $Q_d$  est le débit désiré en aval.  $\hat{Q}_{av}(k-1) = q_o(k-1) + q_r(k-1)$ .  $K_F$  est le paramètre de régulateur.  $\beta$  est la constante binaire ; en situation fluide  $\hat{O}_{av}(k-1) \leq O_c$ ,  $\beta = 1$ , en situation congestionnée  $\hat{O}_{av}(k-1) > O_c$ ,  $\beta = 0$ .  $\hat{O}_{av}$  est calculé par l'expression 3.11.

**Avantage :**

- Elle ne nécessite pas d'installer d'autre boucle en aval de la rampe d'accès.

**Inconvénients :**

- Elle dépend des valeurs du taux d'occupation  $\hat{O}_{av}$  et du débit  $Q_{av}$  qui sont estimées à partir de la valeur mesurée ce qui peut générer des imprécisions.
- Cette stratégie n'est pas recommandée puisqu'elle vise un débit  $Q_d$  qui doit être choisi en dessous de  $Q_{ca}$  [108]. Cela veut dire qu'on ne peut jamais arriver à la capacité maximale par cette stratégie ce qui est pourtant le but principal de la régulation d'accès.

**Stratégie X-ALINEA/Q<sup>3</sup> :** Généralement, la régulation d'accès a un effet secondaire indésirable. En effet, elle conduit à la formation d'une file d'attente sur la rampe. Si la file d'attente dépasse une certaine longueur, elle va déborder sur les voies adjacentes (une autre autoroute ou un réseau secondaire, par exemple). La stratégie X-ALINEA/Q a pour but d'éviter ce problème. Une fois la longueur maximale de la file d'attente atteinte, l'action du régulateur est annulée de façon à permettre à un nombre plus important de

---

3. X est un symbole pour considérer toutes les stratégies d'ALINEA c'est-à-dire FL, UP, et UF - ALINEA. Q est un symbole représentant la file d'attente sur la rampe d'accès.

voitures d'accéder à la voie principale. Cette stratégie prend ainsi en compte la file d'attente et peut être résumée par les équations suivantes.

Dans un premier temps, l'équation de conservation, décrivant la dynamique de la file d'attente est donnée par :

$$w(k+1) = w(k) + T[d(k) - \bar{q}_r(k)] \quad (3.13)$$

où  $w(k)$ ,  $d(k)$  et  $\bar{q}_r(k)$  représentent la file d'attente, la demande de la rampe et le débit de la rampe entrant sur la voie principale à l'instant  $k$ , respectivement.  $T$  est le pas de temps.

En supposant  $d(k) \approx d(k-1)$  et  $w_{max}$  comme la longueur maximale de la file d'attente sur la rampe. Le débit étant autorisé à entrer sur la voie principale peut être obtenu par l'équation suivante :

$$\bar{q}_r(k) = -\frac{1}{T}[w - w(k)] + d(k-1) \quad (3.14)$$

Dans le cas où le débit de la rampe est faible. l'équation 3.14 peut provoquer une file d'attente inutile. Pour limiter ce problème, le débit qui est autorisé à entrer sur la route principale est donné par :

$$q_R(k) = \max\{q_r, \bar{q}_r\} \quad (3.15)$$

où  $q_r$  est le débit de la rampe obtenu par l'une des stratégies FL, UP où UF-ALINEA.

**Stratégie V-ALINEA** : C'est une autre version de la stratégie ALINEA. Elle a été proposée par Middelham et al. [111] [122]. Elle utilise les mesures de vitesse moyenne au lieu du taux d'occupation. Le capteur est installé au niveau de la rampe d'accès (voir figure 3.15). Selon le diagramme fondamental (vitesse moyenne  $v$  - densité  $\rho$ ), la vitesse moyenne constitue une information aussi pertinente que le taux d'occupation pour différencier les états fluide et congestionné du système.

Cette stratégie peut être représentée par l'équation suivante :

$$q_r(k) = q_r(k-1) - K_V[V_c - V_{merge}(k-1)] \quad (3.16)$$

où  $K_V$  est un paramètre du régulateur.  $V_c$  est la vitesse moyenne critique (vitesse moyenne pour laquelle le flux est maximal).  $V_{merge}$  est la vitesse moyenne mesurée au niveau de la rampe d'accès.

Cette stratégie a été comparée à la stratégie RWS. Les résultats montrent que leurs performances sont approximativement les mêmes. Par contre, la stratégie V-ALINEA peut avoir un mauvais comportement du fait de son caractère empirique [109]. Dans ce cas, il faut utiliser la valeur mesurée au lieu de la valeur calculée du débit de la rampe  $q_r(k)$  dans l'équation 3.16 pour le prochain pas de temps  $q_r(k-1)$ . Enfin, la stratégie V-ALINEA peut être combinée avec X-ALINEA/Q comme les autres variantes d'ALINEA.

### Inconvénients :

- Un inconvénient de la stratégie V-ALINEA est la difficulté à calibrer ses paramètres.
- Un deuxième inconvénient est que la vitesse moyenne chute brusquement en passant d'un régime fluide à un régime congestionné [109].

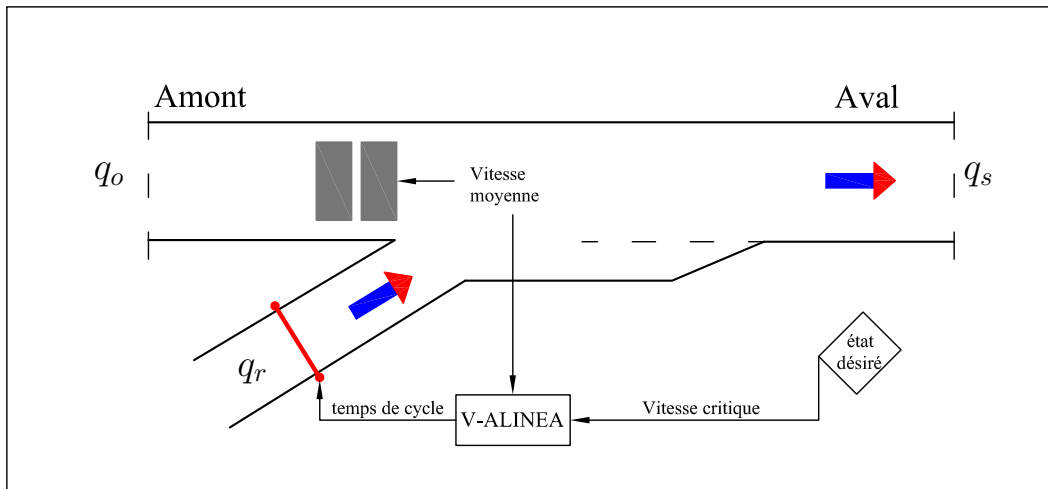


FIGURE 3.15 – Algorithme V-ALINEA

### Régulation d'accès basée sur la commande par retour d'état

Cette stratégie a été proposée par Kohan [59]. Elle peut conduire le système à son état désiré lorsque il est perturbé par un flux de trafic instable ou lorsque les mesures sont bruitées. De plus, les modèles de flux de trafic ne peuvent pas caractériser tous les comportements d'un système de flux de trafic. Cette stratégie peut réagir vis-à-vis de ces incertitudes et aboutir à une stabilisation exponentiellement asymptotique du système.

Le contrôle d'accès peut être donné par les équations suivantes :  
 D'abord, on définit le modèle macroscopique utilisé : pour une section d'autoroute (cf. Figure 3.16), le modèle défini dans le chapitre 1 est utilisé :

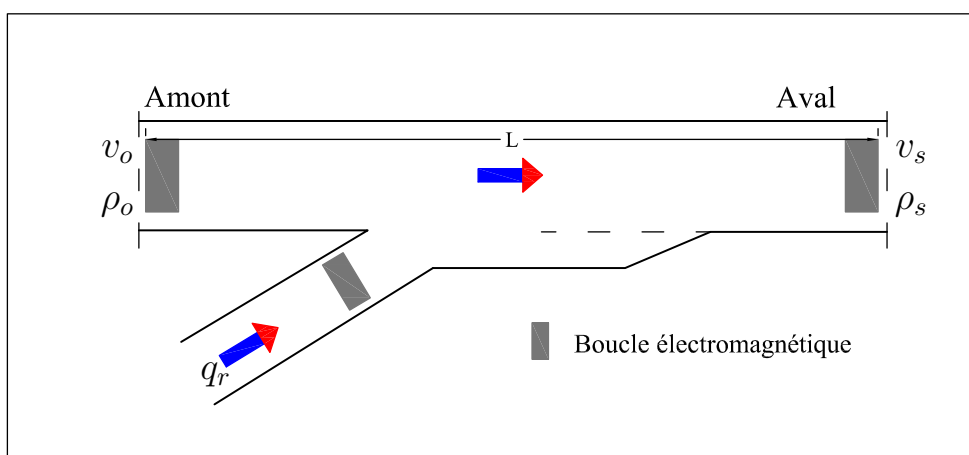


FIGURE 3.16 – Algorithme de Kohan

$$\dot{\rho} = \frac{1}{L} (q_o - \alpha \rho v - (1 - \alpha) \rho_s v_s + q_r - q_{av}) \quad (3.17)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{\tau} (V(\rho) - v) + \frac{\eta}{L} v (v_s - v) + \frac{\nu}{L} (\rho - \rho_s) - \frac{\delta}{L} v q_{av} + \psi_O \quad (3.18)$$

Ensuite, une équation de commande non linéaire est construite, grâce à l'équation suivante :

$$w = -k_2 \bar{z}_2 - \bar{z}_1 - \frac{1}{4} \bar{z}_2 \zeta(\bar{z}_1)^2 + \varepsilon(\bar{z}_2) \quad (3.19)$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont des paramètres du régulateur.

On pose

- $\bar{z}_1 = z_1 = x_2$ .
- $\bar{z}_2 = -m_1 x_1 - m_2 x_2 - \frac{\eta}{x_2^2} + (k_1 + \theta_m) z_1 - \pi(z_1)$ .
- $\pi(z_1) = -\psi_m \text{sign}(z_1)$ .
- $\theta_m = \eta l V_{max}$ .  $V_{max} \simeq 2v_d$ .
- $\psi_m \geq |\psi|$ .
- $\psi = \frac{\nu}{L} (\rho_d - \rho_s) + \frac{\eta}{L} v_d (v_o - v_d) - \frac{\delta}{L} q_{av} + \psi_o$ .
- $\varepsilon(\bar{z}_2) = -\frac{1}{2} \xi_m (1 + \text{sign}(\bar{z}_2)) + \frac{1}{2} \xi_M (1 - \text{sign}(\bar{z}_2))$ .

avec  $\xi_m$  et  $\xi_M$  sont des constantes avec une valeur positive.

Les signaux intermédiaires  $v$  et  $v_s$  de la commande sont alors calculés par :

$$w = v + (k_1 + \theta_m)(\bar{z}_2 - (k_1 + \theta_m)\bar{z}_1 + \pi(\bar{z}_1)) \quad (3.20)$$

$$v = v_s - m_2 z_2 - 2\eta l z_1 z_2 \quad (3.21)$$

La variable de retour d'état est définie par :

$$u = \alpha l x_1 x_2 + p_1 x_1 + p_2 x_2 - \frac{1}{m_1} v_s \quad (3.22)$$

à partir de laquelle le débit d'entrée peut être donné par :

$$u = \frac{1}{L} q_r \quad (3.23)$$

Cette stratégie a été comparée à ALINEA ainsi qu'à la commande par réseau de neurones artificiels [59]. Selon les résultats, nous pouvons conclure que cette stratégie donne un meilleur résultat ; par rapport aux autres stratégies elle réagit plus rapidement vis-à-vis des perturbations dans le système. Elle converge plus rapidement et peut être appliquée facilement pour la régulation d'accès. La robustesse des stratégies a été testée ; les valeurs des paramètres ont un effet moins important dans le cas de la stratégie Kohan. Les tests de performance et de stabilité donnent toujours un avantage à cette stratégie par rapport aux autres.

Néanmoins, parmi les inconvénients de cette stratégie sont la difficulté de calcul et le fait qu'elle soit basée sur les techniques des systèmes à structure variable d'ordre premier. En raison du phénomène de commutation, le signal du régulateur oscille et peut donc endommager physiquement les actionneurs. Pour combler cette lacune, dans le chapitre 5, nous proposons un nouvel algorithme basé sur les techniques des systèmes à structure variable d'ordre supérieur nommé STSM qui est caractérisé par un calcul moins complexe avec moins d'oscillations au niveau du régulateur.



### La stratégie goutte à goutte

Dans cette stratégie, au lieu de calculer une durée de cycle pour un peloton de véhicules, celle-ci est calculée uniquement pour le passage d'un véhicule (1 véh/vert) ou deux véhicules (2 véh/vert) [5].

#### Avantages :

- Cette technique permet d'éviter l'insertion de pelotons.
- La plupart des stratégies de régulation d'accès (en boucle ouverte ainsi qu'en boucle fermée) peuvent fonctionner dans ce mode

#### Inconvénients :

- L'inconvénient majeur est la limitation du débit maximal réalisé qui ne peut pas excéder les 900 véh/h/voie. Par conséquent, pour des accès dont la demande est supérieure à ce débit maximal, cette stratégie ne peut pas s'appliquer.
- Mis à part le nombre de boucles installées sur la voie principale selon la stratégie de régulation d'accès appliquée, la technique du goutte à goutte nécessite 3 boucles supplémentaires sur la rampe d'accès.

### Régulation d'accès par la commande optimale

L'objectif de ce qu'on appelle la commande optimale consiste à commander un système en minimisant ou en maximisant un critère éventuellement en satisfaisant un certain nombre de contraintes.

Le critère de performance peut être défini par une fonction objectif. Dans le domaine du trafic routier, une fonction objectif peut être définie comme le temps de trajet total  $TTT$ , le temps d'attente total au niveau des origines du réseau  $TAT$ , la distance de trajet totale  $DTT$ , ou la quantité de carburant consommée [123].

En [124], une stratégie de commande optimale non linéaire a été conçue. Le but, comme pour les stratégies de commande par retour d'état, est d'assurer que  $\rho \leq \rho_c$ , la valeur du débit de la rampe est optimisé de sorte que la fonction objectif (voir Eq. 3.24) ait une valeur minimale. Considérons l'équation 3.17, la fonction objectif de cette stratégie est calculée de la façon suivante :

$$J_{q_r} = \sum_{k=1}^{k_f} \left[ (q_r(k) - q_{r_m})^2 + a_f (\rho(k) - \rho_c(k))^2 \right] \quad (3.24)$$

où  $k_f$  est le temps final de la simulation.  $\rho_c$  est la densité critique.  $q_{r_m}$  est le débit maximal qui peut entrer sur la route principale en provenance de la rampe.  $a_f$  est un paramètre de pondération. Pour pouvoir mettre en oeuvre une commande par retour d'état, soit il faut intégrer la structure PID avec un gain constant, soit intégrer le terme  $\lim_{k_f \rightarrow \infty} [\sum (\rho(k) - \rho_c(k))^2] \rightarrow 0$  qui peut garantir une stabilité asymptotique du système. Enfin, nous pouvons ajouter un autre terme dans la fonction objectif qui prend en considération la longueur de la file d'attente sur la rampe d'accès.

Dans [123], la fonction objectif est basée sur la minimisation du temps de trajet total  $TTT$  sur l'ensemble de la section autoroutière auquel est ajoutée la longueur de la file

d'attente sur l'origine de la section principale plus celle sur la rampe d'accès. Considérons toujours l'équation 3.17 et la figure 3.16, la fonction objectif peut être calculée à partir de l'expression suivante :

$$J_{q_r} = T \sum_{k=1}^{k_f} \left[ \rho(k)L\lambda + \sum_{ogn} W_{ogn}(k) + a_f (r(k) - r(k-1))^2 \right] \quad (3.25)$$

où  $\lambda$  est le nombre de voies sur la route principale.  $W_{ogn}$  est le nombre de véhicules dans la file d'attente sur chaque origine du réseau (l'origine de la section principale ainsi que la rampe).  $r$  est la valeur de la commande de la rampe d'accès. Le terme  $a_f (r(k) - r(k-1))^2$  a pour garantie la stabilité du système.

Dans la littérature, beaucoup d'autres stratégies de régulation d'accès peuvent être trouvées. Par exemple ; l'algorithme ARMS<sup>4</sup> qui intègre trois niveaux de commande (le niveau où le trafic est fluide, le niveau de la prédiction d'une congestion et le niveau de la résolution d'une congestion) regroupés dans un seul algorithme [125]. Cet algorithme testé sur des systèmes de flux de trafic simulés donne des résultats satisfaisants. La stratégie sur la logique floue<sup>5</sup> a été implémentée depuis 1999 et comparée avec ALINEA et ANCONA [109]. Les résultats associés à ces stratégies sont semblables [126]. Cette stratégie est très utile pour les systèmes non linéaires, surtout, lorsqu'un modèle précis n'est pas disponible [127]. Une autre stratégie de régulation d'accès est basée sur les réseaux de neurones artificiels (ANN)<sup>6</sup>. C'est une stratégie réactive isolée fonctionnant en boucle fermée. Un retour d'état non linéaire garantit le bon fonctionnement du système [128]. En [59], une comparaison a été établie entre plusieurs stratégies dont ANN et ALINEA. Selon ces résultats ces deux stratégies ont donné des résultats semblables. PI-ALINEA est une extension de la stratégie ALINEA [129] [130]. Elle apporte de nombreux avantages lorsque le capteur de mesure est installé relativement loin en aval de la rampe d'accès.

### 3.5.3.3 Régulation d'accès sans modèle

Comme son nom l'indique, la commande sans modèle<sup>7</sup>, n'a nul besoin d'un modèle de fonctionnement du trafic, par ailleurs, difficile à obtenir. Cette technique récente, est basée sur les méthodes d'estimation algébriques et utilise comme outils principaux (voir [131] [132] [133] [134] [135] pour les principes des techniques algébriques ainsi que sur la commande sans modèle) :

- l'analyse non standard,
- l'algèbre commutative,
- le calcul opérationnel, etc.

Le principe de cette stratégie peut être résumé comme suit : aux modèles du trafic usuels on substitue l'équation (du premier ordre) (3.26) dite "modèle phénoménologique, ou ultra local", car valable sur un très court laps de temps :

$$\dot{\rho} = F + \alpha u \quad (3.26)$$

où

- 
- 4. Advanced Real-time Metering System
  - 5. Fuzzy logic
  - 6. Artificial Neural Network
  - 7. Model-Free Control, en anglais.

- le paramètre constant  $\alpha$ , fixé par l'opérateur afin que les valeurs numériques de  $\alpha u$  et  $\dot{\rho}$  aient même ordre de grandeur, n'a pas a priori de valeur précise,
- la commande  $r(t)$ , qui vérifie  $r_{min} \leq r \leq r_{max}$ , représente le débit autorisé à entrer sur la voie principale<sup>8</sup>.

Elle est calculée grâce au correcteur *iPI* 3.27

$$r(t) = \frac{1}{\alpha} \left[ -[F]_e + \dot{\rho}^* + K_p e + K_I \int e \right] \quad (3.27)$$

où

- $\rho^*$  est la trajectoire de référence,
- $e = \rho_s - \rho^*$  est l'erreur.

L'expression

$$[F(k)]_e = [\dot{\rho}_s(k)]_e - \beta_r(k-1) \quad (3.28)$$

où

- le temps, noté  $k$ , est discrétisé,
- $[\bullet]_e$  indique une estimée de  $\bullet$ ,

fournit une estimée de  $F$

Comme avec la plupart des stratégies mises en pratique, nul besoin ici de modèles macroscopiques<sup>9</sup> [9] [10] [136] dont l'écriture, délicate, fait appel à des équations aux dérivées partielles. ALINEA est un régulateur intégral au sens classique. L'*iPI* 3.27 prend mieux en compte la complexité du trafic grâce au terme estimé  $[F]_e$ .

La Figure 3.17 illustre le principe général de cette commande.

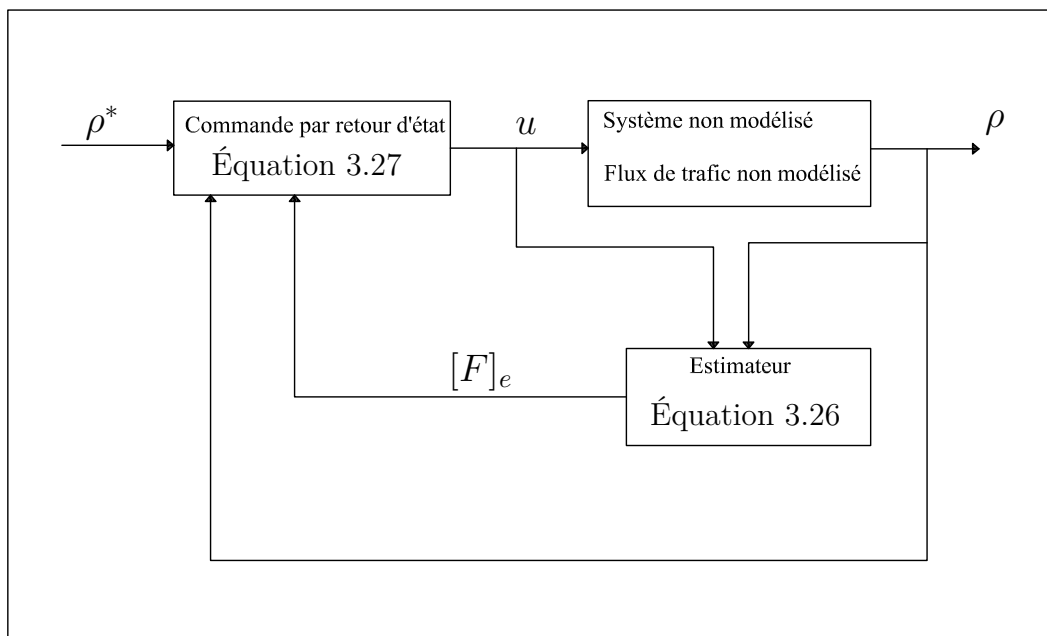


FIGURE 3.17 – Schéma d'une commande sans modèle

8. Si la rampe n'est pas contrôlée,  $r=1$ .

9. Ce type de modèles, basé sur trois variables principales : densité, débit et vitesse, est le mieux adapté pour décrire un réseau autoroutier de grande taille.

### 3.5.4 Stratégie proactive

Les stratégies proactives visent à atteindre les conditions de circulation optimales pour toute une autoroute ou d'un réseau d'autoroute sur la base de la demande et d'une prévision sur un horizon de temps fini. Pour ce faire, une nouvelle stratégie de commande appelée commande prédictive a été proposée.

Le principe de la commande prédictive consiste à optimiser une fonction de coût, qui décrit l'objectif de contrôle sur un horizon de temps fini. Afin de calculer la séquence de commandes qui permet d'obtenir les performances traduites par la formulation du critère d'optimisation, le contrôleur prédictif dispose d'un modèle (mathématique) du processus pour prédire son comportement. A chaque instant, une séquence de commandes optimales est calculée, minimisant la fonction de coût, dont seul le premier élément est appliqué au système. Cette procédure est reprise à la période d'échantillonnage suivante (voir figure 3.18), mettant à jour les paramètres courants du système (mesurés ou estimés), selon le principe de l'horizon fuyant.

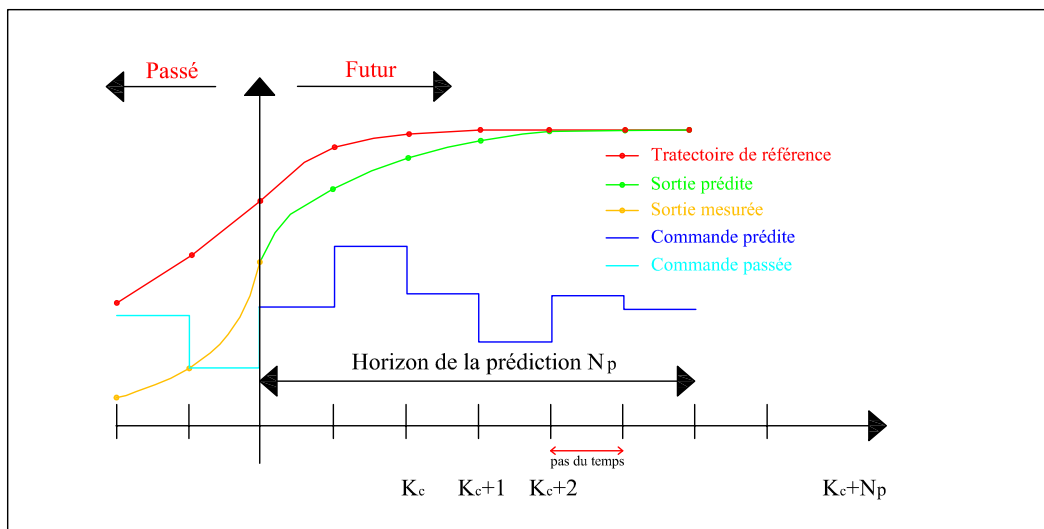


FIGURE 3.18 – La commande prédictive

Le concept fondamental de ce contrôle s'appuie sur le modèle de commande. Ainsi, sa précision devient déterminante pour les performances de contrôle. Pour un système de flux de trafic autoroutier, les étapes spécifiques de la loi de commande prédictive peuvent être synthétisées dans la figure ci-dessous [71].

En trafic autoroutier, c'est Hegyi qui a utilisé cette stratégie pour la première fois [12]. Il a introduit une commande intégrée composée de deux algorithmes de commande différents ; la commande de la rampe d'accès et la limitation dynamique de la vitesse mise en place en amont de la rampe d'accès sur l'autoroute principale. La commande prédictive est conçue sous la contrainte de la longueur de file d'attente sur la rampe d'accès. Considérons la figure 3.16, la fonction objectif (fonction de coût) est donnée par l'équation suivante :

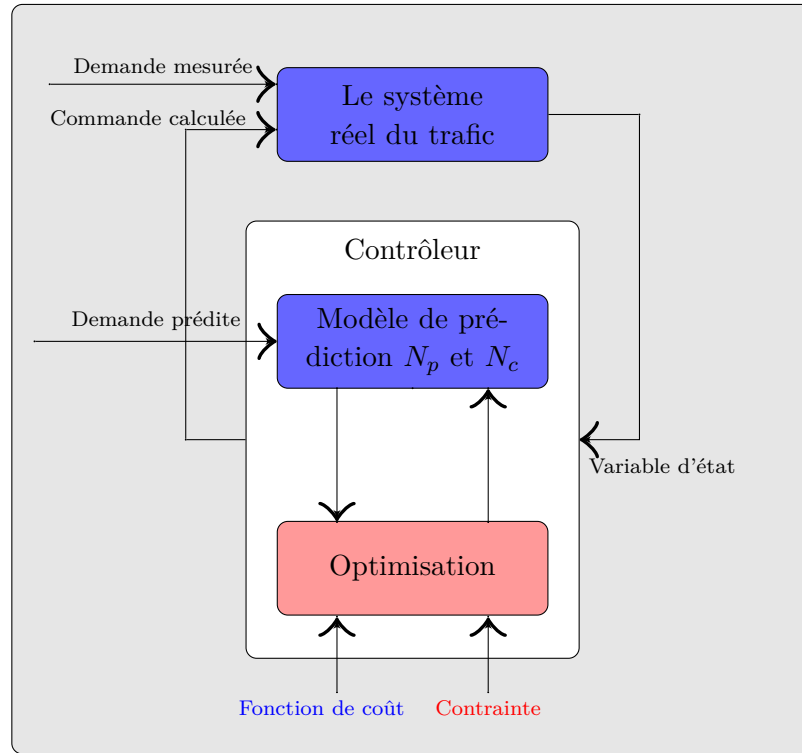


FIGURE 3.19 – Schéma de l'algorithme de la commande prédictive

$$\begin{aligned}
 J_{q_r}(k) = & T \sum_{j=k}^{k+N_p-1} \left\{ \rho(j)L\lambda + \sum_{ogn} W_{ogn}(j) \right\} \\
 & + \sum_{j=k}^{k+N_c-1} \left\{ a_f(r(j) - r(j-1))^2 \right. \\
 & \left. + a_v \left( \frac{v_{control}(j) - v_{control}(j-1)}{v_c} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

où  $a_f$  et  $a_v$  sont des paramètres avec des valeurs positives.  $v_{control}$  est la valeur de la vitesse dynamique contrôlée en amont de la rampe d'accès.  $r$  est la valeur de la commande de la rampe d'accès.  $k$  est le pas de temps de simulation.  $N_p$  est l'horizon de prédiction.  $N_c$  est l'horizon de la commande.  $k_c$  est le pas de temps de la commande.

#### Avantages :

- Elle optimise la situation du flux de trafic en prédisant la demande. Les contraintes peuvent aussi être intégrées dans l'optimisation.
- A chaque nouveau pas de temps, la commande s'ajuste s'il y a des erreurs dans les mesures ou dans les valeurs des variables d'états estimées (si les mesures sont estimées à partir d'un algorithme d'observation).
- Elle peut coordonner plusieurs rampes d'accès.
- Elle peut intégrer différents outils de commande, par exemple, le contrôle d'accès et la vitesse dynamique ou le contrôle d'accès et le routage dynamique, etc.

#### Inconvénients :

- Le temps de calcul associé à cette stratégie est très important. Ainsi, il est difficile

- de l'appliquer en temps réel.
- Elle s'appuie sur une fonction d'optimisation.

### 3.6 Les stratégies coordonnées

Les stratégies de contrôle isolé tendent à éliminer les congestions uniquement au niveau de l'accès. La dynamique globale du trafic sur l'axe où le réseau est régulé n'est pas prise en considération (apparition et propagation des congestions en amont et en aval de l'accès).

En revanche, l'objectif premier des stratégies de coordination des accès est le développement d'une commande globale avec prise en considération des états du trafic sur le réseau. C'est à dire qu'elle utilise l'ensemble des stations de mesures situées sur l'axe et les accès. Dans la littérature, plusieurs stratégies de régulation coordonnée ont été proposées avec des degrés de complexité divers [5].

La régulation d'accès coordonnée possède deux avantages [101] : le premier est de permettre une répartition plus équitable du temps d'attente dans les rampes. En effet, lorsqu'une congestion atteint une rampe contrôlée localement, cette rampe aura tendance à restreindre l'accès de manière à éviter que la congestion ne se propage sur l'axe principal alors que les autres rampes n'étant pas soumises à la congestion, ne participent pas à l'effort de fluidification du trafic. Le deuxième avantage est qu'elle est réalisée de manière globale ; il est donc naturel qu'elle fournisse de meilleurs résultats qu'une simple juxtaposition de stratégies locales indépendantes les unes des autres [137] [138].

Dans la suite, les principes de quelques stratégies de coordination sont décrits :

#### 3.6.1 Stratégie METALINE

METALINE<sup>10</sup> est basée sur l'application de la théorie de la commande linéaire quadratique [139] [140]. Elle nécessite l'application des méthodes classiques de résolution des équations de Ricatti. Elle peut être vue comme une généralisation et une extension multivariables d'ALINEA. Le modèle d'écoulement du trafic est linéarisé autour d'un point de fonctionnement désiré (capacité) en incluant la commande. Le critère à minimiser est un critère quadratique par rapport à l'état désiré et à la commande.

Cette stratégie a été mise au point par l'IFSTTAR<sup>11</sup> et expérimentée sur le Boulevard Périphérique de Paris et à Amsterdam [5] [141]. Si les mesures sur les différents accès et sur la route principale sont rapatriées au niveau d'un dispositif central de circulation en temps réel, METALINE fournira une régulation d'accès réellement optimale, en simulant l'écoulement du trafic à partir des mesures, ce qui permet de prévoir les conséquences en aval des décisions locales, puis d'optimiser les décisions [105]. Cette stratégie peut être

10. Modèle d'écoulement du trafic autoroutier linéarisé.

11. IFSTTAR, anciennement l'INRETS, est l'acronyme de l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux. L'INRETS est l'acronyme de l'Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité.

donnée par cette équation :

$$q_r(k) = q_r(k-1) - K_1(O(k) - O(k-1)) - K_2(T(k) - T_c) \quad (3.30)$$

où,  $q_r(k)$  est le vecteur constitué des débits calculés sur  $m$  accès à l'instant  $k$ .  $K_1$  et  $K_2$  sont les matrices de gains.  $O(k)$  est le vecteur des taux d'occupation mesurés sur les  $n$  stations à l'instant  $k$ .  $T(k)$  est le vecteur des taux d'occupation mesurés aux  $m$  accès à l'instant  $k$ .  $T_c$  est le vecteur des taux d'occupation critiques des  $m$  accès.

**Avantages :**

- Les perturbations imprévues (incident ou accident) sont prises en considération immédiatement.
- Elle peut mieux gérer le réseau autoroutier. Elle est intégralement automatique.

**Inconvénients :**

- Beaucoup de paramètres doivent être calibrés.
- De plus, la stratégie est extrêmement difficile à mettre en oeuvre.

### 3.6.2 Stratégies heuristiques

Dans la littérature deux autres stratégies se basant sur des algorithmes heuristiques ont été proposées ; L'algorithme HERO<sup>12</sup> et l'algorithme CORDIN<sup>13</sup>.

La stratégie HERO [142] [143] est une stratégie heuristique réactive qui fonctionne en boucle fermée. Son but est de coordonner plusieurs rampes d'accès sur un réseau autoroutier. Elle contient ALINEA et ses extensions en fonction du type des capteurs et leur position d'installation par rapport à la rampe d'accès (voir figure 3.20). Par exemple, dans le cas où on ne dispose pas de données en aval, la stratégie UP-ALINEA est utilisée. Cette stratégie peut aborder le problème d'incertitude sur la valeur de la capacité de l'autoroute en visant le taux d'occupation critique  $O_c$  pour lequel le flux peut être maximal sur le réseau autoroutier. Cette stratégie a été implémentée sur plusieurs sites. Les résultats montrent que son efficacité dépasse toutes les stratégies de régulation d'accès isolées [144].

La deuxième stratégie (voir figure 3.21) est basée sur une approche heuristique, dite CORDIN [145]. C'est une stratégie en boucle fermée. Elle a pour but de coordonner des rampes d'accès sur un axe autoroutier. Le principe est semblable à la stratégie HERO : il consiste à utiliser la capacité non-utilisée en amont de la rampe d'accès en cas de congestion sur l'autoroute en aval de la rampe d'accès. La seule particularité est la façon dont sont gérées les files d'attente sur les rampes d'accès. Les étapes de la stratégie CORDIN peuvent être données comme suit :

1. Appliquez ALINEA sur toutes les rampes d'accès. Calculez  $U_{al} = G_{ALINEA}/Cycle$ .  $U_{al}$  est le débit de la rampe autorisé à entrer sur l'axe autoroutier. ( $U_{al} \leq 1$ ,  $U_{al} = 1$  signifie que le flux est fluide).
2. Trouvez la position de la tête de la congestion en vérifiant la rampe ( $r_i$ ) où ALINEA est active ( $U_{al} < 1$ ) et la contrainte de la file d'attente n'est pas active.

12. HEuristic Ramp metering coOrdination

13. Coordinated control strategy

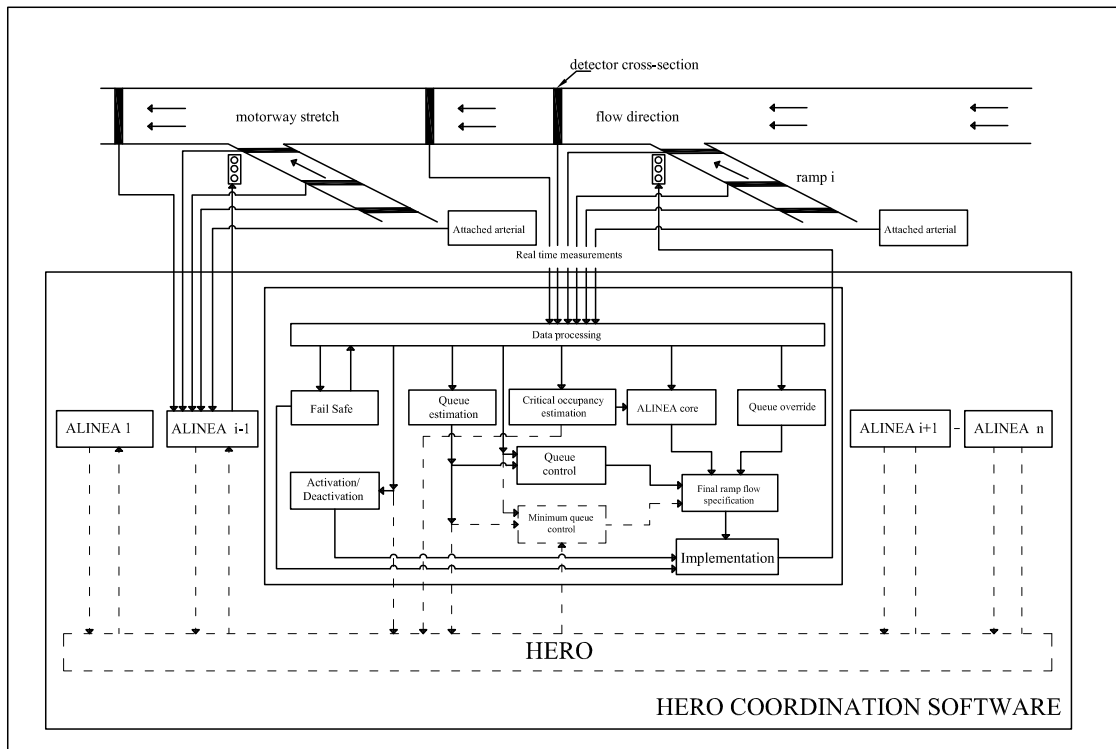


FIGURE 3.20 – Schéma de la stratégie HERO

3. Pour chaque rampe d'accès en amont par rapport aux autres rampes d'accès,  $r_{up} = r_i + 1, \dots, r_n$  où  $r_n$  est la dernière rampe en aval :  
**Si** la contrainte de la file d'attente de la rampe  $r_{up}$  n'est pas active.  
**Alors** corrigez la commande d'ALINEA par :  
**Si**  $r_{up} = r_i + 1$  **Alors**  $U_{coord} = \alpha_1 U_{al}$ , où  $U_{coord}$  est la commande de la rampe  $r_i$  qui suit la loi de commande par la coordination.  
**Sinon**  $U_{coord} = \alpha_2 U_{al}$  pour toutes les autres rampes en amont, où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des paramètres à calibrer.  $\alpha_1 = Max\_green/Cycle$ , la valeur de  $\alpha_2$  est donnée arbitrairement.  
**Autrement** ne faites rien.
4. Appliquez les nouvelles commandes basées sur la coordination.
5. Pour le prochain cycle de feux, recommencez l'étape 1.

Les résultats obtenus dans [145] indiquent qu'en termes de temps de trajet total  $TTT$  la stratégie CORDIN est plus efficace que les stratégies de régulation d'accès isolée. En revanche, la comparaison de la fiabilité des deux stratégies n'a pas donné de résultats significativement différents.

Dans la littérature, beaucoup d'autres stratégies coordonnées peuvent être trouvées. Dans le tableau 3.1, nous allons en présenter quelques unes :



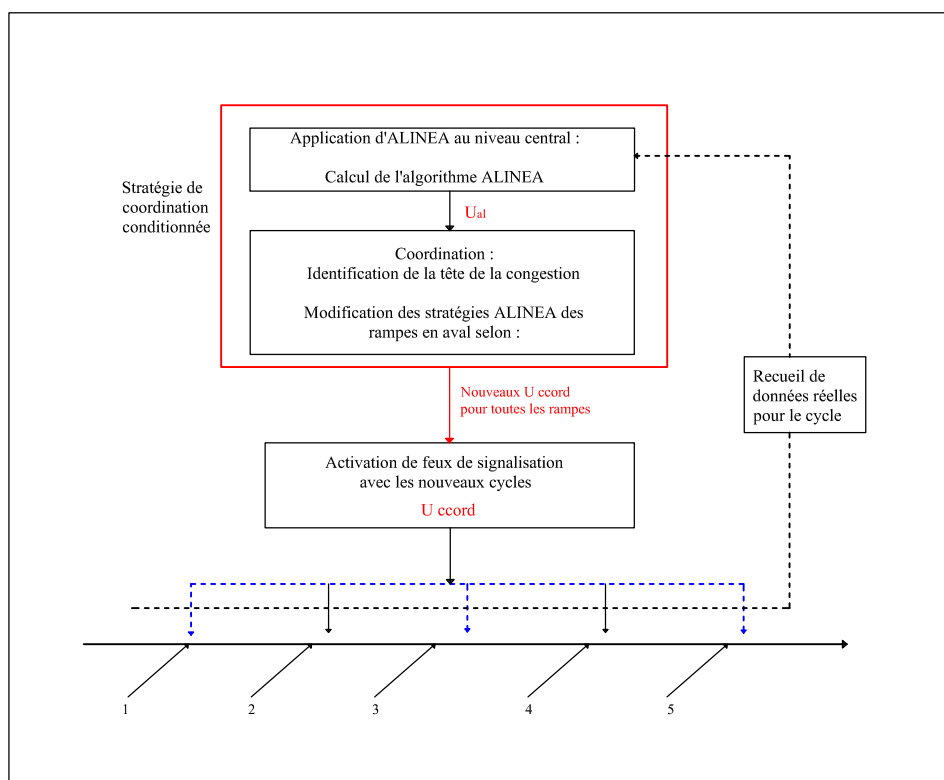


FIGURE 3.21 – Schéma de la stratégie CORDIN

TABLE 3.1 – Quelques stratégies coordonnées

No.	Nom	Description
1	L'algorithme d'AC-CEZZ [112]	Il est basé sur la notion de logique floue. Dans cette stratégie, l'expertise humaine peut être intégrée.
2	L'algorithme de Zone [146] [147] [148]	Dans cet algorithme, le réseau autoroutier est divisé en zones qui se terminent à un goulot d'étranglement. L'algorithme vise à équilibrer le débit entrée et sortie dans chaque zone de circulation .
3	L'algorithme de Helper [149] [150] [151]	Il établit une commande hiérarchique coordonnée. La décision sera prise dans un niveau supérieur en prenant en considération chaque contrôle d'accès.
4	Goulot d'étranglement [152]	Dans cet algorithme, le réseau autoroutier est divisé en zones qui se terminent à un goulot d'étranglement. L'algorithme vise à équilibrer le débit entrée et sortie dans chaque zone de circulation .
5	La stratégie de logique floue [126] [153]	Cette stratégie nécessite l'utilisation d'un certain nombre de règles d'inférence qui dirigent le système vers le comportement désiré.
6	La stratégie de 'Linked-ramp' [154] [155] [156]	La coordination repose sur une notion heuristique, similaire à celle de l'algorithme Helper.
7	La stratégie de Sperry [112]	Cette stratégie fonctionne en deux modes différents ; avec ou sans contraintes en respectant les seuils déjà définis.
8	La stratégie de SWARM [157] [158]	Elle utilise une régression linéaire. Un filtre de Kalman est implémenté pour estimer (prévenir) la demande.
9	La stratégie de COM-PASS [127] [159]	Cette stratégie peut fonctionner manuellement ainsi qu'automatiquement à partir d'un dispositif central de contrôle.

### 3.7 Les stratégies intégrées

La commande par rampe d'accès isolée est généralement basée sur des données locales telles que la densité (l'occupation), le débit et la vitesse moyenne du flux. Cependant, bien qu'elle offre des solutions viables aux problèmes de congestion, son efficacité ne peut être mesurée sur l'ensemble du réseau. De plus l'élimination d'une congestion locale peut avoir comme conséquence l'apparition d'une autre congestion en aval. Par ailleurs, si l'on considère un réseau dense, la commande locale peut avoir des effets sur les parties plus éloignées de ce réseau. Ainsi, l'amélioration du flux dans un endroit peut affecter la qualité de la circulation à un autre endroit ou des données sur un seul axe de l'autoroute [119].

Pour combler cette lacune, des stratégies coordonnées ont été établies (voir section 3.6). Cependant, pour pouvoir appliquer un système intelligent qui gère mieux les réseaux autoroutiers avec plus de fluidité et moins d'accidents et de congestions, une nouvelle stratégie a été proposée dite *stratégie intégrée*. Cette stratégie peut intégrer différentes commandes qui peuvent être issues d'un dispositif central, par exemple, en intégrant la régulation de la rampe d'accès et la limitation dynamique de vitesse d'un ou plusieurs segments sur l'axe principal, ou la régulation de la rampe d'accès et le routage dynamique de flux de trafic, etc.

Toutes les méthodes de commande intégrée montrent qu'elle constitue la seule solution viable pour optimiser les performances des infrastructures routières en éliminant les congestions. Les travaux développés dans ce domaine insistent aussi sur l'aspect actuel de cette problématique qui par sa complexité nécessite encore plus de méthodes adéquates et des résultats d'implémentation réels sur le terrain. En effet, si la commande intégrée ne pose pas de réels problèmes, le défi le plus important, que doivent relever aujourd'hui les chercheurs, est la coordination entre les différentes mesures. Le problème principal est de trouver la meilleure combinaison entre les actions mises en jeu qui assurent des performances optimales du réseau entier.

Dans la suite, les principes de quelques stratégies intégrées sont décrits :

#### 3.7.1 Stratégies OASIS et AMOC

La stratégie OASIS<sup>14</sup> est fondée sur une analyse complexe dans le temps et dans l'espace des mesures. Il s'agit de l'application des techniques d'optimisation non linéaire [160]. Compte tenu de la nature non linéaire du trafic, c'est la technique de contrôle hiérarchique qui a été appliquée [161]. Cette stratégie prépare des consignes pour les différentes stratégies locales ALINEA, de manière à respecter une certaine équité des attentes sur les différentes rampes. Notons qu'OASIS correspond à une stratégie anticipative, car elle utilise la technique de l'horizon glissant nécessitant la prévision des demandes sur l'horizon d'optimisation [162]. L'équipement nécessaire à la régulation d'accès coordonné (capteurs de trafic, feux rouges que l'on peut commander à distance) devrait permettre, en reliant le système à un dispositif de détection automatique des incidents, d'empêcher qu'une congestion ne se forme ou ne s'aggrave en cas d'incident en aval; il faut cependant pour

14. Optimal Advanced System for Integrated Strategy.

cela que la demande sur les rampes d'accès en amont de l'incident soit significative.

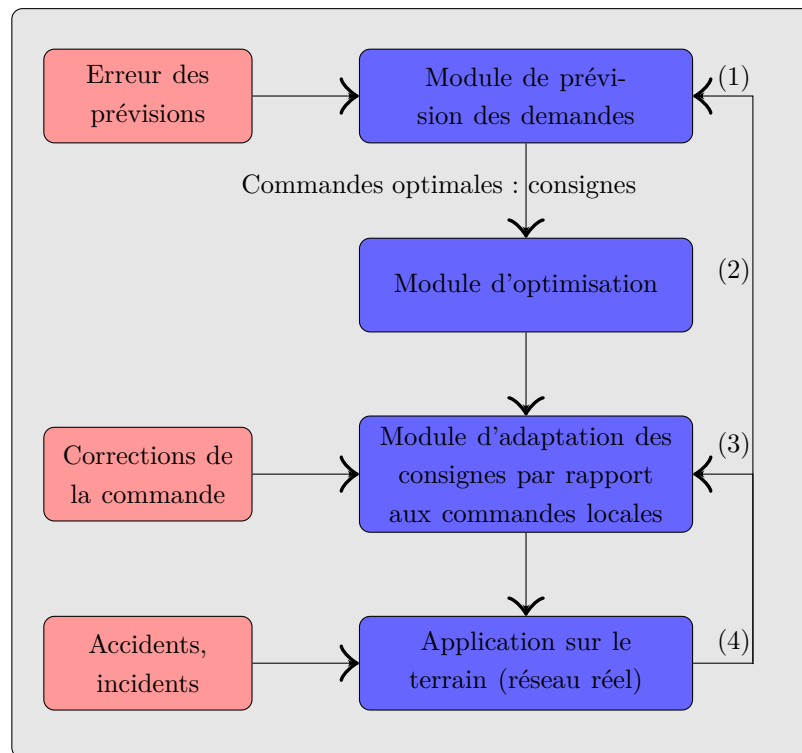


FIGURE 3.22 – Architecture d'OASIS

Cette stratégie qui a été développée par l'IFSTTAR, intègre plusieurs types de stratégies [5]. Citons :

- La régulation coordonnée des accès classiques et des échangeurs autoroutiers,
- Le guidage des usagers sur le réseau,
- La régulation des vitesses,
- La régulation des carrefours.

Dans le même sens, une autre stratégie de commande en boucle ouverte, dites AMOC<sup>15</sup> a été développée à l'université technique de Crête. Cette stratégie intègre un algorithme d'optimisation en se basant sur un modèle macroscopique du flux de trafic (METANET) afin d'obtenir un contrôle optimal qui permet de minimiser le *TTT* sous des contraintes. Cette stratégie peut intégrer en plus de la régulation de la rampe d'accès, les limitations dynamiques de la vitesse et les système de guidage. Ces actionneurs peuvent être utilisés simultanément [123] [163].

Ces deux stratégies (OASIS et AMOC) peuvent être implémentées sur n'importe quel réseau autoroutier. Au niveau du fonctionnement, les deux stratégies (outils) sont plus ou moins semblables ; Elles utilisent le même modèle macroscopique. Elles se basent sur la même formulation de la commande qui est une commande optimale non linéaire. Elles résolvent les problèmes par la même méthodologie. En revanche, comme elles ont été

15. Advanced Motorway Optimal Control

développées par différents centres de recherche, elles sont différentes au niveau du codage, du fait de l'utilisation de différents langages de programmation [123].

### 3.7.2 Stratégies proactives intégrées

Cette stratégie a été proposée par Hegyi [12]. Elle repose sur les mêmes démarches que nous avons montrées en section 3.5.4 auxquelles s'ajoute la limitation dynamique de la vitesse. L'objectif est de compenser les insuffisances de la commande par rampe seule.

Lorsque le trafic n'est pas très dense, la commande par rampe d'accès seule, permet de maintenir la densité dans la région fluide du diagramme fondamental. Par contre, dans le cas d'un trafic très dense, la commande par rampe devient vite insuffisante pour empêcher la dégradation de la circulation. En effet, la commande par rampe doit tenir compte de la contrainte imposant un débit minimal de la rampe ce qui favorise généralement la dégradation du trafic et conduit à une diminution du flux de sortie et donc à une augmentation du temps de trajet sur la route principale.

La limitation dynamique de la vitesse du flux sur la section principale à l'amont de la rampe d'accès, imposée simultanément avec la commande par rampe, permet de prévenir la dégradation de la circulation en limitant le débit à l'entrée de la section congestionnée [71].

Ce travail a été développé par Frejo [164] en faisant une étude comparative entre la commande dite locale (la commande prédictive (MPC<sup>16</sup>) d'une section d'un axe autoroutier) et la commande globale (la commande par MPC de l'ensemble des sections de l'axe autoroutier). La commande locale fonctionnant à l'échelle d'une seule section (cf. Figure 3.23), il s'agit d'un dispositif de commande intégrée synchronisant la commande d'une rampe d'accès de la limitation dynamique de la vitesse installée sur deux segments consécutifs en amont de la rampe d'accès. Ce type de commande intégrée est déjà implémentée dans [12]. La commande globale repose sur la commande intégrée en coordonnant trois sections possédant des caractéristiques géométriques similaires à la section où la commande locale est appliquée.

La commande globale est centralisée et a pour rôle de coordonner les actions de toutes les sections. Les sections communiquent entre elles à chaque pas de temps de la commande pour échanger les valeurs des variables d'état des premier et dernier segments de chaque section.

Les simulations montrent que la commande locale ne peut pas donner une solution optimale pour l'ensemble du réseau. Quant à la commande centrale, bien qu'elle soit efficace, le calcul prend tellement de temps qu'elle ne peut pas être implémentée en temps réel. La commande, en établissant une communication entre les sections (cf. Figure 3.24), fournit un compromis entre performance et temps de calcul. Elle donne un résultat proche de la performance de la commande centrale avec un temps de calcul moins important.

Le même auteur a développé une autre approche de la commande intégrée dite *commande distribuée*, c'est une commande prédictive coopérative (FC-MPC<sup>17</sup>) [165]. Dans

---

16. Model Predictive Control

17. Feasible Cooperation - Model Predictive Control

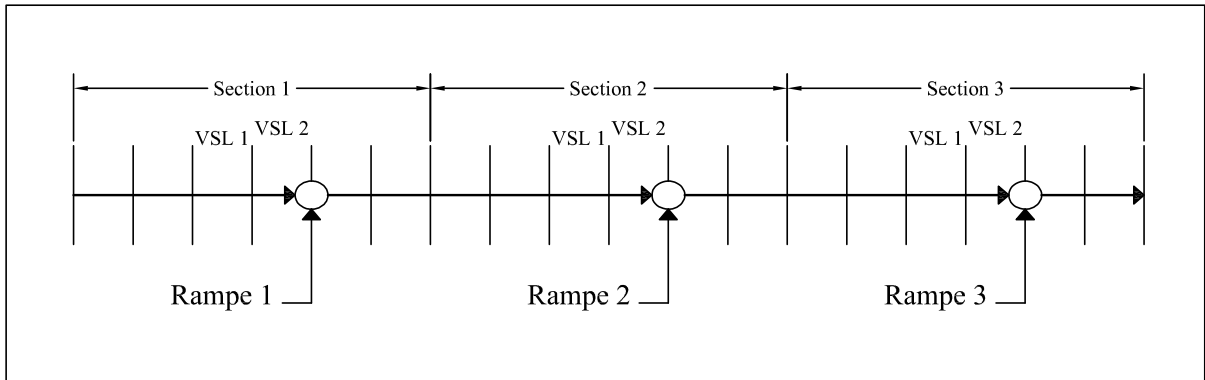


FIGURE 3.23 – Section autoroutière pour la commande locale

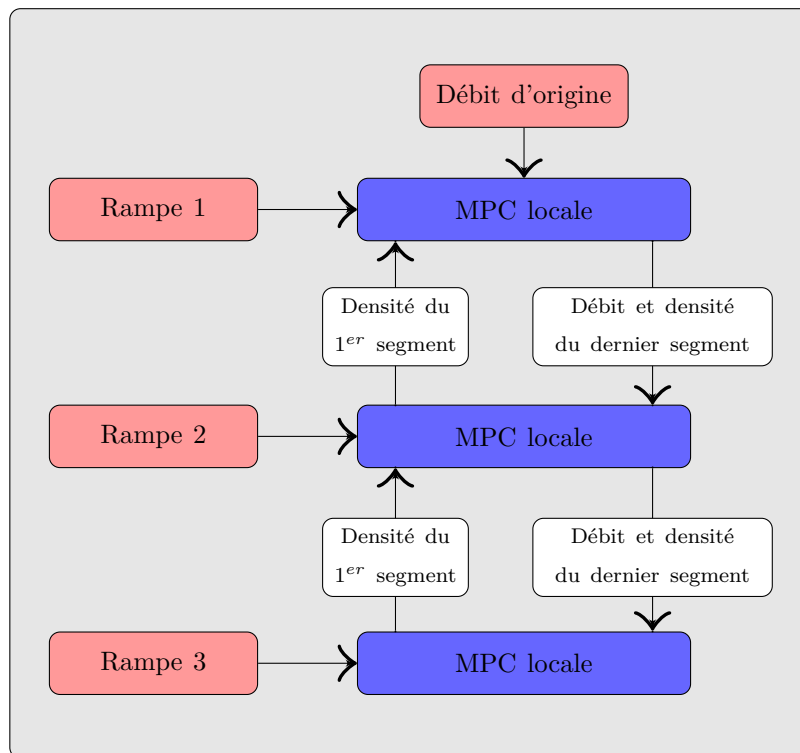


FIGURE 3.24 – Schéma de communication entre les sections

cette stratégie les MPC locales de chaque section coopèrent. C'est-à-dire, chaque MPC locale calcule la fonction objectif en prenant en compte l'ensemble des sections du réseau. Sachant que les sections communiquent complètement, les résultats montrent une performance meilleure de cette stratégie par rapport aux précédentes.

### 3.8 Synthèse

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté un aperçu rapide de la notion de commandabilité. Cette notion est primordiale pour juger de la commandabilité du système étudié. Un état de l'art et une classification des différents algorithmes de la régulation d'accès ont été ensuite détaillés. Nous avons commencé avec la régulation d'accès isolée, plusieurs stratégies ont été présentées ; les stratégies à feux fixes, les stratégies adaptatives (réactives) fonctionnant en boucle ouverte ainsi qu'en boucle fermée et les stratégies proactives.

La Figure 3.25 montre une comparaison des stratégies isolées entre la performance des contrôleurs versus le coût total de chaque contrôleur. La Figure 3.26 montre une comparaison des stratégies isolées entre la performance des contrôleurs versus le temps de calcul de chaque contrôleur.

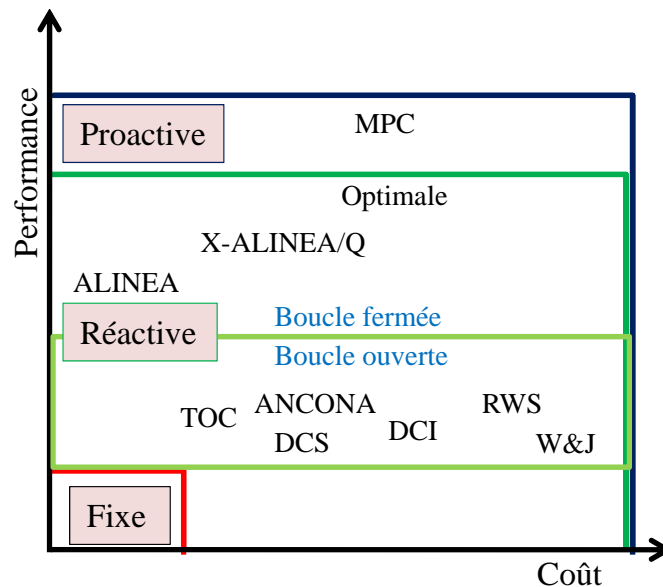


FIGURE 3.25 – Les stratégies isolées : la performance versus le coût

La commande coordonnée a fait l'objet de la suite de ce chapitre. Elle a permis de gérer efficacement le flux de trafic autoroutier. Elle contrôle plusieurs rampes d'accès afin que chaque algorithme local participe à la décision finale de cette stratégie. Il en résulte une plus grande fluidité du flux sur l'ensemble du réseau avec moins de file d'attente sur les entrées du réseau. De ce fait, cette stratégie est à même de réduire le temps de trajet total sur l'ensemble du réseau.

Nous avons terminé ce chapitre en présentant le principe de la commande reposant sur une stratégie intégrée. C'est une stratégie qui peut réunir plusieurs actions de commande

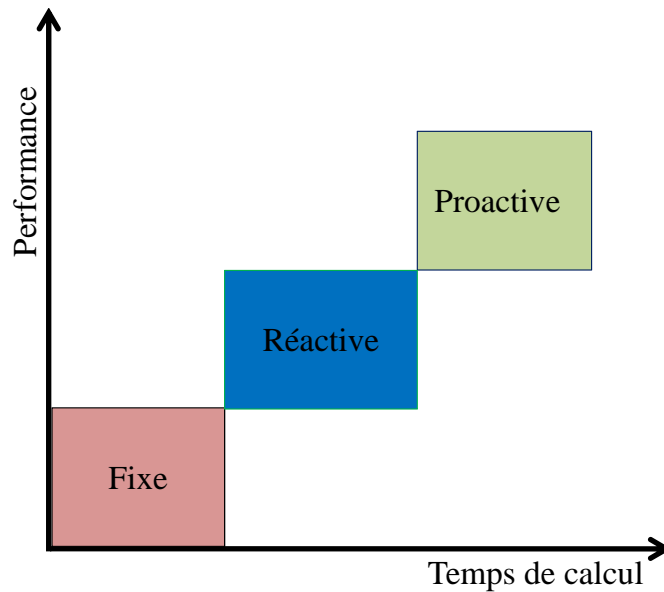


FIGURE 3.26 – Les stratégies isolées : la performance versus le temps de calcul

qui ont le même objectif mais chaque action cherche à atteindre le but à sa manière. Chaque action participe à l'obtention d'un résultat optimal qui n'est pas réalisable par une seule action. Comme nous pouvons le voir sur la figure 3.27, les stratégies intégrées ainsi que coordonnées sont beaucoup plus performantes. Mais, au niveau du temps de calcul et du coût d'installation, elles nécessitent des efforts plus importants par rapport aux stratégies isolées.

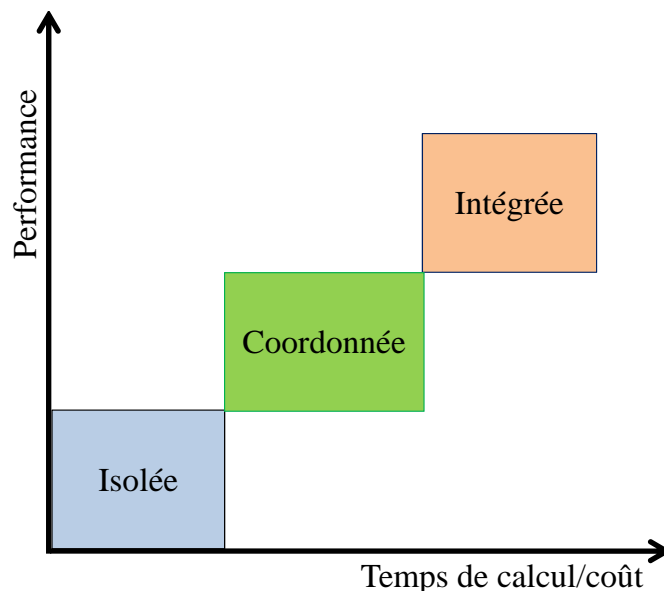


FIGURE 3.27 – Les stratégies de régulation d'accès; la performance versus le temps de calcul/coût

Dans le chapitre 5, nous allons proposer une contribution sur la stratégie de commande isolée. Elle est conçue à l'aide d'une nouvelle technique basée sur la commande à structures variables. Dans le chapitre 6, un nouveau dispositif de commande coordonnée

est proposé. Enfin, dans le même chapitre, une nouvelle stratégie intégrée sera établie en réunissant deux actions différentes : le contrôle d'accès et le routage dynamique.



**Deuxième partie**

**Contribution**



# Chapitre 4

## Nouveaux algorithmes d'estimation d'état du flux de trafic

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>103</b>
<b>4.2</b>	<b>Observateur par mode glissant du premier ordre</b>	<b>104</b>
<b>4.3</b>	<b>Observateur par mode glissant d'ordre supérieur</b>	<b>105</b>
<b>4.4</b>	<b>Application à l'estimation d'état du trafic routier et auto-routier</b>	<b>110</b>
4.4.1	Estimation d'état d'un modèle linéaire	110
4.4.2	Estimation d'état d'un modèle non linéaire	112
4.4.3	Comparaison entre STSM et EKF	116
<b>4.5</b>	<b>Synthèse</b>	<b>128</b>

---

### 4.1 Introduction

La mise en œuvre de lois de commandes pour un modèle non linéaire nécessite la connaissance du vecteur d'état complet de ce système à chaque instant. Cependant, dans la plupart des cas, cette connaissance est partielle due à plusieurs raisons telles que les données manquantes, pannes de capteurs, etc. Dans ce contexte, il est indispensable de reconstituer ces données afin de concevoir des lois de commande qui soient robustes. Cette reconstitution repose sur l'emploi d'un "observateur".

Rappelons qu'un observateur est un système dynamique, implanté afin de reconstituer ou d'estimer en temps réel l'état courant d'un système à partir des mesures disponibles des entrées de ce système et d'une connaissance a priori du modèle.

Dans le chapitre 2, nous présentons la plupart des algorithmes d'estimation utilisés dans le domaine du flux de trafic. Nous avons constaté que la synthèse des observateurs reste de nos jours encore un problème ouvert susceptible d'intéresser de nombreux chercheurs<sup>1</sup>.

---

1. Rappelons que malgré l'importance de ce sujet, peu de travaux existent dans le domaine du trafic.

Une des classes les plus connues d'observateurs robustes, mais peu utilisée pour l'estimation des états du trafic, est celle des observateurs par modes glissants. Ce type d'observateur est basé sur la théorie des systèmes à structure variable (SSV). Ces derniers ont de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des erreurs paramétriques et des perturbations bornées ainsi qu'aux incertitudes des modèles.

Dans la suite de cette section nous allons mettre l'accent sur la partie théorique d'un observateur utilisant un algorithme à mode glissant d'ordre deux dit *super-twisting sliding mode observer* (STSM). Ensuite, nous appliquerons ce nouvel observateur pour estimer les variables d'état du flux de trafic sur une section autoroutière.

## 4.2 Observateur par mode glissant du premier ordre

Considérons le système dynamique non linéaire  $\mathfrak{S}$  décrit par :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t)) \\ y(t) &= g(x(t))\end{aligned}\tag{4.1}$$

où  $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ ,  $y \in Y \subset \mathbb{R}^m$  représentent, respectivement, l'état et la sortie du système.  $f$  et  $g$  sont des champs de vecteurs supposés suffisamment continûment dérivables sur  $X$ .

L'une des classes les plus connues d'observateurs robustes est celle par mode glissant [166] [167] [168].

Pour le système 4.1, une structure d'observateur par mode glissant classique s'écrit [94] [59] :

$$\begin{aligned}\hat{\dot{x}}(t) &= \hat{f}(\hat{x}(t)) + K\Gamma(y(t) - C\hat{x}(t)) + \Lambda I_s \\ \hat{y}(t) &= g(\hat{x}(t))\end{aligned}\tag{4.2}$$

Nous pouvons constater que la structure d'un observateur par mode glissant consiste en une copie du modèle  $\hat{f}(\hat{x}(t))$  plus un terme correcteur  $K\Gamma(y(t) - C\hat{x}(t))$  ainsi qu'un nouveau terme  $\Lambda I_s$  où  $I_s = \text{sign}(s)$  garantit que la condition de glissement existe (cf Figure 4.1).

Dans ce cas, la surface de glissement est donnée par :

$$s(t) = y(t) - \hat{y}(t)\tag{4.3}$$

L'étude de la stabilité et de la convergence utilise les concepts de résolutions de Filippov, ainsi que les méthodes dites du vecteur équivalent, pour plus de détail le lecteur peut se référer aux travaux de [166] [167] [59] et [169].

L'utilisation de ce type d'observateur se justifie par les bonnes propriétés obtenues. Citons, par exemple [170] :

- Une convergence asymptotique vers la surface de glissement  $s(t) = y - \hat{y} = 0$ , si entre autres les conditions d'attractivité vers cette surface sont vérifiées.
- Cet observateur est d'ordre réduit. La dimension du système d'observation est donc réduite à  $n - m$ , avec  $n$  la dimension de l'état  $x$  et  $m$  la dimension de sortie  $y$ .

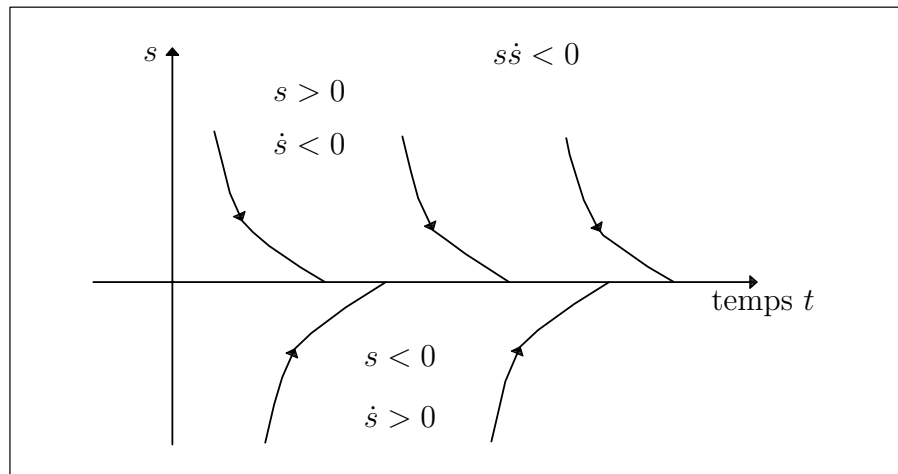


FIGURE 4.1 – La condition de glissement

- Le phénomène de commutation, en raison de la présence de la fonction *sign*, donne le comportement de robustesse vis-à-vis d'erreurs de modélisation et de perturbations bornées.

Un inconvénient majeur de ce type d'observateur est le phénomène de *chattering* qui se produit à cause de la fonction *sign* dans l'algorithme. Ce phénomène engendre des oscillations de fréquence élevée une fois atteint le régime glissant qui réduit la durée de vie des actionneurs. Pour éviter ou atténuer ce phénomène, nous allons utiliser une autre technique de mode glissant d'ordre supérieur dit *super twisting sliding mode*.

## 4.3 Observateur par mode glissant d'ordre supérieur

### Introduction

Comparativement à d'autres observateurs, la technique des modes glissants dispose d'avantages indéniables tels que la robustesse vis-à-vis des perturbations externes et internes (variations des paramètres) quand le régime glissant est établi. Cependant l'effet de *chattering* qui est inhérent à la technique par mode glissant classique du "premier ordre" est souvent un frein aux applications pratiques. Un mode glissant d'ordre supérieur [171] est l'une des solutions permettant de ne pas compromettre la robustesse tout en garantissant une estimation en temps fini.

Dans la suite de cette section, nous allons proposer un nouvel observateur dit *étape-par-étape de mode glissant*<sup>2</sup>. C'est un observateur par mode glissant d'ordre deux qui permet d'estimer aussi bien les variables d'états des systèmes linéaires que non linéaires, et ce même dans le cas où l'entrée du système est inconnu.

2. step-by-step super twisting sliding mode.

## Super twisting sliding mode observer

L'observateur *super twisting* est un observateur de mode glissant d'ordre supérieur convergeant vers la valeur désirée en un temps fini. Il permet d'estimer les variables d'état ainsi que l'entrée inconnue du système. Il est conçu en supposant que le système peut être mis sous forme triangulaire étant observable dans le cas où l'entrée inconnue du système ne peut apparaître que dans la dernière ligne de la matrice. Cette dernière propriété garantit que le système est observable [172]. La condition d'observabilité pour un système linéaire SISO<sup>3</sup> est donnée dans [173]. Cette condition pour un système non linéaire MIMO<sup>4</sup> est fournie par [174].

Le comportement de convergence (cf. Figure 4.2) en temps fini est très important, surtout, dans le cas où les variables estimées sont utilisées dans l'algorithme de commande. De plus ce type d'observateur a une grande importance dans les applications où une estimation rapide de l'état est exigée alors que l'entrée est inconnue comme, par exemple, dans l'identification et la détection de défaut ou pour l'estimation paramétrique en temps réel.

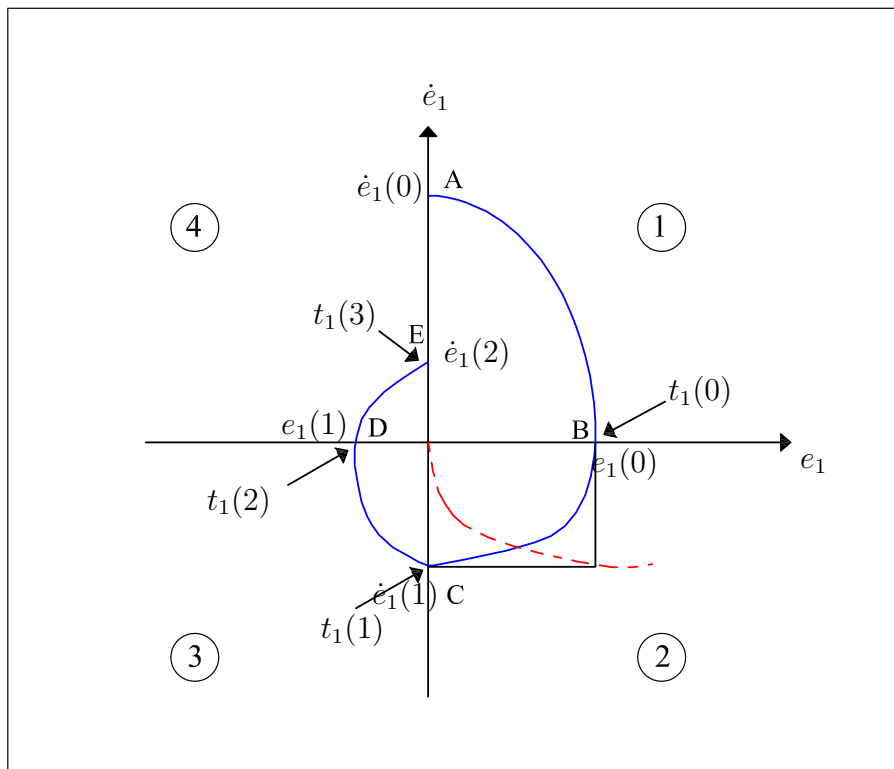


FIGURE 4.2 – Exemple de courbe de convergence en temps fini

Le principe de cet observateur peut être trouvé dans [175], il est à la base d'un dérivateur introduit dans [176] et appliqué avec succès dans [177] [178]. Ce principe a été

3. SISO... Single Input Single Output.

4. MIMO... Multiple Input Multiple Output.

développé pour concevoir un observateur par mode glissant du premier ordre, appelé étape-par-étape<sup>5</sup> [179]. Dans [174], le même observateur a été développé sur la base d'un algorithme par mode glissant d'ordre supérieur dit *super twisting algorithm*. Dans la suite, nous allons introduire ce dernier pour un système SISO :

Considérons un système non linéaire SISO sous forme triangulaire observable :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = \omega \end{cases} \quad (4.4)$$

où  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $y = x_1 \in \mathbb{R}$  est la sortie du système et  $\omega \in \mathbb{R}$  est l'entrée inconnue.

Supposons que la variable d'état du système est bornée. C'est-à-dire, pour  $t > 0$ ,  $|x_i(t)| < d_i$ ,  $|\omega(t)| < K$  et  $\dot{\omega}(t) < K'$  avec  $K$  et  $K'$  des constantes positives.

L'observateur peut être représenté par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \tilde{x}_2 + \lambda_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \pi_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = E_1[\tilde{x}_3 + \lambda_2 |e_2|^{1/2} \text{sign}(e_2)] \\ \dot{\hat{x}}_3 = E_1 \pi_2 \text{sign}(e_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = E_2[\tilde{x}_4 + \lambda_3 |e_3|^{1/2} \text{sign}(e_3)] \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = E_{n-3} \pi_{n-2} \text{sign}(e_{n-2}) \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = E_{n-2}[\tilde{x}_n + \lambda_{n-1} |e_{n-1}|^{1/2} \text{sign}(e_{n-1})] \\ \dot{\hat{x}}_n = E_{n-2} \pi_{n-1} \text{sign}(e_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n = E_{n-1}[\tilde{\theta} + \lambda_n |e_n|^{1/2} \text{sign}(e_n)] \\ \dot{\hat{\theta}} = E_{n-1} \pi_n \text{sign}(e_n) \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $e_i = \tilde{x}_i - \hat{x}_i$  pour  $i = 1, 2, \dots, n$ , avec  $\tilde{x}_1 = x_1$  et  $[\tilde{x}, \tilde{\theta}]^T = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, \tilde{\theta}]^T$  est la

---

5. Step-by-step first order sliding mode observer

sortie de l'observateur. Pour  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ , les valeurs  $E_i$  sont définies comme :

$$E_i = 1 \text{ if } |e_j| = |\tilde{x}_j - \hat{x}_j| \leq \varepsilon, \text{ pour toutes } j \leq i \text{ sinon } E_i = 0 \quad (4.6)$$

où  $\varepsilon$  est une petite constante positive,  $\lambda$  et  $\pi$  sont des constantes positives.

La convergence d'erreur des observations d'états est obtenue en un temps fini à  $(n - 1)$  étapes (cf. Figure 4.3).

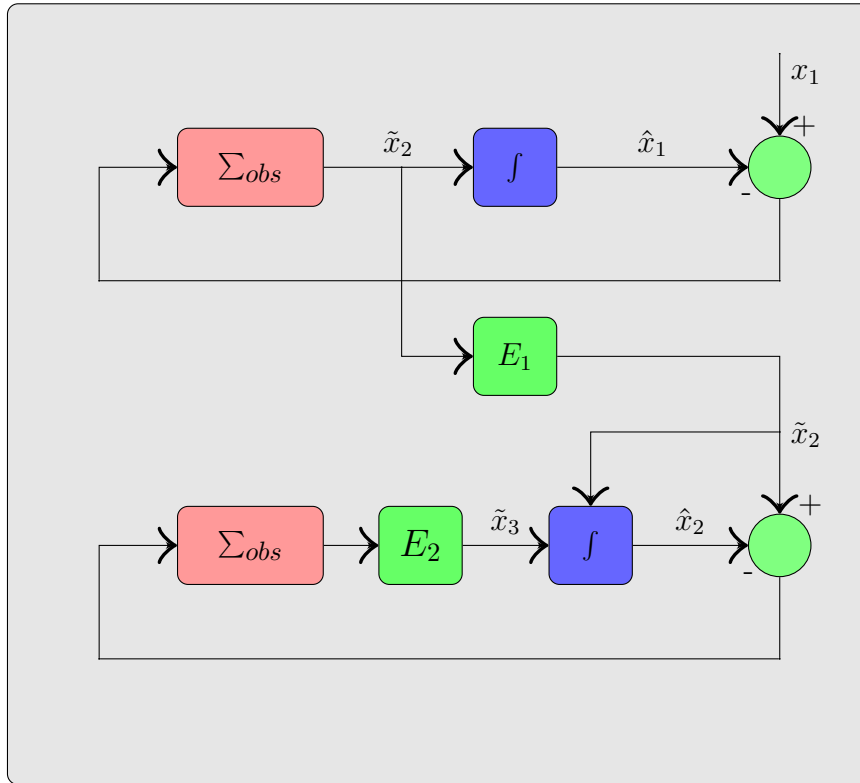


FIGURE 4.3 – Structure d'un observateur super twisting

**Étape 1** : Supposons que  $e_1(0) \neq 0$ , la dynamique d'erreur de l'observateur peut être donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= x_2 - \tilde{x}_2 - \lambda_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \pi_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= \pi_1 \text{sign}(e_1) - E_1 [\tilde{x}_3 + \lambda_2 |e_2|^{1/2} \text{sign}(e_2)] \\ \dot{e}_i &= E_{i-2} \pi_{i-1} \text{sign}(e_{i-1}) - E_{i-1} [\tilde{x}_{i+1} + \lambda_i |e_i|^{1/2} \text{sign}(e_i)], i = 3, \dots, n - 1 \\ \dot{e}_n &= E_{n-2} \pi_{n-1} \text{sign}(e_{n-1}) - E_{n-1} [\tilde{\theta} + \lambda_n |e_n|^{1/2} \text{sign}(e_n)] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Nous pouvons remarquer que la première et la deuxième ligne du système d'équations 4.7 viennent de l'algorithme *super twisting*. La deuxième dérivée de  $e_1$  est donnée par :

$$\ddot{e}_1 = x_3 - \pi_1 \text{sign}(e_1) - \frac{1}{2} \lambda_1 \dot{e}_1 |e_1|^{-\frac{1}{2}} \quad (4.8)$$



La condition *sine qua non* pour que l'observateur converge en temps fini [ $e_1 = \dot{e}_1 = 0$ ] est donnée [176] [180] [181] par :

$$\begin{aligned}\pi_1 &> d_3 \\ \lambda_1^2 &> 4d_3 \frac{\pi_1 + d_3}{\pi_1 - d_3}\end{aligned}$$

Les valeurs  $E_i$  sont introduites de façon à ce que les valeurs  $e_i$ ,  $i = 2, \dots, n$ , ne soient pas importantes avant qu'une bonne estimation des valeurs  $\hat{x}_1$  et  $\tilde{x}_2$  soit obtenue. De ce fait, les valeurs des dérivées des erreurs, dans Eq. 4.7, peuvent être données par :

$$\begin{aligned}\dot{e}_2 &= \pi_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_i &= 0, \quad i = 3, \dots, n\end{aligned}\tag{4.9}$$

A moins que la valeur  $|e_1|$  soit inférieure à  $\varepsilon$

**Étape 2** : La deuxième étape commence dès que  $E_1 = 1$  dans un temps fini. Ainsi la dynamique de l'observateur sera donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= 0 \\ \dot{e}_2 &= x_3 - \tilde{x}_3 - \lambda_2 |e_2|^{1/2} \text{sign}(e_2) \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \pi_2 \text{sign}(e_2) \\ \dot{e}_3 &= \pi_2 \text{sign}(e_2) - E_2 [\tilde{x}_4 + \lambda_3 |e_3|^{1/2} \text{sign}(e_3)] \\ \dot{e}_i &= E_{i-2} \pi_{i-1} \text{sign}(e_{i-1}) - E_{i-1} [\tilde{x}_{i+1} + \lambda_i |e_i|^{1/2} \text{sign}(e_i)], \quad i = 4, \dots, n-1 \\ \dot{e}_n &= E_{n-2} \pi_{n-1} \text{sign}(e_{n-1}) - E_{n-1} [\tilde{\theta} + \lambda_n |e_n|^{1/2} \text{sign}(e_n)]\end{aligned}\tag{4.10}$$

Encore une fois, nous pouvons constater que les deuxième et troisième lignes du système d'équations. 4.10 correspondent à l'algorithme *super twisting*. De ce fait, nous pouvons garantir que la trajectoire converge pour les valeurs  $\{e_2 = \dot{e}_2 = 0\}$  et pour que  $\tilde{x}_3$  fournisse une estimation de valeur de  $x_3$ .

En suivant la même procédure jusqu'à l'étape  $n-1$ , une estimation des variables d'états peut être obtenue en temps fini. Une estimation de l'entrée du système en temps fini peut être établie à la  $n^{\text{ième}}$  étape.

**Étape  $n^{\text{ième}}$**  : Pour estimer l'entrée du système, l'observateur peut être écrit comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dots = \dot{e}_{n-1} = 0 \\ \dot{e}_n &= \omega - \tilde{\theta} - \lambda_n |e_n|^{1/2} \text{sign}(e_n) \\ \dot{\theta} &= \pi_n \text{sign}(e_n)\end{aligned}\tag{4.11}$$

La deuxième dérivée de  $e_n$  est donnée par

$$\ddot{e}_n = \omega - \pi_n \text{sign}(e_n) - \frac{1}{2} \lambda_n \dot{e}_n |e_n|^{-1/2}\tag{4.12}$$

Après que l'observateur ait convergé en temps fini  $\{e_n = \dot{e}_n = 0\}$ . La valeur de  $\omega$  peut être trouvée à partir du deuxième terme de l'équation 4.11.

## 4.4 Application à l'estimation d'état du trafic routier et autoroutier

Dans la suite de cette section, nous allons décrire l'application de l'observateur *super twisting* pour estimer les variables d'états du flux de trafic sur une section autoroutière. D'abord, nous utilisons deux modèles : un modèle linéaire et un autre non linéaire. Ensuite, nous allons comparer les résultats avec deux observateurs : un *filtre de Kalman standard* (dans le cas où le modèle est linéaire) et un *filtre de Kalman étendu* (dans le cas où le modèle est non linéaire).

### 4.4.1 Estimation d'état d'un modèle linéaire

La performance de l'estimateur STSM est évaluée dans cette section en utilisant des données réelles. Nous avons utilisé les données recueillies sur l'autoroute M42 en Angleterre. La section comprend cinq segments. Chaque segment est composé de trois voies (cf. Figure 4.4). À la fin de chaque segment une boucle électromagnétique est installée pour mesurer les variables d'état de ce segment, c'est-à-dire la vitesse moyenne  $v$  et la densité  $\rho$ , bien que le modèle utilisé (SMM) ne nécessite qu'une seule mesure : la densité  $\rho$ . Les données réelles sont recueillies les jours où le trafic est en situation fluide. Par conséquent, nous n'allons tester que le mode F-F du modèle SMM (cf. chapitre 1).

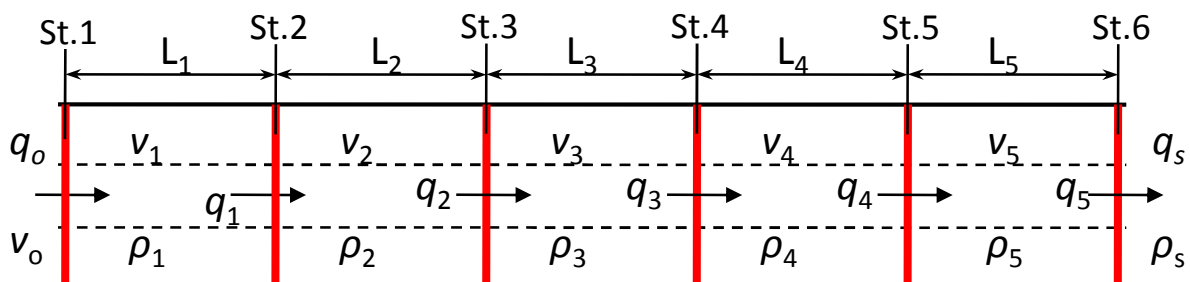


FIGURE 4.4 – Une section autoroutière (3 voies)

Les équations du modèle (mode F-F) pour une telle section peuvent être écrites ainsi :

$$\rho_i(t+1) = R_i \rho_i(t) + M_i u_i(t) \quad (4.13)$$

où  $\rho_i = [\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3 \ \rho_4 \ \rho_5]$ ,  $u_i = [q_o \ 0 \ 0 \ 0 \ q_s]$

$$R_{1-5} \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{c1}T_s}{L_2} & 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{c2}T_s}{L_3} & 1 - \frac{V_{c3}T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{c3}T_s}{L_4} & 1 - \frac{V_{c4}T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{c4}T_s}{L_5} & 1 - \frac{V_{c5}T_s}{L_5} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$M_{1-5} \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_5} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Les équations de l'observateur (STSM) peuvent être données par :

$$\begin{bmatrix} \hat{\rho}_1(t+1) \\ \hat{\rho}_2(t+1) \\ \hat{\rho}_3(t+1) \\ \hat{\rho}_4(t+1) \\ \hat{\rho}_5(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1(t) \\ \hat{\rho}_2(t) \\ \hat{\rho}_3(t) \\ \hat{\rho}_4(t) \\ \hat{\rho}_5(t) \end{bmatrix}^T \times \text{Diag} \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_1} \\ 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_2} \\ 1 - \frac{V_{c3}T_s}{L_3} \\ 1 - \frac{V_{c4}T_s}{L_4} \\ 1 - \frac{V_{c5}T_s}{L_5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\theta}(t) \\ \tilde{\rho}_1(t) \\ \tilde{\rho}_2(t) \\ \tilde{\rho}_3(t) \\ \tilde{\rho}_4(t) \end{bmatrix}^T \times$$

$$\text{Diag} \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_oT_s}{L_1} \\ 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_2} \\ 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_3} \\ 1 - \frac{V_{c3}T_s}{L_4} \\ 1 - \frac{V_{c4}T_s}{L_5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_4\lambda_1|e_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_1) \\ E_3\lambda_2|e_2|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_2) \\ E_2\lambda_3|e_3|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_3) \\ E_1\lambda_4|e_4|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_4) \\ \lambda_5|e_5|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_5) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

où

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}(t) = E_4\pi_1\text{sign}(e_1) \\ \tilde{\rho}_1(t) = E_3\pi_2\text{sign}(e_2) \\ \tilde{\rho}_2(t) = E_2\pi_3\text{sign}(e_3) \\ \tilde{\rho}_3(t) = E_1\pi_4\text{sign}(e_4) \\ \tilde{\rho}_4(t) = \pi_5\text{sign}(e_5) \end{bmatrix}$$

La Figure 4.5 montre les valeurs estimées par STSM de la densité, les valeurs simulées par SMM en mode F-F et les valeurs mesurées. La Figure 4.6 montre les mêmes relations entre les valeurs de densité estimées, simulées et mesurées. En revanche, les valeurs estimées sont obtenues par SKF.

À partir des Figures 4.5 et 4.6, nous pouvons constater l'avantage de STSM sur SKF. Le STSM est robuste vis-à-vis de l'incertitude du modèle. Par contre SKF suit le modèle même si il ne peut pas caractériser le comportement réel du trafic. Alors, pour un modèle qui ne caractérise pas efficacement le comportement du flux de trafic il n'est pas conseillé d'utiliser le *filtre de Kalman* parce qu'il n'est pas robuste.

#### 4.4.2 Estimation d'état d'un modèle non linéaire

Pour les besoins de certaines simulations réalisées par la suite, des données fictives ont été construites correspondant au système étudié représenté sur la Figure 4.7. Ce système considéré comporte deux segments. Chaque segment est composé de deux voies. Une bretelle d'entrée se trouve au début du premier segment. À la fin de chaque segment une boucle électromagnétique est installée pour mesurer les variables d'état du segment, c'est-à-dire la vitesse moyenne  $v$  ainsi que la densité  $\rho$ <sup>6</sup>.

Les équations du modèle pour une telle section peuvent être écrites de la façon suivante<sup>7</sup> :

$$\rho_1(t+1) = \rho_1(t) + \frac{1}{L_1}(q_o(t) + q_r(t) - \rho_1(t)v_1(t)) \quad (4.17)$$

$$\rho_2(t+1) = \rho_2(t) + \frac{1}{L_2}(\rho_1(t)v_1(t) - \rho_2(t)v_2(t)) \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} v_1(t+1) = & v_1(t) + \frac{1}{\tau}(V_e(\rho_1(t)) - v_1(t)) + \frac{1}{L_1}v_1(t)(v_o(t) - v_1(t)) \\ & - \frac{\varpi}{L_1\tau} \frac{\rho_2(t) - \rho_1(t)}{\rho_1(t) + \kappa} - \frac{\delta q_r(t)v_1(t)}{L_1\lambda_1(\rho_1(t) + \kappa)} \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$v_2(t+1) = v_2(t) + \frac{1}{\tau}(V_e(\rho_2(t)) - v_2(t)) + \frac{1}{L_2}v_2(t)(v_1(t) - v_2(t)) - \frac{\varpi}{L_2\tau} \frac{\rho_s(t) - \rho_2(t)}{\rho_2(t) + \kappa} \quad (4.20)$$

6. Il est nécessaire de préciser que c'est le taux d'occupation qui est mesuré et qui est traduit ensuite en terme de densité. Soulignons aussi que les simulations sont effectuées grâce au modèle METANET

7. Les variables sont en fonction de  $t$  qui correspond à un indice  $k$  usuellement utilisé comme notation dans les équations discrètes.

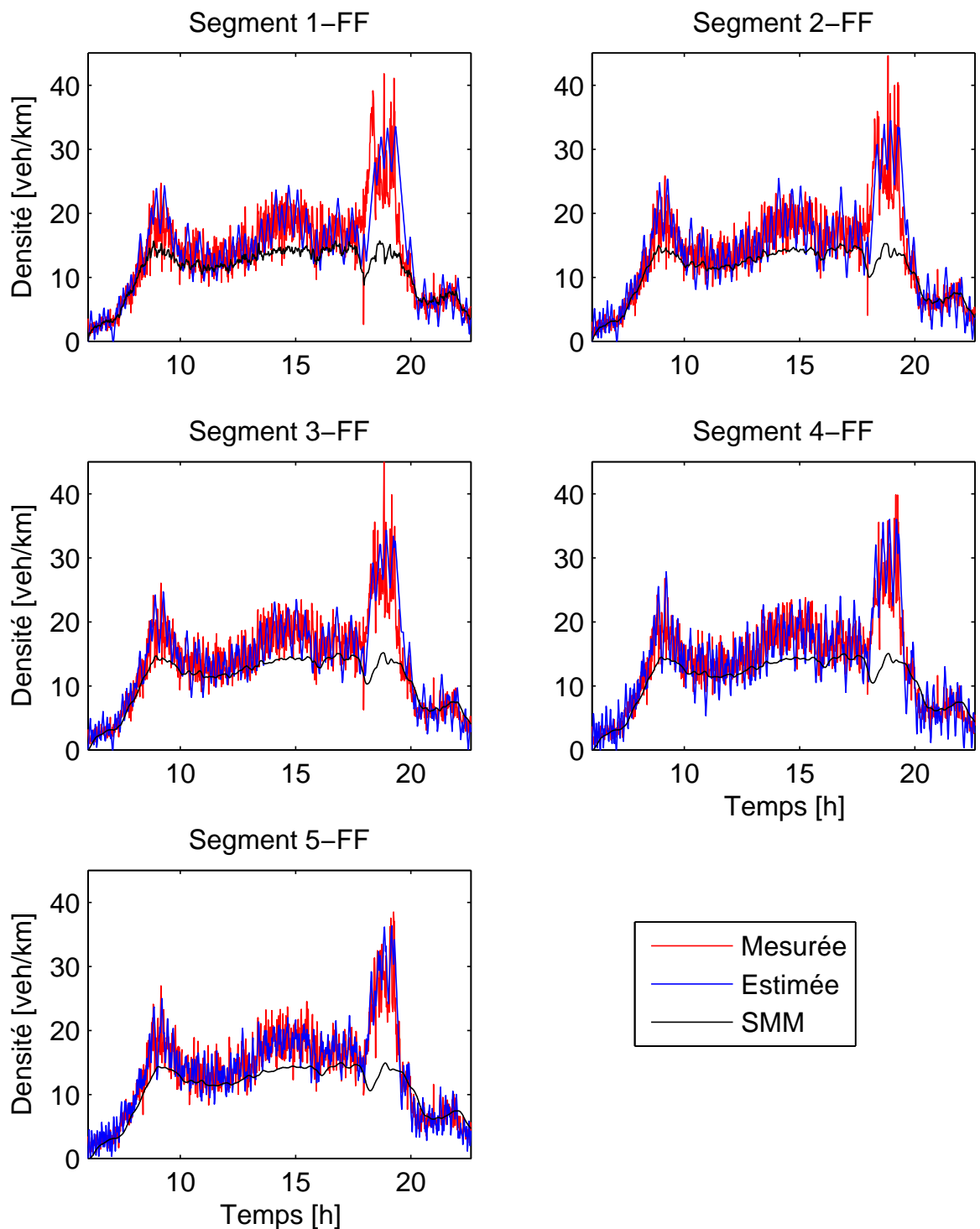


FIGURE 4.5 – Valeurs de la densité estimées par STSM, les valeurs de densité simulées par SMM en mode F-F et les valeurs de densité mesurées.

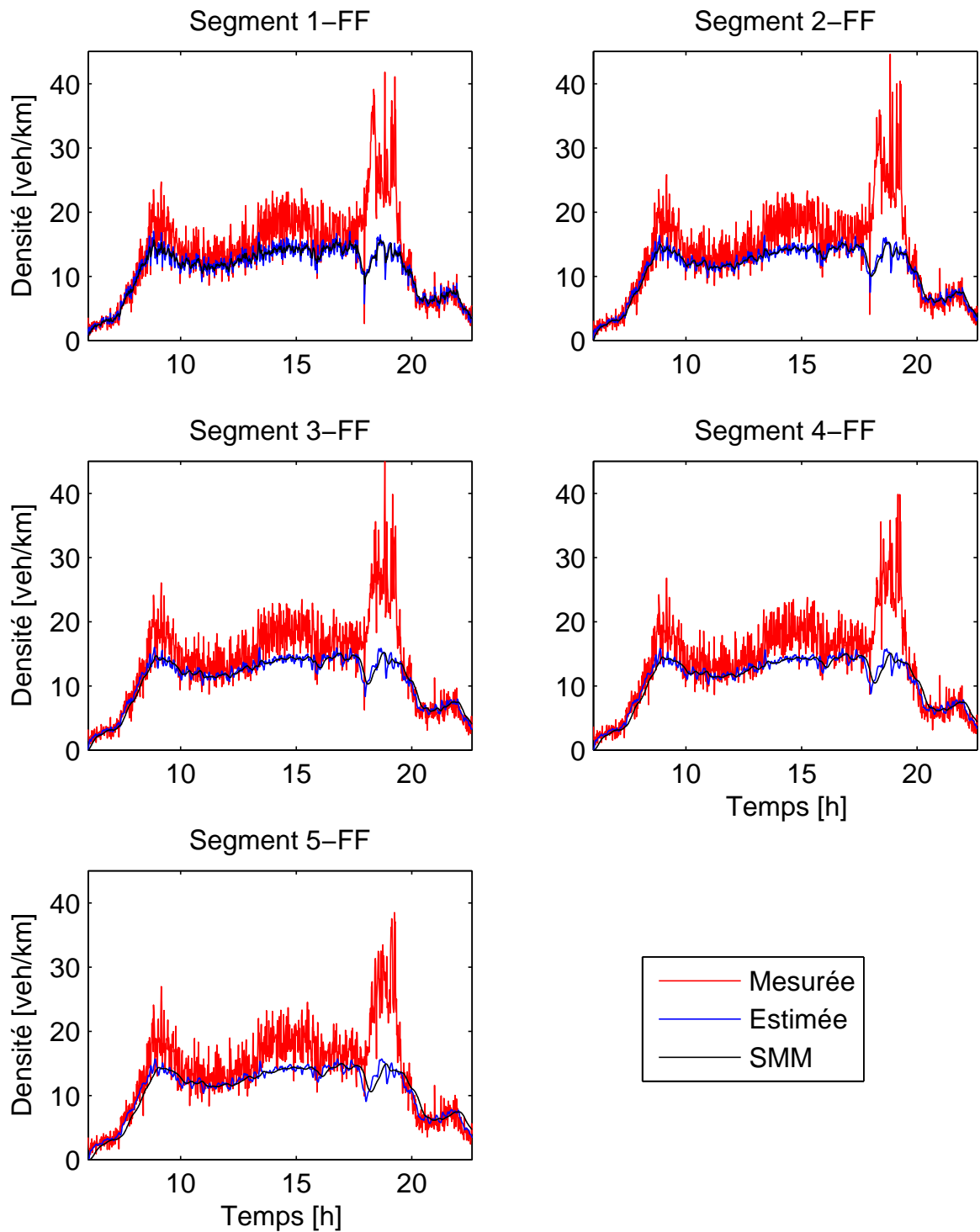


FIGURE 4.6 – Valeurs de la densité estimées par SKF, les valeurs de densité simulées par SMM en mode F-F et les valeurs de densité mesurées.

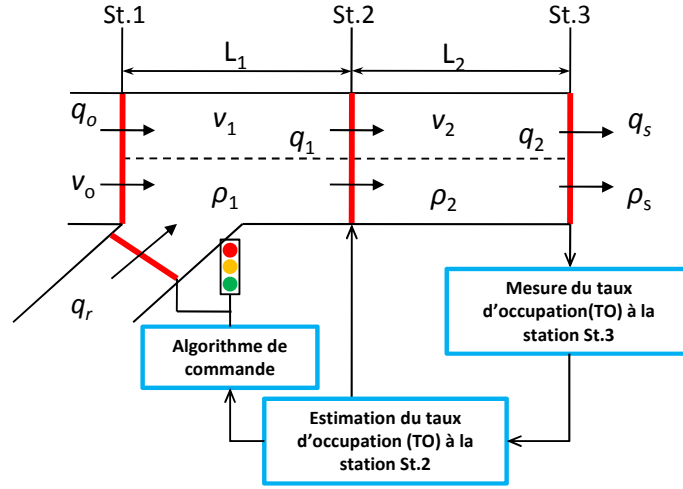


FIGURE 4.7 – Exemple d'une section autoroutière

Considérons que  $v_2$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_s$  sont connues. L'objectif est d'estimer les variables d'états  $v_1$  et  $\rho_1$  en supposant que la boucle électromagnétique de la station 2 soit en panne.

Si on suppose que  $\tilde{\rho}_1$ ,  $\hat{\rho}_2$  et  $\tilde{v}_1$ ,  $\hat{v}_2$  sont, respectivement, des valeurs estimées de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $v_1$ ,  $v_2$ . Les erreurs d'estimation pour  $v_i$  et  $\rho_i$ , ( $i = 1, 2$ ) sont définies, respectivement, par :  $e_{\rho_1} = \tilde{\rho}_1 - \hat{\rho}_1$ ,  $e_{\rho_2} = \rho_2 - \hat{\rho}_2$  et  $e_{v_1} = \tilde{v}_1 - \hat{v}_1$ ,  $e_{v_2} = v_2 - \hat{v}_2$ .

L'estimateur par mode glissant STSM peut être donné par :

$$\hat{\rho}_2(t+1) = \hat{\rho}_2(t) + \frac{1}{L_2}(\tilde{\rho}_1(t)\tilde{v}_1(t) - \hat{\rho}_2(t)\hat{v}_2(t)) + z_{\hat{\rho}_2} \quad (4.21)$$

$$\hat{v}_2(t+1) = \hat{v}_2(t) + \frac{1}{\tau}(V_e(\hat{\rho}_2(t)) - \hat{v}_2(t)) + \frac{1}{L_2}\hat{v}_2(t)(\tilde{v}_1(t) - \hat{v}_2(t)) - \frac{\varpi}{L_2\tau} \frac{\rho_s(t) - \hat{\rho}_2(t)}{\hat{\rho}_2(t) + \kappa} + z_{\hat{v}_2} \quad (4.22)$$

où  $\tilde{\rho}_1$ ,  $\tilde{v}_1$ ,  $z_{\hat{\rho}_2}$  et  $z_{\hat{v}_2}$  sont :

$$\tilde{\rho}_1 = \pi_\rho \text{sign}(\rho_2 - \hat{\rho}_2) \quad (4.23)$$

$$z_{\hat{\rho}_2} = \lambda_\rho |\rho_2 - \hat{\rho}_2|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\rho_2 - \hat{\rho}_2) \quad (4.24)$$

$$\tilde{v}_1 = \pi_v \text{sign}(v_2 - \hat{v}_2) \quad (4.25)$$

$$z_{\hat{v}_2} = \lambda_v |v_2 - \hat{v}_2|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_2 - \hat{v}_2) \quad (4.26)$$

Il paraît plus intéressant de tester la performance de l'estimateur en utilisant les données réelles. Les données utilisées, ont été recueillies sur l'autoroute M42 en Angleterre. La Table 4.1 montre les valeurs des paramètres du modèle, utilisées dans la simulation. Nous mentionnons que, dans le cas de données réelles, la section autoroutière ressemble à la section représentée dans la Figure 4.8.

les Figures 4.9 et 4.11 montrent la densité et la vitesse mesurées et estimées respectivement en utilisant STSM. Nous pouvons remarquer que les résultats sont convenables.

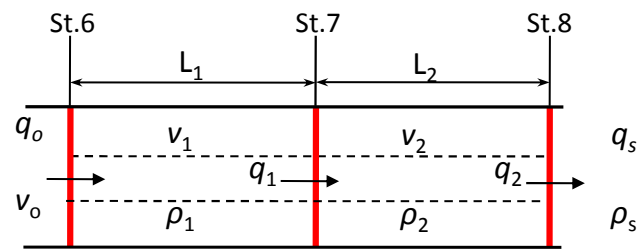


FIGURE 4.8 – Une section autoroutière

TABLE 4.1 – Les paramètres du modèle

Paramètre	Valeur
La vitesse libre $V_c$	112 <i>km/h</i>
La densité maximale $\rho_m$	180 <i>veh/km</i>
La densité critique $\rho_c$	35.86 <i>veh/km</i>
$a$	1.40
$L_1, L_2$	100 <i>m</i>
$\tau$	28.08 <i>sec</i>
$\delta$	0.17 <i>m/veh</i>
$\kappa$	35 <i>veh/km</i>
$\varpi$	0.2

L'erreur entre la valeur de densité mesurée et estimée ainsi que la valeur de vitesse mesurée et estimée sont, respectivement, montrées dans les Figures 4.10 et 4.12. Enfin, le débit estimé peut être produit par la vitesse et la densité estimées (cf. Figure 4.13).

### 4.4.3 Comparaison entre STSM et EKF

#### 4.4.3.1 La performance

L'étude comparative concernant les performances des deux estimateurs STSM et EKF est effectuée dans les mêmes conditions et les mêmes données utilisées pour STSM dans la section 4.4.2.

Les Figures 4.14 et 4.16 montrent, respectivement, la densité mesurée et estimée ainsi que la vitesse mesurée et estimée en utilisant EKF. Nous pouvons remarquer que les résultats sont convenables. L'erreur entre la valeur de densité mesurée et estimée ainsi que la valeur de vitesse mesurée et estimée sont, respectivement, montrées dans les Figures 4.15 et 4.17. Enfin, le débit estimé peut être produit par la vitesse et la densité estimées (cf. Figure 4.18).

Pour pouvoir quantifier la différence entre les performances des deux observateurs (STSM et EKF), nous calculons l'erreur quadratique moyenne ou RMSD<sup>8</sup> qui peut être donnée par l'équation suivante :

8. RMSD ... Root Mean Square Deviation



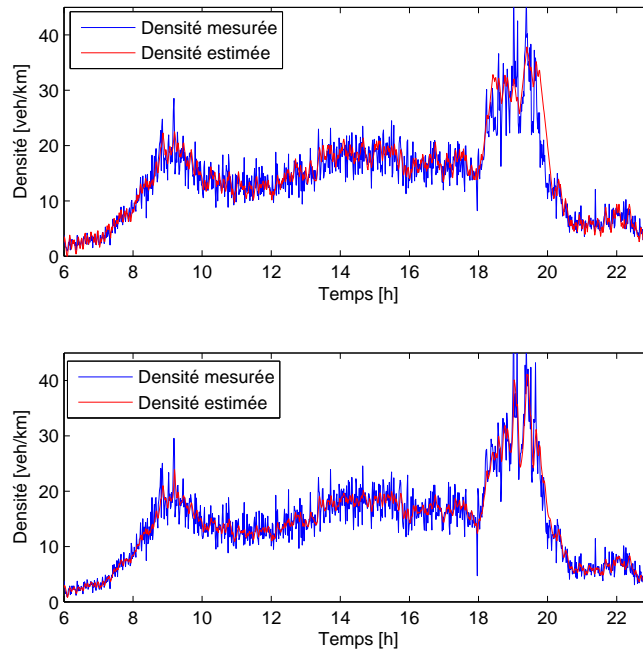


FIGURE 4.9 – La densité mesurée ainsi que la densité estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas)

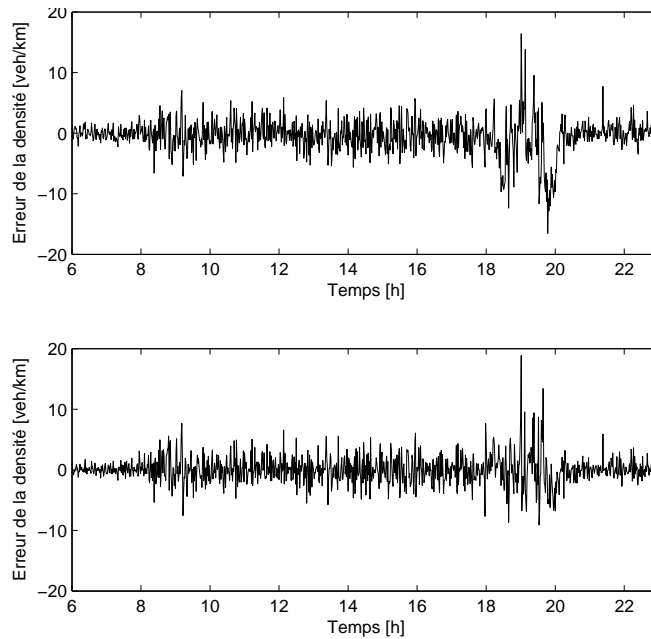


FIGURE 4.10 – L'erreur de densité mesurée ainsi que l'erreur de densité estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas)

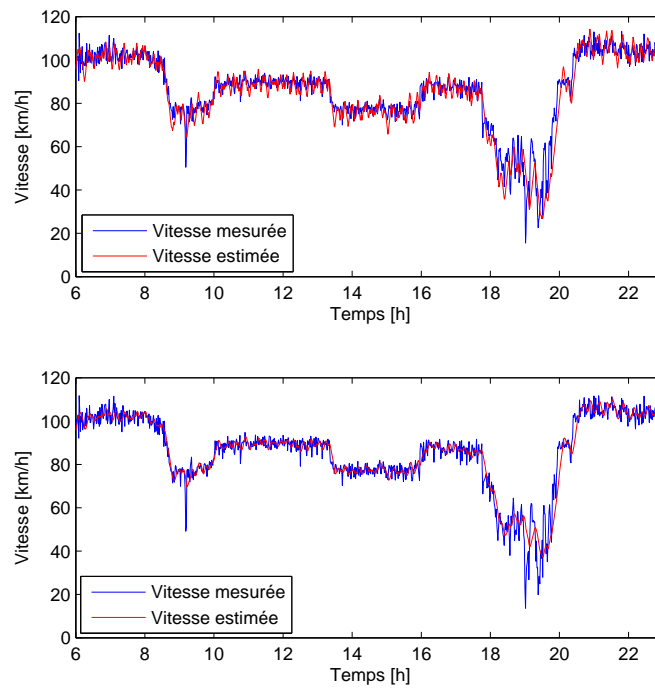


FIGURE 4.11 – La vitesse mesurée ainsi que la vitesse estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas)

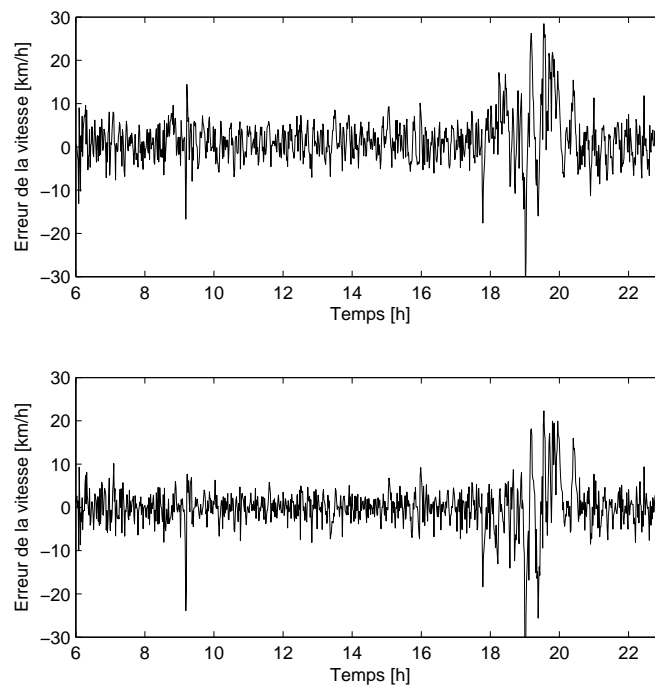


FIGURE 4.12 – L'erreur de vitesse mesurée ainsi que l'erreur de vitesse estimée (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas)

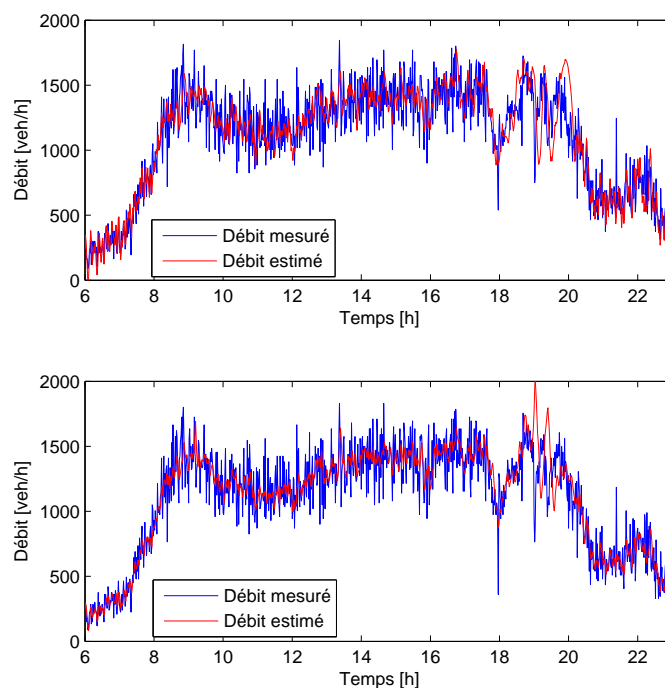


FIGURE 4.13 – Le débit mesuré ainsi que le débit estimé (STSM). Section 1 (haut), section 2 (bas)

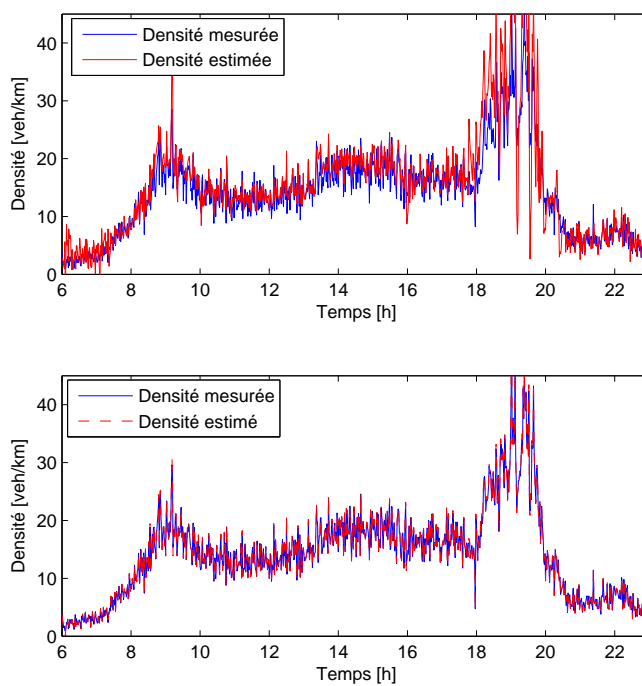


FIGURE 4.14 – La densité mesurée ainsi que la densité estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas)

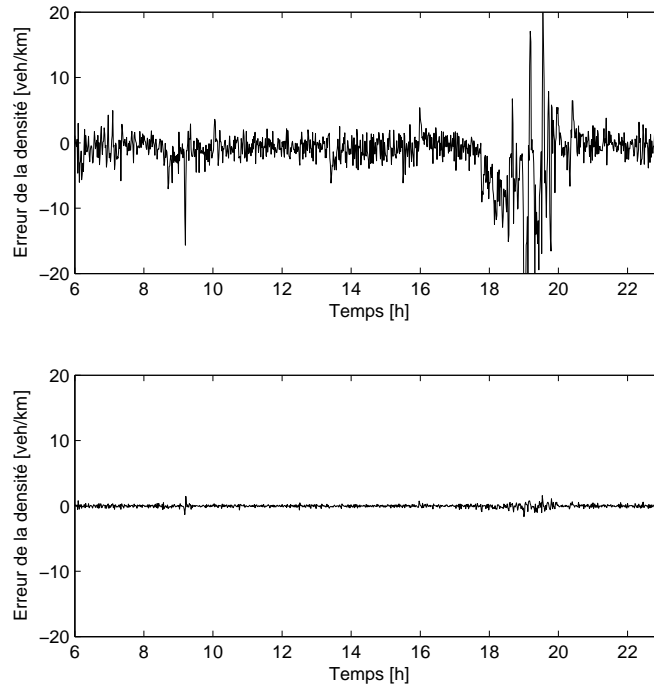


FIGURE 4.15 – L'erreur de densité mesurée ainsi que l'erreur de densité estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas)

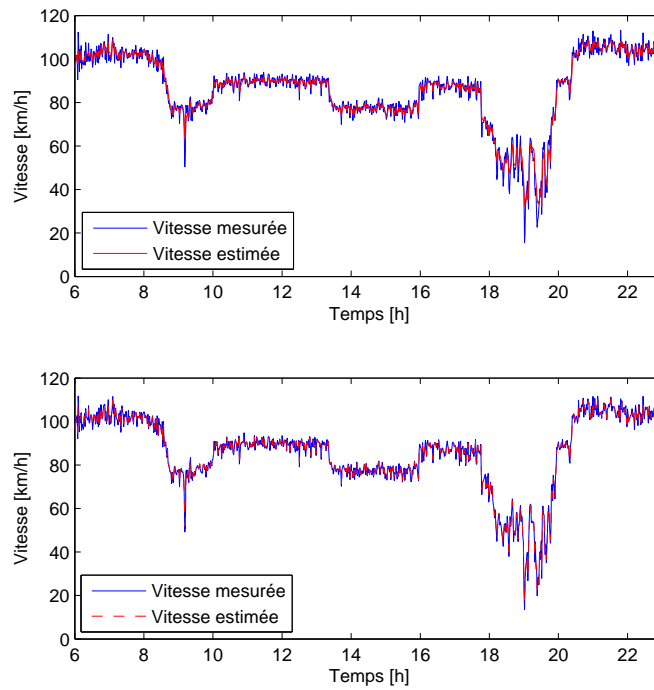


FIGURE 4.16 – La vitesse mesurée ainsi que la vitesse estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas)

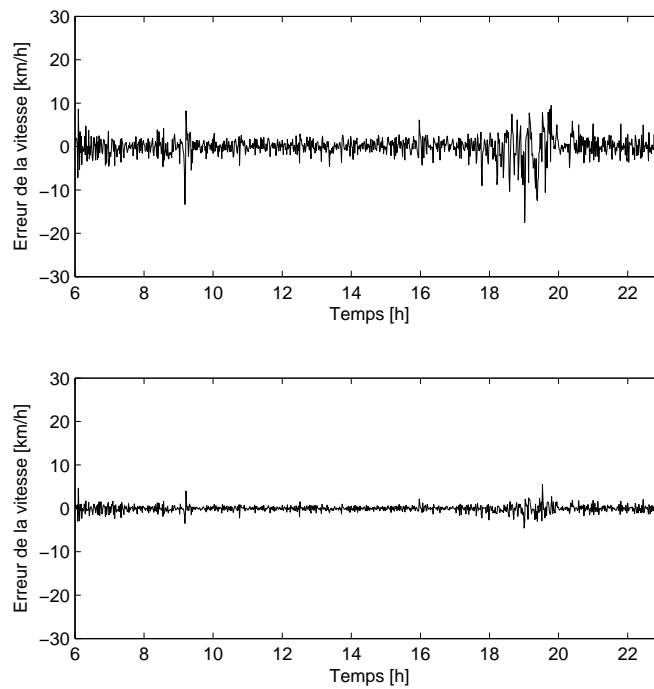


FIGURE 4.17 – L'erreur de vitesse mesurée ainsi que l'erreur de vitesse estimée (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas)

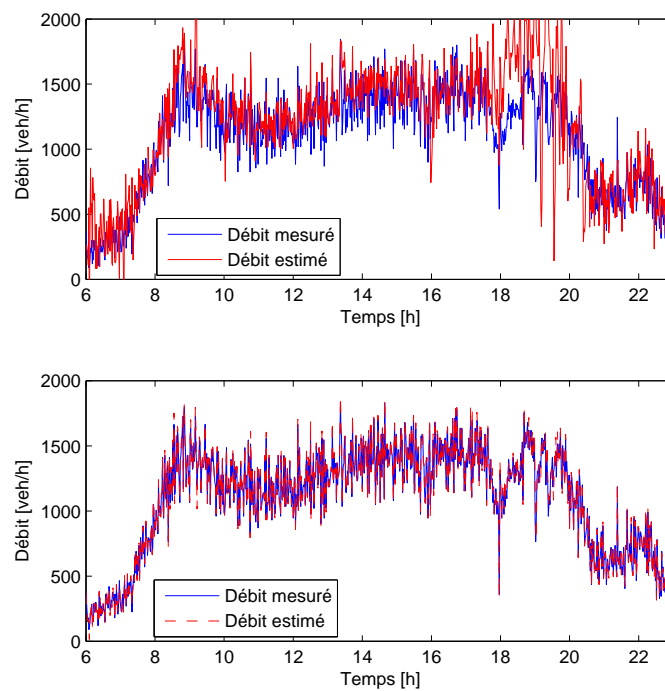


FIGURE 4.18 – Le débit mesuré ainsi que le débit estimé (EKF). Section 1 (haut), section 2 (bas)

TABLE 4.2 – Les valeurs de RMSD de la densité ainsi que de la vitesse moyenne. La RMSD est calculée entre la valeur mesurée et la valeur estimée par (STSM et EKF).

Observateur	STSM	EKF
$v_1$	5.46	2.84
$v_2$	4.74	2.5
$\rho_1$	4	4.2
$\rho_2$	3.7	2

$\rho$  en veh/km     $v$  en km/h

$$\text{RMSD} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \hat{x}_t)^2}{n}} \quad (4.27)$$

où  $\hat{x}_t$  est la valeur estimée de la variable  $x$  pour le temps  $t$ ,  $x$  est la valeur mesurée de  $x$ ,  $n$  est le nombre d'échantillons. La Table 4.2 montre les valeurs de RMSD de la densité ainsi que de la vitesse moyenne. La RMSD est calculée entre la valeur mesurée et la valeur estimée par (STSM et EKF).

#### 4.4.3.2 La robustesse vis-à-vis des paramètres et l'incertitude du modèle

METANET est connu pour être très sensible aux changements des paramètres. Cela paraît donc logique d'étudier la robustesse des deux observateurs vis-à-vis des incertitudes du modèle.

La fonction utilisée pour l'étude de la robustesse est donnée par :

$$U(\phi) = U_v(\phi) + \frac{\sigma_v}{\sigma_\rho} U_\rho(\phi) \quad (4.28)$$

où  $\phi = [a \ \tau \ \varpi \ V_c \ \rho_c \ \kappa \ \delta]$ .  $U_v$  et  $U_\rho$  sont, respectivement, les écarts-types de l'erreur de la vitesse moyenne et de la densité.  $\sigma_v$  et  $\sigma_\rho$  sont les écarts-types de la vitesse moyenne mesurée et de la densité mesurée.

Il existe plusieurs méthodes pour analyser la sensibilité, le moyen le plus simple est de changer chaque fois la valeur d'un paramètre en laissant les valeurs des autres paramètres inchangées. Puis, nous évaluons la valeur de sortie du modèle résultant du changement de la valeur du paramètre [182]. De cette manière, nous pouvons voir l'influence de chaque paramètre sur le modèle pouvant aussi montrer la robustesse d'un observateur vis-à-vis des changements de valeurs des paramètres.

Les variations que nous avons imposées aux paramètres du modèle, ont été réalisées selon le principe évoqué ci-dessus, autour de leurs valeurs nominales ( $\bar{U}$ ) définies dans la Table 4.1, et tel que  $0.8\bar{\phi}_i < \phi_i < 1.20\bar{\phi}_i$ . L'équation utilisée pour évaluer le pourcentage de changement au niveau de chaque paramètre est donnée par l'expression 4.29 [59] :

$$\%change\text{ment} = \frac{U(\phi) - U(\bar{\phi})}{J(\bar{\phi})} \times 100 \quad (4.29)$$

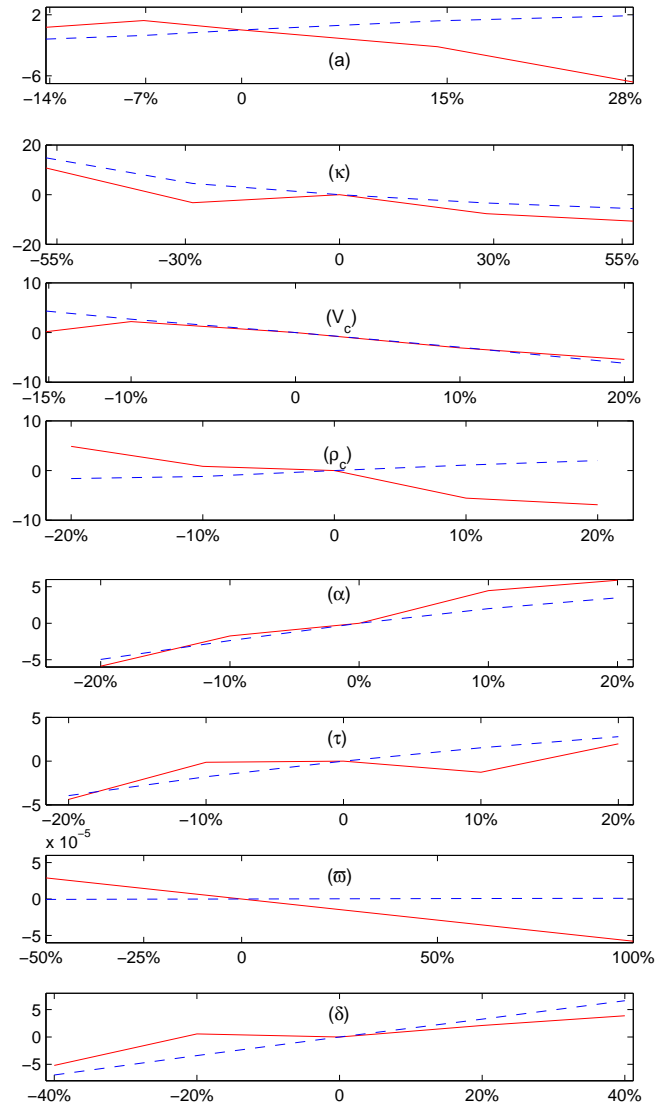


FIGURE 4.19 – La sensibilité des paramètres, STSM '-', EKF '- -'

Dans la Figure 4.19, nous présentons l'évolution de la valeur prise par  $\%change\text{ment}$  pour chaque paramètre du modèle. À partir de cette figure, nous pouvons constater que STSM est moins sensible aux changements des valeurs des paramètres ( $V_c$ ,  $\tau$ ,  $\delta$  et  $\kappa$ ) par rapport à EKF. Mais, EKF est moins sensible aux valeurs des paramètres ( $\varpi$ ,  $\rho_c$  et  $a$ ).

#### 4.4.3.3 La stabilité

Pour vérifier la stabilité des deux observateurs, nous allons utiliser des données fictives pour la section autoroutière montrée dans la Figure 4.7. Le débit de la bretelle d'entrée est contrôlé en implémentant un algorithme simple en inversant le système et auquel est

ajouté un régulateur  $PI$  pour pouvoir gérer le système en boucle fermée (cf. Figure 4.20). La demande de l'origine principale ainsi que de la demande de bretelle d'entrée sont montrées dans la Figure 4.21.

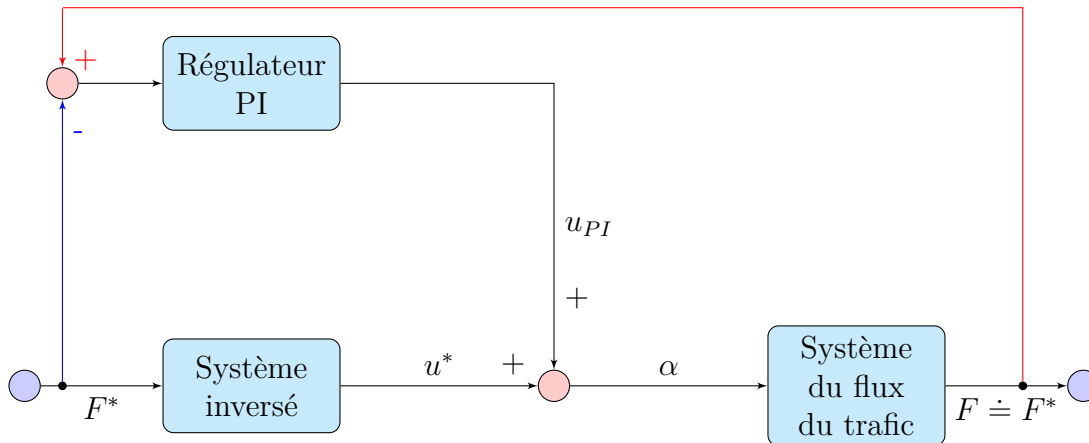


FIGURE 4.20 – Un algorithme de commande en boucle fermée

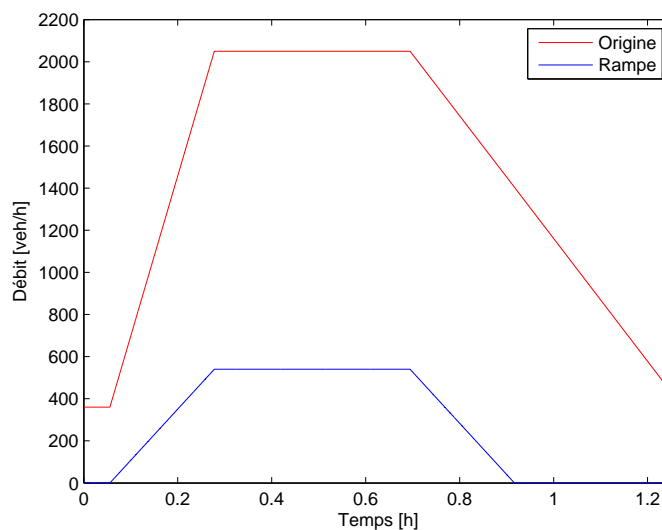


FIGURE 4.21 – Débit de l'origine principale et débit de la rampe.

Pour tester la stabilité de l'observateur, nous négligeons l'incertitude du modèle et nous supposons qu'il représente à 100% la réalité. Nous supposons également que le bruit de mesure est nul. Les conditions initiales des deux variables ( $v$  et  $\rho$ ) pour le cas considéré avec les observateurs sont différentes. De ce fait, nous pouvons savoir si les observateurs peuvent converger et de quelle manière ils convergent avec le modèle.

La Figure 4.22 montre la valeur de la commande produite à partir de la variable d'état ( $\rho$ ) simulée du modèle ou estimée à partir des observateurs STSM et EKF. Nous pouvons constater que la valeur de commande produite par les deux observateurs sont stables et comparables avec la valeur de commande produite par le modèle.



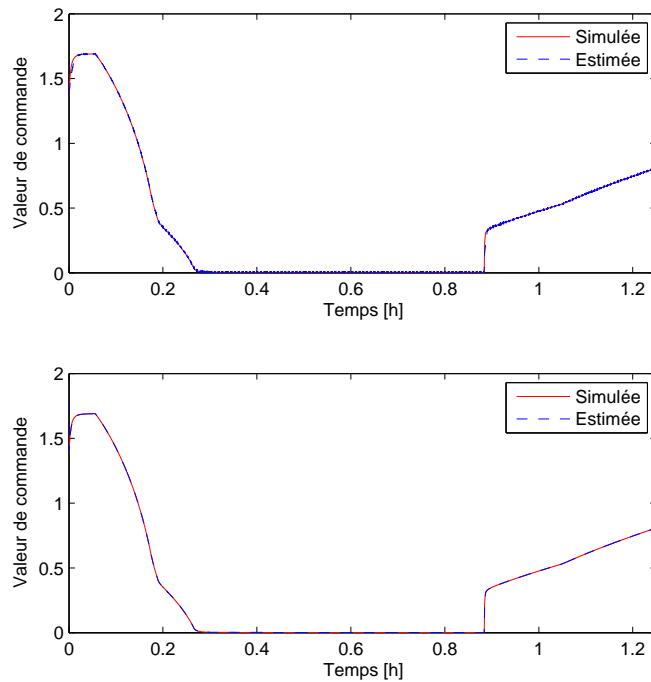


FIGURE 4.22 – La comparaison entre la valeur de commande en utilisant la valeur estimée par STSM (Haut) et la valeur estimée par EKF (Bas).

Les Figures 4.23 et 4.24 montrent la stabilité et la convergence des variables d'état, respectivement, ( $\rho$  et  $v$ ), produites à partir des observateurs STSM et EKF. Nous pouvons constater que les résultats en termes de stabilité et de convergence des deux observateurs sont satisfaisants et comparables.

#### 4.4.3.4 La sensibilité vis-à-vis des bruits des mesures

Les deux observateurs ont également été comparés vis-à-vis de la sensibilité des bruits des mesures. Pour cela, nous avons ajouté du bruit gaussien aux mesures ( $\rho_2$  et  $v_2$ ). EKF donne des résultats convenables une fois le réglage des valeurs de la matrice de covariance de mesure  $R$  effectué. En revanche, la performance de EKF se dégrade rapidement quand la matrice de covariance de mesure  $R$  est mal définie. STSM, comme nous pouvons le constater dans les Figures 4.25 et 4.28, peut estimer  $\rho$  et  $v$  très efficacement sans aucun réglage. Nous pouvons donc affirmer que STSM est robuste vis-à-vis des bruits des mesures et au contraire de EKF, STSM n'a besoin d'aucun réglage et qu'il peut s'adapter à n'importe quels bruits qui existent dans les mesures. Il faut souligner que EKF se comporte aussi comme un filtre. Il réduit les bruits dans les mesures comme on peut le constater dans la Figure 4.25.

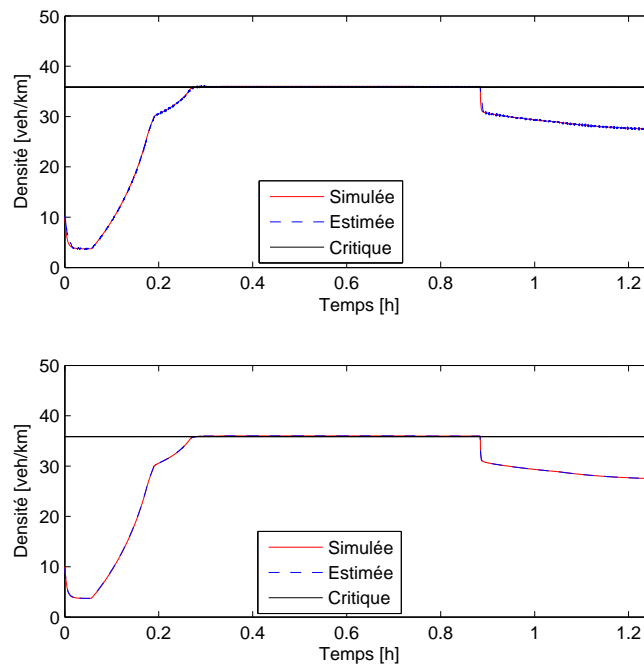


FIGURE 4.23 – La comparaison entre la convergence de la variable d'état ( $\rho$ ) en utilisant la valeur estimée par STSM (Haut) et la valeur estimée par EKF (Bas).

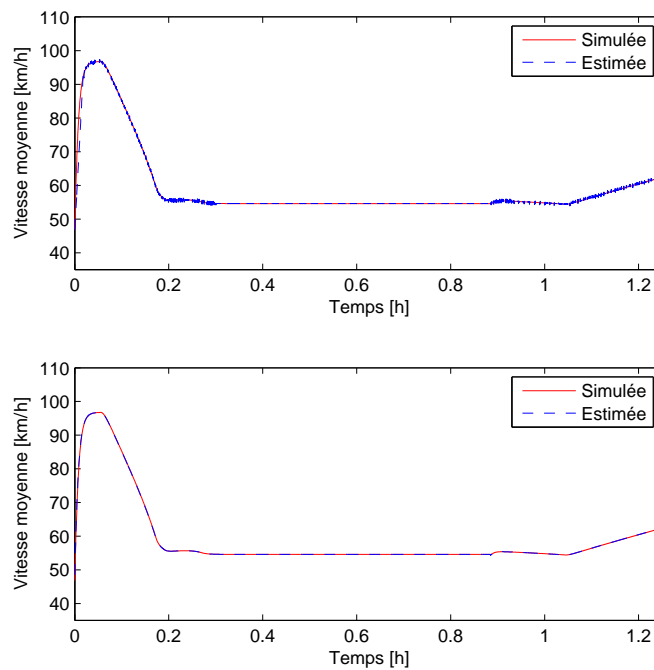


FIGURE 4.24 – La comparaison entre la convergence de la variable d'état ( $v$ ) en utilisant la valeur estimée par STSM (Haut) et la valeur estimée par EKF (Bas).

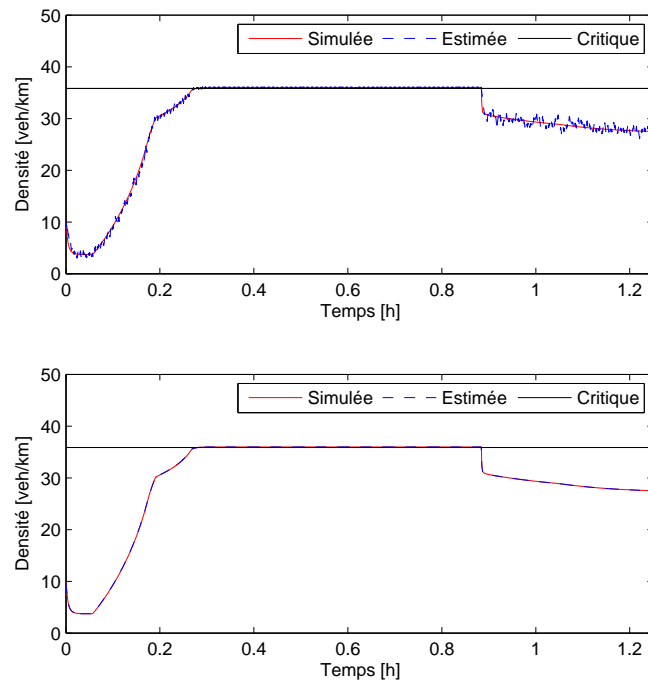


FIGURE 4.25 – Segment 1 : les valeurs estimées et mesurées de la densité dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas).

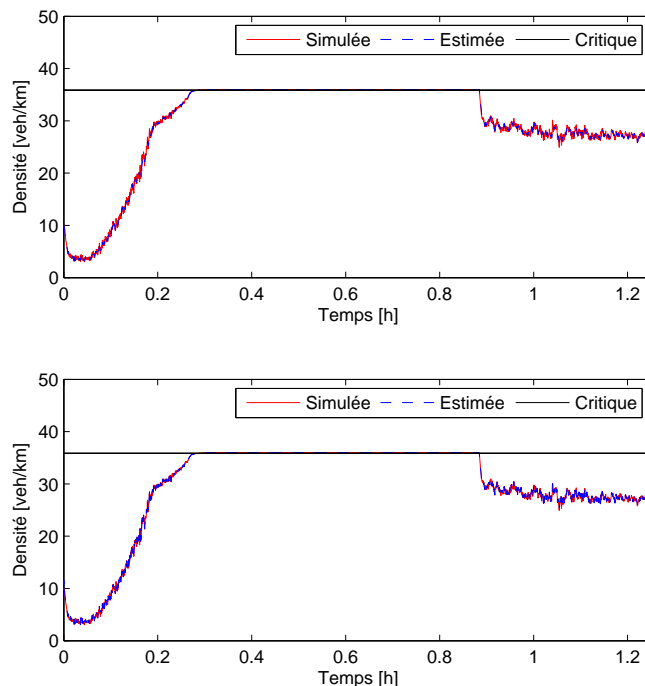


FIGURE 4.26 – Segment 2 : les valeurs estimées et mesurées de la densité dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas).

#### 4.4.3.5 La complexité

L'implémentation de EKF nécessite beaucoup de calculs. Elle est plus complexe à mettre en oeuvre que STSM qui ne nécessite que 4 paramètres — pour la section montrée dans la Figure 4.7 — à régler. La difficulté de EKF commence avec les réglages ou la définition des conditions initiales des matrices des covariances des mesures  $R$  ainsi que des états  $Q$  dépendant de la quantité de bruit sachant que le bruit des mesures est difficile à prédire et peut également varier dans le temps. De plus, comme nous l'avons souligné dans le chapitre 2, le *filtre de Kalman* ne peut fonctionner que dans le cas où le bruit est gaussien ce qui n'est pas toujours le cas dans la réalité.

## 4.5 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté un bref rappel sur les bases de la théorie des observateurs. Nous nous sommes focalisés principalement sur les observateurs par mode glissant qui, d'une part, présentent plusieurs avantages par rapport aux autres outils d'observations et, d'autre part, sont moins utilisés dans le domaine du trafic.

Nous avons utilisé principalement les observateurs par mode glissant d'ordre supérieur afin de nous affranchir des problèmes de réticences (*chattering*) rencontrés dans le cas des observateurs de premier ordre. L'observateur STSM ainsi introduit a permis d'estimer avec succès les états du trafic dans les cas où les stations de mesures sont en pannes ou

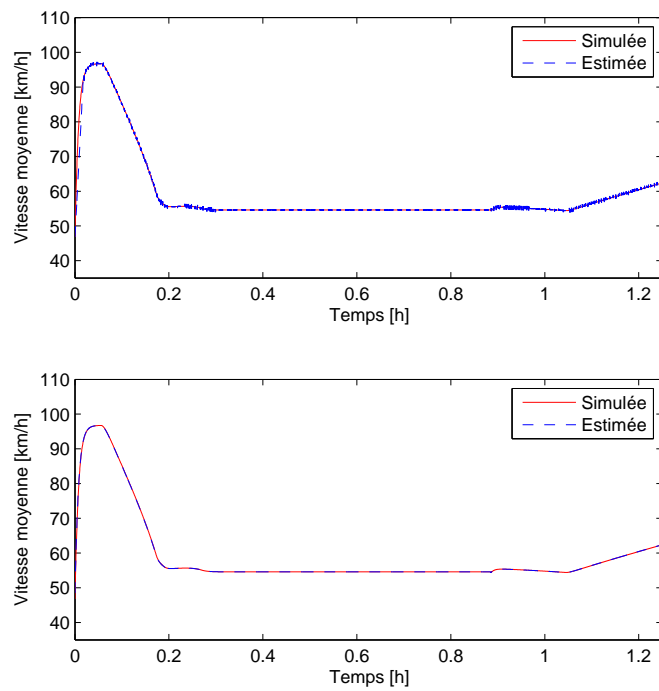


FIGURE 4.27 – Segment 1 : les valeurs estimées et mesurées de la vitesse dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas).

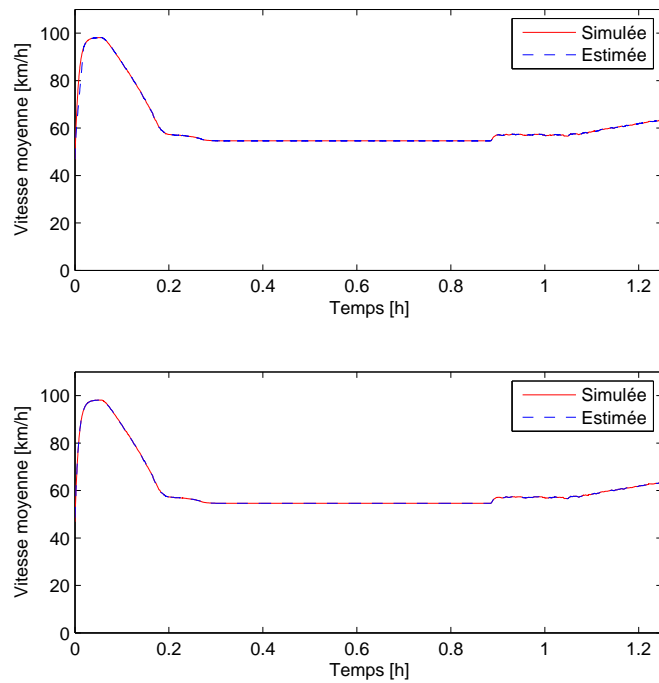


FIGURE 4.28 – Segment 2 : les valeurs estimées et mesurées de la vitesse dans le cas des mesures bruitées, STSM (Haut) et EKF (Bas).

lorsque les données sont manquantes.

Une étude comparative avec les EKF a été menée à bien et a démontré la supériorité du STSM par rapport aux filtres de Kalman. Soulignons que ces comparaisons ont été réalisées avec des données réelles ainsi qu'avec des données empiriques. Dans les deux cas, l'observateur STSM a montré une bonne robustesse par rapport au SKF dont la robustesse reste très limitée. En effet, le choix de SKF peut-être judicieux dans le cas où le modèle de trafic est exact. Cependant les modèles de trafic utilisés restent peu exacts, ce qui conduit l'observateur à suivre un comportement du trafic calqué sur un modèle qui ne reflète pas la réalité du flux.

Notons enfin que les algorithmes d'observations ont été élaborés dans les cas linéaire et non linéaire. De plus, nous avons mis en évidence la pertinence de l'observateur STSM en utilisant un modèle du trafic de second ordre ; METANET, et un modèle linéaire à commutation SMM.

Une fois les problèmes d'estimation et de reconstruction des états du trafic résolus, le chapitre suivant introduit les différentes stratégies élaborées pour la commande du trafic.

# Chapitre 5

## Contrôle d'accès routier

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>131</b>
<b>5.2</b>	<b>Bref rappel sur la commande par platitude différentielle)</b>	<b>132</b>
5.2.1	Introduction	132
5.2.2	Définition : Système plat	132
5.2.3	Exemple fondamental	134
<b>5.3</b>	<b>Commande par mode glissant de premier ordre</b>	<b>135</b>
<b>5.4</b>	<b>Commande par mode glissant d'ordre supérieur</b>	<b>140</b>
5.4.1	Introduction	140
5.4.2	Commande par super twisting sliding mode	140
<b>5.5</b>	<b>Application de la commande aux flux de trafic routier</b>	<b>141</b>
5.5.1	Contrôle d'accès basé sur un modèle non linéaire	141
5.5.2	Comparaison entre STSMC et ALINEA	144
5.5.3	Contrôle d'accès basé sur un modèle linéaire	144
<b>5.6</b>	<b>Synthèse</b>	<b>150</b>

---

### 5.1 Introduction

Les chapitres précédents ont démontrés la nécessité de mettre en œuvre des actions et des mesures pour la gestion dynamique du trafic. Dans le cadre des STI, la commande du trafic apparaît comme l'une des solutions efficaces pour résoudre les problèmes récurrents des congestions. Bien qu'il n'existe que peu de mesures pour réguler le trafic, le contrôle d'accès représente la solution la plus utilisée par les exploitants. C'est dans ce contexte que ce chapitre se focalise sur l'introduction de nouveaux algorithmes dédiés au contrôle d'accès. En effet, les commandes classiques basées sur les régulateurs conventionnels de type *PID*, par exemple, peuvent donner des résultats satisfaisants dans le cadre des systèmes linéaires. Cependant, dans le cas non linéaire, ces régulateurs présentent plusieurs limites notamment pour la commande du flux de trafic, qui rappelons le est décrit par des équations aux dérivées partielles.

Dans ce cadre, l'objectif de ce chapitre est d'introduire un nouvel algorithme basé sur l'utilisation conjointe de la platitude différentielle et de la commande par mode glissant d'ordre supérieur. Le premier concept est principalement dédié à la génération des trajectoires (commande en boucle ouverte [183] [184]). Le second permet d'assurer le suivi de

ces trajectoires (boucle fermée).

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons brièvement le concept de base de la platitude différentielle. La seconde partie est dédiée à la commande par mode glissant d'ordre supérieur et à son application au contrôle d'accès isolé. L'implémentation de cette nouvelle stratégie est réalisée à l'aide du modèle METANET et celui à commutation (SMM). Enfin, des simulations numériques sont proposées et des études comparatives avec ALINEA ont été menées à bien afin de démontrer l'efficacité de l'algorithme proposé avant de présenter une synthèse résumant les techniques utilisés ainsi que leurs avantages dans le cadre du trafic routier.

## 5.2 Bref rappel sur la commande par platitude différentielle)

### 5.2.1 Introduction

La commande par platitude a été introduite par Fliess et ses collaborateurs il y a plus de vingt-cinq ans [183] [184]. C'est une technique très réputée par sa puissance et sa simplicité pour la planification et le suivi de trajectoires et ce, sans intégration d'équations différentielles. Néanmoins, bien qu'elle ait été appliquée dans de nombreux domaines de l'industrie avec succès, son introduction dans le domaine du trafic a été mis en œuvre pour la première fois au début de ce siècle [119].

Ce concept est basé sur le formalisme de l'algèbre différentielle (ce qui justifie le terme plat). En effet, l'algèbre différentielle est une discipline mathématique dont l'objectif est de généraliser les méthodes de l'algèbre commutative à l'étude des systèmes d'équations différentielles non linéaires polynomiales. Cette approche est basée principalement sur les travaux de Ritt et Kolchin [185] [186].

La motivation première était de traiter les problèmes d'inversion entrées-sorties des systèmes non linéaires [187]. Cependant, elle s'est révélée très utile pour l'étude des propriétés structurelles telles que : l'observabilité, la linéarisation, le découplage, le rejet de perturbation, etc. C'est dans cette optique qu'a pu être dégagée la notion de platitude et de système différentiellement plat [119]. Dans ce qui suit, nous nous focalisons principalement sur la définition de la platitude ainsi qu'à ses propriétés. Pour obtenir plus de détails sur des aspects théoriques tels que les notions de groupe, de corps, d'extension de corps ainsi que leurs développements, le lecteur peut se référer à [185] [186] [188] [189].

### 5.2.2 Définition : Système plat

On dit que le système défini par

$$\dot{x} = f(x, u), x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m \quad (5.1)$$

est plat s'il existe une application  $h : \mathbb{R}^n \times (\mathbb{R}^m)^{r+1} \mapsto \mathbb{R}^m$ , une application  $\phi : (\mathbb{R}^m)^r \mapsto \mathbb{R}^n$  et une application  $\psi : (\mathbb{R}^m)^{r+1} \mapsto \mathbb{R}^m$  telles qu'on puisse écrire :



$$\begin{aligned}
 y &= h(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(r)}) \\
 x &= \phi(y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}) \\
 u &= \psi(y, \dot{y}, \dots, y^{(r-1)}, y^{(r)})
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

où  $r$  est un entier.

Il est à noter que :

- La dimension de la sortie plate est égale au nombre de commandes du système.
- Il n'y a pas unicité des sorties plates. Autrement dit le paramétrage n'est pas unique.
- On peut souvent trouver des sorties plates possédant une interprétation physique.

Cela revient à dire qu'on a résumé tout le comportement dynamique du système par le comportement de sa sortie plate : Donc, nous pouvons conclure que pour un système dont on connaît une sortie plate  $y$ , toutes les trajectoires sont de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \phi(y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(r)}(t)) \\
 u(t) &= \psi(y(t), \dot{y}, \dots, y^{(r+1)}(t))
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

C'est-à-dire, n'importe quelle fonction du temps  $[0, T] \ni t \mapsto y(t)$  fournit une trajectoire du système  $[0, T] \ni t \mapsto (x(t), u(t))$  (cf. Figure 5.1).

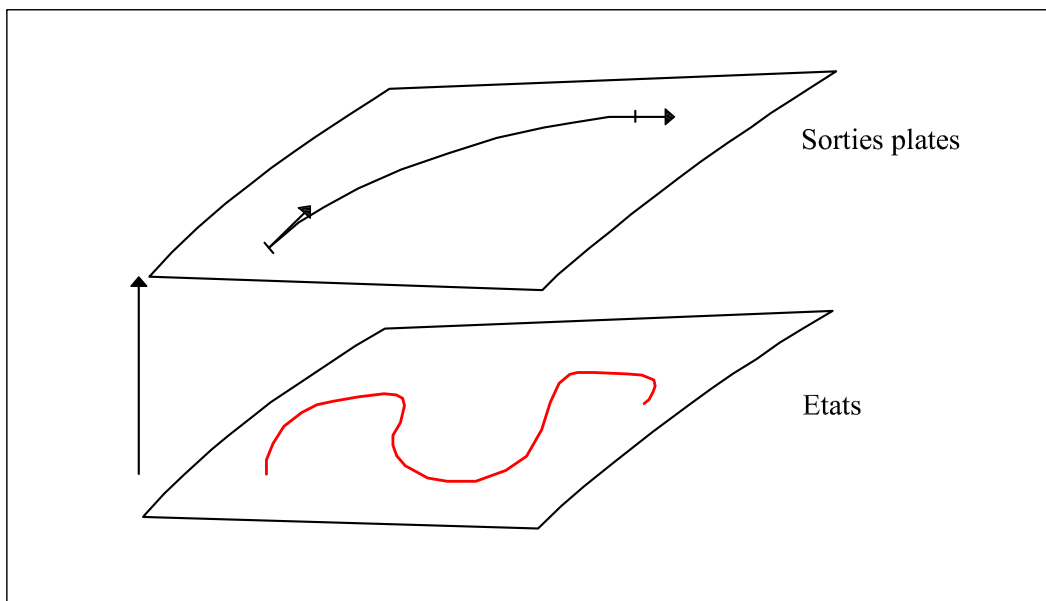


FIGURE 5.1 – Equivalence des systèmes — Correspondance entre les trajectoires

### 5.2.3 Exemple fondamental

Considérons le système suivant tiré de [190] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = & x_3 - x_2 u \\ \dot{x}_2 = & -x_2 + u \\ \dot{x}_3 = & x_2 - x_1 + 2x_2(u - x_2) \end{cases} \quad (5.4)$$

Posons

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + \frac{x_2^2}{2} \\ y_2 &= \dot{y}_1 = (x_3 - x_2 u) + x_2(u - x_2) = x_3 - x_2^2 \\ y_3 &= \dot{y}_2 = \ddot{y}_1 = x_2 - x_1 + 2x_2(u - x_2) - 2x_2(u - x_2) = -x_1 + x_2 \\ \nu &= \dot{y}_3 = y_1^{(3)} = -x_3 + x_2 u - x_2 + u = -x_2 - x_3 + u(1 + x_2) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Nous pouvons constater que le système possède une seule variable de commande  $u$  qui apparaît à la troisième dérivation de  $y_1$ . Nous pouvons donc conclure que  $y_1$  est la sortie plate du système. En effet, elle permet de paramétrer toutes les trajectoires du système. Ainsi, les variables d'état et de commande  $x_1, x_2, x_3$  et  $u$  peuvent être exprimées en fonction de  $y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1$ , et  $y_1^{(3)}$ .

Par la suite, on cherche à amener le système d'un point stationnaire ( $x_1 = A, x_2 = A, x_3 = A^2, u = A$ ) à un autre point stationnaire ( $x_1 = B, x_2 = B, x_3 = B^2, u = B$ ) dans l'intervalle  $[0, T]$ . Transposons ces conditions sur la sortie plate  $y$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} y_1(0) &= A + \frac{A^2}{2} \\ \dot{y}_1(0) &= A^2 - A^2 = 0 \\ \ddot{y}_1(0) &= -A + A = 0 \\ y_1^{(3)}(0) &= -A - A^2 + A(1 + A) = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

et

$$\begin{aligned} y_1(T) &= B + \frac{B^2}{2} \\ \dot{y}_1(T) &= B^2 - B^2 = 0 \\ \ddot{y}_1(T) &= -B + B = 0 \\ y_1^{(3)}(T) &= -B - B^2 + B(1 + B) = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Ainsi, n'importe quelle courbe  $[0, T] \ni t \mapsto y(t)$  satisfaisant les conditions 5.6 et 5.7 fournit une trajectoire pour le système respectant la condition :  $1 + 2(y_1 + \ddot{y}_1) > 0$ .

Une telle génération de trajectoire appelée aussi commande en boucle ouverte peut être réalisée en utilisant un simple polynôme de Bézier, par exemple.

Pour le suivi de trajectoire, on peut utiliser un retour d'état endogène. Néanmoins, dans nos travaux nous avons opté pour l'utilisation de la commande par mode glissant d'ordre supérieur. Le paragraphe suivant rappelle le principe de cette commande en mettant l'accent sur les deux ordres ; le premier ordre et celui d'ordre supérieur.

### 5.3 Commande par mode glissant de premier ordre

La commande par modes glissants est une loi de commande robuste simple à calculer et à mettre en oeuvre, même pour des systèmes non linéaires. Ce type de commande est bien documenté dans [191] [192]. elle est apparue en Union Soviétique pendant les années 60 à partir des travaux sur les commandes à structure variable<sup>1</sup>, c'est-à-dire des commandes commutant entre plusieurs lois de commande différentes en fonction de certains critères [194]. Les lois de commande sont définies en<sup>2</sup> [195] :

- Caractérisant l'attractivité d'une surface de glissement,
- Maintenant le système sur cette surface.

La loi de commande par mode glissant a deux principaux avantages :

- Premièrement, le comportement dynamique du système au voisinage de la surface de glissement est essentiellement conditionné par cette même surface de glissement. On dit que le système est en régime glissant.
- Deuxièmement, ce comportement est non seulement robuste, mais aussi insensible aux différentes incertitudes pour laquelle la commande a été réglée.

Bien que la discontinuité de ce type de commande permette d'obtenir une convergence en temps fini vers la surface ainsi que les propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations externes [196], elle engendre des oscillations de hautes fréquences une fois le régime glissant atteint. Ce phénomène est connu sous le nom de réticence ou *chattering* en anglais.

Plusieurs techniques permettent d'éliminer ou du moins de limiter ce phénomène. Par exemple, on peut remplacer la fonction *sign* (la loi de commande maintenant le système sur la surface de glissement) par une fonction continue comme les fonctions saturation (*sat*) ou tangente hyperbolique (*tanh*) [195]. Néanmoins, cette atténuation des phénomènes de réticence, bien que très efficace, est obtenue au dépend de la robustesse qui s'en trouve ainsi réduite [194]. Une autre solution pour éliminer ce phénomène, est de faire appel aux techniques de commande par mode glissant d'ordre supérieur. Cependant, une question demeure : quel comportement faut-il imposer au système pendant la phase de glissement, autrement dit, comment choisir la surface de glissement ?

---

1. Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Ce terme apparaît à cause de la commutation (variation discontinue) du système et de son contrôleur (ou observateur) entre deux ou plusieurs structures [193].

2. Dans ce paragraphe, il ne s'agit pas de décrire formellement la commande par mode glissant de premier ordre, mais plutôt de souligner les grandes insuffisances et inconvénients de ce type de commande.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter quelques définitions des expressions couramment utilisées dans le cadre de ce type de commande :

- **La surface de commutation** : c'est une surface de glissement divisant l'espace d'état en deux (pour une commande monovariante, ou pour chaque composante d'une commande multivariante), et les lois de commande dans chaque demi-espace sont des constantes.
- **Réticence (chattering)** : c'est un phénomène qui se produit sur la surface de glissement (cf. Figure 5.2) après la convergence du système à cause de la commutation (oscillation) à haute fréquence au niveau des actionneurs. Ce phénomène est le plus grand défaut des commandes par mode glissant. En effet, il peut causer une perte de précision, et surtout une usure prématurée des actionneurs ou du système, en plus de générer un bruit sur des systèmes mécaniques.

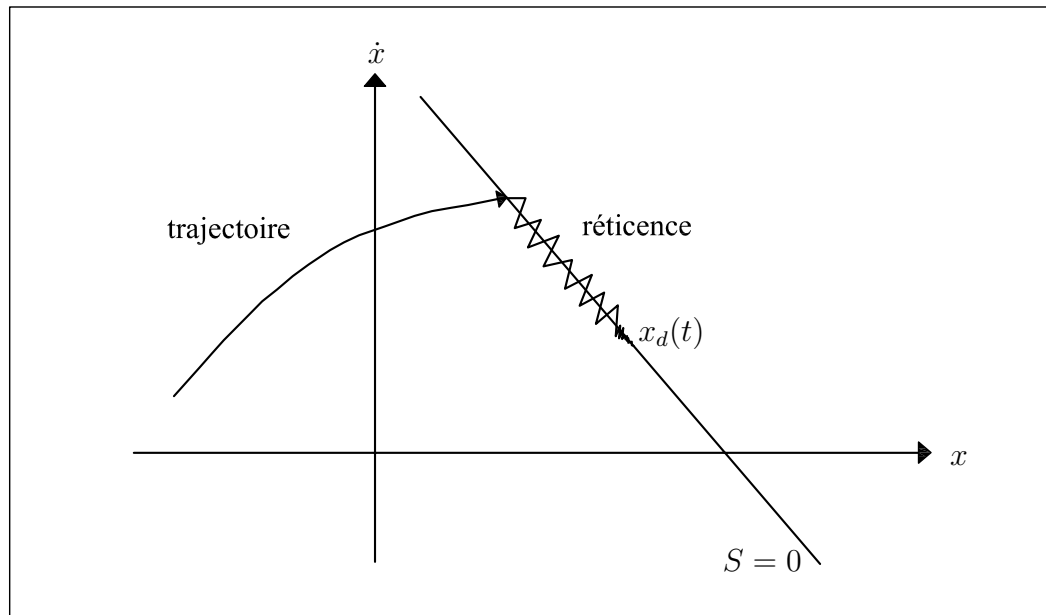


FIGURE 5.2 – Phénomène de réticence

Dans cette thèse, pour éviter ces deux problèmes, nous allons utiliser la théorie de la commande par mode glissant d'ordre supérieur apparue dans les années 80.

L'exemple du double intégrateur introduit dans [195] [197] servira de base pour mieux comprendre les subtilités de ce type de commande. Il est décrit par l'expression suivante :

$$\ddot{y}(t) = u(t) \quad (5.8)$$

où,  $u(t)$  est la variable de commande et  $y(t)$  est la variable de sortie.

Nous considérons le contrôleur linéaire suivant :

$$u(t) = -Ky(t) \quad (5.9)$$

où  $K$  est une constante positive.

Afin d'étudier la convergence de la variable de sortie vers zéro, nous exprimons  $\dot{y}(t)$  en fonction de  $y(t)$ , et nous traçons l'évolution de la sortie dans le plan de phase ( $y, \dot{y}$ ). L'intégration de l'Eq. 5.9 après introduction de l'Eq. 5.8 donne :

$$\dot{y}^2 + Ky^2 = Z \quad (5.10)$$

où,  $Z$  est une constante d'intégration.

Un contrôleur par retour d'état de la forme  $u(t) = -Ky(t)$  n'est pas suffisant pour faire converger le système vers l'origine du plan de phase comme le montre la Figure 5.3.

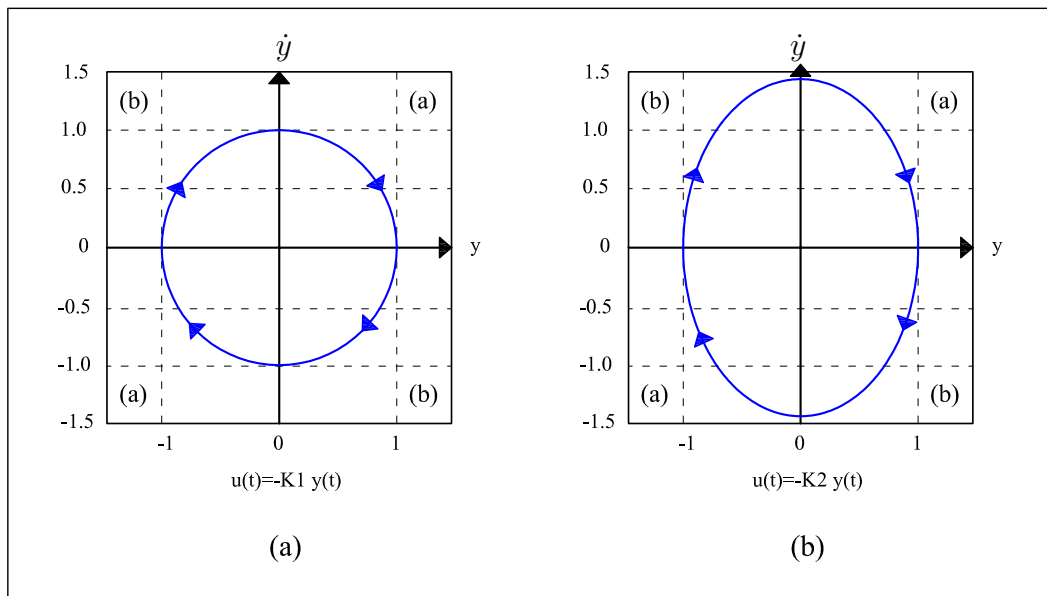


FIGURE 5.3 – Contrôleur par retour d'état : plan de phase

Nous considérons maintenant un contrôleur à structure variable conçu selon le principe de base de la commande par mode glissant. La variable de commande  $u(t)$  prend la forme suivante :

$$u(t) = \begin{cases} -K_1y(t) & \text{si } y\dot{y} < 0 \\ +K_2y(t) & \text{si } y\dot{y} \geq 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

La Figure 5.4 représente l'Eq. 5.11 dans le plan de phase. L'évolution de l'état du système dépend de la commande  $u(t)$  qui est égale à  $-K_2y(t)$  dans les quadrants (a) et égale à  $-K_1y(t)$  dans les quadrants (b). Lors de l'utilisation d'un contrôleur à structure variable, le plan de phase est partagé en deux zones. Si les valeurs de  $K_1$  et  $K_2$  sont bien choisies, le système converge vers l'origine.

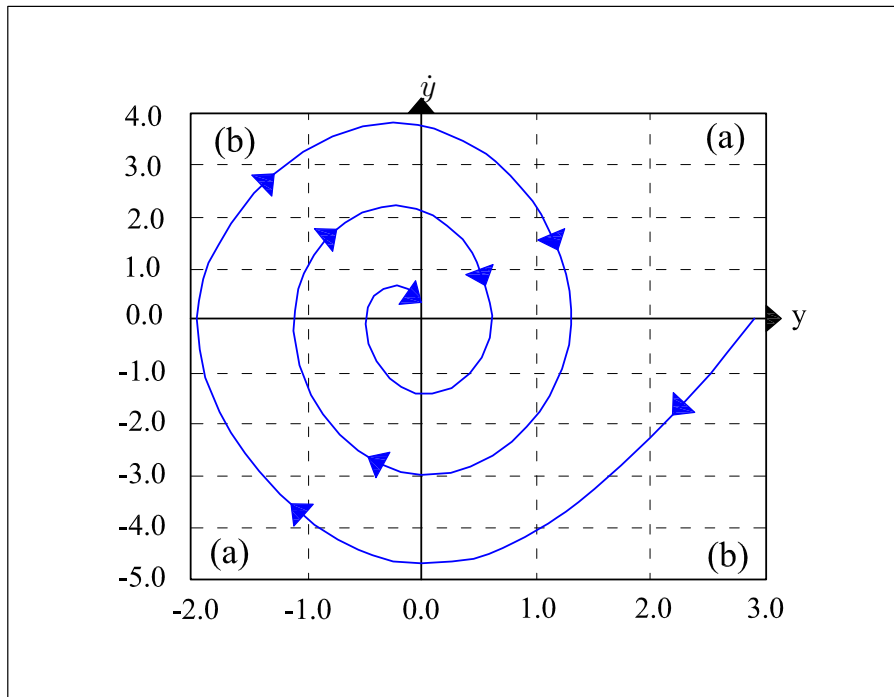


FIGURE 5.4 – Contrôleur à structure variable : plan de phase

Supposons maintenant que la commande  $u(t)$  est définie comme suit :

$$u(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } S(y, \dot{y}) > 0 \\ +1 & \text{si } S(y, \dot{y}) < 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

où  $S(y, \dot{y})$  est la fonction de glissement définie par :

$$S(y, \dot{y}) = \dot{y} + \lambda y \quad (5.13)$$

où  $\lambda$  est une constante positive.

La variable  $u(t)$  peut être mise sous une forme plus compacte :

$$u(t) = -\text{sign}(S(t)) \quad (5.14)$$

où  $\text{sign}$  est la fonction signe.

Ce choix de la commande  $u(t)$  permet d'amener toutes les trajectoires du système, en un temps fini, vers la surface de glissement et de les maintenir ensuite sur celle-ci ou bien dans son voisinage [197].

La condition d'attractivité de la surface de glissement est représentée par :

$$S\dot{S} < 0 \quad (5.15)$$

On obtient alors :

$$S\dot{S} = S(\lambda\dot{y} - \text{sign}(S)) < |S|(\lambda|\dot{y}| - 1) < 0 \quad (5.16)$$

Cette condition est vérifiée si  $\lambda|\dot{y}| < 1$ .

Généralement, une commande par mode glissant possède deux parties (cf. Figure 5.5) [198] :

- Une première partie qui a pour objet d’attirer toutes les variables d’état du système dans une région convenablement sélectionnée.
- Une deuxième partie consistant en une loi de commande qui a pour objet de maintenir l’état du système dans cette même région.

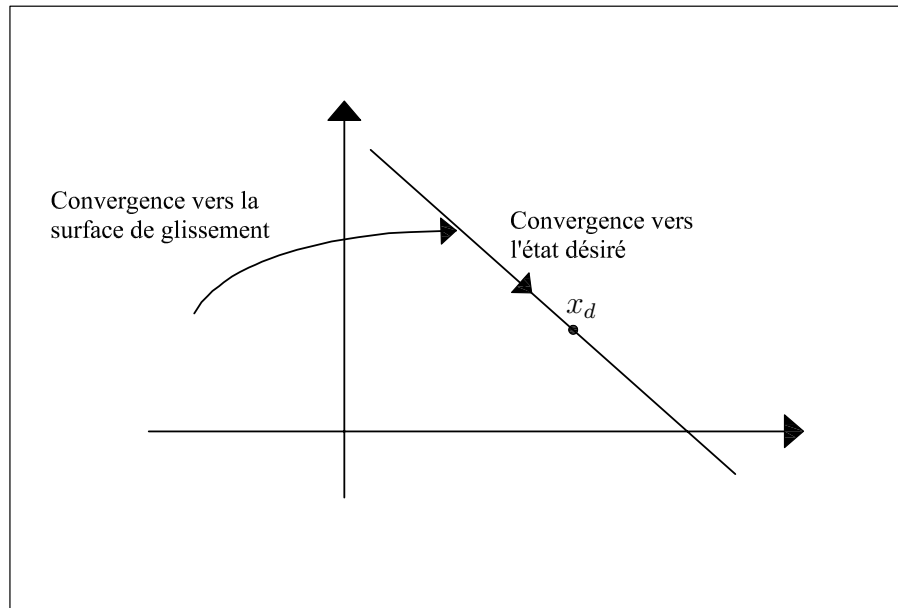


FIGURE 5.5 – Convergence du système glissant dans l’espace d’état

Dans la commande par mode glissant de premier ordre (FOSMC<sup>3</sup>), la surface de glissement est choisie de manière à ce qu’elle soit d’ordre un par rapport à la variable de commande. Cette variable  $u$  peut être donnée par l’équation suivante :

$$u = u_{eq} + u_d \quad (5.17)$$

où  $u_d$  représente une commande discontinue qui permet au système d’atteindre et de rester sur la surface de glissement.  $u_{eq}$ , la commande équivalente, est quant à elle une fonction continue. Le principe de cette dernière est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu’il est sur la surface de glissement  $S$ , soit  $S = 0$ .

Dans cette thèse, la commande équivalente  $u_{eq}$  est abordée par une technique basée sur la platitude, et le terme  $u_d$  par une technique de mode glissant d’ordre supérieur dit super twisting sliding mode. Le premier terme permet la génération de trajectoires (*trajectory planning*) tandis que le second assure le suivi des trajectoires dit commande en boucle fermée (*trajectory tracking*). Dans la suite de la première partie de ce chapitre, nous allons commencer par concevoir le terme  $u_d$  par la technique de mode glissant d’ordre supérieur et particulièrement par l’algorithme super-twisting sliding mode.

## 5.4 Commande par mode glissant d'ordre supérieur

### 5.4.1 Introduction

Comme nous l'avons souligné, la commande par mode glissant d'ordre supérieur a pour but d'améliorer le fonctionnement et de réduire les défauts de la commande par mode glissant de premier ordre. Cette approche permettra de réduire le phénomène de réticence tout en gardant la même robustesse et la même performance que la commande par mode glissant d'ordre un.

Historiquement, les techniques par modes glissants d'ordre supérieur sont apparues dans les années 80 [199] [200]. La généralisation des modes glissants d'ordre un aux modes glissants d'ordre supérieur est caractérisée par le choix d'une commande discontinue agissant non pas seulement sur la surface de glissement mais aussi sur ses dérivées supérieures. C'est-à-dire, pour la commande par mode glissant classique, seule la connaissance de la fonction de glissement  $s$  est nécessaire mais pour la commande par mode glissant d'ordre supérieur (par exemple, d'ordre  $r$ ), les fonctions  $(s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(r-1)})$  sont nécessaires. Cette contrainte peut être considérée comme l'inconvénient principal de ces techniques [195].

Dans la littérature, beaucoup de techniques par modes glissants d'ordre supérieurs ont été proposées, par exemple : l'algorithme du twisting, la commande sous-optimale par modes glissants d'ordre deux, l'algorithme du super twisting, etc. [173]. Dans la suite, nous allons mettre l'accent sur un algorithme par mode glissant d'ordre supérieur dit super twisting.

### 5.4.2 Commande par super twisting sliding mode

Le super twisting est un algorithme par mode glissant d'ordre supérieur. Cet algorithme se distingue par sa simplicité et sa robustesse mais aussi par son effet positif sur le phénomène de réticence en l'atténuant [201].

Cet algorithme a été proposé par [175] dans le cas d'un système de degré relatif un, puis modifié pour les systèmes de degré relatif deux [202]. L'algorithme de super-twisting est conçu afin de réaliser une commande continue par mode glissant d'ordre deux en utilisant uniquement les informations sur  $s$ , l'évaluation du signe de  $\dot{s}$  n'étant pas nécessaire. La convergence de cet algorithme est décrite aussi par les rotations autour de l'origine du diagramme de phase  $(s, \dot{s})$ .

Cette commande se décompose en un terme algébrique (non dynamique) et un terme intégral. On peut donc considérer cet algorithme comme une généralisation non linéaire d'un contrôleur PI. Si le système physique n'est pas de degré relatif 1 et que  $s$  (cf. Figure 5.6) est en fait une surface dépendant de la dérivée de la sortie, on a une généralisation non linéaire d'un contrôleur PID [194].

L'algorithme du super twisting entraînant l'annulation de  $s$  et  $\dot{s}$  en temps fini tout en ne requérant que le signal  $s$ , se comporte comme un dérivateur. De ce fait, nous pouvons dire que cet algorithme est à la base d'un dérivateur [173] [176] [203].



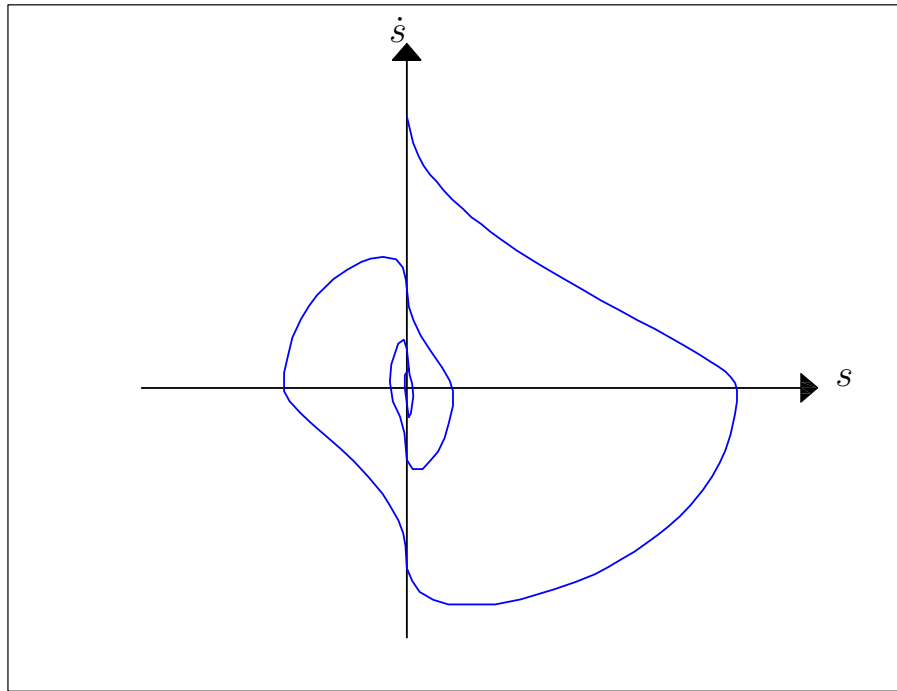


FIGURE 5.6 – Super twisting

L'algorithme du super twisting pour faire face à la perturbation et au phénomène de réticence s'écrit :

$$u_d(t) = -k_1\sqrt{L}\sqrt{|s|}\text{sign}(s) - \int k_2L\text{sign}(s) \quad (5.18)$$

avec  $L = \frac{C}{\Gamma_m}$ ,  $k_2 > 1$  et  $k_1 > \sqrt{-2k_2 + 2\sqrt{k_2^2 + 2k_2 + 2}}$

où  $C$  et  $\Gamma_m$  sont des constantes à définir.  $k_1$  et  $k_2$  sont des paramètres de l'algorithme. La preuve de la stabilité de cet algorithme peut être trouvée dans [194] [176] [204].

## 5.5 Application de la commande aux flux de trafic routier

Dans cette section, nous allons appliquer l'algorithme STSMC décrit ci-dessus, pour le contrôle d'accès autoroutier. L'algorithme développé est testé, dans un premier temps, sur le modèle non linéaire METANET et dans un second temps sur le modèle linéaire SMM. Par la suite, et dans les deux cas, les résultats obtenus sont comparés à la stratégie ALINEA.

### 5.5.1 Contrôle d'accès basé sur un modèle non linéaire

Pour la simulation, nous considérons la section routière suivante (cf. Figure 5.7). Il s'agit d'un tronçon autoroutier à trois voies divisé en cinq segments. La longueur de chaque segment est de 1 km. Une bretelle d'entrée se situe au début du troisième segment. À la fin de chaque segment, une boucle électromagnétique est installée pour mesurer les variables

d'état du segment. L'algorithme du contrôle d'accès considère la densité  $\rho$  comme variable d'état. Les simulations numériques sont réalisées à l'aide du modèle METANET<sup>4</sup>. Les valeurs des paramètres du modèle sont données dans la Table 4.1. La demande de la route principale ainsi que la demande de la bretelle d'entrée sont présentées dans la Figure 5.9<sup>5</sup>.

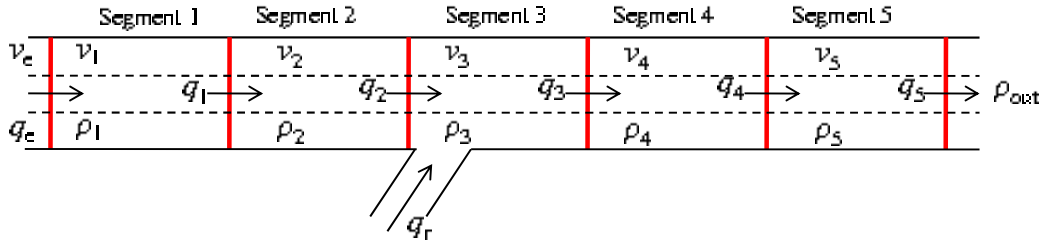


FIGURE 5.7 – Section autoroutière étudiée

L'équation d'état du système dynamique relative au segment 3, peut être donnée par :

$$\rho_3(t) = \rho_3(t-1) + \frac{T_s}{L_3\lambda_3}[q_2(t) + q_3(t) + q_r] \quad (5.19)$$

Comme cette équation est inversible, le système peut être commandé en boucle ouverte en s'appuyant sur la technique de commande inverse<sup>6</sup> si et seulement si [205] :

- les variables d'état (la densité  $\rho$  et la vitesse  $v$ ) sont mesurables (mesurées ou estimées),
- la valeur désirée (la densité critique  $\rho_c$ ) est bornée,
- la variable d'état qui est contrôlée est aussi bornée,
- les valeurs des variables d'état (la densité  $\rho$  et la vitesse moyenne  $v$ ) sont données entre  $0 < \rho < \rho_m$  et  $0 < v < v_c$ .

Donc, l'équation de commande de la bretelle d'entrée peut être donnée par :

$$U_{eq} = \frac{L_3\lambda_3}{T_s}(\rho_3(t) - \rho_3(t-1)) - q_2(t) + q_3(t) \quad (5.20)$$

Pour que nous puissions faire face aux problèmes des perturbations et à l'influence des valeurs des paramètres, nous établissons un algorithme de commande en boucle fermée. Pour ce faire, l'algorithme de mode glissant dit super twisting est ajouté (cf. Figure 5.8).

L'équation finale de l'algorithme de commande en boucle fermée peut être donnée par :

$$U = \frac{L_3\lambda_3}{T_s}(\rho_3(t) - \rho_3(t-1)) - q_2(t) + q_3(t) - k_1|S|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(S) - k_2 \int_0^t \text{sign}(S)dt \quad (5.21)$$

4. Dans nos travaux, METANET a été implémenté sous Matlab/Simulink.

5. Notons que dans cette figure ainsi que dans les figures qui suivent, le pas de temps correspond au pas de simulation et est égal à *une minute*.

6. inverse dynamique control technique

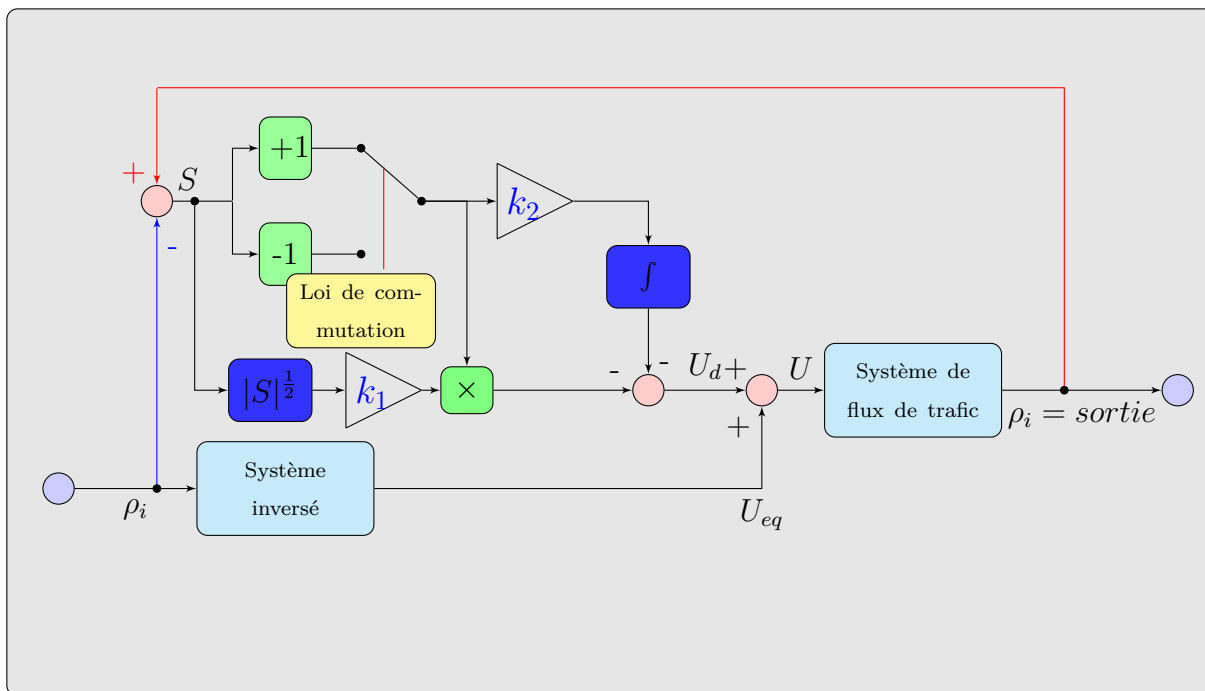


FIGURE 5.8 – Algorithme de STSMC

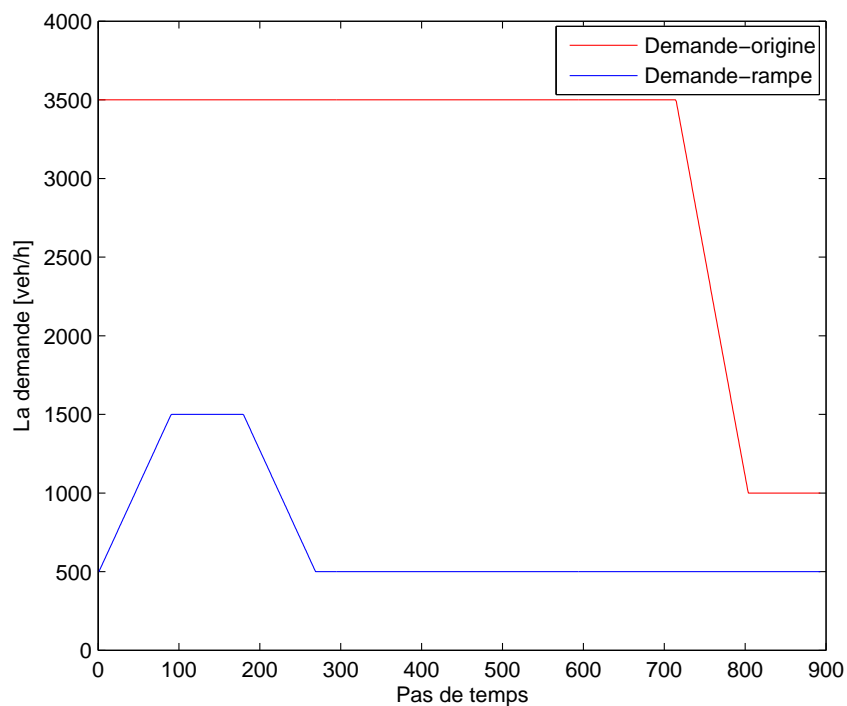


FIGURE 5.9 – La demande de l'origine et de la bretelle d'entrée

La Figure 5.10 montre les résultats des simulations utilisant l'algorithme STSMC. La commande a pour but de réguler la densité du segment 3 sur la voie principale en limitant le débit de la bretelle d'entrée qui se situe sur le même segment. Comme nous pouvons le constater, grâce à cet algorithme, la densité est maintenue aux alentours de la densité critique.

Pour voir l'effet de l'algorithme de STSMC, nous allons expliciter les résultats des simulations (cf. Figure 5.11). Nous pouvons voir que, sans commande, l'état du trafic dans les segments 1, 2 et 3 se dégrade fortement. Le temps de trajet total sans commande  $TTT_{NC} = 1.5915 \times 10^3 \text{ veh} - \text{sec}$  tandis que dans le cas d'une mise en oeuvre d'une commande STSMC  $TTT_{STSMC} = 1.2331 \times 10^3 \text{ veh} - \text{sec}$ . Donc, l'algorithme STSMC permet de réduire le temps de trajet total et d'éviter l'apparition des congestions sur une section autoroutière.

### 5.5.2 Comparaison entre Stsmc et Alinea

L'algorithme STSMC est comparé à celui d'ALINEA. L'étude comparative est réalisée en simulant le même tronçon autoroutier avec les mêmes données et dans les mêmes conditions de circulation que pour l'algorithme STSMC.

Les résultats sont présentés dans la Figure 5.12. Comme nous pouvons le constater, les résultats sont identiques à ceux obtenus à partir de l'algorithme STSMC. Le temps de trajet total obtenu par l'algorithme ALINEA ( $TTT_{Alinea}$ ) est de  $1.2339 \times 10^3 \text{ veh} - \text{sec}$ . Donc, les deux algorithmes peuvent produire des  $TTT$  semblables voire identiques. Sachant que les conditions initiales des deux variables d'état ( $v$  et  $\rho$ ) sont respectivement  $90 \text{ km/h}$  et  $22 \text{ veh/km}$ .

Pour faciliter la comparaison des deux algorithmes, nous avons changé les conditions initiales de sorte que les valeurs  $v$  et  $\rho$  se situent dans la zone congestionnée,  $v = 40 \text{ km/h}$  et  $\rho = 60 \text{ veh/km}$ . La Figure 5.13 montre les différences qui peuvent se produire en changeant les conditions initiales. Dans les deux cas retenus, nous pouvons constater que les deux algorithmes de commande (STSMC et ALINEA) sont plus ou moins identiques.

### 5.5.3 Contrôle d'accès basé sur un modèle linéaire

Pour réaliser les simulations en utilisant un modèle linéaire, nous avons retenu la même section d'autoroute que celle présentée dans la Figure 5.7. Le modèle SMM (mode F-F) est implémenté. Le débit de la rampe d'accès est contrôlé par les deux algorithmes de commande STSMC et ALINEA. La Figure 5.14 montre la demande de l'origine ainsi que celle de la rampe. Les états du trafic en amont de la section autoroutière ainsi qu'en aval sont libres pour que le modèle reste dans le mode F-F.

Les équations du modèle (mode F-F) pour une telle section peuvent être écrites de la façon suivante :

$$\rho_i(t + 1) = R_i \rho_i(t) + M_i u_i(t) \quad (5.22)$$

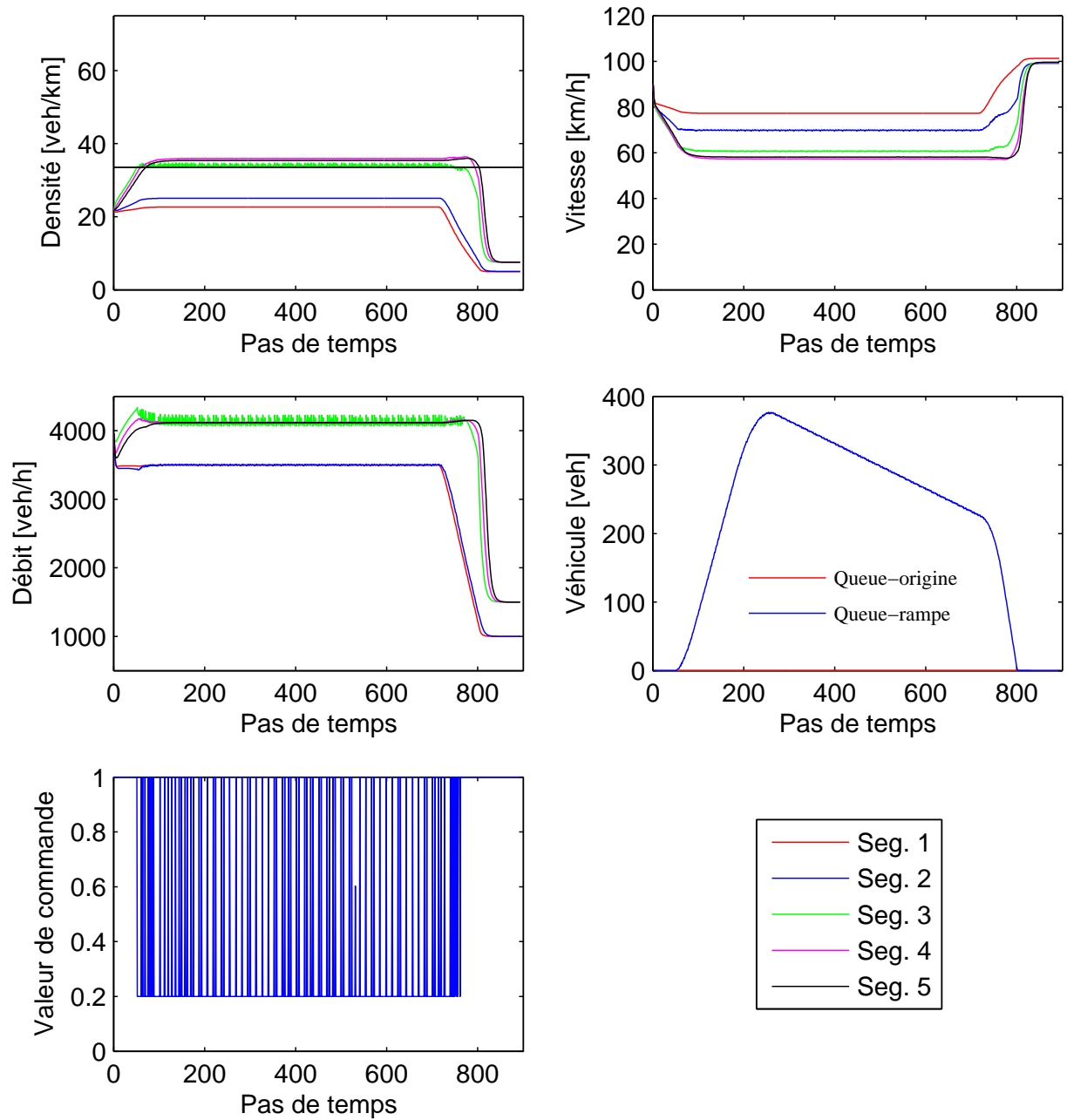


FIGURE 5.10 – Résultats de simulation — Algorithme STSMC

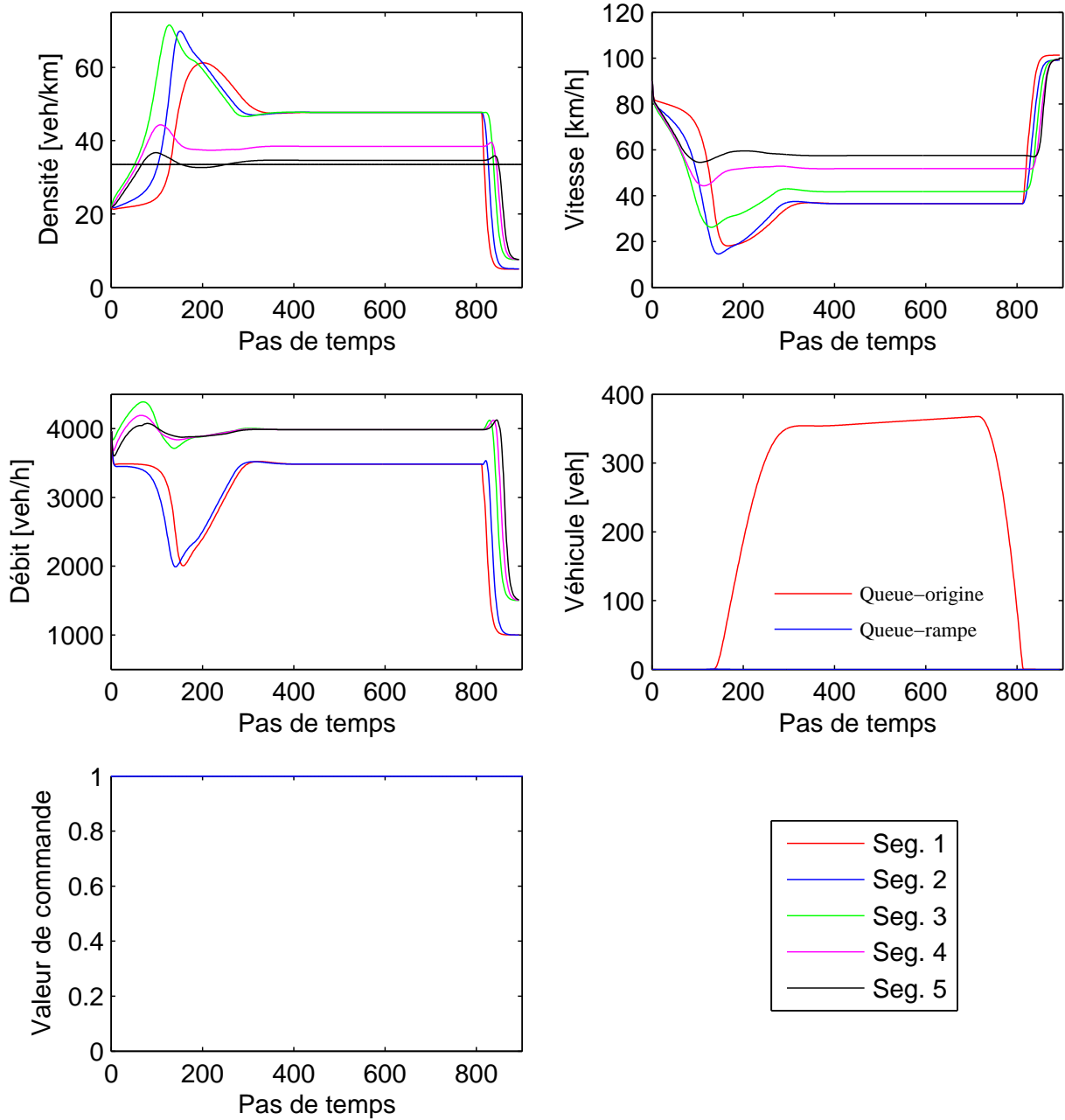


FIGURE 5.11 – Résultats de simulation — sans commande

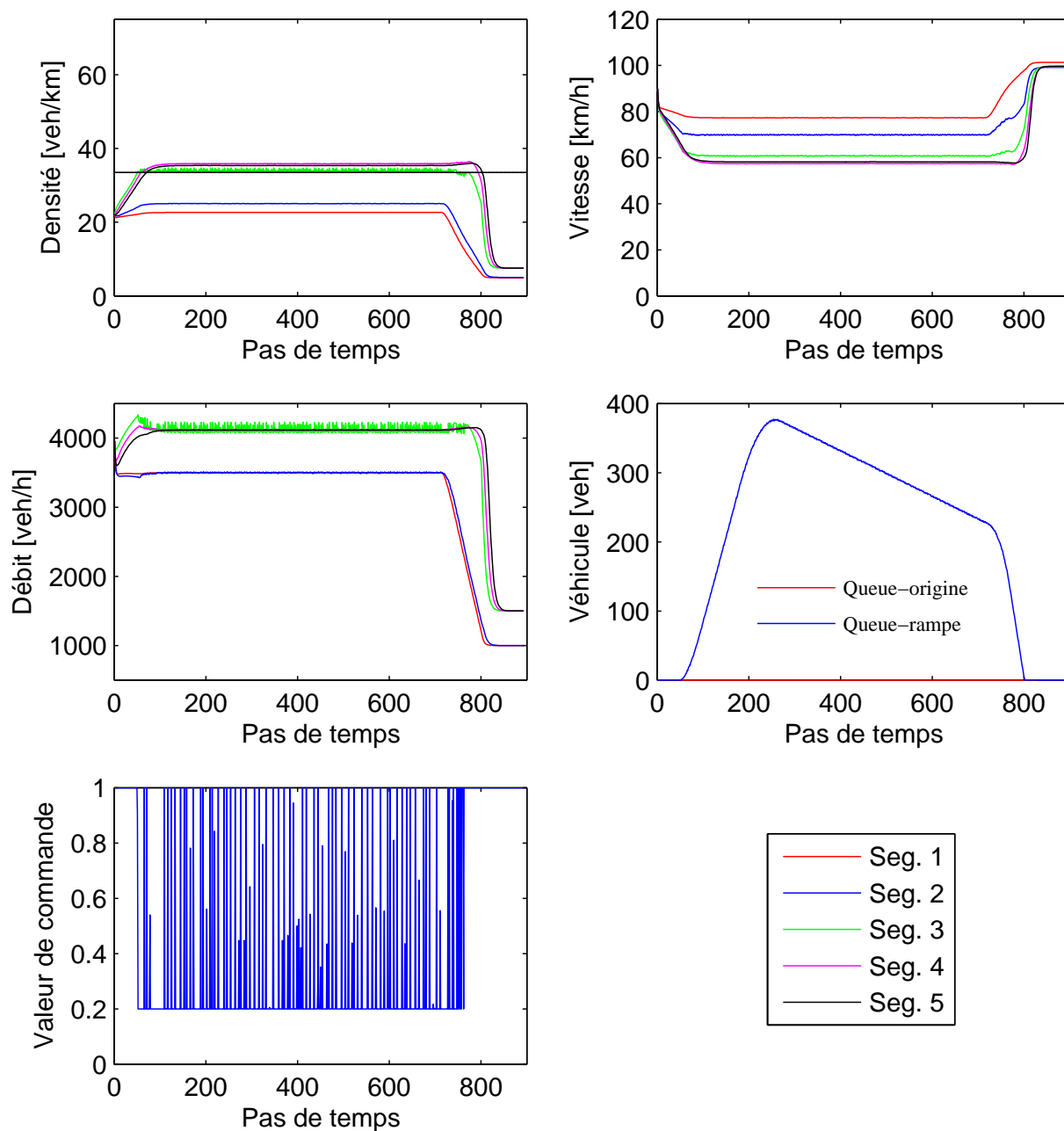


FIGURE 5.12 – Résultats de simulation - Algorithme ALINEA

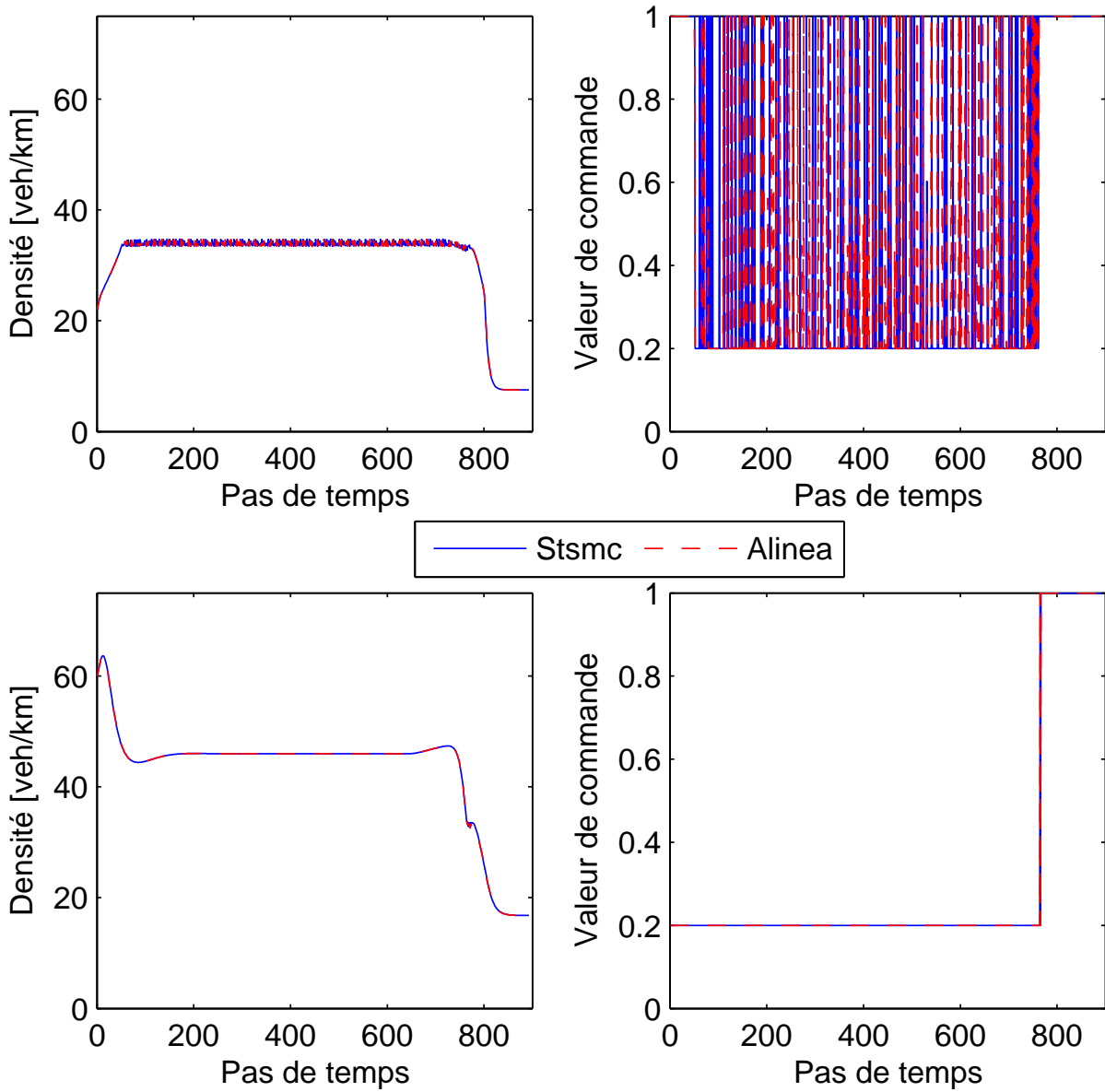


FIGURE 5.13 – Comparaison entre STSMC et ALINEA en changeant les conditions initiales des variables d'état  $v$  et  $\rho$ . Les conditions initiales. Haut :  $v = 90 \text{ km/h}$  et  $\rho = 22 \text{ veh/km}$ . Bas :  $v = 40 \text{ km/h}$  et  $\rho = 60 \text{ veh/km}$ .



où  $\rho_i = [\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3 \ \rho_4 \ \rho_5]$ ,  $u_i = [q_o \ 0 \ q_r \ 0 \ q_s]$

$$R_{1-5} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{V_{c1}T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{c1}T_s}{L_2} & 1 - \frac{V_{c2}T_s}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{c2}T_s}{L_3} & 1 - \frac{V_{c3}T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{c3}T_s}{L_4} & 1 - \frac{V_{c4}T_s}{L_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{c4}T_s}{L_5} & 1 - \frac{V_{c5}T_s}{L_5} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$M_{1-5} = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T_s}{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{T_s}{L_5} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Les Figures 5.15 et 5.16 montrent respectivement les résultats des simulations dans lesquelles les algorithmes de commande STSMC et ALINEA sont implémentés. La commande a pour but de réguler la densité du segment 3 sur la route principale en limitant le débit de la bretelle d'entrée.

Nous pouvons constater que, dans le cas d'un modèle linéaire, les deux algorithmes nécessitent plus de temps pour se stabiliser. Cependant, les figures montrent que le STSMC réagit plus rapidement qu'ALINEA. Nous pouvons remarquer par ailleurs la présence d'une oscillation sur le signal de commande qui est produite par le STSMC.

Pour des raisons de comparaison, nous avons calculé le  $TTT$  des deux algorithmes ;  $TTT_{STSMC} = 6.128 \times 10^5 \text{ veh} - \text{sec}$  et  $TTT_{ALINEA} = 6.7374 \times 10^5 \text{ veh} - \text{sec}$ . Nous pouvons conclure que le STSMC réduit le temps de trajet total par rapport à ALINEA. Sur la Figure 5.17, nous pouvons constater clairement les différences entre les deux algorithmes et les longueurs des queues produites sur la bretelle d'accès par chaque algorithme.

Enfin, les cartographies de l'évolution de l'état du trafic dans chaque segment de la section de route sont reproduites dans la Figure 5.18 pour les deux algorithmes testés (STSMC et ALINEA).

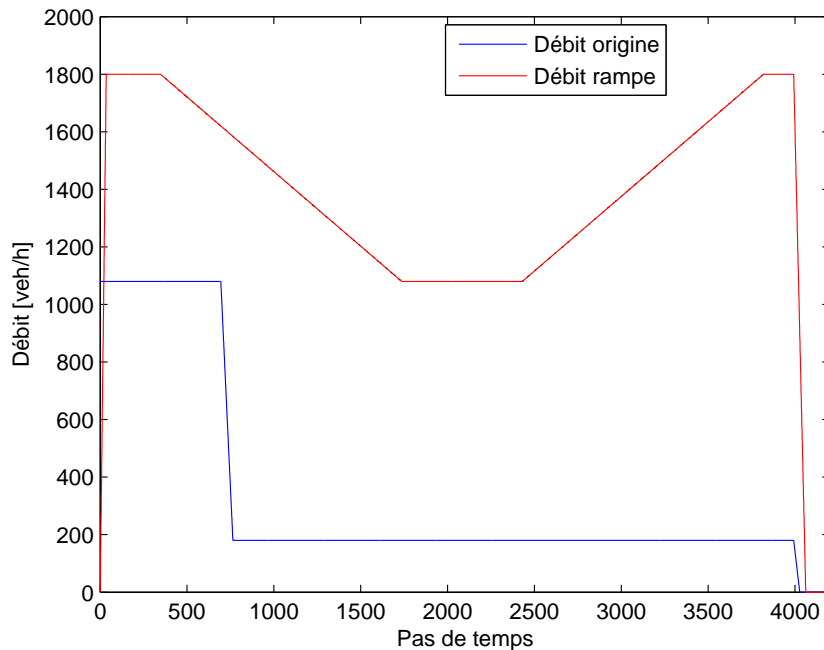


FIGURE 5.14 – La demande de l'origine et de la bretelle d'entrée

## 5.6 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons abordé la conception d'un algorithme de commande en boucle ouverte ainsi qu'en boucle fermée. La technique de la platitude est introduite dans le cadre de la commande en boucle ouverte définissant les trajectoires des variables à contrôler. Ensuite, un algorithme en boucle fermée est proposé en utilisant les techniques par mode glissant d'ordre un ainsi que d'ordre supérieur.

Le phénomène de réticence peut empêcher les techniques par mode glissant d'être implémentées ou appliquées en pratique. La technique par mode glissant d'ordre supérieur peut atténuer ce phénomène.

Par ailleurs, nous avons appliqué l'algorithme conçu dans des situations différentes et sur différents modèles en captant les différentes caractéristiques de flux de trafic à partir des modèles METANET et SMM. Le nouvel algorithme (STSMC) fonctionne efficacement avec les différents types de modèles.

Pour évaluer la performance de STSMC par rapport à un autre algorithme de commande existant, nous avons mené des études comparatives entre STSMC et ALINEA. Les résultats montrent l'avantage de STSMC sur ALINEA surtout dans le cas où un modèle linéaire est implémenté.

Il est important de souligner que la commande isolée d'une bretelle d'entrée ne peut pas améliorer la situation du flux de trafic sur l'ensemble d'un réseau autoroutier. La gestion d'un réseau complet nécessite en effet la conception d'un nouveau système de commande capable d'appréhender l'ensemble du réseau. Dans cet esprit, nous allons dé-

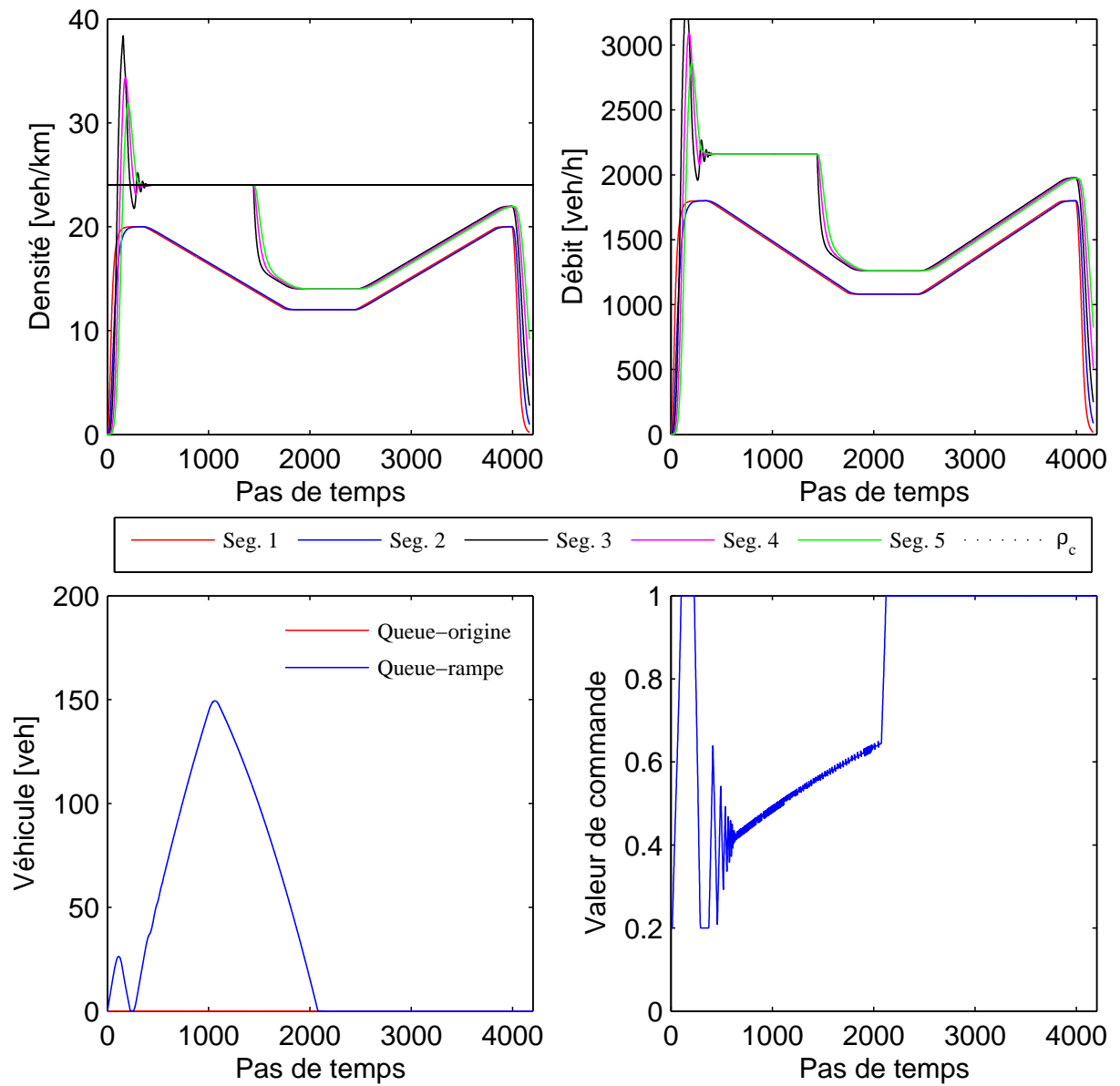


FIGURE 5.15 – Résultats de simulation — Algorithme STSMC

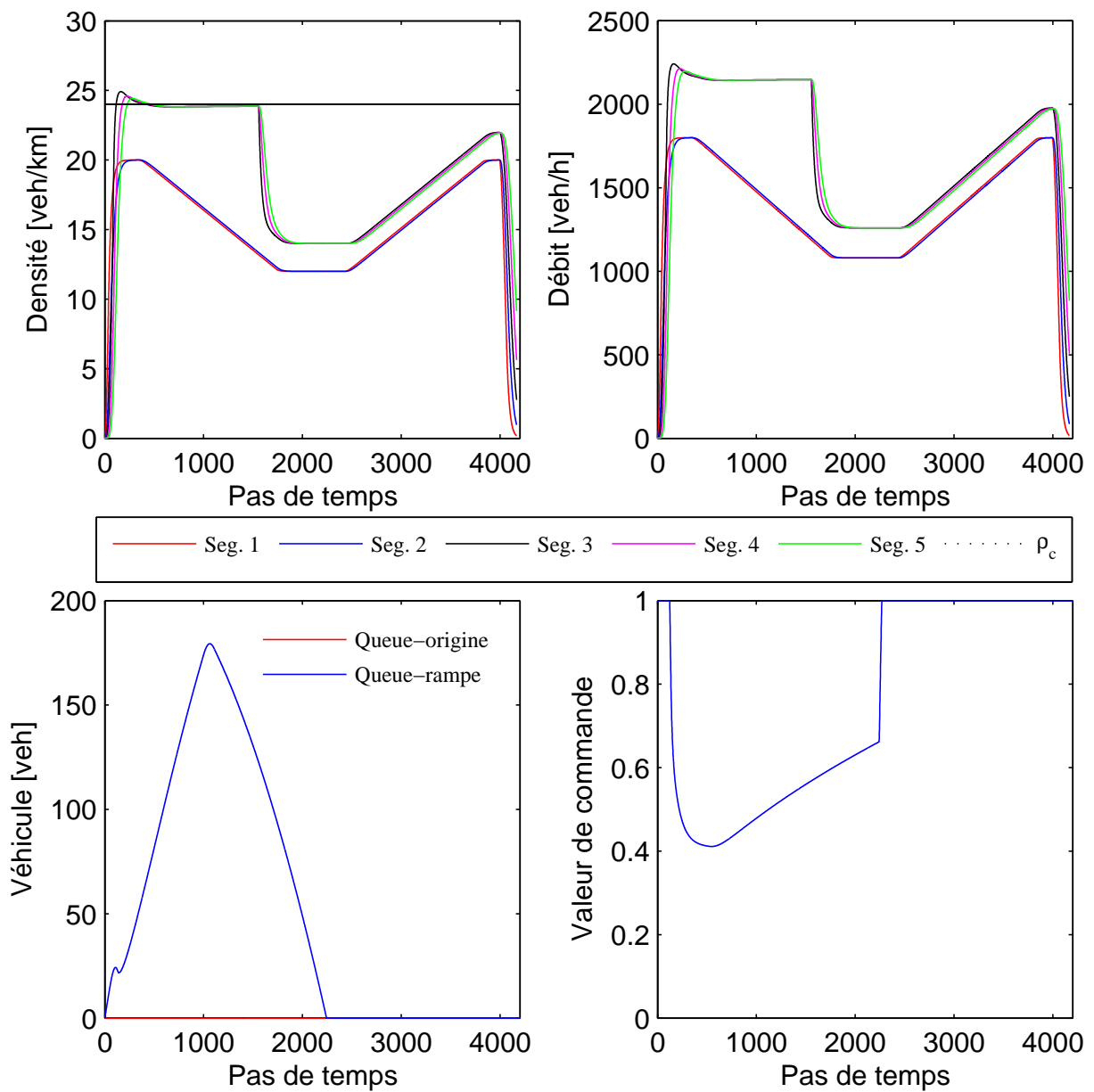


FIGURE 5.16 – Résultats de simulation — Algorithme ALINEA

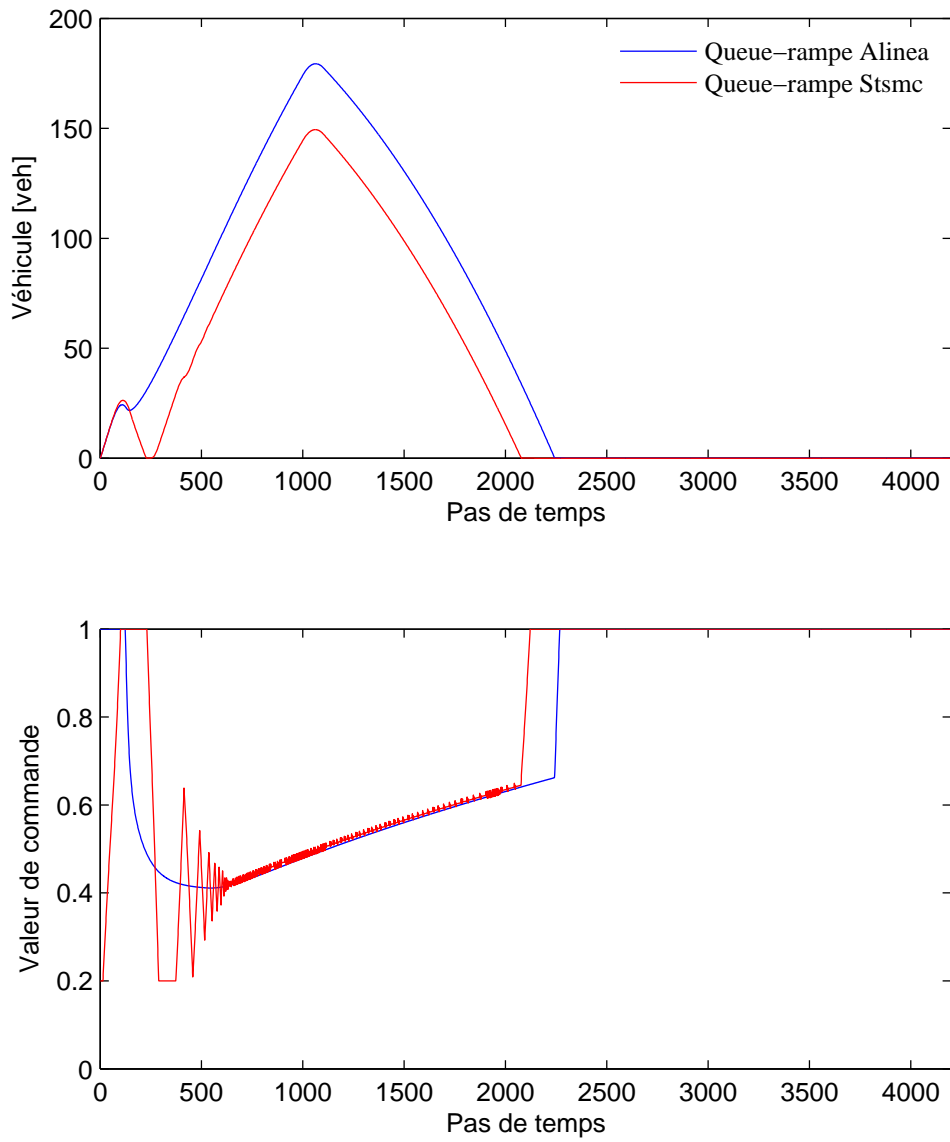


FIGURE 5.17 – Comparaison entre le STSMC et ALINEA sur un modèle linéaire.

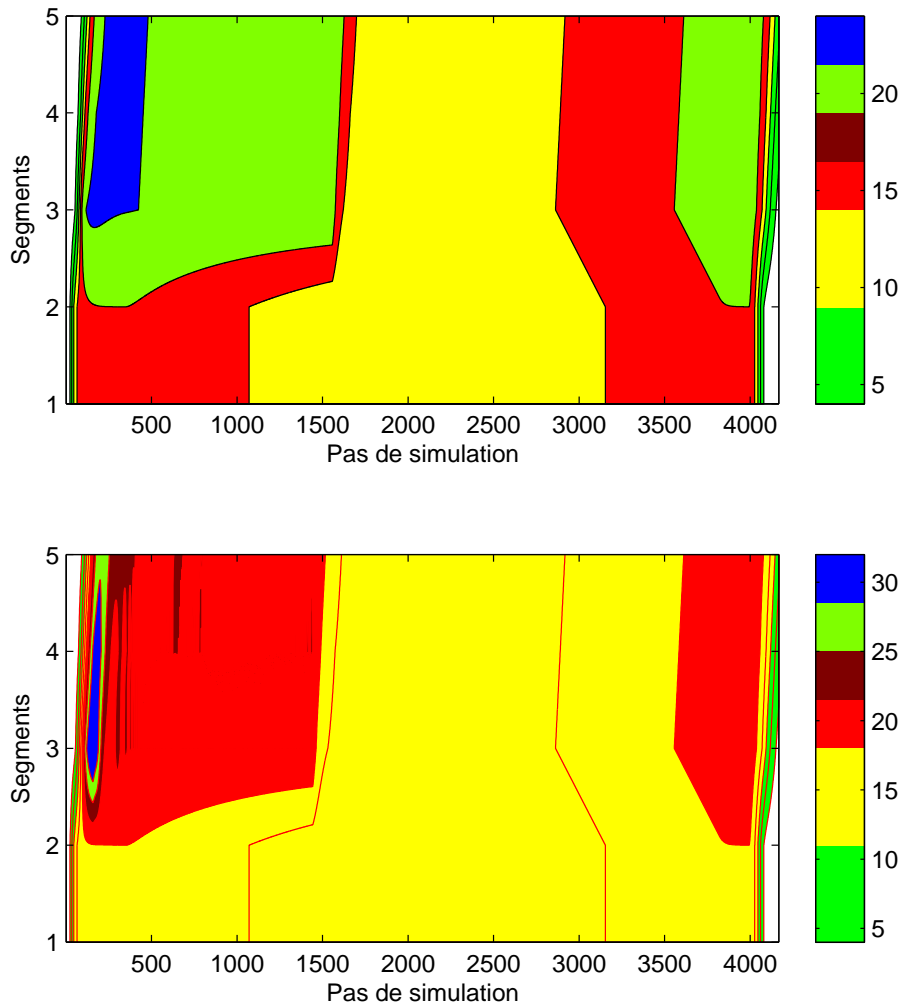


FIGURE 5.18 – Cartographie de l'état du trafic ; ALINEA (Haut), STSMC (Bas) (L'échelle verticale correspond à la densité  $veh/km$ ).

velopper dans le chapitre suivant une nouvelle approche de gestion du flux de trafic en utilisant des commandes intégrées et des commandes coordonnées.





# Chapitre 6

## Commandes intégrée et coordonnée du trafic routier

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>157</b>
<b>6.2</b>	<b>Routage dynamique</b>	<b>158</b>
6.2.1	Introduction	158
6.2.2	Algorithme de routage dynamique	159
6.2.3	Simulations numériques	165
<b>6.3</b>	<b>Commande intégrée</b>	<b>167</b>
6.3.1	Introduction	167
6.3.2	Algorithme 1	171
6.3.3	Algorithme 2	172
6.3.4	Algorithme 3	178
<b>6.4</b>	<b>Commande coordonnée</b>	<b>182</b>
6.4.1	Introduction	182
6.4.2	Commande coordonnée prédictive	182
6.4.3	Scénarios	185
6.4.4	Résultats	189
<b>6.5</b>	<b>Synthèse</b>	<b>189</b>

---

### 6.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons souligné qu'un dispositif de commande locale, notamment le contrôle d'accès isolé, ne peut à lui seul améliorer la situation du trafic. Les performances dans ce cas sont relativement faibles. Un seul dispositif de commande ne permet pas de résoudre de façon satisfaisante tous les problèmes que pose le trafic autoroutier dans un réseau de grande dimension<sup>1</sup>. De plus, le nombre des usagers ne cesse d'augmenter alors que les infrastructures autoroutières ne sont guère extensibles (faute d'espace disponible ou d'absence de moyens financiers). De ce fait, il est nécessaire de repenser l'organisation globale des systèmes de transport en les rendant plus intelligents

---

1. Soulignons que le contrôle d'accès isolé reste insuffisant même dans le cas d'une très forte demande sur une simple section autoroutière.

et plus performants.

C'est dans cette optique que nous allons nous placer désormais dans la suite de ce manuscrit. Nous nous proposons de présenter ci-après des pistes entrant dans le cadre des systèmes de transport intelligent permettant d'améliorer la gestion du trafic dans une zone plus large et ainsi d'obtenir des performances supérieures à celles que l'on pourrait obtenir à l'aide de commandes isolées. L'élément situé au cœur de notre démarche consiste en un algorithme qui a pour objectif d'établir un équilibre des flux entre plusieurs itinéraires ayant même origine et même destination, tenant compte des capacités des routes que peuvent emprunter les usagers. Ensuite, nous présenterons des algorithmes de commande dites intégrées dont le but est de faire cohabiter plusieurs commandes différentes, comme une commande d'une ou de plusieurs rampes d'accès et un algorithme d'affectation de véhicules entre plusieurs itinéraires. Enfin, nous proposons de nouveaux scénarios destinés à coordonner plusieurs rampes d'accès à l'échelle d'un grand réseau autoroutier.

## 6.2 Routage dynamique

### 6.2.1 Introduction

A l'échelle d'un grand réseau autoroutier, il se peut que nous ayons plus d'un choix (itinéraire) pour aller d'un point d'origine  $x$  à un autre point de destination  $y$  (cf. Figure 6.1). En général les usagers de la route optimisent leurs trajets en termes de distance du parcours ou de durée de leur déplacement. Ils vont par exemple choisir, parmi un ensemble de possibilités, le trajet le plus court et le plus confortable. L'un des itinéraires fait donc l'objet d'une préférence par rapport aux autres relativement à un critère de performance choisi.

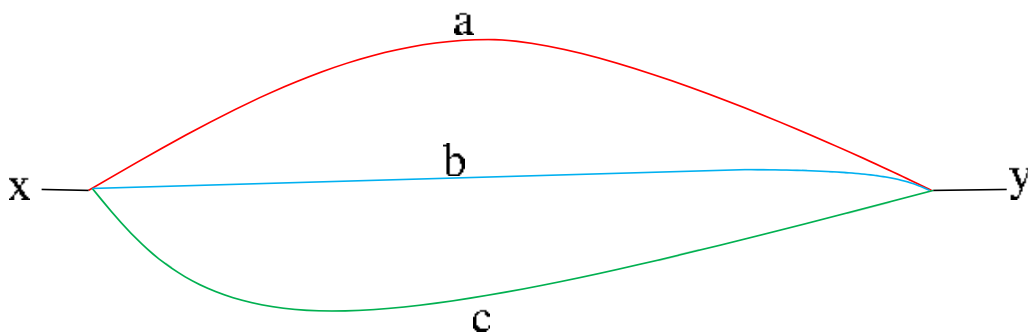


FIGURE 6.1 – Choix d'itinéraire d'une origine  $x$  à une destination  $y$ .

L'étude que nous présentons ci-après a pour objectif de proposer une solution au problème du routage dynamique du trafic dans le cadre de la régulation d'un réseau de flux de trafic routier ou autoroutier de grande taille. Le but poursuivi est ici d'établir un équilibre entre tous les choix d'itinéraires possibles qui peuvent se présenter aux usagers, de sorte que l'on puisse minimiser les risques d'apparition de congestions. La stratégie choisie pour atteindre cet objectif consiste à faire en sorte que les usagers choisissent en priorité les chemins les moins saturés de façon à utiliser au mieux la capacité de chacun d'eux et ainsi d'optimiser leur temps de parcours (cf. Figure 6.2).

Dans la Figure 6.2-Haut, l'un des deux itinéraires est congestionné tandis que l'autre est sous-utilisé. Dans ce cas, à partir du diagramme fondamental, nous pouvons constater que les deux itinéraires ne peuvent pas atteindre leur capacité. En effet, le premier parce qu'il est congestionné et le second est sous-utilisé. Dans la Figure 6.2-Bas, un équilibre est établi entre les deux itinéraires ce qui fait que la congestion n'apparaît sur aucun des deux itinéraires. Dans ce cas, à partir du diagramme fondamental, nous pouvons constater que les deux itinéraires peuvent atteindre leur capacité. Autrement dit, les itinéraires ne sont pas sous-utilisés ou sur-utilisés.

Dans la suite de cette section, nous allons proposer un nouvel algorithme de commande de flux de trafic susceptible d'établir un équilibre entre différents choix d'itinéraires possibles entre une origine et une destination commune se présentant aux usagers. Les différents itinéraires peuvent se différencier en termes de distance, de nombre des voies, de limitation de vitesse, etc. L'objectif à atteindre consiste à minimiser le temps de trajet total en mettant en œuvre une commande visant à égaliser les densités sur l'ensemble des itinéraires.

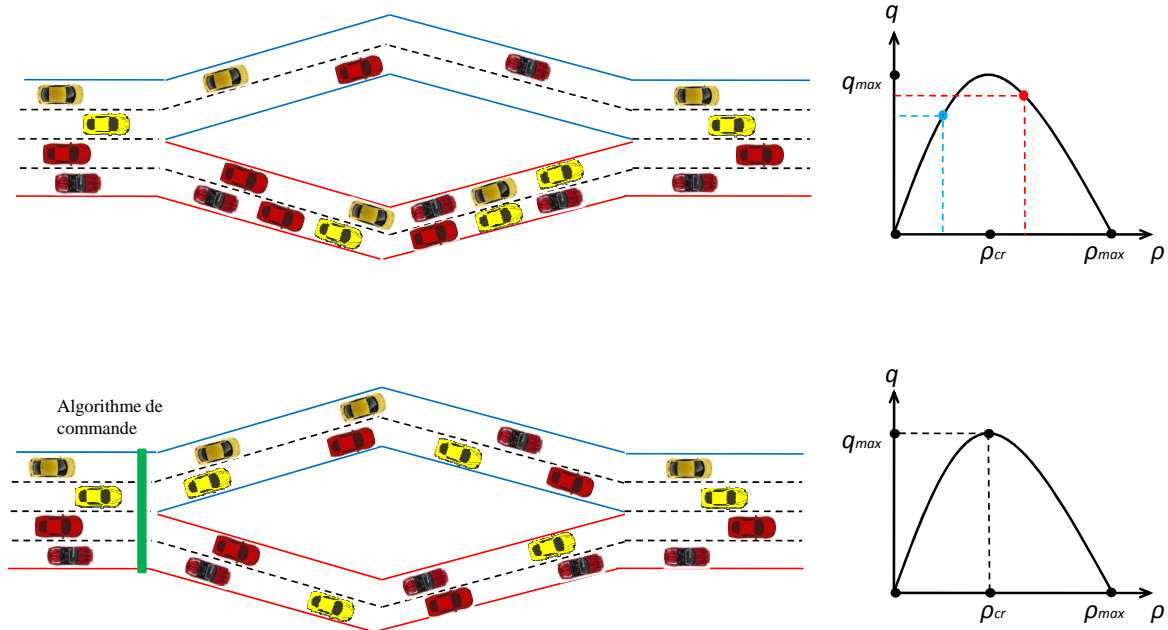


FIGURE 6.2 – Une section autoroutière avec deux choix d'itinéraire ; (Haut) L'un des deux itinéraires est congestionné tandis que l'autre est sous-utilisé. (Bas) Les deux itinéraires sont chargés de façon équivalente de telle sorte qu'aucune congestion ne puisse apparaître sur l'un d'eux.

### 6.2.2 Algorithme de routage dynamique

L'objectif de cette section est de développer et de présenter la démarche que nous avons empruntée pour concevoir un algorithme de commande répondant aux exigences décrites ci-dessus. La mise en œuvre de cette commande est réalisée grâce aux Panneaux à Message Variable (PMV). Ceux-ci transmettront des messages aux usagers les incitant

TABLE 6.1 – Paramètres du modèle METANET

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
$a$	2.34	$\rho_c$	36 <i>veh/km</i> .
$\tau$	18 <i>s</i>	$\rho_m$	180 <i>veh/km</i> .
$\varpi$	60 <i>km</i> <sup>2</sup> / <i>h</i>	$V_c$	90 <i>km/h</i> .
$\kappa$	40 <i>veh/km</i>	$q_m$	$\rho_c V_c \exp\left[-\frac{1}{a}\right]$ .
Pas de temps	20 <i>s</i>	Longueur des cellules	300 <i>m</i>

à choisir a priori l'itinéraire qui minimisera leur temps de trajet.

La conception de cet algorithme repose sur l'utilisation du modèle METANET (cf. Chapitre 1.4.2) qui nous permet de simuler une section de route correspondant au dessin de la Figure 6.3. Nous considérons une situation type composée de deux itinéraires parallèles qui ont les mêmes caractéristiques géométriques (longueur, nombre de voies, etc). Chaque itinéraire est divisé en deux segments identiques de même longueur. A l'extrémité de chaque segment une boucle électromagnétique est installée (pour la mesure de la densité  $\rho$  et de la vitesse moyenne  $v$ ). La simulation a été mise en place en utilisant les données réelles recueillies entre 6 – 22 heures illustrées dans la Figure 6.4<sup>2</sup>.

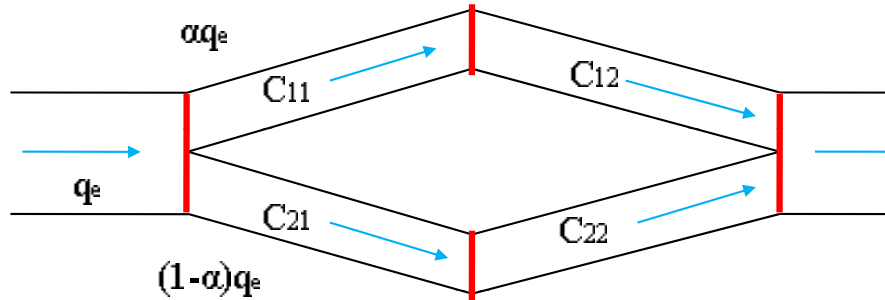


FIGURE 6.3 – Exemple de section autoroutière simulée

Le modèle retenu est représenté par le système d'équations suivant :

$$\dot{\rho}_{11}(t) = \frac{1}{L_{11}} [\alpha q_e - \rho_{11}(t)v_{11}(t)] \quad (6.1)$$

$$\dot{\rho}_{12}(t) = \frac{1}{L_{12}} [\rho_{11}(t)v_{11}(t) - \rho_{12}(t)v_{12}(t)] \quad (6.2)$$

$$\dot{v}_{11}(t) = \frac{1}{\tau} (V_{\rho_{11}}(t) - v_{11}(t)) + \frac{1}{L_{11}} v_{11}(t)(v_{10}(t) - v_{11}(t)) - \frac{\varpi}{\tau L_{11}} \frac{\rho_{12}(t) - \rho_{11}(t)}{\rho_{11}(t) + \kappa} \quad (6.3)$$

2. Notons que dans cette figure ainsi que dans les figures qui suivent, le pas de simulation est égal à une minute.

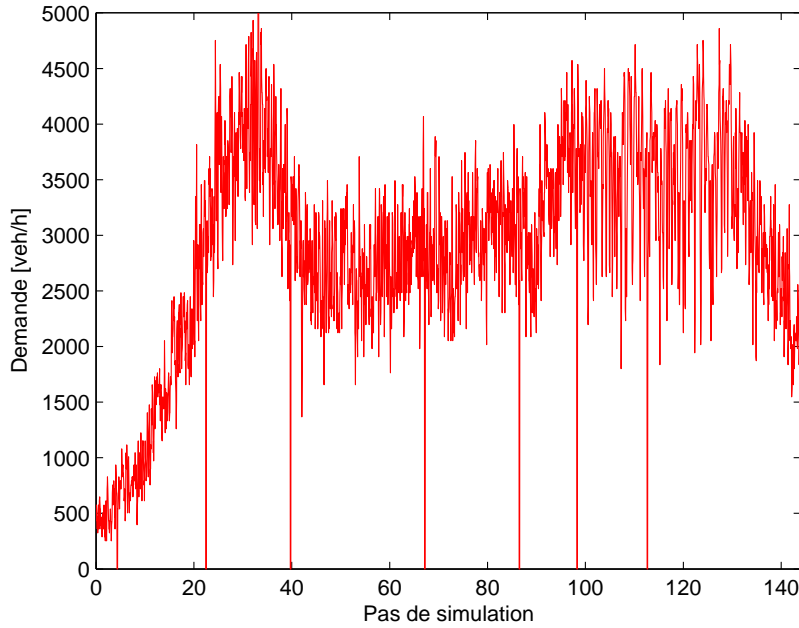


FIGURE 6.4 – Demande à l'entrée de l'autoroute, avant la bifurcation.

$$\dot{v}_{12}(t+1) = \frac{1}{\tau}(V_{\rho_{12}}(t) - v_{12}(t)) + \frac{1}{L_{12}}v_{12}(t)(v_{11}(t) - v_{12}(t)) - \frac{\varpi}{\tau L_{12}} \frac{\rho_{13}(t) - \rho_{12}(t)}{\rho_{12}(t) + \kappa} \quad (6.4)$$

$$\dot{\rho}_{21}(t) = \frac{1}{L_{21}} [(1 - \alpha)q_e - \rho_{21}(t)v_{21}(t)] \quad (6.5)$$

$$\dot{\rho}_{22}(t) = \frac{1}{L_{22}} [\rho_{21}(t)v_{21}(t) - \rho_{22}(t)v_{22}(t)] \quad (6.6)$$

$$\dot{v}_{21}(t) = \frac{1}{\tau}(V_{\rho_{21}}(t) - v_{21}(t)) + \frac{1}{L_{21}}v_{21}(t)(v_{20}(t) - v_{21}(t)) - \frac{\varpi}{\tau L_{21}} \frac{\rho_{22}(t) - \rho_{21}(t)}{\rho_{21}(t) + \kappa} \quad (6.7)$$

$$\dot{v}_{22}(t) = \frac{1}{\tau}(V_{\rho_{22}}(t) - v_{22}(t)) + \frac{1}{L_{22}}v_{22}(t)(v_{21}(t) - v_{22}(t)) - \frac{\varpi}{\tau L_{22}} \frac{\rho_{23}(t) - \rho_{22}(t)}{\rho_{22}(t) + \kappa} \quad (6.8)$$

$$V_{\rho_{11}}(t) = V_{c_{11}} \exp \left[ \left( -\frac{1}{a} \right) \left( \frac{\rho_{11}(t)}{\rho_{c_{11}}} \right)^a \right] \quad (6.9)$$

$$V_{\rho_{12}}(t) = V_{c_{12}} \exp \left[ \left( -\frac{1}{a} \right) \left( \frac{\rho_{12}(t)}{\rho_{c_{12}}} \right)^a \right] \quad (6.10)$$

$$V_{\rho_{21}}(t) = V_{c_{21}} \exp \left[ \left( -\frac{1}{a} \right) \left( \frac{\rho_{21}(t)}{\rho_{c_{21}}} \right)^a \right] \quad (6.11)$$

$$V_{\rho_{22}}(t) = V_{c_{22}} \exp \left[ \left( -\frac{1}{a} \right) \left( \frac{\rho_{22}(t)}{\rho_{c_{22}}} \right)^a \right] \quad (6.12)$$

La formule de routage dynamique est établie dans [206]. Selon cette formule, l'algorithme de commande divise le débit de l'autoroute au niveau de la bifurcation selon les situations de trafic de façon à équilibrer la charge des deux itinéraires. La valeur de commande peut être donnée par  $\alpha(t) \in [0, 1]$  qui est définie comme une variable exogène [207]. La fonction objectif est basée sur le calcul du temps de trajet total des deux itinéraires. La valeur de  $\alpha(t)$  peut ainsi être optimisée (Pour plus d'informations, le lecteur est invité à consulter les documents [208] et [209]).

$$J(\alpha) = \int_0^{t_f} \left[ \sum_{j=1}^{n_1} TTT(\rho_1, j) - \sum_{j=2}^{n_2} TTT(\rho_2, j) \right]^2 dt \quad (6.13)$$

où  $TTT(\rho_1, j)$  et  $TTT(\rho_2, j)$  sont respectivement les temps de trajet des itinéraires 1 et 2 du segment  $j$ .

Pour la section considérée dans notre exemple, les temps de trajet totaux des deux itinéraires sont donnés par les expressions suivantes :

$$y_1(t) = \frac{L_{11}}{v_{11}(t)} + \frac{L_{12}}{v_{12}(t)} \quad (6.14)$$

$$y_2(t) = \frac{L_{21}}{v_{21}(t)} + \frac{L_{22}}{v_{22}(t)} \quad (6.15)$$

L'objectif optimal recherché est d'égaliser les deux temps de trajet ou du moins minimiser l'écart (par exemple dans le cas de caractéristiques géométriques différentes entre les deux itinéraires).

Pour cela, nous introduisons une variable  $y(t) = y_1(t) - y_2(t)$ .

$$\dot{y}(t) = \left[ \left( \frac{L_{11}}{v_{11}(t)} + \frac{L_{12}}{v_{12}(t)} \right) - \left( \frac{L_{21}}{v_{21}(t)} + \frac{L_{22}}{v_{22}(t)} \right) \right] \quad (6.16)$$

La dérivée de cette équation qui permet de faire ressortir explicitement la variable de commande  $\alpha$  peut être écrite comme suit :

$$\dot{y}(t) = A + B + C + D + \alpha E \quad (6.17)$$

Les termes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , et  $D$  représentent les équations associées aux segments, respectivement, 21, 11, 12 et 22. Le terme  $E$  vient particulièrement des segments 11 et 21.

$A$  est composé de trois termes ( $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$ ) ;

$$A_1 = \frac{L_{21}}{(v_{21})^2} \left[ \begin{array}{c} \frac{v_{21} - \frac{V_{c21}}{\sigma_4}}{\tau} - \frac{\varpi \sigma_6}{L_{21} \tau (\kappa + \rho_{21})} - \frac{\varpi (\rho_{21} v_{21} - \rho_{22} v_{22})}{L_{22}} \\ \tau - \frac{L_{22}}{L_{21} \tau (\kappa + \rho_{21})} \end{array} \right] \quad (6.18)$$

$$A_2 = \frac{L_{21}}{v_{21}} \rho_{21} \left[ \begin{array}{c} \frac{V_{c21} \sigma_8}{L_{21} \rho_{c21} \sigma_4} - \frac{\varpi}{L_{21} \tau (\kappa + \rho_{21})} + \frac{\varpi \sigma_6}{(L_{21})^2 \tau \sigma_9} \end{array} \right] \quad (6.19)$$

$$A_3 = \frac{L_{21} q_e}{(v_{21})^2} \left[ \begin{array}{c} -\frac{V_{c21} \sigma_8}{L_{21} \rho_{c21} \sigma_4} + \frac{\varpi}{L_{21} \tau (\kappa + \rho_{21})} - \frac{\varpi \sigma_6}{(L_{21})^2 \tau \sigma_9} \end{array} \right] \quad (6.20)$$

$B$  est composé de deux termes ( $B_1$  et  $B_2$ );

$$B_1 = \frac{-L_{11}}{(v_{11})^2} \left[ \begin{array}{c} \frac{v_{11} - \frac{V_{c11}}{\sigma_3}}{\tau} - \frac{\varpi \sigma_5}{L_{11} \tau (\kappa + \rho_{11})} - \frac{\varpi (\rho_{11} v_{11} - \rho_{12} v_{12})}{L_{12}} \\ \tau - \frac{L_{12}}{L_{11} \tau (\kappa + \rho_{11})} \end{array} \right] \quad (6.21)$$

$$B_2 = \frac{-L_{11}}{v_{11}} \rho_{11} \left[ \begin{array}{c} \frac{V_{c11} \sigma_7}{L_{11} \rho_{c11} \sigma_3} - \frac{\varpi}{L_{11} \tau (\kappa + \rho_{11})} + \frac{\varpi \sigma_5}{(L_{11})^2 \tau \sigma_{10}} \end{array} \right] \quad (6.22)$$

$C$  est composé de trois termes ( $C_1$ ,  $C_2$  and  $C_3$ );

$$C_1 = \frac{-L_{12}}{(v_{12})^2} \left[ \begin{array}{c} -\sigma_{13} + \frac{v_{12} - \frac{V_{c12}}{\sigma_{11}}}{\tau} - \frac{V_{c12} \sigma_{15} (\rho_{11} v_{11} - \rho_{12} v_{12})}{L_{12} \rho_{c12} \sigma_{11}} \end{array} \right] \quad (6.23)$$

$$C_2 = \frac{1}{v_{12}} \left[ \begin{array}{c} \frac{v_{11} - \frac{V_{c11}}{\sigma_{19}}}{\tau} - \frac{v_{12} - \frac{V_{c12}}{\sigma_{11}}}{\tau} + \sigma_{13} - \frac{\varpi (\rho_{11} - \rho_{12})}{L_{11} \tau (\kappa + \rho_{11})} \end{array} \right] \quad (6.24)$$

$$C_3 = \frac{\sigma_{17}}{(v_{12})^2} \left[ \begin{array}{c} \frac{v_{12} - \frac{V_{c12}}{\sigma_{11}}}{\tau} - \sigma_{13} \end{array} \right] \quad (6.25)$$

$D$  est composé de trois termes ( $D_1$ ,  $D_2$  and  $D_3$ );

$$D_1 = \frac{L_{22}}{(v_{22})^2} \left[ \frac{-\sigma_{14} + \frac{v_{22} - \frac{V_{c22}}{\sigma_{12}}}{\tau} - \frac{V_{c22}\sigma_{16}(\rho_{21}v_{21} - \rho_{22}v_{22})}{L_{22}\rho_{c22}\sigma_{12}}}{\tau} \right] \quad (6.26)$$

$$D_2 = \frac{-1}{v_{22}} \left[ \frac{v_{21} - \frac{V_{c21}}{\sigma_{20}}}{\tau} - \frac{v_{22} - \frac{V_{c22}}{\sigma_{12}}}{\tau} + \sigma_{14} - \frac{\varpi(\rho_{21} - \rho_{22})}{L_{21}\tau(\kappa + \rho_{21})} \right] \quad (6.27)$$

$$D_3 = -\frac{\sigma_{18}}{(v_{22})^2} \left[ \frac{v_{22} - \frac{V_{c22}}{\sigma_{12}}}{\tau} - \sigma_{14} \right] \quad (6.28)$$

$E$  est composé de deux termes. Le premier terme concerne le segment 11 et le deuxième concerne le segment 21 ;

$$E_{11} = \frac{L_{11}q_e}{(v_{11})^2} \left[ \frac{\frac{V_{c11}\sigma_7}{L_{11}\rho_{c11}\sigma_3} - \frac{\varpi}{L_{11}\tau(\kappa + \rho_{11})} + \frac{\varpi\sigma_5}{(L_{11})^2\tau\sigma_{10}} \right] \quad (6.29)$$

$$E_{21} = \frac{L_{21}q_e}{(v_{21})^2} \left[ \frac{\frac{V_{c21}\sigma_8}{L_{21}\rho_{c21}\sigma_4} - \frac{\varpi}{L_{21}\tau(\kappa + \rho_{21})} + \frac{\varpi\sigma_6}{(L_{21})^2\tau\sigma_9} \right] \quad (6.30)$$

$\sigma_3 = \exp\left(\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_{11}}{\rho_{c11}}\right)^a\right)$ ,  $\sigma_4 = \exp\left(\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{c21}}\right)^a\right)$ ,  $\sigma_5 = \rho_{11} - \rho_{12}$ ,  $\sigma_6 = \rho_{21} - \rho_{22}$ ,  $\sigma_7 = \left(\frac{\rho_{11}}{\rho_{c11}}\right)^{(a-1)}$ ,  $\sigma_8 = \left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{c21}}\right)^{(a-1)}$ ,  $\sigma_9 = (\kappa + \rho_{21})^2$ ,  $\sigma_{10} = (\kappa + \rho_{11})^2$ ,  $\sigma_{11} = \exp\left(\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{c12}}\right)^a\right)$ ,  $\sigma_{12} = \exp\left(\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{c22}}\right)^a\right)$ ,  $\sigma_{13} = \frac{v_{12}\sigma_{17}}{L_{12}}$ ,  $\sigma_{14} = \frac{v_{22}\sigma_{18}}{L_{22}}$ ,  $\sigma_{15} = \left(\frac{\rho_{12}}{\rho_{c12}}\right)^{(a-1)}$ ,  $\sigma_{16} = \left(\frac{\rho_{22}}{\rho_{c22}}\right)^{(a-1)}$ ,  $\sigma_{17} = v_{11} - v_{12}$ ,  $\sigma_{18} = v_{21} - v_{22}$ ,  $\sigma_{19} = \exp\left(\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_{11}}{\rho_{c11}}\right)^a\right)$  and  $\sigma_{20} = \exp\left(\frac{1}{a}\left(\frac{\rho_{21}}{\rho_{c21}}\right)^a\right)$ .

Le système étudié est caractérisé par une seule variable de commande  $\alpha$ . En utilisant la notion de platitude pour concevoir l'algorithme de commande, nous avons une sortie plate  $F = y$  qui correspond à l'écart entre les temps de trajet des deux itinéraires. L'équation 6.17 peut donc être écrite comme suit :

$$\dot{F}(t) = A + B + C + D + \alpha E \quad (6.31)$$

et donc,

$$\alpha(t) = \frac{\dot{F}(t) - (A + B + C + D)}{E} \quad (6.32)$$

Une approche par platitude nous permet de définir une trajectoire de la variable de commande. Il nous suffit pour cela de suivre les étapes décrites ci-dessous :



La platitude ne concerne que le terme  $\dot{F}(t)$  dans l'Equation 6.32. Comme cette fonction est une dérivée première, il est impératif que la trajectoire désirée présente une dérivée "lisse" au moins jusqu'à l'ordre deux. La trajectoire désirée peut s'exprimer sous une forme polynomiale [210] devant satisfaire les conditions initiale et finale suivantes :  $F(t_i) = F_i$ ,  $\dot{F}(t_i) = 0$  et  $F(t_f) = F_f$ ,  $\dot{F}(t_f) = 0$  selon 6.33.

$$F^*(t) = \begin{cases} F_{t_i} & \text{pour } t < t_i \\ F_{t_i} + (F_{t_f} - F_{t_i})\varphi(t, t_i, t_f) & \text{pour } t_i \leq t \leq t_f \\ F_{t_f} & \text{pour } t > t_f \end{cases} \quad (6.33)$$

où  $\varphi(t, t_i, t_f)$  est une fonction polynomiale (pour plus de détails, le lecteur est renvoyé aux [210] et [211]) qui peut s'écrire de la façon suivante :

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_i \\ 3 \left( \frac{t-t_i}{t_f-t_i} \right)^2 - 2 \left( \frac{t-t_i}{t_f-t_i} \right)^3 & \text{si } t_i \leq t \leq t_f \\ 1 & \text{si } t > t_f \end{cases} \quad (6.34)$$

En remplaçant le terme  $\dot{F}(t)$  dans l'équation 6.32 par  $F^*(t)$  dans l'équation 6.33, la commande nominale en boucle ouverte peut donc s'exprimer de la façon suivante :

$$\alpha^*(t) = \frac{\dot{F}^*(t) - (A + B + C + D)}{E} \quad (6.35)$$

L'algorithme de commande en boucle fermée repose sur le concept de mode glissant d'ordre supérieur dits super-twisting sliding mode (cf. Chapitre 5.4). L'équation sur laquelle repose cet algorithme de commande en boucle fermée est donnée par l'expression suivante :

$$\psi(t) = \dot{F}^*(t) - k_1 \sqrt{L} \sqrt{|s|} \text{sign}(s) - \int k_2 L \text{sign}(s) \quad (6.36)$$

Ainsi la commande en boucle fermée s'exprime de la façon suivante (cf. Figure 6.5) :

$$\alpha(t) = \left[ \frac{\dot{F}^*(t) - k_1 \sqrt{L} \sqrt{|s|} \text{sign}(s) - \int k_2 L \text{sign}(s) - A + B + C + D}{E} \right] \quad (6.37)$$

### 6.2.3 Simulations numériques

Les résultats des simulations sont obtenus dans le cas où les conditions géométriques des deux itinéraires sont identiques. La Figure 6.6 montre l'évolution dans le temps des densités de tous les segments des deux itinéraires, nous pouvons remarquer que, dans le cas d'un système commandé, les densités des segments  $C_{11}$ ,  $C_{21}$  et également  $C_{12}$ ,  $C_{22}$  sont

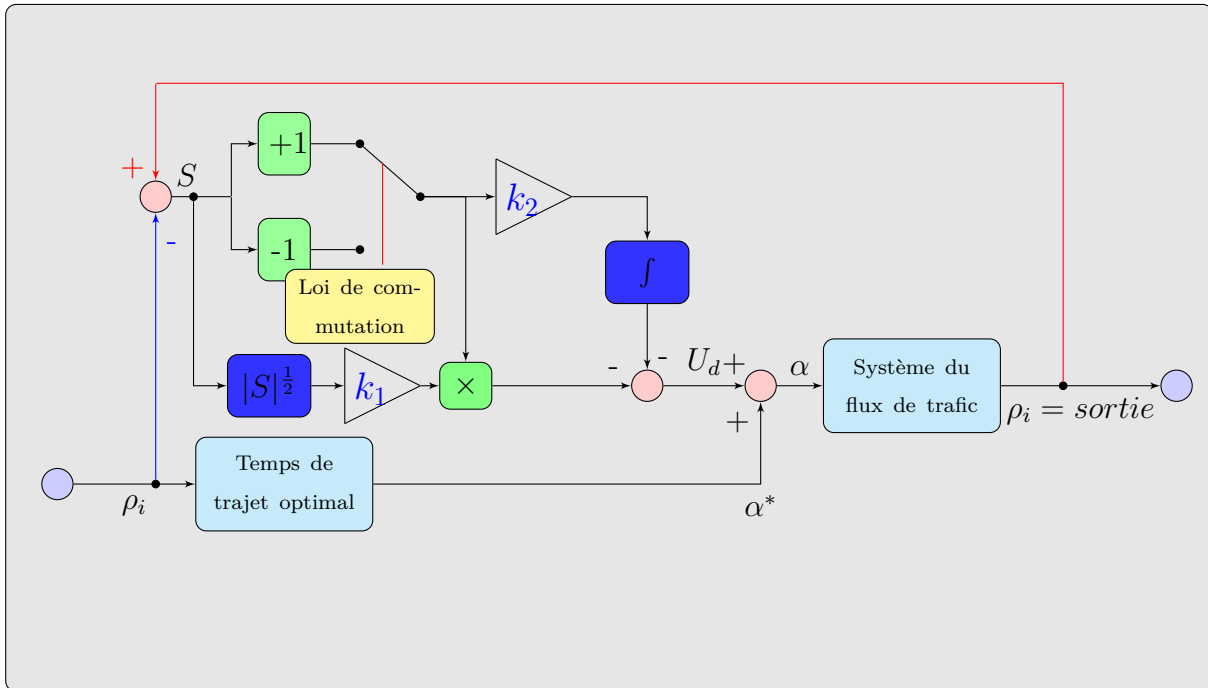


FIGURE 6.5 – Algorithme de STSMC

égales. Un équilibre entre les deux itinéraires est ainsi établi. La Figure 6.7 montre que les vitesses moyennes sur les deux itinéraires sont identiques. Cela peut s'expliquer par le fait que les caractéristiques géométriques des deux itinéraires sont les mêmes. L'évolution de la variable de commande  $\alpha$ , correspondant à un taux de répartition des véhicules sur les deux itinéraires, est représentée sur la Figure 6.8. Nous pouvons remarquer que la valeur moyenne de  $\alpha$  est sensiblement égale à 0.5, ce qui peut s'expliquer par le fait que les caractéristiques des deux itinéraires sont identiques. Enfin, les temps de trajet à chaque pas de simulation ainsi que les différences de temps de trajet entre les deux routes sont donnés dans la Figure 6.9. Nous pouvons constater que la différence de temps de trajet entre les deux routes est sensiblement égale à zéro. Cela peut s'expliquer de la même façon, par le fait que les caractéristiques des deux routes sont identiques.

Afin de montrer l'influence des caractéristiques des itinéraires sur les résultats, nous nous proposons de modifier les longueurs des routes correspondant à chacun des itinéraires. Pour l'itinéraire  $C_{11}$  et  $C_{12}$ , la longueur est de 600 m ( $C_{11} = 300$  m et  $C_{12} = 300$  m). Pour l'itinéraire  $C_{21}$  et  $C_{22}$ , la longueur est de 800 m ( $C_{21} = 400$  m et  $C_{22} = 400$  m).

Les résultats des simulations sont montrés dans les Figures (6.10- 6.13). La Figure 6.10 représente l'évolution des densités relatives aux deux itinéraires. Nous pouvons constater que les deux itinéraires ont toujours les mêmes densités. Cela est dû à l'algorithme de commande utilisé qui a pour objectif de minimiser la différence entre le temps de trajet total des deux routes en établissant aussi un équilibre entre les usagers empruntant chacun des itinéraires. Les vitesses des deux itinéraires sont montrées dans la Figure 6.11. Nous pouvons remarquer que les vitesses sont différentes, cela parce que les longueurs des deux itinéraires ne sont pas les mêmes. Donc, plus l'itinéraire est long, plus la vitesse sera importante.

Les Figures 6.12 et 6.13, respectivement, montrent l'évolution de la variable de commande ( $\alpha$ ) et les temps de trajet de chaque itinéraire à chaque pas de simulation ainsi que les écarts entre les deux temps de trajet. Nous pouvons aussi constater que la différence entre les deux temps de trajet des itinéraires n'est pas égale à zéro comme c'était le cas pour le scénario précédent. La raison est liée au fait que les deux itinéraires n'ont pas la même longueur. De ce fait, le temps de trajet ne peut évidemment pas être le même sur les deux trajets. Par contre l'algorithme de commande tente à minimiser la différence entre les temps de trajet des deux routes.

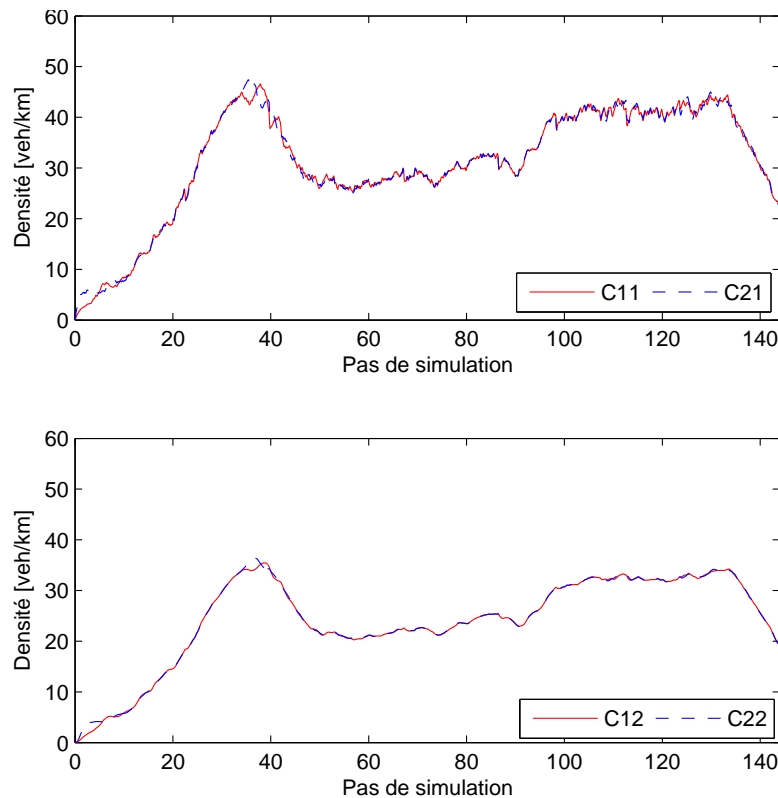


FIGURE 6.6 – Evolution des densités dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils ont les mêmes caractéristiques géométriques

## 6.3 Commande intégrée

### 6.3.1 Introduction

L'intégration de plusieurs actions pour la gestion dynamique du trafic est une technique connue sous le nom de "commande intégrée du trafic". L'objectif principal d'une telle stratégie est d'accroître l'efficacité de la commande pour résoudre les problèmes de congestion. Soulignons que cet objectif peut-être atteint même si les différentes actions de commande agissent séparément.

La commande intégrée abordée dans ce chapitre fait coexister le contrôle d'accès et le routage dynamique du trafic. Deux cas de figures sont traités. Le premier considère

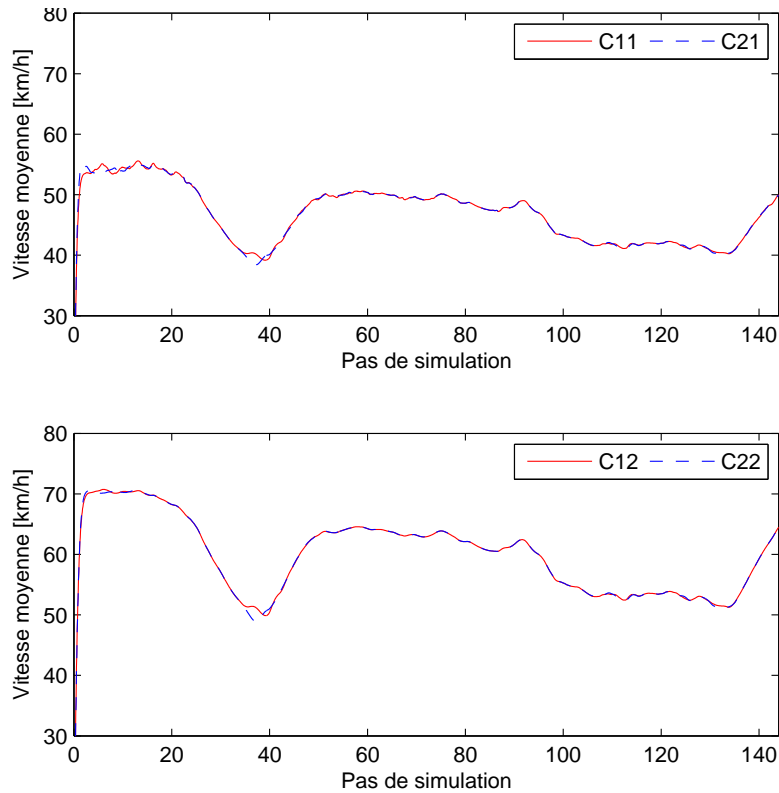


FIGURE 6.7 – Evolution des vitesses moyennes dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils ont les mêmes caractéristiques géométriques

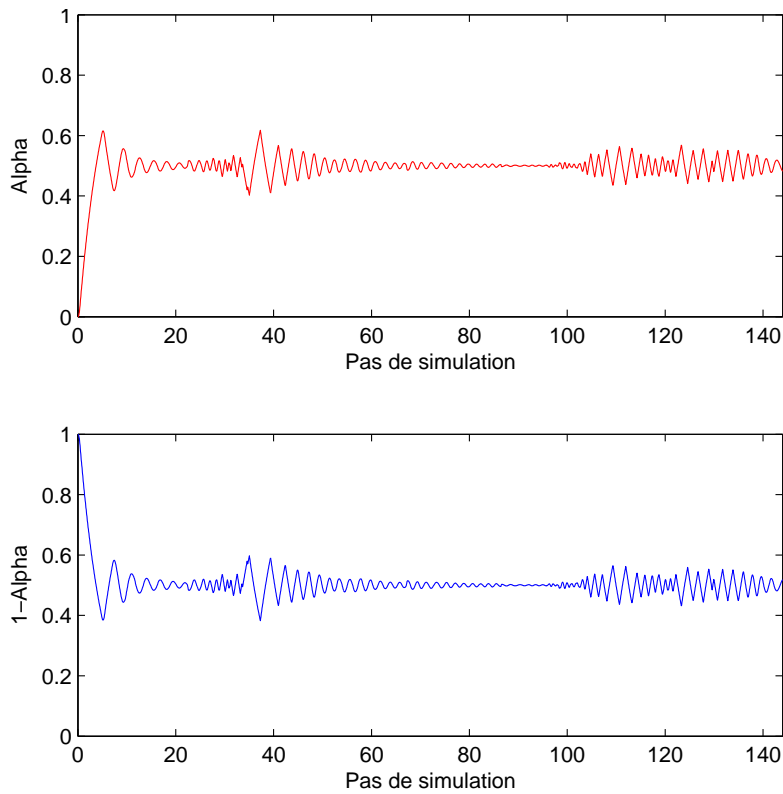


FIGURE 6.8 – Taux de répartition des débits entre les deux itinéraires lorsqu'ils présentent les mêmes caractéristiques géométriques

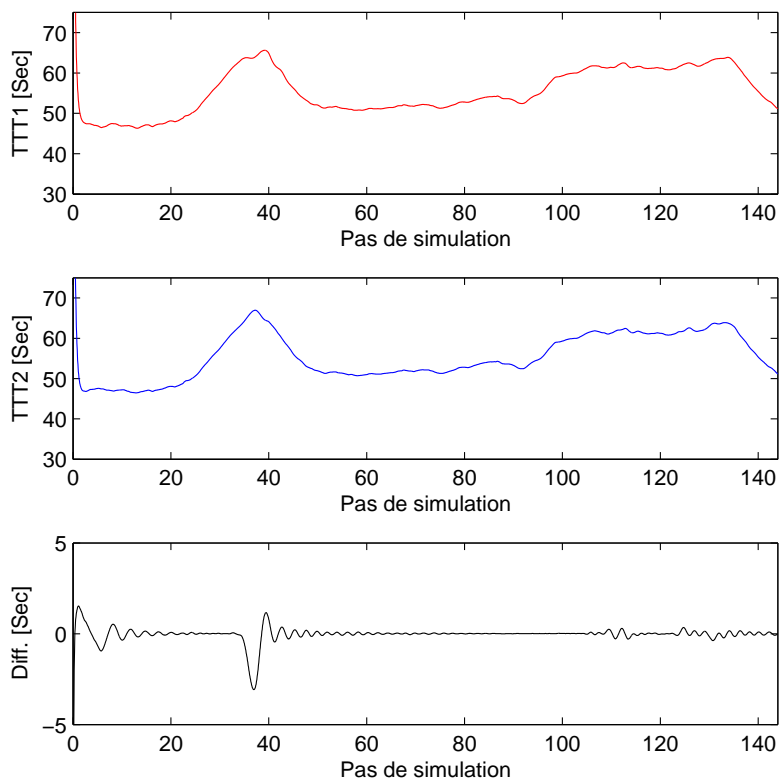


FIGURE 6.9 – Temps de trajet total sur chacun des itinéraires lorsqu'ils présentent les mêmes caractéristiques géométriques

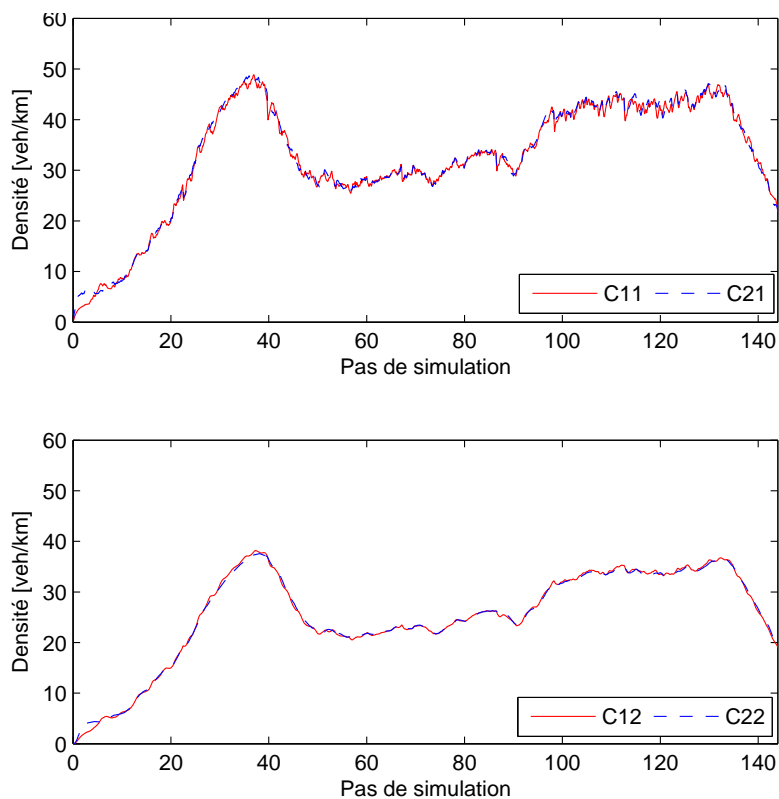


FIGURE 6.10 – Evolution des densités dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques

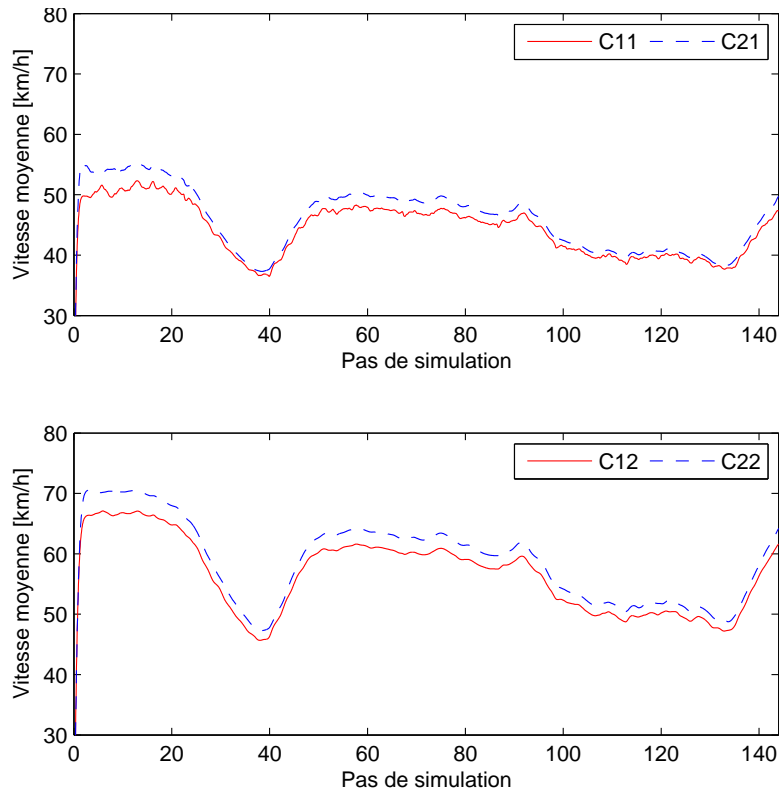


FIGURE 6.11 – Evolution des vitesses moyennes dans les deux segments des deux itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques

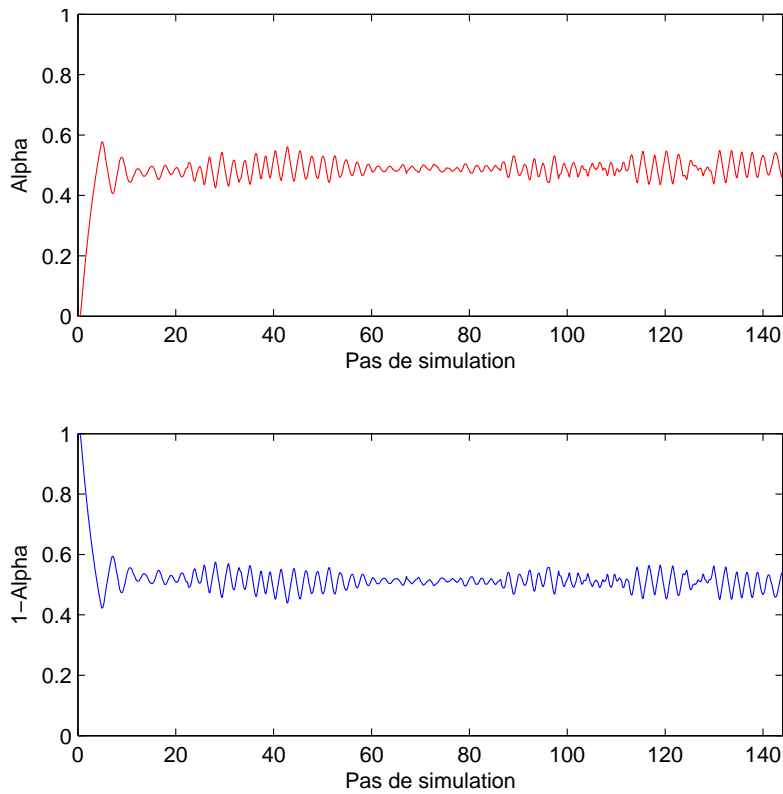


FIGURE 6.12 – Taux de répartition des débits entre les deux itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques

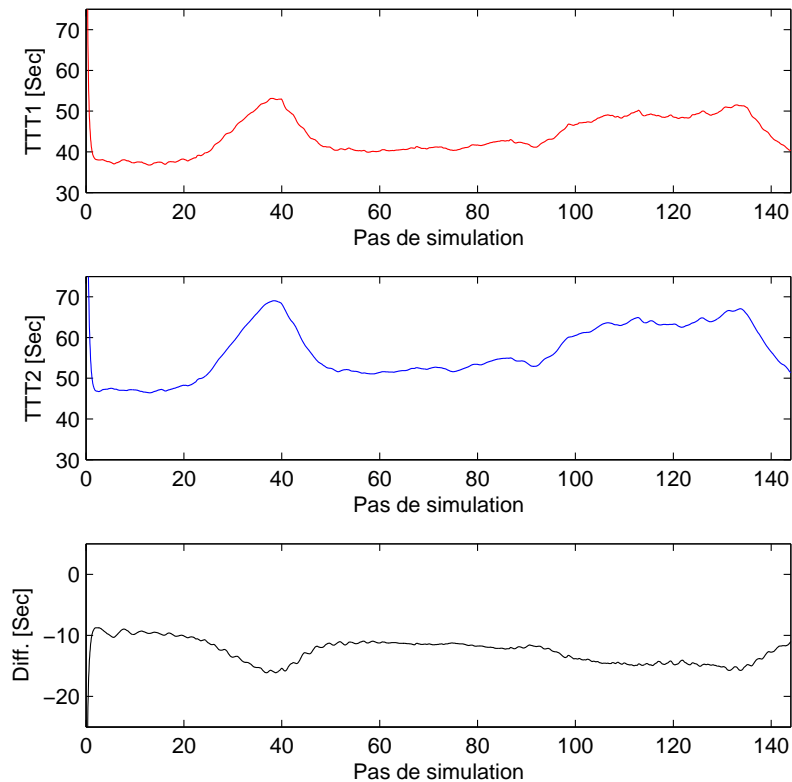


FIGURE 6.13 – Temps de trajet total sur chacun des itinéraires lorsqu'ils présentent différentes caractéristiques géométriques

qu'il n'y a aucune contrainte de capacité. Le second au contraire tient compte de cette contrainte. Dans ce contexte, des algorithmes basés sur des heuristiques seront donnés pour chaque cas d'étude.

### 6.3.2 Algorithme 1

La Figure 6.14 représente la section autoroutière qui nous servira à tester nos algorithmes de commande intégrée. Le segment trois est composé de deux itinéraires. Deux rampes sont présentes sur chacun des itinéraires de ce segment près de la bifurcation.

Ce premier algorithme mis en œuvre, consiste à associer l'algorithme dédié au routage dynamique du trafic au niveau de la bifurcation avec le contrôle isolé des deux accès situés sur chaque itinéraire dans le segment 3 ( $C_{31}$  et  $C_{32}$ ). Le but est de synchroniser les algorithmes de commande pour que le flux de trafic soit optimal sur l'ensemble du réseau. Par exemple, lorsque le débit de la rampe  $r_{32}$  est important tandis que le débit de la rampe  $r_{31}$  est moins élevé, selon l'algorithme 6.3.2, le dispositif de commande du routage dynamique doit tenir compte de cette différence de débit des deux rampes d'accès pour équilibrer les deux itinéraires. La répartition des débits est donc réalisée de telle manière que malgré les différences de débit sur chaque rampe, un équilibre des usagers soit assuré sur chacun des itinéraires (cf. Algorithme 6.3.2).

La Figure 6.15 montre l'évolution de la demande à l'origine du réseau routier et aux

bretelles d'entrée. La Figure 6.16 montre l'évolution de la variable de commande ( $\alpha$ ). Les évolutions dans le temps des densités et des vitesses de tous les segments sont montrées sur la Figure 6.17. Enfin, la Figure 6.18 montre l'évolution du temps de trajet à chaque pas de simulation. A partir de ces résultats nous pouvons tirer les conclusions suivantes : bien qu'il existe une bretelle d'entrée sur chaque itinéraire du segment 3 présentant des demandes différentes, l'algorithme que nous avons mis en oeuvre arrive à égaliser la densité sur chacun d'entre eux  $C_{31}$  et  $C_{32}$  ; de plus la différence entre les temps de trajet total des deux itinéraires est minimisée. La capacité du réseau est donc bien exploitée au maximum.

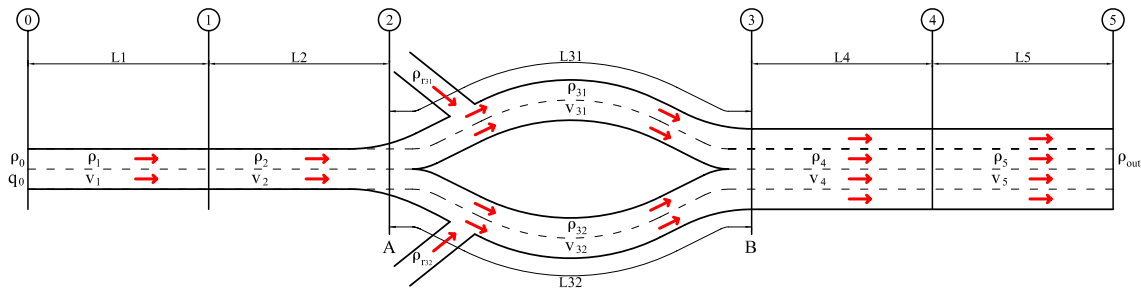


FIGURE 6.14 – Algorithme 6.3.2

---

**Algorithme 1** L'algorithme de commande est installé près du point  $A$ . sans contrainte de capacité.

---

10 : **condition nécessaire**

20 :  $q_2 \leq q_{max_2}, q_{r31} \leq q_{max_{r31}}, q_{r32} \leq q_{max_{r32}}, q_{max_2} = q_{max_{31}} = q_{max_{32}},$   
 $(q_{max_{31}} + q_{max_{32}}) = q_{max_4} = q_{max_5}$

30 : **Additionne les débits**

40 :  $q_{3in} = q_2 + q_{r31} + q_{r32}$

50 : **Application de l'algorithme de routage**

60 :  $\alpha \in [0, 1]$

70 :  $q_{31} = q_{3in} \alpha$

80 :  $q_{32} = q_{3in} (1 - \alpha)$

90 : Débit entré dans la section principale à  $C_{31} = q_{31} - q_{r31}$

100 : Débit entré dans la section principale à  $C_{32} = q_{32} - q_{r32}$

---

### 6.3.3 Algorithme 2

La Figure 6.19 représente la section autoroutière qui nous servira à tester nos algorithmes de commande intégrée. Le segment trois est composé de deux itinéraires. Deux rampes sont présentes sur chacun des itinéraires de ce segment, près de la bifurcation. La capacité des segments 4 et 5 est inférieure à celle des itinéraires du segment 3 ( $C_{31} + C_{32}$ ). De ce fait, une contrainte de capacité apparaît au passage du segment 3 au segment 4 à la hauteur du point  $B$  (cf. Figure 6.19). Pour éviter l'apparition d'une congestion sur le réseau, nous devons commander les débits des rampes d'accès du segment 3. De ce fait, une file d'attente peut se former sur chacune des bretelles d'entrée (cf. Algorithme 6.3.3). Nous voulons associer l'algorithme de commande du routage dynamique de trafic au niveau de la bifurcation avec les commandes des bretelles d'entrées sur chaque itinéraire



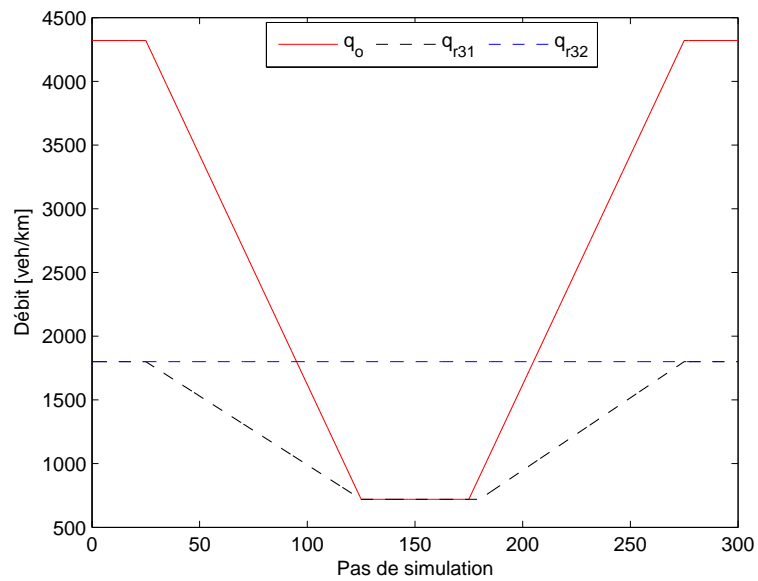


FIGURE 6.15 – Les demandes à l'origine du réseau routier et au niveau des rampes d'accès

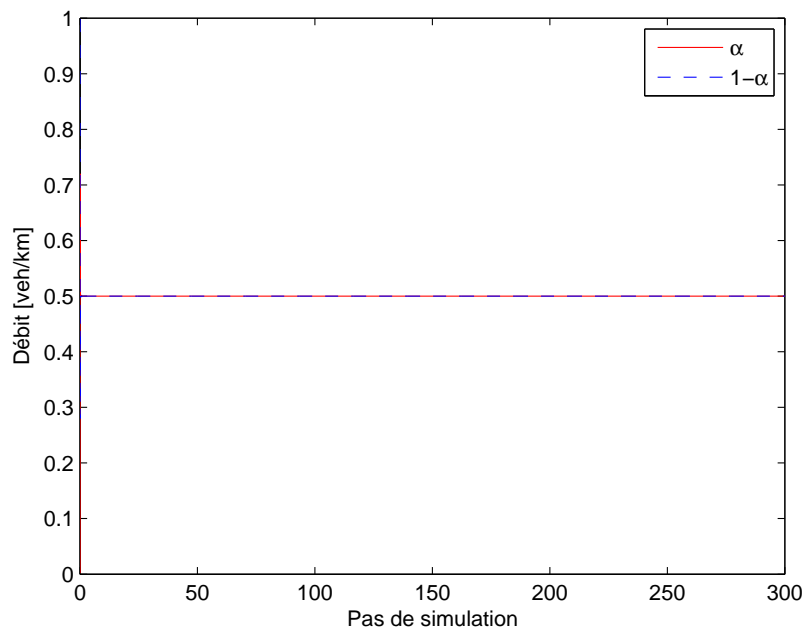


FIGURE 6.16 – La variable de la commande de routage dynamique de trafic

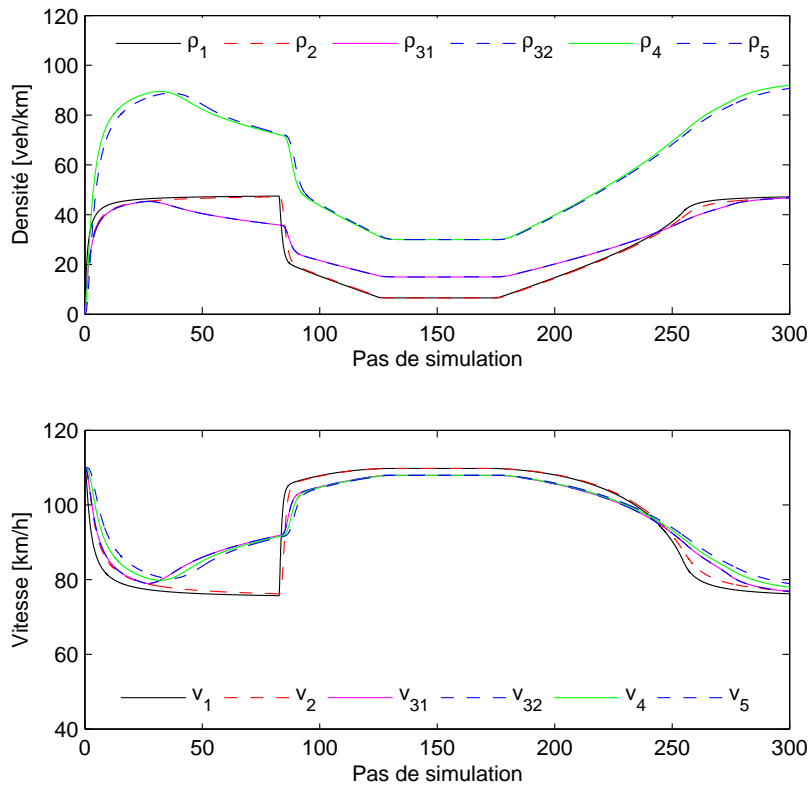


FIGURE 6.17 – Les évolutions de la densité et de la vitesse dans tous les segments

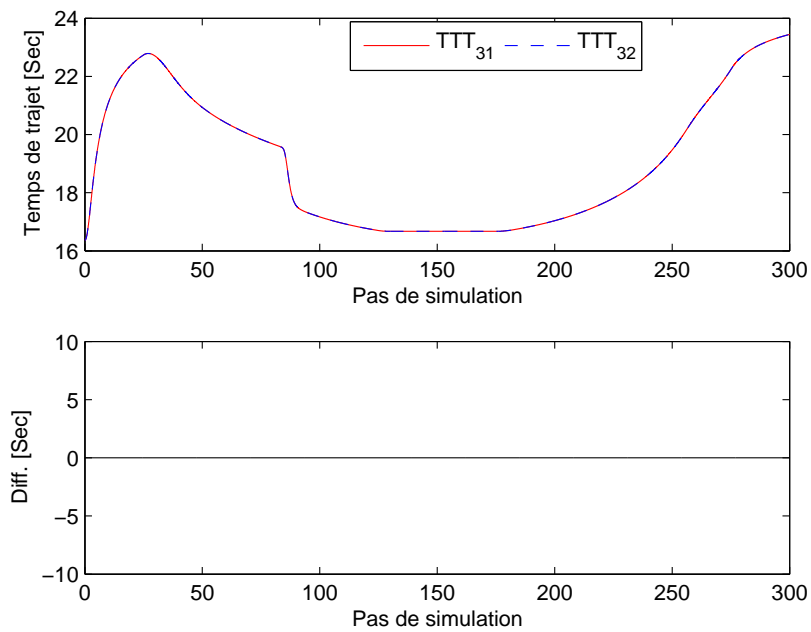


FIGURE 6.18 – Le temps de trajet à chaque pas de simulation

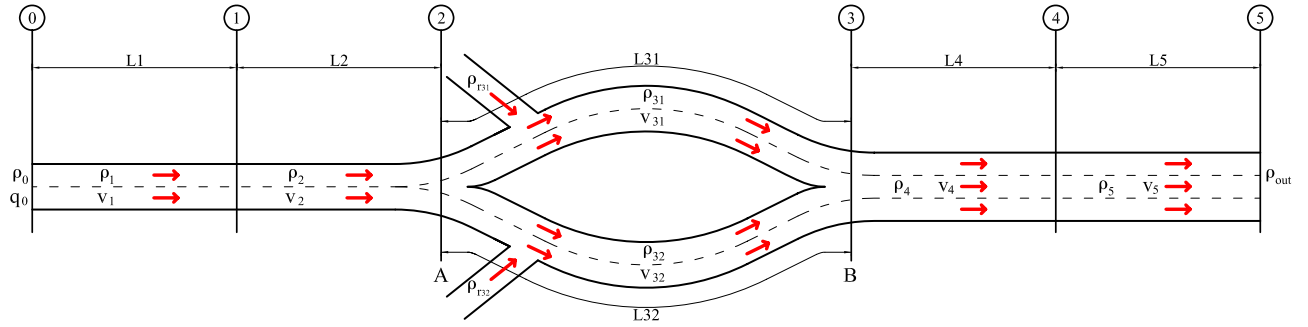


FIGURE 6.19 – Algorithme 6.3.3

dans le segment 3 ( $C_{31}$  et  $C_{32}$ ). Le but est de synchroniser les algorithmes de commande pour que le flux de trafic soit optimal sur l'ensemble du réseau et qu'une congestion ne puisse pas apparaître à l'interface entre les segments 3 et 4.

Pour la simulation, les mêmes évolutions des débits sur l'origine et aux bretelles d'entrées que pour l'algorithme 6.3.2 sont utilisées (cf. Figure 6.15). La Figure 6.20 montre l'évolution de la variable de commande ( $\alpha$ ). Les évolutions des densités et des vitesses sur tous les segments sont montrées sur la Figure 6.21. Enfin, la Figure 6.22 montre l'évolution du temps de trajet à chaque pas de simulation. A partir de la simulation réalisée, nous pouvons tirer les conclusions suivantes : bien qu'il existe une bretelle d'entrée sur chaque itinéraire du segment 3 présentant des demandes différentes, l'algorithme que nous avons mis en oeuvre arrive à égaliser la densité sur chacun d'entre eux  $C_{31}$  et  $C_{32}$ ; de plus la différence entre les temps de trajet total des deux itinéraires est minimisée. La capacité du réseau est donc bien exploitée au maximum. En conclusion, l'algorithme que nous venons de tester empêche l'apparition d'une congestion, dans les conditions de la simulation, à l'interface entre les segments 3 et 4 en limitant les débits entrants des rampes d'accès  $q_{r31}$  et  $q_{r32}$ . La Figure 6.23 montre la demande restante sur les deux rampes d'accès.

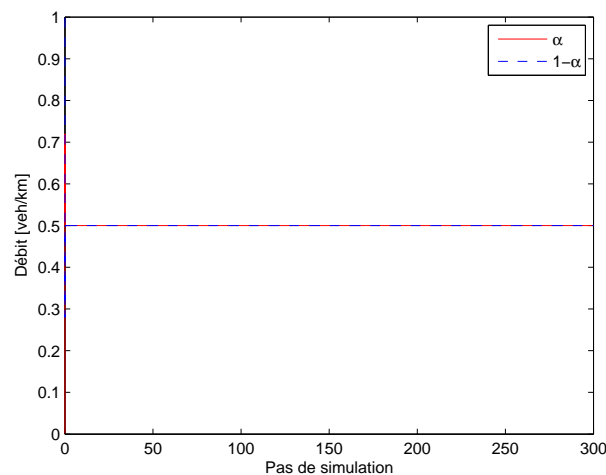


FIGURE 6.20 – La variable de la commande de routage dynamique de trafic

---

**Algorithme 2** La commande de débit à la hauteur du point  $A$  ainsi que sur les rampes d'accès. La contrainte de capacité sur le point  $B$

---

10 : **condition nécessaire**  
20 :  $q_2 \leq q_{max_2}, q_{r_{31}} \leq q_{max_{r_{31}}}, q_{r_{32}} \leq q_{max_{r_{32}}}, q_{max_2} = q_{max_{31}} = q_{max_{32}} < q_{max_4} = q_{max_5},$   
 $(q_{max_{31}} + q_{max_{32}}) > q_{max_4}$   
30 : **Addition des débits**  
40 :  $q_{3_{in}} = q_2 + q_{r_{31}} + q_{r_{32}}$   
50 : **Application de l'algorithme de routage**  
60 :  $\alpha \in [0, 1]$   
70 :  $q_{31} = q_{3_{in}} \alpha$   
80 :  $q_{32} = q_{3_{in}} (1 - \alpha)$   
90 : **Si**  $q_{3_{out}} > q_{max_4}$   
100 : **Calcul des débits restants sur la rampe**  
110 :  $q_{extra} = q_{3_{out}} - q_{max_4}$   
120 :  $q_{l_{r_{31}}} = q_{r_{31_b}} = \frac{q_{r_{31}}}{q_{r_{31}} + q_{r_{32}}} q_{extra}$   
130 :  $q_{l_{r_{32}}} = q_{r_{32_b}} = \frac{q_{r_{32}}}{q_{r_{31}} + q_{r_{32}}} q_{extra}$   
140 : **Débits des rampes entrants sur l'autoroute**  
150 :  $q_{r_{31_{in}}} = q_{r_{31}} - q_{r_{31_b}}$   
160 :  $q_{r_{32_{in}}} = q_{r_{32}} - q_{r_{32_b}}$   
170 : **Sinon**  
180 :  $q_{3_{out}} = q_{3_{out}}$   
190 :  $q_{l_{r_{31}}} = q_{r_{31_b}} = 0, q_{l_{r_{32}}} = q_{r_{31_b}} = 0$   
200 :  $q_{r_{31_{in}}} = q_{r_{31}}, q_{r_{32_{in}}} = q_{r_{32}}$

---

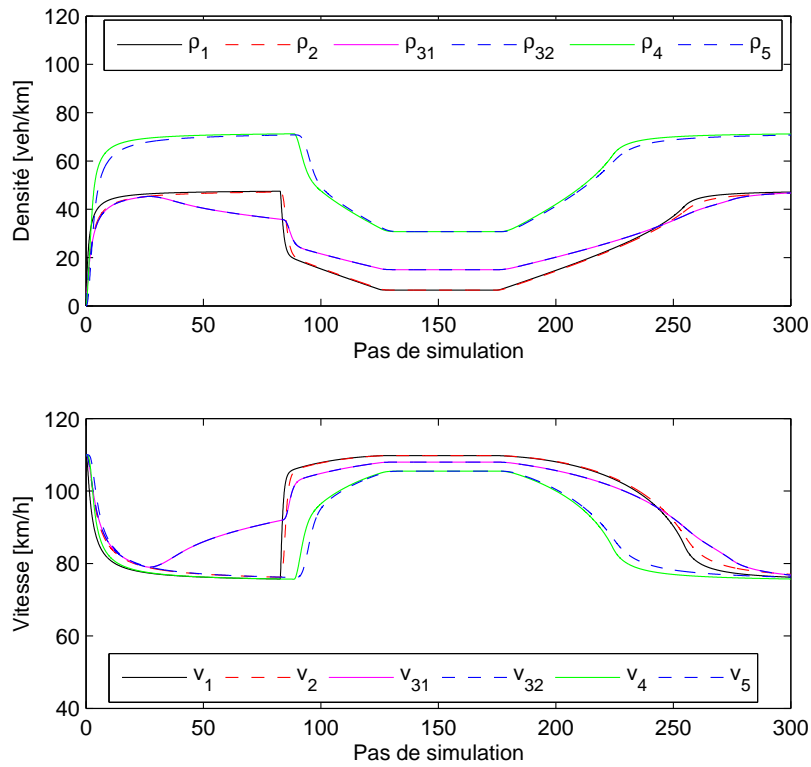


FIGURE 6.21 – Les évolutions de la densité et de la vitesse de tous les segments

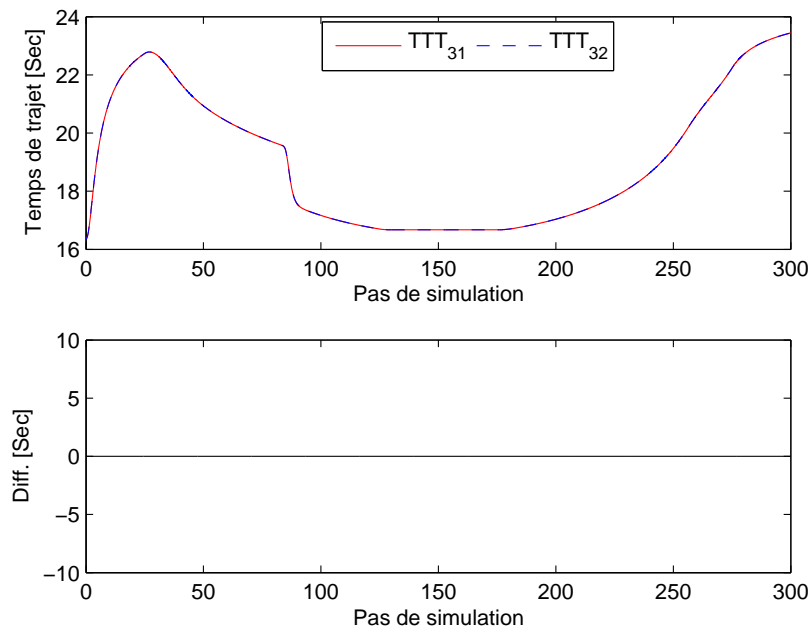


FIGURE 6.22 – Le temps de trajet à chaque pas de simulation

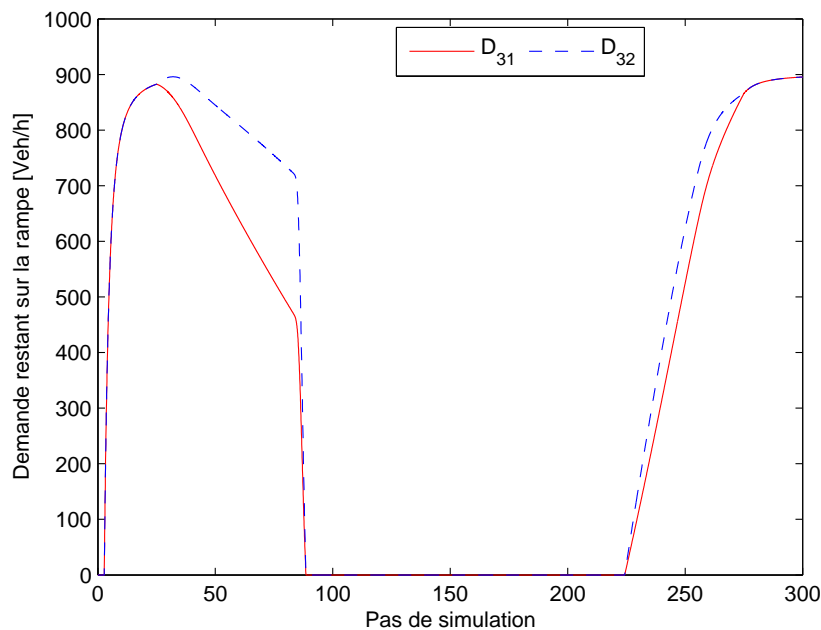


FIGURE 6.23 – Les demandes ne pouvant pas entrer sur les routes principales

### 6.3.4 Algorithme 3

La Figure 6.24 représente la section autoroutière qui nous servira à tester nos algorithmes de commande intégrée. Le segment trois est composé de deux itinéraires. Deux rampes sont présentes sur chacun des itinéraires de ce segment, près de la bifurcation. La capacité des segments 4 et 5 sont égales à la capacité du segment 3 ( $C_{31} + C_{32}$ ) mais sont supérieures à la capacité des segments 1 et 2. Il apparaît donc une contrainte de capacité dans le segment 3, car ce segment comporte  $2 \times 2$  voies dans sa plus grande partie alors qu'il reçoit un flux de véhicules provenant des 3 voies du segment précédent auquel il faut ajouter les flux des deux accès, soit au total l'équivalent de 5 voies. De ce fait, une contrainte de capacité se présente au passage du segment 2 au segment 3 au point A (cf. Figure 6.24). Pour éviter l'apparition d'une congestion, nous devons commander les débits des rampes d'accès du segment 3. De ce fait, une file d'attente peut apparaître au niveau de chaque bretelle d'entrée (cf. Algorithme 6.3.4).

Nous voulons associer l'algorithme de commande du routage dynamique de trafic au niveau de la bifurcation avec les commandes des bretelles d'entrées sur chaque itinéraire dans le segment 3 ( $C_{31}$  et  $C_{32}$ ). Le but est de synchroniser les algorithmes de commande pour que le flux de trafic soit optimal sur l'ensemble du réseau et que la congestion ne puisse pas apparaître à l'interface entre les segments 2 et 3.

Pour la simulation, les évolutions des débits sur l'origine et aux bretelles d'entrées sont celles montrées sur la Figure 6.25. La Figure 6.26 montre l'évolution de la commande ( $\alpha$ ). Les évolutions des densités et des vitesses de tous les segments sont montrées dans la Figure 6.27. Enfin, la Figure 6.28 montre l'évolution du temps de trajet à chaque pas de simulation. Les résultats des simulations permettent de conclure que : bien qu'il existe une bretelle d'entrée sur chaque itinéraire du segment 3 présentant des demandes différentes, l'algorithme mis en œuvre arrive à égaliser la densité sur chacun d'entre eux  $C_{31}$  et  $C_{32}$  ;

de plus la différence entre les temps de trajet total des deux itinéraires est minimisée. La capacité du réseau est donc bien exploitée au maximum. En conclusion, l'algorithme élaboré et testé empêche l'apparition d'une congestion, dans les conditions de la simulation, à l'interface entre les segments 2 et 3 en limitant les débits entrants des rampes d'accès  $q_{r31}$  et  $q_{r32}$ . La Figure 6.29 montre la demande restante sur les deux rampes d'accès.

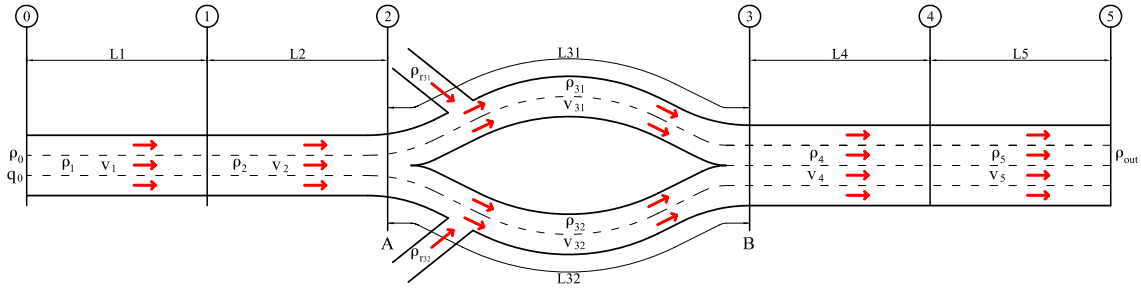


FIGURE 6.24 – Algorithme 6.3.4

**Algorithme 3** La commande de débit à la hauteur du point  $A$  ainsi que sur les rampes d'accès. La contrainte de capacité sur le point  $A$

---

```

10 :   condition nécessaire
20 :    $q_2 \leq q_{max2}, q_{r31} \leq q_{maxr31}, q_{r32} \leq q_{maxr32}, q_{max2} < (q_{max31} + q_{max32}) = q_{max4} = q_{max5},$ 
        $q_{max2} > q_{max31}, q_{max2} > q_{max32}$ 
30 :   Addition les débits
40 :    $q_{3in} = q_2 + q_{r31} + q_{r32}$ 
50 :   Si  $q_{3in} > (q_{max31} + q_{max32})$ 
60 :   Calcul des débits restants sur la rampe
70 :    $q_{extra} = q_{3in} - (q_{max31} + q_{max32})$ 
80 :    $q_{3in} = q_{max31} + q_{max32}$ 
90 :    $q_{lr31} = q_{r31b} = \frac{q_{r31}}{q_{r31} + q_{r32}} q_{extra}$ 
100 :   $q_{lr32} = q_{r32b} = \frac{q_{r32}}{q_{r31} + q_{r32}} q_{extra}$ 
110 :  Débits des rampes entrants sur l'autoroute
120 :   $q_{r31in} = q_{r31} - q_{r31b}, q_{r32in} = q_{r32} - q_{r32b}$ 
130 :  Sinon
140 :   $q_{lr31} = q_{r31b} = 0, q_{lr32} = q_{r31b} = 0$ 
150 :   $q_{r31in} = q_{r31}, q_{r32in} = q_{r32}$ 
160 :  Application de l'algorithme de routage
170 :   $\alpha \in [0, 1]$ 
180 :   $q_{31} = q_{3in} \alpha$ 
190 :   $q_{32} = q_{3in} (1 - \alpha)$ 

```

---

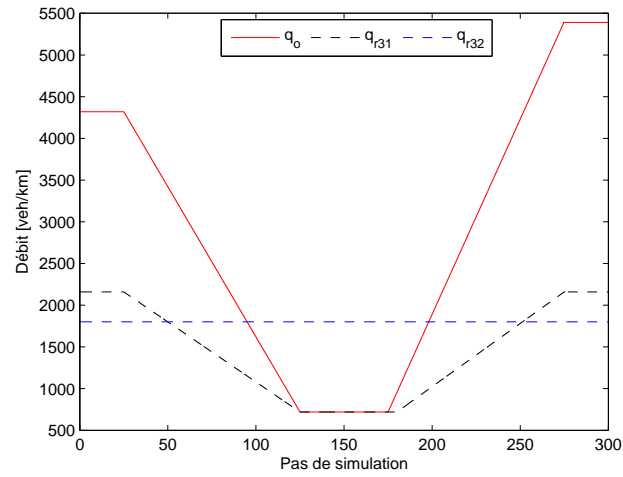


FIGURE 6.25 – Les débits utilisés à l'origine et aux bretelles d'entrées

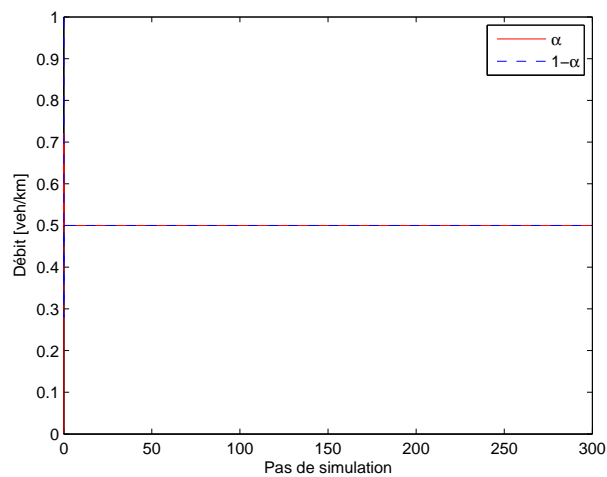


FIGURE 6.26 – La variable de la commande de routage dynamique de trafic



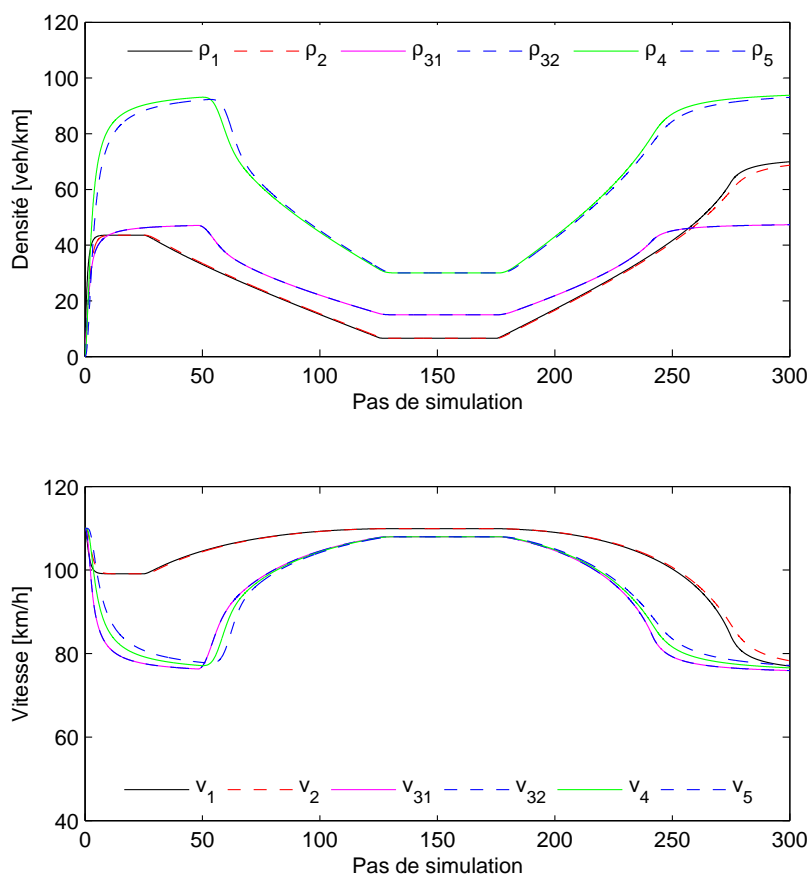


FIGURE 6.27 – Les évolutions de la densité et de la vitesse de tous les segments

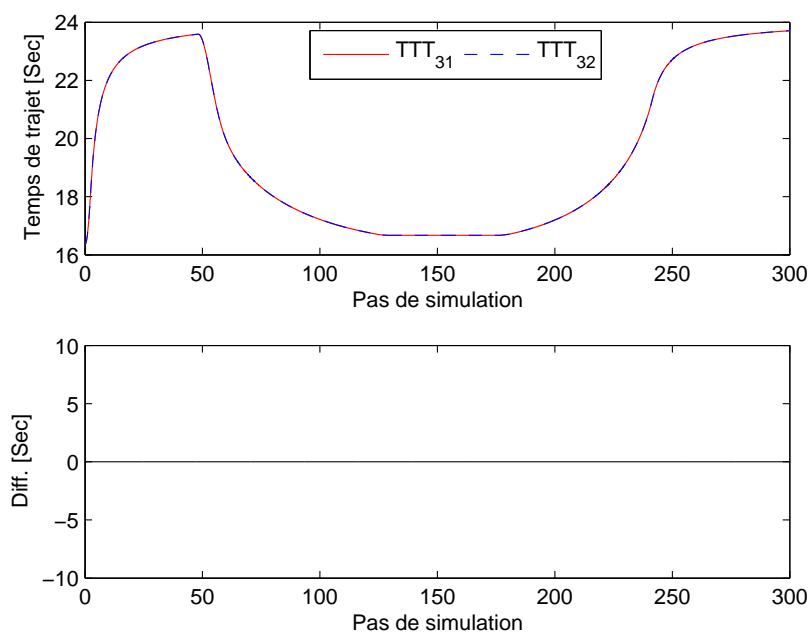


FIGURE 6.28 – Le temps de trajet à chaque pas de simulation

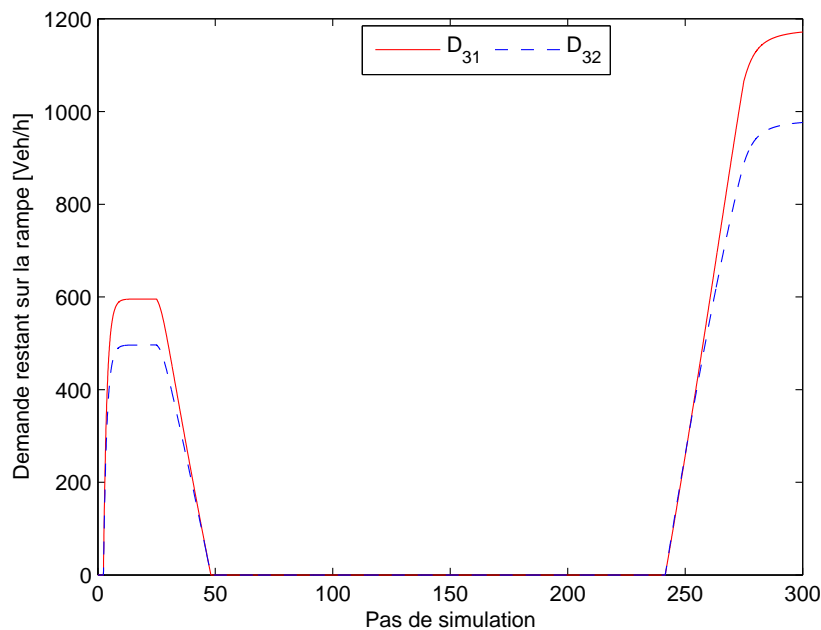


FIGURE 6.29 – Les demandes ne pouvant pas entrer sur les routes principales

## 6.4 Commande coordonnée

### 6.4.1 Introduction

Dans les chapitres 3 et 5, nous avons abordé la commande isolée (le contrôle d'accès). Or une commande isolée ne permet pas de satisfaire des conditions de circulation fluides sur l'ensemble d'un réseau routier ou tout au long d'une autoroute. Ce type de commande permet de résoudre les problèmes de circulation dans une petite zone située près d'une bretelle d'entrée à condition que les demandes ne soient pas trop fortes. Par contre l'optimisation d'un réseau routier complet nécessite de mettre en oeuvre des algorithmes de commande plus complexes mettant en jeu des communications internes entre les différents éléments le composant et capable de limiter l'apparition de congestions en tous points sensibles. C'est dans cet objectif que le paragraphe suivant introduit la notion de commande coordonnée via la commande prédictive<sup>3</sup>.

### 6.4.2 Commande coordonnée prédictive

La commande prédictive est une technique de commande avancée connue des automatismes. Elle a pour objectif de commander des systèmes complexes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé sur un horizon fini et glissant. Donc la commande prédictive (cf. chapitre 3.7.2) est une commande qui est basée sur

3. Il est important de souligner que ce paragraphe est le fruit d'un stage de trois mois effectué au laboratoire de l'université de Technologie Delft aux Pays-Bas. Je tiens donc à remercier le Prof. Bart De Schutter pour son accueil et ses conseils sur les subtilités de la coordination et de la commande prédictive.

un modèle<sup>4</sup>. La formulation de l'objectif de commande se fait par un problème d'optimisation non linéaire. Les principaux avantages de la commande prédictive sont les suivants :

- L'idée générale est intuitive et facile à comprendre.
- Elle prend en considération les contraintes, sur les variables contrôlées et manipulées, de manière explicite comme, par exemple, la contrainte de file d'attente sur une rampe d'accès.
- Elle évite des variations importantes sur les variables manipulées (les variables d'état), à chaque pas de temps la commande est corrigée en fonction des erreurs de prédiction au pas de temps précédent. La commande est plus douce, cela permet une meilleure utilisation des actionneurs et leur temps de vie est augmenté.
- En cas de perturbations mesurables, le système s'adapte automatiquement.

La commande prédictive repose sur l'idée d'une résolution répétée à chaque pas de temps d'un problème de commande optimale : "Comment aller de l'état actuel à un objectif de manière optimale en satisfaisant des contraintes". Pour cela il faut connaître à chaque itération l'état du système et utiliser un outil de résolution numérique. Elle réalise donc à chaque période d'échantillonnage du contrôleur les mêmes étapes :

1. Calcul des prédictions des variables contrôlées jusqu'à un horizon de temps  $Np$  (cf. Figure 6.30) grâce au modèle interne.
2. Elaboration d'une trajectoire de référence à suivre.
3. Calcul de la future loi de commande à appliquer sur les variables manipulées (variables d'état) jusqu'à un horizon temporel  $Nc$  (cf. Figure 6.30).
4. Seul le premier élément de la loi de commande calculée est appliqué sur le système. Toutes ces étapes se répéteront.

Une fois les prédictions faites, on doit trouver la future séquence de commande à appliquer sur le système pour atteindre la consigne désirée en suivant la trajectoire de référence. Pour cela, il nous faut définir une fonction coût (critère à optimiser) qui diffère selon les méthodes. Dans le cas d'un problème de poursuite de trajectoire, ce critère est construit à partir de l'écart entre le signal de sortie et le signal de référence. On retient très souvent une forme quadratique de ce critère pour élaborer une loi de commande dans le but de poursuivre une consigne donnée par un opérateur tout en minimisant le critère construit. Nous avons appliqué ce principe à la régulation du flux de trafic routier.

Toutes nos simulations ont été réalisées sous Matlab 2013 en utilisant la boîte à outils d'optimisation, laquelle contient la fonction d'optimisation *fmincon*<sup>5</sup>. D'une manière

---

4. Model-Based Predictive Control (MBPC)

5. *fmincon* est une fonction incluse dans Matlab-Optimisation toolbox qui cherche à minimiser une fonction scalaire de plusieurs variables, dans une région déterminée par des contraintes linéaires et par des fenêtres intervalles

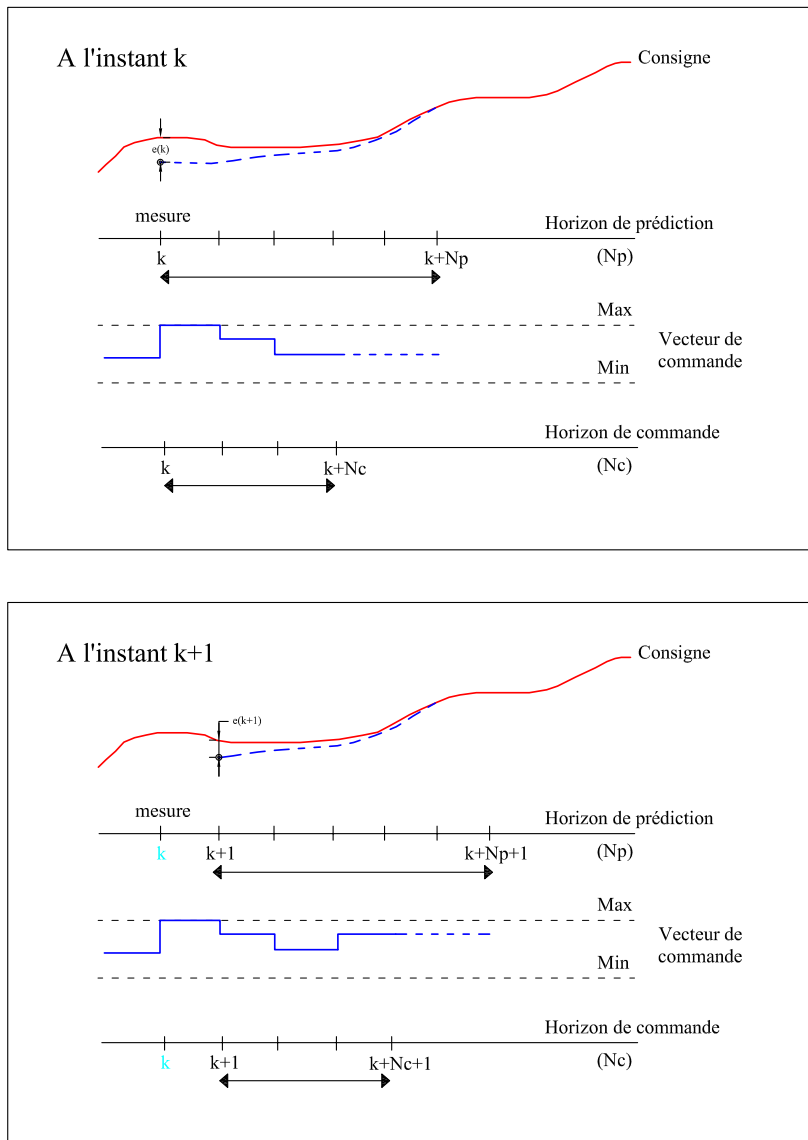


FIGURE 6.30 – L'évolution de la consigne de commande prédictive

générale la fonction  $fmincon$  peut être définie de la façon suivante :

$$\min f(x) \text{ de sorte que } x \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A.x \leq b \\ Aeq.x = beq \\ lb \leq x \leq ub \end{cases} \quad (6.38)$$

où  $b$  et  $beq$  sont des vecteurs,  $A$  et  $Aeq$  sont des matrices,  $c(x)$  et  $ceq(x)$  sont des fonctions qui renvoient à des vecteurs, et,  $f(x)$  est une fonction qui renvoie à un scalaire.  $f(x)$ ,  $c(x)$  et  $ceq(x)$  peuvent être des fonctions non linéaires.  $x$ ,  $lb$  et  $ub$  peuvent être des vecteurs ou des matrices.

Cet algorithme a été exploité pour la première fois dans le domaine du flux de trafic autoroutier par Hegyi [12]. Il a établi un système de commande intégrée qui contrôle à la fois la vitesse dynamique des segments en amont d'une rampe d'accès (la limitation dynamique de la vitesse) et le débit d'une rampe d'accès. Le seul inconvénient est que cet algorithme entraîne des temps de calcul très importants. Ce travail a été développé dans [165] [164], ils proposent plusieurs scénarios pour commander trois rampes d'accès consécutives. De plus, chaque rampe d'accès est synchronisée avec la limitation dynamique de la vitesse des segments en amont. Par contre, cette contribution, ne peut pas non plus résoudre le problème de temps de calcul pour des réseaux plus importants. Afin de diminuer les temps de calcul tout en recherchant des résultats proches de ceux que peut produire une commande centralisée, nous avons proposé plusieurs scénarios pour coordonner plusieurs rampes d'accès.

### 6.4.3 Scénarios

Les différents scénarios que nous proposons ont pour objet de trouver un compromis entre le temps de calcul et la performance d'un dispositif de commande centralisé. Il s'agit également de faire en sorte qu'il puisse facilement être implémenté sur un site réel. Nous nous proposons ici de tester une commande coordonnée sur un réseau routier de relativement grande taille. Le réseau représenté sur la Figure 6.31 fait 14 *km* de longueur sur deux voies. Il est divisé en 7 portions, divisées elles mêmes en deux segments chacun de 1 *km*. Au niveau du premier segment de chaque portion on trouve une bretelle d'accès. Les paramètres du modèle METANET utilisé pour présenter chaque segment sont tous identiques (cf. Table 6.2). Le débit de la route principale et les débits des bretelles d'accès sont choisis de telle sorte qu'ils provoquent l'apparition d'une densité importante sur la route principale. La commande est donc sollicitée très rapidement (cf. Figure 6.32). La simulation qui a été réalisée correspond à trois heures de circulation consécutive pour 1080 pas de simulation et 180 pas de commande.

Dans la suite, nous allons passer en revue un à un tous les scénarios qui ont été étudiés. Il importe de préciser que dans tous les scénarios que nous avons retenus pour tester les différents algorithmes, les portions de route voisines communiquent de manière permanente. C'est-à-dire que chaque portion reçoit l'information de vitesse dynamique du dernier segment de la portion en amont et elle renvoie au dernier segment de la portion en amont, la densité de son premier segment. La fonction objectif utilisée dans cette

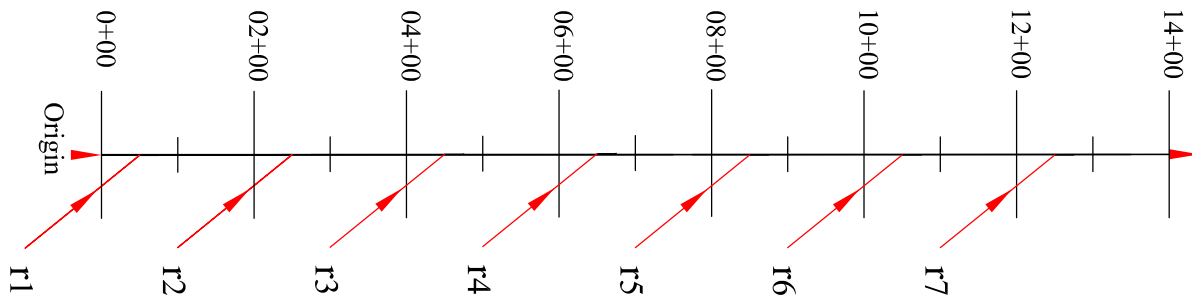


FIGURE 6.31 – Un réseau autoroutier (7 rampes d'accès)

TABLE 6.2 – Les paramètres du modèle

Paramètre	Valeur
La vitesse libre $V_c$	112 km/h
La densité maximale $\rho_m$	180 veh/km
La densité critique $\rho_c$	33.5 veh/km
La capacité de la section principale $C_m$	4200 veh/h
La capacité de la rampe $C_{rampe}$	2000 veh/h
$a$	1.867
$a_{rampe}$	0.4
$\tau$	18 sec
$\delta$	0.122 m/veh
$\kappa$	40 veh/km
$\varpi$	60 km <sup>2</sup> /h

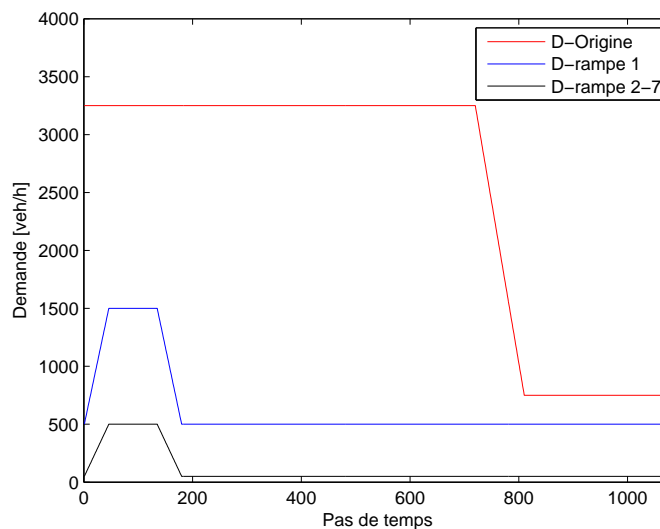


FIGURE 6.32 – La demande à l'origine et au niveau des bretelles d'entrées

simulation est donnée par :

$$J(k_c) = T \sum_{j=k_c}^{k_c+N_p+1} \left\{ \sum_{m,i} \rho_{m,i}(j) L_m \lambda_m + \sum_o w_o(j) \right\} + \sum_{j=k_c}^{k_c+N_c-1} \left\{ a_{ramp} \sum_{o \in O_{ramp}} (r_o(j) - r_o(j-1))^2 \right\} \quad (6.39)$$

#### 6.4.3.1 MPC locale (individuelle)

Dans ce scénario, pour chaque portion, la commande est calculée en utilisant une fonction d'optimisation locale. La fonction objectif locale est prise en considération. La commande est soumise à la contrainte de longueur de la file d'attente sur chaque bretelle d'entrée. La fonction objectif utilisée (Equation 6.39) contient deux termes, l'un agit sur le calcul du temps de trajet (le temps de trajet sur l'autoroute et le temps de trajet des véhicules qui sont dans la file d'attente sur chaque rampe d'accès), l'autre agit sur un terme de pénalisation associé à l'apparition de la variation brusque qui se produit dans le fonctionnement du contrôleur.

#### 6.4.3.2 MPC Centrale (Globale)

Seul un système de flux de trafic contrôlé à l'aide d'une commande centralisée est susceptible d'assurer la meilleure performance globale du réseau routier. L'inconvénient est que ce genre de système est complexe à mettre en oeuvre et entraîne généralement des temps de calcul très importants incompatibles avec une commande temps réel. Dans l'exemple cité le réseau a 14 km de longueur et a 7 bretelles d'entrées ce qui entraîne de nombreuses mesures à prendre en compte au niveau de la commande centralisée.

#### 6.4.3.3 MPC coopérative totale

Dans ce dispositif, chaque algorithme de commande de chaque portion s'appuie sur une fonction objectif globale au lieu d'une fonction objectif locale. C'est-à-dire, la fonction objectif de chaque portion tend à minimizer le temps de trajet sur l'ensemble du réseau (14 km). Ce dispositif a pour objectif d'obtenir une performance comparable à celle du MPC central et de réduire le temps de calcul permettant au contrôleur de réagir en temps réel.

#### 6.4.3.4 MPC coopérative partielle

Cette méthode tend à rendre la méthode précédente dans la section 6.4.3.3 plus facilement applicable. Certes, la méthode MPC coopérative totale donne des résultats plus satisfaisants que la méthode MPC locale en terme de performance et que la méthode MPC centrale en terme de temps de calcul. Mais, même dans cette méthode, la fonction d'optimisation prend un temps de calcul considérable. Ainsi, il peut être intéressant de réduire encore ce temps de calcul.

De plus, Il faut souligner que dans le cas de la méthode MPC coopérative totale le problème de communication est toujours présent, nous citons :

- toutes les rampes doivent être reliées et communiquent de manière permanente.

- toutes les stations de mesure doivent transmettre leurs données à chaque algorithme de commande de chaque portion de route ce qui rend l'installation complexe et coûteuse.

Dans cette section, nous proposons quelques scénarios pour réduire le temps de calcul par rapport à la méthode MPC coopérative totale tout en gardant une performance plus ou moins équivalente. Ces nouvelles méthodes de commande présentent l'avantage de ne nécessiter que de communiquer des informations qu'au niveau des zones voisines. Elles permettent ainsi de créer des systèmes de gestion de réseau de plus grande taille. Les scénarios retenus sont :

- **Le MPC amont** : Pour chaque portion autoroutière, le dispositif de commande repose sur une fonction objectif locale plus celle de la portion en amont. Par exemple, la fonction objectif du dispositif de commande dans la portion 2 repose sur l'optimisation du temps de trajet dans les portions 1 et 2 (cf. Figure 6.33-haut).
- **Le MPC aval** : Pour chaque portion autoroutière, le dispositif de commande repose sur une fonction objectif locale plus celle de la portion en aval. Par exemple, la fonction objectif du dispositif de commande dans la portion 2 repose sur l'optimisation du temps de trajet dans les portions 2 et 3 (cf. Figure 6.33-centre).
- **Le MPC amont/aval** : Pour chaque portion autoroutière, le dispositif de commande repose sur une fonction objectif locale plus celle de la portion en aval et en amont. Par exemple, la fonction objectif du dispositif de commande dans la portion 2 repose sur l'optimisation du temps de trajet dans les portions 1 2 et 3 (cf. Figure 6.33-bas).

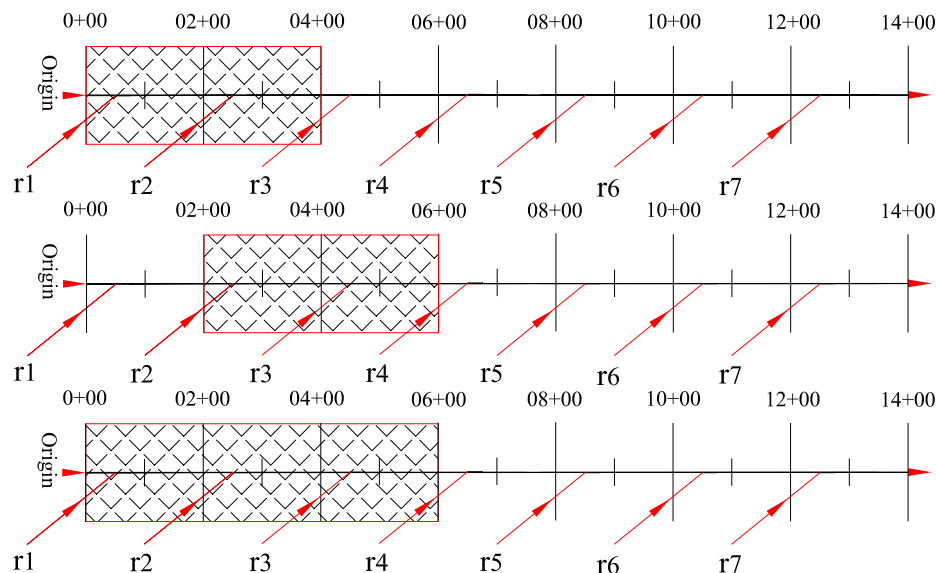


FIGURE 6.33 – Les scénarios du MPC coopérative partielle

#### 6.4.3.5 Test de tous les scénarios lors d'un incident

Nous avons testé tous les scénarios dans le cas où un incident se produit sur le réseau autoroutier. Un incident est créé dans la portion 2, segment 4, durant l'intervalle de temps séparant le pas de simulation 180 et le pas de simulation 240. Un autre incident est créé sur la portion 6, segment 12, durant l'intervalle de temps séparant le pas de simulation 480 et le pas de simulation 600.



### 6.4.4 Résultats

Dans les Table 6.3 et Table 6.4, nous montrons, respectivement, les résultats des simulations dans le cas sans incidents et avec incidents. Nous voyons que le MPC coopérative totale est plus performant par rapport aux autres scénarios. Par contre, le temps de calcul de ce dispositif de commande est très important. Les scénarios que nous avons proposés conduisent à un compromis entre la performance et le temps de calcul qui est considérablement réduit par rapport à l'approche MPC coopérative totale. De plus, comme nous l'avons souligné précédemment avec les scénarios proposés, nous aurons moins de problèmes de communication.

TABLE 6.3 – Résultats des simulations sans incident

Scénarios	$N_p$	$N_c$	$TTT$ (veh-hr)	CT (sec)
Système non contrôlé	—	—	5394.3	$\simeq 0$
MPC locale	7	5	5347.1	8072
<b>MPC coopérative partielle</b>				
MPC amont	7	5	5308.4	8271
MPC aval	7	5	5324.6	8369
MPC amont/aval	7	5	5318.6	8583
<b>MPC coopérative totale</b>				
MPC coopérative totale	16	12	5222.8	87133
MPC centrale	16	12	5202.5	131090

## 6.5 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons apporté quelques contributions à la gestion du trafic dans le cadre des systèmes de transport intelligents. Ainsi, un algorithme de routage dynamique du trafic a été présenté. L'objectif d'un tel algorithme est d'égaliser les temps de trajet sur les différents itinéraires d'un réseau routier et d'assurer une utilisation optimale de l'infrastructure en assurant un équilibre de charge entre les itinéraires empruntés par les usagers.

Quant en ce qui concerne la commande intégrée, trois nouveaux algorithmes ont été proposés. Chaque algorithme de commande intégrée peut affecter le flux du trafic sur plusieurs itinéraires en garantissant un équilibre du nombre d'utilisateurs empruntant les différents itinéraires tout en prenant en compte le nombre de véhicules entrant sur les itinéraires à partir des bretelles d'entrées situées au plus près de la bifurcation sur chaque itinéraire. Les algorithmes peuvent fonctionner dans le cas où il y a une contrainte de capacité sur l'autoroute. La performance d'une commande intégrée est toujours supérieure à la performance qui pourrait être obtenue à l'aide des algorithmes de commande locaux,

TABLE 6.4 – Résultats des simulations dans le cas d'incidents

Scénarios	$N_c$	$N_p$	$TTT$ (veh-h)	CT (sec)
Système non contrôlé	—	—	6703.5	$\simeq 0$
MPC locale	7	5	6654.1	7945
<b>MPC coopérative partielle</b>				
MPC amont	7	5	6604.1	8226
MPC aval	7	5	6586.2	7921
MPC amont/aval	7	5	6585.3	7747
 MPC coopérative totale				
MPC coopérative totale	16	12	6536.2	85969
 MPC centrale				
MPC centrale	16	12	6507.6	130675

pris séparément, faisant partie de cette commande intégrée.

Enfin, en utilisant la commande prédictive, nous avons proposé quelques scénarios pour coordonner plusieurs rampes d'accès dans un grand réseau. Les scénarios proposés ont pour objectif de réduire le temps de calcul, de garder une performance plus ou moins comparable à celle d'une commande centralisée ou à celle d'une commande coopérative totale, et de réduire le problème de communication entre les différents éléments des installations de commande.

# Conclusion générale et perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le cadre des systèmes de Transport Intelligents, ITS. L'objectif principal était d'apporter des solutions nouvelles et innovantes dans ce domaine pour améliorer la circulation en éliminant les congestions (principalement les congestions récurrentes) et optimiser l'utilisation des infrastructures existantes. Ceci permet d'assurer une circulation fluide, sans accidents tout en diminuant les effets néfastes de la pollution ainsi que les coûts socio-économiques.

Dans cette optique, nous avons apporté quatre contributions majeures concernant les aspects estimation et commande du trafic.

Ce mémoire de thèse est divisé en deux grandes parties. La première, contenant trois chapitres, était l'occasion de fournir un état de l'art exhaustif sur les aspects importants appartenant au domaine de la régulation de flux de trafic routier :

- la modélisation du trafic,
- l'estimation d'état des variables du trafic,
- la commande du trafic abordée sous plusieurs angles. Le contrôle d'accès (CA) isolé, le routage dynamique (RD), la commande intégrée associant les deux stratégies (CA et RD) et enfin la commande coordonnée basée sur l'approche prédictive.

D'un point de vue modélisation, le premier chapitre 1 (Modélisation) a permis de fournir une classification détaillée des modèles que l'on rencontre dans le domaine de la régulation du flux de trafic routier. Pour les besoins de la seconde partie, nous nous sommes focalisés principalement sur les modèles macroscopiques du premier et du second ordre. Une attention particulière a été portée aux modèles macroscopiques du second ordre METANET et linéaire, le modèle à commutation SMM.

Dans le chapitre 2 (Estimation d'état du flux du trafic), nous avons pris le parti de rappeler des notions classiques, voire triviales pour les automaticiens<sup>6</sup>, d'observabilité, notamment des conditions nécessaires pour qu'un système soit observable. Nous avons ensuite rappelé quelques méthodes de reconstruction d'état connues tels que les filtres de Kalman et ses extensions, les filtres particulaires, etc. et les plus utilisées dans le domaine du trafic. Ces méthodes qui traitent le trafic d'un point de vu linéaire et non linéaire ont été comparées, ce qui nous a permis de dégager les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

---

6. Comme souligné dans le manuscrit, le domaine du trafic est peu abordé par les automaticiens mais plutôt par la communauté du Génie Civil. Ainsi, rappeler de telles notions permettra une compréhension plus aisée aux non-automaticiens.

Enfin, le chapitre 3 (La commande du flux de trafic), dans lequel nous pouvons trouver un état de l'art sur les méthodes de commande étudiées et implantées dans le domaine du flux de trafic, nous a permis de montrer que ce domaine d'études reste entièrement ouvert. Cela nous a permis de détailler les différentes stratégies de commande allant du contrôle d'accès isolé jusqu'à l'aspect coordination en passant par la commande intégrée. Cette étude détaillée nous a servi de base pour classifier ces méthodes et pour comparer les différents algorithmes de commande sur la base du critère du temps de calcul.

La seconde partie, composée de trois chapitres nous a permis de détailler nos différentes contributions tant dans le domaine de l'estimation que dans celui de la commande du trafic. Ces contributions peuvent se décliner en quatre parties :

- Estimation d'état du trafic via les techniques des systèmes à structure variable qui a fait l'objet du chapitre 4 (Nouveaux algorithmes d'estimation d'état du flux de trafic). Deux approches ont été proposées. La première repose sur un modèle macroscopique de second ordre et la seconde sur le modèle linéaire SMM. Les résultats de plusieurs simulations numériques ont été montrés ainsi que ceux issus des études comparatives, que nous avons réalisées, sur l'utilisation de filtres de Kalman et de ses extensions. Ces comparaisons nous ont servi de base pour démontrer la pertinence des approches proposées.
- Dans le chapitre 5 (Contrôle d'accès routier), une nouvelle stratégie du contrôle d'accès isolé a été proposée. Cet algorithme tire profit de la commande par mode glissant de premier et de second ordre. De nombreuses simulations numériques ainsi qu'une étude comparative avec la stratégie ALINEA ont permis non seulement de valider les résultats obtenus mais aussi de confirmer la robustesse de l'algorithme vis-à-vis des perturbations et des incertitudes des modèles typiques au domaine du trafic.
- L'algorithme de routage dynamique développé dans le chapitre 6 (Commandes intégrée et coordonnée du trafic routier), nous a permis de démontrer l'utilité d'intégrer différentes lois de commande pour améliorer l'efficacité des réseaux routiers. D'un point de vue routage dynamique, l'objectif est d'équilibrer les flux de trafic entre plusieurs itinéraires ayant une même origine et une même destination. La commande intégrée présentée dans ce chapitre a permis de tirer profit de l'association du contrôle d'accès isolé appliqué sur une ou plusieurs rampes et le routage dynamique. Les simulations réalisées ont permis de montrer la supériorité d'une commande intégrée sur une commande locale prise isolément.
- La coordination qui tire profit des mesures de toutes les rampes contrôlées a été réalisée à la suite d'un stage de trois mois à l'université de Technologie de Delft. Dans ce cadre, nous avons pu appliquer le concept de la commande prédictive. L'emploi de cette technique nous a permis de proposer de nouveaux scénarios pour coordonner plusieurs rampes d'accès à l'échelle d'un grand réseau autoroutier. Les scénarios proposés ont eu pour objectif de réduire le temps de calcul, de garder une performance plus ou moins comparable à celle d'une commande centralisée et de réduire le problème de communication entre les différents systèmes de commande locale.

---

Bien que plusieurs contributions ont pu voir le jour grâce à ce travail de thèse, il est important de souligner qu'il reste encore beaucoup de voies de recherche à exploiter. En effet, la complexité des systèmes de trafic routier impose de chercher d'autres solutions pour encore améliorer leur gestion. Ainsi, intégrer plus que deux lois de commande semble être une solution pertinente que nous souhaitons exploiter.

Par rapport aux différentes approches proposées dans ce manuscrit, bien que les résultats obtenus soient en général efficaces, une analyse fine basée sur des outils microscopiques permettra d'affiner notre perception des problématiques posées par la régulation de systèmes de flux de trafic. Ainsi, notre laboratoire étant doté d'une plate-forme AIMSUN, cela nous permettra d'exploiter rapidement cette voie de recherche.

Enfin, la complexité des modèles de trafic où seule la loi de conservation des véhicules est vraie, les nombreuses recherches bibliographiques que nous avons pu effectuer, les études que nous avons pu mener à bien dans le domaine du contrôle d'accès isolé, nous ont ouvert d'autres voies qui nous semblent indispensables d'exploiter. La commande sans modèle, décrite trop brièvement dans cette thèse, en est une. Notre souhait est de pouvoir continuer à explorer plus en avant cette voie, afin notamment, d'introduire les notions de coordination et de commande intégrée sans modèle dans ce domaine passionnant des Systèmes de Transport Intelligent.



# Bibliographie

- [1] I. Thomson and A. Bull. Urban traffic and social causes. *CEPAL*, Vol. 76 :105–116, 2002. Cité page 3
- [2] [http://article.wn.com/view/2014/05/07/Serious\\_crash\\_on\\_Aucklands\\_Southern\\_Motorway/](http://article.wn.com/view/2014/05/07/Serious_crash_on_Aucklands_Southern_Motorway/). Cité page 4
- [3] <http://www.zmescience.com/science/domestic-science/traffic-jam-sollution-30092013/>. Cité page 4
- [4] La gestion du trafic sur les réseaux routiers. ministère de l'Écologie, du développement durable et de l'Énergie, 2014. Cité page 3
- [5] S. Mammar (sous la direction de). *Systèmes de transport intelligents : modélisation, Information et contrôle*. Hermes Science - Lavoisier, 2007. Cité pages 5, 18, 19, 20, 21, 32, 33, 85, 90, et 95
- [6] <http://www.lacroix-signalisation.com/fr/france/accueil/>. Cité page 5
- [7] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Fuite\\_d'information#mediaviewer/File:Surveillance\\_quevaal.jpg](http://fr.wikipedia.org/wiki/Fuite_d'information#mediaviewer/File:Surveillance_quevaal.jpg). Cité page 6
- [8] <http://www.hellopro.fr/images/produit-2/3/3/6/comptage-routier-automatique-556633.jpg>. Cité page 6
- [9] M. J. Lighthill and G. B. Whitham. On kinematic waves II : A theory of traffic flow in long crowded roads. *Proc. Royal Soc. London*, Vol. A-229 :317–345, 1955. Cité pages 13, 19, 21, 23, et 87
- [10] P. I. Richards. Shock waves on the highway. *Operations Research*, Vol. 4 :42–51, 1956. Cité pages 13, 19, 21, 23, et 87
- [11] B. D. Greenshields. A study of traffic capacity. In *proceedings of the 14th annual meeting of the Highway Research Board*, 1934. Cité page 14
- [12] A. Hegyi. *Model Predictive Control for Integrating Traffic Control Measures*. TRAIL Thesis Series T2004/2, The Netherlands TRAIL Research School, 2004. Cité pages 14, 17, 36, 38, 39, 71, 88, 96, et 185
- [13] T. Bellemans. *Traffic Control on Motorways*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2003. Cité pages 14, 16, et 36
- [14] E. Bourrel. *Modélisation dynamique et l'écoulement du trafic routier : du macroscopique au microscopique*. PhD thesis, École doctorale mécanique, énergétique, génie civil et acoustique (MEGA), 2003. Cité page 14
- [15] C. Buisson. Analyse bibliographique et première classification des algorithmes de simulation de l'écoulement du trafic routier. *Recherche Transports Sécurité*, Vol. 53 :35–48, 1996. Cité pages 14 et 17
- [16] S. P. Hoogendoorn and P. H. L. Bovy. State-of-the-art of vehicular traffic flow modelling. *Journal of System and Control Engineering*, Vol. 215, No. 4 :283–303, 2001. Cité pages 14, 17, et 18

- [17] H. Zhang, S. G. Ritchie, and Z.-P. Lo. Macroscopic modeling of freeway traffic using an artificial neural network. *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 1588 :110–119, 1997. Cité page 16
- [18] T. Bellemans, B. De Schutter, and B. De Moor. Models for traffic control. *Journal A*, Vol. 43, No. 3-4 :13–22, 2002. Cité page 16
- [19] U. Forssell and P. Lindskog. Combining semi-physical and neural network modeling : An example of its usefulness. In *proceedings of SYSID*, 1997. Cité page 16
- [20] R. Haber and H. Unbehauen. Structure identification of nonlinear dynamic systems - a survey on input/output approaches. *Automatica*, Vol. 26, No. 4 :651–677, 1990. Cité page 16
- [21] M. S. El-Hmam. *Contribution à la modélisation et à la simulation hybride du flux de trafic*. PhD thesis, Université d'Artois, 2006. Cité pages 16 et 20
- [22] A. D. May. *Traffic Flow Fundamentals*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990. Cité pages 17 et 37
- [23] D. C. Gazis. The origins of traffic theory. *Operations Research*, Vol. 50, Issue 1 :69–77, 2002. Cité page 17
- [24] G. Costeseque. Modélisation du trafic routier : passage du microscopique au macroscopique. Master's thesis, Chaire abertis-Ecole des Ponts Paris Tech-IFSTTAR, 2012. Cité pages 18, 21, et 32
- [25] S. Chanut. *Modélisation dynamique macroscopique de l'écoulement d'un trafic routier hétérogène poids lourds et véhicules légers*. PhD thesis, École doctorale mécanique, énergétique, génie civil et acoustique (MEGA), 2005. Cité pages 18 et 21
- [26] *Aimsun 6.1 - Users Manual*. TSS - Transport Simulation Systems, 2010. Cité page 18
- [27] *VISSIM 5.40 - User Manual*. PTV Planung Transport Verkehr AG, 2011. Cité page 18
- [28] A. Kesting, M. Treiber, and D. Helbing. General lane-changing model mobil for car-following models. *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board*, 1999(1) :86–94, 2007. Cité page 18
- [29] S. P. Hoogendoorn and P. H. L. Bovy. A new estimation technique for vehicle-type specific headway distributions. *Transportation Research Re*, Vol. 1646 :18–28, 1998. Cité page 18
- [30] D. J. Buckley. A semi-poisson model of traffic flow. *Transportation Science*, Vol. 2 :107–132, 1968. Cité page 18
- [31] D. Branston. Models of single lane time headway distributions. *Transportation Science*, Vol. 10 :125–148, 1976. Cité page 18
- [32] H. Botma. State-of-the-art report "traffic flow models". Technical report, Research Report R-78-40, SWOV., 1978. Cité page 18
- [33] I. Prigogine. A Boltzmann-like approach to the statistical theory of traffic flow. In *proceedings of Theory of Traffic Flow*, 1961. Cité page 18
- [34] I. Prigogine and R. Herman. *Kinetic Theory of Vehicular Traffic*. Elsevier Publishing Company, Incorporated, 1971. Cité page 18
- [35] C. F. Daganzo. The cell transmission model : A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B*, Vol. 28, No. 4 :269–287, 1994. Cité pages 23 et 25



- [36] C. F. Daganzo. The cell transmission model, part ii : Network traffic. *Transportation Research Part B*, Vol. 29, No. 2 :79–93, 1995. Cité pages 23 et 25
- [37] J. P. Lebacque. The godunov scheme and what it means for first order traffic flow models. In *Transportation and Traffic Theory. Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, Lyon, France, 1996*. Cité page 23
- [38] S. Lee. A cell transmission based assignment - simulation model for integrated freeway/surface street systems. Master's thesis, Graduate School of The Ohio State University, 1996. Cité pages 23 et 25
- [39] W.-H. Lin and D. Ahanotu. Validating the basic cell transmission model on a single freeway link. Technical report, Note 95-3, Institute of Transportation Studies, University of California at Berkeley, 1994. Cité page 25
- [40] L. Muñoz, X. Sun, R. Horowitz, and L. Alvarez. Traffic density estimation with the cell transmission model. In *proceedings of the American Control Conference (Vol. 5. Pages : 3750-3755)*, 2003. Cité pages 25, 26, et 31
- [41] I.-C. Morărescu and C. Canudas de Wit. Highway traffic model-based density estimation. In *American Control Conference-ACC*, 2011. Cité pages 25, 31, et 62
- [42] X. Sun, L. Muñoz, and R. Horowitz. Highway traffic state estimation using improved mixture kalman filters for effective ramp metering control. In *Proceeding of the 42nd IEEE International Conference on Decision and Control*, 2003. Cité pages 31, 54, et 55
- [43] X. Sun, L. Muñoz, and R. Horowitz. Mixture kalman filter based highway congestion mode and vehicle density estimator and its application. In *Proceeding of the American Control Conference, Boston, Massachusetts, June 30 - July 2, 2004*. Cité pages 31 et 54
- [44] C. F. Daganzo. Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow. *Transportation Research Part B*, Vol. 29B, No. 4 :277–286, 1995. Cité page 32
- [45] F. V. Wageningen-Kessels. *Multi-class continuum traffic flow models : Analysis and simulation Methods*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2013. Cité page 32
- [46] H. J. Payne. Models of freeway traffic and control. In *In G. A. Bekey, editor Mathematical Models of Public Systems, volume 1 of Simulation Council Proceedings Series, pages 51-61, La Jolia, California*, 1971. Cité pages 32, 33, 34, et 35
- [47] G. B. Whitham. *Linear and nonlinear waves*. New York. Wiley, 1974. Cité page 32
- [48] H. J. Payne. Freflo : A macroscopic simulation model of freeway traffic. *Transportation Research Records*, Vol. 772 :68–75, 1979. Cité pages 32 et 35
- [49] D. Helbing. *Verkehrsdynamik*. Springer-Verlag, Berlin, 1997. Cité page 33
- [50] H. M. Zhang. A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behavior. *Transportation Research Part B*, Vol. 36, No. 3 :275–290, 2002. Cité page 33
- [51] M. Cremer and A. D. May. An extended traffic model for freeway control. Technical report, UCB-ITS-RR-85-7, 1985. Cité page 33
- [52] M. Papageorgiou. Application of automatic control concepts to traffic flow modeling and control. *Springer-Verlag*, Vol. 50, 1983. Cité pages 33 et 34

- [53] M. Papageorgiou, J.-M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. Macroscopic modelling of traffic flow on the boulevard périphérique in Paris. *Transportation Research Part B*, Vol. 23B, No. 1 :29–47, 1989. Cité pages 33 et 34
- [54] M. Papageorgiou, J. M. Blosseville, and H. Hadj-Salem. Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of boulevard périphérique in Paris : Part I : Modelling. *Transportation Research Part A*, Vol. 24A, No. 5 :345–359, 1990. Cité pages 33, 34, et 35
- [55] U. Karaaslan, P. Varaiya, and J. Walrand. Two proposals to improve freeway traffic flow. Technical report, Program on Advanced Technology for the Highway (PATH) of the University of California. UCB-ITS-PRR-90-6, 1990. Cité page 33
- [56] C. C. Chien, Y. Zhang, A. Stotsky, S. R. Dharmasena, and P. Ioannou. Macroscopic roadway traffic controller design. Technical report, Center for Advanced Transportation Technologies, University of Southern California. California PATH Research Report UCB-ITS-PRR-95-28, 1995. Cité page 33
- [57] M. Cremer and K. Putensen. An approach for traffic state estimation using in-vehicle information. *IFAC Transportation Systems, Tianjin, PRC*, pages 597–602, 1994. Cité pages 33 et 34
- [58] M. Hilliges and W. Weidlich. A phenomenological model for dynamic traffic flow in networks. *Transportation Research*, pages 407–431, 1995. Cité pages 33 et 34
- [59] R. R. Kohan. *Robust State Estimation and Control of Highway Traffic Systems*. PhD thesis, Electrical and Computer Engineering/ University of Toronto, 2001. Cité pages 34, 60, 61, 83, 84, 86, 104, et 122
- [60] U. Karaaslan, P. Varaiya, and J. Walrand. Freeway traffic, platooning and control. Technical report, PATH, University of California, Berkeley, 1990. Cité page 35
- [61] A. Messmer and M. Papageorgiou. Metanet : a macroscopic simulation program for motorway networks. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 31, No. 9 :446–470, 1990. Cité page 35
- [62] A. Messmer. *METANET - A Simulation program for motorway networks*. Technical University of Crete, Dynamic Systems and Simulation Laboratory, 2000. Cité page 35
- [63] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, C. Diakaki, Y. Pavlis, and F. Middelham. Traffic flow modeling of large-scale motorway networks using the macroscopic modeling tool metanet. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 3, No. 4 :282–292, 2002. Cité page 36
- [64] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, and A. Messner. Integrated optimal control of motorway traffic networks. In *proceedings of the 18th American Control Conference*, 1999. Cité page 38
- [65] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, and A. Messner. Optimal coordinated and integrated motorway network traffic control. In *proceedings of the 14th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT), Jerusalem, Israel*, 1999. Cité page 38
- [66] A. Messner and M. Papageorgiou. Metanet - a simulation program for motorway networks. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 31, No. 8-9 :466–470, 1990. Cité page 39

- [67] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, and F. Middelham. Optimal coordinated ramp metering with advanced motorway optimal control. In *proceedings of the 80th Annual Meeting of the Transportation Research Board. No. 01-3125, Washington D.C.*, 2001. Cité page 39
- [68] X.-Y. Lu, T. Z. Qiu, R. Horowitz, A. Chow, and S. Shladover. Metanet model improvement for traffic control. In *proceedings of the 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Washington D.C. USA*, 2011. Cité page 39
- [69] M. Cremer. Der verkehrsfluss auf schnellstrassen (traffic flow on freeways). *Fachberichte Messen, Steuern, Regeln. Berlin : Springer-Verlag*, Vol. 3, 1979. Cité page 39
- [70] H. Zackor. Self-sufficient control of speed on freeways. In *proceedings of the International Symposium on Traffic Control System, Berkeley, California*, 1979. Cité page 39
- [71] A. Hegyi, B. De Schutter, and H. Hellendoorn. Model predictive control for optimal coordination of ramp metering and variable speed limits. *Transportation Research Part C*, Vol. 13, No. 3 :185–209, 2005. Cité pages 39, 88, et 96
- [72] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, Series D :35–45, 1960. Cité page 43
- [73] R. E. Kalman and R. S. Bucy. New results in linear filtering and prediction theory. *Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering*, Vol. 83 :95–108, 1961. Cité page 43
- [74] D. G. Luenberger. Observing the state of a linear system. *Military Electronics, IEEE Transactions on*, Vol. 8, Issue, 2 :74–80, 1964. Cité pages 44 et 49
- [75] A. Gelb, J. F. Kasper, R. A. Nash, C. F. Price, and A. A. Sutherland. *Applied Optimal Estimation*. M. I. T. PRESS, 2001. Cité page 44
- [76] A. Zemouche. *Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires*. PhD thesis, Université Louis Pasteur Strasbourg, 2007. Cité page 44
- [77] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. Richard, F. Rotella, and I. Zambettakis. Modélisation et identification des processus tome1. In *Editions Technip.*, 1992. Cité page 44
- [78] D. Boutat. La notion d'observateur pour les systèmes non linéaires. Cours d'école doctorale d'Orléans : Sciences et technologies. Cité page 47
- [79] M. R. James. Controllability and observability of nonlinear systems. Mathematics Department and Systems Research Center, University of Maryland, College Park, MD 20742, USA. Revised October 1987. Cité page 47
- [80] D. G. Luenberger. An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-16, No.6 :596–602, 1971. Cité page 49
- [81] H. Majid, H. Abouaïssa, D. Jolly, and G. Morvan. A reduced order observer for switching-mode model state estimation. In *proceedings of the International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, 2013. Cité page 52
- [82] D. Guo, X. Wang, and R. Chen. Multilevel mixture kalman filter. *EURASIP J. Adv. Sig. Proc.*, (15) :2255–2266, 2004. Cité page 54

- [83] H. Abouaïssa and V. Iordanova. Algebraic methods for traffic flow densities estimation. *Cybernetics and Information Technologies*, Vol. 13, No. 4 :5–17, 2013. Cité page 55
- [84] Y. Tian. Estimation d'état pour des systèmes linéaires : approche algébrique. Manuscrit auteur, publié dans JDMACS, 2009. Cité page 55
- [85] Y. Wang and M. Papageorgiou. Real-time freeway traffic state estimation based on extended kalman filter : a general approach. *Transportation Research Part B*, Vol. 39 :141–167, 2005. Cité page 57
- [86] C. Keramsi, T. Porteboeuf, and F. Thorey. Les filtres de kalman. 2011. Cité page 58
- [87] K. Staňková and B. De Schutter. On freeway traffic density estimation for a jump Markov linear model based on Daganzo's cell transmission model. In *proceedings of the 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2010), Madeira Island, Portugal, pp. 13-18*, 2010. Cité page 58
- [88] L. Mihaylova and R. Boel. A particle filter for freeway traffic estimation. In *the 43rd IEEE conference on Decision and Control*, 2004. Cité page 59
- [89] L. Mihaylova, R. Boel, and A. Hegyi. Freeway traffic estimation within particle filtering framework. *Automatica*, Vol. 43 :290–300, 2007. Cité page 59
- [90] S. J. Julier and J. K. Uhlmann. A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. In *proceedings of AeroSense : the 11th Int. Symp. On Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 1997. Cité page 59
- [91] V. Constantin, A. Wägli, and J. Skaloud. Le filtre de kalman unscented - outil performant en géodésie cinématique. *Géomatique Suisse*, Vol. 1 :12–17, 2008. Cité page 59
- [92] N. El-Sheimy, E.-H. Shin, and X. Niu. Kalman filter fac-off. extended vs. unscented kalman filters for integrated gps and mems inertial. In *Inside GNSS*, 2006. Cité page 59
- [93] J.-J. E. Slotine, J. K. Hedrick, and E. A. Misawa. On sliding observers for nonlinear systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 109 :245–252, 1987. Cité page 59
- [94] R. R. Kohan. An observer for highway traffic systems. In *proceedings of the 37th International IEEE Conference on Decision and Control*, 1998. Cité pages 60 et 104
- [95] M. Fliess and H. Sira-Ramírez. An algebraic framework for linear identification. *ESAIM Control Optimiz. Calc. Variat.*, Vol. 9 :151–168, 2003. Cité page 61
- [96] C. Join. Une approche algébrique pour la pratique de l'estimation, du diagnostic, de la commande et de la finance. In *Université De Lorraine, Ecole Doctorale IAEM*, 2012. Cité page 61
- [97] K. Yosida. Operational calculus : A theory of hyperfunctions (translated from the japanese). *Springer*, 1984. Cité page 61
- [98] N. Li and G. Zhao. A parameter identification scheme for second-order highway traffic model based on differential algebraic methodology. In *Intelligent Computing for Sustainable Energy and Environment*, 2013. Cité page 61
- [99] A. Hegyi, D. Girimonte, R. Babuška, and B. De Schutter. A comparison of filter configurations for freeway traffic state estimation. In *proceedings of the 2006 IEEE*

- Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC 2006)*, Toronto, Canada, pp. 1029-1034, 2006. Cité page 62
- [100] Z. Hidayat, Zs. Lendek, R. Babuška, and B. De Schutter. Fuzzy observer for state estimation of the metanet traffic model. In *proceedings of the 13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2010. Cité page 62
- [101] K. Boumediene. *Gestion de trafic : contrôle d'Accès et limitation dynamique de la vitesse*. PhD thesis, Université d'Artois, 2011. Cité pages 66 et 90
- [102] M. Papageorgiou. *Traffic Control*. Handbook of Transportation Science, chapter 8, 2001. Cité page 66
- [103] L. Jacobson, J. Stribiak, and L. Nelson. *Ramp Management and Control (Handbook)*. U. S. Department of Transportation (Federal Highway Administration), 2006. Cité pages 68 et 71
- [104] J. A. Wattleworth. *Peak-period Control of a Freeway System : Some theoretical considerations*. Expressway Surveillance Project, 1963. Cité page 71
- [105] CERTU. La régulation des accès : Un outil pour l'exploitation des voies rapides urbaines. Technical report, Centre d'études sur les réseaux, les transports, l'urbanisme et les constructions publiques, 1997. Cité pages 71, 73, 76, et 90
- [106] A. Kotsialos and M. Papageorgiou. Motorway network traffic control systems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 152 :321–333, 2004. Cité page 71
- [107] *Manual Table of contents. Module 5. Ramp Control*. Cité page 72
- [108] E. Smaragdis and M. Papageorgiou. A series of new local ramp metering strategies. In *Transportation Research Board, 82nd Annual Meeting. Washington, D. C.*, 2003. Cité pages 72, 74, 80, et 81
- [109] M. Stanescu. *Adaptive ramp metering (Development of an adaptive capacity-demand ramp metering method)*. ITS Edulab, 2008. Cité pages 73, 76, 82, et 86
- [110] D. Owens and M. J. Schonfield. Access control on the m6 motorway : evaluation of britain's first ramp metering scheme. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 29, No. 12 :616–623, 1988. Cité page 75
- [111] F. Middelham and H. Taale. Ramp metering in the netherlands : An overview. In *11th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems*, 2006. Cité pages 76 et 82
- [112] Y. Yuan. *Coordination of Ramp Metering Control in Motorway Networks*. ITS Edulab, 2008. Cité pages 76 et 93
- [113] B. S. Kerner. Experimental features of self-organization in traffic flow. *Physical Review Letters*, Vol. 81, No. 17 :3797–3800, 1998. Cité page 78
- [114] B. S. Kerner. Congested traffic flow : Observations and theory. *Transportation Research Record*, Vol. 1678 :160–167, 1999. Cité page 78
- [115] B. S. Kerner. Control of spatiotemporal congested traffic patterns at highway bottlenecks. *Physica A*, Vol. 355 :565–601, 2005. Cité page 78
- [116] M. Papageorgiou, E. Kosmatopoulos, I. Papamichail, and Y. Wang. Alinea maximises motorway throughput : an answer to flawed criticism. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 48, No. 6 :271–276, 2007. Cité pages 78 et 80
- [117] M. Papageorgiou, H. Hadj-Salem, and J. Blossville. Alinea : A local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation Research Record*, Vol. 1320 :58–64, 1991. Cité page 79

- [118] M. Papageorgiou, H. Hadj-Salem, and F Middleham. Alinea local ramp metering : summary of fields results. *Transportation Research Record*, Vol. 1603 :90–98, 1997. Cité pages 79 et 80
- [119] V. Iordanova. *Contribution à la modélisation et la commande du trafic routier : Approches par Bond Graph et commande par platitude*. PhD thesis, Université d’Artois, 2006. Cité pages 79, 94, et 132
- [120] H. Haj-Salem, P. Poirier, J.-F Heylliard, and J.-P Peynaud. Alinea : a local traffic responsive strategy for ramp metering. field results on a6 motorway in paris. In *proceedings of the IEEE Intelligent Transportation Systems*, 2001. Cité page 80
- [121] M. Papageorgiou, E. Kosmatopoulos, I. Papamichail, and Y. Wang. A misapplication of the local ramp metering strategy alinea. *IEEE Transaction of Intelligent Transportation Systems*, Vol. 9, No. 2 :360–365, 2008. Cité page 80
- [122] R. Muste, *Simulatie eenvoudig doseeralgoritme, RWS AVV, December 2002*. Cité page 82
- [123] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, M. Mangeas, and H. Haj-Salem. Coordinated and integrated control of motorway networks via non-linear optimal control. *Transportation Research Part C*, Vol. 10 :65–84, 2002. Cité pages 85, 95, et 96
- [124] P. Kachroo and K. Krishen. System dynamics and feedback control design problem formulations for real time ramp metering. *Society for Design and Process Science*, Vol. 4, No.1 :37–54, 2000. Cité page 85
- [125] J.-C Liu, J. Kim, Y. Chen, Y. Hao, S. Lee, T. Kim, and M. Thomadakis. An advanced real time metering system (arms) : The system concept. Technical report, Texas Department of Transportation Report Number 1232-24, 1993. Cité page 86
- [126] D. Meldrum and C. Taylor. Freeway traffic data prediction using artificial neural networks and development of a fuzzy logic ramp metering algorithm. Technical report, Washington State Department of Transportation Report No. WA-RD 365.1, Washington, 1995. Cité pages 86 et 93
- [127] K. Bogenberger and A. D. May. Advanced coordinated traffic responsive ramp metering strategies. Technical report, Transportation studies, University of California, Berkeley. California PATH Program. Working Paper UCB-ITS-PWP-99-19, 1999. Cité pages 86 et 93
- [128] H. Zhang and S. G. Ritchie. Freeway ramp metering using artificial neural networks. *Transportation Research Part C, Emerging technologies*, Vol. 5C, No. 5, 1997. Cité page 86
- [129] Y. Wang and M. Papageorgiou. Local ramp metering in the case of distant downstream bottlenecks. In *proceedings of the Intelligent Transportation Systems ITSC Conference*, 2006. Cité page 86
- [130] K. Boumediene. *Gestion de trafic : Contrôle d’Accès. DFC : une nouvelle Stratégie de contrôle d’Accès - Études comparative avec ALINEA et PI-ALINEA*. Editions universitaires europeennes, 2011. Cité page 86
- [131] H. Abouaïssa, M. Fliess, and C. Join. Fast parametric estimation for macroscopic traffic flow model. In *17<sup>th</sup> IFAC World Congress, Seoul*, 2008. Cité page 86
- [132] M. Fliess and C. Join. Commande sans modèle et commande à modèle restreint. *e-STA*, Vol. 5, No. 4 :1–23, 2008. Cité page 86

- [133] M. Fliess and C. Join. Model-free control and intelligent PID controller : towards a possible trivialization of nonlinear control? In *Proc. 15<sup>th</sup> IFAC Symp. System Identif., Saint-Malo*, 2009. Cité page 86
- [134] M. Fliess, C. Join, and S. Riachy. Rien de plus pratique qu'une bonne théorie : la commande sans modèle. In *JN-JD-MACS, Marseille*, 2011. Cité page 86
- [135] M. Fliess, C. Join, and Sira-Ramírez. Non-linear estimation is easy. *Int. J. Modelling Identification Control*, Vol. 4 :12–27, 2008. Cité page 86
- [136] M. Papageorgiou. Some remarks on macroscopic traffic flow modelling. *Transport. Research*, Vol. 32 :323–329, 1998. Cité page 87
- [137] T.-H. Chang and Z.-Y. Li. Optimization of mainline traffic via an adaptive coordinated ramp-metering control model with dynamic od estimation. *Transportation Research Part C*, Vol. 10 :99–120, 2002. Cité page 90
- [138] C. James Taylor, P. G. McKenna, P. C. Young, and A. Chotai. Macroscopic traffic flow modelling and ramp metering control using matlab/simulink. *Environmental Modelling & Software*, Vol. 19 :975–988, 2004. Cité page 90
- [139] H. Haj-Salem. Régulation d'accès isolé et coordonné sur voie rapide, étude comparative sur site réel. Technical report, AFME 8813, INRETS, 1991. Cité page 90
- [140] C. Diakaki and M. Papageorgiou. Design and simulation test of coordinated ramp metering control (metaline) for a10-west in Amsterdam. Technical report, 1994-2, Dynamic Systems and Simulation Laboratory, Technical University of Crete, Chania, Grèce, 1994. Cité page 90
- [141] M. Papageorgiou, C. Diakaki, V. Dinooulou, A. Kotsialos, and Y. Wang. Review of road traffic control strategies. *IEEE Transaction of Intelligent Transportation Systems*, Vol. 91, No.12 :2043–2067, 2003. Cité page 90
- [142] V. Vong and J. Gaffney. Implementing traffic management tool to mitigate freeway congestion. In *proceedings 2nd TRB International Symposium on Freeway and Tollway Operations, Honolulu, Hawaii*, 2009. Cité page 91
- [143] I. Papamichail, E. Kosmatopoulos, M. Papageorgiou, I. C., J. Gaffney, and V. Vong. Hero coordinated ramp metering implemented at the monash freeway. In *Transportation Research Board 89th Annual Meeting compendium of papers DVD, Washington, D. C*, 2010. Cité page 91
- [144] I. Papamichail, M. Papageorgiou, V. Vong, and J. Gaffney. Hero coordinated ramp metering implemented at the monash freeway, australia. *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 2178 :10–20, 2010. Cité page 91
- [145] N. Bhourri, H. Haj-Salem, and J. Kauppila. Isolated versus coordinated ramp metering : Field evaluation results of travel time reliability and traffic impact. *Transportation Research Part C*, Vol. 28 :155–167, 2013. Cité pages 91 et 92
- [146] Y. Stephanedes. Implementation of on-line zone control strategies for optimal ramp metering in the minneapolis ring road. In *7th International Conference on Road Traffic Monitoring and Control*, 1994. Cité page 93
- [147] R. Lau. Ramp metering by zone - the minnesota algorithm. In *Minnesota Department of Transportation*, 1997. Cité page 93
- [148] N. Thompson and S. Greene. Ramp metering for the 21st century : Minnesota's experience. In *ITS America 7th Annual Meeting*, 1997. Cité page 93

- [149] L. Lipp, L. Corcoran, and G. Hickman. Metering of central computer control for the denver ramp metering system. *Transportation Research Board Record*, Vol. 1320, 1991. Cité page 93
- [150] L. Corcoran and G. Hickman. Freeway ramp metering effect in denver. Technical report, 59th Annual Meeting of the Institute of Transportation Engineers, San Diego, Compendium of Technical Papers, 1989. Cité page 93
- [151] *Bay Area Traffic Operation System - Ramp Metering Algorithm Report. JHK and Associates, 1989.* Cité page 93
- [152] L. Jacobsen, K. Henry, and O. Mahyar. Real-time metering algorithm for centralized control. *Transportation Research Board Record*, Vol. 1232, 1989. Cité page 93
- [153] C. Taylor, D. Meldrum, and L. Jacobson. Fuzzy ramp metering - design overview and simulation results. *Transportation Research Record*, Vol. 1634, 1998. Cité page 93
- [154] J. Banks. Effect of response limitations on traffic-responsive ramp metering. *Transportation Research Board Record*, Vol. 1394, 1993. Cité page 93
- [155] J. Banks. Evaluation of the two-capacity phenomenon as a basis for ramp metering. 1990. Cité page 93
- [156] S. H. Harvey. The history of ramp metering in california. Caltrans District 11, July 1990. Cité page 93
- [157] G. Paesani, J. Kerr, P. Perovich, and E. Khosravi. System wide adaptive ramp metering in southern california. In *ITS America 7th Annual Meeting*, 1997. Cité page 93
- [158] *System Wide Adaptive Ramp Metering Algorithm - High Level Design. Final Report, prepared by NET for Caltrans and FHWA, March 1996.* Cité page 93
- [159] *Mississauga FTMS System - Ramp Metering Algorithm. Ontario Ministry of Transportation, undated.* Cité page 93
- [160] H. Haj-Salem and M. Mangeas. Application of non-linear optimisation technique for coordinated ramp metering control. In *5th World Congress ITS, Korea*, 1998. Cité page 94
- [161] A. Kotsialos and M. Papageorgiou. Nonlinear optimal control applied to coordinated ramp metering. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 10 :920–933, 2004. Cité page 94
- [162] H. Haj-Salem and M. Mangeas. Oasis : Optimal advanced system for integrated strategies. In *DACCORD Workshop, University of Lancaster, UK*, 1998. Cité page 94
- [163] A. Kotsialos, M. Papageorgiou, and A. Messermer. Optimal coordinated and integrated motorway network traffic control. In *14th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 1999. Cité page 95
- [164] J. R. D. Frejo and E. F. Camacho. Global versus local mpc algorithms in freeway traffic control with ramp metering and variable speed limits. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 13(4) :1556–1565, 2012. Cité pages 96 et 185
- [165] J. R. D. Frejo and E. F. Camacho. Feasible cooperation based model predictive control for freeway traffic systems. In *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC). Orlando, FL, USA, December 12-15*, 2011. Cité pages 96 et 185



- [166] H. Sira-Ramírez and S. K. Spurgeon. On the robust design of sliding observers for linear systems. *Systems & Control Letters*, Vol. 23 :9–14, 1994. Cité page 104
- [167] S. Drakunov and V. Utkin. Sliding mode observers. tutorial. In *proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, 1995. Cité page 104
- [168] V. Krishnaswami, C. Siviero, F. Carbognani, and G. Rizzoni. Application of sliding mode observers to automobile powertrain diagnostics. In *proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, 1996. Cité page 104
- [169] S. V. Drakunov. Sliding-mode observers based on equivalent control method. In *proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*, 1992. Cité page 104
- [170] M. C. S. Alaoui. *Commande et observateur par modes glissants d'un système de pompe et d'un bras manipulateur*. PhD thesis, Université Sidi Mohammed Ben Abdellah, 2009. Cité page 104
- [171] G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usani. Chattering avoidance by second order sliding mode control. *IEEE Trans. Auto. Cont.*, Vol. 43, No. 2 :241–246, 1998. Cité page 105
- [172] B. Drazenovic. The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, Vol. 5 :287–295, 1969. Cité page 106
- [173] W. Perruquetti and J.-P. Barbot. *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker, INC., 2002. Cité pages 106 et 140
- [174] T. Floquet and J.-P. Barbot. Super twisting algorithm based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs. *International Journal of Systems Science*, Vol. 38, No.10 :803–815, 2007. Cité pages 106 et 107
- [175] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, Vol. 6, No. 58 :1247–1263, 1993. Cité pages 106 et 140
- [176] A. Levant. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, Vol. 34, No. 3 :379–384, 1998. Cité pages 106, 109, 140, et 141
- [177] R. Garrido, Y. B. Shtessel, and L. M. Fridman. Application of vs differentiators to dc servomechanisms. In *International Workshop on Variable Structure Systems, Barcelona, Spain*, 2004. Cité page 106
- [178] A. Pisano and E. Usai. Output-feedback control of an underunder vehicle prototype by higher-order sliding modes. *Automatica*, Vol. 40 :1525–1531, 2004. Cité page 106
- [179] J.-P. Barbot, T. Boukhobza, and M. Djemaï. Sliding mode observer for triangular input form. In *proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*, 1996. Cité page 107
- [180] J. Davila, L. Fridman, and A. Levant. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, No.11 :1785–1789, 2005. Cité page 109
- [181] H. Saadaoui, N. Manamanni, M. Djemaï, J. P. Barbot, and T. Floquet. Exact differentiation and sliding mode observers for switched lagrangian systems. *Non-linear Analysis : Theory, Methods & Applications*, Vol. 65 :1050–1069, 2006. Cité page 109

- [182] D. M. Hamby. A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models. *Environmental Monitoring and assessment*, Vol. 32 :135–154, 1994.  
Cité page 122
- [183] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon. Sur les systèmes non linéaires différentiellement plats. *C.R. Acad. Sci.*, Vol. I-315 :619–624, 1992.  
Cité pages 131 et 132
- [184] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of non-linear systems : Introductory theory and examples. *Int. J. Control*, Vol. 61 :1327–1361, 1995.  
Cité pages 131 et 132
- [185] J. F. Ritt. *Differential Algebra*. American Mathematical Society Colloquium publications, ISSN 0065-9258 ; Vol.33. New York, American Mathematical Society, 1950.  
Cité page 132
- [186] E. R. Kolchin. *Differential Algebra & Algebraic Groups*. Academic Press, 1973.  
Cité page 132
- [187] M. Fliess. A note on invertibility of nonlinear input-output differential systems. *Systems and Control Letters*, Vol. 8 :147–151, 1986.  
Cité page 132
- [188] P. Cohn. *Free Rings and their Relations*. 2nd Edition Academic Press. London, 1985.  
Cité page 132
- [189] T. Y. Lam. *A first Course in Noncommutative Rings*. 2nd Edition Springer Verlag, New York. USA, 2001.  
Cité page 132
- [190] B. Laroche, Ph. Martin, and N. Petit. *Commande par platitude : Équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles (Notes de cours)*. HAL, 2010.  
Cité page 134
- [191] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems, Second Edition (Automation and Control Engineering)*. CRC Press, Taylor and Francis Group, 2009.  
Cité page 135
- [192] V. I. Utkin. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transaction of Industrial Electronics*, Vol. 40, Issue 1 :23–36, 1993.  
Cité page 135
- [193] S. A. E.-M. Ardjoun. Commande en vitesse par mode glissant d’une machine asynchrone à double alimentation. Master’s thesis, Université Djillali Liabes de Sidi-Bel-Abbes, 2010.  
Cité page 135
- [194] V. Bregeault. *Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants*. PhD thesis, École Centrale de Nantes. École Doctorale : Sciences et Technologies de l’Information et des Mathématiques, 2010. Cité pages 135, 140, et 141
- [195] J.-M. Spiewak. *Contribution à la coordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes*. PhD thesis, Université Montpellier II. Sciences et Techniques du Languedoc, 2007.  
Cité pages 135, 136, et 140
- [196] T. Floquet. *Contributions à la commande par modes glissants d’ordre supérieur*. PhD thesis, Université des sciences et techniques de Lille, 2000. Cité page 135
- [197] C. Edwards and S. K. Spurgeon. *Sliding mode control : theory and applications*. Taylor & Francis, 1998.  
Cité pages 136 et 138
- [198] J.-J. E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.  
Cité page 139

- [199] L. V. Levantovsky. Second order sliding algorithms : their realization. In *Dynamics of heterogeneous systems - Institute for systems - Moscow, pages 32-43*, 1985. Cité page 140
- [200] S. V. Emel'yanov, S. V. Korovin, and L. V. Levantovsky. Drift algorithm in control of uncertain processes. *Problems on Control and Information Theory*, Vol. 15, No. 6 :425 – 438, 1986. Cité page 140
- [201] J. Rivera, L. Garcia, C. Mora, J. Raygoza, and S. Ortega. Super-twisting sliding mode in motion control systems, sliding mode control. In *Tech, Available from <http://www.intechopen.com/books/sliding-mode-control/super-twisting-sliding-mode-in-motion-control-systems>. Prof. Andrzej Bartoszewics (Ed.), ISBN : 978-953-307-162-6*, 2011. Cité page 140
- [202] M. K. Khan, S. K. Spurgeon, and A. Levant. Simple output feedback 2-sliding controller systems of relative degree two. In *proceeding of the European Control Conference, Cambridge, UK., 2003*. Cité page 140
- [203] A. Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, Vol. 76 :924–941, 2003. Cité page 140
- [204] J. A. Moreno and M. A. Osorio. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controller and observers. In *proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008. Cité page 141
- [205] L. Derafa, A. Benallegue, and L.Fridman. Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors uav. *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 349 :685–699, 2012. Cité page 142
- [206] P. Kachroo and K. Özbay. System dynamics and feedback control problem formulations for real-time dynamic traffic routing. *Math. Comput. Modelling*, Vol.27, No.9-11 :27–49, 1998. Cité page 162
- [207] Y. Pavlis and M. Papageorgiu. Simple decentralized feedback strategies for route guidance in traffic networks. *Transportation science*, Vol. 33 :264–278, 1999. Cité page 162
- [208] H. Majid, H. Abouaïssa, D. Jolly, and G. Morvan. Advanced control for real-time dynamic traffic routing problem. In *proceedings of International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)*, 2013. Cité page 162
- [209] H. Majid, H. Abouaïssa, D. Jolly, and G. Morvan. Real-time dynamic traffic routing using variable structure control. In *proceedings of 16th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2013. Cité page 162
- [210] H. Sira-Ramírez and S.K. Agrawal. Differentially flat systems. *Marcel Dekker*, 2004. Cité page 165
- [211] J. Rudolph. Flatness based control of distributed parameter systems. *Shaker Verlag*, 2003. Cité page 165





## Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse s'inscrivent dans le cadre des **S**ystèmes de **T**ransport **I**ntelligents (**STI**). Bien que les premières études sur ces systèmes ont commencé dans les années 60, leur développement reposant sur les techniques de l'information et de la communication, a atteint sa maturité dans le début des années 80. Les STI, sont composés de différents systèmes et intègrent différents concepts (systèmes embarqués, capteurs intelligents, autoroutes intelligentes, ...) afin d'optimiser le rendement des infrastructures routières et répondre aux problèmes quotidiens des congestions. Ce mémoire présente quatre contributions dans le cadre du trafic routier et aborde les problèmes de l'estimation et de la commande afin d'éliminer les problèmes de congestions « *récurrentes* ». Le premier point traite un problème crucial dans le domaine des STI qui est celui de l'estimation. En effet, la mise en œuvre de lois de commande pour réguler le trafic impose de disposer de l'ensemble des informations concernant l'évolution de l'état du trafic. Dans ce contexte, deux algorithmes d'estimation sont proposés. Le premier repose sur l'emploi du modèle METANET et les techniques de modes de glissement d'ordre supérieur. Le second est basé sur les CTM (Cell Transmission Models). Plusieurs études comparatives avec les filtres de Kalman sont proposées. La seconde contribution concerne la régulation du trafic. L'accent est mis sur le contrôle d'accès isolé en utilisant les algorithmes issus du mode de glissement d'ordre supérieur. Cette commande est enrichie en introduisant une commande intégrée combinant le contrôle d'accès et le routage dynamique. L'ensemble des résultats, validé par simulation, est ensuite comparé aux stratégies classiques notamment le contrôle d'accès avec l'algorithme ALINEA. La troisième contribution traite des problèmes de coordination. En effet, l'objectif est d'appliquer le principe de la commande prédictive pour contrôler plusieurs rampes d'accès simultanément. L'ensemble des contributions ont été validées en utilisant des données réelles issues en grande partie de mesures effectuées sur des autoroutes françaises. Les résultats obtenus ont montré un gain substantiel en termes de performances tels que la diminution du trajet, du temps d'attente, de la consommation énergétique, ainsi que l'augmentation de la vitesse moyenne. Ces résultats permettent d'envisager plusieurs perspectives nouvelles de développement des recherches dans ce domaine susceptibles d'apporter des solutions intéressantes.

## Abstract

The works presented in this PhD dissertation fit into the framework of **I**ntelligent **T**ransportation **S**ystems. Although the beginnings of these systems have started since the 60s, their development, based on information and communication technologies, has reached maturity during the early 80s. The ITS uses the intelligence of different systems (embedded systems, intelligent sensors, intelligent highways, etc.) in order to optimize road infrastructures performances and respond to the daily problems of congestions. The dissertation presents four contributions into the framework of road traffic flow and tackles the estimation and control problems in order to eliminate or at least reduce the "*recurrent*" congestions phenomena. The first point treats the problem of traffic state estimation which is of most importance in the field of ITS. Indeed, the implementation and performance of any control strategy is closely related to the ability to have all needed information about the traffic state describing the dynamic behavior of the studied system. Two estimation algorithms are then proposed. The first one uses the "METANET" model and high order sliding mode techniques. The second is based on the so-called Cell Transmission Models. Several comparative studies with the Kalman filters, which are the most used in road traffic flow engineering, are established in order to demonstrate the effectiveness of the proposed approaches. The three other contributions concern the problem of traffic flow control. At first, the focus is on the isolated ramp metering using an algorithm based on the high order sliding mode control. The second contribution deals with the dynamic traffic routing problem based on the high order sliding mode control. Such control strategy is enriched by introducing the concept of integration, in the third contribution. Indeed, integrated control consists of a combination of several traffic control algorithms. In this thesis the proposed approach combines an algorithm of on-ramp control with a dynamic traffic routing control. The obtained results are validated via numerical simulations. The validated results of the proposed isolated ramp metering control are compared with the most used ramp metering strategy : ALINEA. Finally, the last contribution treats the coordination problems. The objective is to coordinate several ramps which cooperate and change information in order to optimize the highway traffic flow and reduce the total travel time in the applied area. All these contributions were validated using real data mostly from French freeways. The obtained results show substantial gains in term of performances such as travel time, energetic consumption decreasing, as well as the increasing in the mean speed. These results allow to consider several further works in order to provide more interesting and efficient solutions in the ITS field.

