UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

ÉCOLE DOCTORALE "Informatique-Automatique-Électrotechnique-Mathématique"
Département de Formation Doctorale "Électrotechnique-Électronique"

T H È S E

présentée à

L'Université de Lorraine

En vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LORRAINE

Spécialité : Génie Électrique

Présentée et soutenue par

Pierre MAGNE

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE LA STABILITÉ ET À LA STABILISATION DES RÉSEAUX DC À RÉCUPÉRATION D'ÉNERGIE

Préparée au

Groupe de Recherche en Électrotechnique et Électronique de Nancy

soutenue publiquement le 30/04/2012

Membres du Jury :

Président :	S. BACHA, Professeur - Institut National Polytechnique de Grenoble
Rapporteurs :	M. FADEL, Professeur - Institut National Polytechnique de Toulouse M. MACHMOUM, Professeur - Université de Nantes
Examinateur :	F. MEIBODY-TABAR, Professeur - Université de Lorraine
Directeur :	S. PIERFEDERICI, Professeur - Université de Lorraine
Co-directeur :	B. NAHID-MOBARAKEH, Maître de Conférence - Université de Lorraine
Invité :	B. MICHAUD, Ingénieur-Docteur - Hispano-Suiza - Groupe Safran

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein du Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy (GREEN) à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique (ENSEM) désormais composante de la toute nouvelle (janvier 2012) Université de Lorraine. Ces travaux ont aussi été faits dans le cadre du Safran Power Electronics Center (SPEC) qui désigne le pôle de compétences du groupe Safran dédié à travailler sur les thèmes de l'avion "plus électrique".

Avant de rentrer dans le monde de la stabilité des bus DC, je tiens d'abord à remercier tous ceux qui m'ont aidé, de quelque manière que ce soit, durant ces trois dernières années. En premier lieu je remercie tous les membres du jury car ce sont eux qui ont permis, in fine, de valider le travail effectué durant ma thèse. Ainsi je remercie Mr. Bacha qui a accepté de présider ce jury ainsi que Messieurs Fadel et Machmoum qui ont accepté le rôle de rapporteur et dont les questions et remarques m'ont beaucoup aidé pour la préparation de la soutenance. Je remercie aussi Mr. Michaud de la société Hispano-Suiza d'être venu apporter son expertise industrielle à mon jury. En dernier lieu, je tiens à donner un grand merci à Mr. Meibody-Tabar non seulement pour avoir accepté de siéger dans mon jury mais aussi et surtout car c'est lui qui m'a orienté il y a trois ans vers Mr. Pierfederici et ce sujet de thèse.

Voilà maintenant le moment de remercier mes deux encadrants Messieurs Pierfederici et Nahid-Mobarakeh. Les bons mots vont être difficiles à trouver ! Je voudrais simplement les remercier car je pense qu'ils ont tout fait de manière à ce que tout se déroule parfaitement pour moi, en me donnant les moyens de travailler sur mes idées et en répondant toujours avec honnêteté et précisions à mes nombreuses interrogations. Je vous dit donc un grand merci ! Je suis très très content d'avoir pu travailler dans leur équipe sur cette thématique de la stabilité qu'ils accompagnent et développent depuis de nombreuses années avec leurs thésards (Pisit, Didier et Bilal) et dont les travaux m'ont servis de support pour développer les miens. Car je n'aurai pas pu en arriver là tout seul.

Je n'oublie pas une autre "famille" de personnes qui m'ont beaucoup aidé durant ma thèse, ce sont les ingénieurs du groupe SAFRAN qui ont participé au projet RECUPENER. Je pense à Mr. Vieillard de la société Hispano-Suiza, Mr. Pontruchet de la société Sagem-Défense-Sécurité et Mr.Jaber de la société Messier-Bugatti-Dowty qui, avec toutes leurs questions, leurs interrogations et leurs contraintes, m'ont très grandement aidé à définir et intégrer des problématiques industrielles à mes travaux et ainsi à les bonifier.

Pour ces trois années de thèse que j'ai eu la chance de passer au GREEN, je remercie aussi l'ensemble de ces membres qui font que le laboratoire est un endroit agréable et convivial. Je remercie donc Sylvie et Latifa qui étaient toujours là pour nous aider quand l'on avait besoin de quelque chose ainsi que Fadi, Isabelle, Sophie et Fabrice pour toute l'aide qu'ils apportent dès lors qu'il faut monter les manips ! Je remercie aussi Denis, Julien et Jean-Philippe dont je garderai un excellent souvenir.

On entre dans la partie où je remercie tous les copains/thésards (c'est pareil !) du labo. La liste va être

longue entre ceux qui sont partis avant et ceux qui partiront après. Dans l'ordre chronologique je salue d'abord la promo au-dessus : Alireza qui est au Havre, Olivier qui lui est maintenant à Paris avec Nicolas, Dinh An qui est à Bordeaux, Majid le prince perse retourné à Téhéran sans oublier Sisuda qui est rentrée en Thailande, Thierry et Ting-Ting qui ne veut plus quitter le GREEN (ah non c'est vrai tu es au LEMTA ! mais pourquoi tu es toujours dans mon bureau alors ?). J'ai une très grosse pensée pour ma promo : Raph le Vosgien, Sami, Nicolas le #bucheron #râleur, Hugues, Azeddine, Ehsan, Mahmoud, Jean-Charles (du L2EP) et Gringo (même si t'es pas au GREEN) ! Et puis ceux qui sont arrivés après comme Diane, Alexandre et Matthieu. Matheepot toi je te mets à part ;) Un remerciement spécial pour Rogayeh et tout les petits gâteaux qu'elle nous donnait quand on allait la voir dans son bureau ;)

Ces trois années de thèse ont aussi été le théâtre de nombreux bons moments passés avec vous Vincent, Raph, Julie, Sami, Ting-Ting et Charline. A toutes ces soirées purée, fondue bourguignonne, aligot, tous ces BBQ dans le jardin ô combien regretté de Raph et Julie (sauf la fois où il y avait Blacky), je porte un dernier toast de nostalgie !

Je tiens aussi énormément à remercier celles qui m'ont aidé dans la relecture afin de chasser toutes (enfin j'espère) les petites erreurs glissées au fil des pages. Je pense ainsi à Clémentine, Claudine, ma maman Marie-Claire et Charline.

Mes plus intimes remerciements vont pour Charline qui m'aura supporté pendant ces trois années à Nancy sans presque jamais râler et qui aura préparé mon pot de thèse presque à elle seule le week-end avant ma soutenance alors que moi, j'étais avec Vincent en train de regarder le rugby (pour info Clermont a perdu contre le Leinster en demi...).

Finalement, mes derniers remerciements vont vers mes parents qui m'ont toujours soutenu pendant toutes ces années d'études et sans qui les choses auraient été certainement différentes. Et comment ne pas faire un dernier gros bisous à Hélène et Lucie mes deux soeurs chéries (même s'il est vrai qu'elles ne m'ont pas beaucoup aidé pour ma thèse !). Et puis pour le mot de la fin, un gros câlin pour notre Eddie ;)

Table des matières

Remerciements **1**

Introduction Générale **5**

1 Méthodes d'Étude Linéaires et Non-linéaires de la Stabilité des Systèmes Électriques **7**
1.1 Introduction sur la stabilité dans les systèmes électriques . . . 9
1.1.1 Présentation et définition des phénomènes de stabilité dans les systèmes électriques . 9
1.1.2 Définitions mathématiques de la stabilité . . . 10
1.2 Introduction sur les Charges à Puissance Constante connectées à un bus DC . . . 12
1.3 Présentation des méthodes d'étude de la stabilité des systèmes linéaires . . . 15
1.3.1 Approche de la stabilité par l'étude des valeurs propres . . . 15
1.3.2 Approche de la stabilité par l'étude des pôles du système . . . 16
1.3.3 Utilisation du critère de Routh-Hurwitz . . . 17
1.3.4 Analyse de la stabilité par spectroscopie d'impédance . . . 18
1.3.5 Utilisation de la spectroscopie d'impédance dans la méthode de conception . . . 20
1.3.6 Conclusion sur les méthodes d'étude de la stabilité des systèmes linéaires . . . 22
1.4 Présentation des méthodes d'étude de la stabilité des systèmes non-linéaires . . . 24
1.4.1 Les fonctions de Lyapunov . . . 24
1.4.2 Théorème de Brayton-Moser, utilisation du potentiel mixte . . . 25
1.4.3 Modélisation de Takagi-Sugeno, détermination d'une fonction de Lyapunov . . . 28
1.4.4 Détermination d'un bassin d'attraction à Partir d'une Fonction de Lyapunov . . . 31
1.5 Présentation des méthodes de stabilisation . . . 37
1.5.1 Méthodes de stabilisation passives . . . 37
1.5.2 Méthodes de stabilisation actives dans le cas où le bus DC n'est pas régulé . . . 37
1.5.3 Méthodes de stabilisation actives dans le cas où le bus DC est régulé . . . 39
1.5.4 Conclusion sur les méthodes de stabilisation . . . 40
1.6 Conclusion . . . 41

2 Étude de la Stabilité d'un Réseau DC Multi-charge **43**
2.1 Présentation du réseau DC étudié . . . 44
2.1.1 Structure du réseau . . . 44
2.1.2 Modélisation du réseau . . . 46
2.1.3 Contrôle du réseau . . . 49
2.2 Étude linéaire de la stabilité du réseau . . . 55
2.2.1 Étude par considération des valeurs propres . . . 55
2.2.2 Étude par spectroscopie d'impédance . . . 58
2.2.3 Conclusion sur l'étude de la stabilité "petit-signal" . . . 65
2.3 Étude non-linéaire de la stabilité du réseau . . . 66

2.3.1 Mise sous forme de Takagi-Sugeno du système . . . 66
2.3.2 Analyse de la stabilité "grand-signal" . . . 69
2.3.3 Conclusion sur l'étude de la stabilité "grand-signal" . . . 70
2.4 Conclusion . . . 72

3 Stabilisation d'un Réseau DC par Approche Centralisée 73
3.1 Stabilisation centralisée par approche de Takagi-Sugeno . . . 75
3.1.1 Présentation de l'approche de stabilisation par le modèle de Takagi-Sugeno . . . 75
3.1.2 Mise en place d'une loi de commande stabilisante . . . 75
3.1.3 Dimensionnement du retour d'état stabilisant . . . 79
3.1.4 Mise en place et validation de la méthode . . . 79
3.1.5 Conclusion sur la stabilisation par approche de Takagi-Sugeno . . . 85
3.2 Stabilisation centralisée par approche de Lyapunov . . . 86
3.2.1 Introduction sur l'approche de Lyapunov . . . 86
3.2.2 Mise en place de la méthode . . . 86
3.2.3 Dimensionnement du retour d'état . . . 88
3.2.4 Mise en place et validation de la méthode . . . 89
3.2.5 Conclusion sur l'approche de Lyapunov . . . 97
3.3 Conclusion sur les approches de stabilisation centralisées . . . 98

4 Stabilisation d'un Réseau DC par Approche Décentralisée 99
4.1 Présentation de l'approche décentralisée . . . 99
4.2 Implémentation de stabilisateurs locaux sur un réseau DC . . . 101
4.2.1 Modélisation du système . . . 101
4.2.2 Impact sur la stabilité du système global . . . 103
4.3 Modélisation du réseau avec les stabilisateurs . . . 106
4.3.1 Configuration complète du système . . . 106
4.3.2 Configuration où la branche 1 est déconnectée . . . 106
4.3.3 Configuration où la branche 2 est déconnectée . . . 107
4.3.4 Configuration où la SC est déconnectée . . . 108
4.4 Mise en place de l'optimisation . . . 110
4.4.1 Définition des contraintes g_i . . . 111
4.4.2 Définition de la fonction objectif . . . 112
4.5 Mise en place et validation de la méthode . . . 112
4.5.1 Validation par simulation . . . 114
4.5.2 Validation expérimentale . . . 119
4.6 Conclusion sur l'approche décentralisée . . . 124

Conclusion Générale et Perspectives 125

Introduction Générale

De nos jours, on peut constater que la plupart des acteurs de l'industrie du transport sont concernés par la mise en place de systèmes électriques à l'intérieur de leurs véhicules. Certains secteurs, comme les domaines ferroviaires et navals le sont depuis de nombreuses années alors que d'autres, tels que l'automobile et l'aéronautique sont en train de le développer et de l'intégrer dans leurs véhicules ou avions.

Dans ce contexte, le secteur aéronautique affiche sa volonté de développer "l'avion plus électrique". Ce projet industriel ambitieux a pour objectif de rendre l'ensemble de la transmission de puissance à l'intérieur de l'appareil électrique. Les champs d'applications sont par exemple le système de train d'atterrissage ou celui des commandes de vol. Dans ces deux cas, on est en présence d'un système dont la finalité est de fournir une puissance mécanique à partir de plusieurs actionneurs (déplacement des gouvernes de vol, déploiement du train d'atterrissage, freinage...). Ceci va donc nécessiter le développement et la mise en place de réseaux électriques isolés contenant plusieurs charges dans l'appareil.

L'utilisation d'un réseau de puissance électrique à la place de l'hydraulique permettra de simplifier l'intégration du système et sa maintenance. Un actionneur électrique est plus facilement "remplaçable" en cas de panne ou d'usure qu'un actionneur hydraulique. En effet, dans le cas de l'hydraulique il est nécessaire de vider entièrement le circuit pressurisé alors qu'une opération beaucoup plus simple de débranchement/rebranchement suffit dans le cas électrique. De plus, la réversibilité de la plupart de ses actionneurs ainsi que la possibilité de stocker de l'énergie pour des durées plus ou moins longues offrent de nouvelles opportunité en terme de management de l'énergie dans l'appareil. Ces raisons mènent donc au développement de réseau isolé à récupération d'énergie. Intégrer un organe de stockage dans le réseau permettra de stocker de l'énergie qui pourra être réutilisée au besoin et ainsi permettre l'augmentation du rendement du système.

A l'intérieur de ce contexte, l'objectif de ces travaux de thèse est de pouvoir apporter des informations, voire des solutions à une problématique des réseaux isolés continus qu'est la stabilité. En effet, il est connu que les réseaux électriques (DC et AC) isolés peuvent devenir instables sous certaines conditions d'utilisation. Cette limite de stabilité doit être respectée afin de ne pas faire entrer le réseau dans un mode d'oscillations non amorties assimilable à un mode de défaut. Cette limite de stabilité dépend de la structure du réseau et de la valeur de ses paramètres. Par exemple, plus la taille des capacités des convertisseurs de puissance situées devant les charges du réseaux sera grande et plus le système sera stable. Malheureusement, dans le cas des applications aéronautiques, le poids et le volume des systèmes sont très importants et réussir à diminuer la taille des composants (et donc des capacités des convertisseurs) est un objectif majeur.
Ceci explique l'intérêt qu'il y a à étudier le phénomène de stabilité pour, premièrement essayer de mieux le comprendre et deuxièmement essayer de le contourner avec pour objectif final de pouvoir assurer la stabilité des systèmes et proposer des dimensionnements optimisés en terme de poids et de volume.

Cette thèse est donc rédigée de manière à apporter des informations sur ces points. Dans un **premier**

chapitre, après une introduction sur la définition de la stabilité dans les systèmes d'électronique de puissance et sur le modèle de la "charge à puissance constante", un état de l'art sur la problématique de la stabilité dans les réseaux DC est d'abord proposé. Celui-ci va dans un premier temps présenter différentes méthodes permettant l'étude de la stabilité "petit-signal" des systèmes linéarisés, puis ensuite d'autres méthodes permettant l'étude "grand-signal" des systèmes non-linéaires seront présentées. Ces outils permettent d'obtenir approximations des bassins d'attractions pour le système électrique. Ces bassins vont définir le cadre "grand-signal" de la stabilité. Enfin, en dernier lieu seront présentées différentes approches permettant d'augmenter la stabilité d'un système DC. Celles-ci pourront être de natures différentes. On peut ainsi se contenter de dimensionner le système pour qu'il satisfasse aux critères de stabilité ou alors mettre en place des commandes spécifiques qui vont intégrer des contraintes sur la stabilité du système. Ces commandes pourront être appliquées soit sur les charges soit sur le bus continu si celui-ci est régulé.

Le **deuxième chapitre** va présenter un réseau DC "type" contenant plusieurs charges et un organe de récupération d'énergie qui servira de "support" au reste de la thèse. L'ensemble des études menées par la suite reposeront sur sa structure. Dans la suite du deuxième chapitre, les études de sa stabilité "petit-signal" d'une part et "grand-signal" d'autre part seront proposées. Elles seront réalisées en s'appuyant sur les outils présentés dans le premier chapitre. On pourra ainsi mettre en évidence l'influence des charges sur la stabilité du système en fonction de la manière dont elles sont connectées sur le bus DC.

Dans les deux derniers chapitres sont proposées des méthodes de stabilisation du réseau qui seront toutes illustrées avec leurs mises en oeuvre expérimentales.

Dans le **troisième chapitre** ont été développées deux méthodes de stabilisation centralisées basées sur les multimodèles de Takagi-Sugeno pour l'une et sur la théorie de Lyapunov pour l'autre. A partir des variables d'état du réseau on va pouvoir générer des retours d'état permettant une stabilisation "grand-signal" du système.

Enfin, le **quatrième chapitre** va proposer une méthode de stabilisation décentralisée basée sur la mise en place d'un système de stabilisation multi-agent pour le réseau. Celui-ci aura pour principal avantage de pouvoir gérer certains scénarios de défauts tels que la reconfiguration du réseau après la déconnection de l'une des charges ou la perte de l'un des agents stabilisants. L'implantation de la méthode va être faite à l'aide de l'utilisation d'un algorithme d'optimisation sous contraintes. Il donnera, s'il parvient à converger, le dimensionnement du système de stabilisation répondant aux contraintes souhaitées.

Chapitre 1

Méthodes d'Étude Linéaires et Non-linéaires de la Stabilité des Systèmes Électriques

Introduction

Ce premier chapitre se compose de quatre parties distinctes qui vont proposer un état de l'art sur le thème de la stabilité et de sa problématique dans les réseaux électriques continus.

En premier lieu une introduction sur les phénomènes d'instabilité dans les systèmes électriques ainsi que des définitions mathématiques de la stabilité sont présenté. Elle sera complétée par une étude de l'interaction entre une charge à puissance constante (notée CPL pour *Constant Power Load*) et un filtre d'entrée. Ceci va permettre d'introduire le phénomène d'instabilité asymptotique que l'on peut rencontrer dans les réseaux DC. Généralement, les études de stabilité dans les réseaux DC sont liées à l'impact d'une ou plusieurs CPL sur un bus continu. Ces CPL, qui sont des charges non-linéaires, possèdent une impédance négative et vont introduire une résistance négative dans le système. Celle-ci sera explicitée et considérée dans une étude de la stabilité du système proposé.

La seconde partie va présenter les différentes méthodes mathématiques qui permettent d'étudier la stabilité d'un système linéaire. Celles-ci permettent de conclure sur la stabilité "petit-signal" d'un système linéarisé comme c'est le cas dans les systèmes électriques continus avec des CPL. On verra que plusieurs approches sont possibles. Certaines considèrent l'ensemble du système contrairement à d'autres qui permettent de considérer les interactions entre les différentes parties du système.

La troisième partie va présenter des outils permettant l'étude de la stabilité "grand-signal" des systèmes non-linéaires. Ces méthodes vont, contrairement aux méthodes "petit-signal", permettre de quantifier le domaine de stabilité autour d'un point de fonctionnement. Ceci peut s'avérer important car cela permet d'évaluer la robustesse de la stabilité des points de fonctionnement du système lorsque celui-ci est soumis à des perturbations. De plus, cela permet de de prouver que le système peut aller d'un point de fonctionnement à un autre sans rentrer dans un mode instable. Les méthodes présentées seront illustrées avec leur application à un cas simple.

La dernière partie va proposer un aperçu des techniques disponibles dans la littérature pour augmenter la stabilité d'un système électrique continu. En effet, de nombreuses publications proposent des solutions pour

diminuer l'impact d'une CPL sur un bus DC. Celles-ci peuvent simplement être d'adapter le filtre d'entrée de la CPL en conséquence. Mais d'autres solutions ont aussi été proposées. Elles permettent de mettre en place une rétroaction afin de diminuer l'impact déstabilisant de la CPL sur le réseau. Celle-ci pourra être appliquée soit sur le bus DC soit sur la commande de la CPL quand cela est réalisable.

1.1 Introduction sur la stabilité dans les systèmes électriques

1.1.1 Présentation et définition des phénomènes de stabilité dans les systèmes électriques

Cette première section a pour objectif d'introduire le terme de la stabilité dans les systèmes électriques et de préciser la nature exacte de la stabilité étudiée dans ce mémoire. Ceci est nécessaire car l'on trouve dans la littérature plusieurs type de stabilité associés aux problématiques du génie électrique. On peut les classer en trois grandes familles et correspondent à [Kundur et al., 2004] :

-l'angle des rotor des machines synchrones
-la fréquence électrique des réseaux alternatifs
-la tension des bus (AC ou DC).

La première famille, liée à l'angle des rotor correspond à la capacité d'une machine synchrone couplée sur un réseau alternatif triphasé à garder l'équilibre entre le couple électromagnétique lié au réseau et le couple mécanique lié à la charge. En effet, comme son nom l'indique, la vitesse de rotation du rotor de la machine synchrone est directement proportionnel à la fréquence électrique du stator. Si une telle machine est couplée sur un réseau électrique à fréquence fixe, alors sa vitesse de rotation est imposée par celui-ci. Si la charge mécanique varie brutalement ou si elle devient trop forte, le synchronisme entre la machine et le réseau peut être perdu [Demello et Concordia., 1969].

La seconde famille, liée à la fréquence des réseaux correspond à l'équilibre entre la puissance consommée sur le réseau et la puissance générée sur celui-ci. Pour essayer de comprendre pourquoi la fréquence peut varier ainsi, on peut faire une analogie avec le coureur cycliste.
Considérons un cycliste qui avance sur une route parfaitement plate avec un rythme de pédalier constant et, qu'à l'instant t_0 la route s'élève. Alors, la difficulté augmente car il doit désormais fournir l'énergie nécessaire pour monter. Si il veut maintenir le même rythme de pédalier, il va donc devoir envoyer plus de puissance sur ses pédales avec ses jambes. Si il ne le fait pas, son rythme de pédalier va naturellement diminuer. C'est le même phénomène qui a lieu sur un réseau alternatif en associant la fréquence du réseau avec la fréquence du pédalier et la puissance fournie par les générateurs avec celle fournie par les jambes du cycliste. Si la puissance demandée augmente, alors si l'on n'augmente pas la puissance générée la fréquence du réseau va diminuer et inversement, si la puissance générée devient trop importante, alors la fréquence va augmenter. La variation de la fréquence est donc un indicateur de la variation de l'échange de puissance sur le réseau [Kundur, 1994].

La dernière famille est celle étudiée dans ce mémoire. Elle considère la stabilité des tensions des bus du système. Ceci correspond à s'assurer que les tensions de bus, dont les amplitudes vont notamment varier après chaque échelon de puissance sur le réseau, vont se stabiliser autour d'un point d'équilibre. Afin d'étudier la stabilité de la tension des bus d'un système électrique, il est nécessaire de préciser cette notion de stabilité car par exemple, on peut se demander si la tension d'un bus alternatif peut être considérée comme stable ?

Afin de donner un début de réponse à cette question, [Kundur et al., 2004] propose la définition suivante dans laquelle on considère qu'un système est sur un point de fonctionnement si les variables du système n'évoluent plus sur sa plus grande période (période de découpage, fréquence du réseau alternatif...) dès lors que le système n'est plus soumis à aucunes variations ou modifications.

- La stabilité d'un système d'électronique de puissance est sa capacité, pour un point de fonctionnement initial donné, de retrouver un point d'équilibre pouvant ou non correspondre à un autre point de

fonctionnement après avoir été soumis à une perturbation d'ordre physique, ceci avec la plupart de ses variables bornées, de telle manière que le système entier demeure intact.

Cette définition propose donc de définir la stabilité d'un système électrique comme sa capacité à retrouver son point de fonctionnement initial ou un autre après avoir été éloigné du premier et ce, quelque soit la nature de ce point de fonctionnement initial. C'est à dire que l'on n'impose pas au système d'être dans un état invariant au cours du temps pour qu'il soit stable. On est donc dans une définition très proche de celle de la robustesse. La stabilité d'un système électrique serait donc assimilable à "l'étude de la robustesse des points de fonctionnement du système" mais aussi à une "continuité de service" de celui-ci car il est précisé que revenir au point de fonctionnement n'est pas tout, il faut aussi veiller à ce que système n'ait pas été endommagé. Afin de compléter cette définition, il est aussi important de définir des critères mathématiques de la stabilité. Ceux-ci permettront de caractériser des natures différentes que peut prendre la stabilité, notamment quand l'on considère un réseau continu et un réseau alternatif.

1.1.2 Définitions mathématiques de la stabilité

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t,x), \quad x \in \mathcal{D} \\ \forall t > 0, \quad f(t,0) = 0 \end{cases} \tag{1.1}$$

Si l'on considère le système (1.1) défini et dérivable dans $\mathcal{D} \in \Re^n$ contenant l'origine, alors, d'un point de vue mathématique on dit que le point d'équilibre $x = 0$ de (1.1) est :

- *stable* si, pour tout $\varepsilon > 0$ il existe $\delta = \delta(\varepsilon(t_0)) > 0$ tel que :

$$||x(t_0)|| < \delta \Rightarrow ||x(t)|| < \varepsilon, \ \forall t \geq t_0 \geq 0 \tag{1.2}$$

- *uniformément stable* si, pour tout $\varepsilon > 0$ il existe $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ indépendant de t_0 tel que (1.2) soit respectée.
- *asymptotiquement stable* si il est stable et qu'il existe $\eta(t_0) > 0$ tel que :

$$||x(t_0)|| < \eta(t_0) \Rightarrow \lim_{t \to \infty} x(t) = 0 \tag{1.3}$$

- *instable* si il n'est pas stable.

La relation (1.2) indique que si l'on considère le système à un état initial, alors on peut trouver une boule $\mathcal{D}_\varepsilon$ de rayon ε de $\mathcal{D}$ dans laquelle le système va évoluer au cours du temps sans jamais en sortir. On parle alors de stabilité bien que l'on autorise des variations du systèmes à l'intérieur de la boule. Ce cas de figure correspond bien aux problématiques du génie électrique où l'on est en présence de grandeurs d'état "découpées" comme le courant d'un buck. Dans ce cas là, on considéra que le système est stable dès lors que le point d'équilibre du rapport cyclique de l'interrupteur de puissance sera atteint. Ceci signifie que les valeurs du courant et de la tension continueront d'évoluer au cours du temps à cause du découpage mais resteront dans un intervalle fini autour de leur point de fonctionnement dont les bornes seront fonctions des paramètres du système (fréquence de découpage, composants passifs...)

Dans le cas de la relation (1.3), on va imposer au système de tendre vers le point d'équilibre, c'est à dire que l'on ne va pas autoriser de petites variations autour de celui-ci. Cette définition est donc plus contraignante que la précédente. Ainsi, la tension d'un réseau alternatif ne sera pas asymptotiquement stable même si il peut être stable au sens de (1.2). Le courant du buck évoqué précédemment ne sera lui non

plus pas asymptotiquement stable à cause du découpage. Mais il le sera si l'on considère une modélisation moyenne de celui-ci.

C'est ce dernier cas de figure qui est étudié dans ce mémoire. Comme il le sera détaillé dans la suite, les modélisations faites ne tiendront pas compte du découpage des convertisseurs. On ne considérera qu'une valeur moyenne continue des courants en entrée des convertisseurs. On étudiera donc la stabilité asymptotique des modèles moyens correspondant aux systèmes étudiés.

1.2 Introduction sur les Charges à Puissance Constante connectées à un bus DC

Comme il le sera détaillé dans la suite de ce mémoire, l'interaction des sous-systèmes électriques autour d'un bus DC peut conduire à l'instabilité de celui-ci. Bien souvent dans ces cas là, on associe les phénomènes d'instabilité aux charges dîtes à "puissance constante" (nommées CPL) connectées sur le ou les bus DC [Emadi et al., 2006, Rahimi et Emadi, 2009a, Emadi et al., 1999]. Le phénomène d'instabilité est alors considéré comme la conséquence de la connection d'une CPL sur un bus DC. Le comportement en CPL d'une charge se justifie lorsqu'elle consiste en un élément régulé (ensemble onduleur/actionneur, convertisseur/batterie, convertisseur/super-capacité, convertisseur/résistance...) consommant une puissance sur le réseau. La commande de la charge va alors asservir la consigne de la charge en compensant des perturbations sur la consigne régulée (par exemple le courant dans un actionneur qui va compenser le couple de charge, les frottements...). L'asservissement ne tiendra pas compte de l'état électrique du réseau (notamment du bus DC). Celle-ci sera donc vue par le bus DC comme un élément consommant une puissance constante comme cela est représenté sur la Fig.1.10.

Le courant absorbé par la CPL sur le bus DC étant égal à $i_{CPL} = p/V$, l'introduction d'une CPL dans le réseau entraîne l'apparition d'une non-linéarité du type p/V. La caractéristique courant/tension aux bornes de la CPL est représentée en bleu sur la Fig.1.10. Afin d'observer le comportement de la CPL autour d'un point de fonctionnement ($i_0,\ V_0$), on peut déterminer l'équation de sa tangente. Celle-ci est de la forme donnée par (1.4) où l'on voit apparaître un terme homogène à une résistance négative notée R_{CPL} et définie en (1.5) ainsi qu'une composante continue. On voit que la CPL aura un comportement similaire à celui d'une résistance négative autour de son point de fonctionnement . Le schéma électrique correspondant au comportement de la CPL autour d'un point de fonctionnement est donné sur la Fig.1.3.

$$i_{CPL}(t) = -\frac{p}{V_0^2}.V(t) + 2\frac{p}{V_0} \tag{1.4}$$

$$R_{CPL} = -\frac{V_0^2}{p} \tag{1.5}$$

Afin d'avoir une observation mathématique de l'effet de la CPL et de la R_{CPL} sur le réseau, on considère uniquement les variations du système autour du point de fonctionnement (on note $\tilde{x}$ les variations de la variable x autour de son point de fonctionnement). Ceci revient ici à ne plus considérer les composantes continues du système représenté sur la Fig.1.3 qui se modélise par la forme (1.6). On peut alors exprimer son polynôme caractéristique P (1.7).

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}(t) \\ \dot{\tilde{V}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{C.R_{CPL}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}(t) \\ \tilde{V}(t) \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

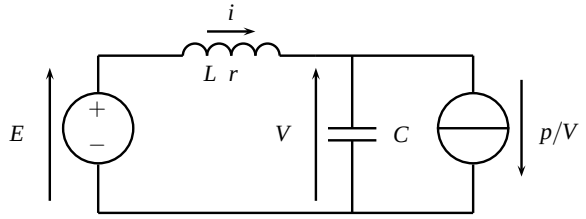

FIGURE 1.1 – Système électrique contenant une charge non-linéaire

$$P(\lambda) = \lambda^2 + [\frac{r}{L} + \frac{1}{R_{CPL}.C}].\lambda + \frac{1}{LC}[1 + \frac{r}{R_{CPL}}] \tag{1.7}$$

A partir du polynôme caractéristique, on peut donner la relation (1.8) à respecter pour que les valeurs propres du système soient à partie réelle négative. La première condition sera toujours respectée du fait du signe négatif de R_{CPL} tandis que la deuxième ne la sera pas toujours car plus la puissance être importante et plus R_{CPL} va augmenter (tendre vers 0).

$$\begin{cases} R_{CPL} < -r \\ R_{CPL} < -\dfrac{L}{r.C} \end{cases} \tag{1.8}$$

En remplaçant R_{CPL} par son expression on obtient la relation (1.9) qui donne la condition de stabilité locale pour le système de la Fig.1.10.

$$p < min(\frac{r.C}{L}V_0^2, \frac{V_0^2}{r}) \tag{1.9}$$

La relation $p < \frac{V_0^2}{r}$ étant moins contraignante que la relation assurant l'existence d'un point de fonctionnement pour le système ($p < \frac{V_0^2}{4r}$), la relation (1.10) donne la condition de stabilité des points de fonctionnement du système.

$$p < \frac{r.C}{L}V_0^2 \tag{1.10}$$

On voit à partir de la relation (1.10) que l'on peut exprimer une relation liant la stabilité du système au dimensionnement du filtre (r, L, C et indirectement E) et la puissance consommée par la charge. On voit que plus la capacité de l'onduleur sera grande et plus le système sera stable et inversement pour l'inductance du filtre. De plus, ces observations montrent que la résistance négative sert à exciter le système car elle "génère" des variations de courant inverse aux variations de tension. Donc, plus la puissance consommée est importante et plus sa conductivité augmente jusqu'à ce qu'elle compense l'amortissement global du système qui devient instable.

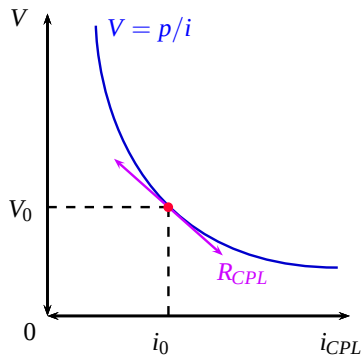

FIGURE 1.2 – Caractéristique i/V d'une CPL

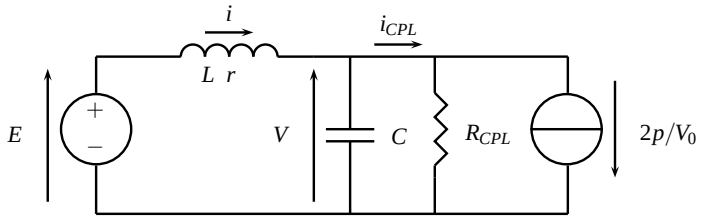

FIGURE 1.3 – Système électrique contenant une CPL, schéma équivalent autour du point de fonctionnement $(i_0,\ V_0)$

1.3 Présentation des méthodes d'étude de la stabilité des systèmes linéaires

Cette section présente des méthodes et outils mathématiques qui permettent d'étudier la stabilité des systèmes linéaires. Toutes ces méthodes se basent plus ou moins directement sur la considération des valeurs propres du système. Il est intéressant de présenter plusieurs méthodes car elles s'appuient sur des méthodologies distinctes nécessitants des approches, modélisations et interprétations différentes. Ainsi, selon le contexte, leur utilisation peut se montrer plus ou moins pertinente.

1.3.1 Approche de la stabilité par l'étude des valeurs propres

L'étude de la stabilité d'un système, qu'il soit électrique ou non, revient toujours à une étude mathématique de celui-ci. Les éléments mathématiques qui nous permettent de conclure sur la stabilité d'un système linéaire sont ses valeurs propres. Ainsi, toutes les méthodes linéaires d'analyse de la stabilité leurs seront plus ou moins liées.
Les valeurs propres d'un système linéaire nous informent sur son comportement (temps de réponse, amortissement) ainsi que sur sa stabilité asymptotique.

Par exemple, si l'on considère le système linéaire (1.11) et que l'on suppose que la matrice A est diagonalisable, alors on peut écrire A sous la forme (1.13) où D est une matrice diagonale composée des vecteurs propres λ_i, $i \in [1:n]$ de A et P la matrice de passage correspondante.

$$\begin{cases} A \in \Re^{n\times n},\ X \in \Re^{n} \\ \dot{X}(t) = A.X(t) \end{cases} \tag{1.11}$$

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{bmatrix} \tag{1.12}$$

$$A = P^{-1}DP \tag{1.13}$$

En utilisant la forme diagonalisée de A et en effectuant le changement de variable $Y(t) = PX(t)$, l'équation (1.11) devient (1.14).

$$\dot{Y}(t) = D.Y(t) \tag{1.14}$$

La matrice D étant diagonale, la résolution de (1.14) revient à la résolution de n équations différentielles "classiques" dont les solutions sont de la forme :

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 e^{\lambda_1 t} + k_1 \\ \vdots \\ c_n e^{\lambda_n t} + k_n \end{bmatrix} \tag{1.15}$$

avec (c_i, k_i), $i \in [1:n]^2$ des constantes à déterminer.

La forme de la solution 1.15 montre que le système (1.11) sera stable si et seulement si tous les $y_i(t)$ convergent. Ceci impose que les valeurs propres de la matrice A soient toutes à partie réelle strictement négatives. Ce résultat est très largement connu et se résume par la propriété suivante :

Propriété. *Le système linéaire (1.11) est asymptotiquement stable si et seulement si les valeurs propres de la matrice A sont toutes à partie réelles strictement négatives.*

On a là une première manière d'étudier la stabilité d'un système linéaire. Celle-ci est très simple à mettre en place dès lors que l'on a une représentation d'état linéaire du système. On pourra alors vérifier la propriété en résolvant analytiquement le problème si l'ordre du système le permet comme cela a été fait dans la première partie. Néanmoins dans la majeur partie des cas correspondant aux réseaux électriques comportant plusieurs CPL, une solution analytique ne sera pas accessible. Dans ce cas là, une solution numérique permettra de conclure sur la stabilité du système.

1.3.2 Approche de la stabilité par l'étude des pôles du système

Pour étudier la stabilité des systèmes linéaires, une autre approche est possible. Elle consiste en l'étude des pôles de la fonction de transfert du système.
En effet, si l'on considère le système linéaire (1.16) dans le domaine temporel, il devient dans le domaine de Laplace (1.17). La fonction de transfert donnant la sortie $Y(s)$ sur l'entrée $U(s)$ est alors donnée par la relation (1.18) où com^t signifie la transposée de la comatrice.

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A.X(t) + B.U(t) \\ Y(t) = C.X(t) \end{cases} \tag{1.16}$$

$$\begin{cases} sX(s) = A.X(s) + B.U(s) \\ Y(s) = C.X(s) \end{cases} \tag{1.17}$$

$$\begin{cases} \dfrac{Y}{U}(s) = & B.C(sI-A)^{-1} \\ \qquad\quad = & B.C.\dfrac{com^t(sI-A)}{det(sI-A)} \end{cases} \tag{1.18}$$

On s'aperçoit alors que le dénominateur de la fonction de transfert $Y/U(s)$ correspond à $det(sI-A)$ qui n'est autre que le polynôme caractéristique de la matrice A. Les pôles de la fonction de transfert correspondent donc aux valeurs propres de A. On voit ainsi que le système (1.16) est stable si et seulement si les pôles de sa fonction de transfert sont à partie réelle strictement négative. Il y a une équivalence entre les valeurs propres d'un système et les pôles de sa fonction de transfert. On peut donc énoncer la propriété suivante qui est, elle aussi, largement connue et utilisée :

Propriété. *Le système linéaire $H(s) = \dfrac{N(s)}{D(s)}$ est asymptotiquement stable si et seulement si les pôles de H sont tous à partie réelle strictement négative.*

Là encore, une résolution analytique du problème peut être envisagée si l'ordre du dénominateur le permet. Dans le cas contraire, une résolution numérique permettra de conclure sur la stabilité du système.

1.3.3 Utilisation du critère de Routh-Hurwitz

Comme nous l'avons vu précédemment dans la relation (1.18), l'étude du polynôme caractéristique du système permet de conclure sur sa stabilité. Le critère de Routh-Hurwitz (RH) [Kuo et Golnaraghi, 2003] va permettre d'étudier la stabilité d'un système via son polynôme caractéristique (1.19). L'avantage d'utiliser un tel critère est que l'on ne va pas chercher à résoudre le polynôme caractéristique mais simplement à localiser ses racines. Plus concrètement, le critère de RH va se contenter d'indiquer le nombre de pôles instables du système.
Dans un premier temps, on peut dire que le système est stable si et seulement si les déterminants de Hurwitz $D_k,\ k = 1, 2, \cdots, n$, dont la forme générale est donnée par (1.20) (où les coefficients d'indice n ou supérieur à n sont remplacés par des zéros) sont tous positifs.

$$F(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + A_{n-1} s + a_0 = 0 \tag{1.19}$$

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & a_{2n-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & a_{2n-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & a_{2n-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & \cdots & a_{2n-4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix} \tag{1.20}$$

Pour construire facilement le déterminant, on utilise la forme générale proposée et on remplace ensuite les coefficients d'ordre supérieurs à n par 0 comme cela est fait pour les cas correspondant aux ordres $n = 2$, $n = 3$ et $n = 6$:

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \rightarrow D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \tag{1.21}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \rightarrow D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \tag{1.22}$$

$$D_6 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & a_{10} \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \end{vmatrix} \rightarrow D_6 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & 0 \end{vmatrix} \tag{1.23}$$

A partir des seuls déterminants de Hurwitz, l'étude deviendrait vite fastidieuse pour les systèmes d'ordre élevé où les calculs des déterminants vont se complexifier. Pour simplifier l'étude, Routh a proposé une méthode plus simple pour étudier la stabilité du système. Il propose de construire un tableau qui va permettre de déterminer le nombre de pôles instables du système.

a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	$\cdots$	a_1
a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	$\cdots$	a_0
b_1	b_2	b_3	$\cdots$	b_n
c_1	c_2	c_3	$\cdots$	0
d_1	d_2	$\cdots$	0	0

TABLE 1.1 – Tableau de Routh

Construction du tableau de Routh Le tableau a $n+1$ lignes et se présente sous la forme donnée par la Table 1.1

avec

$$\begin{cases} b_i = \dfrac{a_{n-1}.a_{n-2i} - a_n.a_{n-2i-1}}{a_{n-1}} \\ c_i = \dfrac{b_1.a_{n-2i-1} - a_{n-1}.b_{i+1}}{b_1} \\ d_i = \dfrac{c_1.b_{i+1} - b_1.c_{i+1}}{c_1} \end{cases} \tag{1.24}$$

Le nombre de pôles instables du système sera égal au nombre de changements de signe des coefficients de la première colonne du tableau de Routh. Pour que le système soit stable, il faut donc que tous les coefficients de la première colonne soient du même signe. Un exemple de l'utilisation de ce critère est proposé en [Emadi, 2004] où l'auteur l'utilise pour déterminer la stabilité d'un onduleur monophasé alimentant une CPL. Un autre exemple est donné en [Girinon et al., 2009] où le critère est cette fois-ci utilisé pour proposer le dimensionnement d'un réseau DC.

Ce critère propose l'avantage de déterminer simplement si oui ou non, le système possède des pôles instables. Néanmoins, il ne permet pas de les localiser, ce qui fait que l'on ne saura pas si les valeurs propres sont toutes proches de l'axe des réels séparant la zone "stable" de la zone "instable". Ceci est problématique si l'on veut étudier la robustesse d'un système vis-à-vis de la stabilité.

1.3.4 Analyse de la stabilité par spectroscopie d'impédance

L'utilisation de la spectroscopie d'impédance peut permettre l'étude de la stabilité des systèmes linéaires. Le principe de son utilisation est de considérer un système électrique comme la mise en cascade de deux sous-systèmes et d'étudier leur interaction.

Pour cela, on considère chaque sous-système comme un quadripôle (cf.Fig1.4) caractérisé par ses fonctions de transfert en tension (1.25) et en courant (1.26), ainsi que ses impédances d'entrée/sortie (1.27) et (1.28).

$$T_{vk}(s) = \left.\frac{\tilde{v}_{outk}(s)}{\tilde{v}_{ink}(s)}\right|_{\tilde{i}_{outk}(s)=0} \tag{1.25}$$

$$T_{ck}(s) = \left.\frac{\tilde{i}_{outk}(s)}{\tilde{i}_{ink}(s)}\right|_{\tilde{v}_{ink}(s)=0} \tag{1.26}$$

$$Zin_k(s) = \left.\frac{\tilde{v}_{ink}(s)}{\tilde{i}_{ink}(s)}\right|_{\tilde{i}_{outk}(s)=0} \tag{1.27}$$

$$Zout_k(s) = \left.\frac{\tilde{v}_{outk}(s)}{-\tilde{i}_{outk}(s)}\right|_{\tilde{v}_{ink}(s)=0} \tag{1.28}$$

A partir de ces définitions, les deux quadripôles nommés 1 et 2 peuvent se caractériser par (1.29) et (1.30).

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{out1}(s) \\ \tilde{i}_{in1}(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} T_{v1}(s) & Zout1(s) \\ \frac{1}{Zin1(s)} & -T_{c1}(s) \end{bmatrix}}_{A_1} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{in1}(s) \\ -\tilde{i}_{out1}(s) \end{bmatrix} \tag{1.29}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{out2}(s) \\ \tilde{i}_{in2}(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} T_{v2}(s) & Zout2(s) \\ \frac{1}{Zin2(s)} & -T_{c2}(s) \end{bmatrix}}_{A_2} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{in2}(s) \\ -\tilde{i}_{out2}(s) \end{bmatrix} \tag{1.30}$$

La mise en cascade des deux quadripôles se traduit mathématiquement par (1.31). A partir de (1.31), (1.29) et (1.30), on obtient l'expression de la fonction de transfert en tension de la mise en cascade des deux sous-systèmes (1.32).

$$\begin{cases} \tilde{v}_{out1} = \tilde{v}_{in2} \\ \tilde{i}_{out1} = \tilde{i}_{in2} \end{cases} \tag{1.31}$$

$$\frac{\tilde{v}_{out2}(s)}{\tilde{v}_{in1}(s)} = \frac{T_{v1}(s)T_{v2}(s)}{1 + Zout1(s)/Zin2(s)} \tag{1.32}$$

La stabilité du système peut donc être étudiée via l'étude des pôles de (1.32). Or si l'on suppose les sous-systèmes individuellement stables, alors les fonctions T_{v1} et T_{v2} ne possèdent pas de pôles instables. Ceci signifie que si le système en contient, ils sont situés dans le dénominateur de (1.32), c'est-à-dire dans D défini par (1.33).

$$D(s) = 1 + \frac{Zout1(s)}{Zin2(s)} \tag{1.33}$$

Afin d'étudier les pôles de D, il existe plusieurs méthodes. L'une d'entre elles est celle du critère de Nyquist. Il dit que si l'image du contour de Nyquist par sa fonction de transfert en boucle ouverte fait autour du point critique $(-1,0)$, dans le sens horaire un nombre de tour égal au nombre de pôles instables de la fonction de transfert en boucle ouverte, alors le système en boucle fermée est asymptotiquement stable. Par ailleurs, le tracé ne doit pas passer par le point critique [Granjon, 2003].

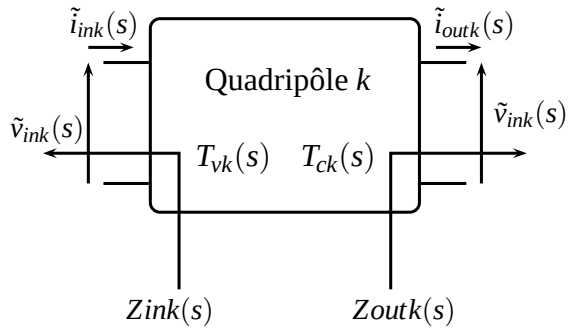

FIGURE 1.4 – Quadripôle équivalent d'un sous-système

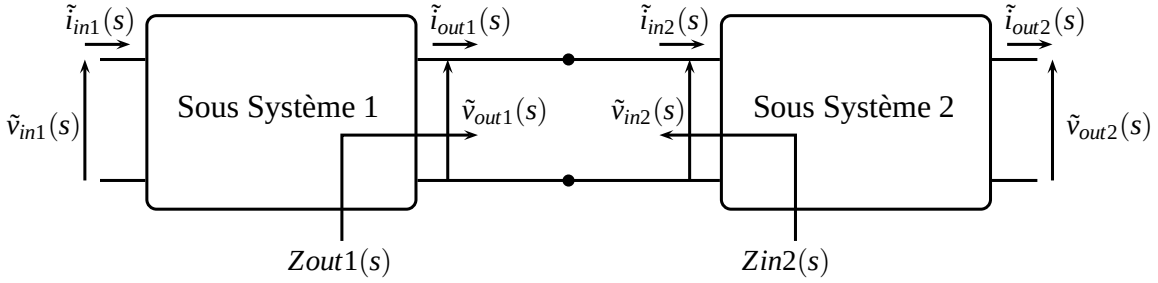

FIGURE 1.5 – Système composé de deux quadripôles en cascade

Dans la plupart des cas, la fonction de transfert en boucle ouverte ne possède pas de pôle à partie réelle positive. Dans ce cas là, le système est stable si et seulement si le tracé de Nyquist n'entoure pas le point critique.

Dans le cas présenté ici, le système en boucle fermée est $1/(1+Zout1/Zin2)$ et la fonction de transfert en boucle ouverte est $Zout1/Zin2$. L'étude de l'interaction entre l'impédance de sortie du premier sous-système et l'impédance de sortie du second permettra de conclure sur la stabilité du système référent à (1.32).

Cette méthode qui se base sur un critère graphique permet donc d'étudier la stabilité de la mise en cascade de deux systèmes électriques. Néanmoins, elle ne permet pas de prendre en compte les incertitudes de modélisation et les variations des valeurs des différents paramètres du système. Pour répondre à cela, il existe des méthodes de conceptions adaptées qui se basent sur la spectroscopie d'impédance.

1.3.5 Utilisation de la spectroscopie d'impédance dans la méthode de conception

Le paragraphe précédent décrivait une méthode d'étude de la stabilité du système par l'analyse de l'interaction entre les impédances d'entrée et sortie des sous-systèmes. Néanmoins, cette étude théorique repose sur une bonne connaissance des points de fonctionnement à étudier ainsi que sur la valeur des paramètres du système. En ce qui concerne ces derniers, leur connaissance n'est pas toujours assurée et ils peuvent évoluer en fonction des conditions d'utilisation, de l'environnement et du vieillissement. Ces erreurs, qui sont quasi inévitables, rendent une étude très précise de la stabilité d'un système difficilement réalisable.

Afin de se prévenir de ce genre de situation, on définit des marges de sécurité en ce qui concerne le gain

et ou la phase des impédances d'entrée/sortie.

La méthode de Middlebrook Le critère de Middlebrook est basé sur une restriction du gain du rapport $Zout1/Zin2$. Il impose au gain d'être strictement inférieur à 1. Ceci contraint le tracé de Nyquist dans un cercle de rayon inférieur à 1. Le tracé de Nyquist ne peut pas entourer le point critique et donc, on assure la stabilité du système.
Pour se donner une marge de sécurité, on impose au module d'être inférieur à $1/MG$ où MG est strictement supérieur à 1. Ceci permet de définir un gabarit dans lequel devra se trouver le tracé de Nyquist comme cela est illustré sur la Fig.1.6.

Pour résumer, le système sera acceptable si la relation (1.34) est respectée.

$$\left|\frac{Zout1(s)}{Zin2(s)}\right| < \frac{1}{MG},\ MG > 1 \tag{1.34}$$

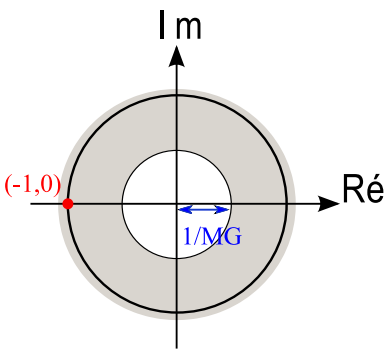

FIGURE 1.6 – Représentation du gabarit définit par le critère de Middlebrook

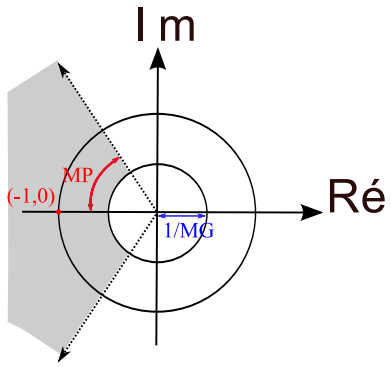

FIGURE 1.7 – Représentation du gabarit définit par le critère de la Marge de Gain/Marge de Phase

La méthode de la Marge de Gain et de la Marge de Phase Un autre critère de conception basé sur un principe similaire à celui de Middlebrook mais moins conservateur peut être définit par la méthode MGMP. En effet, la méthode de Middlebrook impose de borner le gain $Zout1/Zin2$ sur l'ensemble du domaine fréquentiel. Or, il se justifie surtout quand le tracé de Nyquist s'approche du point critique.

C'est pour tenir compte de ceci que le critère de la Marge de Gain et de la Marge de Phase (MGMP) a été défini. On va considérer que si le module de $Zout1/Zin2$ est trop élevé mais que l'on est dans une direction assez éloignée du point critique, alors ceci est acceptable. Cela se traduit par la relation (1.35) qui doit être respectée et où MG et MP sont les critères de marge de gain et marge de phase souhaités. On définit ainsi un gabarit acceptable pour assurer la stabilité du système (cf.Fig1.7).

$$\left\{\left|\frac{Zout1(s)}{Zin2(s)}\right| < \frac{1}{MG}\right\} \cup \left\{\varphi_{Zout1/Zin2} > MP\right\} \tag{1.35}$$

Deux critères graphiques viennent d'être présentés permettant de définir des gabarits dans lesquels le tracé de Nyquist de $Zout1/Zin2$ doit se trouver pour valider la stabilité d'un système. Ces gabarits

sont plus ou moins grands selon les marges de robustesses choisies. Il est évident que plus les marges sont élevées, plus les gabarits sont petits et plus le système va être surdimensionné d'un point de vue stabilité.

Étant donné que ces critères se basent sur les impédances fréquentielles des sous-systèmes, les critères graphiques sont aussi utilisables avec les tracés de fréquentiels de Bode. L'utilisation de ceux-ci donne une interprétation intéressante du critère MGMP. En effet, ils permettent de séparer l'étude des deux impédances d'entrée et de sortie. Ceci présente l'avantage de permettre un dimensionnement indépendant des deux sous-systèmes. Un premier fournisseur peut ainsi fournir une source en précisant son impédance de sortie et, connaissant cette impédance, le deuxième sous-système "charge" devra se soumettre aux contraintes fréquentielles imposées par le sous-système "source" sur sa marge de gain et sa marge de phase.

Pour obtenir les conditions à respecter sur la marge de gain, on peut à partir de (1.35), donner la relation (1.37).

$$\begin{aligned} & \left|\frac{Zout1(s)}{Zin2(s)}\right| < \frac{1}{MG} \\ \Leftrightarrow \quad & Zout2_{dB} - Zin1_{dB} < -MG_{dB} \\ \Leftrightarrow \quad & Zin1_{dB} > Zout2_{dB} + MG_{dB} \end{aligned} \tag{1.36}$$

Pour la marge de phase, on obtient la relation (1.39).

$$\varphi_{Zout1/Zin2} > MP \tag{1.37}$$

$$\Leftrightarrow \quad -180^\circ + MP < arg(Zout1)(s) - arg(Zin2)(s) < 180^\circ - MP \tag{1.38}$$

Le système sera stable si la marge de gain de l'impédance d'entrée du sous-système 2 se trouve au-dessus d'une bande de largeur MG ou si sa phase se trouve à une distance inférieure à $180^\circ - MP$ de la phase de $Zout1$. Ces cas sont représentés sur les Fig.1.8 et 1.9.

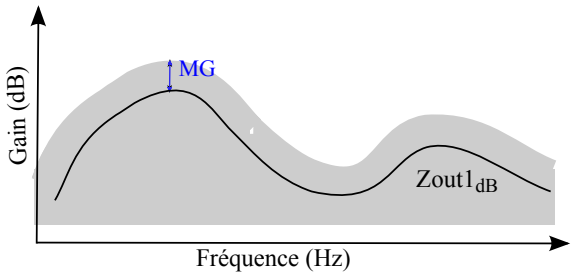

FIGURE 1.8 – Région interdite pour la marge de gain de $Zout2$

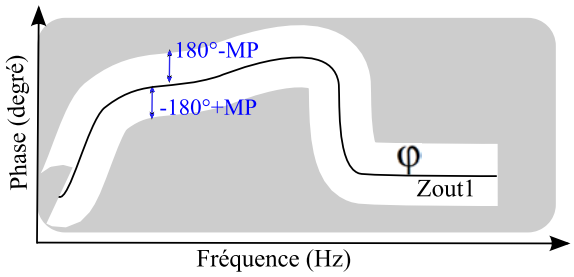

FIGURE 1.9 – Région interdite pour la marge de phase de $Zout2$

Pour que l'on puisse valider la stabilité du système, il faut que pour chaque fréquence, au moins l'un des deux tracés de $Zin2$ (gain et phase) ne soit pas dans une région interdite. Si c'est le cas alors la stabilité du système est assurée avec les marges de sécurités correspondantes.

1.3.6 Conclusion sur les méthodes d'étude de la stabilité des systèmes linéaires

Plusieurs méthodes permettant l'étude de la stabilité des systèmes linéaires ont été présentées. La plupart de ces méthodes, telles que l'étude directe des valeurs propres ou des pôles du système, sont très

largement connues et utilisées. Elles proposent le moyen le plus précis d'étude de la stabilité étant donné que l'on considère directement la "signature" du problème que sont les valeurs propres. Une résolution analytique du problème pourra être donnée permettant de déterminer certaines relations à respecter pour assurer la stabilité du système. Néanmoins, dès que l'ordre du système sera trop élevé, on se contentera d'une résolution numérique.
Une autre méthode, celle du critère de Routh-Hurwitz a été présentée. Celle-ci se base non pas sur l'obtention des pôles du système mais juste sur leur signe. Cette méthode se contente de dire si oui ou non le système est stable sans pour autant donner d'autres informations sur les pôles. Elle propose l'avantage de simplifier l'étude en ne demandant pas de résoudre l'équation caractéristique d'un système.
Toutes ces méthodes nécessitent néanmoins la modélisation du système sous une forme d'état ou de fonction de transfert ce qui peut s'avérer contraignant dans certains cas.

D'autres méthodes, basées sur la spectroscopie d'impédance ont été présentées. Elles se basent sur la décomposition en sous-systèmes électriques du système complet et la considération de leurs impédances fréquentielles. Des critères graphiques sont alors proposés permettant de valider la stabilité de l'interaction entre deux sous-systèmes tout en incluant des marges de robustesse.
La méthode de la MGMP semble être, dans ce cas là, la plus adaptée à un environnement industriel car elle permet non seulement d'intégrer facilement des critères de robustesse sur le dimensionnement, mais aussi de séparer les études entre les deux sous-systèmes tout en se basant sur des impédances expérimentalement mesurables.

1.4 Présentation des méthodes d'étude de la stabilité des systèmes non-linéaires

La section précédente a présenté des méthodes et outils permettant de considérer le cas de la stabilité des systèmes linéaires. Bien évidement, ces méthodes s'appliquent aussi aux systèmes non-linéaires que l'on a linéarisés autour de leur point de fonctionnement. Dans ce cas là, on parle de stabilité "petit-signal". Le modèle et son étude ne sont valables que pour des petites variations autour du point de fonctionnement.

Ces études linéaires apportent des réponses binaires au problème de stabilité. Elles disent si oui ou non le système est stable en un point. La binarité de ce résultat peut être nuancée avec la considération de marges de sécurités qui laissent penser que le système restera stable si l'on s'éloigne du point de fonctionnement initial. Néanmoins, il n'assure pas que le système pourra passer d'un point de fonctionnement stable à un autre tout en restant dans un état stable.

Pour réponde à cette question, il faut utiliser des outils non-linéaires qui vont permettre de définir des bassins d'attraction du système et ainsi avoir une étude "grand-signal" de la stabilité. Pour cela, les approches présentées vont se baser dans un premier temps sur les travaux de Lyapunov qui a proposé une théorie permettant l'étude de la stabilité des systèmes non-linéaires. Cette théorie se base sur la recherche et l'existence de fonctions caractéristiques dites de Lyapunov. Dans un deuxième temps, ces fonctions de Lyapunov seront utilisées pour obtenir des bassins d'attraction du système.

1.4.1 Les fonctions de Lyapunov

$$\dot{X}(t) = f(X(t)) \tag{1.39}$$

On considère le système non-linéaire de la forme donnée en (1.39). Les non-linéarités du système font que l'on ne peut pas le mettre sous une forme similaire à celle présentée en (1.11) sans passer par une linéarisation et donc se retrouver dans le cas "petit-signal". Pour étudier la stabilité "grand-signal" de ce type de système, on peut rechercher une fonction de Lyapunov correspondante au système.

Une fonction de Lyapunov $V : D \rightarrow \Re$ est une fonction scalaire continue définie dans $D \subset \Re^n$ contenant l'origine, qui dépend de toutes les variables d'état du système et dont les dérivées partielles sont continues. Obtenir une telle fonction est très intéressant en terme de stabité car, si une telle fonction existe et que la dérivée de V est négative le long des trajectoires de (1.39), alors le système va converger vers l'origine. Ceci correspond au théorème de Lyapunov suivant [Khalil, 2002] :

Théorème. *Soit $X = 0$ un point d'équilibre de (1.39) et $D \subset \Re^n$ un domaine contenant $X = 0$.*
Soit $V : D \rightarrow \Re$ une fonction continument différentiable telle que :
(i) $V(0) = 0$ et $V(X) > 0$ dans $D - \{0\}$
(ii) $\dot{V}(X) < 0$ dans $D - \{0\}$
alors le point d'équilibre $X = 0$ est asymptotiquement stable.

Exemple. Si l'on considère le cas du pendule simple dont l'équation mécanique est (1.40) avec l la longueur du fil, m la masse du pendule, g la constante de gravitation universelle et k le coefficient de frottement :

$$ml\ddot{\theta}(t) = -mg\, sin(\theta) - kl\dot{\theta} \tag{1.40}$$

(1.40) peut être mis la forme d'état (1.41) en prenant $x_1 = \theta$ et $x_2 = \dot{\theta}$ et en posant $a = g/l$ et $b = k/m$.

$$\begin{cases} \dot{x_1}(t) = x_2(t) \\ \dot{x_2}(t) = -a\ sin(x_1(t)) - bx_2(t) \end{cases} \tag{1.41}$$

On prend alors comme fonction de Lyapunov l'expression représentant la somme des énergies potentielle et cinétique du pendule en choisissant l'énergie potentielle telle que la somme des deux soit nulle à l'origine $V(0) = 0$:

$$V(x_1(t), x_2(t)) = a[1 - cos(x_1(t))] + \frac{1}{2}x_2^2(t) \tag{1.42}$$

La dérivée de V s'exprime alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{\partial V}{\partial x_1} f_1(x) + \frac{\partial V}{\partial x_2} f_2(x) && (1.43) \\ \Rightarrow \quad &= -a\ sin(x_1(t))x_2(t) + x_2(t)[a\ sin(x_1(t)) - bx_2(t)] && (1.44) \\ \Rightarrow \quad &= -bx_2^2(t) && (1.45) \end{aligned}$$

On voit donc que si l'on considère les frottements ($b \neq 0$) alors $\dot{V}$ est strictement négatif et le système non-linéaire est stable en son point d'équilibre $(0,0)$. V est une bonne fonction de Lyapunov pour le système (1.41). Par contre, si l'on ne considère pas les frottements ($b = 0$), alors la dérivée de la fonction de Lyapunov est nulle et ne permet pas de dire que le système est asymptotiquement stable en son origine.

1.4.2 Théorème de Brayton-Moser, utilisation du potentiel mixte

En 1964, dans le journal *Quarterly of Applied Mathematics*, R.K. Brayton et J.K. Moser (BM) ont proposé une approche mathématique pour étudier les systèmes RLC non-linéaires qui se base sur une fonction appelée le " *potentiel mixte*" $P(i,v)$ [Brayton et Moser, 1964a, Brayton et Moser, 1964b] et qui permet de modéliser un système électrique sous la forme (1.46) :

$$\begin{cases} L(i)\dfrac{di}{dt}(t) = \dfrac{\partial P(i,v)}{\partial i} \\ C(v)\dfrac{dv}{dt}(t) = -\dfrac{\partial P(i,v)}{\partial v} \end{cases} \tag{1.46}$$

$$P(i,v) = -A(i) + B(v) + (i, \gamma.v) \tag{1.47}$$

Dans leurs publications, ils expliquent comment construire le potentiel mixte d'un circuit et, si l'on peut le mettre sous la forme (1.47) avec γ une matrice de termes constants, alors sont proposés des théorèmes à son propos. Trois de ces théorèmes vont donner des conditions suffisantes pour prouver la stabilité asymptotique du système considéré. Ici, nous n'allons présenter qu'un seul de ces théorèmes : le cinquième qui propose des conditions dépendantes des non-linéarités du système.

Pour l'énoncer, on va utiliser la notation suivante : $M_x = \frac{\partial M}{\partial x}$ (et donc $M_{xx} = \dfrac{\partial^2 M}{\partial^2 x}$).

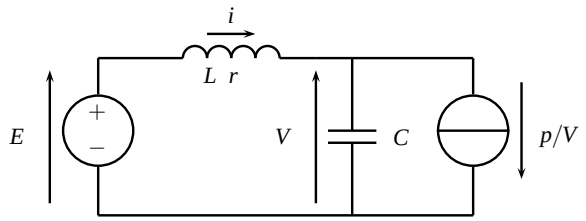

FIGURE 1.10 – Système électrique contenant une charge non-linéaire

Il stipule que si P peut se mettre sous la forme (1.47) avec des non-linéarités pouvant apparaître dans $A(i)$ et $B(v)$, alors on définit une fonction $P^*(i,v)$ exprimée en (1.48) avec μ_1 qui est la plus petite valeur propre de la matrice $L^{-1/2}A_{ii}L^{-1/2}$ pour tout i et μ_2 qui est la plus petite valeur propre de la matrice $C^{-1/2}A_{vv}C^{-1/2}$ pour tout v.

$$P^*(i,v) = (\frac{\mu_1 - \mu_2}{2})P(i,v) + \frac{1}{2}(P_i, L^{-1}P_i) + \frac{1}{2}(P_v, C^{-1}P_v) \tag{1.48}$$

Alors, en notant $\mu(M)$ la plus petite valeur propre de la matrice symétrique M on a le théorème suivant :

Théorème. *Si*

$$\mu(L^{-1/2}A_{ii}L^{-1/2}) + \mu(C^{-1/2}B_{vv}C^{-1/2}) > 0 \tag{1.49}$$

pour tout i et tout v et si

$$P^*(i,v) \to \infty \text{ quand } |i| + |v| \to \infty$$

alors toutes les solutions du système (1.46) convergent vers les solutions d'équilibre quand $t \to \infty$.

Ce théorème, s'il est respecté, va assurer que $P^*(i,v)$ est strictement décroissante sauf en son point d'équilibre. On retrouve donc une similitude entre le théorème 5 de BM et la théorie des fonctions de Lyapunov. On peut donc considérer que, si le système (1.46) est centré en l'origine du repère, alors la fonction P^* respectant le théorème 5 est une fonction de Lyapunov du système.

Exemple. On considère le système non-linéaire de la figure 1.10. On utilise la méthode proposée par BM dans [Brayton et Moser, 1964a] pour obtenir la fonction de potentiel mixte du système. Un cas quasi-similaire a été traité en [Griffo et al., 2008] et des cas plus complexes en [Liu et al., 2011].

Suivant la méthode proposée par BM, on commence par déterminer le potentiel courant dans chaque élément résistif.

Dans la source (batterie) on a :

$$\int_0^i E di = Ei \tag{1.50}$$

Dans la résistance on a :

$$\int_0^i -Ridi = -\frac{1}{2}Ri^2 \tag{1.51}$$

Et dans la charge on a :

$$-\int_0^{\frac{p}{v}} vd(\frac{p}{v}) = -\frac{p}{v}.v + \int_0^v \frac{p}{v}dv \tag{1.52}$$

Ensuite, on détermine le produit courant.tension dans la capacité :

$$-v.(i - \frac{p}{v}) \tag{1.53}$$

Finalement, le potentiel mixte du système est la somme de chaque élément soit :

$$P(i,v) = -\frac{1}{2}Ri^2 + \int_0^v \frac{p}{v}dv + i(E - v) \tag{1.54}$$

On peut en déduire, à partir de la forme générale donnée en (1.47) :

$$\begin{cases} A(i) = \frac{1}{2}Ri^2 - i.E \\ B(v) = \int_0^v \frac{p}{v}dv \\ \gamma = 1 \end{cases} \tag{1.55}$$

La vérification de la relation (1.49) du théorème 5 nous donne :

$$\begin{cases} \mu(L^{-1/2}A_{ii}L^{-1/2}) + \mu(C^{-1/2}B_{vv}C^{-1/2}) > 0 \\ \Leftrightarrow \frac{R}{L} - \frac{p}{C.v^2} > 0 \\ \Rightarrow v > \sqrt{\frac{Lp}{CR}} \end{cases} \tag{1.56}$$

La plus petite valeur de v possible en accord avec la relation (1.49) est donc :

$$v_{min} = \sqrt{\frac{Lp}{CR}} \tag{1.57}$$

On peut alors exprimer P^* en fonction de $\mu_1 = \frac{R}{L}$ et $\mu_2 = \frac{-p}{Cv_{min}^2}$:

$$P^*(i,v) = \frac{1}{2}(\frac{R}{L} + \frac{p}{Cv^2})P(i,v) + \frac{1}{2L}(E - v - Ri)^2 + \frac{1}{2C}(\frac{p}{v} - i)^2 \tag{1.58}$$

On montre donc avec ce théorème que la dérivée temporelle de P^* est négative tant que la tension reste supérieure à v_{min} et donc, une convergence de celle-ci ainsi que du système vers son point d'équilibre.

1.4.3 Modélisation de Takagi-Sugeno, détermination d'une fonction de Lyapunov

Comme il l'a été évoqué, trouver une fonction de Lyapunov correspondante au système est un bon moyen d'étudier sa stabilité "grand-signal". La question est donc de savoir comment la trouver. Dans sa thèse, D.Marx [Marx, 2009] a donné un élément de réponse à cette question en proposant de modéliser un système non-linéaire par un modèle de Takagi-Sugeno (TS) [Takagi et Sugeno, 1988] dont une forme générale est donnée par (1.59). Ceci va permettre, sous réserve de la résolution d'un système d'inégalités matricielles linéaires (LMI) propre au modèle de TS, d'obtenir une fonction de Lyapunov quadratique.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i(z(t))[A_i x(t) + B_i u(t)] \\ Y(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \tag{1.59}$$

Le principe de la modélisation sous la forme TS est de considérer un modèle non-linéaire comme la somme pondérée de n modèles linéaires. Cette modélisation va donc permettre de transposer un problème non-linéaire en une somme de problèmes linéaires. La pondération des sous-modèles se fait via les fonctions d'activations μ_i qui sont fonctions de l'état du système. Ces fonctions d'activations doivent respecter la propriété de somme convexe (1.60).

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \mu_i(z(t)) = 1 \\ \mu_i(z(t)) \geqslant 0, \forall t \end{cases} \tag{1.60}$$

Pour modéliser les non-linéarités dues aux termes à puissance constante, [Marx, 2009] propose d'utiliser le lemme suivant :

Lemme. *Si l'on a $\forall x \in [-b,a]$ avec (a,b), $i \in \Re^{+2}$ et $f(x) : [-b,a] \mapsto \Re$ bornée sur $[-b,a]$, alors il existe deux fonctions F_1 et F_2 ainsi que deux réels α et β telles que :*

$$\begin{cases} F_i : [-b,a] \to [0,1],\ i =\in \{1,2\} \\ x(t) \mapsto F_i(x(t)) \\ F_1(x(t)) + F_2(x(t)) = 1 \\ f(x(t)) = \alpha F_1(x(t)) + \beta F_2(x(t)) \end{cases} \tag{1.61}$$

Cette méthode est intéressante dans le sens où les non-linéarités des réseaux embarqués sont en général dues aux CPL. La modélisation sous forme de TS d'un système contenant N CPL correspondra donc à considérer N fois la même non-linéarité de manière identique.

La détermination d'une fonction de Lyapunov se fera ensuite à l'aide de la résolution d'un système de LMI. En effet, le système (1.59) est asymptotiquement stable si l'on peut trouver une matrice symétrique P définie positive telle que le système de LMI (1.62) est vérifié [Chadli, 2002, Boyd et al., 1994, Tanaka et al., 1998]. Une fonction de Lyapunov propre au système

sera alors donnée par la forme (1.63).

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_i^t P + PA_i < 0 \ \forall i = 1...n \end{cases} \tag{1.62}$$

$$V(X(t)) = X^t(t)PX(t) \tag{1.63}$$

Cette méthode permet donc d'obtenir une fonction de Lyapunov quadratique pour tous les systèmes non-linéaires sous réserve de trouver une solution au système de LMI imposé par la modélisation de TS. Pour cela, il faut trouver une matrice solution P qui satisfasse l'ensemble des LMI. La résolution d'un tel système va engendrer un conservatisme propre à la méthode.

De plus, la forme de TS d'un système non-linéaire à N non-linéarités étant composée de 2^N sous-modèles, plus le nombre de non-linéarités présentes dans le système sera important et plus la difficulté de la résolution du système de LMI sera complexe et conservative.

Exemple. On considère le système non-linéaire de la figure 1.10 et dont la forme d'état est donnée par (1.64). On utilise la méthode proposée par D.Marx dans sa thèse et publiée en [Marx et al., 2009]. La méthode se base sur la modélisation sous forme de TS d'un système électrique comportant une forme non-linéaire en $1/v(t)$ due à la considération d'une CPL dans le modèle.

$$\begin{cases} L\dfrac{di}{dt}(t) = -ri(t) - V(t) + E \\ C\dfrac{dV}{dt}(t) = i(t) - \dfrac{p}{V(t)} \end{cases} \tag{1.64}$$

On va centrer le système autour de son point de fonctionnement (i_0, V_0) en utilisant le changement de repère (1.65) :

$$\begin{cases} i(t) = i_0 + x_1(t) \\ V(t) = V_0 + x_2(t) \end{cases} \tag{1.65}$$

Le système (1.64) devient donc (1.66) :

$$\begin{cases} L\dot{x}_1(t) = -rx_1(t) - x_2(t) \\ C\dot{x}_2(t) = x_1(t) + \dfrac{p.x_2(t)}{(x_2(t) + V_0)V_0} \end{cases} \tag{1.66}$$

La non-linéarité considérée ici est $f(x_2(t)) = 1/(x_2(t) + V_0)$ et on peut écrire (1.66) sous la forme (1.67) avec $X(t) = [x_1(t) \ \ x_2(t)]^t$:

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{p}{CV_0}.f(x_2(t)) \end{bmatrix} X(t) \tag{1.67}$$

Pour avoir la forme de TS du système, il faut considérer la non-linéarité f. Pour cela, on utilise le Lemme présenté précédemment qui va permettre d'avoir une forme de TS pour f dans un intervalle borné.

Afin de répondre aux critères du Lemme, on se place dans l'intervalle $I = [x_{2min},\ x_{2max}]$ et on peut écrire f sous la forme (1.68) avec $f_{min} = f(x_{2max})$ et $f_{max} = f(x_{2min})$:

$$f(x_2(t)) = \frac{f(x_2(t)) - f_{min}}{f_{max} - f_{min}} \times f_{max} + \frac{f_{max} - f(x_2(t))}{f_{max} - f_{min}} \times f_{min} \tag{1.68}$$

En utilisant (1.68) on obtient la forme de TS du système (1.64). Celle-ci est donnée par la relation (1.69) :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \frac{f(x_2(t)) - f_{min}}{f_{max} - f_{min}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{p}{CV_0} f_{max} \end{bmatrix}}_{A_1} X(t) + \frac{f_{max} - f(x_2(t))}{f_{max} - f_{min}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-r}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{p}{CV_0} f_{min} \end{bmatrix}}_{A_2} X(t) \\ x_2(t) \in [x_{2min},\ x_{2max}],\ \forall t \end{cases} \tag{1.69}$$

On peut identifier les deux fonctions d'activations μ_1 et μ_2 :

$$\begin{cases} \mu_1(x_2(t)) = \frac{f(x_2(t)) - f_{min}}{f_{max} - f_{min}} \\ \mu_2(x_2(t)) = \frac{f_{max} - f(x_2(t))}{f_{max} - f_{min}} \end{cases} \tag{1.70}$$

On a donc obtenu la forme de TS du modèle non-linéaire (1.64). On voit que celui-ci se compose bien de deux sous-modèles dus à sa seule non-linéarité. La validité du multimodèle est délimitée par l'intervalle I. Il définit les variations maximales de la tension aux bornes de la capacité pour lesquelles le modèle (1.69) est valable.

Le système (1.69) sera asymptotiquement stable si l'on peut trouver une matrice symétrique P définie positive telle que le système de LMI (1.71) est vérifié. Une fonction de Lyapunov propre au système sera alors donnée par la forme (1.72).

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_1^t P + PA_1 < 0 \\ A_2^t P + PA_2 < 0 \end{cases} \tag{1.71}$$

$$V(x_1(t), x_2(t)) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \tag{1.72}$$

1.4.4 Détermination d'un bassin d'attraction à Partir d'une Fonction de Lyapunov

Le bassin d'attraction d'un système définit un domaine dans lequel la trajectoire du système va, dans tous les cas, converger jusqu'à un point d'équilibre stable contenu dans celui-ci. La notion de bassin d'attraction est très importante dans la considération "grand-signal" de la stabilité car elle va définir une zone autour du point de fonctionnement dans laquelle le système pourra aller suite à une quelconque perturbation tout en étant certain qu'il reviendra au point d'équilibre.

Afin de déterminer le bassin d'attraction d'un système, une méthode consiste à considérer le système inverse de celui qui est étudié ($\dot{X}(t) = -f(X(t))$) et, pour un point initial proche du point d'équilibre, de le résoudre de manière numérique. Ainsi, si un domaine d'attraction existe autour du point de fonctionnent, alors les variables d'état du système inverse convergerons vers sa frontière. Cette méthode, illustrée en [Marx et al., 2011] est très efficace et simple à mettre en oeuvre mais ne propose qu'une solution graphique du problème, ce qui limite son application aux cas d'ordre peu élevé.

Une autre méthode est d'utiliser une fonction de Lyapunov. En effet, si l'on considère une fonction de Lyapunov V quadratique définie sur un intervalle $I \in \Re^n$ borné propre à un système $S \in \Re^n$, alors des bassins d'attraction de S peuvent en être déduits. Ils correspondent à tous les équipotentiels de V dans I. Afin d'avoir le plus grand bassin possible, on s'appliquera à déterminer la plus grande équipotentielle de V dans I.

Afin de trouver qu'elle est le plus grand équipotentiel, plusieurs méthodes peuvent être utilisées selon les cas et l'ordre du problème. Les deux méthodes proposées pour obtenir une fonction de Lyapunov sont valables tant que l'on respecte certaines contraintes qui sont données par la relation (1.49) pour la méthode basée sur la théorie de BM et sur les intervalles dans lesquels la résolution du système de LMI (1.62) est faisable pour la méthode basée sur les mutimodèles. Il semble évident que, les fonctions de Lyapunov étant quadratiques et strictement décroissantes selon les variables, le plus grand équipotentiel se trouve sur ces contraintes. On cherchera donc à trouver les variables restantes qui maximisent la fonction. Pour celà, on pourra utiliser les outils classiques d'analyse comme cela est fait dans les deux premiers exemples où alors, utiliser un Lemme qui permet de prouver qu'une ellipsoïde est incluse dans un polyèdre. Avant d'énoncer ce lemme, on rappelle les définitions suivantes concernant les ellipsoïdes et les polyèdres.

Une ellipsoïde $\mathcal{E}$ peut se définir ainsi :

$$\mathcal{E} \quad = \quad \{x \in \Re^n \ : \ (x - x_0)^t P (x - x_0) \leq 1\} \tag{1.73}$$

avec $P > 0$ et x_0 le centre de l'ellipsoïde.

De même, étant donné un ensemble de vecteurs a_i et de scalaires b_i, un polyèdre $\mathcal{P}$ peut se définir de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \{x \in \Re^n \ : \ a_i^t.x \leq b_i, \ i = 1, \dots p\} \\ &= \{x \in \Re^n \ : \ a.x \leq b\} \end{aligned} \tag{1.74}$$

avec $a = [a_1^t \dots a_p^t]^t$ et $b = [b_1 \dots b_p]^t$.

Le Lemme est le suivant [Khansah, 2007] :

Lemme. *L'ellipsoïde $\mathcal{E}$ est incluse dans le polyèdre $\mathcal{P}$ si et seulement si $\forall i \in [1, p]$:*

$$\begin{bmatrix} P & a_i \\ a_i^t & (b_i - a_i^t.x_0)^2 \end{bmatrix} > 0 \tag{1.75}$$

Ce Lemme est intéressant car il n'est pas restrictif (*si et seulement si*) et va permettre de déterminer, pour les ordres élevés, la plus grande valeur de la fonction de Lyapunov incluse dans le polyèdre défini par les contraintes données par la méthode choisie. Son utilisation va être illustrée par un exemple. Pour des détails quand à sa preuve, on peut se rapporter à [Khansah, 2007].

Exemple. Le premier exemple est inspiré de [Griffo et al., 2008]. Il traite le cas où l'on utilise le théorème 5 de BM pour obtenir la fonction P^*. Celle-ci peut être assimilée à une fonction de Lyapunov non centrée en l'origine du système. On rappelle l'expression de P^* (1.58) valable pour $v > v_{min} = \sqrt{\frac{Lp}{CR}}$:

$$P^*(i,v) = \frac{1}{2}(\frac{R}{L} + \frac{p}{Cv^2})P(i,v) + \frac{1}{2L}(E - v - Ri)^2 + \frac{1}{2C}(\frac{p}{v} - i)^2$$

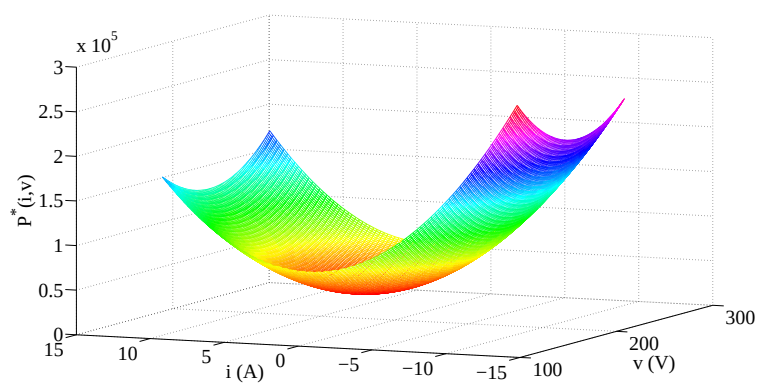

FIGURE 1.11 – Tracé de P^* pour $p = 300W$, $L = 39.5mH$, $C = 500\mu F$, $R = 0.74\Omega$ et $E = 200V$

On va déterminer la valeur de i telle que $P^*(i, v_{min})$ soit maximale. Pour cela on résout l'équation (1.76) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P^*(i, v_{min})}{\partial i} = 0 \\ \Leftrightarrow \ i_{min} = \dfrac{\dfrac{-1}{2}[\dfrac{p}{Cv_{min}^2} - \dfrac{R}{L}] + \dfrac{p}{Cv_{min}}}{\dfrac{-R}{2}[\dfrac{p}{Cv_{min}^2} - \dfrac{R}{L}] + \dfrac{1}{C}} \end{cases} \tag{1.76}$$

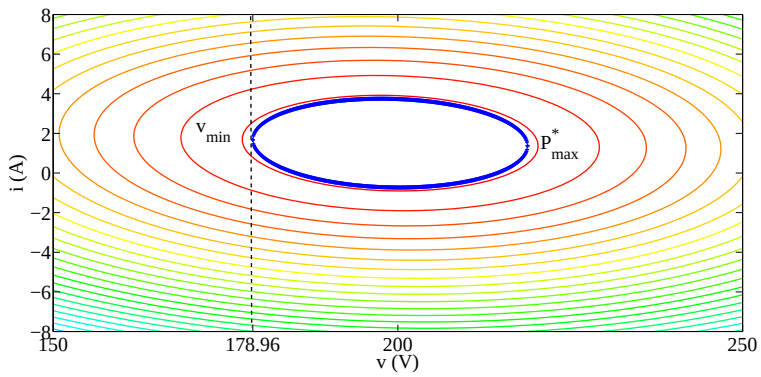

FIGURE 1.12 – Tracé des équipotentiels de P^* pour $p = 300W$, $L = 39.5mH$, $C = 500\mu F$, $R = 0.74\Omega$ et $E = 200V$

On peut définir $P^*_{max} = P^*(i_{min}, v_{min})$ qui correspond au plus grand équipotentiel que l'on peut avoir en respectant la condition donnée par v_{min} qui assure la convergence du système. La Fig.1.12 montre une courbe de niveaux de la fonction P^*. Dessus est représenté l'équipotentiel correspondant à la valeur P^*_{max} qui est entièrement compris dans le plan $v > v_{min}$.
Le bassin d'attraction du système obtenu est l'ellipse correspondante à la courbe de niveau $P^* = P^*_{max}$.

Exemple. Dans ce second exemple, on va obtenir le bassin d'attraction à partir de la fonction de Lyapunov donnée par l'approche multimodèle de TS. La forme quadratique de Lyapunov est donnée en (1.72). De manière analogue au premier exemple, on détermine le plus grand équipotentiel contenu dans l'intervalle de validité de la fonction de Lyapunov. Dans ce cas là, le domaine de validité est défini par l'intervalle $I = [x_{2min},\ x_{2max}]$ utilisé pour la modélisation de TS du modèle non-linéaire.

La valeur maximale de V va se déterminer en $x_2(t) = x_{2min}$ pour une valeur x_{1min} qu'il faut déterminer. Pour cela on peut utiliser la méthode analytique en résolvant l'équation (1.77) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V(x_1, x_{2min})}{\partial x_1} = 0 \\ \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x_1}\left(\begin{bmatrix} x_1 & x_{2min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_{2min} \end{bmatrix}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x_1}\left(a_{11}x_1^2 + 2a_{21}x_1x_{2min} + a_{22}x_{2min}^2\right) = 0 \\ \Rightarrow x_{1min} = \dfrac{-a_{21}}{a_{11}} x_{2min} \end{cases} \tag{1.77}$$

La valeur maximale de V qui donnera la référence de l'équipotentiel représentant le bassin d'attraction sera $V_{max} = V(x_{1min}, x_{2min})$. La Fig.1.13 montre la fonction quadratique de Lyapunov V dont les courbes de niveaux sont représentées sur la Fig.1.14. Sur la Fig.1.14 est aussi représenté le plus grand équipotentiel de V dans $I = [x_{2min},\ x_{2max}]$.

Exemple. Ce troisième exemple va illustrer l'utilisation du Lemme (1.75) pour obtenir la valeur de V_{max} déterminant le plus grand bassin obtenu à partir de la modélisation de TS. Le principe est de chercher qu'elle est la plus grande ellipse contenue dans le polyèdre défini par x_{2min} et x_{2max}.

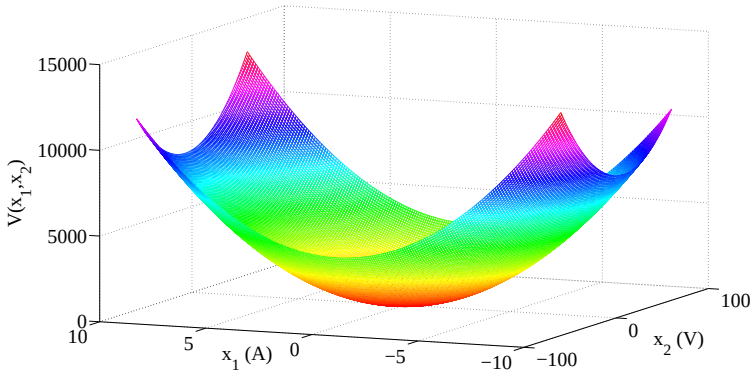

FIGURE 1.13 – Tracé de V pour $p = 300W$, $L = 39.5mH$, $C = 500\mu F$, $R = 0.74\Omega$ et $E = 200V$

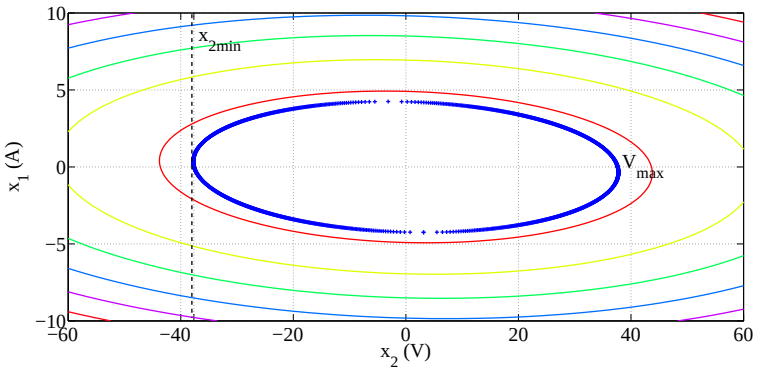

FIGURE 1.14 – Tracé des équipotentiels de V pour $p = 300W$, $L = 39.5mH$, $C = 500\mu F$, $R = 0.74\Omega$ et $E = 200V$

La première chose à faire est d'exprimer mathématiquement le polyèdre. Pour cela, il faut définir l'espace compris entre $-x_{2min}$ et x_{2max} tel qu'on le voit sur la Fig.1.15. Ceci se traduit mathématiquement par :

$$\begin{cases} a_1 = & [0 \quad 1]^t \ et \ b_1 = & x_{2max} \\ a_2 = & [0 \quad -1]^t \ et \ b_2 = & -x_{2min} \end{cases} \tag{1.78}$$

La condition 1 permet de définir la zone telle que les x_2 soient inférieurs à x_{2max} alors que la condition 2 impose aux x_2 d'être supérieurs à x_{2min}.

Une fois que l'on a caractérisé le polyèdre "contraintes", on va placer dans une boucle itérative augmentant la valeur de V_{max} (et donc la taille de l'ellipse) une condition vérifiant si oui ou non le lemme est respecté. La dernière itération de cette boucle nous donnera la valeur maximale (au pas itératif près) de V_{max}.

La Fig.1.16 montre le bassin obtenu avec l'utilisation de cette méthode. Le pas d'incrémentation sur V_{max} a été fixé à 1. On voit que le bassin obtenu est identique à celui obtenu par le calcul analytique de V_{max} ce qui confirme la méthode utilisée.

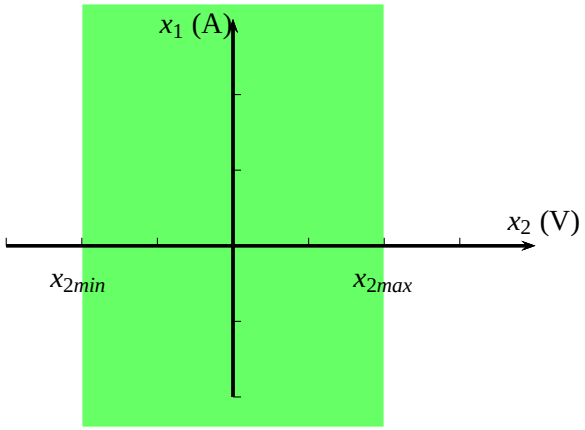

FIGURE 1.15 – Polyèdre "contrainte" dans lequel peut se trouver l'ellipse

L'utilisation de la "méthode du polyèdre" ne se justifie pas pour l'ordre 2 où la résolution analytique fonctionne très bien. Néanmoins, pour les systèmes d'ordre plus élevé, cette méthode s'avère beaucoup plus simple à mettre en place qu'une résolution analytique et permettra d'obtenir facilement la plus grande valeur de V définissant le bassin d'attraction du système.

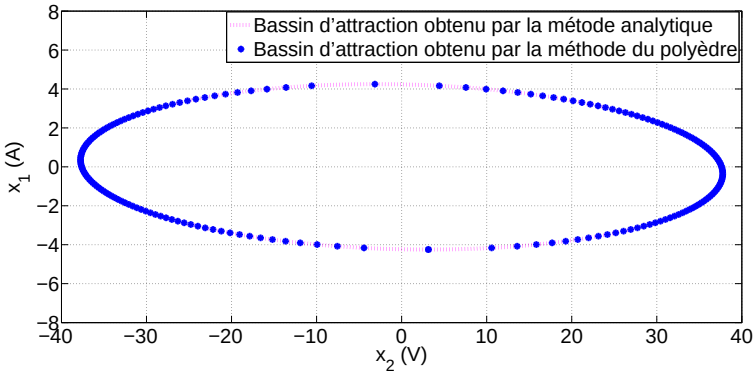

FIGURE 1.16 – Tracé du bassin d'attraction pour $p = 300W$, $L = 39.5mH$, $C = 500\mu F$, $R = 0.74\Omega$ et $E = 200V$

La taille du bassin obtenu va dépendre de la fonction de Lyapunov utilisée. Or, les deux méthodes présentées précédemment pour déterminer des fonctions de Lyapunov introduisent des inégalités qui les rendent conservatives. C'est-à-dire que pour les points d'équilibres stables situés proches des limites de stabilité du système, on risque de ne pas pouvoir trouver de fonction de Lyapunov.
Ce conservatisme présent sur les fonctions de Lyapunov va se retrouver sur les bassins d'attraction. La taille du plus grand bassin qui pourra être déterminé sera inférieure à la taille réelle du bassin.

Comme on peut le remarquer sur la Fig.1.17, le bassin obtenu avec l'approche de TS est plus grand que celui obtenu avec l'approche de BM. La résolution des LMI propres au multimodèle (1.69) est moins

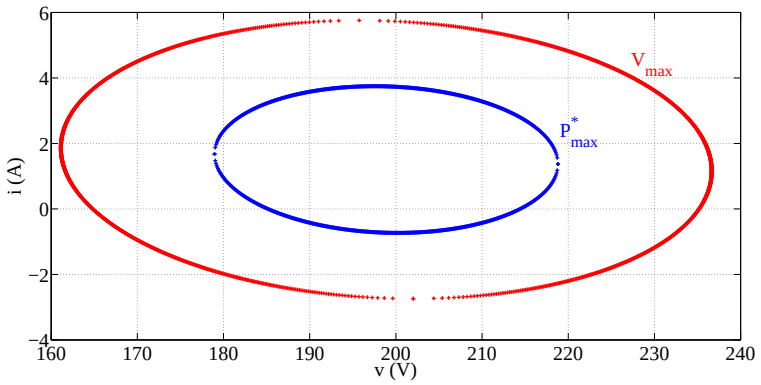

FIGURE 1.17 – Comparaison de la taille des deux bassins d'attractions obtenus avec la méthode de TS (en rouge) et celle de BM (en bleu) pour $p = 300W$, $L = 39.5mH$, $C = 500\mu F$, $R = 0.74\Omega$ et $E = 200V$.

conservative que l'utilisation du théorème 5 de BM. De plus l'approche de TS permet de considérer facilement l'ajout de non-linéarités dues à la commande comme dans le cas de l'utilisation d'un stabilisateur [Magne et al., 2010]. Dans ce cas là, l'approche de type TS permettra toujours d'obtenir un bassin d'attraction contrairement à l'approche de BM qui ne considère qu'un modèle circuit du système à étudier.

Conclusion sur les méthodes d'étude non-linéaires de la stabilité

Cette partie a proposé et présenté diverses méthodes pour étudier la stabilité des systèmes non-linéaires. La première conclusion que l'on peut faire est que le principe de l'ensemble de ces méthodes est le même ; c'est-à-dire qu'il consiste en la recherche et en la construction d'une fonction à partir du modèle à étudier qui permettra ensuite de conclure sur la convergence de son modèle non-linéaire d'origine. Une telle fonction s'appelle, sous certaines conditions, une Fonction de Lyapunov.

Dès lors que l'on possède une telle fonction, on peut dire que l'on a prouvé la stabilité "grand-signal" du système mais il reste à définir le "grand". En effet, "grand" ne veut pas dire grand chose si ce n'est que l'on va pouvoir le quantifier contrairement au "petit" correspondant au cas "petit-signal". Afin de quantifier le domaine de stabilité du système, on va donc exploiter la fonction de Lyapunov obtenue pour déterminer le plus grand bassin d'attraction possible au système. Ceci permettra de définir et de quantifier sa zone de convergence.

L'obtention du bassin d'attraction a été détaillée et illustrée dans le cas d'un système de dimension 2. On a vu qu'il existait plusieurs méthodes pour obtenir la taille du bassin dont une, celle dite du "polyèdre" qui est particulièrement intéressante car elle ne nécessite que peu de calculs, et ce quelque soit la dimension du bassin recherché. Sa mise en place consiste simplement en la définition du polyèdre donné par la résolution LMI et la vérification d'une simple relation matricielle.

En dernier lieu, il ne faut pas oublier que les méthodes présentées ici sont toutes conservatives. C'est-à-dire qu'elles ne permettent d'obtenir qu'une approximation du bassin d'attraction.

1.5 Présentation des méthodes de stabilisation

Comme il l'a été présenté, l'interaction autour des bus DC entre les systèmes électriques peut être instable. Afin de protéger le système contre ce risque d'instabilité, plusieurs solutions sont envisageables. La première, dite "passive" va consister à dimensionner les éléments passifs du système de manière à assurer sa stabilité. Différentes structures de filtre d'entrée pourront aussi être utilisées afin de maximiser l'impact sur la stabilité du système. Néanmoins, l'utilisation de telles méthodes va augmenter la taille (poids, masse) du système ce qui pourra être très pénalisant pour certaines applications telle l'aéronautique. Dans ces cas là, on pourra envisager l'implémentation de commandes stabilisantes sur le système. Celles-ci pourront être de natures différentes suivant que le bus DC sera régulé ou non.
Cette partie va présenter ces différentes approches possibles en s'appuyant sur les publications parues à ce jour. Les méthodes présentées ne seront pas détaillées mais on pourra se tourner vers les références données pour plus de précisions.

1.5.1 Méthodes de stabilisation passives

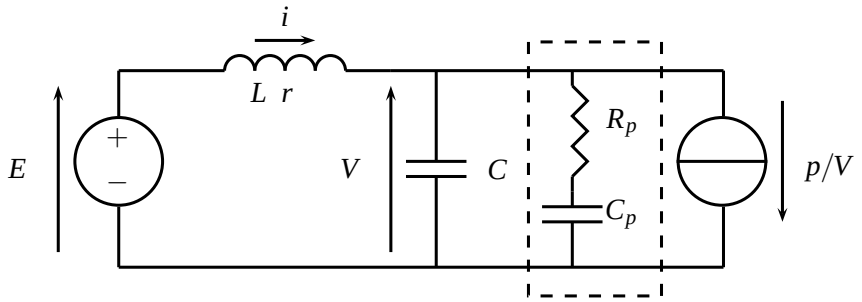

FIGURE 1.18 – Ajout d'un filtre RC parallèle

Afin d'augmenter de manière passive la stabilité du système de la Fig.1.10, on peut ajouter un filtre au système. Celui-ci devra augmenter l'amortissement du bus continu et ainsi accroître sa stabilité. C'est ce qui est proposé en [Cespedes et al., 2010] où l'auteur propose d'étudier l'ajout de trois structures de filtres différentes : RC parallèle, RL parallèle et RL série. L'auteur montre que seule la structure "RC parallèle" (cf.Fig.1.18) parvient à stabiliser efficacement le système. L'ajout de ce filtre est aussi étudié et proposé en [Girinon, 2010]. Dans les deux cas, les auteurs soulignent à juste titre qu'une telle solution va accroître la taille du système.

1.5.2 Méthodes de stabilisation actives dans le cas où le bus DC n'est pas régulé

Afin d'augmenter la stabilité du système sans modifier sa structure ni augmenter sa taille et son poids, il est possible d'implémenter un retour d'état stabilisant sur la charge du système. En effet, l'impact déstabilisant des CPL peut être justifié par le fait que la commande de la charge va imposer à celle-ci de fournir une puissance (par exemple mécanique) quelque soit l'état des variables électriques du réseau. La commande va compenser les variations de charges (frottements...) mais ne va pas tenir compte des variations du bus continu. L'idée d'implémenter une commande stabilisante est donc de donner l'information concernant l'état des variables électriques du système à la commande afin qu'elle puisse l'utiliser pour générer un signal ($\tilde{p}$) qui, une fois additionné à la puissance de référence, va augmenter la stabilité du système. Le principe de ce type de commande est résumé sur la Fig.1.19. Cette approche a été utilisée dans l'ensemble de ces publications [Awan et al., 2009a, Awan et al., 2009b, Lee et Sul, 2009, Liu et al., 2007,

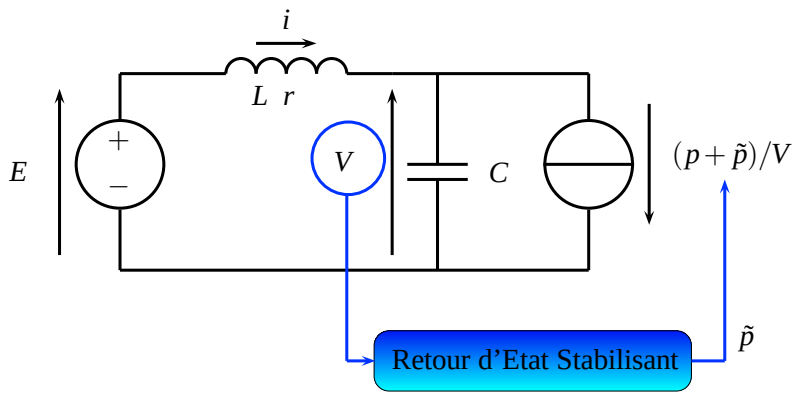

FIGURE 1.19 – Implémentation d'un retour d'état stabilisant sur la charge

Magne et al., 2010, Liutanakul et al., 2010].

Cette approche nécessite de pouvoir modifier la référence de puissance de la charge. La perturbation doit ainsi être la plus petite possible afin d'avoir le moins d'influence possible sur la charge. Or, il est évident que plus on va vouloir "stabiliser" un système et plus le signal stabilisant sera fort. Un bon compromis devra donc être trouvé dans le dimensionnement du stabilisateur et ceci va nécessiter d'avoir des méthodes de stabilisation facilement réglables. C'est ce critère qui va séparer les méthodes proposées en deux parties. La première comporte les méthodes se basant sur l'émulation par la commande d'éléments passifs dans le système. La seconde comporte les autres méthodes.

Méthodes par implémentation d'impédances virtuelles

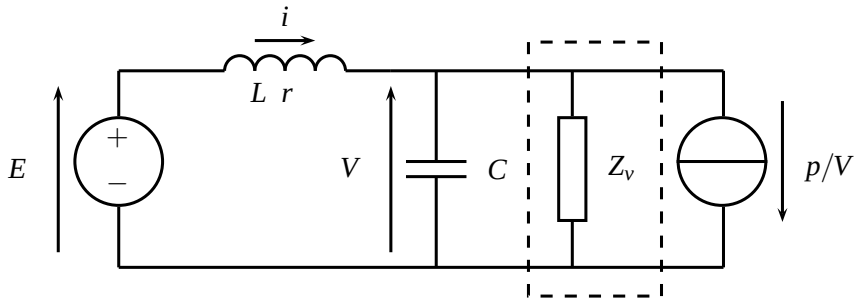

FIGURE 1.20 – Implémentation d'une impédance virtuelle

Parmi les méthodes de stabilisation active agissant sur la charge on peut ressortir plusieurs méthodes s'appuyant sur le même principe qui est d'émuler une impédance virtuelle par la commande [Lee et Sul, 2009, Awan et al., 2009b, Magne et al., 2010]. Ainsi, le système muni de sa commande stabilisante sera équivalent à un système électrique comportant une impédance virtuelle (Z_v) comme cela est représenté sur la Fig.1.20. Ce principe présente comme principal avantage de pouvoir proposer un dimensionnement clair et instinctif à l'utilisateur. En effet, afin d'améliorer la stabilité du système il suffira d'augmenter la taille de la "capacité virtuelle" ou de la "résistance virtuelle".

Ces méthodes de stabilisation sont généralement non-linéaires et leur impact sur la stabilité du système peut être étudié en utilisant les outils linéaires ou non-linéaires présentés. Par exemple, en

[Magne et al., 2010], une étude de l'influence de l'implémentation d'une "capacité virtuelle" sur la taille du bassin d'attraction du système est faite en utilisant l'approche de Takagi-Sugeno.

Autres méthodes

Les autres méthodes disponibles dans la littérature peuvent présenter l'implémentation d'un correcteur linéaire comme cela est fait en [Liutanakul et al., 2010, Liu et al., 2007]. Dans ces cas là, l'impact du stabilisateur sur la stabilité du nouveau système s'étudie par l'étude de l'influence de la commande sur l'impédance d'entrée de la charge.

Une autre approche a été présentée en [Awan et al., 2009a]. Dans celle-ci est proposée une linéarisation entrée/sortie du système non-linéaire original. Ensuite, un retour d'état spécifique basé sur le critère du cercle est proposé. L'avantage d'une telle méthode est de pouvoir proposer un stabilisateur dont le dimensionnement est indépendant du point de fonctionnement, assurant ainsi la stabilité globale du système. Malheureusement, son dimensionnement est très peu intuitif et son réglage peu simple. Ce principe sera repris dans le chapitre 3 pour proposer une autre structure de stabilisateur.

1.5.3 Méthodes de stabilisation actives dans le cas où le bus DC est régulé

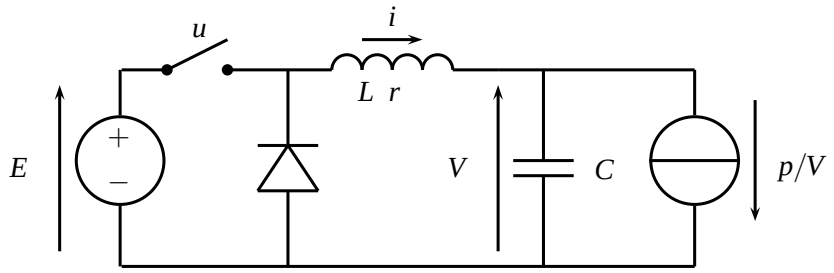

FIGURE 1.21 – Charge à puissance constante alimentée par un convertisseur DC/DC

La dernière approche proposée est envisageable quand on est en présence d'une CPL alimentée par un convertisseur DC/DC dont la commande est accessible (cf.Fig.1.21). Dans ce cas là, le système à stabiliser possède une nouvelle variable de commande (u). Il est alors possible d'intégrer des contraintes sur la stabilité du système dans la commande du convertisseur DC/DC afin d'améliorer son amortissement. L'utilisation de telles méthodes a débuté il y a plusieurs dizaines d'années avec la considération de la stabilité "petit-signal" du système [Gadoura et al., 1998, Ciezki et Ashton, 1998] mais aussi "grand-signal" [Sanders et Verghese, 1992]. Plus récemment, ces travaux ont été complétés par de nouvelles approches traitant de la stabilisation "grand-signal" de ces systèmes [Kwasinski et Krein, 2007, Rivetta et al., 2006, Rahimi et Emadi, 2009b, Rahimi et al., 2010, Zhao et Qiao., 2011]. Ces méthodes proposent des lois de commandes non-linéaires intégrant la stabilité du système dans leur dimensionnement. Pour cela, [Kwasinski et Krein, 2007] se base sur les propriétés de passivité du système, alors que [Rivetta et al., 2006] et [Zhao et Qiao., 2011] utilisent des commandes glissantes pour augmenter la stabilité du système. Dans [Rahimi et Emadi, 2009b] et [Rahimi et al., 2010], les auteurs proposent l'implémentation d'un gain compensant le terme non-linéaire propre à la CPL et source de l'instabilité. D'autres méthodes et techniques sont aussi présentées en [Khaligh, 2008, Khaligh et al., 2008].

L'intérêt des ces méthodes est que l'on n'a pas besoin de modifier la référence de la CPL pour assurer la stabilité du système. On va ajuster la réponse en tension du bus DC afin de pouvoir répondre aux contraintes

imposées par la CPL en terme de stabilité. Néanmoins, toutes ces méthodes ne concernent que les cas des systèmes contenant un seul bus DC et une CPL. Leur extension aux systèmes contenant plusieurs bus et plusieurs charges n'a pas encore été abordée.

1.5.4 Conclusion sur les méthodes de stabilisation

Trois "familles" de méthodes se basant toutes sur des principes différents ont été présentées. Comme bien souvent, chacune de ces méthodes possède ses avantages et ses inconvénients et conviendra plus ou moins selon le contexte d'application. La première méthode consiste simplement à installer un filtre devant la CPL. Cette méthode ne nécessite pas de modification de la commande du système et convient bien pour traiter les cas où ni la commande de la CPL ni celle du réseau ne sont accessibles. Néanmoins, elle va rajouter du poids et de la taille au système.

La deuxième approche consiste à adapter la commande de la CPL à son impact sur la stabilité du réseau. Naturellement, ceci nécessite d'avoir accès au contrôle de la charge. Cette méthode, si elle doit être appliquée, doit donc être considérée dans la mise en place de la commande des charges et ne sera donc pas toujours envisageable. Elle présente néanmoins l'avantage de pouvoir être installée sur l'ensemble des charges d'un réseau traitant ainsi "localement" l'impact de chaque CPL sur celui-ci.

La troisième approche s'applique aux configurations où on est en présence d'un bus régulé et où on a accès à sa commande. Dans ce cas là, il est possible d'implémenter des lois de commandes sur le bus qui prennent en compte, que ce soit avec l'ajout de termes compensatoires ou de commandes non-linéaires spécifiques (commandes glissantes), l'impact déstabilisant de la CPL sur le système et d'augmenter ainsi la stabilité de celui-ci.

Ces méthodes sont des solutions différentes qui vont s'appliquer différemment selon les applications. La première méthode sera une réaction au problème d'instabilité alors que les deux autres sont des anticipations de celui-ci.

1.6 Conclusion

Ce premier chapitre bibliographique a premièrement proposé une introduction sur les CPL et leur comportement autour d'un point de fonctionnement. Le terme de résistance négative qui lui est associé est explicité et introduit dans l'étude de la stabilité d'un système composé d'un filtre d'entrée et d'une CPL. Cela fait apparaître l'existence d'une puissance limite que le système peut supporter avant de devenir instable. On voit ainsi que la puissance maximale que peut fournir un réseau DC à sa charge ne dépend pas que de la puissance de sa source mais aussi de sa structure.

Ensuite, deux parties très bibliographiques ont présenté les différentes méthodes que l'on peut utiliser pour étudier la stabilité d'un système, linéaire ou non. Dans un premier temps les méthodes linéaires sont énumérées. On voit que, outre les méthodes "classiques" qui consistent d'abord en une modélisation du système et ensuite à vérifier la définition de stabilité du système (étude des valeurs propres, des pôles), il existe d'autres méthodes comme celles basées sur la spectroscopie d'impédance qui permettent une approche plus "pratique" de l'étude de stabilité. Ces approches sont basées sur l'étude de l'interaction fréquentielle entre les sous-systèmes. L'avantage de ces méthodes est qu'elles reposent sur des spécifications expérimentalement mesurables et propres à certaines parties isolées du système complet. Il est donc possible de définir des gabarits dans lesquels les impédances d'entrée et sortie des sous-systèmes doivent rentrer pour garantir des interactions stables.

Les méthodes non-linéaires permettant d'obtenir des considérations "grand-signal" de la stabilité ont ensuite été présentées. La première de ces méthodes consiste à utiliser le Potentiel Mixte de Brayton-Moser pour définir des relations à respecter assurant la convergence du système. La seconde approche consiste à modéliser le système non-linéaire sous une forme de Takagi-Sugeno et d'utiliser cette dernière pour obtenir une forme quadratique de Lyapunov du système. Celle-ci sera valable dans un polyèdre défini par la résolution d'un système de LMI. L'utilisation d'un Lemme permettant de prouver facilement, et ceux pour les ordres aussi supérieurs à 3, que la forme quadratique de Lyapunov est à l'intérieur du polyèdre va permettre de définir le bassin d'attraction du système. L'utilisation couplée de ces deux méthodes (*modélisation sous forme de TS + résolution des LMI / utilisation du Lemme*) donne une méthodologie intéressante pour l'étude "grand-signal" des systèmes d'ordre élevé.

La dernière partie de ce chapitre a présenté les trois axes qui sont utilisés pour augmenter la stabilité d'un système électrique. Le premier n'est autre que la considération du phénomène de stabilité dans la conception et le dimensionnement du filtre d'entrée de la CPL. Cette méthode va néanmoins entraîner un surdimensionnement des éléments passifs, ce qui peut, dans certaines applications où le poids et le volume des systèmes sont très importants, s'avérer problématique. Les deux autres axes consistent à utiliser des lois de commande. Dans le cas où l'on est en présence d'un bus DC régulé, on peut adapter sa régulation afin de prendre en compte l'effet déstabilisant de la CPL. Si ce n'est pas le cas et si on a accès à la commande de la CPL, on peut aussi implémenter une commande stabilisante sur la CPL. Ceci pourra s'avérer plus ou moins contraignant selon la nature de la charge. Par exemple, si la CPL correspond à un élément de stockage (batterie, super-capacité) ou une charge thermique (radiateur électrique), alors modifier la référence de la CPL ne sera pas contraignant. A l'inverse, si les charges sont des actionneurs électriques et si injecter un signal stabilisant sur leur référence est acceptable alors cela devra être fait avec précaution.

Chapitre 2

Étude de la Stabilité d'un Réseau DC Multi-charge

Introduction

Dans le chapitre précédent des outils mathématiques, linéaires et non-linéaires,ont été présentés. Ils permettent d'étudier la stabilité des systèmes linéaires et non-linéaires tels que ceux qui peuvent modéliser les réseaux DC. Ce chapitre va proposer l'application de certains de ces outils à l'étude d'un réseau DC "type", c'est-à-dire comportant plusieurs bus DC, plusieurs filtres et plusieurs charges. Dans un premier temps, le réseau "type" proposé va être présenté. Il servira de support à la suite des études menées dans cette thèse.

Le réseau DC étudié est composé de trois charges de natures différentes, toutes asservies en puissance par des commandes respectives. Les trois charges sont les suivantes : une MSAP, un ensemble DC/DC débitant sur une charge résistive et une Super-Capacité (SC). Celles-ci sont connectées à un même bus DC soit directement (comme la SC) soit par l'intermédiaire d'un filtre LC (MSAP et charge résistive).

Ce chapitre est structuré comme tel, premièrement le réseau et ses charges vont être présentés. Les lois de commandes propres à chaque charge seront détaillées et une modélisation mathématique du réseau sera proposée. Ensuite, une étude "petit-signal" de sa stabilité sera faite pour analyser le rôle de chaque charge d'une part, et de pouvoir comparer deux méthodes d'étude d'autre part. L'ensemble des points de fonctionnement définis comme stables par utilisation de la spectroscopie d'impédance et des critères de robustesse (MGMP) sera comparé avec ceux définis par la méthode d'étude des valeurs propres.

Finalement, une troisième partie proposera une étude "grand-signal" de la stabilité du système. On appliquera la méthode de Takagi-Sugeno au réseau étudié et, à l'aide de la méthode du polyèdre, on proposera une formulation de sa zone de convergence.

2.1 Présentation du réseau DC étudié

2.1.1 Structure du réseau

Afin de pouvoir compléter les études théoriques sur la stabilité des réseaux DC, un réseau DC "type" a été défini et un banc a été développé au laboratoire. Le réseau DC comporte plusieurs charges dont l'une est une super-capacité connectée au réseau via un convertisseur réversible et pouvant donc stocker et envoyer de l'énergie sur le réseau. Son schéma électrique est donné par la Fig.2.2 et une photo du banc est proposée sur la Fig.2.1.

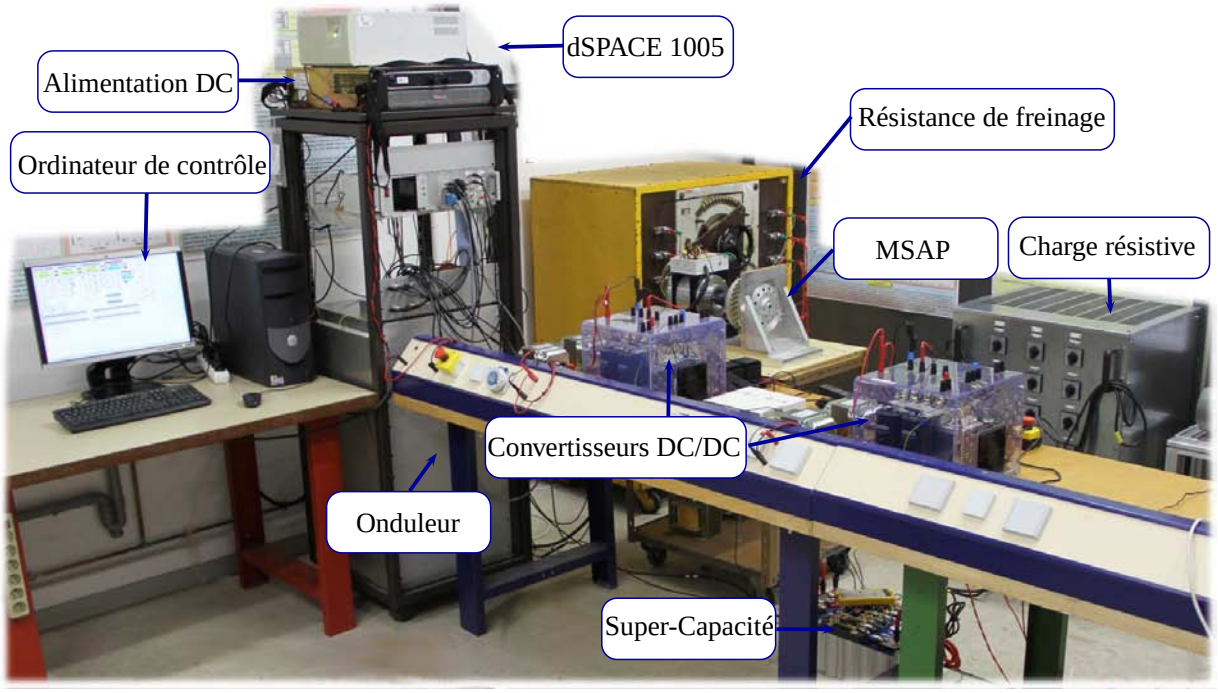

FIGURE 2.1 – Banc "Réseau DC" du Laboratoire GREEN

La source de tension continue du système est obtenue grâce à une alimentation stabilisée de 10kW. La tension à ses bornes est parfaitement constante et elle n'est pas régulée en puissance. Elle alimente le bus DC "principal" (aux bornes de C_n) via un filtre LC.
Les charges utilisées sont de trois types différents : il y a premièrement un ensemble onduleur/MSAP régulé en couple. Cette charge est caractéristique des réseaux aéronautiques embarqués. En effet, parmi les systèmes de l'avion susceptibles de devenir entièrement électrique, on trouve le système de freinage et le système dit de "commande de vol" qui permet l'orientation des gouvernes de vol. Dans ces deux systèmes, la puissance utile à l'avion est mécanique. Elle sera fournie par des actionneurs électriques alimentés par des convertisseurs de puissance.
La deuxième charge du réseau est elle constituée d'un convertisseur monodirectionnel DC/DC régulé en puissance et débitant sur une résistance. Cette charge est moins caractéristique que la précédente des réseaux aéronautiques embarqués mais propose l'avantage de ne pas injecter de perturbations d'origine mécanique sur le réseau.
Enfin, la dernière charge du réseau est constituée d'une super-capacité et d'un convertisseur DC/DC bidirectionnel en courant. L'ensemble est aussi régulé en puissance et permet d'absorber de l'énergie sur le réseau ainsi que d'en injecter.

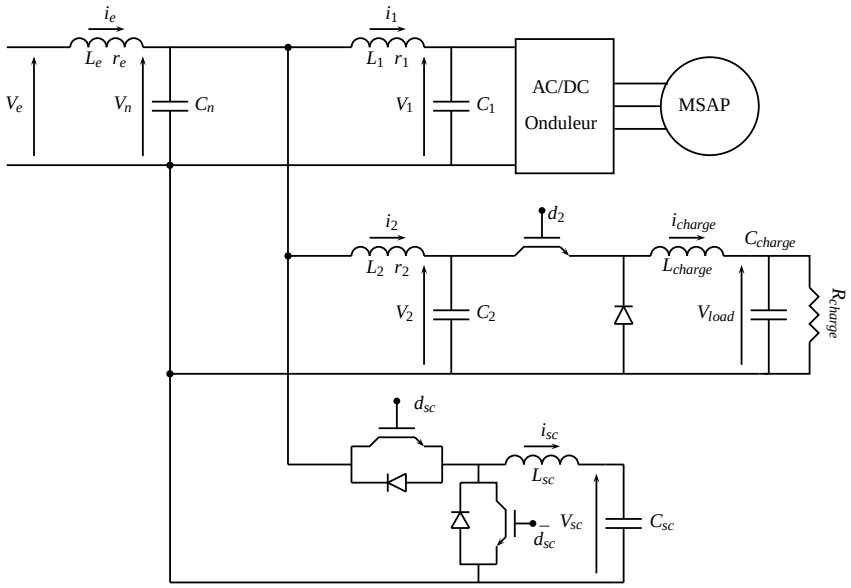

FIGURE 2.2 – Système étudié dans le cadre de la stabilisation des Réseaux DC

TABLE 2.1 – Valeurs des paramètres du banc

$V_e = 200\ V$	$C_1 = 500\ \mu F$
$r_e = 0.4\ \Omega$	$r_2 = 0.42\ \Omega$
$L_e = 17.3\ mH$	$L_2 = 19.6\ mH$
$C_n = 1050\ \mu F$	$C_2 = 1050\ \mu F$
$r_1 = 0.8\ \Omega$	$C_{sc} = 165\ F$
$L_1 = 40\ mH$	$L_{sc} = 1\ mH$
$C_{charge} = 65\ \mu F$	$L_{charge} = 1\ mH$
Fréquence de découpage 10 kHz	
Paire de pôles 4	
Résistance du stator 0.5 Ω	
Inductance du stator 3.1 mH	
Constante de couple 0.572 Nm/A	
Constante de frottement 14 $g.m^2/s$	
Constante d'inertie 3.7 $g.m^2$	

Les charges sont toutes connectées au bus DC principal. La MSAP et la charge résistive le sont à travers un filtre d'entrée. Ces filtres se justifient de deux manières : premièrement ils servent de filtres différentiels pour filtrer les harmoniques injectés par les convertisseurs sur le réseau. Deuxièmement, ils servent à modéliser l'inductance et la résistance dues à la longueur éventuelle des câbles. Enfin, la SC est elle directement connectée au bus DC.

Les valeurs des paramètres du banc sont données dans le tableau 2.1. On voit que celles-ci ne corres-

pondent pas à une application embarquée. En particulier, on note que les inductances sont élevées. Ces valeurs ont été choisies ainsi afin d'avoir un réseau peu amorti où l'on pourra facilement étudier les phénomènes d'instabilité sans avoir besoin de consommer des puissances trop importantes sur celui-ci. L'intérêt de ce banc étant de pouvoir valider des études et des outils portant sur la stabilité des réseaux DC, on se contentera de ces valeurs.

2.1.2 Modélisation du réseau

La stabilité d'un système correspond à une étude mathématique de celui-ci. Il faut donc s'assurer que l'on possède un modèle suffisamment précis pour permettre l'étude de sa stabilité. D'un point de vue fréquentiel, les phénomènes d'instabilité asymptotique étudiés ici se passent à la fréquence de résonance du système. Celle-ci est définie par les éléments passifs du système. En général, ceux-ci sont dimensionnés pour filtrer les fréquences de découpage des convertisseurs qui viennent polluer le système. En prenant comme base une fréquence de découpage de $10kHz$ et en prenant des fréquences de coupure inférieures au kilohertz, alors on peut dire qu'une bonne modélisation différentielle au sens des valeurs moyennes du réseau est suffisante pour les études de stabilité faites ici. Une approche haute fréquence du modèle n'est pas nécessaire dans ces conditions là pour une étude de stabilité asymptotique.
Le phénomène d'instabilité asymptotique étudié ici est aussi parfois nommé dans la littérature "*slow-scale instability*" qui est à mettre en opposition avec les phénomènes "*fast-scale instability*". Ces derniers traitent des cas où l'on ne peut séparer les constantes de temps entre la période d'oscillation du réseau et la fréquence de découpage. Dans ces cas là, une modélisation moyenne de la charge n'est plus suffisante et il est nécessaire de passer à une modélisation tenant compte de la fréquence de découpage comme proposé en [Chen et al., 2008, Gavagsaz-Ghoachani et al., 2011, Mazumder et al., 2001].

En ce qui concerne les différentes charges du réseau, elles seront modélisées comme des CPL. Cette modélisation, détaillée dans le premier chapitre, va donner une représentation restrictive des charges du point de vue de la stabilité du réseau. De plus, elle va permettre de découpler les études de stabilité du type de charge utilisé. Les études réalisées seront donc valables pour tout type de charge asservie en puissance, que ce soit des ensembles machines électriques/convertisseurs triphasés ou sources de stockages/convertisseurs continus.

Avec l'hypothèse des CPL, on redéfinit le réseau de la Fig.2.2 par celui de la Fig.2.3.

Modèle non-linéaire Le système défini par la Fig.2.3 peut se modéliser sous la forme non-linéaire (2.1). On voit que le modèle (2.1) comporte trois non-linearitées qui sont toutes dues aux CPL du système. Ce sont ces termes non-linéaires qui vont compliquer l'étude de la stabilité du système. Suivant les méthodes présentées dans le premier chapitre, on peut choisir de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement et se limiter à une étude "petit-signal" du problème ou alors utiliser des méthodes non-linéaires mais plus complexes pour avoir cette fois-ci une approche "grand-signal".

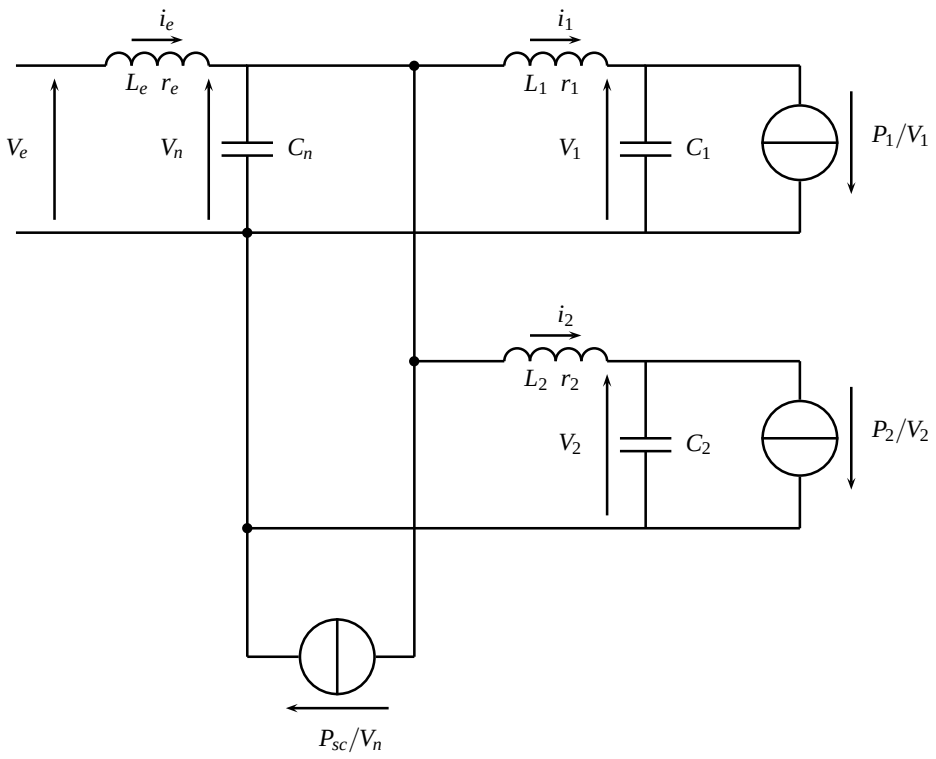

FIGURE 2.3 – Système étudié dans le cadre de la stabilisation des réseaux DC avec l'hypothèse des CPL

$$\begin{cases} L_e\dot{i}_e(t) = -r_e i_e(t) - V_n(t) + V_e \\ L_1\dot{i}_1(t) = -r_1 i_1(t) - V_1(t) + V_n(t) \\ L_2\dot{i}_2(t) = -r_2 i_2(t) - V_2(t) + V_n(t) \\ C_n\dot{V}_n(t) = i_e(t) - i_1(t) - i_2(t) - \dfrac{P_{sc}}{V_n(t)} \\ C_1\dot{V}_1(t) = i_1(t) - \dfrac{P_1}{V_1(t)} \\ C_2\dot{V}_2(t) = i_2(t) - \dfrac{P_2}{V_2(t)} \end{cases} \tag{2.1}$$

Modèle non-linéaire centré en l'origine Dans la suite de ce mémoire, on pourra utiliser, pour plus de simplicité et notamment dans les considérations de TS, le modèle centré autour du point de fonctionnement du système. Celui-ci est obtenu en utilisant le changement de repère donné par la relation (2.2) où les termes d'indice "0" correspondent aux points de fonctionnement des variables d'état et les x_n leurs variations correspondantes. Avec ce changement de repère, le point de fonctionnement devient l'origine du système. Ceci permettra par la suite de simplifier les études de stabilité et le dimensionnement des stabilisateurs.

Avec le changement de repère, le modèle (2.1) devient (2.3). Il est important de noter que contrairement à la linéarisation du modèle, le changement de repère n'a pas enlevé les non-linéarités du système dues aux termes introduits par les CPL.

$$\begin{cases} i_e(t) = i_{e0} + x_1(t) \\ i_1(t) = i_{10} + x_2(t) \\ i_2(t) = i_{20} + x_3(t) \\ V_n(t) = V_{n0} + x_4(t) \\ V_1(t) = V_{10} + x_5(t) \\ V_2(t) = V_{20} + x_6(t) \end{cases} \tag{2.2}$$

$$\begin{cases} L_e\dot{x}_1(t) = -r_e x_1(t) - x_4(t) \\ L_1\dot{x}_2(t) = -r_1 x_2(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ L_2\dot{x}_3(t) = -r_2 x_3(t) + x_4(t) - x_6(t) \\ C_n\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + \dfrac{P_{sc}x_4(t)}{(x_4(t)+V_{n0})V_{n0}} \\ C_1\dot{x}_5(t) = x_2(t) + \dfrac{P_1 x_5(t)}{(x_5(t)+V_{10})V_{10}} \\ C_2\dot{x}_6(t) = x_3(t) + \dfrac{P_2 x_6(t)}{(x_6(t)+V_{20})V_{20}} \end{cases} \tag{2.3}$$

Modèle linéarisé du système Si l'on veut étudier la stabilité d'un point de fonctionnement, une étude linéaire suffit. Pour cela, il faut dans un premier temps avoir un modèle linéarisé autour du point de fonctionnement du modèle non-linéaire à étudier. Ici, nous avons un système comportant trois non-linéarités similaires, c'est-à-dire en $1/V$.

Linéariser (2.1) ou (2.3) est bien heureusement équivalent. On va donc partir du modèle centré autour du point de fonctionnement (2.3) et ne considérer que les petites variations autour de celui-ci. Pour ne pas confondre le modèle centré autour du point de fonctionnement et le modèle linéarisé, on pose (2.4) où chaque $\tilde{x}$ correspond à une petite variation :

$$\begin{cases} x_1(t) = \tilde{i}_e(t) \\ x_2(t) = \tilde{i}_1(t) \\ x_3(t) = \tilde{i}_2(t) \\ x_4(t) = \tilde{V}_n(t) \\ x_5(t) = \tilde{V}_1(t) \\ x_6(t) = \tilde{V}_2(t) \end{cases} \tag{2.4}$$

Le modèle (2.3) se réécrit alors (2.5) qui devient (2.6) après linéarisation à l'ordre 1.

$$\begin{cases} L_e\dot{\tilde{i}}_e(t) = -r_e\tilde{i}_e(t) - \tilde{V}_n(t) \\ L_1\dot{\tilde{i}}_1(t) = -r_1\tilde{i}_1(t) + \tilde{V}_n(t) - \tilde{V}_1(t) \\ L_2\dot{\tilde{i}}_2(t) = -r_2\tilde{i}_2(t) + \tilde{V}_n(t) - \tilde{V}_2(t) \\ C_n\dot{\tilde{V}}_n(t) = \tilde{i}_e(t) - \tilde{i}_1(t) - \tilde{i}_2(t) + \dfrac{P_{sc}\tilde{V}_n(t)}{(\tilde{V}_n(t)+V_{n0})V_{n0}} \\ C_1\dot{\tilde{V}}_1(t) = \tilde{i}_1(t) + \dfrac{P_1\tilde{V}_1(t)}{(\tilde{V}_1(t)+V_{10})V_{10}} \\ C_2\dot{\tilde{V}}_2(t) = \tilde{i}_2(t) + \dfrac{P_2\tilde{V}_2(t)}{(\tilde{V}_2(t)+V_{20})V_{20}} \end{cases} \tag{2.5}$$

$$\begin{cases} L_e\dot{\tilde{i}}_e(t) = -r_e\tilde{i}_e(t) - \tilde{V}_n(t) \\ L_1\dot{\tilde{i}}_1(t) = -r_1\tilde{i}_1(t) + \tilde{V}_n(t) - \tilde{V}_1(t) \\ L_2\dot{\tilde{i}}_2(t) = -r_2\tilde{i}_2(t) + \tilde{V}_n(t) - \tilde{V}_2(t) \\ C_n\dot{\tilde{V}}_n(t) = \tilde{i}_e(t) - \tilde{i}_1(t) - \tilde{i}_2(t) + \dfrac{P_{sc}\tilde{V}_n(t)}{V_{n0}^2} \\ C_1\dot{\tilde{V}}_1(t) = \tilde{i}_1(t) + \dfrac{P_1\tilde{V}_1(t)}{V_{10}^2} \\ C_2\dot{\tilde{V}}_2(t) = \tilde{i}_2(t) + \dfrac{P_2\tilde{V}_2(t)}{V_{20}^2} \end{cases} \tag{2.6}$$

Avec cette linéarisation, on obtient bien un modèle linéaire de la forme $\dot{X} = AX$ comme le montre (2.7). On pourra alors étudier la stabilité locale du point de fonctionnement à partir de la matrice d'état.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_e(t) \\ \dot{\tilde{i}}_1(t) \\ \dot{\tilde{i}}_2(t) \\ \dot{\tilde{V}}_n(t) \\ \dot{\tilde{V}}_1(t) \\ \dot{\tilde{V}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_e/L_e & 0 & 0 & -1/L_e & 0 & 0 \\ 0 & -r_1/L_1 & 0 & 1/L_1 & -1/L_1 & 0 \\ 0 & 0 & -r_2/L_2 & 1/L_2 & 0 & -1/L_2 \\ 1/C_n & -1/C_n & -1/C_n & P_{sc}/(C_nV_{n0}^2) & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_1 & 0 & 0 & P_1/(C_1V_{10}^2) & 0 \\ 0 & 0 & 1/C_2 & 0 & 0 & P_2/(C_2V_{20}^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_e(t) \\ \tilde{i}_1(t) \\ \tilde{i}_2(t) \\ \tilde{V}_n(t) \\ \tilde{V}_1(t) \\ \tilde{V}_2(t) \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

2.1.3 Contrôle du réseau

Dans une application finale, l'intérêt principal d'avoir un réseau à récupération d'énergie est de pouvoir utiliser la source de stockage afin de soulager les forts appels de puissance sur le réseau source ou encore augmenter le rendement du système par récupération d'énergie. Ceci nécessite un algorithme de gestion d'énergie qui tiendra compte de la nature des charges (actionneur, SC, pile à combustible...) ainsi que de l'état global du système pour définir la référence de puissance de la source de stockage [Zandi et al., 2010, Zandi et al., 2011, Zhang et al., 2010, Caux et al., 2010, Florescu et al., 2011]. Ici, nous n'allons pas utiliser de tels algorithmes sur le réseau. De plus, la SC ne sera pas non plus utilisée pour réguler le bus DC. Celui-ci oscillera librement après chaque échelon de puissance sur chacune des CPL. Ainsi, les trois charges du

réseau sont toutes uniquement contrôlées individuellement soit par une boucle de couple pour la MSAP soit par une boucle de puissance pour les deux convertisseurs. Les boucles de régulations vont être présentées dans cette partie.

Asservissement en puissance de l'ensemble DC/DC - résistance de charge

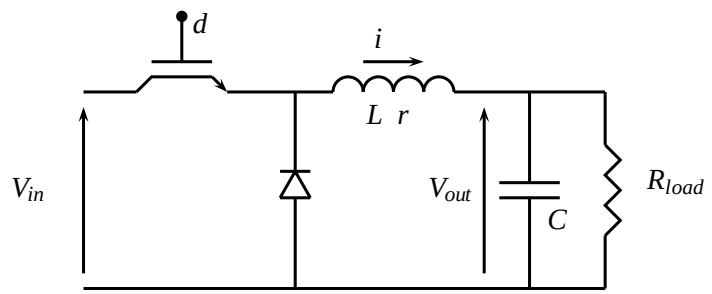

FIGURE 2.4 – Ensemble DC/DC + résistance représentant la charge 2 du réseau

La structure du convertisseur utilisé pour relier la résistance dissipative au réseau est donnée sur la Fig.2.4. L'ensemble peut être modélisé en mode de conduction continue par l'équation (2.8).

$$\begin{cases} L\dot{i}(t) = dV_{in} - V_{out}(t) - ri(t) \\ C\dot{V}_{out}(t) = i(t) - V_{out}(t)/R_{load} \end{cases} \tag{2.8}$$

L'asservissement en puissance de la charge va être réalisé avec une commande non-linéaire de type "indirecte par mode de glissement" [Monmasson, 2009]. Avec celle-ci, on aura une régulation robuste de la charge. Ce point est important car la charge devra pouvoir fonctionner sur une large gamme de puissance ce qui correspondra à des points de fonctionnement très différents.

Pour mettre en place la commande qui s'appliquera à un système linéaire de la forme (2.9), on fixe une surface S (2.10) et une loi de ralliement (2.11). La matrice G doit être choisie de manière à ce que la matrice $G.B$ soit inversible afin que la commande puisse exister.

$$\dot{X} = AX + BU + C \tag{2.9}$$

$$S(X) = G(X - X_{ref}) \tag{2.10}$$

$$\dot{S}(X) = -\lambda S(X) \tag{2.11}$$

A partir de (2.9), (2.10) et (2.11), on peut exprimer la variable de commande U sous la forme (2.12).

$$U = (GB)^{-1}\left[(-\lambda G - GA)X + \lambda G X_{ref} - GC\right] \tag{2.12}$$

En injectant U dans (2.11), on obtient la forme du système avec la commande (2.13) :

$$\dot{X} = \underbrace{\left[A + B(GB)^{-1}(-\lambda G - GA)\right]}_{M} X + B(GB)^{-1}(\lambda G X_{ref} - GC) + C \tag{2.13}$$

Le système et sa commande se présentent donc sous une forme linéaire dont les valeurs propres sont celles de la matrice M. On voit que celle-ci est fonction des deux matrices paramètres λ et G. Pour dimensionner la commande, on placera les valeurs propres de M à l'aide de λ et G.

Afin de mettre en place une commande glissante sur le courant i du convertisseur buck de la Fig.2.4, on met le courant sous une représentation d'état de la forme (2.9). Pour cela, on créé une nouvelle variable d'état en rajoutant une grandeur intégrale pour assurer une erreur statique nulle en régime permanent : $I(t) = \int_0^t (i - i_{ref})dt$. Ensuite, on pose :

$$X = \begin{bmatrix} i \\ I \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} -r/L & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} V_{in}/L \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} -V_{out}/L \\ -i_{ref} \end{bmatrix}$$

Le système à réguler est donc :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -r/L & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} V_{in}/L \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} -V_{out}/L \\ -i_{ref} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Pour le réguler, on va prendre λ scalaire et la matrice $G = \begin{bmatrix} 1 & k \end{bmatrix}$, ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} & S = \begin{bmatrix} 1 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i - i_{ref} \\ I \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow \quad & S = i - i_{ref} + k \int_0^t (i - i_{ref})dt \end{aligned} \tag{2.15}$$

La matrice M donnant les valeurs propres du système (2.14) muni de la commande glissante S est :

$$M = \begin{bmatrix} -\lambda - k & -\lambda k \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Les valeurs propres de M sont exactement $-\lambda$ et $-k$. Elles sont, tout comme M, indépendantes des paramètres du système.

Dans le réglage de la commande, on indiquera directement les valeurs propres souhaitées avec k et λ.

Avec cette commande, le courant dans l'inductance est contrôlé. Afin d'obtenir une régulation en puissance, on va diviser la puissance souhaitée par la tension V_{out} afin d'avoir le courant de référence correspondant. On aura ainsi, aux pertes dans l'interrupteur et la résistance de câble près, la puissance absorbée par la charge sur le réseau.

Afin d'implémenter la commande glissante au système, il faut déterminer l'expression de la variable de commande, c'est-à-dire ici d, en fonction de la loi de glissement S. Pour cela, on commence par dériver la relation (2.15) par rapport au temps pour avoir une relation liant k et λ :

$$\dot{S} = \frac{di}{dt} - \frac{di_{ref}}{dt} + k(i - i_{ref}) \tag{2.17}$$

En utilisant (2.17), (2.11) et (2.8), on peut alors exprimer d :

$$d = \frac{L}{V_{in}}\left[-\lambda.S + \frac{V_{out}}{L} + \frac{ri}{L} + \frac{di_{ref}}{dt} - k(i - i_{ref})\right] \tag{2.18}$$

La relation (2.18) donne l'équation permettant d'implémenter la commande glissante sur le convertisseur. On voit que celle-ci dépend des paramètres du système.

Asservissement en puissance de l'ensemble DC/DC - super-capacité

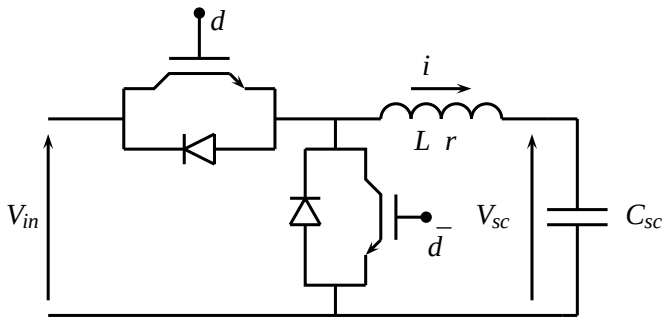

FIGURE 2.5 – Ensemble DC/DC + super capacité

La super-capacité est connectée au reste du réseau via un convertisseur DC/DC réversible en courant afin de pouvoir fournir ou stocker de l'énergie au besoin. La structure du convertisseur est donnée par la Fig.2.5. Il peut se modéliser en mode de conduction continu par la forme (2.19)

$$\begin{cases} L\dot{i}(t) = dV_{in} - V_{sc}(t) - ri(t) \\ C_{sc}\dot{V}_{sc}(t) = i(t) \end{cases} \tag{2.19}$$

Pour la commande de ce convertisseur, on utilise exactement la même loi que pour le convertisseur précédent. De plus, l'expression donnant le courant dans le convertisseur deux quadrants étant la même que celle du convertisseur un quadrant, l'expression du rapport cyclique aura la même forme que (2.18) et est donnée en (2.20) :

$$d = \frac{L}{V_{in}}\left[-\lambda.S + \frac{V_{sc}}{L} + \frac{ri}{L} + \frac{di_{ref}}{dt} - k(i - i_{ref})\right] \tag{2.20}$$

Asservissement en couple de l'ensemble onduleur - MSAP

La MSAP va être contrôlée via un onduleur triphasé à l'aide d'une commande vectorielle de couple "classique" se basant sur le modèle $d-q$ de la MSAP [Nahouar et al., 2011, Marx, 2009]. Les détails de la modélisation et de la régulation de la MSAP ne sont pas explicités ici, mais l'on pourra se reporter aux références citées pour plus de précisions. Le principe est de se placer dans un repère tournant à la fréquence électrique de la machine pour avoir une vision continue de celle-ci. Le modèle $d-q$ de la machine s'obtient après deux transformations : Concordia (T_{32}) et Park ($P(\theta)$).

$$T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \qquad P(\theta) = \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

En utilisant ces transformations, le modèle $d-q$ d'une MSAP est de la forme (2.22) où $\omega = p.\Omega$ est la vitesse électrique de la machine avec :

- r_s $[\Omega]$, résistance statorique
- l_d $[H]$, inductance d'axe d
- l_q $[H]$, inductance d'axe q
- ψ_f $[V.s]$, flux des aimants à travers les bobines statoriques
- p, nombre de paire de pôle

$$\begin{cases} v_d = r_s.i_d + l_d \dfrac{di_d}{dt} - \omega.l_q.iq \\ v_q = r_s.i_q + l_q \dfrac{di_q}{dt} + \omega.l_d.id + \psi_f.\omega \end{cases} \tag{2.22}$$

La machine $d-q$ sera ensuite controlée en courant à l'aide de deux boucles de type P-I classiques suivant le schéma de régulation proposé par la Fig.2.6.

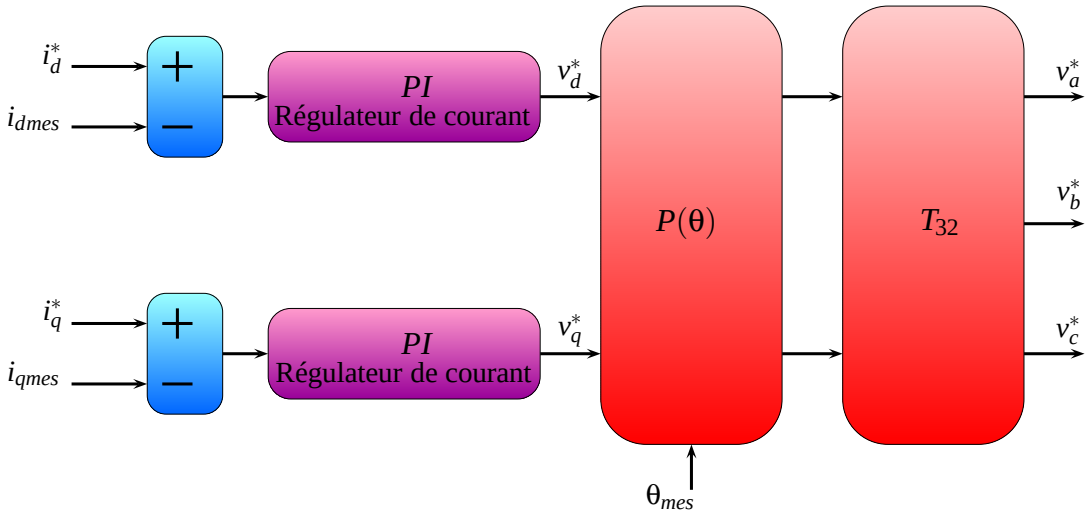

FIGURE 2.6 – Régulation Onduleur-MSAP

Le couple électromagnétique d'une MSAP à f.e.m sinusoïdale est donné par la relation (2.23).

$$\Gamma = p(\psi_f - (l_q - l_d).i_d).i_q \tag{2.23}$$

Dans le cas des MSAP à rotor lisse, les inductances l_d et l_q sont identiques. Ainsi, l'expression du couple se simplifie pour prendre la forme (2.24). Le couple est alors directement proportionnel à i_q. Pour contrôler la machine en couple, on asservira donc le courant i_d à 0 pour ne pas créer de pertes joules supplémentaires et on donnera la consigne de couple via le courant d'axe q.

$$\Gamma = p.\psi_f.i_q \tag{2.24}$$

2.2 Étude linéaire de la stabilité du réseau

Dans le premier chapitre, il a été montré qu'un système électrique comportant une CPL peut devenir instable au fur et à mesure que la puissance consommée augmente. Cette puissance limite acceptable doit être déterminée pour s'assurer que l'on ne la dépassera pas lors de l'utilisation du système. Ceci restant valable dans une architecture comportant plusieurs charges, il est tout aussi nécessaire de déterminer l'ensemble des points de fonctionnement qui seront tolérés par le système d'un point de vue stabilité. Dans un système comportant n charges, l'ensemble des points de fonctionnement stables peut être défini par une hypersurface d'ordre n où chaque axe représente la puissance de l'une des charges. Ici, le système comportant trois charges, on pourra donc déterminer une surface de dimension 3 définissant le domaine de stabilité du système.

Pour obtenir ce domaine, on réalise une étude "petit-signal" de la stabilité du système. Il suffit de déterminer, pour chaque point de fonctionnement caractérisé par le triplet $\{P_1,\ P_2,\ P_{sc}\}$, si le système est stable ou non. Pour se faire, on va utiliser deux méthodes. La première sera la détermination des valeurs propres à partir de la forme d'état du système (2.7). La seconde sera d'utiliser le découpage en quadripôles du système pour ensuite étudier la fonction de transfert en tension soit à partir de ses pôles et zéros, soit en utilisant les critères graphiques MGMP. La méthode de Routh-Nyquist ne sera pas utilisée ici car, bien qu'indiquant si le système est stable ou pas, elle n'apporterait pas de résultats permettant de compléter ceux obtenus avec les deux autres méthodes.

2.2.1 Étude par considération des valeurs propres

Comme il a été dit dans le premier chapitre, l'étude de la stabilité d'un système linéaire revient à déterminer ses valeurs propres et à considérer leur partie réelle. Pour l'étude du réseau de la Fig.2.2, les valeurs propres de son modèle linéarisé (2.7) donnerons les informations nécessaires à sa stabilité.

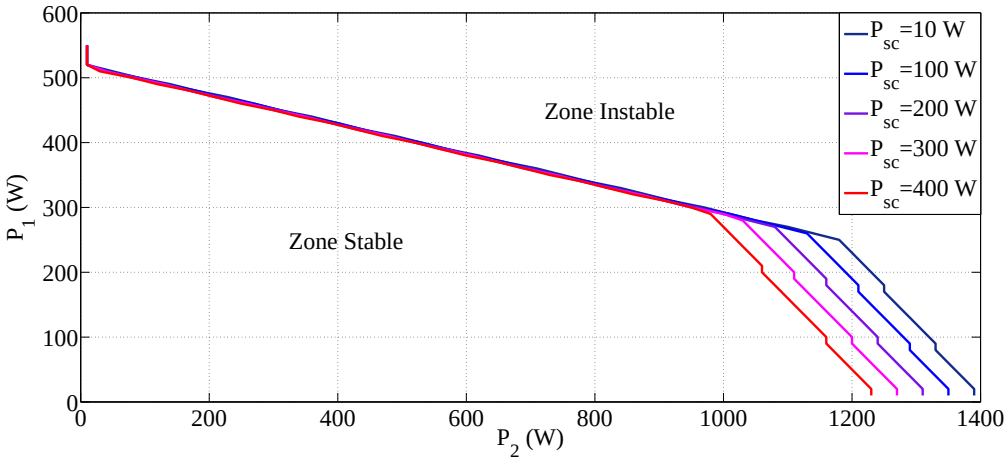

FIGURE 2.7 – Domaines de stabilité donnés par les valeurs propres pour différentes valeurs de puissance sur les charges

Sur la Fig.2.7 sont tracés les domaines de stabilité déterminés par l'étude des valeurs propres du système. Pour déterminer ces domaines, on étudie pour chaque point de fonctionnement correspondant à une triplette de puissance $\{P_1,\ P_2\ P_{sc}\}$, les valeurs propres du système. Ceci nous renseigne sur l'ensemble des points de fonctionnement localement stables du système. Pour chaque triplette de puissance, on détermine les valeurs

du point de fonctionnement $(i_{e0},\ i_{10},\ i_{20},\ V_{n0},\ V_{10},\ V_{20})$ en résolvant le système (2.25) à l'aide d'un solveur numérique.

On remarque que la frontière entre la zone de stabilité et celle d'instabilité n'est pas linéaire et ne correspond pas à une puissance maximale consommée par l'ensemble des trois charges ($P_{max} = P_1 + P_2 + P_{sc}$). Ceci est dû à la non symétrie des charges du système. En effet, même si les charges 1 et 2 ont une structure similaire, les paramètres de leurs filtres d'entrée sont différents et leur confèrent des influences différentes sur la stabilité du système. De manière intuitive, on voit que le filtre "$r_1L_1C_1$" de la charge 1 est moins amorti que le filtre "$r_2L_2C_2$" de la charge 2. On peut donc facilement penser que la charge 1 aura un effet déstabilisant plus important que la charge 2. De la même manière, la SC qui n'est elle, pas connectée au bus principal via un filtre d'entrée, aura sûrement une influence moindre sur la stabilité du système.

$$\begin{cases} V_e - r_e.[\dfrac{P_1}{V_1(t)} + \dfrac{P_2}{V_2(t)} + \dfrac{P_{sc}}{V_n(t)}] - r_1.\dfrac{P_1}{V_1(t)} - V_1(t) = 0 \\ V_e - r_e.[\dfrac{P_1}{V_1(t)} + \dfrac{P_2}{V_2(t)} + \dfrac{P_{sc}}{V_n(t)}] - r_2.\dfrac{P_2}{V_2(t)} - V_2(t) = 0 \\ V_e - r_e.[\dfrac{P_1}{V_1(t)} + \dfrac{P_2}{V_2(t)} + \dfrac{P_{sc}}{V_n(t)}] - V_n(t) = 0 \end{cases} \tag{2.25}$$

Afin d'avoir un critère mathématique de cette observation, on peut utiliser une approche modale qui va nous donner la sensibilité des valeurs propres du système vis-à-vis des coefficients de sa matrice d'état (2.7). L'approche modale décrite en [Kundur, 1994] permet de quantifier la sensibilité, et donc l'influence de chaque élément d'une matrice d'état sur ses valeurs propres. En [Barruel et al., 2005], elle est utilisée pour étudier la sensibilité des valeurs propres par rapport aux paramètres d'un système électrique tels que les composants passifs ou les coefficients des boucles de régulation. Ici, nous allons simplement étudier l'influence des puissances des charges sur les valeurs propres du système. Dans son livre, [Kundur, 1994] donne la relation (2.26) où ψ correspond à la matrice des vecteurs propres à gauche et ϕ à celle de droite.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} = \psi_{ik}.\phi_{ji} \tag{2.26}$$

Seule la partie réelle des valeurs propres indiquant la stabilité du système, on va regarder uniquement la partie réelle de la sensibilité qui renseigne sur l'évolution de la partie réelle des valeurs propres. On donne dans la Table 2.2 les parties réelles des valeurs des sensibilités calculées avec l'approche modale. Pour avoir la sensibilité vis-à-vis des puissances des charges, on prend les coefficients de la matrice d'état qui les comportent, c'est-à-dire $a_{44} = P_{sc}/(C_nV_{n0}^2)$, $a_{55} = P_1/(C_1V_{10}^2)$ et $a_{66} = P_2/(C_2V_{20}^2)$. Avec ces coefficients de la matrice d'état, on aura la sensibilité de chaque valeur propre par rapport aux puissances et aux capacités de bus. Pour pouvoir conclure sur l'influence des puissances seules, on va aussi considérer les coefficients $a_{41} = 1/C_n$, $a_{42} = 1/C_1$ et $a_{43} = 1/C_2$.

La Table.2.2 montre que la sensibilité vis-à-vis des capacités seules est bien moindre que celle qui considère à la fois les capacités et les puissances. Ceci était tout à fait prévisible car ce sont ces trois termes a_{44}, a_{55} et a_{66}, qui introduisent les CPL générant l'instabilité dans le modèle mathématique. De plus, on s'aperçoit que chaque puissance va intervenir principalement sur une paire de valeurs propres (qui sont conjuguées).

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
a_{44}	**0.390**	**0.390**	0.112	0.112	0.006	0.006
a_{55}	0.038	0.038	0.123	0.123	**0.341**	**0.341**
a_{66}	0.073	0.073	**0.270**	**0.270**	0.160	0.160
a_{41}	-0.002	-0.002	-0.010	-0.010	0.000	0.000
a_{42}	0.001	0.001	-0.002	-0.002	0.002	0.002
a_{43}	0.000	0.000	-0.008	-0.008	-0.002	-0.002

TABLE 2.2 – Valeurs des sensibilités des valeurs propres vis-à-vis des coefficients de la matrice d'état pour $P_1 = 200W$, $P_2 = 1000W$ et $P_{sc} = 10W$

Afin de vérifier ces résultats, les Fig.2.8, 2.9 et 2.10 représentent les évolutions des valeurs propres du système avec l'augmentation des puissances.
Sur la Fig.2.9, on augmente la puissance P_1 de 10% de sa valeur initiale à chaque fois. On observe que les valeurs propres λ_5 et λ_6 sont les plus ramenées vers la droite pour finalement devenir instables. A l'inverse, λ_1 et λ_2 sont très peu déplacées. Ceci correspond bien aux sensibilités données dans la Table.2.2. Les Fig.2.10, où P_2 est augmentée de 10% de sa valeur initiale à chaque fois, et 2.8, où P_{sc} est aussi augmentée de 10% de sa valeur initiale à chaque fois, proposent les mêmes similitudes avec la Table.2.2 et confirment les sensibilités déterminées grâce à l'approche modale.

On peut revenir sur la Fig.2.7 et particulièrement sur la "cassure" qui se produit entre les deux parties linéaires de la frontière entre les deux domaines. Afin de l'expliquer, on regarde l'évolution des valeurs propres du système autour de celle-ci. Pour cela, on va prendre pour $P_{sc} = 10W$ les deux points suivants : $P_2 = 1170W$ qui est situé juste avant la cassure et $P_2 = 1180W$ qui est situé juste après.
On va tracer l'évolution des valeurs propres pour des valeurs de P_1 avoisinant les $250W$ afin de passer la limite de stabilité dans les deux cas. Ce sont ces cas de figure qui sont représentés sur les Fig.2.11, 2.13, 2.12 et 2.14.

La Fig.2.13 montre qu'avant la "cassure", les valeurs propres qui rendent le système instable sont λ_5 et λ_6. Ceux sont bien celles fortement influencées par P_1. La Fig.2.14 montre qu'après la "cassure", les valeurs propres rendant le système instable sont cette fois-ci λ_3 et λ_4 qui sont celles fortement influencées par P_2.

Ces deux résultats montrent que la première partie linéaire de la zone de stabilité correspond à la limite imposée par la charge 1 sur le système. Elle débute avec $P_2 = 0W$ et se termine dès que l'instabilité est générée avec les valeurs propres λ_3 et λ_4. A partir de là, une cassure se produit dans la zone de stabilité et une seconde zone linéaire se définit, imposée cette fois-ci par la charge 2 du système et qui se termine pour $P_1 = 0W$.

L'étude de la stabilité d'un système linéaire par la détermination directe de ses valeurs propres est le moyen le plus efficace et précis. Néanmoins, il nécessite de connaître la forme d'état complète du système pour être utilisé. Ceci n'est pas toujours le cas et dès lors, son utilisation tout comme celui de Routh-Hurwitz n'est plus possible. Dans ce cas, une approche basée sur la spectroscopie d'impédance et les impédances d'entrée/sortie qui sont expérimentalement mesurables [Miao et al., 2005, Morroni et al., 2009] pourrait éventuellement s'avérer plus avantageuse.

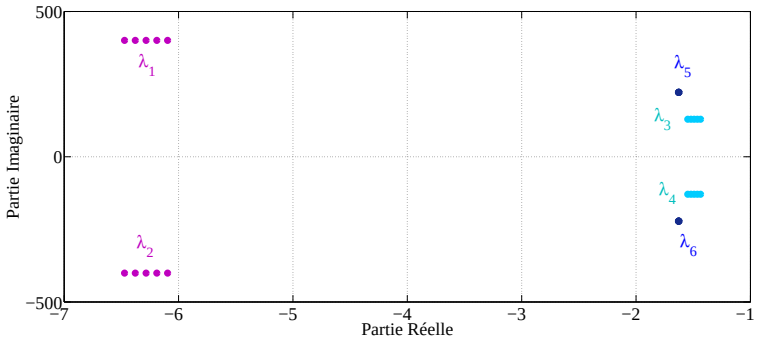

FIGURE 2.8 – Évolution des valeurs propres avec l'augmentation de P_{sc} pour un point initial : $P_1 = 200W$, $P_2 = 1000W$ et $P_{sc} = 10W$

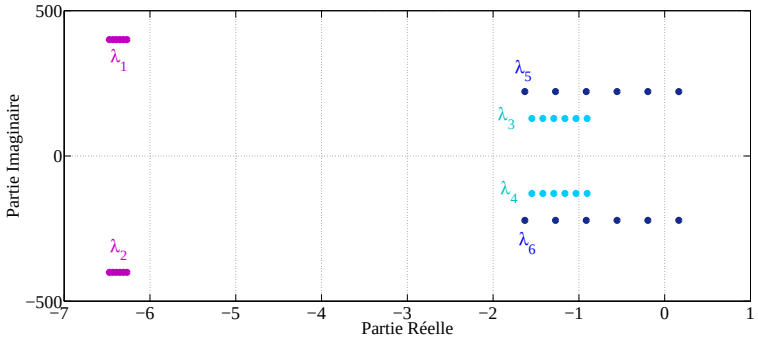

FIGURE 2.9 – Évolution des valeurs propres avec l'augmentation de P_1 pour un point initial : $P_1 = 200W$, $P_2 = 1000W$ et $P_{sc} = 10W$

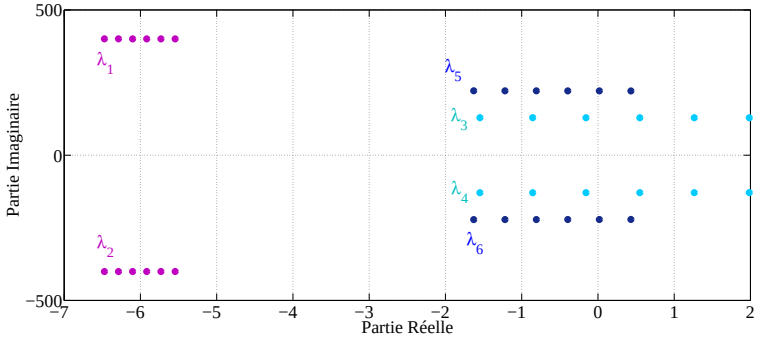

FIGURE 2.10 – Évolution des valeurs propres avec l'augmentation de P_2 pour un point initial : $P_1 = 200W$, $P_2 = 1000W$ et $P_{sc} = 10W$

2.2.2 Étude par spectroscopie d'impédance

Dans certains processus de fabrication des systèmes embarqués où le concepteur ne maîtrise pas l'ensemble des éléments, il peut, pour s'assurer du bon fonctionnement de son système final, imposer des contraintes sur les impédances d'entrée et sortie de ses sous-systèmes. Ce procédé est déjà utilisé pour les systèmes comportant deux systèmes en cascades. Le systèmier se procure auprès d'un fournisseur l'alimentation de son système qui lui communique l'impédance de sortie de celui-ci. Le systèmier utilise ensuite les critères de MGMP pour dimensionner le reste de son système afin d'avoir les marges de robustesse qu'il désire.

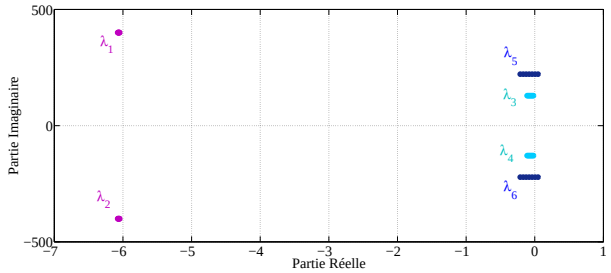

FIGURE 2.11 – Évolution des valeurs propres avec l'augmentation de P_1 pour un point initial : $P_1 = 240W$, $P_2 = 1170W$ et $P_{sc} = 10W$

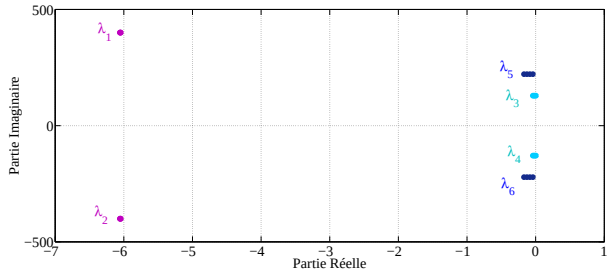

FIGURE 2.12 – Évolution des valeurs propres avec l'augmentation de P_1 pour un point initial : $P_1 = 240W$, $P_2 = 1180W$ et $P_{sc} = 10W$

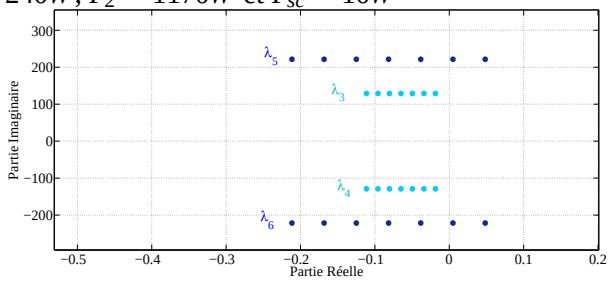

FIGURE 2.13 – ZOOM de la Fig.2.11

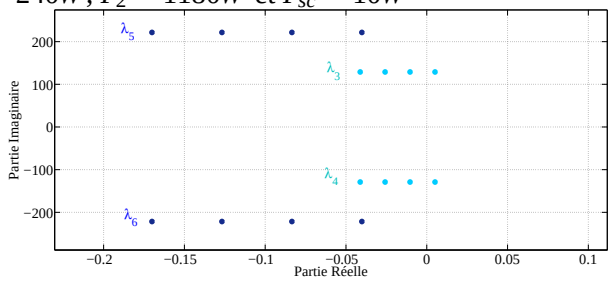

FIGURE 2.14 – ZOOM de la Fig.2.12

Ici, on va étudier la mise en place de la méthode de la MGMP à une architecture composée de plusieurs charges en parallèles sur un même bus continu qui correspond plus aux futures structures électriques industrielles et notamment aéronautiques.

Dans sa thèse, [Liutanakul, 2007] a montré que l'on peut étudier la stabilité d'un ensemble de n charges en parallèles connectées à une même source selon la représentation de la Fig.2.16 par l'étude de la fonction de transfert 2.27 où K est une fonction de transfert en tension propre aux différents sous-systèmes charges. Si tous les sous-systèmes sont individuellement stables, c'est-à-dire si T_{ve} et $K(s)$ sont stables, alors on peut appliquer les critères de robustesse MGMP sur $Zoute.(1/Zin1 + \cdots + 1/Zinn)$ comme dans le cas de deux sous-systèmes en cascade.

Si les sous-systèmes ne sont pas tous individuellement stables, alors (2.27) permettra quand même d'étudier la stabilité du système via l'étude de ses pôles ou en utilisant le critère de Nyquist. Néanmoins, l'utilisation du critère de la MGMP ou de Middlebrook ne sera pas utilisable. En effet, dans ce cas là, suivant le théorème de Nyquist, il est possible que la FTBO $Zoute.(1/Zin1 + \cdots + 1/Zinn)$ possède des pôles instables engendrés par les instabilités des sous-systèmes seuls. Le tracé de Nyquist correspondant devra alors, conformément au critère de Nyquist, entourer le point critique pour compenser les pôles instables de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Un premier dimensionnement assurant la stabilité des sous-systèmes seuls permettrait alors de pouvoir utiliser les critères de MGMP mais il conduirait à un surdimensionnement de l'ensemble du système, ce qui est à l'encontre de la volonté d'optimisation des éléments du système pour les applications aéronautiques.

L'utilisation des modèles impédants dans ce genre de situation permettra néanmoins d'étudier la stabilité du système via la considération de ses pôles.

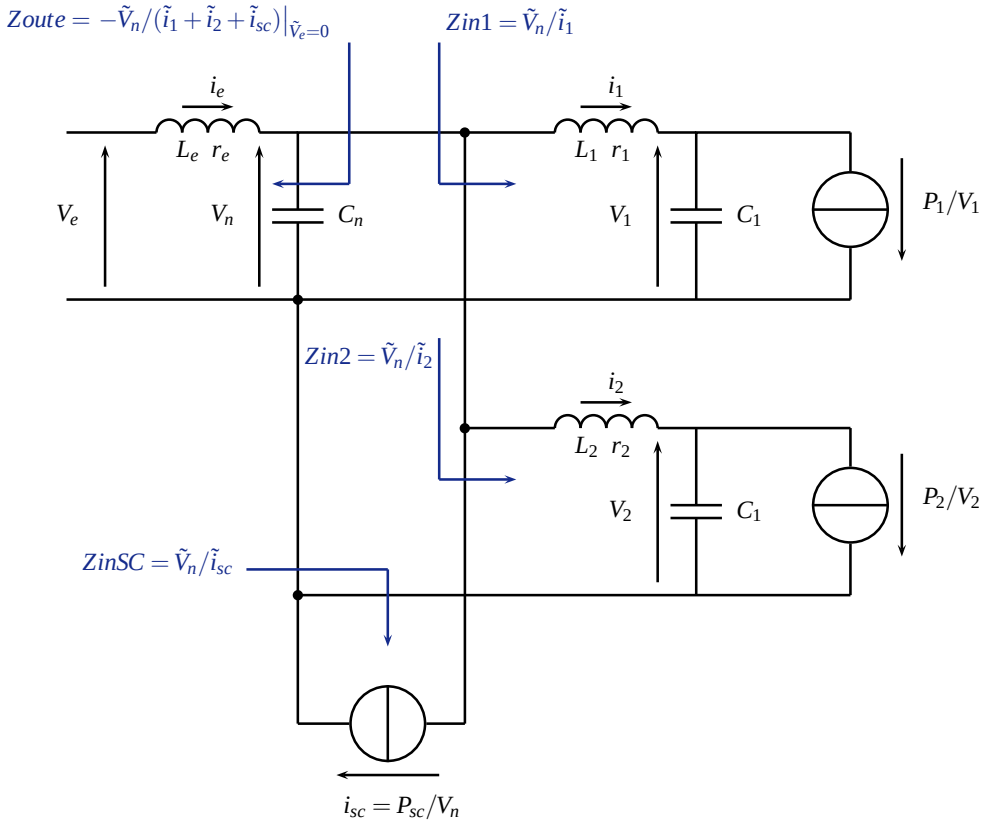

FIGURE 2.15 – Impédances d'entrée/sortie considérées

$$\frac{\tilde{v}_{oute}}{\tilde{v}_{ine}}(s) = \frac{T_{ve}(s)K(s)}{1+Zoute.(1/Zin1+1/Zin2+\cdots+1/Zinn)} \tag{2.27}$$

Pour l'étude de la stabilité du réseau de la Fig.2.2, on va considérer les impédances d'entrées des sous-systèmes définies sur la Fig.2.15. Ainsi, chaque charge et son filtre d'entrée sont considérés comme un sous-système.

Le sous-système source est constitué de la source de tension parfaite et du filtre "$r_eL_eC_n$". Son impédance de sortie est la suivante (2.28) :

$$Zoute(s) = \frac{r_e + L_e.s}{1 + r_eC_n.s + L_eC_n.s^2} \tag{2.28}$$

Le premier sous-système charge est constitué de la charge CPL modélisant l'ensemble Onduleur/MSAP avec son filtre d'entrée "$r_1L_1C_1$". Le second sous-système charge est lui constitué de la charge CPL modélisant le convertisseur DC/DC et sa résistance de charge avec son filtre d'entrée "$r_2L_2C_2$". Ayant la même structure, ces deux charges ont une impédance d'entrée similaire de la forme (2.29) :

$$Zink(s) = L_ks + r_k + \frac{1}{C_ks - P_k/V_{k0}^2},\ k = \{1,2\} \tag{2.29}$$

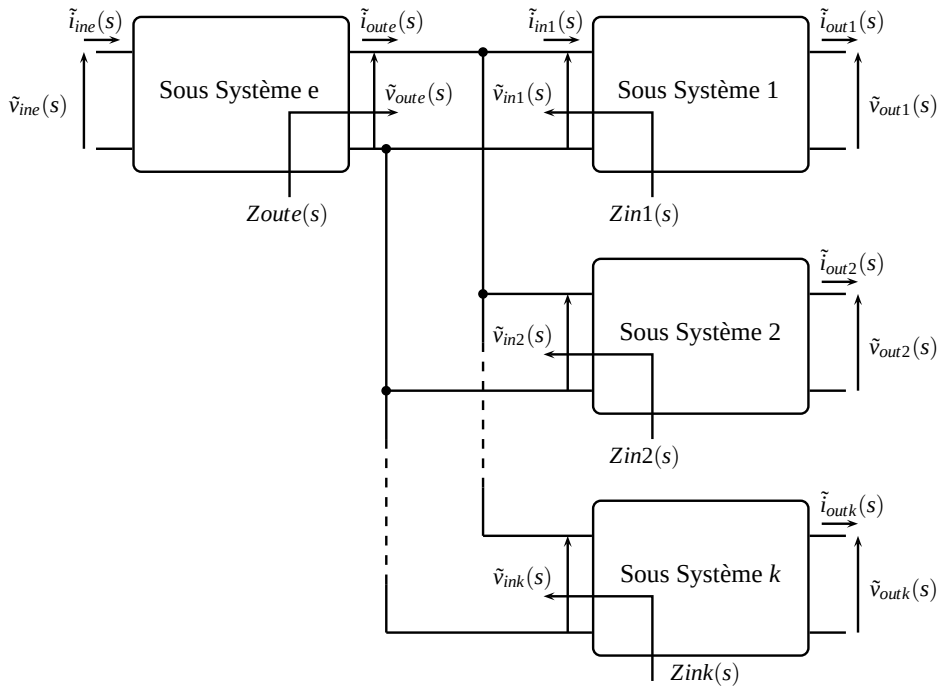

FIGURE 2.16 – Structure de n sous-systèmes en parallèle sur un même sous-système source

Le dernier sous-système charge correspond à l'ensemble DC/DC et la SC. Celui-ci étant directement connecté au bus principal, il ne possède pas de filtre d'entrée et son impédance d'entrée est constante et se présente sous la forme (2.30) :

$$ZinSC(s) = \frac{-V_{n0}^2}{P_{sc}} \tag{2.30}$$

Avec le découpage en sous-systèmes considéré et conformément à (2.27), la stabilité "petit-signal" du système pourra être étudiée via les zéros de la fonction (2.31) :

$$D(s) = 1 + Zoute.\left(\frac{1}{Zin1} + \frac{1}{Zin2} + \frac{1}{ZinSC}\right) \tag{2.31}$$

Comme il a été dit dans le premier chapitre, l'étude des zéros du dénominateur de la fonction de transfert d'un système équivaut à étudier ses valeurs propres. Sur la Fig.2.17 sont tracés les valeurs propres obtenues avec la forme d'état du système (2.7) et les zéros de D. On voit qu'ils sont bien identiques et que l'on peut étudier la stabilité du système via l'approche impédante en étudiant les zéros du dénominateur de (2.27).

Néanmoins, l'un des principaux avantages de la méthode impédante est de pouvoir se baser sur des critères graphiques de robustesse tels que ceux de la MGMP. Pour cela, le tracé de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte ne doit pas entourer le point critique. Or, comme il l'a été dit précédemment, il se peut, dans un cas complexe, que la fonction de transfert en boucle ouverte possède des pôles à partie réelle positive qui vont imposer au tracé de Nyquist d'entourer un certain nombre de fois le point critique, rendant ainsi impossible l'application du critère MGMP.

La Fig.2.21 présente la zone de stabilité qui nécessite que le tracé de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte entoure le point critique pour prouver la stabilité du système. On voit que la zone de non compatibilité avec le critère MGMP est relativement importante. L'utilisation de ce critère pour un réseau à architecture complexe va imposer à tous les sous-systèmes d'être individuellement stables. Ceci va impliquer un surdimensionnement des éléments passifs pour le système. Ceci est notamment visible en [Charrada et al., 2011] où les auteurs montrent que dimensionner un système à partir du critère de Routh-Hurwitz est moins conservatif qu'en utilisant celui de Middlebrook.

Afin d'illustrer cela, les pôles de la FTBO et les tracés de Nyquist associés sont donnés pour trois cas correspondant aux trois zones de la Fig.2.21. La première zone, qui correspond à la zone de stabilité du système qui autorise la considération des MGMP est illustrée par le point de fonctionnement $\{P_1 = 200W,\ P_2 = 400W,\ P_{sc} = 0W\}$. On voit sur la Fig.2.18 que la FTBO du système ne possède pas de pôles instables et que le tracé de Nyquist correspondant représenté sur les Fig.2.22 et 2.23 n'entoure pas le point critique.

La deuxième zone, qui correspond à la partie de la zone stable où le critère MGMP n'est pas applicable est illustrée par le point de fonctionnement $\{P_1 = 200W,\ P_2 = 800W,\ P_{sc} = 0W\}$. La Fig.2.19 montre que la FTBO du système possède bien une paire de pôles à partie réelle positive. Le point étant tout de même situé dans la zone de stabilité, le tracé de Nyquist correspondant devra entourer une fois le point critique. Ceci est confirmé par les Fig.2.24 et 2.25 où l'on voit que celui-ci est bien entouré une seule fois.

La troisième zone correspond à la zone d'instabilité du système. Le point de fonctionnement $\{P_1 = 500W,\ P_2 = 400W,\ P_{sc} = 0W\}$ l'illustre. Les Fig.2.20, 2.26 et 2.27 montrent que le tracé de Nyquist n'entoure pas le point critique malgré que la FTBO possède une paire de pôles à partie réelle positive. Le critère de Nyquist confirme bien l'instabilité de ce point de fonctionnement.

On voit donc par ces exemples, que l'utilisation des impédances d'entrées/sorties pour étudier la stabilité d'un système à architecture complexe est possible et non restrictive si l'on se contente d'étudier les zéros du dénominateur de la fonction de transfert. Néanmoins, si l'on veut utiliser le critère MGMP pour introduire des marges de robustesse au système, alors cela va entraîner un conservatisme conséquent sur l'étude de la stabilité.

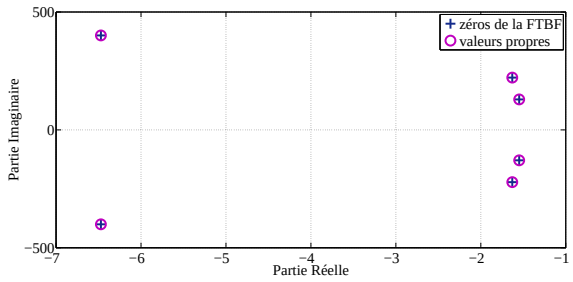

FIGURE 2.17 – Valeurs propres du système et zéros de D pour $P_1 = 200W$, $P_2 = 1000W$ et $P_{sc} = 10W$

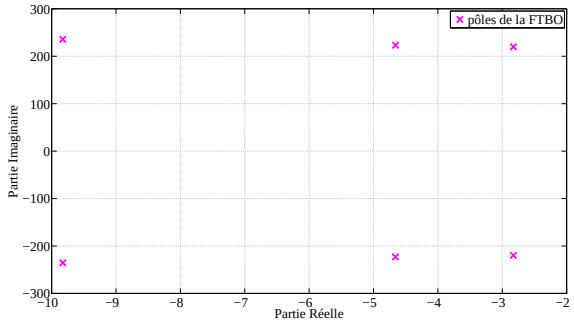

FIGURE 2.18 – Pôles de la FTBO pour $P_1 = 200W$, $P_2 = 400W$ et $P_{sc} = 0W$

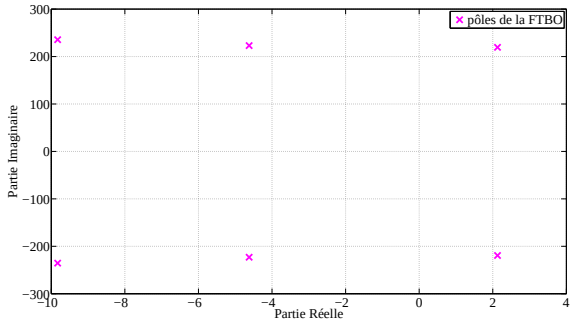

FIGURE 2.19 – Pôles de la FTBO pour $P_1 = 200W$, $P_2 = 800W$ et $P_{sc} = 0W$

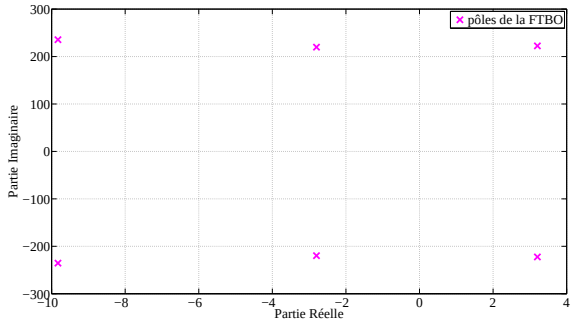

FIGURE 2.20 – Pôles de la FTBO pour $P_1 = 500W$, $P_2 = 400W$ et $P_{sc} = 0W$

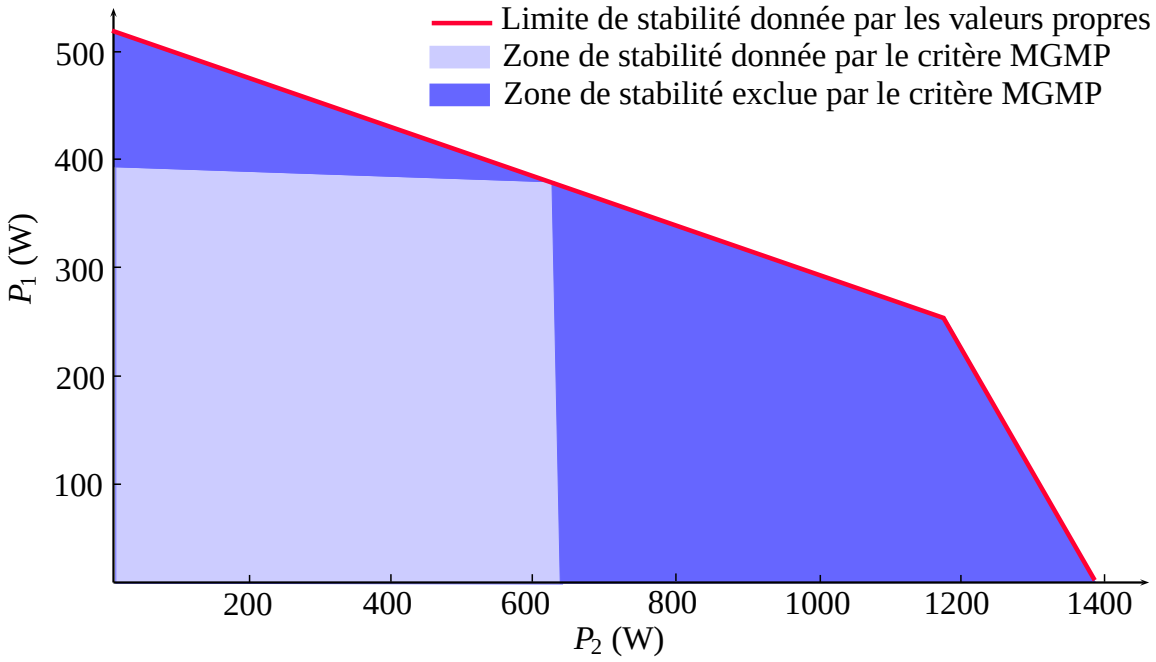

FIGURE 2.21 – Domaines de stabilité donnés par les valeurs propres et le critère MGMP pour $P_{sc} = 0W$

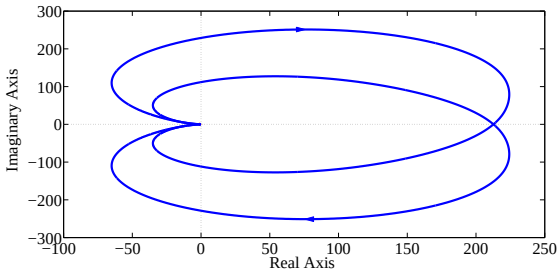

FIGURE 2.22 – Tracé de Nyquist de la FTBO pour $P_1 = 200W$, $P_2 = 400W$ et $P_{sc} = 0W$

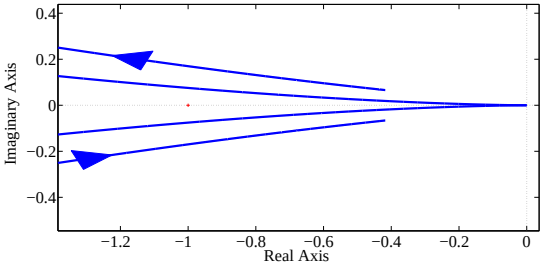

FIGURE 2.23 – ZOOM de la Fig.2.22

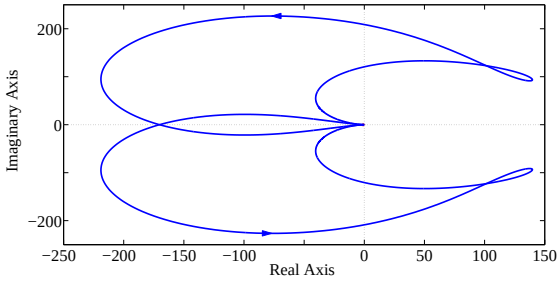

FIGURE 2.24 – Tracé de Nyquist de la FTBO pour $P_1 = 200W$, $P_2 = 800W$ et $P_{sc} = 0W$

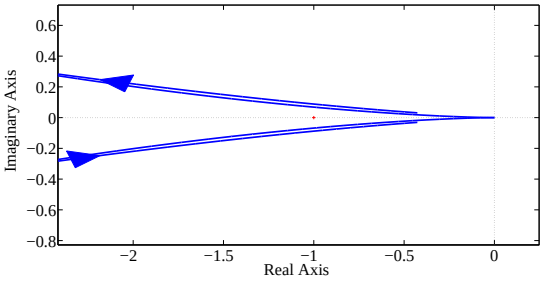

FIGURE 2.25 – ZOOM de la Fig.2.24

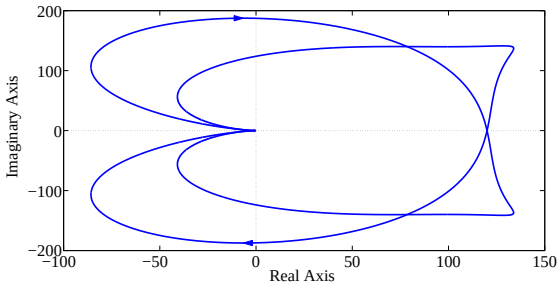

FIGURE 2.26 – Tracé de Nyquist de la FTBO pour $P_1 = 500W$, $P_2 = 400W$ et $P_{sc} = 0W$

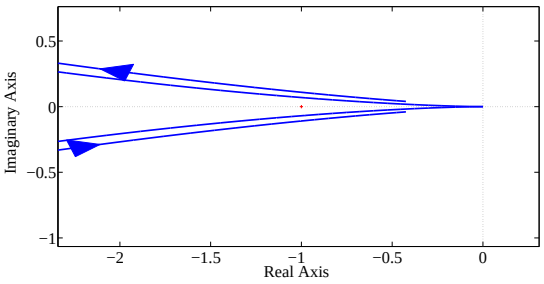

FIGURE 2.27 – ZOOM de la Fig.2.26

2.2.3 Conclusion sur l'étude de la stabilité "petit-signal"

Les études faites dans cette partie montrent que les valeurs propres du système peuvent être utilisées pour définir sa zone de fonctionnement stable. Celle-ci correspond à une hypersurface dont l'ordre est celui du nombre de CPL du réseau. Une telle zone doit être considérée dans l'utilisation du réseau sous risque de rentrer dans un mode instable. La zone de stabilité définie n'est pas linéaire, elle présente une cassure et pour chaque puissance d'utilisation sur l'une des trois charges, les puissances limites sur les deux autres changent. Dans le cas d'une optimisation de l'utilisation d'un tel réseau, les saturations en puissance de chaque charge doivent donc tenir compte en temps réel des puissances consommées par les autres charges.

De plus, on a pu voir que l'impact déstabilisant d'une CPL sur le réseau DC était lié à la manière dont il est connecté au bus DC, et donc en particulier à la structure de son filtre d'entrée. Plus celui-ci est amorti et moins la CPL va influer sur la stabilité du réseau. Ceci peut apporter des indications sur la manière de disposer géographiquement un réseau DC. On peut ainsi avancer que si celui-ci comporte une CPL dont la puissance de fonctionnement est prépondérante devant les autres, alors il serait préférable de la placer au plus près du bus DC afin de limiter au maximum la valeur de l'inductance de câble de son filtre d'entrée.

L'utilisation de la spectroscopie d'impédance est aussi possible. Elle présente l'avantage de découper un système complet en plusieurs sous-systèmes et rend ainsi la modélisation plus facile. Par exemple, l'ajout d'une charge sur le bus principal redemanderait une modélisation complète de la forme d'état du système pour une approche par valeurs propres alors qu'il suffira de rajouter l'impédance d'entrée correspondante dans une approche impédante. Néanmoins, on a pu mettre en évidence que l'utilisation des marges de robustesse graphiques telles que la marge de gain et la marge de phase n'était pas compatible avec la volonté d'optimiser le dimensionnement des éléments du système dans sa configuration complète car cela impose d'assurer la stabilité de tous les sous-systèmes indépendamment.

2.3 Étude non-linéaire de la stabilité du réseau

Afin d'étudier la stabilité "grand-signal" du réseau de la Fig.2.2, on va le modéliser sous une forme de TS. Ceci permettra ensuite, en utilisant les méthodes présentées dans le premier chapitre, d'obtenir une fonction de Lyapunov au système.

Le modèle que l'on va mettre sous une forme de TS est celui donné en (2.3). L'intérêt d'une modélisation sous TS est que l'on va modéliser les non-linéarités du système par une somme pondérée de modèles linéaires. La stabilité de l'ensemble pourra ensuite être étudiée via l'étude de chaque sous-modèle linéaire.

2.3.1 Mise sous forme de Takagi-Sugeno du système

Afin d'obtenir le modèle de TS relatif à (2.3), on va considérer les trois non-linéarités dues aux CPL (2.32). Elles sont toutes considérées dans un intervalle borné qui définit le cadre "grand-signal" de l'étude. Cet intervalle correspond dans chaque cas à la variation de tension aux bornes des capacités de bus. Le modèle (2.3) ayant trois non-linéarités, le modèle de TS correspondant se composera donc $2^3 = 8$ sous-modèles. Chaque sous-modèle sera défini selon une valeur constante de chaque fonction "non-linéarité" donnée en (2.32). Ces valeurs correspondent aux cas où les variations de tension sur les bus DC sont aux bornes des intervalles considérés. Afin de faciliter la rédaction, ainsi que la lecture, on va mettre en place le système de notation donné par (2.33). Un indice valant 1 indiquera que la variation de tension est sur la borne inférieure de l'intervalle alors qu'un indice valant 0 indique que la variation de tension est sur la borne supérieure. De part cette notation, on peut savoir à quel point correspond chaque sous-modèle. Par exemple, le sous-modèle $\{1,1,1\}$ correspondra au cas où toutes les variations sont sur la borne inférieure. Ceci, d'un point de vue stabilité est le cas le plus critique. A l'inverse, le cas $\{0,0,0\}$ correspondra lui à un état où les capacités des bus DC sont toutes chargées en énergie et qui correspond à un cas beaucoup plus favorable.

$$\begin{cases} f_1(x_4(t)) = \dfrac{1}{V_{n0} + x_4(t)} \ , \ x_4(t) \in \ I_4 = [x_{4min} \ , \ x_{4max}] \\ f_2(x_5(t)) = \dfrac{1}{V_{10} + x_5(t)} \ , \ x_5(t) \in \ I_5 = [x_{5min} \ , \ x_{5max}] \\ f_3(x_6(t)) = \dfrac{1}{V_{20} + x_6(t)} \ , \ x_6(t) \in \ I_6 = [x_{6min} \ , \ x_{6max}] \end{cases} \tag{2.32}$$

$$\begin{cases} si \ i = 1 \ alors \ x_4(t) = x_{4min} \\ si \ i = 0 \ alors \ x_4(t) = x_{4max} \\ si \ j = 1 \ alors \ x_5(t) = x_{5min} \\ si \ j = 0 \ alors \ x_5(t) = x_{5max} \\ si \ k = 1 \ alors \ x_6(t) = x_{6min} \\ si \ k = 0 \ alors \ x_6(t) = x_{6max} \end{cases} \tag{2.33}$$

A partir des fonctions "non-linéarité" choisies, la fonction d'activation (2.35) exprimée selon $i, \ j \ et \ k$ peut être utilisée. Elle vérifie la condition de convexité (2.34) nécessaire.

$$\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\mu_{i,j,k}(x_4(t),x_5(t),x_6(t)) = 1 \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned}\mu_{i,j,k}(x_4(t),x_5(t),x_6(t)) = &\left[i\frac{f_1(x_4(t))-f_1(x_{4max})}{f_1(x_{4min})-f_1(x_{4max})}+(1-i)\frac{f_1(x_{4min})-f_1(x_4(t))}{f_1(x_{4min})-f_1(x_{4max})}\right]\\ &\times\left[j\frac{f_2(x_5(t))-f_2(x_{5max})}{f_2(x_{5min})-f_2(x_{5max})}+(1-j)\frac{f_2(x_{5min})-f_2(x_5(t))}{f_2(x_{5min})-f_2(x_{5max})}\right]\\ &\times\left[k\frac{f_3(x_6(t))-f_3(x_{6max})}{f_3(x_{6min})-f_3(x_{6max})}+(1-k)\frac{f_3(x_{6min})-f_3(x_6(t))}{f_3(x_{6min})-f_3(x_{6max})}\right]\end{aligned} \tag{2.35}$$

Les huit sous-modèles du système sont exprimés, toujours selon les indices $i,\ j$ *et* k, par la matrice $A_{i,j,k}$ donnée en (2.37). Finalement, la forme TS du système (2.3), qui correspond à la somme pondérée de ces huit sous-modèles, est exprimée en (2.38).

$$A_{i,j,k} = \tag{2.36}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-r_e}{L_e} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_e} & 0 & 0\\ 0 & \frac{-r_1}{L_1} & 0 & \frac{1}{L_1} & \frac{-1}{L_1} & 0\\ 0 & 0 & \frac{-r_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_2}\\ \frac{1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{P_{sc}}{C_nV_{n0}[V_{n0}+i.x_{4min}+(1-i)x_{4max}]} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & \frac{P_1}{C_1V_{10}[V_{10}+j.x_{5min}+(1-j)x_{5max}]} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & \frac{P_2}{C_2V_{20}[V_{20}+k.x_{6min}+(1-k)x_{6max}]} \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1}\mu_{i,j,k}(x_4(t),x_5(t),x_6(t)).A_{i,j,k}X(t) \tag{2.38}$$

Afin de vérifier la bonne forme de TS du modèle, la Fig.2.28 montre les résultats de simulation des deux modèles. La forme différentielle correspond au modèle non-linéaire (2.3) alors que la forme TS correspond au modèle (2.38). Les deux ont été simulés sous Matlab-Simulink. Pour ces essais, les bornes des intervalles I_4, I_5 et I_6 sont données en (2.39). Les niveaux sont les mêmes pour I_5 et I_6 dont les variations sont du même ordre. Le niveau est par contre beaucoup plus faible pour I_4. En effet, les variations de tension sur x_4 sont beaucoup plus faibles que sur les deux autres bus DC.

La Fig.2.28 montre un cas instable où les conditions initiales sont proches du point de fonctionnement. On voit que les réponses temporelles des systèmes sont identiques. Cela montre la cohérence de la modélisation TS du modèle qui va être ensuite utilisée pour obtenir une fonction de Lyapunov du système.

$$\begin{cases} I_4 = [x_{4min},\ x_{4max}] = [-10V;\ 10V]\\ I_5 = [x_{5min},\ x_{5max}] = [-50V;\ 50V]\\ I_6 = [x_{6min},\ x_{6max}] = [-50V;\ 50V] \end{cases} \tag{2.39}$$

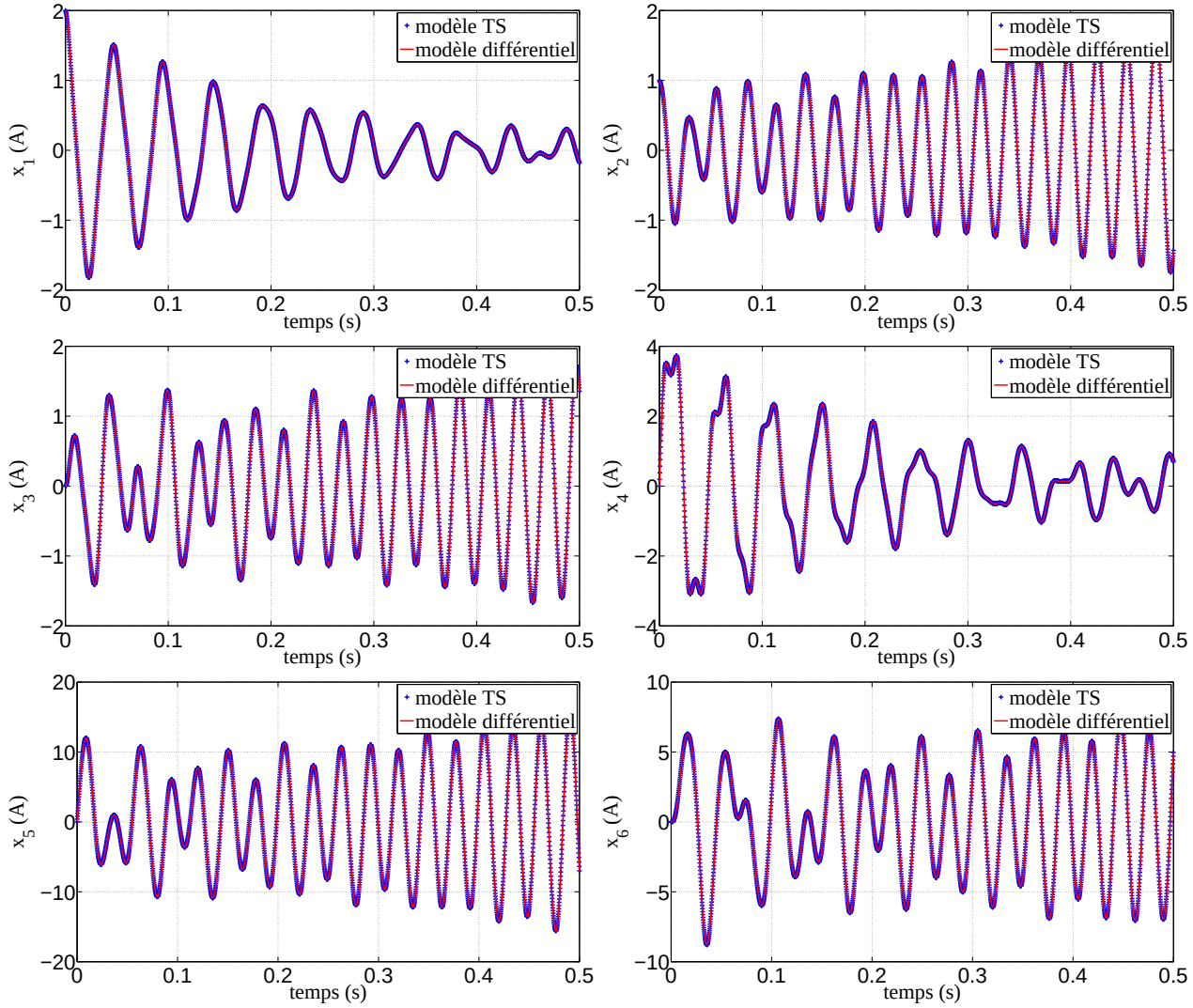

FIGURE 2.28 – Réponse du système modélisé sous sa forme différentielle et TS pour le point de fonctionnement $P_1 = 600W$, $P_2 = 200W$, et $P_{sc} = 0W$ avec les conditions initiales $x_1(0) = 2A$, $x_2(0) = 1A$, $x_3(0) = 0A$, $x_4(0) = 0V$, $x_5(0) = 0V$ et $x_6(0) = 0V$

2.3.2 Analyse de la stabilité ”grand-signal”

Afin d’étudier la stabilité ”grand-signal” du système, on utilise sa forme de TS qui nous donne le système de LMI à résoudre afin d’obtenir une fonction de Lyapunov quadratique propre au réseau. Ce système, donné par la relation (2.40), est composé des 8 LMI correspondantes aux 8 sous-modèles linéaires du modèle de TS.

$$\begin{cases} P > 0 \\ A_{111}^t P + PA_{111} < 0 \\ A_{110}^t P + PA_{110} < 0 \\ A_{101}^t P + PA_{101} < 0 \\ A_{011}^t P + PA_{011} < 0 \\ A_{000}^t P + PA_{000} < 0 \\ A_{001}^t P + PA_{001} < 0 \\ A_{010}^t P + PA_{010} < 0 \\ A_{100}^t P + PA_{100} < 0 \end{cases} \tag{2.40}$$

De la même manière que dans l’exemple du chapitre 1, la résolution va être placée dans une boucle itérative augmentant les intervalles I_4, I_5 et I_6 tant que la résolution de (2.40) converge pour avoir le plus grand bassin possible. La résolution du système donnera la matrice P qui définira la forme quadratique de Lyapunov du système (2.41), valable dans l’intervalle $I = I_4 \times I_5 \times I_6$.

$$V(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) & x_4(t) & x_5(t) & x_6(t) \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

Dès lors que l’on aura obtenu la fonction de Lyapunov du système, on peut utiliser la ”méthode du polyèdre” pour caractériser la plus grande ellipsoïde (de dimension 6) dans lequel le système est stable. Pour cela, on définit le polyèdre suivant les contraintes données par I lors de la résolution de (2.40). Le polyèdre sera délimité par les plans correspondants aux valeurs de $\{x_{4min},\ x_{4max},\ x_{5min},\ x_{5max},\ x_{6min},\ x_{6max}\}$ et défini par la relation (2.42).

$$\begin{cases} \mathcal{P} = & \{x \in \Re^6 \ : \ a_i^t.x \leq b_i,\ i = 1, \ldots 6\} \\ a_1 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^t \ et\ b_1 = & x_{4max} \\ a_2 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^t \ et\ b_2 = & -x_{4min} \\ a_3 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^t \ et\ b_3 = & x_{5max} \\ a_4 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^t \ et\ b_4 = & -x_{5min} \\ a_5 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^t \ et\ b_5 = & x_{6max} \\ a_6 = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^t \ et\ b_6 = & -x_{6min} \end{cases} \tag{2.42}$$

A partir de la fonction de Lyapunov déterminée avec la résolution des LMI et en utilisant la ”méthode du polyèdre”, on obtient V_{max} qui donne la plus grande ellipsoïde contenue dans $\Re^6$ et satisfaisant les

contraintes données par I. Celle-ci définit la zone de l'espace de dimension 6 dans laquelle le système est stable et converge. On peut parler de " bassin d'attraction d'ordre 6" du système. Celui-ci est donné par l'ensemble des points $x \in \Re^6$ telle que la relation (2.43) est respectée.

$$x(t)^t.P.x(t) \leq V_{max} \tag{2.43}$$

Obtenir une visualisation graphique de l'espace d'attraction est facile en dimension 2 ou 3 car l'on peut la tracer dans un repère. Malheureusement, ceci est beaucoup plus compliqué pour les dimensions supérieures. On pourrait imaginer donner des "coupes" de cette hypersurface d'ordre 6 mais pour cela il faudrait soit fixer certaines valeurs à des constantes, soit couper par des plans précis. Dans tous les cas, ces coupes ne correspondraient pas à la réalité physique du système étant donné que les variables d'état ne sont pas contrôlées et oscillent librement.

Néanmoins, à partir de la forme (2.43) on peut savoir si oui ou non un point de fonctionnement est accessible depuis un autre. Ce résultat est particulièrement intéressant dans le cas du démarrage d'un système. Si l'on considère que le système est sous tension depuis assez de temps pour que les capacités soient chargées et que l'on veut atteindre brusquement le point de fonctionnement nominal, alors on pourra affirmer que celui-ci est atteignable si le point de fonctionnement initial (c'est-à-dire quand toutes les charges sont à l'arrêt) se trouve dans le bassin d'attraction du point de fonctionnement nominal.

On considère par exemple les points nominaux suivants : $P_{n1} = \{\ P_1 = 300W,\ P_2 = 200W,\ P_{sc} = 0W\}$ et $P_{n2} = \{\ P_1 = 400W,\ P_2 = 200W,\ P_{sc} = 0W\}$. Les valeurs obtenues pour les deux points lors de la résolution du système de LMI et de l'utilisation de la méthode du polyèdre sont données dans le tableau 2.3. L'ensemble des points initiaux à partir desquels ils sont accessibles sont représentés sur les Fig.2.29 et 2.30. On voit que pour le premier point de fonctionnement (P_{n1}), l'étude de stabilité grand-signal nous permet d'assurer que le système peut atteindre le point nominal. Ceci n'est par contre pas possible pour le point P_{n2}.

Sur la Fig.2.31 sont représentées les trajectoires des variations des variables d'état pour un démarrage du système du point de fonctionnement nul ($P_0 = \{\ P_1 = 0W,\ P_2 = 0W,\ P_{sc} = 0W\}$) à P_{n1}. On voit que le système converge bien vers son état d'équilibre nominal qui correspond aux origines des repères.

La même chose a été réalisée avec le point P_{n2} et est représentée sur la Fig.2.32. On voit que même si l'étude de stabilité ne permet pas d'assurer que la trajectoire serait convergente vers le point d'équilibre, elle l'est. Ceci montre le conservatisme de la résolution du système de LMI qui ne nous permet d'avoir qu'une partie du bassin d'attraction réel. Ces résultats pourront être améliorés si l'on parvient à obtenir une meilleure fonction de Lyapunov du système.

Point Nominal	I_4	I_5	I_6	V_{max}
P_{n1}	[-34,59 ; 34,59]	[-69,19 ; 69,19]	[-55,35 ; 55,35]	0,0022
P_{n2}	[-14,72 ; 14,72]	[-29,45 ; 29,45]	[-23,56 ; 23,56]	0,0026

TABLE 2.3 – Résultats issus de l'étude de stabilité "grand-signal" des points nominaux P_{n1} et P_{n2}

2.3.3 Conclusion sur l'étude de la stabilité "grand-signal"

L'étude de la stabilité "grand-signal" du réseau DC présentée ici a été faite en utilisant la théorie des multimodèles de TS. Le système initial comportant 3 non-linéarités, on a pu le représenter à l'aide de 8

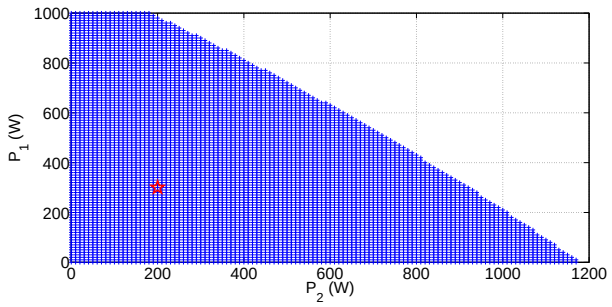

FIGURE 2.29 – Points de fonctionnement à partir desquels le point de fonctionnement P_{n1} est accessible d'après le bassin d'attraction défini ($P_{sc} = 0W$)

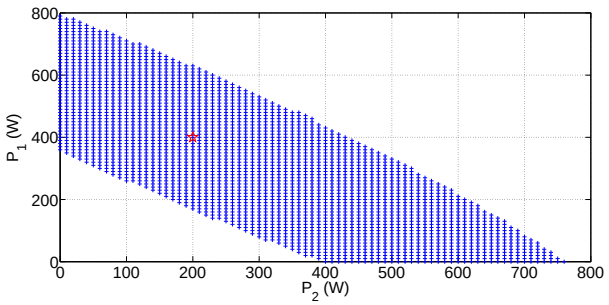

FIGURE 2.30 – Points de fonctionnement à partir desquels le point de fonctionnement P_{n2} est accessible d'après le bassin d'attraction défini ($P_{sc} = 0W$)

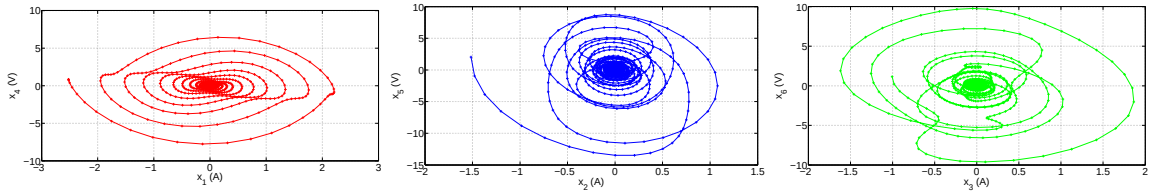

FIGURE 2.31 – Trajectoires du système pour aller du point initial P_0 à P_{n1}

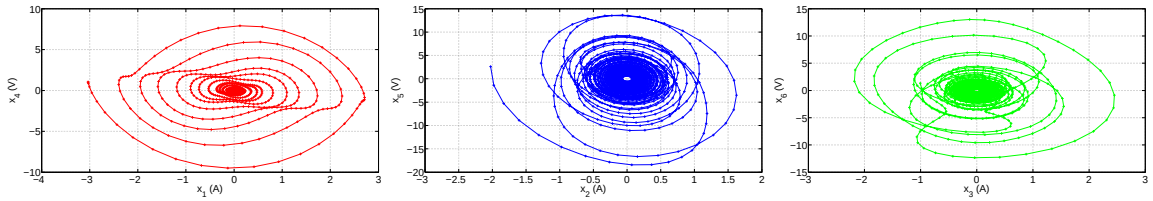

FIGURE 2.32 – Trajectoires du système pour aller du point initial P_0 à P_{n2}

sous-modèles linéaires. Ceux-ci ont permis, via la résolution d'un système de LMI d'obtenir une fonction de Lyapunov au système. Le bassin de convergence de celui-ci a ensuite pu être explicité en utilisant la méthode du polyèdre. Comme il l'a été mentionné, il est difficile d'exploiter de manière explicite le bassin d'attraction déterminé. Néanmoins, on peut l'utiliser pour assurer ou non que le système pourra passer d'un point de fonctionnement à un autre en restant dans un état stable. L'exemple du démarrage d'un système a été donné mais l'on aurait aussi pu considérer l'étude d'un cycle de fonctionnement complet.

Néanmoins, comme cela a aussi été illustré, il ne faut pas oublier que l'étude réalisée est restrictive et ne permet pas d'obtenir l'ensemble du domaine d'attraction propre au système. Réussir à trouver une autre fonction de Lyapunov menant à un résultat moins conservatif permettrait d'améliorer l'étude de stabilité "grand-signal" présentée ici.

2.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté la structure d'un réseau "type" permettant d'illustrer et de valider des études liées à la stabilité des réseaux DC. Ce réseau est composé de trois charges de natures différentes reliées à un bus DC principal via des filtres d'entrée pour deux d'entre elles. Les études de stabilité "petit-signal" ont montrées le rôle des filtres d'entrée sur la stabilité du réseau. L'effet déstabilisant d'une charge est directement lié à la structure du filtre d'entrée qui le connecte au bus principal. Ainsi une charge directement connectée à ce bus DC aura un impact limité sur sa stabilité. A l'inverse, plus le filtre d'entrée d'une charge sera faiblement amorti et plus cette charge sera influente sur la stabilité du système.

L'usage de deux méthodes d'étude de la stabilité "petit-signal" : la méthode par l'étude des valeurs propres et la méthode par l'utilisation de la spectroscopie d'impédance associée à des critères de robustesse du type MGMP ont été comparées. Il a été montré que les deux méthodes peuvent être utilisées mais que l'une est beaucoup plus conservative que l'autre. En effet, l'utilisation des critères de la MGMP repose sur une interprétation graphique des réponses fréquentielles du système. Celle-ci est basée sur le fait que le tracé de Nyquist ne doit pas entourer le point critique (-1,0). Ceci donne une condition nécessaire et suffisante de stabilité du système dans le cas de l'interaction entre deux sous-systèmes individuellement stables mais devient une condition suffisante mais non nécessaire dans le cas de l'interaction entre plus de deux sous-systèmes quelconques.
L'utilisation des critères de MGMP pour dimensionner un système d'un point de vue stabilité est donc acceptable mais ne permettra pas l'optimisation du dimensionnement. On peut donc supposer que cette méthode est moins adaptée au dimensionnement des systèmes aéronautiques où la recherche de minimisation des éléments passifs est l'un des principaux objectifs.

En dernier point, la méthode d'étude "grand-signal" basée sur la recherche d'une fonction de Lyapunov en utilisant une modélisation de TS du système a été faite. Le système a été mis sous une forme de TS permettant ensuite, à l'aide de la résolution d'un système de LMI, d'obtenir la fonction de Lyapunov recherchée. L'utilisation de la "méthode du polyèdre" permet de caractériser le bassin d'attraction du système autour de l'un de ses points de fonctionnement. L'ordre élevé du système (6 ici) ne permettant pas d'obtenir des visualisations graphiques cohérentes de ce bassin, l'ensemble des points de fonctionnement initiaux depuis lesquels un point de fonctionnement final est atteignable ont été présentés. Ceci peut par exemple permettre de valider la stabilité du démarrage d'un système ou de son cycle de fonctionnement. Ceci est intéressant dans le cas d'application de type "frein électrique" ou plusieurs actionneurs vont simultanément passer d'une référence de puissance quasiment nulle à une autre élevée selon un cycle prédéfini.

Chapitre 3

Stabilisation d’un Réseau DC par Approche Centralisée

Introduction

Il a été montré dans le chapitre précédent qu’un réseau DC pouvait devenir instable. Sa stabilité dépend de sa structure, de la valeur de ses paramètres et de son point de fonctionnement. Afin d’éviter que le système ne rentre dans un état d’instabilité lors de son utilisation, plusieurs approches peuvent être envisagées comme cela a déjà été évoqué dans le premier chapitre. La première, qualifiée de ”passive”, consiste à dimensionner le système de telle sorte qu’il soit stable dans les conditions d’utilisations prévues pour son fonctionnement (profil et puissances de charge maximum connues). Cette approche se base sur une modélisation mathématique du système qui permet de confronter le modèle à des critères de stabilité. Néanmoins, afin de prendre en compte les incertitudes sur les valeurs des paramètres du système et leurs futures variations dans le temps dues aux modifications de l’environnement (température, humidité...) ou au vieillissement du système, la considération de marge de sécurité est indispensable. Cette approche passive de la stabilité va donc entraîner un surdimensionnement des éléments du système. On va de cette manière augmenter la stabilité du système via l’ajout de composants passifs adaptés [Cespedes et al., 2010] ou l’augmentation de la taille de ceux-ci (par exemple les capacités en entrée des onduleurs). Ces solutions vont donc engendrer un surcoût au niveau de la conception du système. Il sera plus volumineux, plus lourd et donc, dans le cas de l’aéronautique, beaucoup plus cher.

Afin de considérer le problème de stabilité des réseaux sans avoir recours à ce type de solution, ce chapitre va proposer des méthodes de stabilisation ”actives”, c’est-à-dire réalisées grâce à la commande du système. Cette approche, qui consiste à implémenter un dispositif de stabilisation sur le système, va générer des signaux dits ”stabilisants” qui viendront s’ajouter aux références des différentes charges ou organes de stockage du système. Afin de ne pas perturber le bon fonctionnement du système, il faut impérativement que ces signaux stabilisants soient à valeur nulle en régime permanent. Ainsi, la référence souhaitée par l’utilisateur ne sera pas modifiée. L’influence du signal stabilisant sur la référence du système stabilisé sera uniquement visible durant le régime transitoire de celui-ci. Il va ”amortir” les régimes transitoires du système dans son ensemble afin de préserver sa stabilité. Même si l’impact des stabilisateurs ne sera pas visible en régime permanent, il n’en sera pas moins présent. En effet, si un point de fonctionnement est stabilisé grâce à un stabilisateur et si on le désactive, alors le système retournera dans son état instable.

Dans ce chapitre vont être proposé deux approches dîtes ”centralisées” pour stabiliser un réseau DC. Ces méthodes vont consister en l’implémentation d’un organe de calcul qui, à partir des mesures

de courant et de tension du réseau, va générer des signaux stabilisants pour l'ensemble des charges du système comme le montre la Fig.3.2. Les deux approches proposées ici vont se baser sur deux théories mathématiques différentes. La première repose sur la théorie des multi-modèles de TS. Elle se met en place à partir de la modélisation sous forme TS d'un système non-linéaire. La seconde se base sur la théorie de Lyapunov. On s'appuiera sur celle-ci pour déterminer un retour d'état assurant la stabilité globale du système.

Les deux approches seront détaillées et expérimentalement implémentées sur le banc d'essais afin de valider leur fonctionnement.

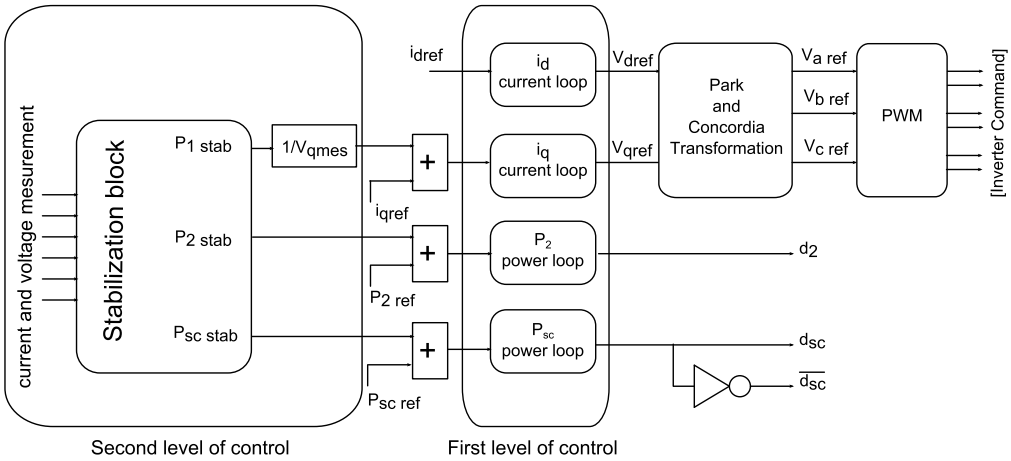

FIGURE 3.1 – Architecture de commande du réseau avec système de stabilisation centralisé

3.1 Stabilisation centralisée par approche de Takagi-Sugeno

3.1.1 Présentation de l'approche de stabilisation par le modèle de Takagi-Sugeno

Comme il l'a déjà été présenté, les modèles de Takagi-Sugeno (TS) permettent d'obtenir des considérations mathématiques rigoureuses des non-linéarités présentes dans les modèles non-linéaires. C'est le cas de figure qui se présente ici où les CPL entraînent des non-linéarités dans le modèle d'état (2.1). Dès lors que l'on a une modélisation TS d'un modèle non-linéaire, on va pouvoir dimensionner un retour d'état général pour le modèle non-linéaire à partir de plusieurs "sous-retours d'état" linéaires propres à chaque sous-modèles linéaires. C'est ce principe qui va être employé ici et qui, en s'appuyant sur des théorèmes et propriétés mathématiques propres aux multimodèles, va permettre de mettre en place un organe de stabilisation pour le système. L'utilisation d'une telle approche présente deux intérêts : le premier est qu'elle sera valable quelque soit les sous-modèles considérés, et donc quelque soit le modèle non-linéaire original dès lors qu'il aura été modélisé sous une forme de TS. Le deuxième intérêt se situe dans l'aspect linéaire du dimensionnement des "sous-retours d'état". Ils pourront se dimensionner comme n'importe quel retour d'état linéaire via la méthode classique du placement de pôle.

Dans cette section, le modèle de TS du système donné par (2.38) dans le deuxième chapitre va ainsi être utilisé pour générer un retour d'état assurant la convergence du système. Ce retour d'état, contenant les signaux stabilisants pour les charges du réseau, sera généré à partir de l'ensemble des informations du système (cf.Fig.3.1 et 3.2). Il sera dimensionné à partir des sous-modèles linéaires de TS donnés dans le chapitre précédent en (2.37).

3.1.2 Mise en place d'une loi de commande stabilisante

Afin de générer les signaux de référence des puissances stabilisantes, on considère la forme (2.38) auquel on ajoute les trois puissances stabilisantes ($P_{1\ stab}$, $P_{2\ stab}$ et $P_{sc\ stab}$) pour obtenir le modèle (3.1). Celui-ci peut être modélisé sous une forme de TS en utilisant les mêmes fonctions "non-linéarités" et fonctions d'activation que pour le modèle (2.38). La différence va être dans l'ajout d'une matrice $B_{i,j,k}$ donnée en (3.3) multipliée par un vecteur comportant les puissances stabilisantes et noté $U_{stab\ TS}$ (3.3). La relation (3.4) donne le modèle TS de (3.1).

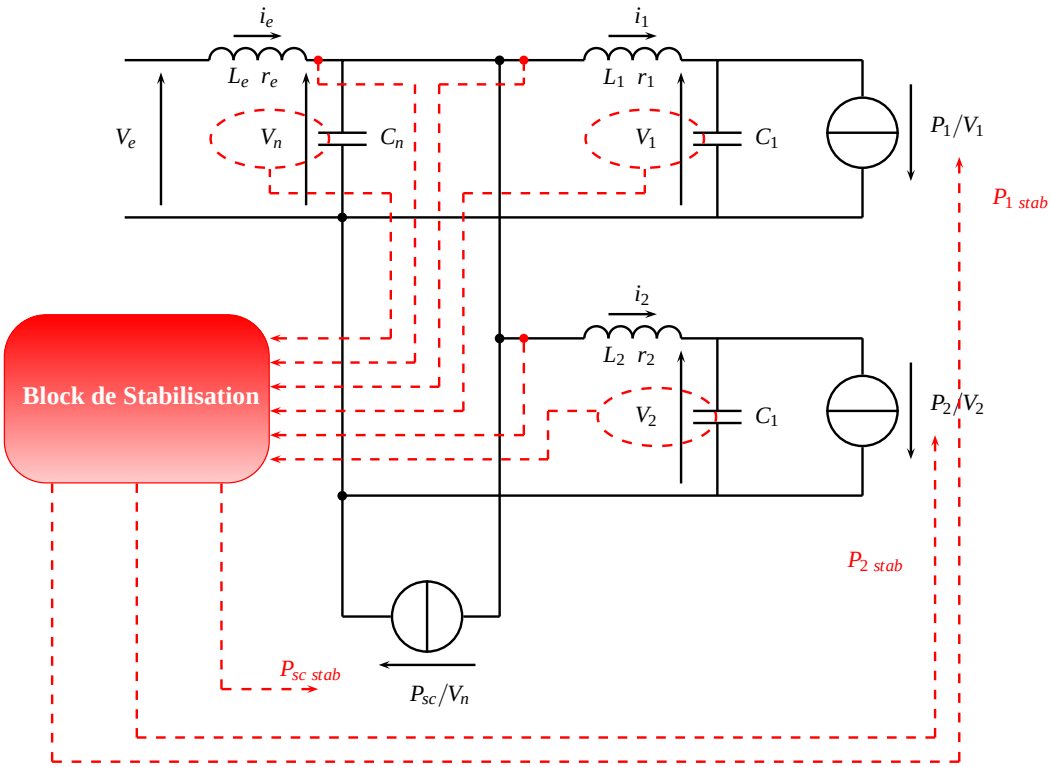

FIGURE 3.2 – Implémentation de la structure de stabilisation centralisée

$$\begin{cases} L_e\dot{x}_1(t) = -r_e x_1(t) - x_4(t) \\ L_1\dot{x}_2(t) = -r_1 x_2(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ L_2\dot{x}_3(t) = -r_2 x_3(t) + x_4(t) - x_6(t) \\ C_n\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + \dfrac{P_{sc}x_4(t)}{(x_4(t)+V_{n0})V_{n0}} - \dfrac{P_{sc\ stab}}{x_4(t)+V_{n0}} \\ C_1\dot{x}_5(t) = x_2(t) + \dfrac{P_1 x_5(t)}{(x_5(t)+V_{10})V_{10}} - \dfrac{P_{1\ stab}}{x_5(t)+V_{10}} \\ C_2\dot{x}_6(t) = x_3(t) + \dfrac{P_2 x_6(t)}{(x_6(t)+V_{20})V_{20}} - \dfrac{P_{2\ stab}}{x_6(t)+V_{20}} \end{cases} \tag{3.1}$$

$$B_{i,j,k} = \tag{3.2}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{-1}{C_n[V_{n0}+i.x_{4min}+(1-i)x_{4max}]} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{-1}{C_1[V_{10}+j.x_{5min}+(1-j)x_{5max}]} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{-1}{C_2[V_{20}+k.x_{6min}+(1-k)x_{6max}]} \end{bmatrix}$$

$$U_{stab\ TS} = \begin{bmatrix} P_{sc\ stab} \\ P_{1\ stab} \\ P_{2\ stab} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} \mu_{i,j,k}(x_4(t), x_5(t), x_6(t)) \left[A_{i,j,k}X(t) + B_{i,j,k}.U_{stab\ TS}\right] \tag{3.4}$$

Choix de loi de commande stabilisante

Avec ces notations, on voit que stabiliser le système revient à construire un retour d'état $U_{stab\ TS}$ tel que (3.4) soit stable. Pour cela, on trouve dans la littérature plusieurs approches se basant sur le retour d'état [Chadli, 2002]. La première, qui est la plus "naturelle" consiste à dimensionner un retour d'état de la forme $u_{i,j,k} = K_{i,j,k}.X(t)$ pour chaque sous-modèle du système et de considérer leur somme pondérée (3.5) comme retour d'état global.

$$U_{stab\ TS}(t) = \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} \mu_{i,j,k}(x_4(t), x_5(t), x_6(t)).K_{i,j,k}.X(t) \tag{3.5}$$

Cette méthode est communément nommée "Parallel Distributed Compensation" (PDC) [Wang et al., 1996]. Sa mise en oeuvre est relativement simple mais elle a pour inconvénient majeur de rendre l'étude de stabilité plus compliquée en faisant intervenir des termes croisés. Ainsi, valider la stabilité et donc l'efficacité du retour d'état pourra s'avérer difficile.

Une autre approche possible est basée sur la génération d'un retour d'état qui a l'avantage de découpler les termes croisés et donc de ne pas compliquer l'analyse de la stabilité du système. Malheureusement, une condition de son application est que les matrices d'entrées du système ($B_{i,j,k}$) soient positivement linéairement colinéaires, i.e. $\exists\ \alpha_{i,j,k} > 0 \setminus B_{i,j,k} = \alpha_{i,j,k}.B\ \forall (i,j,k) \in 0,1^3$. Dans ce cas là alors (3.6) s'applique.

$$U_{stab\ TS}(t) = \frac{\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} \mu_{i,j,k}(x_4(t), x_5(t), x_6(t)).\alpha_{i,j,k}.K_{i,j,k}}{\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} \mu_{i,j,k}(x_4(t), x_5(t), x_6(t)).\alpha_{i,j,k}}.X(t) \tag{3.6}$$

Malheureusement ce cas ne correspond pas au cas (3.4) étudié ici et on se contentera d'appliquer la méthode PDC au système.

La mise en oeuvre de la loi de commande stabilisante va donc consister à dimensionner les huit matrices $K_{i,j,k}$ correspondantes aux huit sous-modèles linéaires du système. Pour cela, on utilisera le principe du placement de pôle. On fixera les pôles souhaités pour chaque sous-modèle muni de son retour d'état ($A_{i,j,k} + B_{i,j,k}.K_{i,j,k}$) afin d'obtenir les matrices $K_{i,j,k}$ correspondantes.

Le système stabilisé aura ainsi la forme (3.7) :

$$\dot{X}(t) = \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} \mu_{i,j,k}(x_4(t), x_5(t), x_6(t)) \left[A_{i,j,k} + B_{i,j,k}\sum_{a=0}^{1}\sum_{b=0}^{1}\sum_{c=0}^{1} K_{a,b,c}\right] X(t) \tag{3.7}$$

Stabilité du système avec le retour d'état

Le principe de la mise en place de ce retour d'état étant d'assurer la stabilité du système, il faut veiller à ce que celui-ci, muni de son retour d'état, soit effectivement stable. Pour cela, il suffit de montrer qu'il existe une matrice symétrique définie positive P tel que les relations données par (3.8) soient respectées. Ceci assure que le système (3.7) est asymptotiquement stable [Chadli, 2002].

$$\begin{cases} \forall\ (i,j,k) \in 0,1^3 \\ \left(A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{i,j,k}\right)^t P + P\left(A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{i,j,k}\right) < 0 \\ \left(\dfrac{A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{a,b,c}+A_{a,b,c}+B_{a,b,c}.K_{i,j,k}}{2}\right)^t P + P\left(\dfrac{A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{a,b,c}+A_{a,b,c}+B_{a,b,c}.K_{i,j,k}}{2}\right) \leqslant 0 \end{cases} \tag{3.8}$$

La première relation de (3.8) nous donne les conditions "classiques" sur les LMI à respecter pour un système TS. Elle impose de vérifier que chaque sous-modèle ($A_{i,j,k}$, $B_{i,j,k}$) et son retour d'état ($K_{i,j,k}$) associé soit stable. Cette condition sera en général toujours respectée, surtout si l'on choisi les matrices $K_{i,j,k}$ par une méthode de placement de pôle. Néanmoins le conservatisme des LMI n'assure pas de trouver une matrice P solution.

La seconde relation de (3.8) met en évidence une complexité de l'usage des multimodèles pour la stabilisation des systèmes non-linéaires. En effet, elle impose de respecter $n(n+1)/2$ LMI (avec n qui correspond au nombre de sous-modèles). Soit ici 28 LMI supplémentaires en plus des 8 premières. Celles-ci proviennent des termes croisés qui sont dus à l'interaction entre chaque sous-modèle et les retours d'état respectifs aux autres sous-modèles.

On voit donc ici l'apparition d'un système de LMI très conservatif qui va considérablement compliquer le dimensionnement de chaque retour d'état. Car en effet, l'objectif ici étant d'assurer et de prouver la stabilité du système, il va falloir trouver des retours d'état qui en plus de stabiliser le système, permettent aussi de le prouver mathématiquement via la résolution du système de LMI.

Afin de diminuer le conservatisme des relations de (3.8), on peut utiliser un second théorème moins conservateur [Tanaka et al., 1998, Chadli, 2002]. Celui-ci stipule que si il existe des matrices symétriques $P > 0$ et $Q \geqslant 0$ tel que les relations de (3.9) soient respectées, alors le système (3.7) est asymptotiquement stable (avec r le nombre maximal de sous-modèles activés en même temps).

$$\begin{cases} \left(\dfrac{A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{a,b,c}+A_{a,b,c}+B_{a,b,c}.K_{i,j,k}}{2}\right)^t P + P\left(\dfrac{A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{a,b,c}+A_{a,b,c}+B_{a,b,c}.K_{i,j,k}}{2}\right) - Q \leqslant 0, \\ \left(A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{i,j,k}\right)^t P + P\left(A_{i,j,k}+B_{i,j,k}.K_{i,j,k}\right) + (r-1)Q < 0,\ \forall\ (i,j,k) \in 0,1^3 \\ \forall\ (i,j,k,a,b,c) \in 0,1^6,\ i \neq a,\ j \neq b,\ k \neq c \end{cases} \tag{3.9}$$

Nous utiliserons cette dernière relation (3.9) pour vérifier la validité de la stabilisation sur le système. On peut d'ores et déjà, avant même de procéder à l'application propre de ces méthodes, s'avancer sur la difficulté qui s'annonce pour dimensionner un bon stabilisateur. En effet, le contexte de l'application souhaitée impose que les signaux stabilisants soient de faible amplitude pour perturber le moins possible le système. Or, avec la méthode proposée ici, valider la stabilité du système nécessite de résoudre un système de LMI très conservatif. Ceci va nous imposer de choisir des matrices $K_{i,j,k}$ très "stabilisantes" qui vont fortement amortir le système et ainsi générer des signaux stabilisants de forte amplitude.

3.1.3 Dimensionnement du retour d'état stabilisant

Choix des retours d'état

Cette section va présenter la mise en place de la méthode proposée sur le banc d'essai du laboratoire (cf.Fig.2.2). Comme il l'a été expliqué précédemment, la mise en place de la méthode va consister à choisir des matrices $K_{i,j,k}$ qui permettrons d'assurer la stabilité du système. Pour cela, on va dimensionner chaque retour d'état en fonction de son sous-modèle associé par une méthode classique de placement de pôle. Cela permettra d'assurer que les sous-modèles associés à leur retour d'état soient stables. Ceci étant, en plus des relations croisées, des conditions nécessaires pour démontrer la stabilité du système complet.
On va ainsi déterminer les n matrices K correspondantes aux n sous-modèles (soit ici 8) en utilisant la fonction *place* de Matlab. Les 6 pôles en boucle fermée correspondant aux 8 sous-modèles seront pris identiques et donnés par la matrice λ_k (3.10) où le coefficient k permettra de faire varier les parties réelles des pôles en boucle fermée. Plus ceux-ci seront négatifs et plus le système sera fortement amorti et donc stabilisé.

$$\lambda_k = \begin{bmatrix} -k\times 100 + i10 & -k\times 100 - i10 \\ -k\times 100 + i10 & -k\times 100 - i10 \\ -k\times 100 + i10 & -k\times 100 - i10 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

En se plaçant au point de fonctionnement ($P_1 = 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$), en prenant $20V$ de variations autour des tensions V_n, V_1 et V_2 et $20A$ autour des courants i_e, i_1 et i_2 et avec les paramètres du banc et les pôles choisis, on obtient les 8 matrices K. Pour choisir le coefficient r, on considèrera que tous les sous-modèles peuvent être activés en même temps. C'est le cas quand le système est proche de son état d'équilibre et où toutes les variations des tensions sont éloignées des bornes de leurs intervalles.
Avec les 8 matrices K, $r = 8$ et en prenant $Q = 1e^{-7}$ (valeur qui sera gardée dans la suite de cette section relative la méthode de stabilisation via TS), la résolution des LMI (3.9) converge vers une matrice solution P. Ceci prouve la stabilité du système en boucle fermée. On montre ainsi que le système peut être stabilisé en ce point de fonctionnement. La partie suivante va présenter plus en détails la suite de la mise place du stabilisateur.

3.1.4 Mise en place et validation de la méthode

Mise en oeuvre par simulation

Le modèle de la Fig.3.2 est simulé sur Matlab/Simulink. Des saturations à $\pm 100W$ sont fixées sur les sorties des puissances stabilisantes. Celles-ci s'ajoutant aux références de puissance des charges du système, on ne peut pas les laisser osciller avec de trop fortes amplitudes car sinon les références pourraient être fortement perturbées. Ceci serait nuisible au système et n'est donc pas acceptable.

Pour les deux valeurs de k : $k = 2$ et $k = 1,2$ (et donc pour deux matrices λ_k différentes), on peut prouver que le système est stabilisé (existence de P).

Sur les Fig.3.3, 3.4 et 3.5 qui correspondent à la simulation du système sans stabilisation, on observe bien que le point de fonctionnement simulé est instable en accord avec l'étude proposée dans le chapitre 2.

Les Fig.3.6, 3.7 et 3.8 correspondent au même cas que précédemment mais avec le stabilisateur de TS activé, et cela pour les deux valeurs de k différentes. Premièrement, on remarque que le système est

bien stabilisé dans les deux cas. Deuxièmement, on s'aperçoit que les réponses du système ne sont pas identiques. La réponse correspondant au cas où $k = 2$ est plus amortie que celle où $k = 1,2$. Ceci s'explique naturellement par le fait que plus les pôles demandés sont à partie réelle négative et plus le système est amorti. Les résultats de simulation montrent que le système est très amorti dans les deux cas. Les stabilisateurs agissent donc très "fortement" sur le système en injectant des puissances stabilisantes importantes. Ceci est confirmé par les Fig.3.10, 3.11 et 3.9 qui montrent les puissances stabilisantes injectées dans les références de commande. Celles-ci sont très importantes et vont même jusqu'à atteindre les saturations fixées à $\pm 100W$ lors des premières oscillations.

Le lien entre l'amplitude des puissances stabilisantes et l'amortissement du système est direct. Plus la stabilisation est importante et plus l'amortissement l'est aussi. Quand l'on regarde l'amortissement du système (cf.Fig.3.6, 3.7 et 3.8) et la forte amplitude des signaux stabilisants générés (cf. Fig.3.10, 3.11 et 3.9), on peut se demander pourquoi ne pas réduire simplement l'amortissement via un réglage plus souple des stabilisateurs. Ceci laisserait osciller un peu plus le système sans que cela soit problématique et permettrait de diminuer l'amplitude des signaux stabilisants. Malheureusement, ceci est rendu impossible par la résolution du système de LMI qui ne converge pas pour des valeurs de k inférieures.

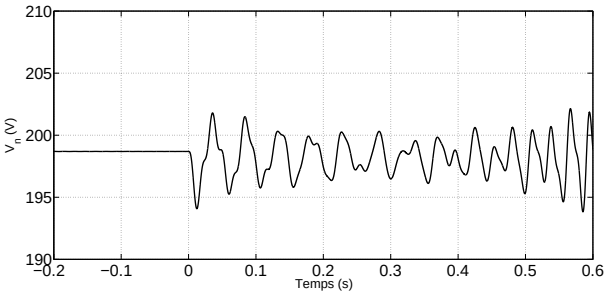

FIGURE 3.3 – Tension V_n après un échelon de puissance sur P_1 sans stabilisation. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

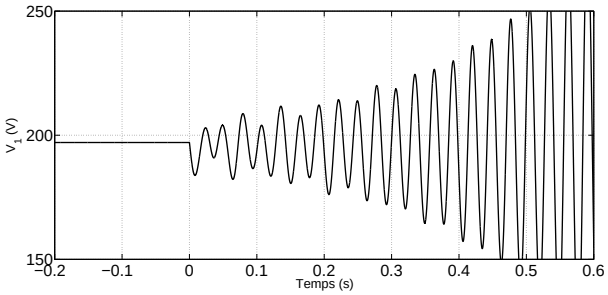

FIGURE 3.4 – Tension V_1 après un échelon de puissance sur P_1 sans stabilisation. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

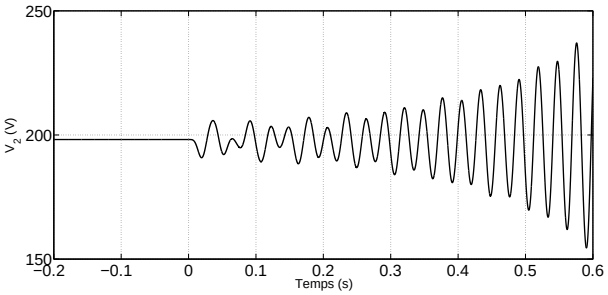

FIGURE 3.5 – Tension V_2 après un échelon de puissance sur P_1 sans stabilisation. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

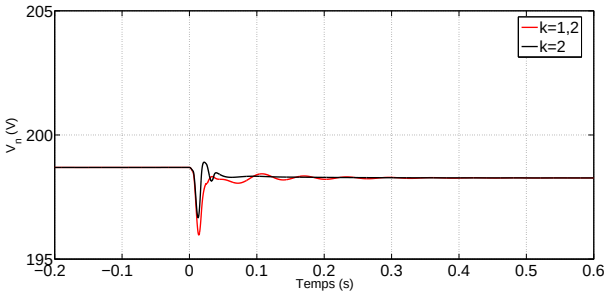

FIGURE 3.6 – Tension V_n après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

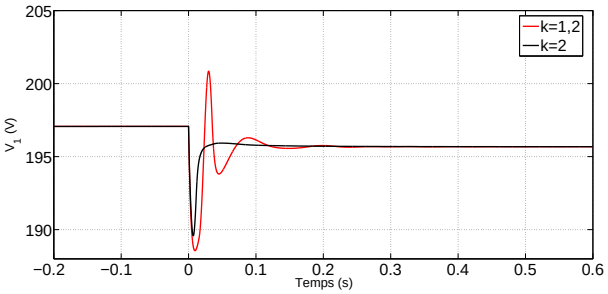

FIGURE 3.7 – Tension V_1 après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

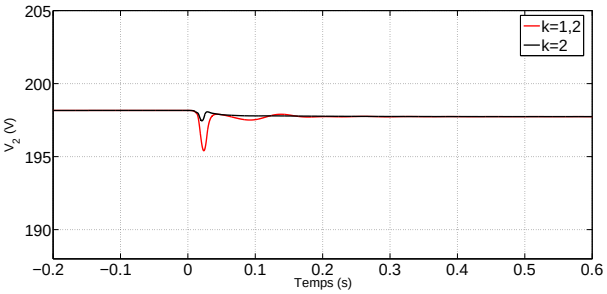

FIGURE 3.8 – Tension V_2 après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

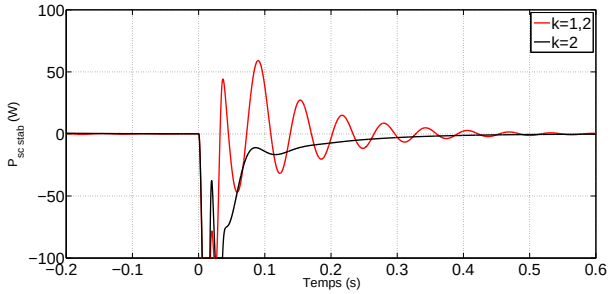

FIGURE 3.9 – Puissance stabilisante $P_{sc\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

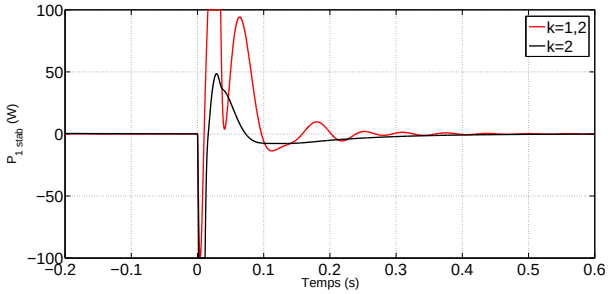

FIGURE 3.10 – Puissance stabilisante $P_{1\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

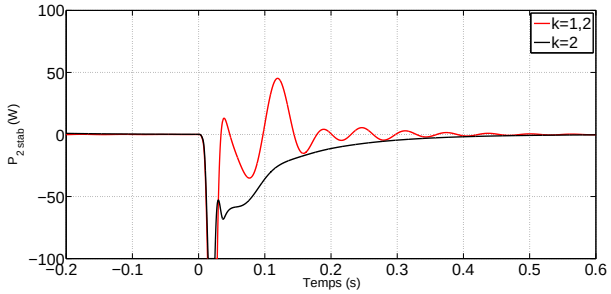

FIGURE 3.11 – Puissance stabilisante $P_{2\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

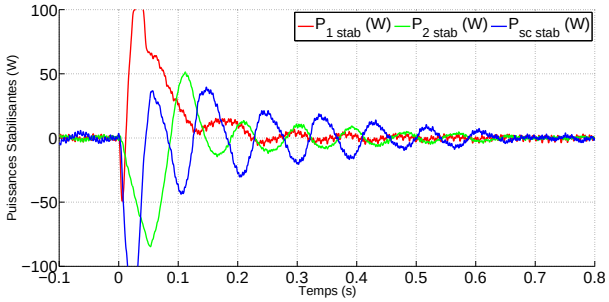

FIGURE 3.12 – Expérimental : Puissances stabilisantes après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$; $k = 1,2$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

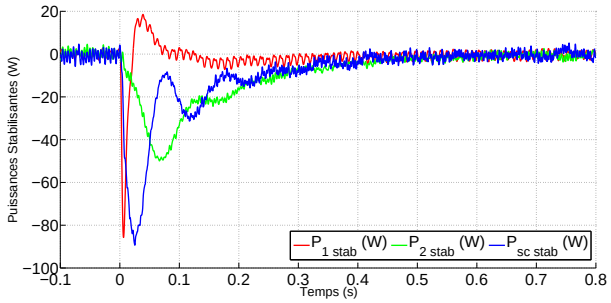

FIGURE 3.13 – Expérimental : Puissances stabilisantes après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$; $k = 2$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

Mise en oeuvre expérimentale

Dans le but de compléter les résultats obtenus par simulation, la méthode de stabilisation a été implémentée sur le banc du laboratoire. Les résultats présentés ont été obtenus avec un échelon sur le courant d'axe q allant de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ qui correspond à un échelon de puissance de $P_1 = 410W$ à $P_1 = 650W$ pour $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$. Ceci revient à se placer dans la zone de stabilité du système (cf. Fig.2.7) et, avec la variation de courant d'axe q, d'en sortir afin d'amener le système dans un état instable comme le montre la Fig.3.14. Pour la mise en oeuvre expérimentale, la saturation des signaux stabilisants a été laissée à $\pm 100W$.

Sur la Fig.3.14, on voit que le système devient bien instable quand l'on impose un courant d'axe q de $7,6A$ avec $P_{sc} = 0W$ et $P_1 = 350W$. Ensuite, le même essai est réalisé avec le stabilisateur. Deux dimensionnements du stabilisateur sont présentés ; le premier avec $k = 1,2$ (cf. Fig.3.15 et 3.12) et le deuxième avec $k = 2$ (cf. Fig.3.16 et 3.13). La première constatation est que dans les deux cas, le système est bien stabilisé. On voit que les réponses en tensions (cf. Fig.3.15 et 3.16) sont très fortement amorties par les puissances stabilisantes (cf. Fig.3.12 et 3.13). L'amortissement est tel que le régime transitoire devient presque inexistant sur les tensions V_2 et V_n. On remarque aussi que les puissances stabilisantes expérimentales sont moins importantes que celles obtenues par simulation. Ceci s'explique par le fait que bien que les boucles de régulation des charges aient des dynamiques importantes, elles ne sont pas aussi rapides que celles des CPL parfaites modélisées dans la simulation.

De plus, comme l'ont montrés les résultats de simulation, les puissances stabilisantes générées sont assez élevées. Pour le cas où $k = 1,2$, $P_{sc\ stab}$ et $P_{1\ stab}$ atteignent la butée de saturation. Ceci n'est pas très important en ce qui concerne la SC étant donné que l'on considère qu'elle est là pour soulager les autres charges du système mais cela l'est beaucoup plus pour la MSAP. Le signal stabilisant va introduire une perturbation correspondant à 15% de la puissance de fonctionnement (650W) qui va se retrouver dans l'allure du courant i_q. Sur la fig.3.15, on voit bien que le courant i_q est perturbé de manière non négligeable. Le stabilisateur génère des oscillations de couple sur la machine qui pourraient fatiguer, voir endommager le système à terme.

Le cas où $k = 2$ présente un problème quasi-similaire. On voit que i_q est soumis à une forte perturbation qui va contrer dans sa quasi-intégralité le signal de référence sur la première oscillation du système avant de le laisser s'établir en une durée de 40ms.

Ces résultats expérimentaux viennent confirmer les observations faites à partir des simulations. C'est-à-dire que la méthode proposée fonctionne et peut être utilisée pour stabiliser un système mais présente le désavantage de générer des signaux stabilisants de forte amplitude qui vont très fortement amortir le système, mais aussi causer des perturbations non négligeables sur les références des charges du système.

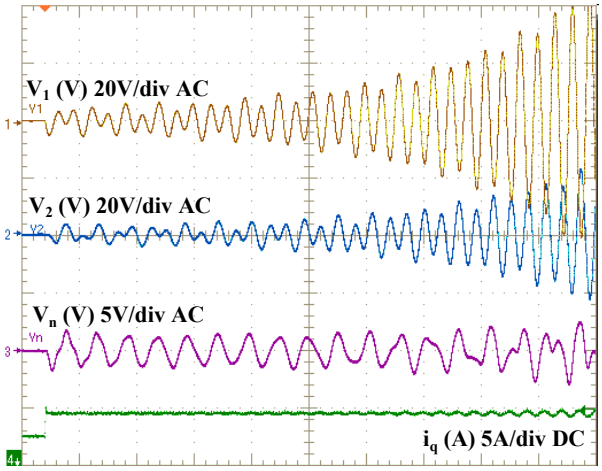

FIGURE 3.14 – Tensions du système après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ sans stabilisation ; $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$; échelle de temps : 100ms/div

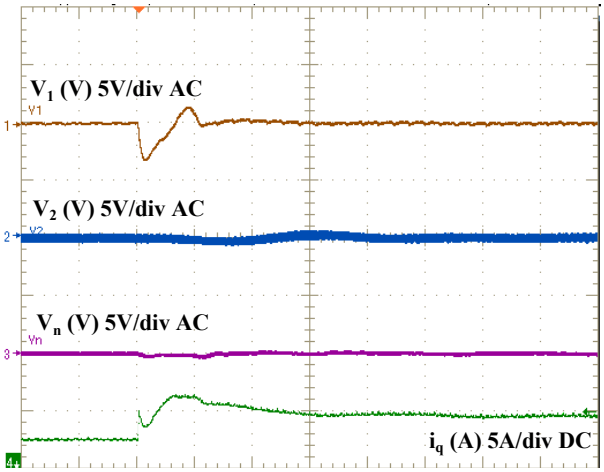

FIGURE 3.15 – Tensions du système après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ avec stabilisation ; $k = 1,2$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$; échelle de temps : 40ms/div

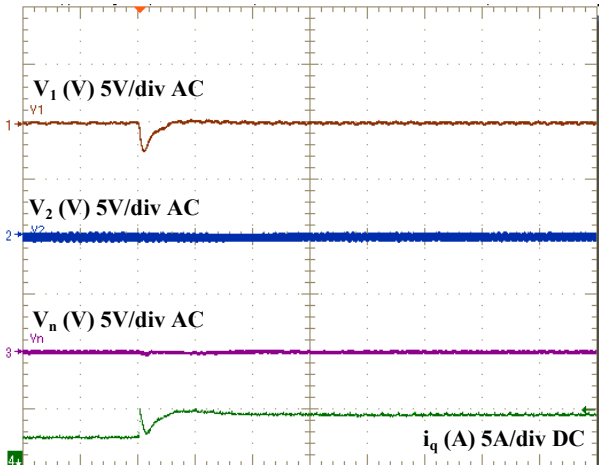

FIGURE 3.16 – Tensions du système après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ avec stabilisation ; $k = 2$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$; échelle de temps : 40ms/div

3.1.5 Conclusion sur la stabilisation par approche de Takagi-Sugeno

Cette section a présenté une méthode de stabilisation des systèmes non-linéaires dont la théorie mathématique se base sur des résultats portants sur les modèles de TS. On peut ainsi montrer que l'on peut construire un retour d'état non-linéaire stabilisant pour le système. Celui-ci consiste à mettre un retour d'état linéaire pour chaque sous-modèle linéaire du modèle de TS en utilisant la méthode du "placement de pôles".

L'efficacité de la méthode a ensuite été validée par simulation avant d'être implémentée expérimentalement sur le réseau du GREEN. Les résultats expérimentaux obtenus confirment les simulations réalisées et la validité de la méthode.

Néanmoins, ils montrent aussi la limite de cette approche. En effet, on a pu observer que le système de stabilisation était très amortissant pour le système et que ceci était la conséquence des fortes perturbations générées par les retours d'états stabilisants. On pourrait imaginer réduire l'impact de ceux-ci en modifiant le placement des pôles (abaisser la valeur de k) pour réduire la dynamique des sous-modèles et de leur retour d'état respectifs en boucle fermée. Malheureusement, le conservatisme important exigé par les LMI pour prouver la stabilité de l'ensemble du système ne permet pas de proposer un tel dimensionnement. Ce conservatisme nous contraint à proposer un stabilisateur très perturbant pour le système, ce qui le rend peu attractif pour une application industrielle. Il est néanmoins fort probable qu'un meilleur dimensionnement des retours d'état existe. Mais, les travaux de recherche de cette thèse ne vont pas se concentrer sur ce point. Arrivé à ce stade, j'ai préféré m'orienter vers une autre méthode proposant une approche mathématique différente qui sera présentée dans la prochaine partie.

3.2 Stabilisation centralisée par approche de Lyapunov

3.2.1 Introduction sur l'approche de Lyapunov

L'approche précédente, basée sur les modèles de TS, est apparue complexe et très peu souple dans son dimensionnement et son utilisation. De plus, sa mise en oeuvre pratique demande une puissance de calcul importante de part le besoin de connaître en temps réel les valeurs des fonctions d'activation. Ces aspects, qui la rendent peu attractive, vont être nettement améliorés par la méthode présentée dans cette section. En effet, alors que la première méthode se basait sur la décomposition de TS du modèle non-linéaire et l'implémentation d'une combinaison de n retours d'état associés aux n sous-modèles linéaires, la méthode présentée ici se contentera de traiter un seul modèle et donc un seul retour d'état.

Le principe de cette méthode est basé sur la décomposition du système non-linéaire en deux parties. L'une contiendra les non-linéarités du système et l'autre sera composée de la partie linéaire restante. La partie non-linéaire ainsi isolée sera ensuite compensée avec un retour d'état dimensionné à partir de l'Équation de Lyapunov et qui assurera la stabilité globale du système. La structure de son implantation sera néanmoins toujours similaire à celle présentée par les Fig.3.1 et3.2.

3.2.2 Mise en place de la méthode

Le système considéré ici est toujours celui de la Fig.2.2 qui peut se modéliser, suivant les hypothèses suivies dans le chapitre 2, par la forme non-linéaire (2.3). Le retour d'état stabilisant que l'on va mettre en place va intervenir sur le système en agissant sur les références de puissance. Les CPL du systèmes seront alors la somme de la référence "utilisateur" définissant le point de fonctionnement et du signal stabilisant qui, bien évidement, devra être nul en régime permanent. En prenant compte ces puissances stabilisantes (notées $P_{1\ stab}$, $P_{2\ stab}$ et $P_{sc\ stab}$), le modèle (2.3) devient (3.11).

$$\begin{cases} L_e\dot{x}_1(t) = -r_e x_1(t) - x_4(t) \\ L_1\dot{x}_2(t) = -r_1 x_2(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ L_2\dot{x}_3(t) = -r_2 x_3(t) + x_4(t) - x_6(t) \\ C_n\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + \dfrac{P_{sc}x_4(t) - P_{sc\ stab}(t)V_{n0}}{(x_4(t)+V_{n0})V_{n0}} \\ C_1\dot{x}_5(t) = x_2(t) + \dfrac{P_1 x_5(t) - P_{1\ stab}(t)V_{10}}{(x_5(t)+V_{10})V_{10}} \\ C_2\dot{x}_6(t) = x_3(t) + \dfrac{P_2 x_6(t) - P_{2\ stab}(t)V_{20}}{(x_6(t)+V_{20})V_{20}} \end{cases} \tag{3.11}$$

Le principe de l'approche consiste à sortir les non-linéarités du modèle (3.11) pour obtenir une forme du type (3.12) où A sera la forme linéaire du système et U contiendra les non-linéarités. Ensuite, on va déterminer une forme pour U telle que le système soit stable. On pourra alors identifier les puissances stabilisantes à injecter dans le système (3.11) et qui garantirons sa stabilité.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \tag{3.12}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-r_e}{L_e} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_e} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_1}{L_1} & 0 & \frac{1}{L_1} & \frac{-1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_2} \\ \frac{1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_{sc}(t)x_4(t) - P_{sc\ stab}(t)V_{n0}}{V_{n0}V_n(t)} \\ \frac{P_1x_5(t) - P_{1\ stab}(t)V_{10}}{V_{10}V_1(t)} \\ \frac{P_2x_6(t) - P_{2\ stab}(t)V_{20}}{V_{20}V_2(t)} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Les relations (3.13), (3.14) et (3.15) donnent la décomposition de (3.11). On voit que, à partir de (3.15), on obtient une relation contenant les puissances stabilisantes $P_{sc\ stab}$, $P_{1\ stab}$ et $P_{2\ stab}$ à générer en fonction du retour d'état U. Afin de déterminer leurs formes, on va choisir U de telle manière que la stabilité globale du système soit assurée. Pour cela, on propose la formulation (3.16) où D est une matrice diagonale définie positive et P la solution de l'Équation de Lyapunov (3.17) (P et Q qui sont deux matrices symétriques définies positives [Khalil, 2002]).

$$U = -(BD)^t PX \tag{3.16}$$

$$PA + A^t P = -Q \tag{3.17}$$

$$\dot{X}(t) = (A - B(BD)^t P)X(t) \tag{3.18}$$

Avec le retour choisi, (3.12) devient (3.18) et assure que la matrice $(A - B(BD)^t P)$ (notée A_{BF}) est solution de l'Équation de Lyapunov. Ceci prouve la stabilité globale du système.

Preuve :

$P(A-B(BD)^tP)+(A-B(BD)^tP)^tP = PA+A^tP-PB(BD)^tP-(B(BD)^tP)^tP$
avec $PA+A^tP<0$ donc on doit vérifier que $PB(BD)^tP+(B(BD)^tP)^tP \geqslant 0$.
Comme P et D sont tous deux définis positifs, on peut les mettre sous la forme suivante :
$P = M_PM_P^t = M_P^tM_P$ et $D = M_DM_D^t = M_D^tM_D$ avec M_D et M_P des matrices inversibles.
d'où l'on a $PB(BD)^tP+(B(BD)^tP)^tP = (M_PM_P^tBM_D)(M_PM_P^tBM_D)^t+(P^tBM_D)(P^tBM_D)^t > 0$
remarque : Cette preuve est indépendante des puissances de charges et donc du point de fonctionnement du système.

Finalement, les puissances stabilisantes à injecter dans le système sont définies par la relation (3.19) conformément à (3.15).

Le rôle de la matrice D est de placer un coefficient sur chaque signal stabilisant afin de pouvoir pondérer leurs actions respectives sur le système. Ceci va notamment permettre de diminuer l'amplitude des signaux stabilisants des charges utiles dans le but de rendre la stabilisation la plus discrète possible. Ceci bien sûr pour perturber au minimum les régimes transitoires des CPL.

$$\begin{cases} P_{sc\ stab}(t) = [i_{e0}-i_{10}-i_{20}]x_4(t)-u_1(t)V_n(t) \\ P_{1\ stab}(t) = i_{10}x_5(t)-u_2(t)V_1(t) \\ P_{2\ stab}(t) = i_{20}x_6(t)-u_3(t)V_2(t) \end{cases} \tag{3.19}$$

$$D = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \delta_n \end{bmatrix} \quad \delta_i \geqslant 0 \ \ \forall i \in [1,n] \tag{3.20}$$

3.2.3 Dimensionnement du retour d'état

Avec le retour d'état proposé, la dynamique du système stabilisé est donnée par les valeurs propres de A_{BF}. Celles-ci sont fonction des paramètres du système et des matrices Q et D. En considérant que les paramètres du système sont fixes, les seuls "paramètres de réglage" pour déplacer les valeurs propres de A_{BF} sont les coefficients δ_i de D et Q.

L'approche proposée permettant d'obtenir un système stable en boucle fermée, on peut assurer que les parties réelles des valeurs propres de la matrice A_{BF} se trouvent toutes dans le demi-plan négatif. On utilisera ensuite les matrices D et Q pour déplacer les valeurs propres dans ce demi-plan afin de rendre l'amortissement du système par le stabilisateur plus ou moins élevé.

Le placement des valeurs propres de A_{BF} doit être encadré. Plus leur partie réelle va être négative et plus la dynamique va être élevée. Ceci risque alors d'entraîner des puissances stabilisantes trop importantes qui perturberaient de manière non acceptable les transitoires des puissances demandées par l'utilisateur comme c'est le cas avec la méthode précédente. A l'inverse, si les parties réelles des valeurs propres se rapprochent trop de l'axe des réels, alors les puissances stabilisantes seront très faibles et la réponse du système en boucle fermée très lente ce qui peut aussi s'avérer problématique dans certaines applications. Ces deux cas

extrêmes montrent qu'un compromis doit être trouvé pour le réglage du stabilisateur. Pour cela, on propose de délimiter un intervalle $I = [\lambda_{min},\ \lambda_{max}]$ dans lequel toutes les parties réelles des valeurs propres devront se trouver.

3.2.4 Mise en place et validation de la méthode

Mise en oeuvre par simulation

D'une manière analogue à celle réalisée pour l'approche se basant sur la théorie de TS, on va premièrement implémenter sous Matlab/Simulink la méthode de stabilisation. Ensuite, on va étudier, en s'appuyant sur les résultats de simulation, l'influence des paramètres de réglage de la méthode que sont les matrices D et Q.

Validation de la stabilisation du système par la méthode de la Lyapunov On reprend le même point de fonctionnement instable que pour la méthode précédente, c'est-à-dire : $P_1 = 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$. On commence par prendre $Q = 1^{-5}I_6$ et $D = I_3$ comme matrices de réglage. Avec ces deux matrices, les valeurs propres du système en boucle fermée sont données par la Fig.3.17. Les parties réelles des valeurs propres sont situées entre -17 et -45. Elles sont bien sûr à partie réelle négative.

La Fig.3.18 (qui est à comparer avec les Fig.3.3, 3.4 et 3.5) montre que le système est bien stabilisé avec l'activation du bloc de stabilisation.

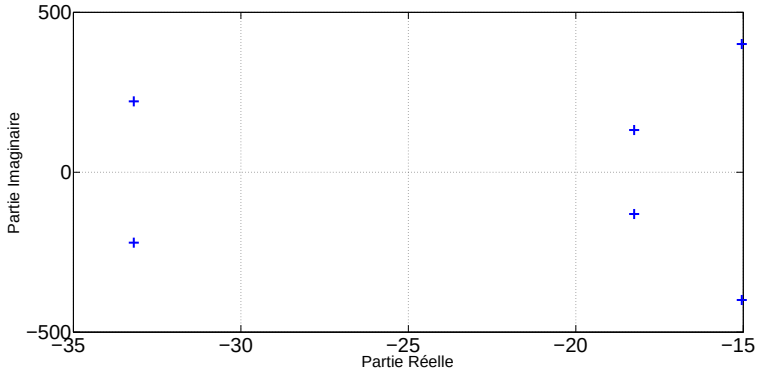

FIGURE 3.17 – Valeurs propres de A_{BF}

Étude de l'influence de Q Comme il l'a déjà été mentionné, la méthode proposée ici ne possède que deux paramètres de réglage : les matrices D et Q. On va premièrement s'intéresser à la matrice Q. Celle-ci intervient dans la détermination de P et entre donc directement en compte dans le dimensionnement du retour d'état stabilisant. La Fig.3.19 montre l'évolution des valeurs propres de A_{BF} avec Q. On voit que plus Q est grand, plus elles se déplacent vers la gauche. Le stabilisateur va augmenter son action stabilisante sur le système et ainsi accroître son amortissement. Ceci est confirmé par les Fig.3.20 à 3.25 sur lesquelles ont été tracées les réponses en tension du système ainsi que les puissances stabilisantes injectées par le stabilisateur pour différentes valeurs de Q. De la même manière que pour la méthode précédente (basée sur la théorie de TS), on voit que quand la partie réelle des valeurs propres du système en boucle fermée se rapproche de -100, alors la puissance stabilisante générée devient assez importante lors de la première

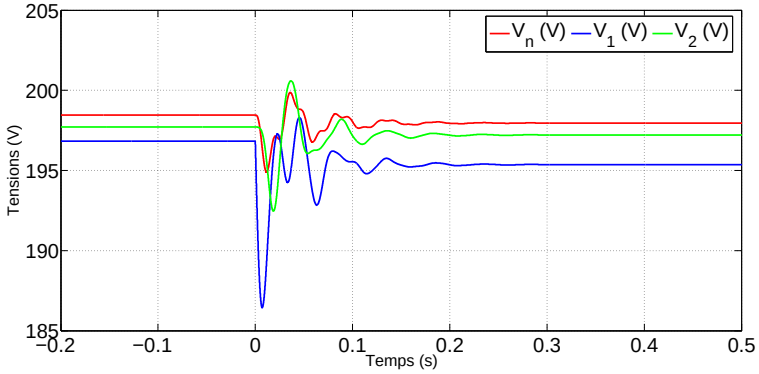

FIGURE 3.18 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}I_6$ $D = I_3$ Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

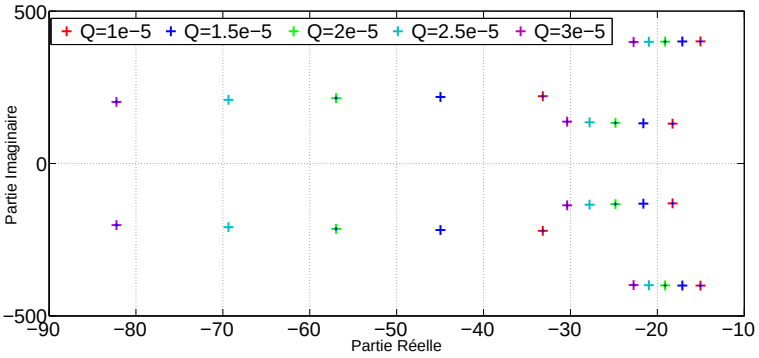

FIGURE 3.19 – Variations des valeurs propres de A_{BF} en fonction de Q pour $D = I_3$, Point de fonctionnement : $P_1 = 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

oscillation pour atteindre la saturation des commandes stabilisantes.

On peut donc conclure sur le rôle de la matrice Q. Celle-ci sert à déplacer les valeurs propres du système stabilisé en boucle fermée. Il faut néanmoins prendre garde à ne pas la prendre trop grande car sinon le retour d'état correspondant va générer des puissances stabilisantes importantes qui vont perturber le bon fonctionnement du système.

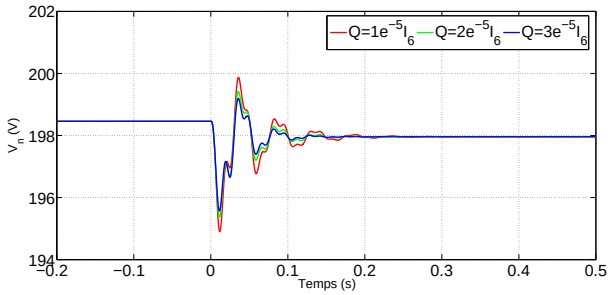

FIGURE 3.20 – Tension V_n après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $D = D_1$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

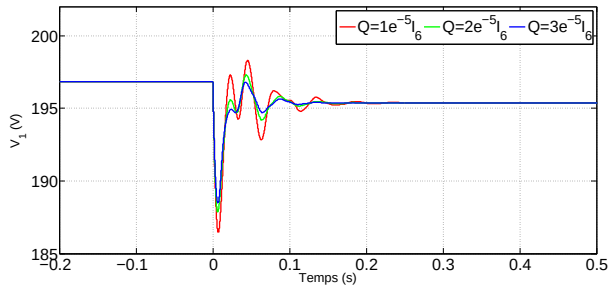

FIGURE 3.21 – Tension V_1 après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $D = D_1$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

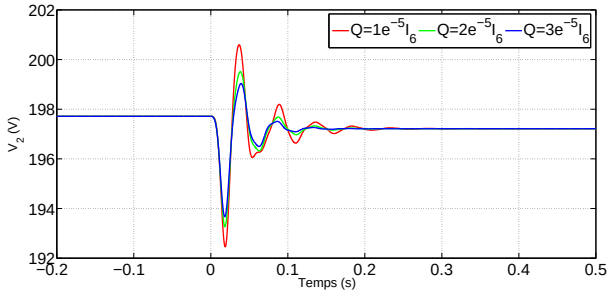

FIGURE 3.22 – Tension V_2 après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $D = D_1$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

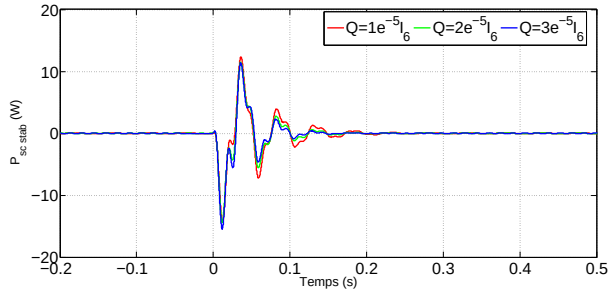

FIGURE 3.23 – Puissance $P_{sc\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $D = D_1$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

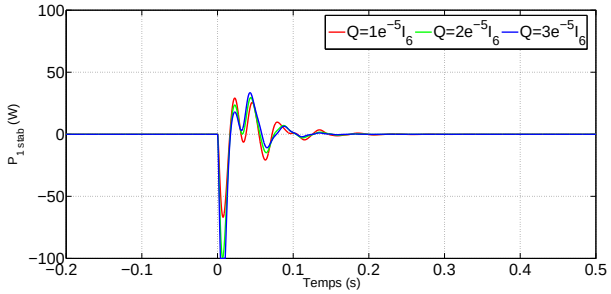

FIGURE 3.24 – Puissance $P_{1\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $D = D_1$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

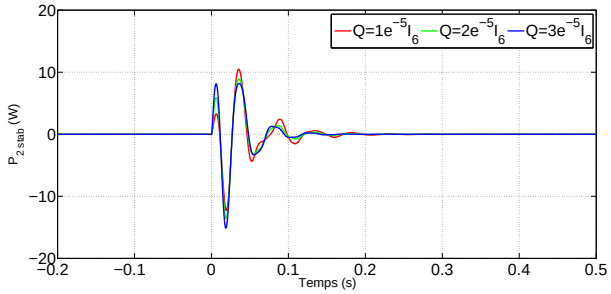

FIGURE 3.25 – Puissance $P_{2\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $D = D_1$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

TABLE 3.1 – Amplitude maximale des puissances stabilisantes (valeur absolue)

	D_1	$D_{0.5}$	$D_{0.3}$
$\lvert P_{1\ stab}\rvert$	66W	37W	23W
$\lvert P_{2\ stab}\rvert$	12W	7W	5W
$\lvert P_{sc\ stab}\rvert$	14W	16W	17W

	D_1	$D_{0,5}$	$D_{0,3}$
$< P_{1\ stab} >$	1,0661	0,8348	0,7805
$< P_{2\ stab} >$	0,2593	0,2141	0,1906
$< P_{sc\ stab} >$	0,3581	0,5535	0,7461

TABLE 3.2 – Intégrale de la valeur absolue des puissances stabilisantes. Calculée sur 0,5s

Étude de l'influence de D Dans la littérature, il existe des solutions qui proposent d'utiliser des sources d'énergie pour injecter des courants sur le bus DC qui vont servir à compenser les harmoniques générés sur le réseau par les convertisseurs de puissance [Defay et al., 2008, Bruyant et al., 1998, Mekri et al., 2008]. C'est avec cet esprit que la matrice D est proposée. En effet, celle-ci va servir à diminuer l'amplitude de certains signaux stabilisants. Ainsi, on pourra réduire l'impact du stabilisateur sur les charges du système voulues. On pense en particulier aux actionneurs qui peuvent devoir suivre des consignes précises de couple sur une charge donnée. Dans ces cas là, pouvoir abaisser la perturbation stabilisante s'avérera très utile. En d'autres termes, cela va permettre de transmettre l'effort de stabilisation sur la source de stockage réversible. A partir de l'ensemble des mesures du réseau DC (courants, tensions), on va utiliser la SC pour améliorer la qualité du réseau en injectant de l'énergie stabilisante sur le bus de distribution DC.

Comme cela est montré dans la preuve de la stabilité du système, la seule condition existante sur D est qu'elle soit définie positive. En d'autres termes, étant donné sa structure diagonale, il faut que ses coefficients δ_i soient tous $\geqslant 0$. On prend comme notation pour la matrice D (explicitée en (3.21)) : δ_{sc} le coefficient propre à l'action de la SC et δ_1 et δ_2 ceux propres respectivement aux charges 1 et 2.

$$D = \begin{bmatrix} \delta_{sc} & 0 & 0 \\ 0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D_{0.5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad D_{0.3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

Afin de mettre en évidence le rôle de la matrice D, les Fig.3.26 à 3.31 donnent les réponses en tension et les puissances stabilisantes générées après un échelon de puissance sur P_1 pour différentes valeurs de D (explicitées en (3.22)). On prend comme matrice de référence la matrice identité, c'est-à-dire où tous les coefficients sont égaux à 1 (D_1). Ensuite, on refait les mêmes simulations en diminuant les coefficients associés aux charges utiles (δ_1 et δ_2) afin de réduire leur puissance stabilisante.

Sur les Fig.3.30 et 3.31, on voit que l'amplitude des signaux stabilisants est bien atténuée avec la diminution des coefficients de D associés. Ceci est surtout visible lors des premières oscillations qui sont toujours les plus importantes. L'amplitude maximale de chaque puissance stabilisante est donnée dans le tableau 3.1. Les résultats simulés montrent bien que l'amplitude maximale (qui est l'une des principales sources de perturbation de la commande des actionneurs) des charges utiles 1 et 2 est nettement diminuée avec $D_{0.5}$ et $D_{0.3}$ par rapport à D_1. A l'inverse, $P_{sc\ stab}$ est très légèrement augmentée avec ces modifications. Le tableau 3.2.4 donne l'intégrale de la valeur absolue des signaux stabilisants. Il confirme que l'utilisation des matrices $D_{0,5}$ et $D_{0,5}$ permet de réduire l'action stabilisante des charges 1 et 2. On voit aussi que la valeur associée à la SC augmente.

Ceci s'explique par le fait que, comme les deux autres signaux stabilisants sont atténués, le système est moins amorti. Ce manque d'amortissement est directement visible sur les réponses en tension données sur les Fig.3.26, 3.27 et 3.28. Les variations de tension (et courant) entrantes dans le système de stabilisation sont donc plus importantes, ce qui explique l'augmentation de la référence stabilisante sur la SC.

Ces résultats de simulation ont permis d'expliciter et de valider le rôle de la matrice D dans l'utilisation de la méthode de stabilisation. On voit que grâce à elle, on peut fortement atténuer l'amplitude des signaux stabilisants choisis.

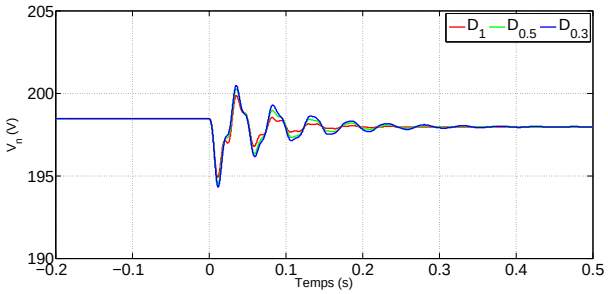

FIGURE 3.26 – Tension V_n après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

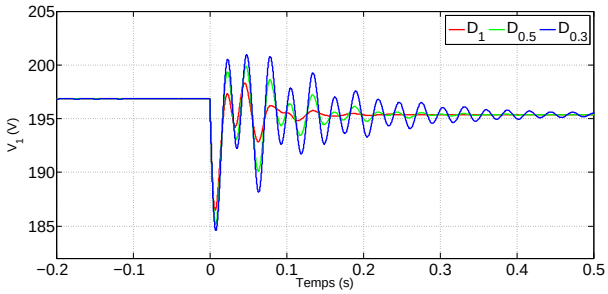

FIGURE 3.27 – Tension V_1 après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

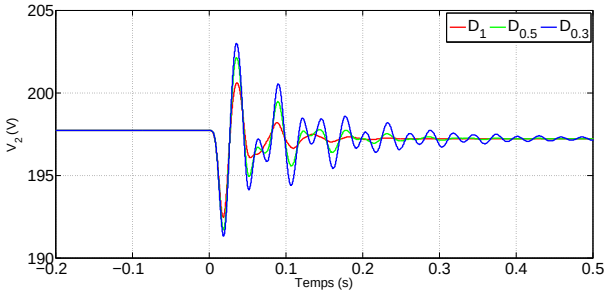

FIGURE 3.28 – Tension V_2 après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

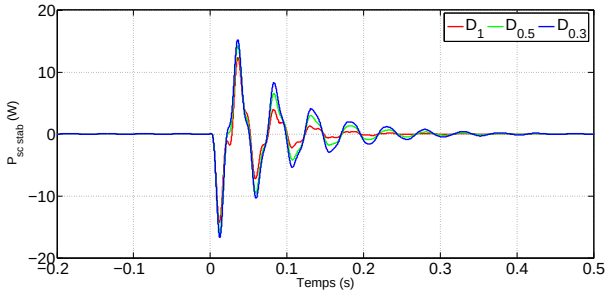

FIGURE 3.29 – Puissance $P_{sc\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

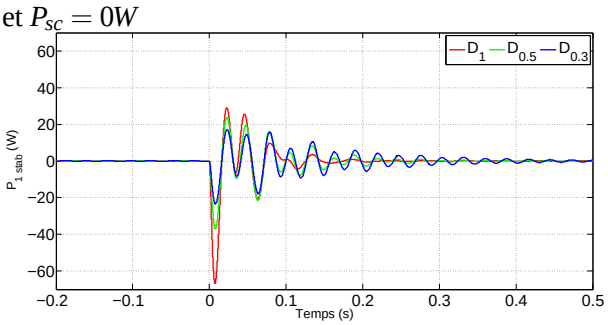

FIGURE 3.30 – Puissance $P_{1\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

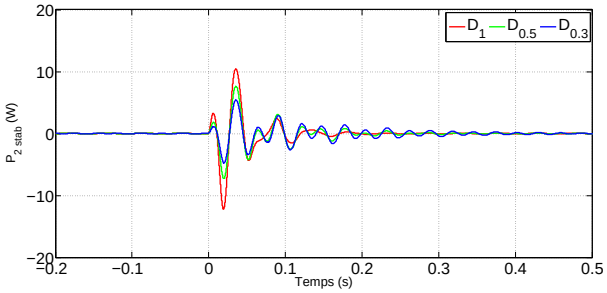

FIGURE 3.31 – Puissance $P_{2\ stab}$ après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

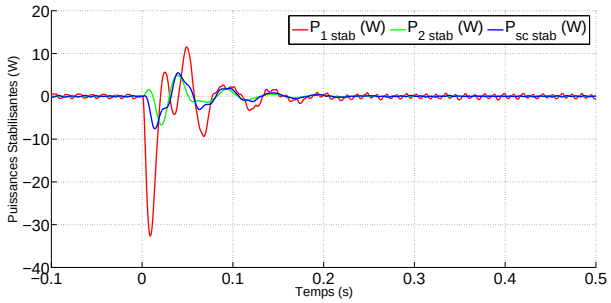

FIGURE 3.32 – Expérimental : Puissances stabilisantes après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$; D_1, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

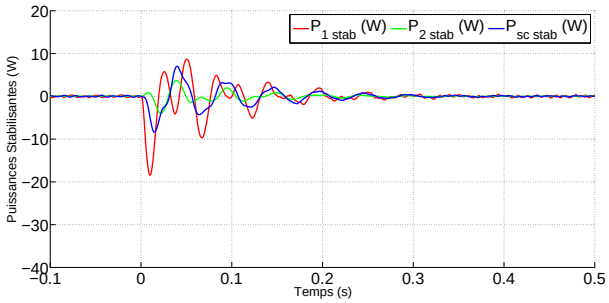

FIGURE 3.33 – Expérimental : Puissances stabilisantes après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$; $D_{0.5}$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

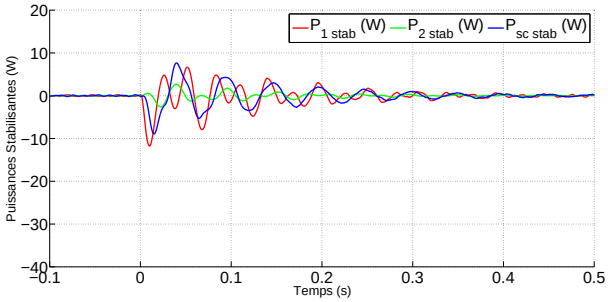

FIGURE 3.34 – Expérimental : Puissances stabilisantes après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$; $D_{0.3}$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

Mise en oeuvre expérimentale

La méthode a ensuite été implémentée sur le banc du laboratoire afin de pouvoir être validée expérimentalement. Les résultats présentés correspondent toujours au même point de fonctionnement que pour la méthode précédente. Les Fig.3.35, 3.36 et 3.37, qui correspondent à trois cas où le stabilisateur est activé pour trois matrices D différentes, montrent que le système est bien stabilisé.

Les Fig.3.32, 3.33 et 3.34 présentent les puissances stabilisantes générées dans les trois cas : $D = D_1$, $D = D_{0.5}$ et $D = D_{0.3}$. De la même manière que sur les résultats de simulation, on voit l'impact de D sur les signaux stabilisants. Ceux correspondant aux charges 1 et 2 sont fortement diminués par $D_{0.5}$ et $D_{0.3}$. Avec $D_{0.3}$, la puissance stabilisante $P_{1\ stab}$ reste toujours inférieure à 10W, soit moins de 2% de la valeur de la puissance de fonctionnement (650W). Ceci se confirme sur le courant i_q de la Fig.3.37 qui est très légèrement modifié par le stabilisateur. Naturellement, l'action stabilisante étant moins importante, le système se trouve moins amorti.

Lors des essais expérimentaux, il est aussi apparu que l'on ne pouvait pas diminuer les coefficients de D trop bas. Sinon, l'amplitude des signaux stabilisants devient trop faible et est noyée dans le bruit des signaux de références. Le système de stabilisation ne fonctionne alors plus.

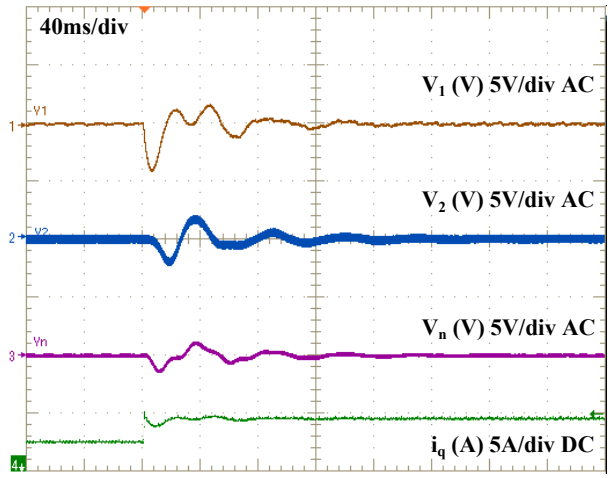

FIGURE 3.35 – Tensions du système après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$ $D = D_1$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

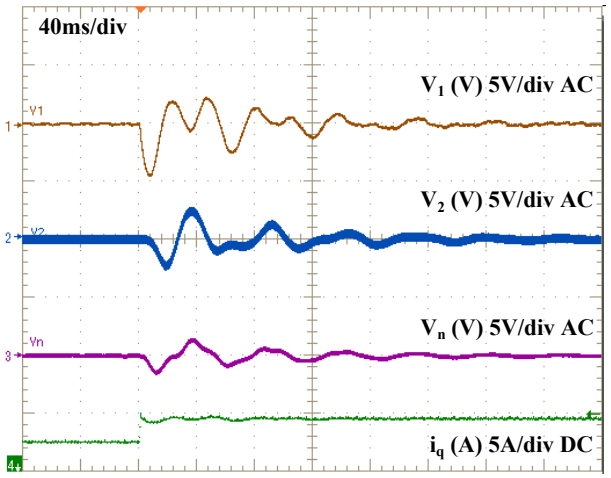

FIGURE 3.36 – Tensions du système après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$ $D = D_{0.5}$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

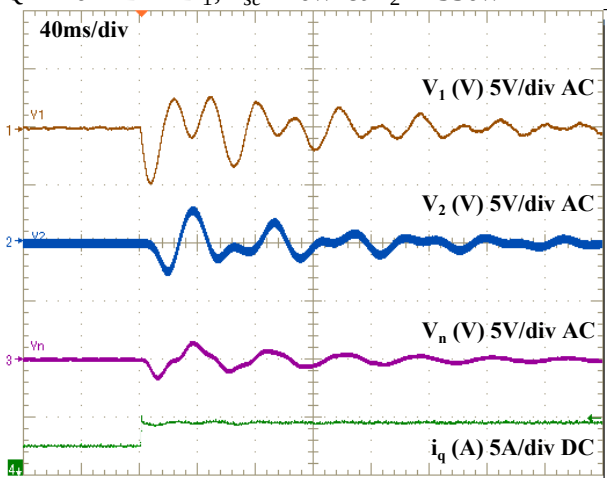

FIGURE 3.37 – Tensions du système après un échelon de $i_q = 6A$ à $i_q = 7,6A$ avec stabilisation ; $Q = 1e^{-5}$ $D = D_{0.3}$, $P_{sc} = 0W$ et $P_2 = 350W$

3.2.5 Conclusion sur l'approche de Lyapunov

La méthode se basant sur l'approche de Lyapunov présentée ici a comme premier avantage le fait qu'elle permet d'assurer la stabilité globale du système. En effet, la construction du retour d'état stabilisant prenant en compte les non-linéarités du système, ceux-ci disparaissent de l'étude de stabilité de celui-ci. On a donc une méthode de stabilisation indépendante du point de fonctionnement. Ce qui est très intéressant pour les réseaux embarqués à récupération d'énergie possédant plusieurs charges qui peuvent fonctionner en une multitude de points de fonctionnement.

Le deuxième avantage de la méthode est que l'on peut, avec un choix adapté de la matrice D, diminuer fortement l'amplitude des signaux stabilisants des charges souhaitées. Ceci va permettre de rendre l'action stabilisante négligeable devant les références des charges du système et ainsi rendre cette méthode envisageable dans les applications industrielles.

Cette méthode semble bien adaptée aux problèmes de stabilisation des systèmes électriques contenant des CPL. Néanmoins, si le modèle présente d'autres non-linéarités (saturation, diode...), la mise en oeuvre de la méthode n'est plus assurée.

3.3 Conclusion sur les approches de stabilisation centralisées

Ce chapitre a présenté deux approches centralisées pour stabiliser un réseau DC. La première méthode proposée se base sur la modélisation de TS du système et de ses non-linéarités. L'avantage de cette méthode est qu'elle reste valable quelque soit le système de TS donné. Ceci signifie qu'elle peut prendre en compte n'importe quelle non-linéarité mathématique à partir du moment où elle a été mise sous la forme d'un multimodèle de TS. Sa mise en place consiste à dimensionner un retour d'état linéaire pour chaque sous-modèle linéaire de TS du système original. Le dimensionnement de ce genre de retour d'état est bien connu du monde des automaticiens et sa mise en oeuvre est très facile en utilisant des fonctions adaptées disponibles par exemple dans la bibliothèque de Matlab. Néanmoins, le point négatif de cette méthode est le conservatisme que va entraîner la vérification de la stabilité du système complet. En effet, il va falloir résoudre un système de $n(n+1)/2$ LMI pour un système comportant n non-linéarités afin de pouvoir prouver sa stabilité. Cette résolution va malheureusement imposer aux retours d'état choisis d'être très amortissant pour leur sous-modèle respectif. Ceci rendra dès lors la méthode de stabilisation très amortissante pour le système complet et générera des signaux stabilisants de fortes amplitudes qui pourront perturber le bon fonctionnement du système.
Il est aussi important de noter qu'il est surement possible de proposer des dimensionnements beaucoup plus adaptés que ceux proposés dans cette thèse et permettant de réduire le conservatisme de la méthode. Néanmoins, au vu des résultats encouragent apportés par la seconde méthode proposée, l'effort de recherche concernant la méthode se basant sur la théorie de TS n'a pas été poursuivi.

Afin de prendre en compte ce phénomène conservatif, une deuxième méthode est proposée. Elle consiste à séparer les non-linéarités du système de sa partie linéaire et de les compenser à partir d'un unique retour d'état. Celui-ci est déterminé de telle sorte que le système soit solution de l'équation de Lyapunov. Ceci permet de prouver la stabilité globale du système. Les paramètres de réglage de la méthode ont été mis en évidence. Ils permettent de déplacer les valeurs propres du système stabilisé afin de choisir la "force" de l'amortissement souhaité. De plus, il a été proposé une matrice qui, à partir de ses coefficients, va permettre d'ajuster, sans perdre la stabilité du système, l'influence des différentes charges sur la stabilisation du réseau. Néanmoins, à l'inverse de la première méthode, elle ne permet pas de prendre en compte tous les types de non-linéarités. Elle s'adapte bien au cas de figure présenté ici car les seules non-linéarités présentes sont les termes dus aux CPL. Si l'on rajoute des non-linéarités de natures différentes dans le système, alors il n'est pas assuré que la méthode telle qu'elle est présentée pourra les prendre en compte.

Pour finir sur ces deux approches, on peut souligner le fait qu'elles aient toutes les deux un inconvénient commun qui est d'être basée sur une structure centralisée. En effet, l'implémentation de ces méthodes va nécessiter un effort de câblage supplémentaire dans l'appareil. Il va falloir veiller à ramener l'ensemble des mesures en entrée du système de stabilisation et ensuite amener les signaux stabilisants aux organes de contrôle des charges. De plus, ce type de structure est particulièrement sensible aux défauts car si l'une de ces connexions est défectueuse alors la stabilisation n'est plus assurée.

Afin de prendre en compte ces inconvénients, le chapitre suivant va présenter une approche de stabilisation décentralisée.

Chapitre 4

Stabilisation d'un Réseau DC par Approche Décentralisée : Mise en Place d'un Système de Stabilisation Multi-agent

4.1 Présentation de l'approche décentralisée

Le chapitre précédent a présenté des approches centralisées pour stabiliser un réseau DC. Il a alors été souligné que ce type de structure comportait certains inconvénients liés à sa nature centralisée. C'est pour ces raisons que pour les systèmes industriels, on préfère se tourner vers les approches décentralisées qui proposent plus de souplesse et de robustesse face aux défauts [McArthur et al., 2007]. Ce type d'approche, que l'on peut comparer au proverbe français "*ne pas mettre tous ses oeufs dans le même panier*", consiste en l'implémentation de plusieurs "agents" sur le système. Ceux-ci sont physiquement séparés afin d'être installés au plus près de leur zone d'action, limitant ainsi les câblages intempestifs. On peut même dans certains cas les rendre totalement indépendants les uns des autres afin qu'un défaut sur l'un d'eux n'affecte absolument pas le fonctionnement des autres.

Le principe de l'approche présentée dans cette section est d'utiliser une structure décentralisée pour mettre en place un système de stabilisation multi-agent sur le réseau DC. Celui-ci va être composé de plusieurs stabilisateurs locaux indépendants installés sur chaque charge du système. De cette manière, on va pouvoir amortir le système devant chaque CPL, limitant ainsi localement les sources d'instabilités. Ceci pourra permettre de stabiliser l'ensemble du réseau. L'aspect décentralisé de l'approche va contribuer à la fiabilité du système. Chaque stabilisateur étant indépendant des autres et localement positionné sur le réseau, aucune connection ne sera nécessaire entre eux et un défaut sur l'un n'affectera pas les autres. De plus, il sera montré comment l'on peut proposer un dimensionnement de l'ensemble des agents permettant de garantir la stabilité du système dans un certain nombre de scénarios de défaut.

Afin d'assurer que les agents stabilisants permettent bien d'assurer la stabilité de l'ensemble du système, une approche mathématique sera faite. Pour cela, on modélisera le réseau muni des stabilisateurs locaux pour pouvoir observer leur influence sur la stabilité du système complet. Ceci se fera via l'étude des valeurs propres du réseau en fonction du point de fonctionnement et des stabilisateurs implantés. L'étude de la stabilité du système complet sera valable localement.

La stabilisation d'un réseau DC par l'implémentation de stabilisateurs locaux a déjà été suggérée

dans [Liu et al., 2008] et [Jamshidpour et al., 2011]. Ici, est proposé une méthode systémique permettant de dimensionner un système de stabilisation décentralisé capable de gérer plusieurs scénarios de défaut tels que la perte de l'un des agents ou la reconfiguration du réseau. L'approche proposée est basée sur l'utilisation d'un algorithme d'optimisation sous contraintes. La méthodologie du dimensionnement des agents stabilisant consiste en la définition du problème d'optimisation. L'algorithme utilisé donnera ensuite, sous réserve de convergence, le dimensionnement du système multi-agent. Ceci permettra d'assurer des résultats qui, en terme de stabilité, intégrerons des tolérances aux défauts, des marges de robustesse, des contraintes liées aux reconfigurations éventuelles du réseau et, un point important dans le contexte des réseaux embarqués à récupération d'énergie, l'intégration des sources de stockage dans la stabilisation. Ceci afin de soulager au maximum les efforts fournis par les charges utiles du système telles que les actionneurs électriques. Ce dernier point a pour but de rendre les perturbations générées par les stabilisateurs sur les actionneurs les plus faibles possible. La Fig.4.1 montre l'implantation des stabilisateurs dans le schéma de commande global du système.

Il est important de noter que, même si cette méthode se présente comme un assemblage dissocié de différents stabilisateurs indépendants physiquement et géographiquement, leur dimensionnement est directement lié à leur impact collectif sur le réseau.

Ce chapitre va d'abord présenter et montrer l'impact de l'implémentation des stabilisateurs locaux sur la stabilité du système global. Ensuite, afin de mettre en place un système de stabilisation décentralisé tolérant aux défauts sur le réseau, on va donner les modèles linéarisés de celui-ci avec les stabilisateurs dans ses différentes configurations. Les objectifs et contraintes à atteindre et à respecter par le dimensionnement des stabilisateurs seront ensuite présentés. Ceux-ci permettrons de proposer une formulation claire du problème d'optimisation sous contraintes dont la résolution donnera le dimensionnement des différents stabilisateurs.

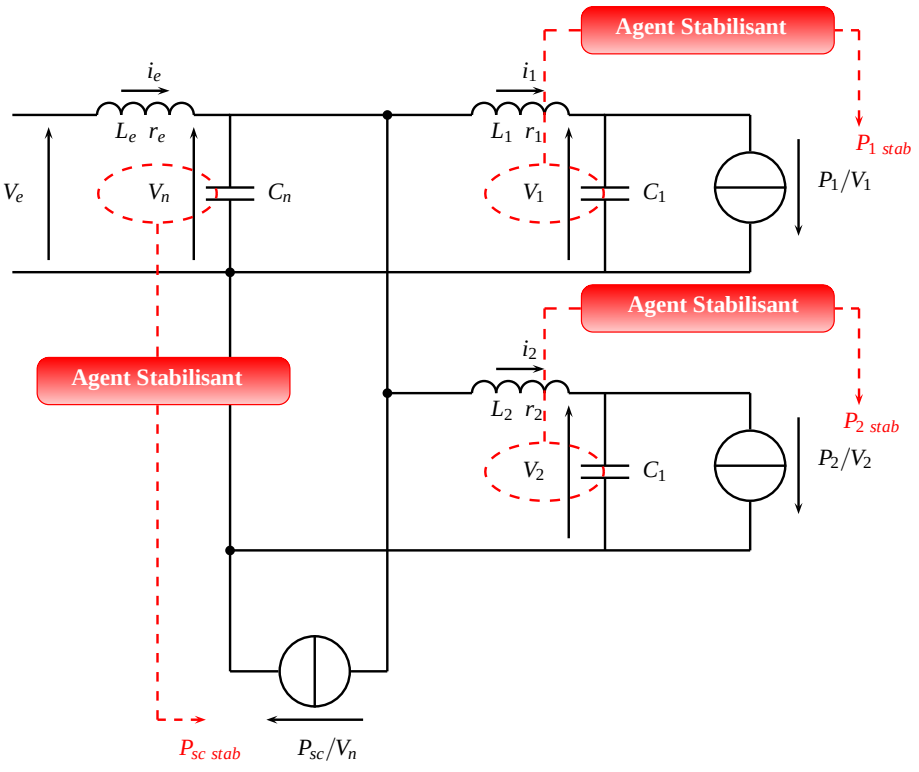

FIGURE 4.1 – Implémentation de la structure de stabilisation décentralisée

4.2 Implémentation de stabilisateurs locaux sur un réseau DC

4.2.1 Modélisation du système

Comme il l'a été dit dans l'introduction du chapitre, le principe de la stabilisation décentralisée est d'implémenter des stabilisateurs locaux sur les différentes charges du système. De nombreux stabilisateurs locaux ont été présentés et sont disponibles dans la littérature [Mosskull et al., 2007, Liutanakul et al., 2010, Harnefors et Pietläinenardier, 2005, Lee et Sul, 2009, Liu et al., 2007, Sudhoff et al., 1998, Awan et al., 2009a, Awan et al., 2009b, Magne et al., 2010]. Ces techniques de stabilisation proposent toutes d'injecter un retour d'état sur la commande de la charge générant l'instabilité. Pour l'utilisation souhaitée ici, nous allons avoir besoin du modèle linéarisé du système muni de son stabilisateur. On ne pourra donc utiliser que les méthodes linéarisables comme par exemple celles présentées en [Awan et al., 2009b, Magne et al., 2010, Liutanakul et al., 2010, Liu et al., 2007]. Dans ce chapitre, nous n'allons considérer qu'une seule de ces méthodes : celle présentée en [Awan et al., 2009b]. Cette méthode consiste en l'implémentation d'un retour d'état non-linéaire proportionnel au carré de la variation de la tension aux bornes de la charge à stabiliser. Le schéma bloc du retour d'état est donné par la Fig.4.2.

Cette méthode de stabilisation est équivalente à émuler une "résistance virtuelle" (à valeur nulle quand la fréquence des variations de la tension est nulle) en parallèle de la capacité de l'onduleur. Le fait qu'elle n'ait pas d'impact en régime permanent est primordial pour ne pas perturber ou modifier le point de fonctionnement souhaité par l'utilisateur. Ceci est assuré par le filtre passe-haut (réalisé à l'aide d'un filtre passe-bas et d'une soustraction cf.Fig.4.2) qui ne laissera passer que les variations de la tension. La notion de conductivité est portée par le gain K. Ainsi, la "résistance virtuelle" du bloc de stabilisation est donnée par la valeur de $1/K$. Pouvoir assimiler cette valeur à une résistance permet de comprendre très facilement son impact sur la stabilité du système. Plus la valeur de la résistance sera faible et plus l'amortissement généré par le stabilisateur sera important (une valeur nulle du gain équivaut à une valeur infinie de la résistance qui correspond au cas où l'on ne change rien au système). De plus, l'utilisation de cette méthode ne nécessite qu'un seul capteur de tension par agent qui mesure la tension aux bornes du convertisseur de la CPL. Ceci est important car chaque capteur est une source de défaut potentiel, on aura donc besoin de n capteurs supplémentaires pour un système comportant n CPL.

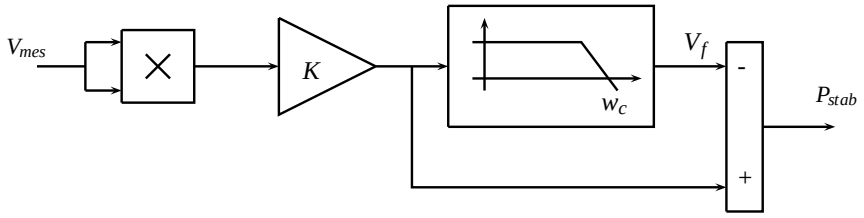

FIGURE 4.2 – Bloc de stabilisation selon la méthode proposée en [Awan et al., 2009b]

En se plaçant à l'origine des variables du système de stabilisation noté (V_{mes0}, V_{f0}), c'est-à-dire en utilisant les changements de repère suivants : $V_{mes}(t) = V_{mes0} + x_v(t)$ et $V_f(t) = KV_{mes0}^2 + x_f(t)$, le bloc de stabilisation peut être modélisé par la forme (4.1). On voit que l'ajout d'un tel bloc de stabilisation va augmenter l'ordre global du système à stabiliser de un. Sur un système composé de n charges à stabiliser, l'ordre global sera ainsi augmenté de n.

$$\begin{cases} \dfrac{dx_f}{dt}(t) = 2KV_{mes0}w_c.x_v(t) - w_c.x_f(t) + Kw_c.x_v(t)^2 \\ P_{stab}(t) = 2KV_{mes0}.x_v(t) - x_f(t) + K.x_v(t)^2 \end{cases} \tag{4.1}$$

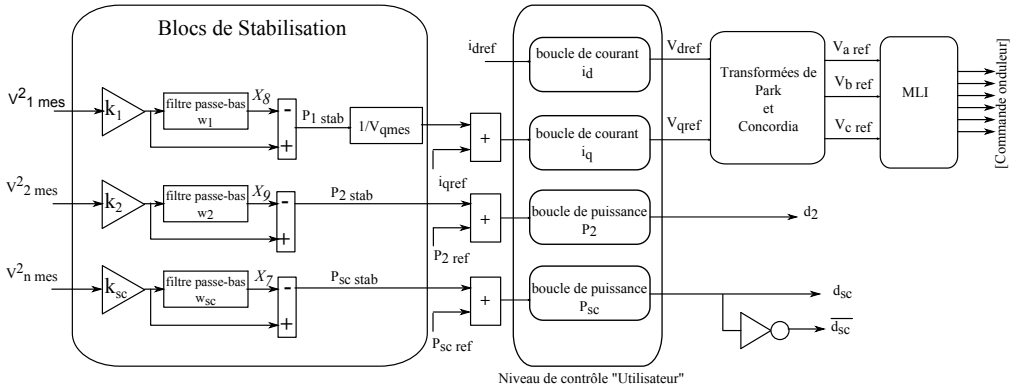

FIGURE 4.3 – Architecture de commande du réseau avec les blocs de stabilisation

En intégrant un bloc de stabilisation sur chacune des charges du réseau comme cela est montré sur les Fig.4.1 et 4.3 et en utilisant le changement de repère (4.2) ainsi que les notations de la Fig.4.3, le système représenté sur la Fig.4.1 peut se mettre sous la forme non-linéaire (4.4). Cette dernière peut se linéariser autour d'un point de fonctionnement par la forme (4.5) (notée M_{sain} en anticipation de la suite du chapitre). Avec ce modèle linéarisé du système, on va pouvoir observer l'influence des stabilisateurs sur la stabilité locale des points de fonctionnement du réseau.

$$\begin{cases} i_e(t) = i_{e0} + x_1(t) \\ i_1(t) = i_{10} + x_2(t) \\ i_2(t) = i_{20} + x_3(t) \\ V_n(t) = V_{n0} + x_4(t) \\ V_1(t) = V_{10} + x_5(t) \\ V_2(t) = V_{20} + x_6(t) \\ V_{fsc}(t) = K_{sc}V_{n0}^2 + x_7(t) \\ V_{f1}(t) = K_1V_{10}^2 + x_8(t) \\ V_{f2}(t) = K_2V_{20}^2 + x_9(t) \end{cases} \tag{4.2}$$

$$X = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ x_6\ x_7\ x_8\ x_9]^t \tag{4.3}$$

$$\begin{cases} L_e.\dot{x}_1(t) = -r_e.x_1(t) - x_4(t) \\ L_1.\dot{x}_2(t) = -r_1.x_2(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ L_2.\dot{x}_3(t) = -r_2.x_3(t) + x_4(t) - x_6(t) \\ C_n.\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + \dfrac{P_{sc}.x_4(t) - P_{sc\ stab}.V_{n0}}{V_n(t).V_{n0}} \\ C_1.\dot{x}_5(t) = x_2(t) + \dfrac{P_1.x_5(t) - P_{1\ stab}.V_{10}}{V_1(t).V_{10}} \\ C_2.\dot{x}_6(t) = x_3(t) + \dfrac{P_2.x_6(t) - P_{2\ stab}.V_{20}}{V_2(t).V_{20}} \\ \quad \dot{x}_7(t) = 2.K_{sc}.w_{sc}.V_{n0}.x_4(t) - w_{sc}.x_7(t) + K_{sc}.w_{sc}.x_4^2(t) \\ \quad \dot{x}_8(t) = 2.K_1.w_1.V_{10}.x_5(t) - w_1.x_8(t) + K_1.w_1.x_5^2(t) \\ \quad \dot{x}_9(t) = 2.K_2.w_2.V_{20}.x_6(t) - w_2.x_9(t) + K_2.w_2.x_6^2(t) \end{cases} \tag{4.4}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) \\ \dot{\tilde{x}}_4(t) \\ \dot{\tilde{x}}_5(t) \\ \dot{\tilde{x}}_6(t) \\ \dot{\tilde{x}}_7(t) \\ \dot{\tilde{x}}_8(t) \\ \dot{\tilde{x}}_9(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-r_e}{L_e} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_1}{L_1} & 0 & \frac{1}{L_1} & \frac{-1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{P_{sc}}{V_{n0}^2 C_n} - 2\frac{K_{sc}}{C_n} & 0 & 0 & \frac{1}{C_n V_{n0}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & \frac{P_1}{V_{10}^2 C_1} - 2\frac{K_1}{C_1} & 0 & 0 & \frac{1}{C_1 V_{10}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & \frac{P_2}{V_{20}^2 C_2} - 2\frac{K_2}{C_2} & 0 & 0 & \frac{1}{C_2 V_{20}} \\ 0 & 0 & 0 & 2K_{sc}V_{n0}w_{sc} & 0 & 0 & -w_{sc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2K_1V_{10}w_1 & 0 & 0 & -w_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2K_2V_{20}w_2 & 0 & 0 & -w_2 \end{bmatrix}}_{M_{sain}} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \\ \tilde{x}_4(t) \\ \tilde{x}_5(t) \\ \tilde{x}_6(t) \\ \tilde{x}_7(t) \\ \tilde{x}_8(t) \\ \tilde{x}_9(t) \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

4.2.2 Impact sur la stabilité du système global

Chaque agent stabilisant va amortir localement le système à l'endroit où il est installé. Ceci va se traduire mathématiquement par le déplacement de la partie réelle des pôles du système vers la gauche. Afin de visualiser ceci, on va tracer l'évolution des valeurs propres du système en fonction de la valeur des coefficients K de chaque stabilisateur (cf. Fig.4.4, 4.5 et 4.6).

Pour choisir la bande passante des stabilisateurs, il faut s'assurer que ceux-ci vont permettre de ne voir que les variations des tensions. Ici, la source de tension étant parfaite on n'a pas d'harmoniques "basse fréquence (centaines de Hertz)" générés par un redresseur par exemple. Les seuls harmoniques générés le sont par les convertisseurs et sont filtrés par les éléments passifs du système. Ainsi, ici, en prenant $w_c = 40 rad/s$ pour chaque stabilisateur, on enlèvera la composante continue des tensions.

Sur les Fig.4.4, 4.5 et 4.6, on observe bien que les valeurs propres se déplacent vers la gauche, ce qui confirme l'amortissement du système. On observe aussi que chaque stabilisateur n'a pas la même influence

sur la stabilité du système. Pour justifier la différence d'influence de ces trois agents stabilisants sur le système, il faut se reporter au deuxième chapitre dans lequel a été étudiée la stabilité du système. En effet, la Table 2.2 présentait les sensibilités des valeurs propres du système vis-à-vis des paramètres et notamment par rapport aux puissances des CPL. L'influence différente de chaque charge sur la stabilité du système avait alors pu être explicitée. Les conclusions étaient que l'impact de chaque CPL sur la stabilité du réseau était lié à son filtre d'entrée. Ainsi la charge 1 était celle qui avait le plus d'influence devant la charge 2 et la SC. La SC n'ayant pas de filtre d'entrée, son influence était la plus faible des trois.

Ces raisonnements et explications restent valables pour les stabilisateurs. En effet, ceux-ci ayant pour rôle de "contrer" l'impact déstabilisant de leur CPL associée, leur influence respective est directement liée à l'influence de la charge qu'ils amortissent. La SC n'ayant pas de rôle déstabilisant important sur le système, il semble donc évident que l'agent stabilisant de la charge 1 offre une plus grande stabilisation du système que celui installé sur la SC. De plus, avec pour seule information la tension V_n du système et les paramètres utilisés, le stabilisateur de la SC ne voit qu'une faible variation de tension alors que le système rentre en instabilité aux bornes des capacités C_1 et C_2 placées elles devant les charges 1 et 2.

Ainsi, on remarque que seul le stabilisateur installé sur la charge 1 (qui est la plus déstabilisante pour le réseau) parvient à lui seul (et avec les valeurs de K testées) à stabiliser le système. Il parvient à ramener les valeurs propres du système dans le demi-plan complexe stable pour $K_1 = 5e^{-3}$ (partie réelle maximum vaut -2,87). Le stabilisateur de la charge 2 lui, même s'il les décale vers la gauche, ne les ramène pas dans le demi-plan complexe adéquate (partie réelle maximum vaut 2,35 pour $K_2 = 5e^{-3}$). Le dernier stabilisateur, celui de la SC, va déplacer principalement les valeurs propres du système associées à sa CPL mais, étant donné que celle-ci n'a que peu d'influence sur la stabilité du réseau, il n'a quasiment aucun impact sur les valeurs propres instables du système.

On peut ainsi constater l'influence que peut avoir chaque agent stabilisant sur l'ensemble du système. L'objectif de ce chapitre est donc d'arriver à combiner ces actions pour créer un système "multi-agent" qui assurera la stabilité du système. Ceux-ci seront dimensionnés afin de prendre en compte différents scénarios possibles pour le réseau. Par exemple, si l'un des agents stabilisants tombe en panne, il faut que les deux autres restant parviennent à assurer la stabilité du système. De la même manière, si un défaut (type court-circuit) est détecté dans l'une des charges, alors un dispositif de protection (disjoncteur statique) va la déconnecter physiquement du reste du réseau. Dans ce cas là, c'est l'ensemble du dispositif "*filtre d'entrée + CPL + stabilisateur*" qui disparaît du système et encore une fois, il faudra que les deux agents restant puissent continuer d'assurer la stabilité du système dans sa nouvelle configuration. La suite du chapitre va présenter l'approche proposée pour parvenir à ces objectifs.

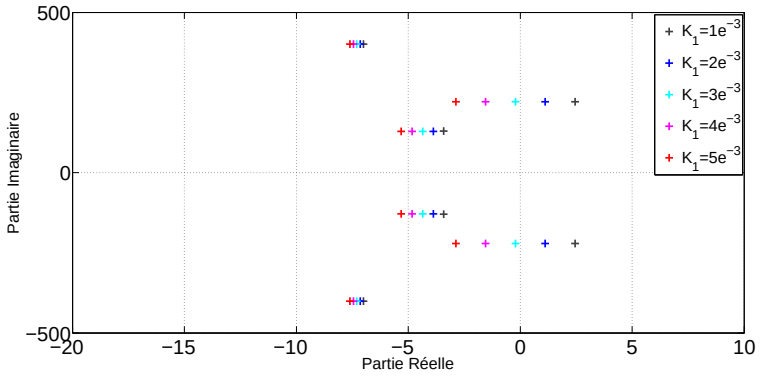

FIGURE 4.4 – Évolution des valeurs propres suivant K_1 avec le stabilisateur de la charge 1 seul ; $P_{sc} = 0W$, $P_1 = 650W$ et $P_2 = 350W$

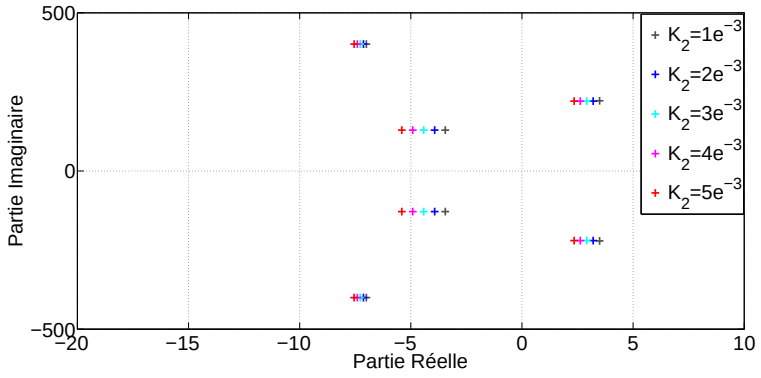

FIGURE 4.5 – Évolution des valeurs propres suivant K_2 avec le stabilisateur de la charge 2 seul ; $P_{sc} = 0W$, $P_1 = 650W$ et $P_2 = 350W$

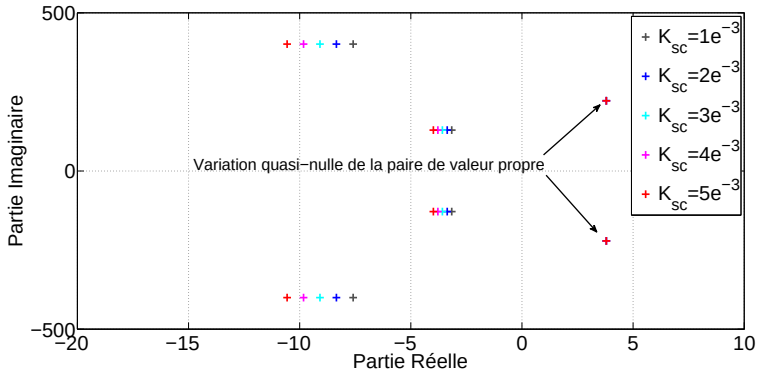

FIGURE 4.6 – Évolution des valeurs propres suivant K_{sc} avec le stabilisateur de la *SC* seul ; $P_{sc} = 0W$, $P_1 = 650W$ et $P_2 = 350W$

4.3 Modélisation du réseau avec les stabilisateurs

Afin de dimensionner les agents stabilisants qui correspondent aux stabilisateurs locaux installés sur le réseau et répondre aux contraintes souhaitées, il faut obtenir un modèle mathématique du système qui permettra son étude. Comme précédemment dans ce chapitre, cette modélisation du système va être faite autour d'un point de fonctionnement. Les études faites dans cette section seront donc locales. Le réseau considéré est représenté sur la Fig.2.2 et la commande qui lui est appliquée est celle de la Fig.4.3. Afin de prendre en compte les différents scénarios possibles pour le système en cas de défaut dans l'une de ses charges, on va aussi donner les modèles linéaires correspondant aux différentes configurations possibles du réseau.

Tous ces modèles seront ensuite intégrés et utilisés dans la mise en place de l'optimisation sous contraintes qui sera présentée dans la section suivante.

4.3.1 Configuration complète du système

Le premier modèle correspond au cas où il n'y a aucun défaut sur l'une des charges. C'est-à-dire que toutes les charges sont connectées au réseau DC. Ce cas correspond à celui qui a été présenté dans la section précédente par le modèle (4.5). La forme linéaire a alors été nommée M_{sain} en référence à cette partie. Ce modèle permettra de considérer le dimensionnement des agents stabilisants pour la configuration complète du système.

4.3.2 Configuration où la branche 1 est déconnectée

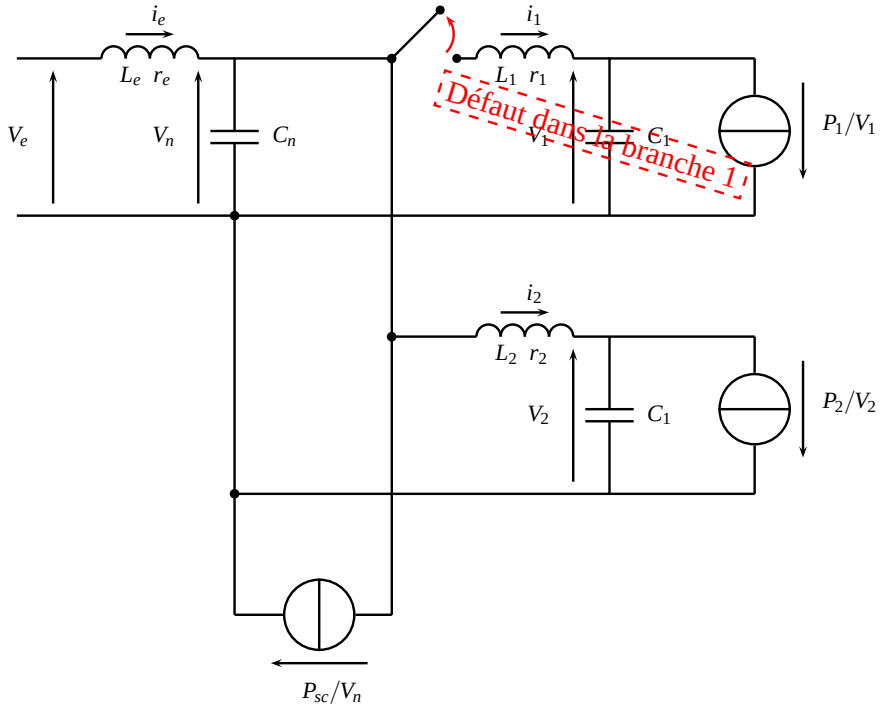

FIGURE 4.7 – Reconfiguration du réseau en cas de défaut sur la branche 1

On considère ici le cas où un défaut a été détecté sur la branche 1 du système. Celle-ci est alors déconnectée du réseau DC (cf.Fig.4.7). Dans ce cas là les variables d'état présentes dans la branche 1 (x_2 et

x_5) ainsi que celles associées au stabilisateur (x_8) disparaissent du modèle. Celui-ci est alors donné dans sa forme non-linéaire par (4.6). Sa forme linéarisée autour du point de fonctionnement est elle donnée en (4.7).

$$\begin{cases} L_e\dot{x}_1(t) = -r_e x_1(t) - x_4(t) \\ L_2\dot{x}_3(t) = -r_2 x_3(t) + x_4(t) - x_6(t) \\ C_n\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_3(t) + \dfrac{P_{sc}x_4(t) - P_{sc\ stab}V_{n0}}{V_n(t)V_{n0}} \\ C_2\dot{x}_6(t) = x_3(t) + \dfrac{P_2x_6(t) - P_{2\ stab}V_{20}}{V_2(t)V_{20}} \\ \dot{x}_7(t) = 2K_{sc}w_{sc}V_{n0}x_4(t) - w_{sc}x_7(t) + K_{sc}w_{sc}x_4^2(t) \\ \dot{x}_9(t) = 2K_2w_2V_{20}x_6(t) - w_2x_9(t) + K_2w_2x_6^2(t) \end{cases} \tag{4.6}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) \\ \dot{\tilde{x}}_4(t) \\ \dot{\tilde{x}}_6(t) \\ \dot{\tilde{x}}_7(t) \\ \dot{\tilde{x}}_9(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dfrac{-r_e}{L_e} & 0 & \dfrac{-1}{L_e} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{-r_2}{L_2} & \dfrac{1}{L_2} & \dfrac{-1}{L_2} & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{C_n} & \dfrac{-1}{C_n} & \dfrac{P_{sc}}{V_{n0}^2C_n} - 2\dfrac{K_{sc}}{C_n} & 0 & \dfrac{1}{C_nV_{n0}} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{C_2} & 0 & \dfrac{P_2}{V_{20}^2C_2} - 2\dfrac{K_2}{C_2} & 0 & \dfrac{1}{C_2V_{20}} \\ 0 & 0 & 2K_{sc}V_{n0}w_{sc} & 0 & -w_{sc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2K_2V_{20}w_2 & 0 & -w_2 \end{bmatrix}}_{M_{defaut\ 1}} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_3(t) \\ \tilde{x}_4(t) \\ \tilde{x}_6(t) \\ \tilde{x}_7(t) \\ \tilde{x}_9(t) \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

4.3.3 Configuration où la branche 2 est déconnectée

On considère ici le cas où un défaut a été détecté sur la branche 2 du système et où celle-ci est déconnectée du réseau DC (cf.Fig.4.8). Dans ce cas là, les variables d'état présentes dans la branche 2 (x_3 et x_6) ainsi que celle associée au stabilisateur (x_9) disparaissent du modèle. Celui-ci est donné dans sa forme non-linéaire par (4.8). Sa forme linéarisée autour du point de fonctionnement est elle donnée en (4.9).

$$\begin{cases} L_e\dot{x}_1(t) = -r_e x_1(t) - x_4(t) \\ L_1\dot{x}_2(t) = -r_1 x_2(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ C_n\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_2(t) + \dfrac{P_{sc}x_4(t) - P_{sc\ stab}V_{n0}}{V_n(t)V_{n0}} \\ C_1\dot{x}_5(t) = x_2(t) + \dfrac{P_1x_5(t) - P_{1\ stab}V_{10}}{V_1(t)V_{10}} \\ \dot{x}_7(t) = 2K_{sc}w_{sc}V_{n0}x_4(t) - w_{sc}x_7(t) + K_{sc}w_{sc}x_4^2(t) \\ \dot{x}_8(t) = 2K_1w_1V_{10}x_5(t) - w_1x_8(t) + K_1w_1x_5^2(t) \end{cases} \tag{4.8}$$

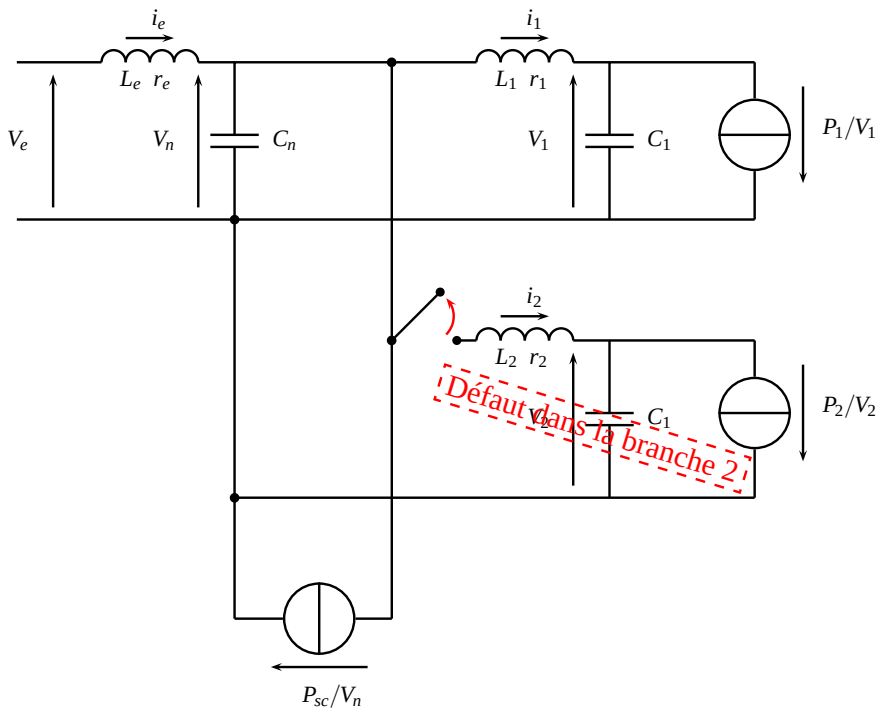

FIGURE 4.8 – Reconfiguration du réseau en cas de défaut sur la branche 2

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_4(t) \\ \dot{\tilde{x}}_5(t) \\ \dot{\tilde{x}}_7(t) \\ \dot{\tilde{x}}_8(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-r_e}{L_e} & 0 & \frac{-1}{L_e} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_1}{L_1} & \frac{1}{L_1} & \frac{-1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{P_{sc}}{V_{n0}^2 C_n} - 2\frac{K_{sc}}{C_n} & 0 & \frac{1}{C_n V_{n0}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & \frac{P_1}{V_{10}^2 C_1} - 2\frac{K_1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1 V_{10}} \\ 0 & 0 & 2K_{sc}V_{n0}w_{sc} & 0 & -w_{sc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2K_1 V_{10} w_1 & 0 & -w_1 \end{bmatrix}}_{M_{defaut\ 2}} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_4(t) \\ \tilde{x}_5(t) \\ \tilde{x}_7(t) \\ \tilde{x}_8(t) \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

4.3.4 Configuration où la SC est déconnectée

On considère désormais le dernier cas où un défaut a été détecté sur la SC. Celle-ci est déconnectée du réseau DC (cf.Fig.4.9). Dans ce cas là, la seule variable d'état qui disparait du système est celle associée au stabilisateur (x_7). Le nouveau modèle est donné dans sa forme non-linéaire par (4.10). Sa forme linéarisée autour du point de fonctionnement est elle donnée en (4.11).

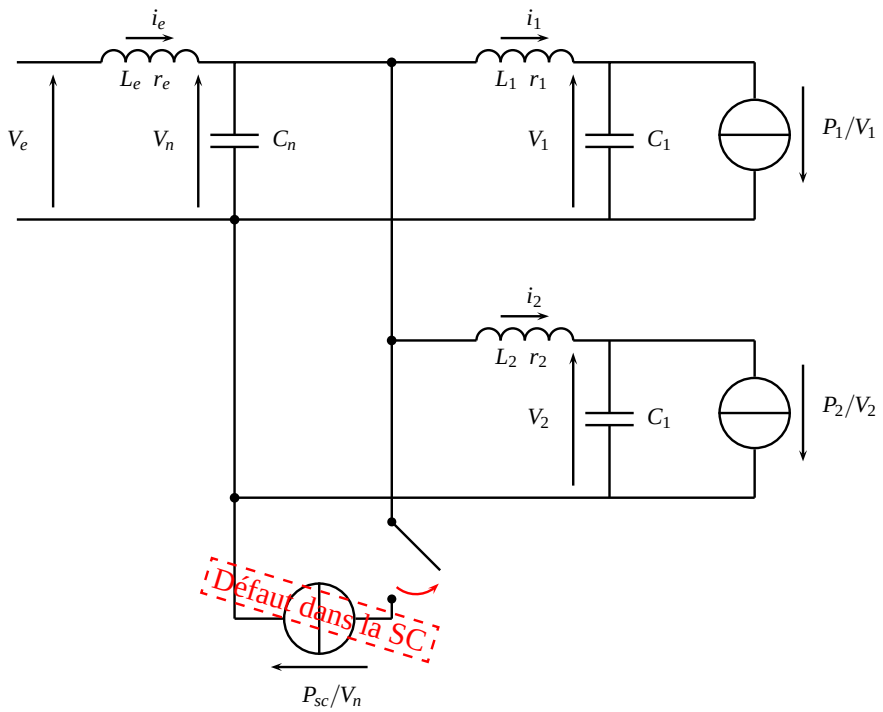

FIGURE 4.9 – Reconfiguration du réseau en cas de défaut sur la SC

$$\begin{cases} L_e\dot{x}_1(t) = -r_e x_1(t) - x_4(t) \\ L_1\dot{x}_2(t) = -r_1 x_2(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ L_2\dot{x}_3(t) = -r_2 x_3(t) + x_4(t) - x_5(t) \\ C_n\dot{x}_4(t) = x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) \\ C_1\dot{x}_5(t) = x_2(t) + \dfrac{P_1 x_5(t) - P_{1\ stab}V_{10}}{V_1(t)V_{10}} \\ C_2\dot{x}_6(t) = x_3(t) + \dfrac{P_2 x_6(t) - P_{2\ stab}V_{20}}{V_2(t)V_{20}} \\ \dot{x}_8(t) = 2K_1 w_1 V_{10} x_5(t) - w_1 x_8(t) + K_1 w_1 x_5^2(t) \\ \dot{x}_9(t) = 2K_2 w_2 V_{20} x_6(t) - w_2 x_9(t) + K_2 w_2 x_6^2(t) \end{cases} \tag{4.10}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) \\ \dot{\tilde{x}}_4(t) \\ \dot{\tilde{x}}_5(t) \\ \dot{\tilde{x}}_6(t) \\ \dot{\tilde{x}}_8(t) \\ \dot{\tilde{x}}_9(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-r_e}{L_e} & 0 & 0 & \frac{-1}{L_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_1}{L_1} & 0 & \frac{1}{L_1} & \frac{-1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-r_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 & \frac{-1}{L_2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & \frac{-1}{C_n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & \frac{P_1}{V_{10}^2 C_1} - 2\frac{K_1}{C_1} & 0 & \frac{1}{C_1 V_{10}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & \frac{P_2}{V_{20}^2 C_2} - 2\frac{K_2}{C_2} & 0 & \frac{1}{C_2 V_{20}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2K_1 V_{10} w_1 & 0 & -w_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2K_2 V_{20} w_2 & 0 & -w_2 \end{bmatrix}}_{M_{defaut\ sc}} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \\ \tilde{x}_4(t) \\ \tilde{x}_5(t) \\ \tilde{x}_6(t) \\ \tilde{x}_8(t) \\ \tilde{x}_9(t) \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

4.4 Mise en place de l'optimisation

Comme il a été précisé dans l'introduction du chapitre, l'objectif de la stabilisation décentralisée ou multi-agent est de pouvoir proposer un dimensionnement cohérent des stabilisateurs qui assurera la stabilité du système dans plusieurs cas. Afin d'arriver à cet objectif, on va utiliser une méthode d'optimisation sous contraintes. Avec une telle approche, on va pouvoir prendre en compte des contraintes sur la stabilité du système. Celles-ci seront les marges de robustesse, la tolérance aux défauts sur les stabilisateurs ainsi que la gestion des éventuelles reconfigurations du système en cas de défaut dans l'une des charges du réseau. De plus, on utilisera comme fonction à minimiser une relation contenant les paramètres K des agents stabilisants. Cette fonction sera construite de manière à pouvoir pondérer, au besoin, le rôle de chaque charge sur la stabilisation de l'ensemble du réseau.

Le choix de l'algorithme d'optimisation est transparent au problème. C'est-à-dire que l'intérêt de la méthode proposée ici réside dans la définition du problème. La résolution se fera ensuite à l'aide de l'algorithme d'optimisation sous contraintes choisi par chacun. Ici, la méthode utilisée est la fonction *fmincon* de Matlab disponible dans "l'optimization toolbox". Elle se base sur la minimisation de la fonction objectif à laquelle on a ajouté les contraintes pondérées de coefficients. Les coefficients pondérants les contraintes vont faire en sorte que le minimum de la nouvelle fonction ainsi définie ne puisse correspondre aux solutions ne respectants pas les contraintes.

L'optimisation va se baser sur les modèles linéaires (M_{sain}, $M_{defaut\ 1}$, $M_{defaut\ sc}$ et $M_{defaut\ 2}$) correspondants aux différents scénarios possibles et donnés précédemment. On intégrera la stabilité du système via les valeurs propres de ses matrices d'état. La relation (4.12) définit la forme générale de l'optimisation avec x le vecteur solution qui correspond aux gains d'entrée des stabilisateurs locaux : ici $x = [K_1,\ K_2,\ K_{sc}]$.

$$\begin{cases} min_{x \in C} \quad f_{min}(x) \\ g_i \leq 0 \quad \forall i \in \{1, ..., n_g\} \end{cases} \tag{4.12}$$

Dans la définition du problème, C est un sous-ensemble de $\Re^n$ où n est le nombre d'agents stabilisants du système. Il correspond au domaine à "balayer" par l'algorithme d'optimisation pour trouver la solution optimale. Dans notre cas, on le définira en définissant les bornes maximales que peuvent prendre les coefficients des stabilisateurs. Les bornes inférieures sont prises égales à zéro et les bornes supérieures seront données par l'ingénieur suivant les contraintes de son application. Ici, on peut noter : $C = [0\ ;\ K_{scmax}] \times [0\ ;\ K_{1max}] \times [0\ ;\ K_{2max}]$.

4.4.1 Définition des contraintes g_i

Les contraintes vont garantir la stabilité du système. Elles seront imposées aux parties réelles des valeurs propres λ des matrices d'état du système dans ses différentes configurations. Les contraintes étant valables localement autour d'un point de fonctionnement, on étudiera la stabilité pour les points de fonctionnement correspondant à un domaine D donné par deux intervalles de puissance. Le domaine sera "quadrillé" pour n'avoir à étudier qu'un nombre fini de points de fonctionnement. A chaque fois, le point de fonctionnement sera déterminé en résolvant le système (2.25) donné dans le deuxième chapitre. L'intervalle D est défini par la relation 4.13 et la stabilité sera vérifiée pour les cas suivants (mais pas simultanément) :

(a) si au moins deux des stabilisateurs sont actifs sur les trois (possibilité de panne sur l'un des trois).

(b) en cas de déconnexion de l'une des branches du système (déconnexion automatique par sécurité).

Dans les scénarios de défaut, on va donc faire prendre en compte l'évènement et ce qu'il implique sur le système par l'algorithme chargé de l'optimisation. Celui-ci, s'il parvient à converger, donnera un dimensionnement des stabilisateurs assurant la stabilité de l'ensemble des cas considérés. On peut rappeler que assurer la stabilité locale pour un grand nombre de points de fonctionnement dans un domaine ne correspond pas à assurer la stabilité "grand-signal" dans ce domaine.

$$\begin{cases} D \in \Re^2,\ I_1 \in \Re,\ I_2 \in \Re \\ I_1 = [0; P_{1max}]\ et\ I_2 = [0; P_{2max}] \\ D = I_1 \times I_2 \end{cases} \tag{4.13}$$

Afin d'intégrer un critère de robustesse, on va imposer aux parties réelles des valeurs propres des matrices M_{sain}, $M_{defaut\ 1}$, $M_{defaut\ sc}$ et $M_{defaut\ 2}$ d'être inférieures à une valeur strictement négative dont la valeur absolue est notée MR. Ceci assurera une marge de sécurité afin de prendre en compte les éventuelles variations et imprécisions sur les valeurs paramétriques.

Finalement, les contraintes à respecter se traduisent par la relation (4.14).

$$\begin{cases} g_1 = max\{\Re(\lambda_{M_{sain}})\} + MR \\ g_2 = max\{\Re(\lambda_{M_{sain,\ K_1=0}})\} + MR \\ g_3 = max\{\Re(\lambda_{M_{sain,\ K_2=0}})\} + MR \\ g_4 = max\{\Re(\lambda_{M_{sain,\ Ksc=0}})\} + MR \\ g_5 = max\{\Re(\lambda_{M_{defaut\ 1}})\} + MR \\ g_6 = max\{\Re(\lambda_{M_{defaut\ 2}})\} + MR \\ g_7 = max\{\Re(\lambda_{M_{defaut\ sc}})\} + MR \end{cases} \tag{4.14}$$

La contrainte g_1 correspond au cas "sain". C'est-à-dire que tous les stabilisateurs fonctionnent et que le système est dans sa configuration complète. Les contraintes g_2, g_3 et g_4 correspondent aux cas où le système est dans sa configuration complète et où l'un des trois stabilisateurs est défectueux. Ceci se traduit avec un gain d'entrée de valeur nulle pour le stabilisateur en défaut. Les trois dernières contraintes g_5, g_6 et g_7 prennent en compte les reconfigurations possibles du réseau.

4.4.2 Définition de la fonction objectif

Dans l'utilisation d'un algorithme d'optimisation, la fonction objectif est l'un des éléments clés. Elle correspond à la valeur que l'on cherche à minimiser. Elle peut par exemple correspondre au poids ou au coût matière d'un objet. Dans notre cas, la valeur que l'on va chercher à minimiser est l'impact des signaux stabilisants sur les charges. En effet, ceci permettra de dimensionner les agents stabilisants pour qu'ils amortissent leur charge au minimum exigé par les contraintes souhaitées. On va pour cela créer une fonction permettant de minimiser l'action stabilisante sur les charges utiles et à l'inverse, favoriser l'action stabilisante sur la SC. Grâce à cette fonction, on va pouvoir orienter les efforts de stabilisation à fournir sur la SC et ainsi essayer de soulager au maximum les charges utiles.

La fonction objectif utilisée est donnée dans le cas général où l'on a n charges à stabiliser par la relation linéaire normalisée (4.15). L'application au cas considéré ici ce traduit par la relation (4.16). Afin de choisir la valeur des coefficients a_i, on déterminera en premier leur signe. Si l'on veut que l'optimisation donne la plus grande valeur possible au coefficient K_i (ce qui est le cas par exemple en ce qui concerne la SC), on choisira a_i de signe négatif. A l'inverse, on prendra un signe positif pour les charges "utiles" comme les actionneurs.

La valeur absolue des coefficients a_i a aussi son importance. Elle va pondérer la priorité des variables dans l'optimisation. En effet, si l'on prend par exemple $a_1 = 0,5$, alors le poids relatif de x_1 dans la fonction objectif sera divisé par 2. Quand l'algorithme va abaisser x_1 d'une unité, la fonction objectif ne verra une diminution que d'une demie unité. Pour abaisser la fonction objectif d'une unité il faudra donc diminuer x_1 par le double.

Suivant ces principes, on mettra un coefficient de signe négatif devant les variables correspondantes aux charges non critiques (la SC ici) et des coefficients positifs de valeur importante devant les charges "utiles" comme les actionneurs.

$$\begin{cases} f_{min}(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \\ \sum_{i=1}^{n} |a_i| = 1 \end{cases} \tag{4.15}$$

$$\begin{cases} f_{min}(K_1,\ K_2,\ K_{sc}) = a_{sc}K_{sc} + a_1K_1 + a_2K_2 \\ |a_{sc}| + |a_1| + |a_2| = 1 \end{cases} \tag{4.16}$$

4.5 Mise en place et validation de la méthode

Afin de mettre en place le système de stabilisation multi-agent, la principale étape consiste à obtenir les valeurs de coefficients K_i qui respecteront les contraintes fixées. Pour cela, le problème d'optimisation

sous contraintes défini précédemment a été adapté à la mise en forme demandée par la fonction *fmincon* de Matlab et détaillée en (4.17).

$$\begin{cases} x = fmincon(f_{min}, x_0, A, b, A_{eq}, b_{eq}, x_{min}, x_{max}, NL_{con}) \\ f_{min} \ : \ fonction\ objectif \\ x_0 \ : \ point\ de\ départ\ de\ l'optimisation \\ A\ et\ b \ : \ contrainte\ inégalité,\ A.x \leqslant b \\ A_{eq}\ et\ b_{eq} \ : \ contrainte\ égalité,\ A_{eq}.x = b_{eq} \\ x_{min}\ et\ x_{max} \ : \ intervalles\ de\ définition\ de\ x \\ NLcon \ : \ contraintes\ inégalité\ et\ égalité\ non-linéaires \end{cases} \tag{4.17}$$

Pour le problème que l'on traite ici, seules les contraintes non-linéaires (NL_{con}) sont présentes. Elles seront définies dans un fichier Matlab qui déterminera les valeurs propres des matrices M_{sain}, $M_{defaut\ 1}$, $M_{defaut\ sc}$ pour les cas considérés et proposera les contraintes telles qu'elles sont définies en (4.14) à l'algorithme d'optimisation.

Les intervalles de définition de x correspondent à ce que l'on a noté C dans la présentation du problème. Les vecteurs x_{min} et x_{max} définissent les valeurs maximales et minimales que peuvent prendre les coefficients K. Ici, on fixera la valeur de la résistance virtuelle (qui correspond à $1/K$) entre l'infini (pas d'amortissement) et 1Ω pour les trois gains. Ceci définit donc $x_{min} = 0$ et $x_{max} = 1$.

Le point initial de l'optimisation x_0 sera pris pour placer la valeur initiale de la résistance virtuelle de chaque agent stabilisant à 20Ω, c'est-à-dire : $x_0 = [0,05\ 0,05\ 0,05]^t$. La marge de robustesse (MR) sera elle prise égale à 5.

En ce qui concerne le choix des coefficients a_i qui définissent la fonction objectif à minimiser, on prend a_{sc} de signe négatif et on prend $a_1 = a_2$ de signe positif pour avoir f_{min} de la forme (4.18). Ceci va permettre de favoriser les "grandes" valeurs de K_{sc} et à l'inverse, de chercher les plus petites valeurs possibles pour K_1 et K_2. Le rapport r_{opt} défini en (4.19) va permettre de pondérer l'effort d'optimisation. Plus celui-ci sera élevé et plus les coefficients des charges 1 et 2 seront faibles.

$$\begin{cases} f_{min}(K_1,\ K_2,\ K_{sc}) = -|a_{sc}|K_{sc} + |a_1|(K_1 + K_2) \\ |a_{sc}| + 2|a_1| = 1 \end{cases} \tag{4.18}$$

$$r_{opt} = \frac{a_{sc}}{a_1} \tag{4.19}$$

Pour illustrer ceci, la Fig.4.10 montre les résultats de l'optimisation en fonction du rapport r_{opt} pour les intervalles de puissance $P_1 \in [0\ ;\ 700W]$ et $P_2 \in [0\ ;\ 500W]$. On remarque premièrement que K_{sc} est toujours bien supérieur à K_1 et K_2 ce qui confirme le choix du signe des coefficients. Ensuite, on voit que la valeur de K_1 ne varie quasiment pas avec r_{opt}. Ceci est dû à la contrainte donnée par le cas où le stabilisateur de la charge 2 est en défaut. Dans ce cas là, seule la charge 1 et la SC doivent assurer la stabilité du bus. Or, on a vu que étant donné la structure du réseau, le stabilisateur de la SC n'avait qu'un impact limité sur le déplacement des valeurs propres instables. Dans ce cas là, la charge 1 doit donc assurer l'essentiel de la

stabilisation et ceci fixe la valeur du gain K_1. En ce qui concerne les autres gains, on voit qu'ils diminuent à mesure que la valeur de r_{opt} est abaissée. Pour $r_{opt} < 0,06$, l'algorithme ne converge plus.

A partir de la Fig.4.10, on choisit les coefficients donnés par (4.20) correspondant aux valeurs de a_i donnés en (4.21). Avec ces coefficients K_i, le dimensionnement du système de stabilisation multi-agent est terminé.

$$\begin{cases} K_{sc} = 0,084 \\ K_1 = 0,008 \\ K_2 = 0,0535 \end{cases} \tag{4.20}$$

$$\begin{cases} a_{sc} = -0.03 \\ a_1 = 0,485 \\ a_2 = 0,485 \end{cases} \tag{4.21}$$

4.5.1 Validation par simulation

Comme pour le chapitre précédent, la méthode de stabilisation a d'abord été modélisée et simulée sur Matlab/Simulink. Les résultats obtenus sont présentés dans cette partie. Tous les scénarios de défaut sur les stabilisateurs ainsi que le cas où la branche 2 est en défaut ont été simulés. Le point de fonctionnement simulé est le même que dans le chapitre précédent, c'est-à-dire : $P_1 = 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$.

Les résultats présentés ici correspondent premièrement aux cas dans lesquels le système est dans sa configuration complète. Les Fig.4.11 et 4.12 montrent le cas sans aucun défaut. On voit que la stabilité du système est bien assurée. Les puissances stabilisantes fournies par chaque stabilisateur viennent amortir le système et assurer sa stabilité.

Les autres résultats présentés correspondent aux cas où l'un des stabilisateurs est en défaut. Dans ces scénarios, la puissance stabilisante générée par l'agent stabilisant défectueux est nulle. Les résultats de simulation correspondant à ces scénarios sont donnés par les Fig.4.13 à 4.18. Ils montrent que la stabilité du système est bien préservée dans tous les cas. A chaque fois, les deux stabilisateurs restants parviennent à amortir suffisamment le système pour garantir sa stabilité.

Sur les Fig.4.13 à 4.16 qui montrent les cas où les stabilisateurs 1 et 2 sont en défaut, on voit qu'en leur absence le système est nettement moins amorti contrairement au cas où c'est le stabilisateur de la SC qui est en défaut (cf. Fig. 4.17 et 4.18). Ceci montre encore une fois la différence entre les impacts des différentes charges sur la stabilité du système. Néanmoins, si l'on compare les Fig.4.11 et 4.12 avec les Fig.4.17 et 4.18, on voit que le stabilisateur de la SC soulage les deux autres, et notamment celui de la charge 2.

L'autre cas de défaut considéré par la méthode est le cas dans lequel une branche du réseau est physiquement déconnectée après la détection d'un défaut dans celle-ci. Ces reconfigurations correspondent aux Fig.4.7, 4.8 et 4.9.

Dans le cas de la déconnection de la branche 2, qui correspond pour le point de fonctionnement testé au pire des cas étant donné que la source principale d'instabilité (la charge 1) est toujours là et que l'autre

charge la plus influente sur la stabilisation (la charge 2) ne peux plus aider à la stabilisation du réseau, on voit sur la Fig.4.19 que le système est instable sans stabilisation. La charge 1 génère toujours l'instabilité du système. Néanmoins, avec la stabilisation (cf. Fig.4.20 et 4.21), la stabilité du système est bien préservée par les stabilisateurs restants.

L'ensemble de ces résultats de simulations confirment le principe de l'approche proposée. Le système de stabilisation multi-agent va être implémenter sur le banc expérimental afin de compléter ces résultats.

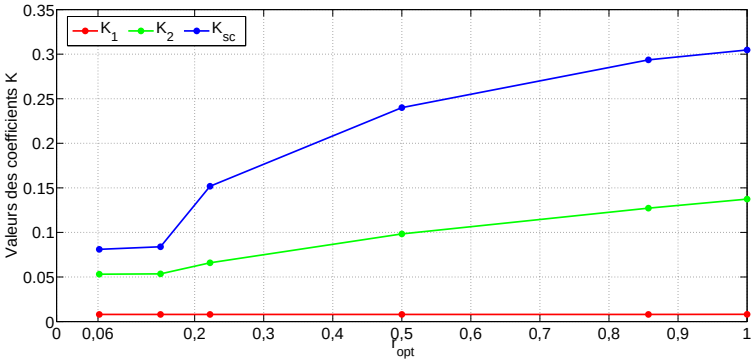

FIGURE 4.10 – Évolution des coefficients donnés par l'optimisation ; $MR = 5$, $w_c = 40rad.s^{-1}$, $P_{sc} = 0W$, $P_1 = 700W$ et $P_2 = 500W$

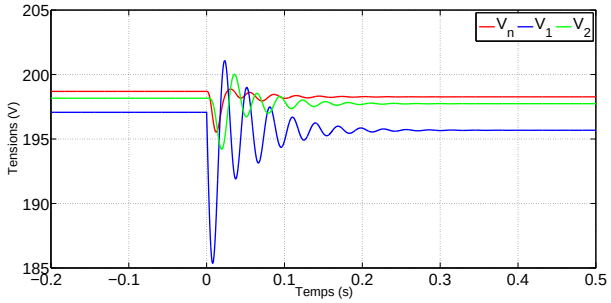

FIGURE 4.11 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, sans défaut sur les stabilisateurs. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

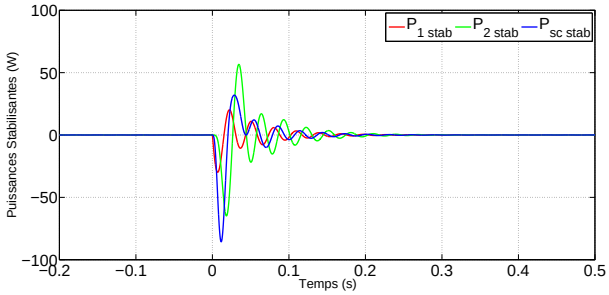

FIGURE 4.12 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, sans défaut sur les stabilisateurs. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

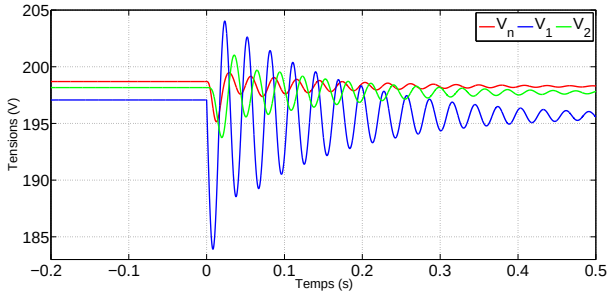

FIGURE 4.13 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 1 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

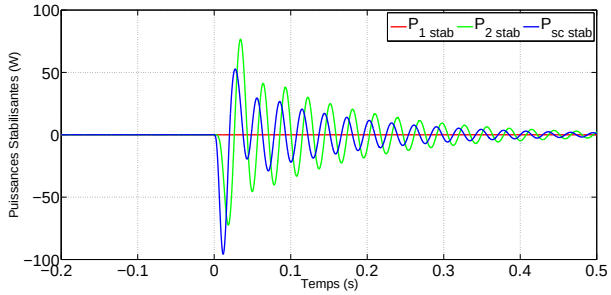

FIGURE 4.14 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 1 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

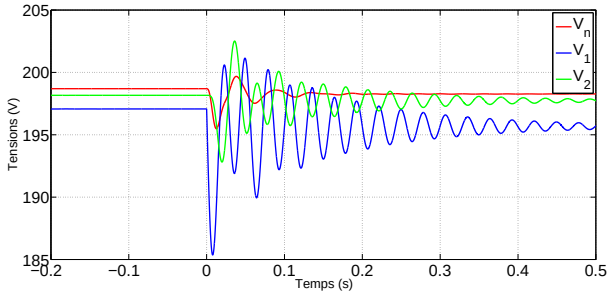

FIGURE 4.15 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 2 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

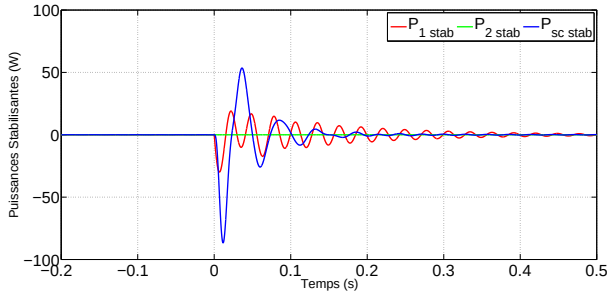

FIGURE 4.16 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 2 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

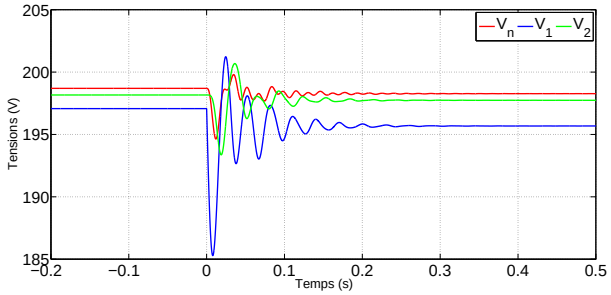

FIGURE 4.17 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur *SC* en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

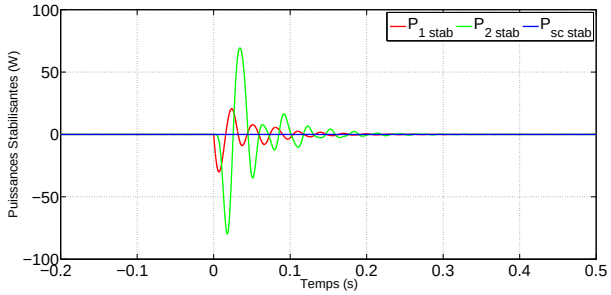

FIGURE 4.18 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur *SC* en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 350W$ et $P_{sc} = 0W$

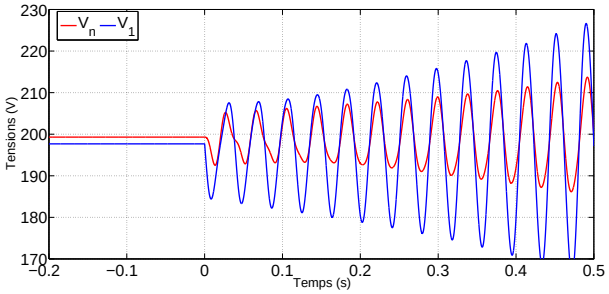

FIGURE 4.19 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 sans stabilisation : Système reconfiguré sans la branche 2. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_{sc} = 0W$

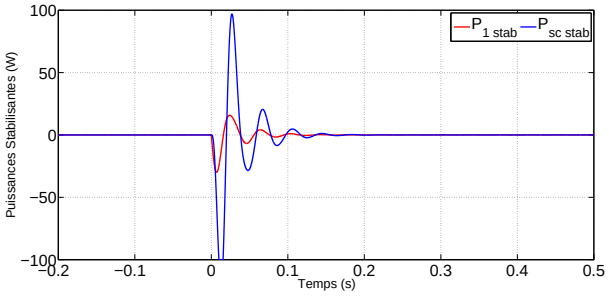

FIGURE 4.21 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système reconfiguré sans la branche 2, sans défaut sur les stabilisateurs. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_{sc} = 0W$

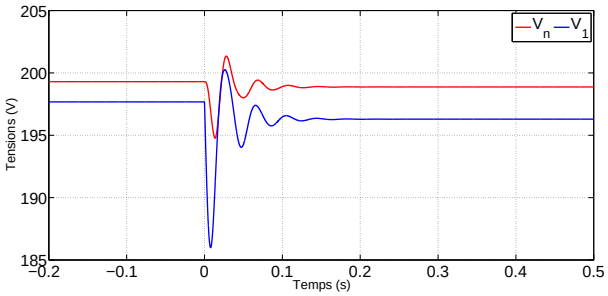

FIGURE 4.20 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système reconfiguré sans la branche 2, sans défaut sur les stabilisateurs. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_{sc} = 0W$

4.5.2 Validation expérimentale

L'approche proposée a été implémentée sur le banc d'essais afin d'être validée. Les essais ont été fait pour le point de fonctionnement suivant : $P_1 = 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$. Plusieurs configurations et scénarios ont été testés :

- cas du système sain sans défaut sur les stabilisateurs (cf. Fig4.22 et 4.32).
- cas du système sain avec le stabilisateur 1 en défaut (cf. Fig4.23 et 4.33).
- cas du système sain avec le stabilisateur 2 en défaut (cf. Fig4.24 et 4.34).
- cas du système sain avec le stabilisateur *SC* en défaut (cf. Fig4.25 et 4.35).
- cas du système sain avec les stabilisateurs 1 et 2 en défaut (cf. Fig4.26 et 4.27).
- cas du système reconfiguré sans la branche 2 (cf. Fig4.28, 4.29 et 4.36).
- cas du système reconfiguré sans la branche *SC* (cf. Fig4.30, 4.31 et 4.37).

L'ensemble de ces résultats confirment l'impact stabilisant de la méthode proposée. On voit que, avec un seul dimensionnement des différents agents stabilisants du système, on peut assurer la stabilité du réseau en cas de défaut de l'un des agents ou en cas de reconfiguration de celui-ci. Ceci est d'autant plus confirmé par le fait que les scénarios qui n'ont pas été intégrés dans les contraintes de l'optimisation (cf. Fig4.26 et 4.27) sont instables. La stabilité du réseau n'est plus assurée par le système multi-agent si les contraintes liées au scénario correspondant n'ont pas été prises en compte dans l'optimisation.

Les allures observées sur les résultats de simulation sont toujours présentes sur les essais expérimentaux. On voit bien que le scénario le plus contraignant (celui où la réponse du système est la moins amortie) est celui qui arrive quand le stabilisateur 1 tombe en panne. A l'inverse, le cas le moins contraignant est celui qui arrive quand le stabilisateur de la SC est en défaut.

La Table 4.1 donne l'intégrale de la valeur absolue des puissances stabilisantes dans les scénarios correspondant au système complet. Ces intégrales sont calculées sur 0,6s. Les valeurs obtenues montrent que les stabilisateurs locaux répondent aux sollicitations dues à la perte de l'un d'eux. Par exemple, quand le stabilisateur 1 est en panne, on voit que les puissances stabilisantes fournies par les deux autres ($< P_{2\ stab} >= 2,255$ et $< P_{sc\ stab} >= 5,375$) sont beaucoup plus importantes que lors du cas où ils fonctionnent tous les trois ($< P_{2\ stab} >= 1,034$ et $< P_{sc\ stab} >= 2,853$). On note aussi que suivant les cas de défaut, la puissance stabilisante non fournie par le stabilisateur en panne est répartie entre les deux restants. De plus conformément à la fonction objectif choisie, la puissance stabilisante fournie par la SC est toujours bien supérieure aux deux autres.

Scénario	sans défaut	défaut 1	défaut 2	défaut *SC*
$< P_{1\ stab} >$	0,526	0	0,740	0,396
$< P_{2\ stab} >$	1,034	2,255	0	1,423
$< P_{sc\ stab} >$	2,853	5,375	2,888	0

TABLE 4.1 – Intégrale de la valeur absolue des puissances stabilisantes, cas du système dans sa configuration complète. Calculée sur 0,6s

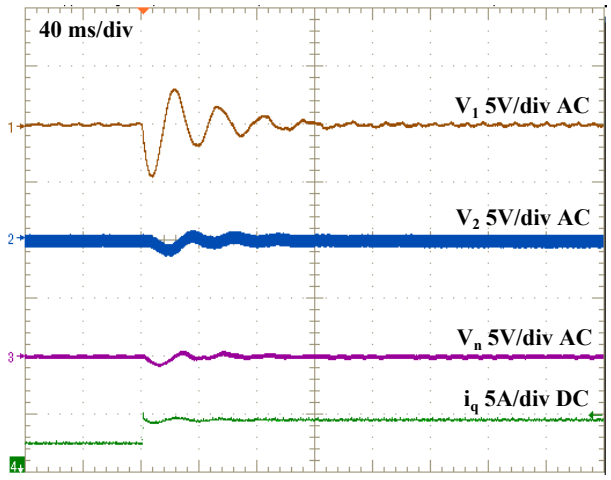

FIGURE 4.22 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

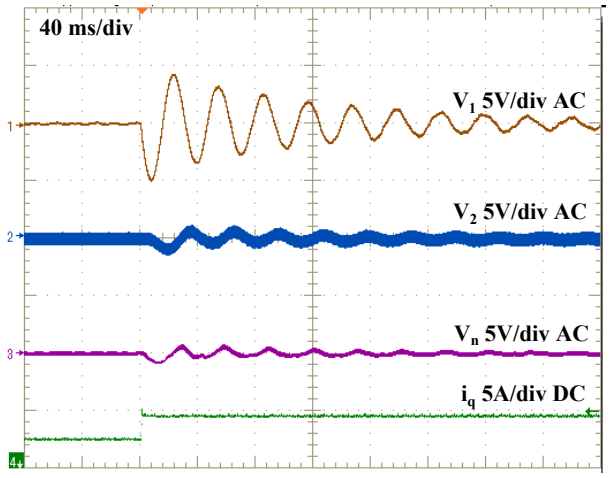

FIGURE 4.23 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 1 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

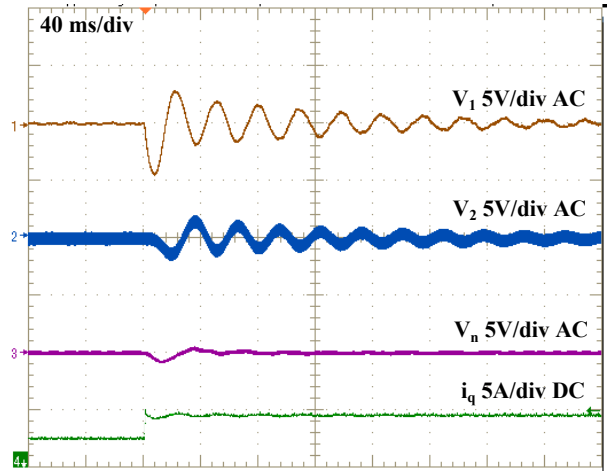

FIGURE 4.24 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 2 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

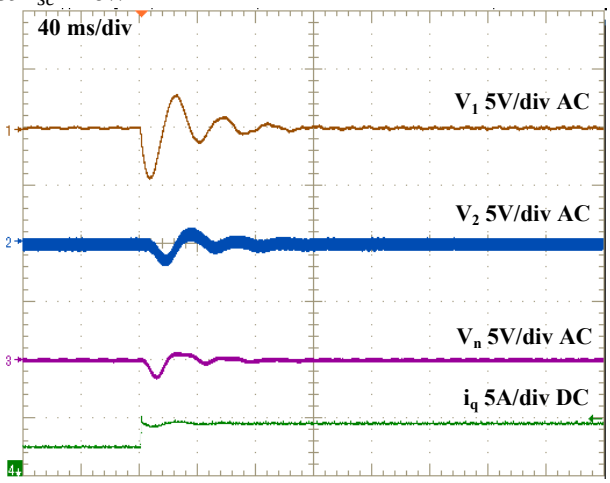

FIGURE 4.25 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur *SC* en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

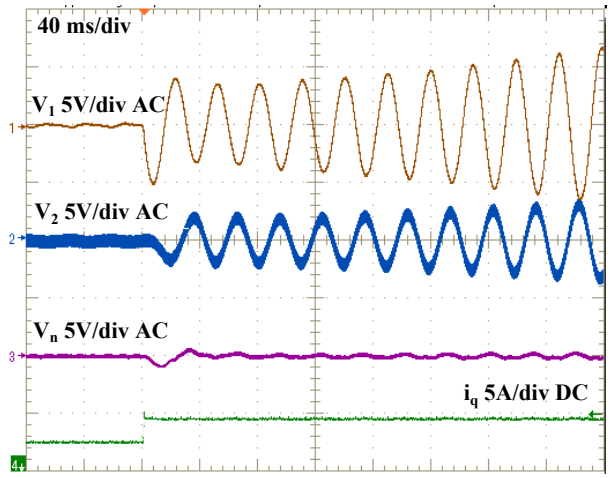

FIGURE 4.26 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateurs 1 et 2 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

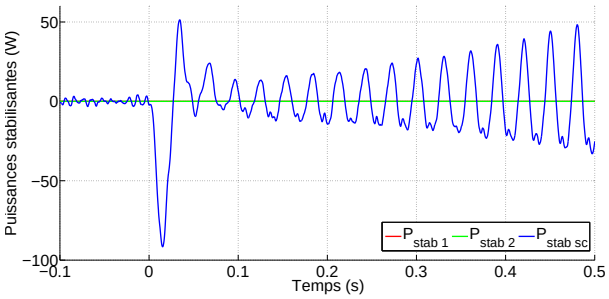

FIGURE 4.27 – Puissances stabilisantes du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateurs 1 et 2 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

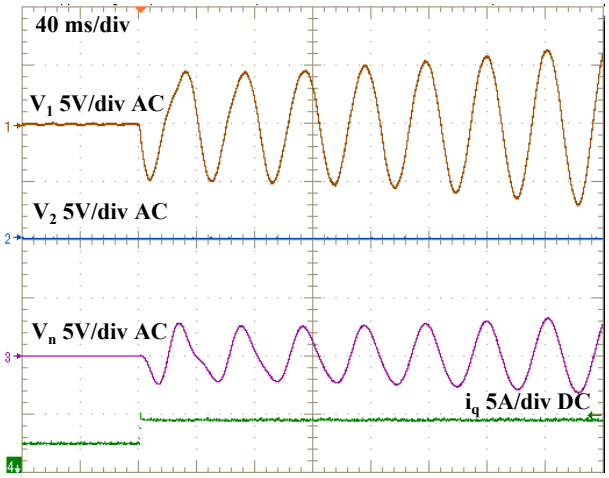

FIGURE 4.28 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 sans stabilisation : Système reconfiguré sans la branche 2. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_{sc} = 0W$

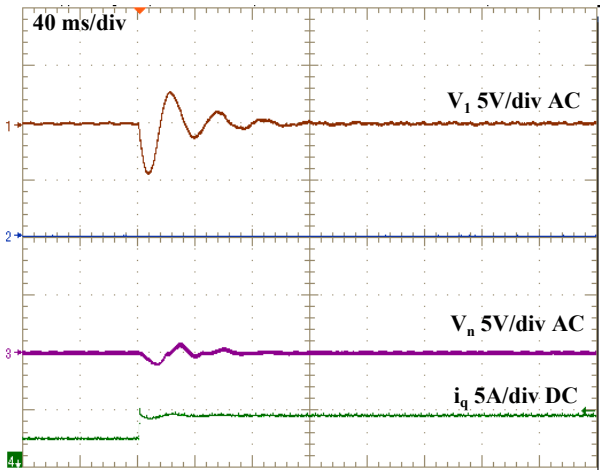

FIGURE 4.29 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système reconfiguré sans la branche 2. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_{sc} = 0W$

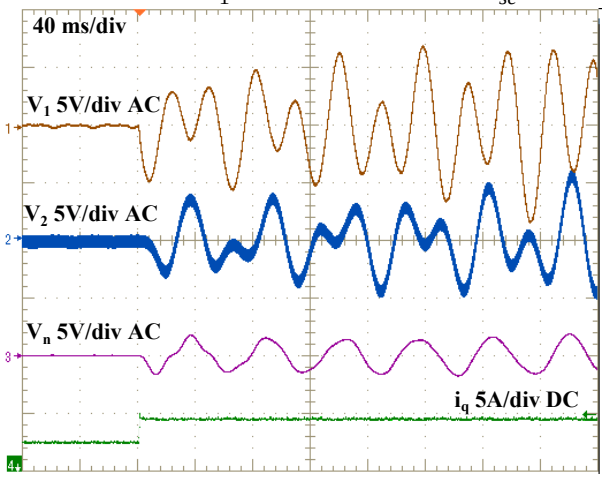

FIGURE 4.30 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 sans stabilisation : Système reconfiguré sans la branche SC. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_2 = 500W$

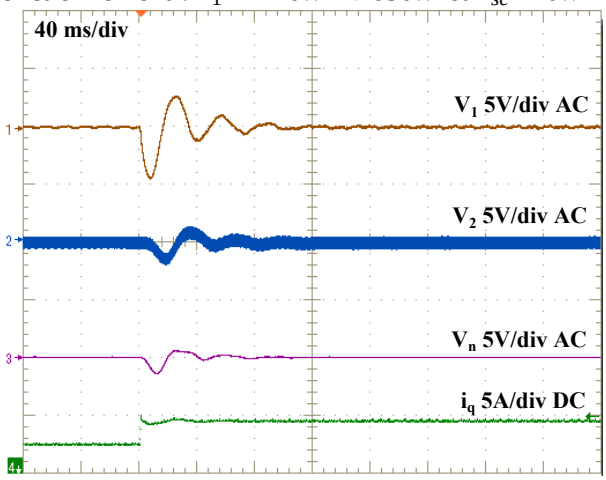

FIGURE 4.31 – Tensions du système après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système reconfiguré sans la branche SC. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_2 = 500W$

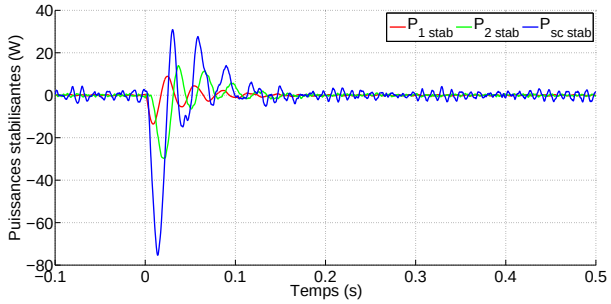

FIGURE 4.32 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

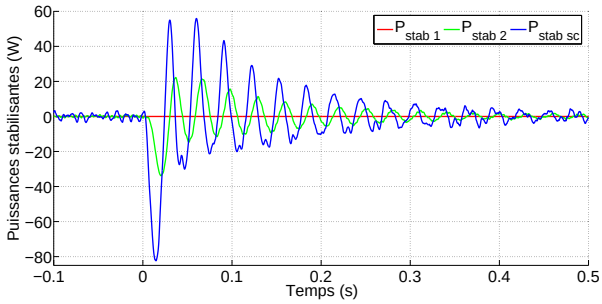

FIGURE 4.33 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 1 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

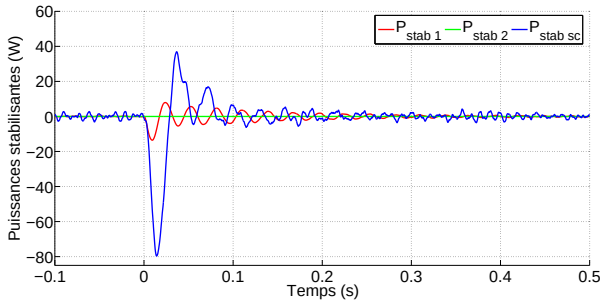

FIGURE 4.34 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur 2 en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

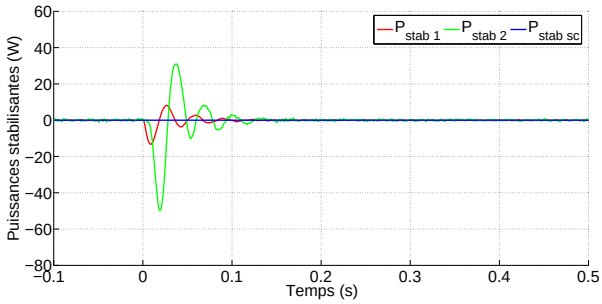

FIGURE 4.35 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système sain, stabilisateur SC en défaut. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$, $P_2 = 500W$ et $P_{sc} = 0W$

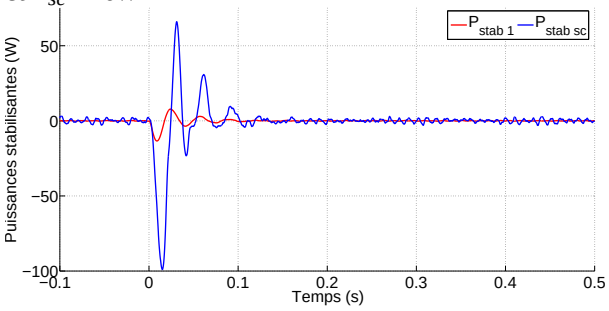

FIGURE 4.36 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système reconfiguré sans la branche 2. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_{sc} = 0W$

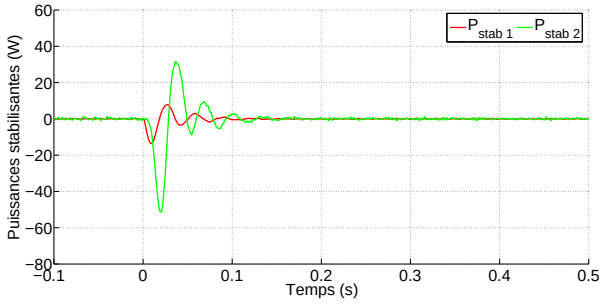

FIGURE 4.37 – Puissances stabilisantes après un échelon de puissance sur P_1 avec stabilisation : Système reconfiguré sans la branche SC. Point de fonctionnement : $P_1 = 410W \rightarrow 650W$ et $P_2 = 500W$

4.6 Conclusion sur l'approche décentralisée

Le système de stabilisation multi-agent et sa méthode de dimensionnement proposés dans ce chapitre présentent comme principal avantage la robustesse vis-à-vis des scénarios de défaut pouvant arriver sur le système. En effet, il a été proposé une méthode systémique permettant de dimensionner un système composé de plusieurs agents stabilisants indépendants assurant la stabilité locale d'un réseau DC composé de plusieurs charges sur un domaine prédéfini et ce, pour plusieurs scénarios de défaut possibles. La méthode de dimensionnement proposée se base sur la définition d'un problème d'optimisation sous contraintes. En modélisant les exigences sur la stabilité du réseau dans les différents scénarios souhaités sous la forme d'une contrainte d'une part, et en définissant une fonction objectif avec les coefficients des agents stabilisants d'autre part, la convergence de l'algorithme d'optimisation assure le dimensionnement du système multi-agent. De plus, il a été montré comment, en jouant sur les paramètres de la fonction objectif, on pouvait orienter les efforts de stabilisation sur les différentes charges du système. L'efficacité de la méthode a été validée sur une architecture type par simulation puis de manière expérimentale.

Outre sa robustesse, la méthode présente un autre avantage qui se trouve dans sa structure décentralisée. A l'inverse des approches centralisées, celle-ci ne requière pas de transfert de données supplémentaires (et donc de câblage) autour du réseau DC. Les agents stabilisants n'ont pas besoin de communiquer entre eux et la seule entrée qui leur est nécessaire est la mesure de tension aux bornes du convertisseur de leur charge respective.

Ces deux avantages que sont la tolérance aux défauts et la facilité technique d'installation sur le réseau en font une méthode attrayante pour les applications industrielles embarquées telles que celles présentes dans l'aéronautique. De plus, cette méthode ne nécessite que peu de capteurs (un capteur de tension par agent). Néanmoins, elle s'appuie sur des modèles linéaires et ne peut donc uniquement garantir une stabilité "petit-signal" autour des points de fonctionnement.

Conclusion Générale et Perspectives

Conclusion

Dans cette thèse a été abordée la problématique de la stabilité dans les réseaux DC contenants plusieurs charges de natures différentes et pouvant être réversibles. Afin d'illustrer les études menées, un réseau "type" a été défini et réalisé au laboratoire.

L'étude de la stabilité du réseau DC a été faite à l'aide de différentes méthodes. Premièrement, avec la considération de ses valeurs propres a été défini le domaine représentant l'ensemble des points de fonctionnement stables du système. Ce domaine a ensuite été comparé avec celui obtenu avec la méthode de la MGMP qui se base sur une modélisation par spectroscopie d'impédance du système. Les résultats ont montré que la méthode de la MGMP ne permettait pas de valider la stabilité de l'ensemble des points de fonctionnement stables du système. Ceci, comme il l'a été détaillé, est dû au fait que cette méthode impose à chaque sous-système électrique d'être individuellement stable. Or, cette condition n'est pas nécessaire pour obtenir la stabilité de l'ensemble du système. La méthode de la MGMP donne donc des conditions suffisantes mais non nécessaires de stabilité.
De plus, une étude de sensibilité a été faite afin de quantifier l'impact de chaque charge sur la stabilité du réseau. Toutes les charges étant modélisées de la même manière (CPL), il est apparu que leur impact était lié à la structure de leur filtre d'entrée. Plus ce filtre est amorti et moins la charge va influer sur la stabilité du système. On peut donc ainsi "identifier" quelles seront les charges les plus pénalisantes d'un point de vue stabilité pour le réseau.

Ce résultat peut être intéressant dans une phase de conception d'un réseau DC. Il indique par exemple que si le réseau comporte une charge dont la puissance de fonctionnement est bien supérieure aux autres, alors il serait cohérent de la placer au plus près du bus continu afin de limiter au maximum les inductances de câblage entre la charge et le bus DC.

L'étude "grand-signal" du système a ensuite été proposée en utilisant les multimodèles de Takagi-Sugeno. Ceux-ci permettent de modéliser un modèle non-linéaire en une somme pondérée de sous-modèles linéaires. L'étude de la stabilité du système peut alors se faire via l'étude de l'ensemble des sous-modèles linéaires définis. A partir de cette méthode il a été possible d'obtenir une forme mathématique convexe du bassin d'attraction du système. Malheureusement, celui-ci étant définit en dimension 6, il a été impossible d'en donner des représentations graphiques cohérentes. On peut néanmoins utiliser ce résultat pour savoir si oui ou non deux points de fonctionnement sont situés dans un même domaine de convergence. Ceci peut permettre par exemple de prouver qu'un cycle de fonctionnement sera stable. C'est-à-dire que le système pourra passer d'un point de fonctionnement à un autre tout en restant dans un état stable.

Après ces travaux liés aux méthodes d'étude de la stabilité des réseaux DC, la suite de la thèse propose des méthodes de stabilisation du réseau. Trois méthodes ont été proposées et implémentées

expérimentalement sur le banc d'essai du laboratoire. Les deux premières proposent une structure centralisée alors que la dernière propose une structure décentralisée. Chacune de ces structures possède ses avantages et ses inconvénients. L'avantage d'une structure centralisée est que l'on va pouvoir ramener beaucoup d'informations au stabilisateur ce qui lui permettra de connaître l'ensemble de l'état du réseau pour générer ses signaux stabilisants. Ceci peut permettre d'assurer une stabilité globale du système. Néanmoins cela la rend plus vulnérable aux défauts et demande un effort de câblage conséquent. La structure décentralisée va elle apporter des solutions locales au système indépendamment de l'état du réseau. Elle va permettre de dimensionner un système de stabilisation plus fiable et moins lourd à implémenter.
La première de ces méthodes est basée sur la théorie de TS. La modélisation sous forme de TS du système a été utilisée pour dimensionner un retour d'état stabilisant pour chaque sous-modèle linéaire. Néanmoins, il est apparu que leur dimensionnement était soumis à la résolution d'un système de LMI très restrictif. Ceci va entraîner l'utilisation d'un stabilisateur dont l'impact est très perturbant et donc non acceptable pour le système dans son application finale.
La deuxième méthode se base sur la théorie de Lyapunov et consiste en la génération d'un unique retour d'état proposant d'injecter des signaux stabilisants de faibles amplitudes sur les charges. De plus, la théorie sur laquelle s'appuie cette méthode de stabilisation la rend indépendante du point de fonctionnement choisi.
La troisième et dernière méthode présentée propose d'implémenter un système de stabilisation multi-agent sur le réseau. Celui-ci, dimensionné à l'aide d'un algorithme d'optimisation sous contraintes, va permettre d'assurer la stabilité du système lors de plusieurs scénarios.

Des trois méthodes de stabilisation proposées, celle qui semble la mieux adaptée à une application industrielle type aéronautique est la troisième. En effet, même si elle ne s'appuie que sur des modèles "petit-signaux", elle ne demande qu'un faible effort d'implémentation et dispose du grand avantage de pouvoir gérer les cas de défauts comme les reconfigurations du réseau ou la perte de l'un des agent. Néanmoins, aux vues des résultats présentés dans cette thèse, on peut avancer des perspectives à son propos pour l'améliorer.

Perspectives

La première perspective concernant les travaux présentés dans cette thèse sera d'essayer de trouver une méthode moins conservative pour obtenir une fonction de Lyapunov propre à un système électrique. En effet, on a pu constater que le conservatisme imposé par la méthode basée sur la théorie de TS et la résolution d'un système de LMI ne permettait pas d'obtenir l'ensemble du bassin d'attraction. Obtenir une "meilleure" fonction de Lyapunov permettrait donc d'agrandir le domaine trouvé. Ce sujet de recherche est toujours d'actualité au laboratoire.

Les autres principales perspectives à cette thèse se trouvent liées aux méthodes de stabilisations. En ce qui concerne la méthode de stabilisation basée sur la théorie de Lyapunov, il serait intéressant de mettre en place un observateur sur le système afin de pouvoir réduire le nombre de capteurs nécessaires à sa mise en oeuvre. Cet aspect est déjà en cours d'étude au laboratoire. De plus, il serait aussi intéressant d'intégrer la tolérance aux reconfigurations du réseau. Si ces deux axes pouvaient être avancés, l'approche de Lyapunov s'avérerait être bien adaptée aux applications industrielles.

Concernant la méthode de stabilisation multi-agent, l'axe principal selon lequel il faudrait la faire évoluer est surement celui concernant le rôle de la SC sur la stabilisation du système. En effet, celui-ci n'est pas très important dans le cas présenté ici du fait de la structure du réseau.
Il faudrait donc premièrement essayer la méthode sur un réseau de configuration différente pour voir si cela permet de mieux utiliser la SC. Par exemple dans une configuration où la SC est connectée au bus

principal via un filtre d'entrée et où les modes de rechargement de celle-ci pourraient entraîner des risques d'instabilités.
Deuxièmement, il serait aussi intéressant d'essayer de définir une loi de commande pour l'agent stabilisant de la SC différente qui permettrait d'améliorer son efficacité. Néanmoins, à première vu cela demanderait sûrement d'avoir à disposition plus d'informations sur l'état du réseau que la seule mesure de tension du bus et ainsi cela augmenterait le nombre de capteurs nécessaires au système de stabilisation.
Finalement, une autre perspective serait d'intégrer non pas des critères de stabilité "petit-signal" dans les contraintes de l'optimisation mais des critères "grand-signal" basés par exemple sur une modélisation de TS du réseau.

Bibliographie

[Awan et al., 2009a] Awan, A.B.et Pierfederici, S., Nahid-Mobarakeh, B., et Meibody-Tabar, F. (2009a). Active stabilization of a poorly damped input filter supplying a constant power load. In *Proc. ECCE'09*.

[Awan et al., 2009b] Awan, A.B.et Pierfederici, S., Nahid-Mobarakeh, B., et Meibody-Tabar, F. (2009b). Stabilization of a dc-bus supplying a constant power load. In *Proc. IAS'09*.

[Barruel et al., 2005] Barruel, F., Retière, N., Schanen, J. L., et Caisley, A. (2005). Stability approach for vehicle dc power networks : Application to aircraft on-board system. In *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*, volume 2005, pages 1163–1169. Cited By (since 1996) : 3.

[Boyd et al., 1994] Boyd, S., El Gahoui, E., Feron, E., et Balakrishnan, V. (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory. In *Proc. SIAM'94*.

[Brayton et Moser, 1964a] Brayton, R. et Moser, J. (April 1964a). A theory of nonlinear networks -i. *Quarterly of applied mathematics*, XXII :1–33.

[Brayton et Moser, 1964b] Brayton, R. et Moser, J. (July 1964b). A theory of nonlinear networks -ii. *Quarterly of applied mathematics*, XXII :81–104.

[Bruyant et al., 1998] Bruyant, N., Machmoum, M., et Chevrel, P. (1998). Control of a three-phase active power filter with optimized design of the energy storage capacitor. In *Power Electronics Specialists Conference, 1998. PESC 98 Record. 29th Annual IEEE*, volume 1, pages 878 –883 vol.1.

[Caux et al., 2010] Caux, S., Wanderley-Honda, D., Hissel, D., et Fadel, M. (2010). On-line energy management for hev based on particle swarm optimization. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010 IEEE*, pages 1 –7.

[Cespedes et al., 2010] Cespedes, M., Beechner, T., Xing, L., et Sun, J. (2010). Stabilization of constant-power loads by passive impedance damping. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE*, pages 2174 –2180.

[Chadli, 2002] Chadli, M. (2002). *Stabilité et Commande de Systèmes décrits par des Multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.

[Charrada et al., 2011] Charrada, M., Girinon, S., Piquet, H., et Roux, N. (2011). Equipments characterization methods for stability analysis of dc networks. In *Proceedings - ISIE 2011 : 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 263–268.

[Chen et al., 2008] Chen, Y., Tse, C., Qiu, S.-S., Lindenmuller, L., et Schwarz, W. (2008). Coexisting fast-scale and slow-scale instability in current-mode controlled dc/dc converters : Analysis, simulation and experimental results. *Circuits and Systems I : Regular Papers, IEEE Transactions on*, 55(10) :3335 – 3348.

[Ciezki et Ashton, 1998] Ciezki, J. et Ashton, R. (1998). The application of feedback linearization techniques to the stabilization of dc-to-dc converters with constant power loads. In *Circuits and Systems, 1998. ISCAS '98. Proceedings of the 1998 IEEE International Symposium on*, volume 3, pages 526 –529 vol.3.

[Defay et al., 2008] Defay, F., Llor, A.-M., et Fadel, M. (2008). A predictive control with flying capacitor balancing of a multicell active power filter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(9) :3212 –3220.

[Demello et Concordia., 1969] Demello, F.P, Concordia, C. (1969). Concepts of synchronous machine stability as affected by escitation control. *Power Appartus and Systems, IEEE Transactions on*, 88(4) :316 –329.

[Emadi, 2004] Emadi, A. (2004). Modeling of power electronic loads in ac distribution systems using the generalized state-space averaging method. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 51(5) :992 – 1000.

[Emadi et al., 1999] Emadi, A., Fahimi, B., et Ehsani, M. (1999). On the concept of negative impedance instability in the more electric aircraft power systems with constant power loads. *SAE Journal*, 1999-01-2545.

[Emadi et al., 2006] Emadi, A., Khaligh, A., Rivetta, C., et Williamson, G. (2006). Constant power loads and negative impedance instability in automotive systems : definition, modeling, stability, and control of power electronic converters and motor drives. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 55(4) :1112 –1125.

[Florescu et al., 2011] Florescu, A., Turker, H., Bacha, S., et Vinot, E. (2011). Energy management system for hybrid electric vehicle : Real-time validation of the vehlib dedicated library. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2011 IEEE*, pages 1 –6.

[Gadoura et al., 1998] Gadoura, I., Grigore, V., Hatonen, J., Kyyra, J., Vallittu, P., et Suntio, T. (1998). Stabilizing a telecom power supply feeding a constant power load. In *Telecommunications Energy Conference, 1998. INTELEC. Twentieth International*, pages 243 –248.

[Gavagsaz-Ghoachani et al., 2011] Gavagsaz-Ghoachani, R., Phattanasak, M., Martin, J., Pierfederici, S., et Davat, B. (2011). Predicting the onset of bifurcation and stability study of a hybrid current controller for a boost converter. In *Proc. Electrimacs'11*.

[Girinon, 2010] Girinon, S. (2010). *Étude de la Stabilité et de la Qualité des Réseaux Distribués de Puissance*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse.

[Girinon et al., 2009] Girinon, S., Piquet, H., Roux, N., et Sareni, B. (2009). Analytical input filter design in dc distributed power systems approach taking stability and quality criteria into account. In *Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09. 13th European Conference on*, pages 1 –10.

[Granjon, 2003] Granjon, Y. (2003). *Automatique, Systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état*. Number ISBN 2100071181. Dunod.

[Griffo et al., 2008] Griffo, A., Wang, J., et Howe, D. (2008). Large signal stability analysis of dc power systems with constant power loads. In *Proc. VPPC'08*.

[Harnefors et Pietläinenardier, 2005] Harnefors, L. et Pietläinenardier, K. (2005). Inverter dc-link stabilizing control with improved voltage sag ride-through capability. In *Proc. EPE'05*.

[Jamshidpour et al., 2011] Jamshidpour, E., Nahid-Mobarakeh, B., Poure, P., Pierfederici, S., et Saadate, S. (2011). Distributed stabilization in dc hybrid power systems. In *2011 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, VPPC 2011*.

[Khaligh, 2008] Khaligh, A. (2008). Realization of parasitics in stability of dc-dc converters loaded by constant power loads in advanced multiconverter automotive systems. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 55(6) :2295–2305.

[Khaligh et al., 2008] Khaligh, A., Rahimi, A., et Emadi, A. (2008). Modified pulse-adjustment technique to control dc/dc converters driving variable constant-power loads. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(3) :1133 –1146.

[Khalil, 2002] Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*. 3rd edition. ISBN 0-13-067389-7.

[Khansah, 2007] Khansah, H. (2007). *Sur la Commande de Systèmes Non Linéaires par Gains Robustes Séquencés*. PhD thesis, Université Paul Sabatier-Toulouse III.

[Kundur, 1994] Kundur, P. (1994). *Power System Stability and Control*. Number ISBN 978-0070359581. McGraw-Hill Professional.

[Kundur et al., 2004] Kundur, P., Paserba, J., Ajjarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Stankovic, A., Taylor, C., Van Cutsem, T., et Vittal, V. (2004). Definition and classification of power system stability ieee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3) :1387 – 1401.

[Kuo et Golnaraghi, 2003] Kuo, B. et Golnaraghi, F. (2003). *Automatic control systems*. Higher Education Press.

[Kwasinski et Krein, 2007] Kwasinski, A. et Krein, P. (2007). Stabilization of constant power loads in dc-dc converters using passivity-based control. In *Telecommunications Energy Conference, 2007. INTELEC 2007. 29th International*, pages 867 –874.

[Lee et Sul, 2009] Lee, W. et Sul, S. (2009). Dc-link voltage stabilization for reduced dc-link capacitor inverter. In *Proc. ECCE'09*.

[Liu et al., 2007] Liu, X., Forsyth, A., et Cross, A. (2007). Negative input-resistance compensator for a constant power load. *IEEE Trans. Industrial Electronics*, 54, no 6.

[Liu et al., 2008] Liu, X., Fournier, N., et Forsyth, A. (2008). Active stabilisation of an hvdc distribution system with multiple constant power loads. In *Proc. VPPC'08*.

[Liu et al., 2011] Liu, X., Zhou, Y., Zhang, W., et Ma, S. (2011). Stability criteria for constant power loads with multistage lc filters. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 60(5) :2042–2049.

[Liutanakul, 2007] Liutanakul, P. (2007). *Stabilité des Réseaux Embarqués, Intéraction Puissance-Structure-Commande*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.

[Liutanakul et al., 2010] Liutanakul, P., Awan, A., Pierfederici, S., Nahid-Mobarakeh, B., et Meibody-Tabar, F. (Feb 2010). Linear satbilization of a dc bus supplying a constant power load ; a general design approach. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 25.

[Magne et al., 2010] Magne, P., Pierfederici, S., et Nahid-Mobarakeh, B. (2010). Dc-link voltage large signal stabilization and transient control using a virtual capacitor. In *Proc. IAS'10*.

[Marx, 2009] Marx, D. (2009). *Contribution à l'Etude de la Stabilité des Systèmes Electrotechniques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.

[Marx et al., 2011] Marx, D., Magne, P., Nahid-Mobarakeh, B., Pierfederci, S., et Davat, B. (2011). Large signal stability analysis tools in dc power systems with constant power loads and variable power loads - a review. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, PP(99) :1.

[Marx et al., 2009] Marx, D., Pierfederici, S., Nahid-Mobarakeh, B., et Davat, B. (2009). Contribution to determination of domain of attraction in power systems : Application to drives with input filter. In *Proc. IAS'09*.

[Mazumder et al., 2001] Mazumder, S., Nayfeh, A., et Boroyevich, D. (2001). Theoretical and experimental investigation of the fast- and slow-scale instabilities of a dc-dc converter. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 16(2) :201 –216.

[McArthur et al., 2007] McArthur, S., Davidson, E., Catterson, V., Dimeas, A., Hatziargyriou, N., Ponci, F., et Funabashi, T. (2007). Multi-agent systems for power engineering applications -part i : Concepts, approaches, and technical challenges. *IEEE Trans. on Power Systems*, 22(4) :1743 –1752.

[Mekri et al., 2008] Mekri, F., Machmoum, M., Ahmed, N., et Mazari, B. (2008). A fuzzy hysteresis voltage and current control of an unified power quality conditioner. In *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, pages 2684 –2689.

[Miao et al., 2005] Miao, B., Zane, R., et Maksimovic, D. (2005). Practical on-line identification of power converter dynamic responses. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2005. APEC 2005. Twentieth Annual IEEE*, volume 1, pages 57 –62 Vol. 1.

[Monmasson, 2009] Monmasson, E. (2009). *Commande raprochée de convertisseur statique 2, contrôle en courant*. Hermes Sciences Publications.

[Morroni et al., 2009] Morroni, J., Zane, R., et Maksimovic, D. (2009). An online stability margin monitor for digitally controlled switched-mode power supplies. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 24(11) :2639 –2648.

[Mosskull et al., 2007] Mosskull, H., Galic, J., et Wahlberg, B. (2007). Stabilization of induction motor drives with poorly damped input filters. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 54, no 5.

[Nahouar et al., 2011] Nahouar, M., Monmasson, E., I., S.-B., et Naassani, A. (2011). *Power Electronic Converters : PWM Strate and Current Control Techniques*, chapter PI Current Control of a Synchronous Motor, pages 289–317. Number ISBN : 978-1-84821-195-7. Iste/Hermes Science Pub.

[Rahimi et Emadi, 2009a] Rahimi, A. et Emadi, A. (2009a). An analytical investigation of dc/dc power electronic converters with constant power loads in vehicular power systems. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 58(6) :1112 –1125.

[Rahimi et Emadi, 2009b] Rahimi, A. M. et Emadi, A. (2009b). Active damping in dc/dc power electronic converters : A novel method to overcome the problems of constant power loads. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 56(5) :1428–1439.

[Rahimi et al., 2010] Rahimi, A. M., Williamson, G. A., et Emadi, A. (2010). Loop-cancellation technique : A novel nonlinear feedback to overcome the destabilizing effect of constant-power loads. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 59(2) :650–661.

[Rivetta et al., 2006] Rivetta, C., Emadi, A., Williamson, G., Jayabalan, R., et Fahimi, B. (2006). Analysis and control of a buck dc-dc converter operating with constant power load in sea and undersea vehicles. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 42(2) :559 – 572.

[Sanders et Verghese, 1992] Sanders, S. et Verghese, G. (Jan. 1992). Lyapunov-based control for switched power converters. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 7, no1 :17–24.

[Sudhoff et al., 1998] Sudhoff, S., Corzine, K., Glover, S., Hegner, H., et Robey, H.N., J. (1998). Dc link stabilized field oriented control of electric propulsion systems. *IEEE Trans. on Energy Conversion*, 13(1) :27 –33.

[Takagi et Sugeno, 1988] Takagi, M. et Sugeno, M. (1988). Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics*, 15, no 15.

[Tanaka et al., 1998] Tanaka, K., Ikeda, T., et He, Y. (1998). Fuzzy regulators and fuzzy observers : Relaxed stability conditions and lmi-based design. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 6.

[Wang et al., 1996] Wang, H., Tanaka, K., et Griffin, M. (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems : Stability and design issues. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 4, no 1 :14–23.

[Zandi et al., 2011] Zandi, M., Payman, A., Martin, J. ., Pierfederici, S., Davat, B., et Meibody-Tabar, F. (2011). Energy management of a fuel cell/supercapacitor/battery power source for electric vehicular applications. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(2) :433–443. Cited By (since 1996) : 2.

[Zandi et al., 2010] Zandi, M., Payman, A., Martin, J., Pierfederici, S., Davat, B., et Meybody-Tabar, F. (2010). Flatness based control of a hybrid power source with fuel cell / supercapacitor / battery. In *Proc. ECCE'10*.

[Zhang et al., 2010] Zhang, H., Mollet, F., Saudemont, C., et Robyns, B. (Dec. 2010). Experimental validation of energy storage system management strategies for a local dc distribution system of more electric aircraft. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 57, no. 12 :3905–3916.

[Zhao et Qiao., 2011] Zhao, Y. et Qiao. (2011). A third-order sliding mode controller for dc/dc converters with constant power loads. In *Proc. IAS'11*.

Résumé : Ce mémoire est consacré à l'étude du phénomène d'instabilité pouvant apparaître sur les bus continus des réseaux DC. En effet, l'interaction entre les différents sous-systèmes électriques (source, charge, filtre) composant le réseau DC peut conduire, sous certaines conditions, à l'instabilité du système.

A partir de la modélisation des charges sous forme de "Charge à Puissance Constante" (notée CPL), des méthodes d'études permettant l'analyse de la stabilité "petit-signal" et "grand-signal" des systèmes électriques sont présentées. Celles-ci permettent de mettre en évidence le fait qu'un réseau DC ne peut pas fournir n'importe quelle puissance à ses charges sans devenir instable. Ces puissances limites dépendent à la fois de la structure du réseau et des valeurs de ses éléments passifs et de sa tension de bus.

Afin de pouvoir augmenter l'amortissement/les marges de stabilité du système, des méthodes de stabilisation sont présentées dans ce mémoire. Elles proposent d'adapter les commandes des charges de manière à assurer sa stabilité. Ceci se fait grâce à l'addition d'un signal stabilisant sur la référence de chaque charge. Ce signal n'est visible que durant les régimes transitoires de la charge afin de ne pas modifier le point de fonctionnement demandé. Néanmoins, plus on voudra stabiliser une charge et plus son signal stabilisant sera important. Un bon compromis doit donc être trouvé afin d'assurer la stabilité du système sans altérer les performances dynamiques des charges.

Deux approches différentes sont proposées afin de générer ces commandes stabilisantes. La première se base sur la mise en place d'un stabilisateur centralisé. Deux méthodes centralisées sont alors proposées : la première s'appuie sur la théorie des multimodèles de Takagi-Sugeno alors que la seconde s'appuie sur la théorie de Lyapunov. Cette dernière permettra d'orienter les efforts de stabilisation sur les charges souhaitées pour par exemple, les diriger principalement vers les organes de récupération d'énergie.

La seconde approche se base sur la mise en place d'un système de stabilisation multi-agent. Celui-ci présente une structure décentralisée où chaque agent correspond à un bloc de stabilisation. Ceux-ci vont compenser localement les impacts déstabilisants de leur charge respective et leurs actions combinées permettront d'assurer la stabilité du système. De plus, on propose d'utiliser un algorithme d'optimisation sous contraintes qui permettra de donner un dimensionnement du système minimisant les efforts de stabilisation tout en considérant des cas de défaut tels que la perte de l'un des agents ou la reconfiguration du réseau.

Mots clés : réseau DC, source de stockage électrique, charge à puissance constante, stabilité "petit-signal", stabilité "grand-signal", multimodèles de Takagi-Sugeno, stabilisation, fonction de Lyapunov, système multi-agent.

Abstract : This thesis is devoted to the study of the instability phenomenon that may appear on the DC bus of DC microgrids. Indeed, interaction between the different electrical subsystems of the grid (source, load, filter) can lead, under certain conditions, to the system instability.

From the "Constant Power Load" (CPL) hypothesis for the loads, this thesis presents studying methods for "small-signal" and "large-signal" stability analysis of electrical systems. This highlights that a DC microgrid power the loads more than a maximum limit without becoming unstable. This power limitation depends on the structure of the grid, the value of its passive components and its bus voltage.

In order to improve the microgrid stability, stabilization methods are presented in this thesis. They propose to adapt the loads control to ensure the system stability. This is achieved by the addition of a stabilizing signal to the reference of each load. This signal is only visible during the load power transient mode to not change the requested operating point. However, a good trade-off must be found to ensure system stability without affecting the dynamic performance of its loads.

Two approaches are investigated to generate the stabilizing signals. The first one is based on the establishment of a centralized stabilization block. Two centralized methods have been developed : the first one is based on the Takagi-Sugeno theory while the second is based on the Lyapunov theory. This latest permits to guide the stabilizing effort on the desired loads. For example, stabilizing effort can be oriented on the energy storage device.

The second approach is based on the establishment of a multi-agent stabilizing system. It consists of a decentralized structure in which each agent corresponds to a stabilization block. These will locally compensate the destabilizing impact of their respective load on the microgrid, and their combined actions ensure the system stability. To design the system, the use of a constrained optimization algorithm is proposed. This permits to minimize stabilization efforts while considering faulty events such as the failure of one of the agents or a reconfiguration of the microgrid.

Keywords : DC network, energy storage device, constant power load, "small-signal" stability, "large-signal" stability, Takagi-Sugeno model, stabilization,active damping, Lyapunov function, multi-agent system.