



AIX-MARSEILLE UNIVERSITE

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DES INTERACTIONS IONIQUES ET
MOLECULAIRES (LPIIM)

(UNITÉ MIXTE DE RECHERCHE DU C.N.R.S. 7345)

équipe Dynamique des Systèmes Complexes, Case 321

Centre universitaire de Saint Jérôme - 13397 Marseille Cedex 20, France



THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR
DISCIPLINE : RAYONNEMENT, PLASMAS, ASTROPHYSIQUE
ECOLE DOCTORALE 352, PHYSIQUE ET SCIENCES DE LA MATIÈRE

EFFETS DE PERTURBATIONS MAGNETIQUES SUR LA DYNAMIQUE DE LA BARRIERE DE TRANSPORT DANS UN TOKAMAK : MODELISATION ET SIMULATIONS NUMERIQUES

FLORENCE DE SOLMINIHAC

Thèse soutenue le 24 octobre 2012 devant le jury composé de Messieurs :

Sadrudin BENKADDA	Directeur de Recherche au CNRS, Aix-Marseille Université, Marseille (Directeur de thèse)
Peter BEYER	Professeur à Aix-Marseille Université, Marseille (co-directeur de thèse)
Etienne GRAVIER	Maître de conférences à l'Université de Lorraine, Vandœuvre-les-Nancy (rapporteur)
Thierry LEHNER	Chargé de recherches au CNRS, Observatoire de Paris, Meudon (rapporteur)
Xavier GARBET	Directeur de recherches à l'Institut de Recherches sur la Fusion Magnétique (IRFM), centre de Cadarache, CEA (examineur)
Andreï SMOLYAKOV	Professeur à University of Saskatchewan, Saskatoon (Saskatchewan), Canada (examineur)

Table des matières

1	Introduction générale : l'état plasma et ...	23
1.1	Les niveaux de description d'un plasma : du microscopique au macroscopique . . .	24
1.2	La fusion thermonucléaire contrôlée	27
1.2.1	Les réactions de fusion : section efficace, taux de réaction et densité de puissance volumique	27
1.2.2	Bilan de puissance	31
1.2.3	Condition d'ignition	38
1.3	Dynamique des systèmes complexes	43
2	La configuration tokamak	45
2.1	Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique	45
2.2	La configuration tokamak	48
2.2.1	Dérive due à une force additionnelle	48
2.2.2	Dérive dans un champ magnétique inhomogène	49
2.2.3	Récupération des neutrons dans la couverture, production d'énergie électrique et production du tritium	54
2.3	Géométrie toroïdale	55
2.4	Facteur de sécurité	56
2.5	Cisaillement magnétique	57
3	Modèle pour la turbulence de ballonnement résistif	59
3.1	L'instabilité de ballonnement résistif	59
3.2	Déduction des équations	62
3.2.1	Etablissement des équations de conservation	63
3.2.2	Approximation de dérive	64
3.2.3	Expressions des vitesses de dérive	64
3.2.4	Système d'équations du modèle	66
3.2.5	Loi d'Ohm	67
3.2.6	Hypothèses simplificatrices supplémentaires	67
3.3	Normalisations	69
3.4	Résolution numérique du modèle	72
3.5	Bilan	73

4	Dynamique de la barrière de transport	77
4.1	Description des ELMs	77
4.2	Bilan des flux d'énergie	81
4.3	Génération de la barrière de transport	82
4.4	Dynamique de la barrière de transport	85
4.5	Bilan	87
5	Effets de perturbations magnétiques résonantes ...	89
5.1	Présentation du tokamak TEXTOR	89
5.2	Description du divertor ergodique dynamique (DED)	90
5.2.1	Structure des RMPs	94
5.3	RMP à plusieurs harmoniques	99
5.3.1	Définition	99
5.3.2	Stochasticité du champ magnétique	101
5.3.3	Effet de la RMP à plusieurs harmoniques sur la dynamique de la barrière	102
5.3.4	Bilan des flux d'énergie	114
5.3.5	Pénétration de la RMP dans le plasma	116
5.4	RMP à une seule harmonique	116
5.4.1	Définition	116
5.4.2	Effet de la RMP à une seule harmonique sur la dynamique de la barrière	117
5.5	Bilan des flux d'énergie	128
6	Transport convectif dans l'équilibre non-axisymétrique créé par la perturbation magnétique	129
6.1	Simplification du modèle	129
6.2	Nouvel équilibre non-axisymétrique du plasma créé par la RMP	130
6.3	Simulations numériques sans écoulement poloïdal imposé	133
6.4	Simulations numériques avec écoulement poloïdal imposé	140
6.5	Bilan	148
A	Glossaire	157
B	Le tokamak ITER	159
C	Méthode numérique pour la résolution des équations	161
C.1	Domaine de simulation	161
C.2	Méthode spectrale	161
C.3	Equations dynamiques pour les harmoniques $\phi_{m,n}$ et $p_{m,n}$	162
C.4	Méthode numérique	162
	Bibliographie	165

Remerciements

Tout d'abord, je remercie vivement Jean-Paul Caverni, l'ancien président de l'Université de Provence, de m'avoir accordé une bourse de thèse, sans laquelle je n'aurais pas pu effectuer cette thèse. Je remercie vivement Sadruddin Benkadda d'avoir accepté d'être mon directeur de thèse et d'avoir encadré mes travaux. Pendant toute ma thèse, du début à la fin, il m'a accompagnée, soutenue et encouragée. Son grand enthousiasme, son optimisme et son dynamisme m'ont aidée à avancer et à persévérer. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec Sadri. C'est grâce à Sadri que j'ai pu aller à des conférences, à l'étranger, qui m'ont permis d'acquérir de nouvelles connaissances, et de faire des progrès dans mon travail. Oui, merci de m'avoir permis d'aller à l'Easter Meeting à Turin (Italie) en avril 2009, au 12^e congrès Plasma Edge Theory (PET, en français Théorie du plasma de bord) en Russie à Rostov Veliky en septembre 2009, et merci de m'avoir permis d'y donner une présentation orale, merci de m'avoir permis d'aller à la 11^e conférence de la Société Française de Physique (SFP) à Bordeaux en mai 2010, à la 37^e conférence de la European Physical Society (EPS, en français Société Européenne de Physique) à Dublin (Irlande) en juin 2010, ainsi qu'aux journées de l'école doctorale, à 3 reprises, en mai 2009, en mai 2010 et en mai 2011, qui m'ont permis de rencontrer de nombreux thésards et d'élargir mon horizon. Et merci également à Sadri de m'avoir permis d'aller à l'IPP (Institut für Plasma Physik, en français Institut de physique des plasmas) à Garching-bei-München en Allemagne, en novembre 2008, pour assister à la session de cours donnés par Bruce Scott aux thésards des centres européens de l'association Euratom. Cours auxquels j'ai eu le privilège d'assister alors que je n'effectuais pas ma thèse dans un centre Euratom, mais à l'université. Merci également à Sadri d'avoir créé l'Iter School, cette formation annuelle internationale réunissant des chercheurs, étudiants et thésards du monde entier, et merci de m'avoir permis d'aller à l'Iter School en juin 2009 à Aix-en-Provence, qui m'a permis de rencontrer de nombreux étudiants et chercheurs et d'acquérir de nouvelles connaissances. Merci de m'avoir permis d'assister au Festival de Théorie, en juillet 2009, à Aix-en-Provence. Et merci pour les remises de diplômes de Docteur Honoris causa auxquelles j'ai eu le privilège d'assister et qui m'ont permis de faire des rencontres, merci pour les soutenance de thèse, celle de Cédric, celle de Loïc Schiesko, celle de Magali, celle de Shimpei, celle de Cyril, celle d'Aurélien, celle d'Ahmad, ...

En plus des bénéfices sur le plan professionnel, les conférences m'ont aussi beaucoup apporté sur le plan humain. Je suis allée dans de nouveaux pays, j'ai découvert de nouvelles cultures, fait des rencontres, parlé anglais et côtoyé des chercheurs venant du monde entier. Ce contact avec toutes ces cultures si différentes les unes des autres, réunies autour d'un même centre d'intérêt, a été très fructueux. Au cours de ces voyages, j'ai entendu parler de nombreuses langues, et en particulier l'anglais avec une grande diversité d'accents, ce qui fut très dépaysant. J'ai beaucoup

apprécié cet aspect multiculturel. C'est aussi grâce à Sadri que j'ai pu rencontrer et côtoyer les chercheurs étrangers en visite au laboratoire, ce qui a été très bénéfique sur les plans humain et linguistique. Ce fut une occasion supplémentaire de parler anglais et d'améliorer ma pratique de cette langue. Les nombreuses présentations orales auxquelles j'ai eu le privilège d'assister m'ont permis d'élargir le champ de ma culture scientifique. Tous ces échanges ont été réellement bénéfiques pour moi. Je remercie encore Sadri pour son leadership, sa capacité à rassembler les gens malgré leurs différences, son don pour détendre l'atmosphère, sa gaîté, sa bonne humeur, sa grande ouverture à toutes les cultures et sa grande ouverture d'esprit, et pour sa diplomatie, sa capacité à toujours voir le côté positif des choses, à voir le verre d'eau à moitié plein plutôt qu'à moitié vide.

Je remercie vivement Peter Beyer, mon co-directeur de thèse, d'avoir encadré mes travaux. Quel privilège ce fut de travailler sous sa direction ! Oui, quel privilège ce fut de pouvoir bénéficier de son expérience, de son savoir-faire, de ses connaissances ... Pendant toute ma thèse, du début à la fin, Peter m'a accompagnée, suivant de près mes travaux, répondant à mes nombreuses questions avec patience et pédagogie, me soutenant et m'encourageant. Cette collaboration avec Peter a été très bénéfique pour moi, et m'a réellement permis de faire de gros progrès dans mon travail. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec Peter. Je le remercie pour sa grande ouverture d'esprit et son optimisme. Je remercie vivement François Waelbroeck de s'être intéressé à mon travail et d'avoir proposé de nouvelles idées pour ma thèse, cela a été très fructueux, ses idées sont à l'origine de bon nombre de résultats importants présentés dans cette thèse. Ce fut un grand privilège pour moi de collaborer avec François.

Je remercie également tous les membres de l'équipe Dynamique des Systèmes Complexes, que j'ai côtoyé tous les jours : Guillaume Fuhr, qui est souvent très sérieux mais qui a beaucoup d'humour, Olivier Agullo pour son enthousiasme, Nicolas Dubuit pour son dynamisme et son humour, Yann Camenen, merci d'avoir assisté à la répétition de ma soutenance et merci de tes encouragements pour le jour J, Matteo Faganello, et les ex-thésards : Magali Muraglia, Thibaut Voslion pour son sens de l'humour et ses réflexions philosophiques, Alexandre Poyé, Arnaud Monnier, Shimpei Futatani, Satoru Sugita pour avoir apporté de la bonne humeur, Fabien Jaulmes, Michael Leconte, Alberto Marcus, Bruno Vieira Ribeiro, Aurélien Lejeune pour son enthousiasme et sa persévérance, Tony Lefèvre, Cyril Rebont, Louisa, Tullio et Mahboud Hosseinpour. Je remercie également la secrétaire, Zaïna Kassim et tous les agents de nettoyage, en particulier Céline, pour avoir organisé le pot le jour de la soutenance. Merci également à tous les visiteurs, Wendell Horton, Zwinglio Guimaraes, Ibeire Caldas, ...

Je remercie également tous les membres de l'équipe Turbulence Plasma : Fabrice Doveil, Dominique Escande, Yves Elskens, Cécile Arnas, merci pour votre aide dans la préparation de ma soutenance et de vos conseils, Nicolas Claire pour son dynamisme, Laurence Chérigier-Kovacic, Alexandre Escarguel pour son sourire, sa gaîté, sa bonne humeur communicative, son optimisme et sa capacité à détendre l'atmosphère, Lenaïc Couëdel pour son humour et sa gentillesse, et merci beaucoup de m'avoir aidé pour les problèmes informatiques qui me sont tombés dessus dans les jours précédant la soutenance, merci à Kishor pour sa courtoisie, sa bonne humeur et son sourire communicatifs. L'ambiance était très sympathique et conviviale. C'était important pour moi d'être en contact avec des expérimentateurs, des personnes qui ont "les pieds sur terre", parce qu'en tant que théoricienne-numéricienne, j'ai constaté une nette tendance à m'isoler

dans le monde parfait de la théorie et à oublier les dures réalités terrestres ...

Merci enfin à tous les membres du laboratoire PIIM, en particulier à Yannick Marandet, merci d'être venu à ma soutenance ! Cela m'a beaucoup touchée, merci à Samad Mekkaoui, avec qui je suis allée à la 12^e conférence Plasma Edge Theory (PET) à Rostov Veliky en Russie en septembre 2009, je garde un très bon souvenir de notre voyage. Merci Yannick et Samad d'avoir porté mes bagages ... J'avais une fois de plus emporté trop de choses ... et merci, Yannick, d'être venu me chercher en voiture à 5 h du matin devant la fac pour aller à l'aéroport, oui, merci d'avoir fait le taxi et d'avoir laissé ta voiture à l'aéroport pendant la conférence ... Merci à Roland Stamm, qui était directeur du laboratoire quand j'ai commencé ma thèse, et merci à Jean-Marc Layet, qui a pris sa suite, merci à Marie-Claude Cousinou, qui était directrice de l'Ecole Doctorale 352 "Physique et sciences de la matière" quand j'ai commencé ma thèse, et merci à Mossadek Talby, qui a pris sa suite, merci à Françoise Gosse, Ulya Kirmaci et Cynthia Julien, et à Christophe, de la reprographie de l'université, ainsi qu'à tout le personnel de la reprographie. Un grand merci à la Bibliothèque Universitaire de Saint-Jérôme, en particulier à Michel, Hubert, Caroline, et à tous leurs collègues, à ceux dont je ne connais pas les noms ... Je remercie également l'ensemble du personnel du Restaurant Universitaire de Saint-Jérôme, pour sa gentillesse à mon égard et ses encouragements, merci à Nina, Carmen, et à tous ceux dont je ne connais pas les noms ... Merci au personnel du Snack Mister Jo, à son gérant et à son épouse pour leur accompagnement et leur gentillesse à mon égard ... Merci au snack "chez Pépé", à son gérant, Laurent, et à tout le personnel, pour leur gentillesse et leur enthousiasme ... Merci à la cafétéria de la faculté de Saint-Jérôme, à Roselyne, Michelle, et à tous leurs collègues ... Merci au magasin de reprographie Corep, à Nadine et à tout le personnel, pour leur dynamisme ... Un grand merci à la Cité Universitaire Alice Chatenoud, à sa directrice Madame Pontaud, et à son ancienne directrice, et à l'ensemble du personnel, à Angèle, au gardien, au veilleur de nuit, à Delphine, à Michelle et à tous les agents de nettoyage, à ceux dont je ne connais pas les noms ... Merci à Alain Ondzé pour son soutien et ses encouragements, et merci d'être venu à ma soutenance, merci au Temple Protestant Evangélique du Merlan, à toutes les personnes que j'y ai rencontrées, et qui m'ont entourée, soutenue, encouragée, qui ont beaucoup prié pour moi, merci à Evangéline Padilla, Claudine et Charles Brémond, Aurélie et Manu Boccia, Fabrice et Janie Coloma, Laetitia et Sébastien, Amandine, Helena, Lonnie et Deborah Smith, Alyssa, Olivia, Nicolas, Rebecca, Russel et Mireille Livingston, Joan, Jérémie, Nathalie, Nathaniel et Alexandra, André-Yves et Marie-Christine Lacombe, Aurélie et Gabriel Di Mauro, les parents de Gabriel et son frère, Michel et Peggy Lacombe, Chloé, Romain, Nadine Lacombe, Priscilla, Axel et Matthieu, Ruth Padilla, Jeannine Musso, Yvonne, Assia Boukana, Pierre et Tracy Arnaud, Cathy, Cyril Costa et Ange, Sarah, Jean-Philippe Terzian et Sevan, Jim, Millie Moore et leur petite-fille, Joëlle et Malachie, Uche et Lilian, Mary, Charles et leurs enfants, Prisca, Amar Larbi et leurs enfants, Jean-Pierre, Kevin, Emmanuel Lassalle, Remiel, Audy, Anthony, Junior, Jorge, Rosanna et leurs enfants, Matt, Christie, Eric et Christie, David, Randy, Dylan, Louis et Marie-Jo, et à Marie-Christine Fave, Séverine, Esther, Aurèle, Marving, Ophélie, Elise, Maeva, et à tous les jeunes de l'église du CEP, Darlan, Simon, Harrison, Kacem, Swell, Nathana, Veronica et Nicolas, Jasmine, Célia, les deux Jonathan, les deux Naomi, Audrey, Sandra, l'association Connect, Tamar, Cher, Sorelia, Naïma, Aurélie, Matar, ... Merci à Alain Lacombe et à l'Eglise Réformée Evangélique de Marseille-Sud, qui m'ont encouragée, soutenue

et ont beaucoup prié pour moi, merci à Nadine et Lionel Foussier, à Jacki et James Gildard, à Angel, à Roselyn et Pete Mitchell, à Mary-Helen, à Janice, à Pierre Bartoli, à Nina Pavan, William Regruto, Olivier Molto, Astrid, Serge et Jeanne Molto, Denis et Nathalie Goll, Timothée et Camille Calvot, Stéphanie et Joel Swanson, Noëlle Goll, Anne-Marie, Gérard, N'Dale, Sylvianne, Jasmine, Maryse, Marie-Lise, Habiba, Marc Boyer, merci pour tes encouragements ... Merci à Cherif Zaber pour son accompagnement, son soutien et ses encouragements ... Merci au magasin Copie Service, à son gérant Lucien Escande, pour son sourire, sa bonne humeur, sa gentillesse et son enthousiasme, et à toutes les personnes que j'y ai rencontrées, pour leur sourire, leur bonne humeur et leurs encouragements ... Merci au personnel de la boulangerie du 85, avenue du Merlan, maintenant fermée ... et au personnel de la boulangerie du n. 43 de la même avenue ... et au cybercafé du Soleil situé tout près ... Merci au personnel de la pharmacie du Merlan pour sa gentillesse à mon égard et en particulier à la pharmacienne ... Merci au personnel du magasin Carrefour le Merlan, au personnel du magasin Intermarché la Rose, au personnel du magasin Géant Casino Saint-Jérôme, ... Merci à Monsieur Boyer, au rayon traiteur du magasin Géant Casino Saint-Jérôme, et à toutes les personnes qui ont préparé la nourriture servie après ma soutenance ... Merci à Guy Ella N'Dong, à Karim, à Amadou, merci d'être venu à ma soutenance, Thierry Madibila, Judicaël, Karam, Axel, Euloge Zorro, Marthe, Inès, Olga, Félicité Ondzé, Josepha, Deborah Muths, Régis, les deux Aina, Stéphanie et Thomas Poyé, Octavien, Ellin, Christophe, Aline et Dylan, Karine, Arthur, Mendel, Fred, Rosa, Karen, Aude, Johanna, Camille, Dany, Blondel et Marylène, Daniniche, Christopher, Nicolas Kohen, Rémy Ruffe, Gabriel, Sophie, Olivier Izacard, Natalia Tronko, Myriam, son amie, Raïja, Michel, ... Merci à ma famille, à Maman, à mes frères, Emmanuel, Nicolas et Pierre-Alexis, à Mamie, à Papi, à Jean-Paul, à tante Madeleine, à mes belles-sœurs, Aurélie et Ségolène, à mes neveux, Aymeric et Ethan, pour leur présence et leurs sourires, à tante Monique, à Cécile, à oncle Robert et tante Jeannine, à tante Marie-Claude et oncle Pierre, à oncle René, à Gaëlle, Paul, Léa et Samuel, à Christelle, David, Enzo et Chloé, à Martine et Rémi, à Etienne, à Etienne Fauvet, à Sylvie, André, Manon et Matthieu, à Sébastien, Isabelle et leurs enfants, à Frédéric et Thomas, Tante Thérèse, Denise, à tante Françoise et oncle Louis, à tante Odile, à Priscille, Bruno, Adélaïs, Clotilde et Martin, à Mathilde et Stanislas, à Bénédicte, à oncle François, à Alain, à tante Mimi, à tante Hélène, à tante Marie, à Charlotte, à Antoine, à Antoine Jouot, à Benoît, Martine, Sylvie, à Nicole, ... Merci à Madame Piuk, à Madame Fillioux, à Monsieur Alvès, à Madame Malanga, à Monsieur Coloré, à Monsieur et Madame Kandharsingh et leurs enfants, à Monsieur et Madame Griffon et leurs enfants, à Monsieur Allard, à Madame Fructus, à Monsieur Kartmann, Madame Mario ... et à tous ceux qui m'ont encouragée, aidée et soutenue ... cela prendrait trop de place de citer tout le monde ... Merci à Clémence, Lugdivine, Sébastien, Maxime, Michael, Myriam, Christophe, Gwendoline et Emma, Suzanne et Marcel, leur voisine, Marc et Colette, le père de Gwendoline, Loïc Lebourg, Josette et Philippe Lebourg, Françoise Capdeville, Jean-Michel Lombard, son épouse, Marianne et Claudine, ... Merci à Christophe, à Mohammed, à Jean-Pierre, à Momo, à Abdel ... Merci à Yacine, Paola, Guillaume, Emilie et à tous les thésards du LSIS ... Merci à Christian Morvan, Sonia Gherzouli, Axelle, Sandrine Grange, Anne-Marie Bajetto, Louise Buffet, et à tout le personnel de la Division de la Recherche de Saint-Charles. Enfin, je remercie mes rapporteurs, Thierry Lehner et Etienne Gravier, d'avoir accepté cette tâche, et pour toutes leurs remarques et commentaires,

qui m'ont permis d'améliorer grandement ce manuscrit. Je remercie vivement les membres de mon jury de thèse, Peter, Sadri, Xavier Garbet, et Andreï Smolyakov, d'avoir accepté cette tâche. Merci enfin à toutes celles et ceux qui ont assisté à ma soutenance! Oui, vraiment, votre présence m'a beaucoup touchée.

Introduction

La demande mondiale en énergie est en forte augmentation de nos jours, du fait du développement rapide de pays très peuplés, comme la Chine, l'Inde et toute l'Asie. Au vu de la croissance démographique mondiale, il est certain qu'elle va continuer d'augmenter rapidement dans les prochaines décennies. Il faudra donc être capable d'y répondre. Cela sera d'autant plus nécessaire que de nos jours, avec notre mode de vie moderne, nous sommes devenus très dépendants de l'électricité. C'est elle qui nous permet de nous éclairer, à la maison, au travail, partout, de cuire les aliments pour nous nourrir, de les conserver au froid dans un réfrigérateur, de les congeler, de chauffer les habitations, d'avoir de l'eau chaude, d'allumer la climatisation quand il fait trop chaud, de faire fonctionner les ordinateurs, les téléphones, de faire avancer les trains, le métro, le tramway, ... C'est également elle qui permet de faire fonctionner toutes les activités industrielles pour fabriquer les produits de la vie courante, qui nous environnent, de fabriquer du plastique, de raffiner du pétrole, ... Que ferions-nous sans électricité ? Pas grand-chose ! Ce serait un énorme retour en arrière : il faudrait vivre comme dans l'ancien temps, s'éclairer à la bougie ou à la lampe à pétrole, faire du feu de bois dans la cheminée, utiliser un poêle à bois ou à pétrole pour se chauffer et chauffer l'eau, etc ... et renoncer à toutes les inventions qui ont révolutionné la vie quotidienne, sans parler des hôpitaux qui ne pourraient plus fonctionner, faute de courant ... Nous ne pourrions pas vivre. Oui, l'électricité est indispensable, vraiment. Mais, au fait, comment la produit-on ? Il y a plusieurs manières de le faire, que nous allons maintenant présenter. L'électricité est une énergie secondaire, c'est-à-dire une énergie obtenue par transformation d'une énergie primaire, disponible dans la nature. Il y a plusieurs sortes d'énergies primaires :

- tout d'abord, les énergies dites fossiles, telles que le charbon, le pétrole et le gaz naturel. Elles ne sont pas renouvelables, car elles consomment du combustible présent en quantité limitée sur la Terre. On les appelle énergies fossiles, car les combustibles proviennent de la décomposition sur des temps géologiques de corps organiques (végétaux, micro-organismes comme le plancton). Toutes ces matières contiennent du carbone, c'est pourquoi on les appelle aussi hydrocarbures.

- l'énergie nucléaire de fission, c'est-à-dire l'énergie du noyau des atomes, l'énergie atomique. Une réaction nucléaire de fission fait intervenir un atome très lourd, possédant un grand nombre de protons et de neutrons dans son noyau, donc situé à la fin de la classification périodique des éléments. Dans la majorité des cas, on utilise l'atome d'uranium, mais on peut aussi utiliser l'atome de plutonium, ou d'autres atomes très lourds. De même que les combustibles fossiles, l'uranium, le plutonium et tous les autres atomes fissiles (c'est-à-dire pouvant participer à une

réaction de fission) sont présents en quantité limitée sur la Terre. L'énergie nucléaire de fission n'est donc pas renouvelable. On aurait pu l'inclure dans les énergies fossiles, à la différence près que les atomes fissiles n'ont pas la même provenance que les combustibles fossiles. De plus, contrairement à ce qui se produit lors de la production d'énergie à partir de combustibles fossiles, il n'y a pas à proprement parler de combustion lors de la production d'énergie nucléaire de fission, le mot "combustion" désignant la réaction d'un matériau avec de l'oxygène gazeux, l'oxygène de l'air.

- enfin, il existe une autre catégorie d'énergies primaires, les énergies dites renouvelables, telles que l'énergie hydraulique (l'énergie d'un cours d'eau) et l'énergie marémotrice (l'énergie des marées), l'énergie photovoltaïque ou solaire (l'énergie de la lumière du Soleil), l'énergie éolienne (l'énergie du vent), ... Contrairement aux deux catégories d'énergies primaires citées ci-dessus, la source utilisée pour produire l'énergie est présente en quantité illimitée : la force d'un cours d'eau, la force de la marée, la lumière du Soleil, le vent, ... d'où leur nom d'énergies renouvelables. De plus, contrairement aux énergies fossiles, il n'y a pas de combustible. Mais, inconvénient, les énergies renouvelables ne peuvent pas être stockées.

Les énergies primaires, en dehors des énergies renouvelables, peuvent être stockées. L'électricité, en revanche, ne le peut pas, c'est là son principal inconvénient. Dans certains pays qui possèdent des réserves importantes en charbon, comme les Etats-Unis ou l'Allemagne, le charbon fut beaucoup utilisé pour produire de l'énergie électrique à l'aide de centrales thermiques. Malheureusement, celles-ci émettent des polluants atmosphériques ainsi que des quantités importantes de dioxyde de carbone, qui est un gaz à effet de serre. En 2014, le charbon est la première source de production d'électricité dans le monde, représentant 40 % de l'électricité mondiale produite. Il est la source d'électricité numéro 1 en Chine, et il est également très utilisé aux Etats-Unis, en Inde, au Japon, dans les pays en voie de développement, etc ... son principal avantage étant son faible coût. Les plus grandes réserves de charbon actuelles se trouvent aux Etats-Unis. Le charbon est une source d'énergie ancienne, connue depuis le XIX^e siècle. Au XX^e siècle, les travaux des physiciens ont mené à la découverte du noyau de l'atome et de l'énergie des atomes, puis des réactions nucléaires, en particulier de celle de fission, ce qui a conduit à la mise au point de réacteurs atomiques et de centrales atomiques destinées à la production d'électricité civile. De nos jours, la fission nucléaire est une source d'énergie bien adaptée à la production d'électricité à grande échelle. En France, elle représente les trois quarts de l'électricité produite, le reste provenant de l'énergie hydraulique, des énergies fossiles et d'autres énergies renouvelables comme l'éolien et le photovoltaïque. La fission nucléaire est réalisée dans des centrales atomiques, également appelées centrales nucléaires, au nombre de 19 en France (58 réacteurs), 70 aux Etats-Unis (104 réacteurs), 15 au Japon (50 réacteurs) et 10 en Russie (33 réacteurs). En plus de posséder un rendement très élevé, cette source d'énergie a d'autres avantages : elle ne produit pratiquement pas de gaz à effet de serre, qui contribuent au réchauffement climatique de notre planète, et elle n'émet pas de polluants atmosphériques. La fission produit ainsi 60 fois moins de dioxyde de carbone que les énergies fossiles et 22 fois moins de dioxyde de carbone que l'énergie hydraulique ou bien l'énergie solaire. La réaction nucléaire utilise comme combustible l'uranium 235 : bombardé par un neutron, cet atome très massif se casse pour donner deux

atomes plus légers, la réaction s'accompagnant d'un fort dégagement d'énergie (200 MeV¹ par atome d'uranium). Mais malheureusement, la fission possède également des inconvénients, dont certains sont importants : premièrement, les produits de réaction sont radioactifs et peuvent le rester pendant de nombreuses années². C'est ce qu'on appelle les déchets radioactifs, qui font porter un poids lourd aux générations futures et dont le stock mondial en 2008 était évalué à au moins 250 000 tonnes (source : [http://fr.wikipedia.org/wiki/déchet radioactif](http://fr.wikipedia.org/wiki/d%C3%A9chet_radioactif)). Le principal problème réside dans le stockage de ces déchets, qui nécessite de trouver des sites suffisamment éloignés des êtres humains. Un deuxième inconvénient provient des risques liés à la sûreté des réacteurs : la réaction de fission étant une réaction en chaîne, il existe un risque d'emballlement de la réaction en chaîne, à cause des neutrons rapides qu'elle génère. Si un tel emballlement n'est pas stoppé à temps, ou bien, autre cause possible, si le système de refroidissement tombe en panne, il y a alors un risque de surchauffe puis de fusion du cœur du réacteur. De tels accidents se sont malheureusement déjà produits, par exemple en 1986 en Ukraine dans la centrale nucléaire de Tchernobyl, ou encore en 2011 au Japon, dans la centrale de Fukushima. Les centrales atomiques sont vulnérables aux risques naturels et aux aléas climatiques, séismes, tsunamis, inondations, ... qui peuvent provoquer un accident nucléaire et des fuites radioactives dans l'atmosphère, les rivières et les mers, et contaminer les végétaux, les sols et les nappes phréatiques de manière durable. Fukushima a montré que :

- un accident nucléaire est totalement imprévisible
- il peut être totalement inévitable, c'est-à-dire qu'une fois le dysfonctionnement enclenché, les événements s'enchaînent sans que l'on puisse intervenir, et le réacteur peut devenir incontrôlable. C'est ce qui s'est passé à Fukushima : les systèmes de refroidissement étant tombés en panne, les réacteurs ont surchauffé et la fusion du cœur de certains d'entre eux n'a pas pu être évitée, et, les toits des bâtiments des réacteurs ayant été détruits par les explosions dues à la trop forte pression qui régnait dans les bâtiments, il y avait des cœurs de réacteurs en fusion à l'air libre. Les avions chargés de les refroidir par des arrosages se sont retrouvés dans l'impossibilité de le faire, à cause de la trop forte radioactivité qui régnait dans la zone ...
- un accident nucléaire peut être totalement indépendant des hommes et de leur volonté, pouvant se produire même sans erreur humaine, comme ce fut le cas à Fukushima. La cause initiale de cet accident, c'est que la terre a tremblé. Et elle peut trembler encore demain. Le Japon est une zone fortement sismique, et malheureusement, à notre époque, les séismes demeurent totalement imprévisibles ... Le risque est donc permanent. Un petit déplacement de quelques

1. MeV signifie méga électron-Volt, soit 1 million d'électron-Volts. L'électron-Volt, noté eV, est une unité d'énergie adaptée à l'échelle atomique. Elle est définie par $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$. Etant défini à partir de la charge élémentaire ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb}$), l'électron-Volt est particulièrement bien adapté à la physique nucléaire, à la physique des plasmas, aux milieux contenant des particules chargées (électrons, ions) libres, et plus généralement aux sciences de la matière.

2. La période radioactive, ou période d'un isotope radioactif, est le temps nécessaire pour que la moitié des atomes se désintègrent naturellement. Du point de vue d'un atome isolé, la période radioactive est une propriété statistique : c'est la durée à l'issue de laquelle le noyau de l'atome a une chance sur deux de se désintégrer. La période peut varier considérablement d'un isotope à l'autre, depuis une fraction de seconde à des millions ou des milliards d'années. Ainsi, la période du molybdène 99, utilisé en médecine nucléaire, est de 66 heures, celle de l'iode 131, abondant parmi les produits de fission des réacteurs nucléaires, est de 8 jours, celle du césium 137, que l'on trouve également parmi les produits de fission nucléaire, est de 30 ans, celle du cobalt 60 est d'un peu plus de 5 ans, celle de l'américium 241 est d'un peu plus de 432 ans, etc ...

centimètres d'une plaque tectonique par rapport à sa voisine, et on voit les conséquences ...

Un troisième inconvénient provient de la nature du combustible utilisé, l'uranium ou le plutonium. Fortement radioactif, il est dangereux pour l'être humain et doit être manipulé avec beaucoup de précautions. Une centrale à fission nécessite donc des règles de sûreté très strictes, notamment pour la manutention des matières radioactives, comme lors de l'approvisionnement en combustible du réacteur et de l'évacuation des déchets de la fission. Toute cette logistique représente des contraintes très lourdes, humainement et matériellement. Dernier inconvénient, enfin : les ressources naturelles en uranium sur Terre sont limitées, si bien qu'il faudra trouver une autre solution pour produire l'énergie électrique dans l'avenir.

Pollution atmosphérique, gaz à effet de serre, réchauffement climatique, trous dans la couche d'ozone, déchets radioactifs, risque d'accident nucléaire, épuisement des ressources à plus ou moins long terme, ... Les énergies fossiles et la fission nucléaire dessinent un tableau sombre pour notre avenir à tous. Il est vrai que les énergies renouvelables sont prometteuses et représentent un espoir, mais malheureusement, elles ne suffisent pas pour répondre à la demande actuelle. L'humanité semble donc se trouver dans une impasse, à un horizon plus ou moins lointain ... Comment allons-nous répondre à la demande énergétique mondiale, qui est en augmentation croissante, sans détruire notre planète et courir à notre perte ? Cette question reste sans réponse à l'heure actuelle ... Heureusement, il y a une solution, qui n'est pas encore opérationnelle car encore au stade expérimental, mais qui représente un espoir : ce serait de produire l'énergie électrique à partir de la réaction nucléaire de fusion, qui est dépourvue de tous ces inconvénients et dont l'empreinte écologique est beaucoup plus faible. Ce serait la solution idéale : la fusion fournirait de l'énergie en abondance, sans pollution aérienne et sans danger radioactif ... Mais qu'est-ce que la réaction nucléaire de fusion ? D'où vient-elle ? Elle vient des étoiles, et en particulier de notre Soleil. La réaction nucléaire de fusion, c'est l'énergie des étoiles. Ces gigantesques boules de gaz très chaud brûlent de l'hydrogène et d'autres noyaux atomiques en permanence, ce qui dégage une énergie colossale, un rayonnement extrêmement énergétique dont une portion se situe dans le domaine de la lumière visible, qui va voyager à travers l'espace sur des centaines de millions de kilomètres, et même davantage. C'est ainsi que la lumière du Soleil parvient jusqu'à nous et que nous voyons les autres étoiles la nuit. Une réaction nucléaire de fusion met en scène deux noyaux très légers (*), qui vont s'unir pour former un nouveau noyau. Cette union s'accompagne d'un très fort dégagement d'énergie, ainsi que d'une émission de lumière. De là l'idée d'utiliser la réaction nucléaire de fusion pour produire de l'énergie. Les scientifiques ont commencé à s'y intéresser à la fin des années 1930, à des fins militaires dans le contexte de conflit mondial de l'époque. Ils voulaient développer une arme de destruction massive, et ont fini par mettre au point la bombe nucléaire à hydrogène, la bombe H. Ce n'est que plus tard, après la guerre, que des scientifiques russes ont cherché à utiliser la réaction nucléaire de fusion pour produire de l'énergie électrique à des fins civiles, pour anticiper l'épuisement des réserves de combustibles fossiles et trouver une nouvelle source d'énergie pour les générations futures [1]. Des recherches ont donc été menées dans ce but et se sont progressivement étendues au monde entier. Des machines de laboratoire ont été mises au point très tôt, au début des années 1950, des machines expérimentales, de petite taille, et ont évolué ensuite, grâce aux

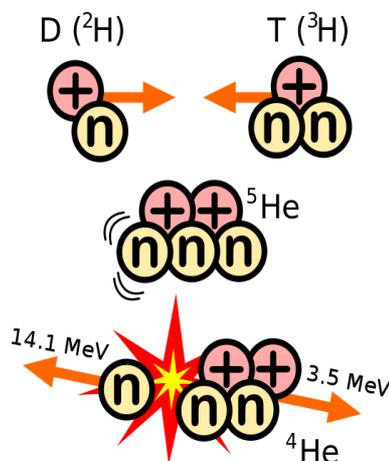
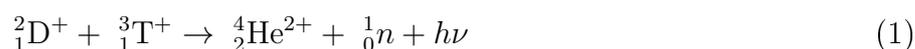


FIGURE 1 – La réaction nucléaire de fusion entre le noyau de deutérium (D) et le noyau de tritium (T) dégage l'énergie considérable de 17.58 MeV, répartie entre le neutron (n) et le noyau d'hélium (${}^4\text{He}$), également appelé particule α : le neutron libéré a une énergie cinétique de 14.06 MeV et le noyau d'hélium, une énergie cinétique de 3.52 MeV. Les valeurs ont été arrondies au dixième près sur la figure. Les protons sont représentés par des + et les neutrons, par la lettre n . Les deux flèches convergentes en haut indiquent que les noyaux réactants s'attirent quand ils sont suffisamment proches l'un de l'autre, c'est-à-dire après avoir franchi la barrière coulombienne (*). Les 2 flèches divergentes en bas indiquent que les produits de réaction ne s'attirent pas et sont animés d'une très grande vitesse. Source : http://fr.wikipedia.org/wiki/Fusion_nucléaire.

progrès scientifiques.

La réaction la plus facile à réaliser pour la production d'énergie électrique est celle qui fait intervenir deux isotopes (*) de l'hydrogène, le deutérium (de symbole D) (*) et le tritium (de symbole T) (*). Elle produit de l'hélium (de symbole He) (*) et dégage une énergie de 17.58 méga-électron-Volts (c'est-à-dire millions d'électron-Volts, de symbole MeV) (figure 1). Par "réaction la plus facile à réaliser", on entend : à la température la plus basse. Ce n'est pas celle qui se produit dans le Soleil ni dans les autres étoiles. Dans le Soleil, ont lieu d'autres réactions nucléaires de fusion, des réactions hydrogène-hydrogène (H-H) ou réactions proton-proton (p-p), des réactions deutérium-hydrogène (D-H), des réactions hélium 3-hélium 3 (${}^3\text{He}$ - ${}^3\text{He}$), des réactions hélium 3-hélium 4 (${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$), des réactions lithium 7-hydrogène (${}^7\text{Li}$ -H), etc ... La réaction deutérium-tritium (D-T) s'écrit :



où $h\nu$ désigne le photon émis, h étant la constante de Planck, $h = 6.626 \times 10^{-34}$ Joule par seconde ($\text{J}\cdot\text{s}^{-1}$), et 1_0n désigne le neutron rapide émis. Le scénario de la réaction (1) est le suivant : un noyau de deutérium s'unit à un noyau de tritium pour former un noyau d'hélium et un neutron libre. Ce dernier, extrêmement rapide, va quitter le milieu jusqu'à être arrêté par une paroi.

Les avantages de la réaction (1) sont considérables :

a) tout d'abord, le premier réactant, le deutérium, est présent en abondance à la surface du globe terrestre : en effet, il est l'un des composants de l'eau de mer, avec une concentration massique de 33 grammes par mètre cube. Or, du fait du très fort rendement de la réaction nucléaire de fusion, les quantités de deutérium et de tritium requises pour la production d'énergie sont très faibles. Il suffira d'avoir environ 1 gramme de combustible dans la chambre de combustion d'un réacteur à fusion ! La masse de combustible nécessaire est donc bien inférieure à celle d'un réacteur à fission, et encore bien inférieure à celle d'un réacteur à combustible fossile, charbon, pétrole, ou gaz naturel. On peut même dire qu'elle est très petite devant celle d'un réacteur à combustible fossile. Ces deux caractéristiques conjuguées, très faible dose et grand stock, font du deutérium une ressource très abondante, quasiment inépuisable.

b) Le deutérium est présent sur une très grande surface sur Terre, la surface des océans et des mers, ce qui le rend facile d'accès et facilite son exploitation.

c) L'extraction du deutérium de l'eau de mer ne coûte pas très cher.

d) Venons-en à l'autre réactant, le tritium : celui-ci possède 2 inconvénients : il n'existe pratiquement pas à l'état naturel sur Terre, et il est radioactif. Le 1^{er} inconvénient est majeur et semble être un obstacle définitif à la réalisation de la fusion nucléaire. Mais il y a une bonne nouvelle : on sait produire le tritium à partir du lithium, qui, lui, est présent en abondance sur Terre, et en particulier dans l'écorce terrestre. Les ressources actuelles en lithium sont suffisamment abondantes et les besoins en tritium suffisamment faibles pour dire que le tritium ne viendra pas à manquer pour la fusion nucléaire.

e) Autre avantage : les produits de réaction ne sont pas radioactifs : en effet, le noyau d'hélium n'est pas radioactif, et le neutron non plus. Mais celui-ci, ayant une énergie très élevée (14.06 MeV), va activer (*) les matériaux solides ou liquides qu'il va rencontrer, c'est-à-dire dans l'ordre de traversée : la couverture ("blanket"), comprenant la première paroi ("first wall"), puis la chambre à vide ("vacuum vessel"), et enfin tous les matériaux environnants. Cependant, la radioactivité sera beaucoup moins importante que dans un réacteur à fission. On peut même dire que la radioactivité d'un réacteur à fusion sera très petite devant celle présente dans un réacteur à fission.

f) Avantage supplémentaire : le rendement. Comme on l'a mentionné au paragraphe a), la réaction nucléaire de fusion a un excellent rendement, supérieur à toutes les autres sources d'énergie : un gramme de mélange D-T libère 3.4×10^{11} Joules, soit l'énergie que dégage la fission de 4 grammes d'uranium, la combustion de 8 tonnes de pétrole, de 4 tonnes de charbon ou de gaz naturel, etc ... La réalisation de la fusion nucléaire offre ainsi la perspective d'une énergie quasiment inépuisable.

g) Enfin, la réaction nucléaire de fusion n'est pas dangereuse et ne présente aucun risque d'ex-

plosion : comme il ne s'agit pas d'une réaction en chaîne (comme la fission), il n'y a pas de risque d'emballement. En cas d'attentat terroriste, si la chambre à vide était percée, il ne se passerait rien de dangereux, le plasma refroidirait et s'éteindrait rapidement. Les problèmes de sûreté d'une centrale à fusion sont donc beaucoup moins importants que ceux d'une centrale à fission.

h) Une centrale à fusion n'émettrait pratiquement pas de gaz à effet de serre.

L'énergie nucléaire de fusion possède donc des avantages considérables par rapport à toutes les autres sources d'énergie. C'est une source d'énergie très prometteuse. Cependant, sa réalisation se heurte à plusieurs difficultés. Premièrement, une réaction nucléaire de fusion ne se produit pas facilement : à température ambiante, la probabilité de réaction est nulle. Il faut que la matière soit à l'état de plasma, c'est-à-dire de gaz ionisé, pour que les réactions nucléaires de fusion puissent avoir lieu. En effet, la réaction de fusion nucléaire ne concerne, comme son nom l'indique, que des noyaux atomiques. Il faut donc qu'on soit en présence d'un mélange d'ions et d'électrons, et plus précisément de noyaux atomiques et d'électrons, et non pas de particules neutres, atomes ou molécules, comme dans un gaz ordinaire. Pour que la matière atteigne l'état plasma, il faut la chauffer. Au-delà d'une certaine température, les atomes du gaz s'ionisent, c'est-à-dire que leurs électrons sont arrachés, successivement, les uns après les autres, et on obtient un mélange d'ions et d'électrons, c'est-à-dire un plasma. La température du plasma est très élevée, le plasma est très chaud. A partir de certaines températures, la probabilité pour qu'une réaction nucléaire de fusion se produise (appelée probabilité de réaction) devient non-nulle et augmente avec la température, pour atteindre un maximum et diminuer ensuite. La température à laquelle est atteint le maximum varie selon la composition du plasma. Pour un mélange deutérium-tritium (D-T), le maximum est atteint à environ 800 millions de degrés Celsius, pour un plasma de deutérium pur, à environ 3.48 milliards de degrés Celsius, pour un mélange D-³He, à environ 10.44 milliards de degrés Celsius, etc ... On se trouve donc à des températures extrêmement élevées. Dans le cas du mélange D-T, la probabilité de réaction atteint un dixième de son maximum au voisinage de 100 millions de degrés Celsius, et c'est déjà une valeur suffisante pour les applications civiles visant la production d'énergie électrique. Dans un plasma à une telle température, on observe que des réactions de fusion ont lieu, en abondance, avec un taux de réaction (nombre de réactions par mètre cube et par seconde) très élevé. Pour porter la matière à de telles températures, il faut apporter une quantité d'énergie considérable, dans la pratique, plusieurs mégawatts de puissance. La première difficulté qui se présente pour réaliser la fusion nucléaire réside donc dans le chauffage.

Vous vous êtes probablement posé la question suivante : comment une réaction nucléaire de fusion peut-elle se produire ? En effet, comment deux noyaux atomiques, chargés positivement, peuvent-ils s'unir ? En vertu des lois de l'électricité, deux particules chargées de même signe se repoussent. Une réaction nucléaire de fusion ne devrait donc pas être possible, selon les lois de la physique classique. C'est un phénomène quantique, l'effet tunnel (*), qui permet de l'expliquer. Le scénario est le suivant : deux noyaux atomiques très rapides peuvent s'approcher l'un de l'autre jusqu'à une certaine distance, appelée barrière de répulsion électrostatique (*) ou barrière coulombienne (*). Jusque-là, nous sommes dans le cadre de la physique classique.

Si les vitesses des noyaux incidents sont suffisamment élevées, il existe une certaine probabilité pour que ceux-ci franchissent la barrière. Cela appartient au domaine de la physique quantique. Alors, les noyaux continuent de s'approcher l'un de l'autre jusqu'à entrer dans le champ de l'interaction nucléaire forte (*). La distance qui les sépare est alors très petite, de l'ordre de 10^{-15} mètre (1 femtomètre). Dès lors, les noyaux s'attirent, jusqu'à s'unir, pour former un nouveau noyau. Voilà comment se déroule une réaction nucléaire de fusion. On vient d'expliquer que le chauffage de la matière représente une difficulté dans la réalisation de la fusion nucléaire. Cependant, ce n'est pas insurmontable, car on sait très bien à l'heure actuelle chauffer un plasma aux températures mentionnées, c'est-à-dire à plusieurs centaines de millions de degrés Celsius. En effet, la technologie le permet, depuis de nombreuses années déjà. Le mot "difficulté" indique ici plutôt que le chauffage demande de fournir beaucoup d'énergie, et donc qu'il coûte très cher, qu'il représente une dépense énergétique importante, qu'il pèse lourd dans le bilan final recettes/dépenses du réacteur. Reprenons notre scénario : jusqu'à présent, on a chauffé la matière jusqu'à obtenir un plasma très chaud, à une température suffisante pour que les réactions nucléaires de fusion aient lieu. Mais le plasma, comme tout gaz, a naturellement tendance à se dilater et à occuper le maximum d'espace. Si on ne fait rien, il s'échappe. Il est donc nécessaire de l'enfermer dans un volume donné, c'est-à-dire de le confiner. Comment faire ? Dans la nature, c'est-à-dire dans les étoiles, comme le Soleil, la force de gravitation attire les particules les unes vers les autres. Elle compense les forces de pression, qui tendent à éloigner les particules les unes des autres et qui sont à l'origine de la dilatation du plasma. La matière est donc confinée par la gravitation. Au cœur de l'étoile se trouvent les particules les plus lourdes et en périphérie, les particules les plus légères. Plus on va vers le centre de l'étoile, plus la matière est dense. Ainsi, dans le Soleil, le cœur est solide et la densité décroît avec le rayon, de sorte que les couches les plus externes sont assez peu denses. Mais on ne peut pas confiner le plasma comme cela sur Terre : cela reviendrait à créer une étoile à la surface de notre planète ! Il faudrait fournir une quantité d'énergie colossale pour chauffer autant de matière, et en supposant qu'on y arrive, ce serait très dangereux. Pour revenir à notre scénario de plasma, comment faire, donc, pour empêcher les particules de s'échapper ? On a trouvé 2 idées : la première, c'est d'utiliser les propriétés du champ magnétique et en particulier la propriété qu'a une particule chargée de se déplacer le long d'une ligne de champ avec une trajectoire hélicoïdale. En effet, dans un champ magnétique, les particules possédant une charge électrique suivent les lignes de champ en s'enroulant autour d'elles. Les lignes de champ sont donc comme des rails pour les particules chargées. Si on arrive à refermer les lignes de champ sur elles-mêmes, on a gagné : les particules ne s'échapperont plus. Ce mode de confinement des particules, par un champ magnétique, est appelé le confinement magnétique. On parle donc de fusion par confinement magnétique (FCM). La fusion par confinement magnétique destinée à la production d'énergie électrique civile est réalisée principalement dans des machines appelées tokamaks, en forme d'anneau et possédant des bobines qui créent un champ magnétique très fort, d'une intensité de plusieurs Teslas (2 à 3 Teslas). De nombreux tokamaks expérimentaux existent dans le monde ; parmi les plus grands, on peut citer la machine JET (Joint European Torus), située en Angleterre, la machine Tore-Supra au centre de Cadarache du CEA en France, la machine DIII-D en Californie aux Etats-Unis, la machine ASDEX Upgrade en Allemagne, et la machine JT-60 Upgrade au Japon. Il y a cependant un bémol : les machines expérimentales actuelles n'ont pas encore

atteint l'objectif de produire plus d'énergie qu'elles n'en consomment. Il y a donc encore des progrès à faire pour atteindre l'objectif final : produire de l'énergie électrique avec un tokamak. On ne dispose donc à l'heure actuelle que de tokamaks expérimentaux. Mais les recherches avancent, et les grands de ce monde ont décidé de conduire un projet de grande envergure, celui de construire un grand tokamak, plus grand que tous ceux jamais construits, qui produira plus d'énergie qu'il n'en consomme, 10 fois plus pour être exacte. C'est le projet ITER, pour : International Thermonuclear Experimental Reactor. Né en 1985, lors de la conférence de Genève, d'une idée de Mikhaïl Gorbatchev, le Secrétaire Général du Parti Communiste de l'Union Soviétique, et resté longtemps hypothétique, ce projet a finalement été décidé en 2001 et, après la nomination du Japon puis de l'Espagne, c'est la France qui a finalement été choisie pour accueillir la machine, à proximité du centre de Cadarache du CEA, à Saint-Paul-lez-Durance, dans les Bouches-du-Rhône. Il réunit 7 nations partenaires : la Russie, les Etats-Unis, l'Union Européenne, le Japon, la Chine, la Corée du Sud et l'Inde, dans l'ordre chronologique d'adhésion. Ce projet mondial est l'un des plus ambitieux de tous les temps, et peut-être même le plus ambitieux. C'est également la plus vaste collaboration scientifique de tous les temps. Certes, les projets de vaisseaux spatiaux, le 1^{er} vol spatial habité, avec des animaux d'abord (souris, chien) puis des êtres humains, puis les fusées, étaient de grands projets. Mais ce n'étaient pas des projets mondiaux, c'étaient des projets nationaux (URSS, USA, ...), et ils étaient moins utiles, dans la mesure où ils ne répondaient pas à des besoins humains concrets et quotidiens. C'était surtout de la curiosité. Ils servaient surtout à prouver qu'on était capable d'aller dans l'espace et d'explorer toujours plus loin, au-delà des limites de notre planète. Il en va de même pour les projets de missions spatiales sur la Lune, et depuis peu sur la planète Mars, les sondes spatiales pour l'observation des astres (Voyager, Cassini, Soho, Galileo, ...), pour la Station Spatiale Internationale (en anglais, International Spatial Station, ISS), qui est un projet international, mais de moindre utilité, ne répondant pas à des besoins humains vitaux. On pourrait comparer ITER à Wikipedia, l'encyclopédie libre, qui est une collaboration internationale sans précédent, à but non lucratif, d'accès gratuit, ainsi qu'à tous les logiciels libres, Linux, Unix, Ubuntu, Gnu, Open Office, ..., basés sur le partage universel et sur la gratuité, ouverts à tous. Pour en revenir à ITER, les travaux ont commencé en 2007 par le terrassement et devraient s'achever en 2019, date de la pose de la dernière pièce du tokamak. Les expériences devraient débuter en 2020, jusqu'en 2042, date à laquelle la machine sera démantelée. Voilà le but d'ITER : construire un tokamak beaucoup plus grand que ceux déjà existants, afin d'augmenter le volume du plasma et de faire des expériences, pour progresser dans le domaine de la fusion et faire un pas de plus vers la production d'énergie. Mais ITER ne sera pas une centrale électrique, elle ne servira pas à produire de l'électricité. ITER servira à étudier le plasma, à mieux le connaître, à faire des expériences pour progresser dans la connaissance des plasmas de fusion. Si les résultats d'ITER sont concluants, viendra alors la machine DEMO, la première centrale à fusion. Cette machine sera encore plus grosse qu'ITER et sera destinée à la production d'énergie électrique. Une présentation de cette machine est donnée dans l'annexe B. Ajoutons que la configuration tokamak n'est qu'une des configurations magnétiques possibles pour confiner les particules. Il en existe d'autres, comme le Reversed Field Pinch (RFP), le stellarator, ... qui diffèrent du tokamak par leur topologie magnétique.

La deuxième idée pour confiner les particules, c'est d'enfermer le combustible à l'état gazeux dans une petite bille et d'utiliser des faisceaux lasers très puissants pour le chauffer, l'amener à l'état de plasma et atteindre l'ignition. On crée ainsi dans la micro-bille un plasma très dense et très chaud, où les conditions physiques sont propices au déroulement des réactions nucléaires de fusion. C'est la succession des billes à une cadence suffisante qui va permettre d'atteindre le rendement énergétique visé. Voici comment on procède : le micro-ballon est comprimé par les faisceaux laser jusqu'à implosion, ce qui permet le déroulement des réactions nucléaires. Ce mode de confinement est appelé confinement inertiel, on parle donc de fusion par confinement inertiel (FCI). Les impulsions laser ultra-brèves assurent un chauffage superficiel du micro-ballon, c'est-à-dire de sa couche externe, l'ablateur, jusqu'à évaporation de celui-ci : c'est le phénomène d'ablation, semblable à ce qui se produit lors de l'évacuation des gaz d'échappement dans une tuyère. En réaction à cela, il s'ensuit une forte poussée, semblable à l'effet fusée, cette poussée qu'on observe lors du décollage d'une fusée et qui permet de vaincre les forces d'inertie, c'est-à-dire l'attraction gravitationnelle terrestre. Dans le micro-ballon, la poussée permet de vaincre les forces de pression, à l'origine de l'expansion naturelle du gaz contenu dans la coquille, le gaz de D-T, et également de comprimer le micro-ballon. Cette compression provoque alors une forte augmentation de la densité et de la température dans le micro-ballon, de sorte que la température atteint une valeur suffisante pour que les réactions nucléaires aient lieu. A cette température, la probabilité de réaction devient non-nulle, augmente avec la température et atteint même des valeurs très élevées. Les réactions nucléaires se déroulent alors, jusqu'à épuisement du combustible, et donnent naissance à des neutrons extrêmement rapides (52 000 kilomètres par seconde, soit $1/5^e$ environ de la vitesse de la lumière) et à des noyaux d'hélium, moins rapides (4 fois moins rapides), mais très rapides quand-même. L'énergie cinétique de ces produits de réaction est ensuite recueillie puis transformée en électricité. Vous vous êtes probablement posé la question suivante : pourquoi parle-t-on de confinement "inertiel" ? Pourquoi le mot "inertiel" ? Parce que c'est la force de compression qui assure le confinement, et parce que cette force est semblable à la gravité, donc aux forces d'inertie, ayant les mêmes caractéristiques et le même effet, celui de pousser vers le centre. La différence se trouve dans le fait qu'il n'y a pas d'attraction. En effet, ce n'est pas une force d'attraction entre 2 corps, entre 2 particules, mais une force de poussée qui vient de l'extérieur, uniformément répartie en surface, une force surfacique, comme la pression, mais orientée en sens inverse. On peut donc remarquer l'analogie suivante entre les étoiles et le micro-ballon : dans une étoile, c'est la force de gravité qui attire les particules les unes vers les autres ; dans le micro-ballon, c'est la force de compression qui comprime, et donc contient, le mélange gazeux combustible. Voilà pourquoi on parle de confinement inertiel. Dans la coquille, le chauffage du combustible est assuré par l'agitation thermique, qui augmente lors de la compression. Le projet français destiné à réaliser la fusion par confinement inertiel est le Laser MégaJoule (LMJ), dont la construction s'est achevée il y a quelques années, près de Bordeaux, et qui est maintenant prêt à être mis en service, cela dépendant des décisions politiques. Cet équipement a d'abord et surtout une visée militaire, celui de simuler une arme nucléaire, de type bombe, en remplaçant les essais nucléaires autrefois réalisés en Algérie, dans le Sahara, puis dans l'océan Pacifique, et maintenant interdits. Il a donc pour but d'assurer la dissuasion nucléaire française. Mais il pourra également avoir une visée pacifique, et servir à démontrer que la fusion peut servir à produire de l'énergie électrique

pour répondre aux besoins humains [2].

Dans cette thèse, on s'intéresse aux plasmas confinés par un champ magnétique, et plus précisément à ceux qui se trouvent dans un tokamak. Dans de tels plasmas, il existe des gradients (c'est-à-dire des variations spatiales) de température, de densité et de pression, qui déclenchent des instabilités, engendrant de la turbulence. Celle-ci induit un flux convectif radial de chaleur et de matière vers le bord, qui accentue les pertes d'énergie et dégrade le confinement des particules du plasma : c'est ce qu'on appelle le mode de faible confinement, nommé "mode L" en physique des tokamaks (L signifiant "Low Confinement"). Dans une telle situation, il y a un fort flux de particules vers le bord, un flux diffusif et un flux convectif, et les pertes d'énergie sont importantes. Ces transferts thermiques et de matière vers le bord entraînent les particules loin du cœur, vers la paroi, comme le courant marin entraîne un nageur. Beaucoup de particules se déconfinent alors, si bien que la température du plasma de cœur diminue, ce qui n'est pas souhaitable si on veut que des réactions de fusion se produisent. Dans de telles circonstances, il est difficile de maintenir la température de cœur à un niveau satisfaisant. On ne peut donc pas se satisfaire du mode L. Quand la puissance fournie pour chauffer le plasma augmente, le contenu énergétique du plasma (c'est-à-dire l'intégrale de la pression sur le volume) augmente. Quand la puissance de chauffage dépasse un seuil, on a observé expérimentalement un phénomène bien particulier : le contenu énergétique du plasma augmente subitement, et le flux turbulent décroît fortement dans une mince couche située au bord. Cette dernière, en raison du niveau très faible de transport (c'est-à-dire de transferts thermiques et de matière) qui la caractérise, est appelée barrière de transport. Le profil de pression change complètement : d'aplatis en mode L, il prend une forme de cloche, la pression étant beaucoup plus forte au centre et décroissant beaucoup plus rapidement vers les bords. Le gradient de pression est donc très fort dans la barrière. Comme celle-ci fait écran, les particules ne peuvent plus dériver vers le bord et restent concentrées dans le cœur. Les particules sont "scotchées" aux lignes de champ magnétique, les migrations sont très réduites. Le champ magnétique parvient donc à confiner les particules, beaucoup mieux que dans la situation précédente. C'est ce qu'on appelle le mode de confinement amélioré (en anglais, High confinement mode), nommé "mode H" (H signifie "High Confinement") [3, 4]. Ce nouveau régime apparaît donc spontanément, quand la puissance de chauffage dépasse le seuil. Dans ce régime, la température de cœur est très élevée, et les pertes sont très réduites. C'est le régime de fonctionnement optimal pour le déroulement des réactions nucléaires. Mais il y a un prix à payer : il coûte plus cher que le mode L, en raison d'une augmentation de chauffage. Remarque : on n'observe le mode H que sur des machines suffisamment grandes, telles que DIII-D ou Asdex-Upgrade. Quand on observe l'évolution temporelle d'un plasma en mode H, on constate que ce régime a une durée limitée et qu'il ne peut pas être maintenu continuellement, et ce, quelle que soit la machine considérée. Le mode H est interrompu : le plasma retombe subitement en mode L, puis repasse progressivement en mode H, avant qu'une nouvelle interruption ne se produise et que le cycle ne recommence ... La barrière de transport suit ces variations : elle est détruite lors de la chute en mode L, puis reconstruite progressivement lors du rétablissement du mode H, puis de nouveau détruite et un nouveau cycle recommence ... Petite nuance : on parle ici de cycle de manière schématique : en fait, pour être exact, il ne s'agit pas vraiment d'un cycle, car l'intervalle de temps entre deux séries varie, mais, cette variation étant faible, c'est-à-dire

très petite devant la moyenne temporelle de toutes les séries, on peut parler de quasi-cycle et d'évènements quasi-périodiques. Pour être plus général, on devrait parler de série. Fin de la parenthèse ... Pour en revenir à ce qui nous préoccupe, le mode H et la barrière de transport ne sont donc pas stationnaires. Ces variations quasi-périodiques sont appelées oscillations de relaxation, et correspondent à des pics de flux de chaleur et de particules vers le bord du tokamak [5, 6]. C'est ce qu'on appelle les "modes localisés au bord" (en anglais, Edge Localized Modes, ce qui donne en abrégé ELMs, le "s" étant ajouté par habitude, je ne saurais pas vous dire pourquoi). Ceux-ci ont à la fois des avantages et des inconvénients : d'un côté, ils permettent d'évacuer les impuretés du cœur. Mais, d'un autre côté, le flux thermique correspondant à un grand pic peut atteindre des valeurs considérables, et endommager la paroi de la machine. Il est donc nécessaire de contrôler les ELMs. En réduisant l'amplitude des pics, on pourrait combiner une bonne évacuation des impuretés et l'extraction de la puissance produite par les réactions nucléaires. Parmi les diverses façons de contrôler les ELMs, les perturbations magnétiques résonantes (en anglais, Resonant Magnetic Perturbations, ce qui donne en abrégé RMPs, le "s" étant là aussi conservé par coutume) semblent prometteuses. En effet, les expériences réalisées sur les tokamaks DIII-D [7, 8], JET [9] et TEXTOR [10, 11, 12] ont montré que des RMPs produites par des bobines externes stabilisent les relaxations de la barrière. Dans cette thèse, on va réaliser une étude numérique des effets de ces perturbations magnétiques, les RMPs, sur la dynamique de la barrière de transport dans un tokamak. On va montrer, en s'appuyant sur des simulations numériques, comment les RMPs peuvent stabiliser les relaxations de la barrière.

Dans un premier chapitre, on présentera cet état de la matière qu'on appelle plasma, puis on exposera la problématique de la fusion thermonucléaire contrôlée, ainsi que la théorie des systèmes complexes et de leur auto-organisation. Puis, dans le deuxième chapitre, on décrira la configuration tokamak, et dans le troisième chapitre, on établira le modèle que nous avons utilisé pour réaliser ces recherches. Le quatrième chapitre sera consacré à la barrière de transport, et en particulier à son évolution temporelle, à sa dynamique. Dans le chapitre suivant, on s'intéressera à l'effet de RMPs sur la dynamique de la barrière, en considérant deux configurations : une RMP à plusieurs harmoniques, qui permet de créer une zone stochastique au bord du plasma lorsque les chaînes d'îlots magnétiques se chevauchent ; puis, une RMP à une seule harmonique, qui ne conduit qu'à une seule chaîne d'îlots. Enfin, le dernier chapitre portera sur le nouvel équilibre magnétique non-axisymétrique créé dans le plasma par la RMP, et nous essaierons de comprendre les mécanismes qui gouvernent la stabilisation des oscillations de relaxation de la barrière.

Chapitre 1

Introduction générale : l'état plasma et la fusion thermonucléaire contrôlée

Notations :

Dans ce document, les vecteurs sont notés en caractères gras.

Dans ces travaux, on se place dans le cadre de la mécanique classique (ou newtonienne), où les particules, quelle que soit leur nature, sont assimilées à des points matériels. Les ions, les électrons, les neutrons, les molécules, les atomes, etc ... sont donc assimilés à des points matériels. On va donc pouvoir se placer dans le cadre de la mécanique du point matériel, et appliquer les lois de Newton. Mais avant cela, rappelons quelques définitions de base.

Système matériel pseudo-isolé et isolé :

Un système matériel est un corps qu'on assimile à un point matériel. On dit qu'un système matériel est pseudo-isolé si la somme vectorielle des forces extérieures qui agissent sur lui est égale au vecteur nul.

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{0} \Rightarrow \text{système pseudo-isolé.}$$

On dit qu'un système matériel est isolé si aucune force ne s'exerce sur lui.

On va maintenant rappeler les lois de Newton, qui constituent la base de la physique classique et qui vont être le point de départ de la plupart des calculs effectués dans ces travaux, notamment dans l'établissement de notre modèle. Elles sont au nombre de trois :

a) Première loi de Newton : principe d'inertie :

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système matériel isolé ou pseudo-isolé est soit immobile, soit en mouvement rectiligne uniforme. Son vecteur vitesse \mathbf{v}_G est constant. La réciproque est vraie. On peut écrire pour résumer cela :

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{v}_G \text{ est constant.}$$

b) Deuxième loi de Newton : principe fondamental de la dynamique :

La somme des forces qui s'exercent sur un système matériel est égale à la dérivée temporelle de sa quantité de mouvement. On rappelle que la quantité de mouvement d'un système matériel de masse m et de vitesse \mathbf{v} est égale au produit de sa masse par sa vitesse, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. La deuxième loi de Newton s'écrit donc :

$$\Sigma \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (1.1)$$

Dans la grande majorité des cas, la masse du système est constante et on peut donc écrire :

$$\Sigma \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \mathbf{a} \quad (1.2)$$

\mathbf{a} étant le vecteur accélération du système matériel. C'est la forme la plus connue de la 2^{ème} loi de Newton. C'est surtout cette loi qui va être utilisée dans nos travaux. Elle sera en effet la base des équations de notre modèle.

c) Troisième loi de Newton : principe d'action-réaction :

Si un système matériel A exerce une force sur un système matériel B, alors celui-ci exerce sur le système matériel A une force égale et opposée :

$$\mathbf{F}_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}} = -\mathbf{F}_{\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}} \quad (1.3)$$

Par exemple, quand on appuie verticalement avec l'extrémité d'un stylo sur une table, la table exerce sur le stylo une réaction égale et opposée. Ou encore : quand une personne se tient debout sur le sol, celui-ci exerce sur elle une réaction égale et opposée à son poids.

1.1 Les niveaux de description d'un plasma : du microscopique au macroscopique

Qu'est-ce qu'un plasma ? Certains d'entre vous diront : c'est dans le sang ! C'est en effet la réponse qu'on obtient quand on pose cette question à des personnes qui n'ont pas étudié les sciences physiques. Un public plus averti, ayant étudié les sciences physiques, donc, répondra : c'est le 4^{ème} état de la matière. Bonne réponse ! En physique, le mot "plasma" désigne un gaz ionisé, c'est-à-dire dans lequel on trouve des ions et des électrons. Bien qu'on n'emploie pas ce mot dans le langage courant, plus de 99% de l'Univers sont à l'état plasma. Les milliards d'étoiles qui peuplent l'Univers sont de gigantesques boules de plasma très chaud, naines rouges, jaunes, blanches, géantes rouges, bleues, étoiles à neutrons, nébuleuses, etc ... Un plasma peut être partiellement ionisé ou totalement ionisé. C'est ce qu'on appelle le degré d'ionisation, noté α , compris entre 0 et 1. Après avoir présenté quelques plasmas naturels et artificiels, on exposera les concepts physiques utilisés dans leur étude. Dans cette thèse, on s'intéresse aux plasmas de tokamaks, qui sont des plasmas chauds, dont la température est de l'ordre de 20 à 30 keV, et qui sont totalement ionisés ($\alpha = 1$). Un plasma de tokamak est donc un mélange d'ions et d'électrons, l'ensemble étant électriquement neutre. Dans les futurs réacteurs à fusion, tels qu'ITER et DEMO, le plasma sera composé d'un mélange à parts égales de deutérium (D) (*) et de

1.1. LES NIVEAUX DE DESCRIPTION D'UN PLASMA : DU MICROSCOPIQUE AU MACROSCOP

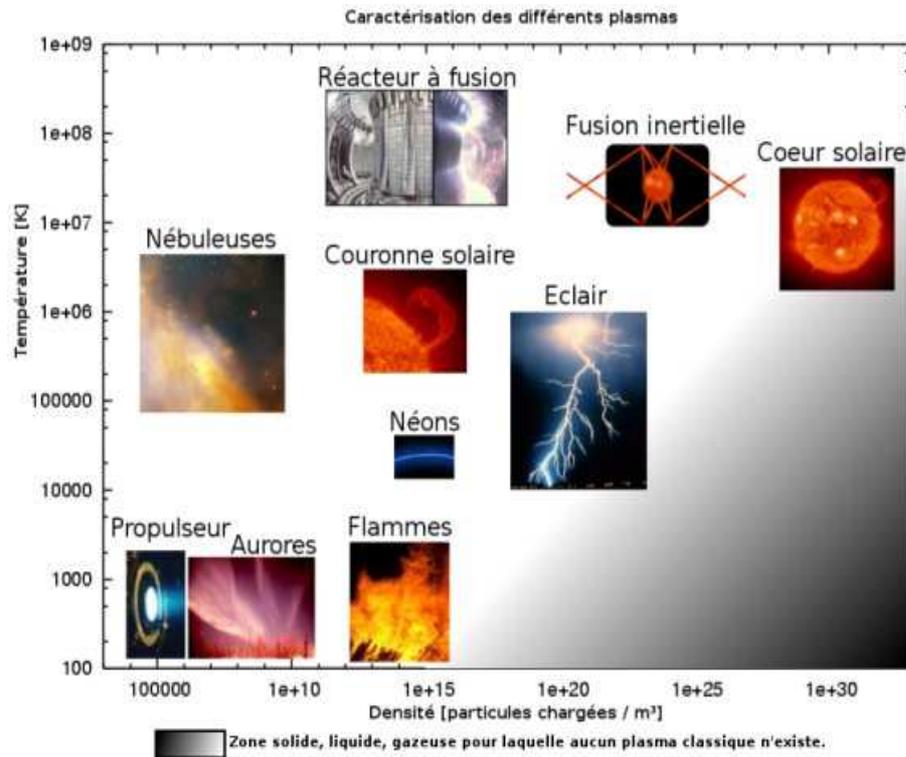


FIGURE 1.1 – Diagramme température-densité de quelques gaz ionisés (plasmas) naturels et artificiels.

tritium (T) (*), deux isotopes de l'hydrogène présentés dans l'introduction, car c'est la réaction nucléaire entre le noyau de D et le noyau de T qui a été retenue pour la production d'énergie. Cependant, les machines actuelles n'utilisent pas de tritium et se contentent d'un plasma de deutérium, pour la réalisation d'expériences visant à étudier le plasma et à progresser dans la connaissance de celui-ci. Précisons pour être exacts que, dans un tokamak, le plasma n'est pas toujours complètement ionisé. En effet, cela dépend de la zone considérée. Si le plasma est totalement ionisé dans le cœur, le degré d'ionisation chute au bord pour atteindre des valeurs beaucoup plus faibles. Le plasma de bord est donc composé d'un mélange d'ions, d'électrons, d'atomes et de molécules, et il est le siège de nombreux phénomènes de physique atomique. Il rayonne beaucoup, et notamment dans le spectre visible, ce qui permet d'observer sur certaines machines, comme Tore Supra, une forte lumière rose-violette dans cette zone. On ajoute qu'au bord du plasma, dans la région appelée Scrape-Off Layer (SOL), la couche la plus externe, le plasma n'est pas totalement ionisé, et qu'il est également beaucoup plus froid qu'au centre. Les 20-30 keV mentionnés ci-dessus correspondent donc à la température de cœur. Au bord, la température est en effet beaucoup plus basse, de l'ordre de l'électron-Volt (eV), et le degré d'ionisation est beaucoup plus faible.

La figure 1.1 représente le diagramme température-densité de divers gaz ionisés, les températures étant exprimées en Kelvin (K) et les densités en nombre de particules par mètre cube (m^{-3}). Cette figure montre un certain nombre de plasmas, naturels et artificiels, et permet de

comparer leurs températures et leurs densités. On peut voir que les plasmas de réacteurs à fusion, les tokamaks, ont une température de l'ordre de 150 millions de Kelvin et une densité de l'ordre de 10^{15} particules par m^3 . Ils sont donc plus chauds que le plasma du cœur solaire, qui est à une température de 15 millions de Kelvin, mais beaucoup moins denses. Le cœur solaire est ainsi 10^{15} fois plus dense que le plasma de tokamak. Les plasmas de fusion inertielle sont beaucoup plus denses ($n \sim 10^{23} \text{ m}^{-3}$) que les plasmas de tokamak, mais un peu moins chauds ($T \sim 30$ millions de Kelvin). On voit que les plasmas d'aurores polaires (boréale ou australe) sont froids ($T \sim 100 \text{ K}$ soit -173 degrés Celsius) et très peu denses ($n \sim 10^8 \text{ m}^{-3}$). Les plasmas de nébuleuses sont encore plus dilués ($n \sim 10^6 \text{ m}^{-3}$), mais beaucoup plus chauds ($T \sim 500\,000 \text{ K}$). Le plasma de la couronne solaire est moins chaud que le plasma de tokamak ($T \sim 9 \times 10^5 \text{ K}$), mais de densité similaire. Cette figure met également en évidence la catégorie des plasmas chauds et la catégorie des plasmas froids, qui font l'objet de deux disciplines séparées en sciences physiques. Les plasmas chauds comprennent les plasmas dont la température est supérieure à $100\,000 \text{ K}$, c'est-à-dire les plasmas de réacteurs à fusion magnétique (tokamaks), les plasmas de fusion inertielle, le plasma du cœur solaire, celui de la couronne solaire, les plasmas de nébuleuses, ... pour ne citer qu'eux, cette figure n'étant pas exhaustive. Les plasmas froids ont une température inférieure à $100\,000 \text{ K}$, ce qui englobe les plasmas de "néons", les plasmas d'aurores polaires, de flammes, de propulseurs d'engins spatiaux, de micro et nano-technologies (couches minces), etc ...

On va maintenant expliquer comment étudier les plasmas. On a vu qu'un plasma est constitué d'un très grand nombre d'électrons et d'ions, l'ensemble étant globalement neutre. Comment décrire un tel système ? Il faudrait connaître à chaque instant t la position \mathbf{r} et la vitesse \mathbf{v} de chaque particule, ce qui représente 6 degrés de liberté par particule. Si N est le nombre de particules, le système possède $6N$ degrés de liberté à chaque instant t , soit au total $6N+1$ degrés de liberté. Dans un tokamak, la quantité de matière présente sous forme de plasma dans la chambre de combustion est de l'ordre d'une mole, ce qui représente 6.02×10^{23} particules. Le système possède donc $6N + 1$, soit 36.12×10^{23} degrés de liberté : ce nombre est gigantesque ! Il faut se rendre à l'évidence : le problème à résoudre est très difficile. Un tel niveau de description, appelé théorie particulaire, nécessite des ressources numériques colossales, car le nombre d'opérations arithmétiques à réaliser par l'ordinateur est gigantesque. Le temps de calcul peut donc être très long : pour donner un ordre de grandeur, il peut atteindre plusieurs dizaines d'années pour résoudre un cas simple ! On peut certes le réduire en parallélisant les calculs numériques, c'est-à-dire en les répartissant sur plusieurs processeurs. Mais on a constaté que, même en faisant cela, la méthode particulaire ne pouvait être appliquée que de façon très limitée. De toutes les façons, elle apporte bien souvent beaucoup plus d'informations que ce dont on a besoin et n'est donc généralement pas nécessaire.

Une approximation permettant de simplifier le problème à traiter consiste à définir une fonction de distribution f_k pour chaque particule k , qui représente la densité de probabilité, à chaque instant t , de trouver cette particule à la position \mathbf{x}_k et avec la vitesse \mathbf{v}_k . L'ensemble des couples de vecteurs $(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k)$ est ce qu'on appelle l'espace des phases du système étudié. On définit ainsi la fonction de distribution des ions f_i , la fonction de distribution des électrons f_e et la fonction de distribution des neutres f_n s'il y en a (impuretés, par exemple). Ce niveau de description

est appelé la théorie cinétique et fait partie de la physique statistique, qui a été développée par Ludwig Boltzmann (1844-1906) à la fin du 19ème siècle, notamment dans sa publication “La théorie cinétique des gaz” [13]. La théorie cinétique consiste à raisonner sur des probabilités. La fonction de distribution qu’on a définie ci-dessus est appelée la fonction de distribution à un corps car elle ne concerne qu’une particule. Mais on peut aussi définir une fonction de distribution à 2 corps, à 3 corps, ... à N corps, qui représente la probabilité d’un état microscopique donné du plasma. Le but de ce document n’étant pas de redémontrer toute la physique statistique, on se contentera d’utiliser des résultats acquis. En moyennant la fonction de distribution d’une espèce de particules sur l’espace des vitesses, on définit la densité des ions n_i , la densité des électrons n_e , la vitesse moyenne des ions \mathbf{V}_i , la vitesse moyenne des électrons \mathbf{V}_e , la pression des ions p_i , la pression des électrons p_e , le flux de chaleur des ions \mathbf{q}_i , le flux de chaleur des électrons \mathbf{q}_e , ... qui sont des grandeurs moyennes macroscopiques qualifiées de “fluides”. Ce niveau de description, appelé modèle fluide ou hydrodynamique, fait intervenir des grandeurs moyennes, qui ne dépendent plus de la vitesse individuelle des particules.

Le passage du modèle particulaire au modèle cinétique, puis du modèle cinétique au modèle fluide, engendre bien sûr une perte d’informations sur l’état du système. Par conséquent, le choix du modèle pour traiter un problème donné va dépendre des échelles spatiale et temporelle des phénomènes considérés. Des phénomènes se produisant sur des échelles spatiales très petites, de même que des phénomènes très rapides, devront être décrits à l’aide du modèle particulaire ou cinétique. C’est le cas de l’interaction onde-particules, qui permet par exemple d’étudier le chauffage du plasma par des ondes électromagnétiques, ou encore la génération de courant dans le plasma. Inversement, des phénomènes se produisant sur des échelles spatiales plus grandes, de même que des phénomènes plus lents, pourront être décrits à l’aide du modèle fluide avec une précision suffisante.

1.2 La fusion thermonucléaire contrôlée

1.2.1 Les réactions de fusion : section efficace, taux de réaction et densité de puissance volumique

Dans l’introduction à cette thèse, on a présenté la réaction de fusion (1) entre le deutérium et le tritium, deux isotopes de l’hydrogène. Les études scientifiques ont démontré que c’est la réaction la plus prometteuse pour réaliser la fusion thermonucléaire contrôlée afin de produire de l’énergie électrique. Cette réaction engendre un défaut de masse entre les particules combustibles et les produits de réaction : $\Delta m = (m_D + m_T) - (m_{He} + m_n)$. Calculons-le : l’ion deutérium possède 1 proton et 1 neutron dans son noyau. La masse du proton est $m_p \approx 1.67262178 \times 10^{-27}$ kg, et la masse du neutron est $m_n \approx 1.6749286 \times 10^{-27}$ kg $\approx 1.0014m_p$, donc la masse de l’ion deutérium est : $m_D = m_p + m_n \approx 3.34755038 \times 10^{-27}$ kg. On remarque que la masse du neutron et celle du proton sont très voisines. L’ion tritium possède 1 proton et 2 neutrons dans son noyau, donc sa masse est $m_T = m_p + 2m_n \approx 5.02247898 \times 10^{-27}$ kg. Intéressons-nous maintenant aux produits de la réaction : l’ion hélium ${}^4\text{He}^{2+}$ et le neutron émis. L’ion hélium possède 2 protons et 2 neutrons dans son noyau, donc sa masse est $m_{He} = 2m_p + 2m_n \approx 6.69510076 \times 10^{-27}$

kg. En effectuant le calcul avec une précision suffisante, on trouve pour le défaut de masse $\Delta m = 3.1 \times 10^{-29}$ kg. Or la masse est équivalente à une énergie : c'est ce qu'exprime la relation d'Einstein, $E = \Delta m \cdot c^2$, où c est la vitesse (ou célérité) de la lumière dans le vide, $c = 299792458$ m.s⁻¹. En remplaçant Δm par sa valeur et c par sa valeur, on trouve que la masse perdue lors de la réaction correspond à une énergie $E_{\text{fus}} = 17.6$ MeV, déglagée sous forme d'énergie cinétique.

On vient donc de voir qu'une réaction de fusion dégage beaucoup d'énergie. Mais il faut également prendre en compte un autre paramètre : la fréquence de réaction. En effet, des réactions peu fréquentes ne vont pas être suffisamment productives pour compenser l'énergie fournie pour chauffer le plasma et les pertes. Une fréquence de réaction suffisante est donc nécessaire pour obtenir une productivité satisfaisante. On va maintenant établir l'expression de la fréquence de réaction. Pour cela, considérons un faisceau d'ions deutérium de densité n_D , se déplaçant à une vitesse relative constante v à travers un ensemble d'ions tritium de densité n_T . Il va alors se produire un certain nombre d'interactions entre les ions du faisceau et les ions tritium. Celles-ci sont de 2 types :

a) les interactions coulombiennes, qui sont dues à la force électrique. Ce sont des interactions de nature électromagnétique. La force électrique correspond à la force de Lorentz dans le cas particulier sans champ magnétique. Si on considère deux particules chargées, numérotées 1 et 2, la force électrique exercée sur la particule numéro 1 par la particule numéro 2 s'écrit :

$$\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{21} \quad (1.4)$$

où q_1 est la charge de la particule 1 (en Coulomb, de symbole C), q_2 la charge de la particule 2, r la distance entre les particules 1 et 2, \mathbf{u}_{21} le vecteur unitaire de la droite passant par les particules 1 et 2, orienté de la particule 2 vers la particule 1, et ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide, $\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12}$ F.m⁻¹ (F est le symbole du Farad, unité de capacité d'un condensateur, telle que 1 F = 1 Coulomb par Volt). On précise que cette expression se situe dans le cadre de la mécanique newtonienne, où les particules sont assimilées à des points matériels. La force électrique exercée sur un ion D⁺ (particule numéro 1) par un ion T⁺ (particule numéro 2) s'écrit donc :

$$\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{e \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{21} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{21} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{12} \quad (1.5)$$

et la force électrique exercée sur l'ion T⁺ par l'ion D⁺ s'écrit :

$$\mathbf{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{e \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{12} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{12} = -\mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} \quad (1.6)$$

Les interactions coulombiennes sont appelées collisions, bien que cela soit un abus de langage car il n'y a pas de contact entre les particules. Ces interactions vont se traduire par un échange de quantité de mouvement (celle-ci étant définie par le produit de la masse par la vitesse de la particule, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$). Deux particules chargées de même signe se repoussent et deux particules chargées de signes contraires s'attirent. Comme nous sommes en présence de 2 populations d'ions positifs, D⁺ et T⁺, les forces coulombiennes vont être répulsives.

b) les réactions de fusion, dont la probabilité devient significative à des températures suffisamment élevées. Dans de telles conditions de température, la barrière coulombienne peut être franchie et les deux ions D^+ et T^+ vont s'unir pour former un ion hélium He^{2+} . (voir la réaction (1) présentée en introduction à cette thèse).

Le nombre dn_D d'ions du faisceau perdus en raison d'interactions avec les ions tritium telles que les collisions coulombiennes ou les réactions de fusion quand le faisceau avance d'une distance ds est proportionnel à ds , à n_D et à la densité n_T des ions-cibles :

$$\begin{aligned} dn_D &= a \cdot n_D \cdot n_T \cdot ds & (1.7) \\ [m^{-3}] &= [a] [m^{-3}] [m^{-3}] [m] \end{aligned}$$

a étant le coefficient de proportionnalité, qui s'exprime en mètres carrés, et qui est donc homogène à une surface. Il est noté σ et on l'appelle la section efficace de la réaction. Il dépend de la vitesse v des particules combustibles, et on peut donc écrire :

$$dn_D = \sigma(v)n_D n_T ds \quad (1.8)$$

La section efficace σ représente la probabilité pour qu'une réaction de fusion ou une collision coulombienne ait lieu. La variation dans le temps de dn_D s'écrit :

$$\frac{dn_D}{dt} = \sigma(v) \frac{d}{dt} (n_D n_T ds) \quad (1.9)$$

Pendant un intervalle de temps très petit, on peut supposer que $dn_D \ll n_D, n_T$. On peut supposer que la densité d'ions deutérium et la densité d'ions tritium ne varient pas. On peut donc écrire :

$$\frac{dn_D}{dt} = \sigma(v)n_D n_T \underbrace{\frac{ds}{dt}}_{=v} \quad (1.10)$$

or $ds/dt = v$, donc

$$\frac{dn_D}{dt} = \sigma(v)n_D n_T v = \sigma(v) \cdot v \cdot n_D \cdot n_T \quad (1.11)$$

en prenant la moyenne sur l'espace des vitesses,

$$\int \frac{dn_D}{dt} dv = \int n_D n_T \sigma(v) v dv = n_D n_T \int \sigma(v) v dv = n_D n_T \langle \sigma(v) v \rangle = n_D n_T F \quad (1.12)$$

qui ne dépend plus de v . Dans la 3^e égalité, on a noté $\langle \cdot \rangle$ la moyenne sur l'espace des vitesses et dans la dernière égalité, on a posé $F = \langle \sigma(v) v \rangle$. On peut donc écrire :

$$\left\langle \frac{dn_D}{dt} \right\rangle = n_D n_T F = n_D n_T \langle \sigma(v) v \rangle \quad (1.13)$$

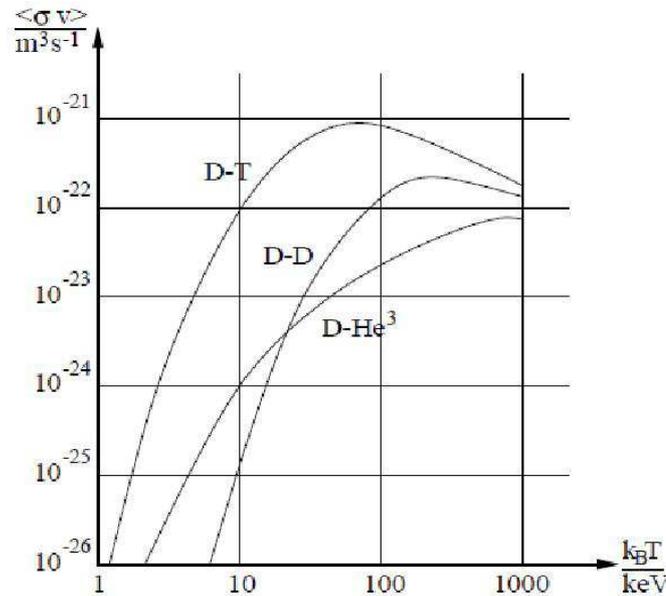


FIGURE 1.2 – Evolution de la moyenne $\langle \sigma(v)v \rangle$ en fonction de la température pour 3 réactions de fusion typiques : deutérium-tritium (D-T), deutérium-deutérium (D-D) et deutérium-hélium 3 (D- ^3He) [14].

Comme la section efficace σ s'exprime en m^2 et la vitesse v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, la moyenne $\langle \sigma(v)v \rangle$ s'exprime en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Les densités n_D et n_T s'expriment en m^{-3} donc la moyenne $\langle dn_D/dt \rangle$ s'exprime en $\text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est le nombre de réactions ou de collisions par mètre cube et par seconde. On l'appelle le taux de réaction ou la fréquence de collisions. On le note R , et on peut donc écrire :

$$R = n_D n_T \langle \sigma(v)v \rangle \quad (1.14)$$

Dans le cas particulier où les densités de deutérium et de tritium sont égales, $n_D = n_T = n$, on a :

$$R = n^2 \langle \sigma(v)v \rangle \propto n^2 \quad (1.15)$$

La fréquence de réaction est alors proportionnelle au carré de la densité. La figure 1.2 représente l'évolution de la moyenne $F = \langle \sigma(v)v \rangle$ en fonction de la température pour trois réactions de fusion typiques : la réaction deutérium-hélium 3 (D- ^3He), la réaction deutérium-deutérium (D-D) et la réaction deutérium-tritium (D-T). On peut voir que la courbe D-T se situe toujours au-dessus des courbes D-D et D- ^3He : cela signifie qu'à température égale, la réaction D-T a plus de chances de se produire qu'une réaction D- ^3He ou qu'une réaction D-D. La réaction D-T est toujours plus probable que les réactions D-D et D- ^3He . Par exemple, à $T = 10$ keV, la réaction D-D a une moyenne $F = \langle \sigma(v)v \rangle$ de $10^{-22} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, la réaction D- ^3He est telle que $F = 10^{-24} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et la réaction D-T est telle que $F = 10^{-21} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Cela signifie qu'à cette température, la réaction D-T a 100 fois plus de chances de se produire que la réaction D- ^3He

et 1000 fois plus de chances de se produire que la réaction D-D. A $T = 30$ keV, la réaction D-T est telle que $F = 5 \times 10^{-22} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, et les réactions D- ^3He et D-D ont toutes deux la même valeur de F , valant $7 \times 10^{-24} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. A cette température, la réaction D-T a donc 72 fois plus de chances de se produire que les réactions D- ^3He et D-D. Ces considérations expliquent le fait que c'est la réaction deutérium-tritium qui a été retenue pour la réalisation de la fusion thermonucléaire contrôlée.

Mais quelle est l'unité du taux de réaction R ? Les densités sont en m^{-3} , et la moyenne $\langle\sigma(v)v\rangle$ en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, de sorte que R s'exprime en $\text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$. Il s'agit du nombre de réactions de fusion par unité de volume et par seconde. Calculons ce taux de réaction à la température $T = 30$ keV et pour des densités $n_D = n_T = 10^{14} \text{ m}^{-3}$: à cette température, la moyenne de la réaction D-T vaut $5 \times 10^{-22} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ comme on l'a mentionné ci-dessus. On a donc :

$$R = 10^{14} \times 10^{14} \times 5 \times 10^{-22} = 5 \times 10^6 \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$$

soit 5 millions de réactions par mètre cube et par seconde. A $T = 10$ keV, le produit $\langle\sigma(v)v\rangle$ vaut $10^{-22} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, donc le taux de réaction est de

$$R = 10^{14} \times 10^{14} \times 10^{-22} = 10^6 \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$$

soit 1 million de réactions par mètre cube et par seconde. Si dans un mélange de plasma on a R réactions de fusion par mètre cube et par seconde, celles-ci vont dégager une puissance

$$p_{\text{fus}} = R \times E_{\text{fus}} = n_D n_T \langle\sigma(v)v\rangle E_{\text{fus}} \quad (1.16)$$

p_{fus} est la densité volumique de puissance dégagée par les réactions de fusion, mesurée en Watt par mètre cube ($\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$). La puissance totale P_{fus} (en Watt) dégagée par les réactions s'obtient en intégrant sur tout le volume du plasma,

$$P_{\text{fus}} = \int_V p_{\text{fus}} dV = \int_V n_D n_T \langle\sigma(v)v\rangle E_{\text{fus}} d^3V \quad (1.17)$$

1.2.2 Bilan de puissance

A partir de maintenant, nous allons considérer un plasma de deutérium-tritium et nous allons faire le bilan de puissance d'un tokamak. Considérons d'abord la puissance dégagée par les réactions de fusion. La densité ionique totale est la somme de la densité des ions deutérium et de la densité des ions tritium,

$$n = n_D + n_T$$

Remarque : dans le cas particulier où les densités de deutérium et de tritium sont égales, $n_D = n_T$, on a $n = 2n_D = 2n_T$.

Dans le cas général la densité de tritium est donnée par $n_T = n - n_D$. En remplaçant la densité de tritium n_T par cette expression, la densité volumique de puissance p_{fus} définie dans le paragraphe précédent par l'expression (1.16) s'écrit

$$p_{\text{fus}} = n_D (n - n_D) \langle\sigma(v)v\rangle E_{\text{fus}}$$

Supposons que la densité ionique totale est fixée, $n = n_0$, et intéressons-nous au produit $n_D(n_0 - n_D)$. La variable est donc n_D , et on peut écrire :

$$A(n_D) = n_D(n_0 - n_D) = n_D n_0 \left(1 - \frac{n_D}{n_0}\right) = n_0^2 \frac{n_D}{n_0} \left(1 - \frac{n_D}{n_0}\right) \quad (1.18)$$

On voit donc apparaître la fonction $f(x) = x(1 - x)$, en posant $x = n_D/n_0$. Cette fonction atteint un maximum en $x = 1/2$, et le maximum vaut

$$f(1/2) = (1/2)(1 - 1/2) = 1/4$$

Le produit $n_D(n_0 - n_D)$ est donc maximal pour $n_D/n_0 = 1/2$, soit $n_D = n_0/2$. On a alors $n_T = n_0/2$. Le produit $A = n_D(n_0 - n_D)$ est donc maximal pour des densités d'ions deutérium et d'ions tritium égales. Il vaut alors $A(n_0/2) = n_0^2/4$.

La densité volumique de puissance maximale s'écrit donc

$$p_{\text{fus}} = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_{\text{fus}} \quad (1.19)$$

Calculons p_{fus} pour $T = 30$ keV : comme on l'a calculé dans le paragraphe précédent, à cette température et pour des densités en combustibles égales, $n_D = n_T = 10^{14} \text{ m}^{-3}$, le taux de réaction vaut $R = 5 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$, donc

$$p_{\text{fus}} = R \times E_{\text{fus}} = 5 \times 10^6 \times 17.6 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.408 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \quad (1.20)$$

Pertes :

Dans un réacteur à fusion magnétique, les pertes d'énergie peuvent être classées en deux catégories :

- les pertes par rayonnement : le "bremsstrahlung" (ce qui signifie en allemand "rayonnement de freinage"), le rayonnement synchrotron, et le rayonnement de recombinaison ;
- les pertes d'énergie par transport, causées par des flux de chaleur et de matière dus à la diffusion thermique et à la convection.

La puissance perdue (notée P_{loss}) doit être compensée par la puissance apportée pour chauffer le plasma (notée P_{heat}). La puissance perdue P_{loss} est caractérisée par une durée appelée temps de confinement de l'énergie τ_E , telle que

$$P_{\text{loss}} = \frac{C}{\tau_E} \quad (1.21)$$

où C est l'énergie thermique totale contenue dans le plasma, aussi appelée contenu énergétique du plasma, telle que

$$C = \int_V p \, d^3V \quad (1.22)$$

où p est la pression totale du plasma, c'est-à-dire la somme des pressions partielles de toutes les espèces composant le plasma,

$$p = \sum_s p_s \quad (1.23)$$

p est donc la somme de la pression ionique p_i et de la pression électronique p_e mentionnées dans le paragraphe 1.1, $p = p_i + p_e$. La puissance perdue P_{loss} exprime le fait que, si on coupe le chauffage, le contenu énergétique C du plasma va décroître sur une certaine durée caractéristique Δt appelée temps de confinement de l'énergie et notée τ_E . Le temps de confinement de l'énergie τ_E est donc le temps caractéristique de décroissance du contenu énergétique C si toutes les sources de chauffage sont coupées. Dans le cas de la fusion par confinement magnétique (FCM), cette durée est de l'ordre de la seconde, $\tau_E \sim 1$ s. Dans le cas de la fusion par confinement inertiel (FCI), τ_E est limité par la durée, de l'ordre de la nanoseconde (10^{-9} s), de l'implosion de la capsule qui contient le mélange deutérium-tritium. τ_E est donc beaucoup plus petit que dans la FCM, 1 milliard de fois plus petit.

On va maintenant établir une expression de C . L'énergie thermique des électrons s'écrit

$$E_{\text{th,e}} = \frac{3}{2}k_B T_e \quad (1.24)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, valant 1.38×10^{-23} J · K⁻¹. L'énergie thermique des ions s'écrit

$$E_{\text{th,i}} = \frac{3}{2}k_B T_i \quad (1.25)$$

Comme le plasma est globalement neutre, la densité des électrons est égale à la densité des ions, $n_e = n_i = n$. La pression électronique est telle que

$$p_e = n_e E_{\text{th,e}} = n_e \frac{3}{2}k_B T_e = n \frac{3}{2}k_B T_e \quad (1.26)$$

et la pression ionique, telle que

$$p_i = n_i E_{\text{th,i}} = n_i \frac{3}{2}k_B T_i = n \frac{3}{2}k_B T_i \quad (1.27)$$

La pression totale est donc

$$p = p_e + p_i = n \frac{3}{2}k_B (T_e + T_i) \quad (1.28)$$

Si on suppose que les températures électronique et ionique sont égales, $T_e = T_i = T$, on a alors

$$p = n3k_B T = 3nk_B T \quad (1.29)$$

C'est la pression totale du plasma. Pour obtenir l'énergie thermique totale contenue dans le plasma, on intègre sur tout le volume la pression p , ce qui donne

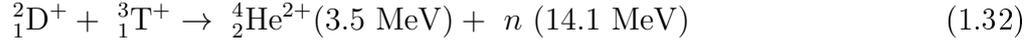
$$C = \int_V p \, dV = \int_V 3nk_B T \, dV \quad (1.30)$$

où V est le volume du plasma. La puissance perdue s'écrit donc

$$P_{\text{loss}} = \frac{C}{\tau_E} = \frac{1}{\tau_E} \int_V 3nk_B T \, dV \quad (1.31)$$

Puissance dégagée :

Reprenons la réaction de fusion entre le deutérium et le tritium présentée dans l'introduction à cette thèse :



Lors de cette réaction, le noyau d'hélium émis a une énergie cinétique E_{He} de 3.5 MeV et le neutron, une énergie cinétique E_n de 14.1 MeV. Le neutron est donc environ 4 fois plus énergétique que le noyau d'hélium, $E_n \approx 4 E_{\text{He}}$. L'énergie dégagée par la réaction est la somme de l'énergie cinétique du noyau d'hélium E_{He} et de l'énergie cinétique du neutron E_n . On l'appelle l'énergie de fusion et on la note E_{fus} . Elle s'écrit

$$E_{\text{fus}} = E_{\text{He}} + E_n \approx 5 \times E_{\text{He}} \quad (1.33)$$

donc

$$E_{\text{He}} \approx \frac{1}{5} \times E_{\text{fus}} \quad \text{et} \quad E_n \approx \frac{4}{5} \times E_{\text{fus}} \quad (1.34)$$

R étant le nombre de réactions de fusion par mètre cube et par seconde (en $\text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$), la densité de puissance volumique p_n portée par les neutrons (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$) s'écrit :

$$p_n = R \times E_n \quad (1.35)$$

et la densité de puissance volumique p_α portée par les noyaux d'hélium, aussi appelés particules α , s'écrit :

$$p_\alpha = R \times E_\alpha \quad (1.36)$$

où l'on a remplacé l'indice He de la lettre E par la lettre α , écrivant donc $E_{\text{He}} = E_\alpha$, notation qui sera adoptée dans la suite. La somme des puissances volumiques p_n et p_α s'écrit :

$$p_n + p_\alpha = R \times E_n + R \times E_\alpha = R \times (E_n + E_\alpha) \quad (1.37)$$

Or la somme des énergies E_n et E_α est égale à E_{fus} (relation (1.33)), $E_n + E_\alpha = E_{\text{fus}}$, donc

$$p_n + p_\alpha = R \times E_{\text{fus}} \quad (1.38)$$

Or on a vu que $R \times E_{\text{fus}} = p_{\text{fus}}$ (relation (1.16)), donc

$$p_n + p_\alpha = p_{\text{fus}} \quad (1.39)$$

La puissance volumique de fusion p_{fus} est donc la somme de la puissance volumique p_n portée par les neutrons et de la puissance volumique p_α portée par les particules α . On a vu que le taux de réaction R s'écrit :

$$R = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle \quad (1.40)$$

donc la densité volumique de puissance p_α (en Watt par mètre cube) s'écrit :

$$p_\alpha = R \times E_\alpha = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha \quad (1.41)$$

En intégrant sur tout le volume du plasma on obtient la puissance totale (en Watt) portée par les particules α ,

$$P_\alpha = \int_V p_\alpha d^3V = \int_V \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha d^3V \quad (1.42)$$

On a introduit la densité de puissance volumique portée par les neutrons p_n (expression (1.35)),

$$p_n = R \times E_n = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_n \quad (1.43)$$

La puissance totale P_n portée par les neutrons s'obtient en intégrant sur tout le volume de plasma,

$$P_n = \int_V p_n d^3V = \int_V \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_n d^3V \quad (1.44)$$

En intégrant la relation (1.39) sur tout le volume de plasma, on obtient la même relation pour les puissances totales,

$$P_n + P_\alpha = P_{\text{fus}} \quad (1.45)$$

Les neutrons, ne possédant pas de charge électrique, sont indifférents au champ magnétique, et quittent le plasma sans interaction avec les particules de celui-ci. Dans un tokamak, ils sont absorbés par ce qu'on appelle la "couverture" ("blanket", en anglais), placée juste derrière la première paroi ("first wall", en anglais). Arrivant sur la paroi avec une énergie cinétique E_n de 14.06 MeV, ce qui correspond à une vitesse de 52 000 km/s, ils ralentissent en pénétrant dans la paroi et de ce fait lui cèdent leur énergie cinétique. Celle-ci s'échauffe donc et voit sa température s'élever. En contact avec la paroi s'écoule un fluide caloporteur, en général de l'eau, plus froide que la paroi. Les transferts de chaleur se faisant du chaud vers le froid, la paroi transfère sa chaleur au fluide caloporteur, qui s'échauffe et voit sa température s'élever. L'eau liquide se transforme alors en vapeur, qui va entraîner la turbine puis l'alternateur, qui va enfin générer de l'électricité.

Les particules α , étant chargées électriquement, sont confinées par le champ magnétique et transfèrent leur énergie cinétique E_α aux particules du plasma, ions et électrons, par l'intermédiaire des collisions coulombiennes. En effet, on a mentionné précédemment que lors d'une interaction coulombienne, les particules échangent de la quantité de mouvement. Par exemple, lors d'une collision entre une particule α et un ion D, la particule α cède de l'énergie à l'ion D. De même, lors d'une collision entre une particule α et un ion T, la particule α cède de l'énergie à l'ion T. Les ions He transfèrent une partie de leur énergie aux ions combustibles D et T. Ces collisions vont donc contribuer au chauffage du plasma D-T. Les particules α vont donc réaliser

un chauffage interne du plasma, un auto-chauffage.

Faisons maintenant le bilan de puissance global : la puissance perdue doit être compensée par la puissance de chauffage fournie de l'extérieur et la puissance des particules α . On peut donc écrire

$$P_{\text{loss}} - P_{\text{heat}} - P_{\alpha} = 0 \quad (1.46)$$

où P_{loss} est comptée positivement, $P_{\text{loss}} > 0$. La puissance P_{heat} est fixée par l'opérateur de la machine : elle dépend des moyens de chauffage extérieurs :

- l'injection de neutres (Neutral Beam Injection, en anglais, en abrégé NBI),
- les ondes : on utilise des fréquences bien particulières, les fréquences cyclotroniques ioniques et la fréquence cyclotronique électronique, caractéristiques du mouvement de giration des particules chargées le long des lignes de champ. La pulsation cyclotronique d'une particule d'espèce s est donnée par

$$\omega_{cs} = \frac{|q_s| \cdot B}{m_s} \quad (1.47)$$

donc la pulsation cyclotronique d'un ion deutérium s'écrit

$$\omega_{cD} = \frac{e \cdot B}{m_D} \quad (1.48)$$

et la pulsation cyclotronique d'un ion tritium s'écrit

$$\omega_{cT} = \frac{e \cdot B}{m_T} \quad (1.49)$$

Comme un ion D et un ion T n'ont pas la même masse (m_T supérieure à m_D car l'ion T est plus lourd), leurs pulsations cyclotroniques sont différentes. On a $\omega_{cT} < \omega_{cD}$, la pulsation cyclotronique ω_{cT} est inférieure à ω_{cD} , car ω_c est inversement proportionnelle à la masse de la particule. Le rapport des deux pulsations cyclotroniques ioniques s'écrit :

$$r = \frac{\omega_{cD}}{\omega_{cT}} = \frac{m_T}{m_D} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad (1.50)$$

La fréquence cyclotronique s'obtient en divisant par 2π ,

$$f_{cs} = \frac{\omega_{cs}}{2\pi} \quad (1.51)$$

pour une particule d'espèce s , soit pour l'ion deutérium,

$$f_{cD} = \frac{\omega_{cD}}{2\pi} \quad (1.52)$$

et pour l'ion tritium,

$$f_{cT} = \frac{\omega_{cT}}{2\pi} \quad (1.53)$$

Ces fréquences s'expriment en hertz (Hz), alors que la pulsation cyclotronique s'exprime en radians par seconde ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$). La pulsation cyclotronique d'un électron s'écrit

$$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e} \quad (1.54)$$

donc la fréquence cyclotronique d'un électron s'écrit

$$f_{ce} = \frac{\omega_{ce}}{2\pi} \quad (1.55)$$

Le rapport des fréquences cyclotroniques d'un électron et d'un ion D s'écrit

$$r_1 = \frac{f_{ce}}{f_{cD}} = \frac{m_D}{m_e} \approx 3\,666 \quad (1.56)$$

et le rapport des fréquences cyclotroniques d'un électron et d'un ion T s'écrit

$$r_2 = \frac{f_{ce}}{f_{cT}} = \frac{m_T}{m_e} \approx 5\,499 \quad (1.57)$$

On utilise les appellations suivantes :

- Ion Cyclotron Radiofrequency Heating, en abrégé ICRH, ce qui est une expression condensée signifiant "chauffage par le rayonnement radiofréquence à la fréquence cyclotronique ionique", et
- Electron Cyclotron Radiofrequency Heating, en abrégé ECRH, ce qui est une expression condensée signifiant "chauffage par le rayonnement radiofréquence à la fréquence cyclotronique électronique".

Prenons par exemple une décharge dans laquelle $P_{\text{ICRH}} = 10$ MW, $P_{\text{ECRH}} = 10$ MW, et $P_{\text{NBI}} = 10$ MW. La puissance de chauffage vaut alors $P_{\text{heat}} = P_{\text{ICRH}} + P_{\text{ECRH}} + P_{\text{NBI}} = 10 + 10 + 10 = 30$ MW.

Revenons au bilan de puissance global du tokamak (expression (1.46)). On peut donc écrire :

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{heat}} + P_{\alpha} \quad (1.58)$$

En utilisant l'expression de P_{α} (expression (1.42)) et l'expression de P_{loss} (expression (1.31)), on peut écrire

$$P_{\text{heat}} + \int_V \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_{\alpha} dV = \frac{1}{\tau_E} \int_V 3nk_B T dV \quad (1.59)$$

Ce bilan de puissance fait intervenir 3 termes :

- la puissance de chauffage externe (P_{heat}), qui représente la puissance fournie par des moyens extérieurs pour chauffer le plasma, et atteindre des températures thermonucléaires auxquelles les réactions de fusion seront possibles. Il s'agit de grandeurs extérieures au plasma.
- un terme qui fait intervenir la probabilité des réactions, la densité des ions et des électrons du plasma et l'énergie cinétique portée par les noyaux d'hélium. Il s'agit de grandeurs intrinsèques

du plasma.

- un terme qui représente la puissance perdue et qui fait intervenir une durée caractéristique de la décharge, le temps de confinement de l'énergie (τ_E), la température des ions et des électrons du plasma (T) et la densité des ions et des électrons du plasma (n). Le temps τ_E dépend de l'intensité I du courant dans le plasma, du champ magnétique externe B , ... et d'autres grandeurs caractéristiques de la décharge. La puissance perdue fait donc intervenir des grandeurs intrinsèques du plasma ainsi que des grandeurs caractéristiques de la décharge (fixées par l'opérateur).

1.2.3 Condition d'ignition

La première étape dans le projet de réaliser la fusion thermonucléaire et d'en extraire de l'énergie pour produire de l'électricité consiste à atteindre ce qu'on appelle le point de "break-even". Qu'est-ce que le break-even ? Il s'agit du point de fonctionnement tel que la puissance P_{fus} dégagée par les réactions de fusion, portée par les neutrons et les particules α , est égale à la puissance de chauffage P_{heat} ,

$$P_{\text{fus}} = P_n + P_\alpha = P_{\text{heat}} \quad (1.60)$$

Dans ce contexte, les réactions sont suffisamment fréquentes pour que P_{fus} atteigne la valeur de P_{heat} . Cependant, ce régime ne correspond pas encore à celui d'un réacteur en fonctionnement. En effet, pour cela, il faut que le plasma soit en ignition, c'est-à-dire que les réactions deutérium-tritium soient suffisamment fréquentes pour maintenir la température du plasma sans apport d'énergie extérieure. Plus besoin, donc, de chauffer le plasma ($P_{\text{heat}} = 0$). En faisant $P_{\text{heat}} = 0$ dans le bilan de puissance (1.46), on obtient :

$$P_{\text{loss}} - P_\alpha = 0 \quad (1.61)$$

c'est-à-dire

$$P_\alpha = P_{\text{loss}} \quad (1.62)$$

Quand le mélange de plasma est en ignition, la puissance P_α cédée au plasma de D-T par les particules α compense la puissance perdue par le plasma P_{loss} . Si les réactions D-T sont suffisamment fréquentes, P_α augmente et on peut même avoir $P_\alpha > P_{\text{loss}}$.

On va maintenant énoncer un résultat très important dans le domaine de la fusion, et on le démontrera ensuite : le plasma entre en ignition quand le produit $n \cdot k_B T \cdot \tau_E$ de la densité (n), de la température ($k_B T$) et du temps de confinement de l'énergie (τ_E) dépasse la valeur de $3.12 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s}$.

$$n \cdot k_B T \cdot \tau_E \geq 3.12 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s} \Rightarrow \text{ignition} \quad (1.63)$$

Cette condition d'ignition, appelée "critère de Lawson" en hommage au physicien britannique qui l'a formulé en 1957, définit les conditions nécessaires à la rentabilité et à la productivité d'un réacteur à fusion. Le réacteur devient rentable quand le rapport de la puissance dégagée

par les réactions (P_{fus}) sur la puissance de chauffage (P_{heat}) devient strictement supérieur à 1. On peut définir :

$$Q = \frac{P_{\text{fus}}}{P_{\text{heat}}} \quad (1.64)$$

Le mélange D-T devient rentable dès que $Q > 1$. En-dessous de la valeur 1 en effet, on enregistre des pertes, car la puissance dégagée par les réactions est inférieure à la puissance fournie pour chauffer le mélange. Le mélange D-T est donc déficitaire. Pour que le mélange D-T soit bénéficiaire il faut que Q soit strictement supérieur à 1. Plus la valeur de Q va augmenter, et plus le mélange D-T sera productif, plus les bénéfices seront importants, c'est comme pour une entreprise. Quand le mélange D-T entre en ignition, on peut couper le chauffage, de sorte que P_{heat} s'annule, $P_{\text{heat}} = 0$. Par conséquent, Q tend vers l'infini, $Q \rightarrow +\infty$. Pas besoin, donc, d'être en ignition pour être rentable. Mais le début de l'ignition indique une augmentation et même une maximisation des bénéfices : il s'agit du cas idéal, puisqu'on ne dépense plus rien ($P_{\text{heat}} = 0$).

La signification de la condition d'ignition (1.63) est intuitivement claire : il faut maintenir une densité d'ions D et d'ions T suffisamment forte, à une température suffisamment élevée et pendant un temps suffisamment long pour que le chauffage extérieur puisse être coupé et que les réactions D-T s'auto-entretiennent. On va maintenant énoncer un autre résultat, que l'on démontrera ensuite : le break-even correspond à une valeur du produit $n \cdot k_B T \cdot \tau_E$ de l'ordre de $8 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s}$.

$$n \cdot k_B T \cdot \tau_E = 8 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s} \Rightarrow \text{break - even} \quad (1.65)$$

Démonstration

Dans ce qui suit, on va établir l'expression du critère d'ignition de Lawson. On a dit que l'ignition est atteinte lorsque

$$P_\alpha \geq P_{\text{loss}} \quad (1.66)$$

D'après l'expression (1.42) pour P_α et l'expression (1.31) pour P_{loss} , on peut alors écrire

$$\int_V \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha dV \geq \frac{1}{\tau_E} \int_V 3n k_B T dV \quad (1.67)$$

Pour poursuivre le calcul, il faut faire des hypothèses. Les constantes et les grandeurs qui ne dépendent pas des coordonnées d'espace peuvent être sorties des intégrales. La moyenne $\langle \sigma(v)v \rangle$ ne dépend que de la température, E_α est constante ($= 3.5 \text{ MeV}$), τ_E est constant, k_B est une constante, et on a deux constantes numériques en facteur, $1/4$ et 3 , si bien qu'on peut écrire

$$\frac{1}{4} \langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha \int_V n^2 d^3V \geq \frac{3}{\tau_E} k_B \int_V n T d^3V \quad (1.68)$$

où l'on a remis l'indice 3 dans le petit élément de volume d^3V pour rappeler qu'il s'agit d'intégrales triples. Dans ces intégrales, il reste la densité n et la température T , qui dépendent des 3

coordonnées d'espace. Pour poursuivre le calcul il faudrait connaître la dépendance de n et de T selon ces coordonnées. On va prendre le cas le plus simple dans lequel n et T ne dépendent pas des coordonnées d'espace : n et T sont uniformes, $n = n_0 = \text{constante}$ et $T = T_0 = \text{constante}$. Par conséquent on peut sortir n^2 et $n \cdot T$ des intégrales et écrire :

$$\frac{1}{4} \langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha n^2 V \geq \frac{3}{\tau_E} k_B n T V \quad (1.69)$$

V étant le volume total du tore de plasma. Après simplifications, on obtient :

$$\frac{1}{4} n \langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha \geq \frac{3}{\tau_E} k_B T \quad (1.70)$$

et donc :

$$n\tau_E \geq \frac{12k_B T}{\langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha} = (n\tau_E)_{\min}(T) \quad (1.71)$$

On a donc démontré que

$$P_\alpha \geq P_{\text{loss}} \Rightarrow n\tau_E \geq \frac{12k_B T}{\langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha} \quad (1.72)$$

Il y a 2 cas à distinguer :

a) l'égalité :

$$n\tau_E = \frac{12k_B T}{\langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha} \quad (1.73)$$

qui correspond à $P_\alpha = P_{\text{loss}} = P_{\alpha,0}$: les pertes sont compensées mais il ne reste pas d'excédent de P_α . La puissance P_α ne peut donc pas servir à chauffer le plasma. Toute la puissance portée par les noyaux d'hélium sert à compenser les pertes. On ne récupère aucun bénéfice.

b) l'inégalité stricte :

$$n\tau_E > \frac{12k_B T}{\langle \sigma(v)v \rangle E_\alpha} = (n\tau_E)_{\min}(T) = g(T) \quad (1.74)$$

qui correspond au cas où $P_\alpha > P_{\text{loss}}$. On peut donc écrire $P_\alpha = P_{\text{loss}} + \Delta P_\alpha = P_{\alpha,0} + \Delta P_\alpha$. La puissance $P_{\alpha,0}$ sert à compenser P_{loss} , mais il reste un excédent ΔP_α , qui peut servir à chauffer le mélange D-T. Dans ce cas, le mélange D-T maintient lui-même sa température, et la probabilité de réaction ($\langle \sigma(v)v \rangle$) ne diminue pas : par conséquent, la fréquence de réaction (R) ne diminue pas et les réactions D-T s'auto-entretiennent. L'expression (1.74) représente donc la condition pour que les réactions D-T s'auto-entretiennent.

Examinons le côté droit de l'inégalité (1.74) : k_B est une constante, E_α est une constante, $\langle \sigma(v)v \rangle$ est une fonction de la température, $\langle \sigma(v)v \rangle = F(T)$, donc la fonction g ne dépend que de T . La variation de g en fonction de T est représentée sur la figure 1.3. La fonction g atteint un minimum aux environs de $k_B T = 30$ keV. Cependant, comme τ_E dépend également

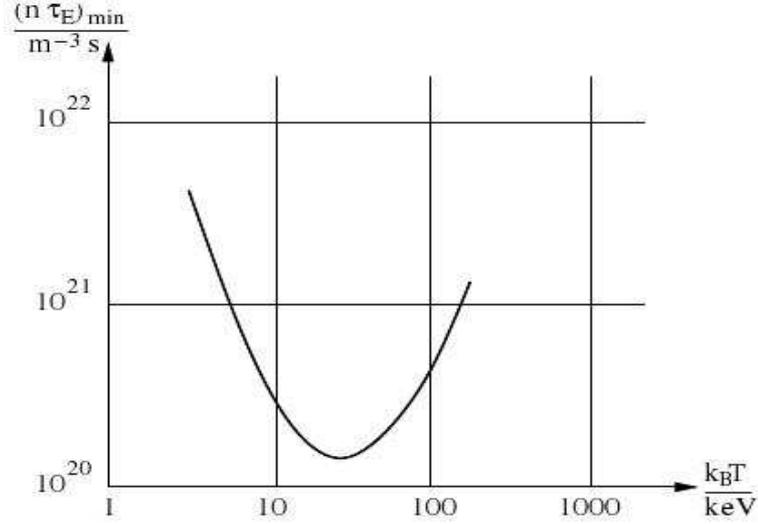


FIGURE 1.3 – Evolution du produit $g(T) = (n\tau_E)_{\min}(T)$ en fonction de la température [14].

de la température, la température d'ignition est en réalité inférieure, de l'ordre de 10 à 20 keV, $T_{\text{ign}} \sim 10 - 20$ keV. Dans cet intervalle de températures, la fonction $F(T) = \langle \sigma(v)v \rangle$ peut être approchée par une parabole. On peut écrire :

$$F(T) = \langle \sigma(v)v \rangle \simeq 1.1 \times 10^{-24} \left(\frac{k_B T}{\text{keV}} \right)^2 \quad (1.75)$$

donc la condition (1.74) devient

$$n \cdot \tau_E > g(T) = \frac{12k_B T}{1.1 \times 10^{-24} (k_B T)^2 E_\alpha} = \frac{12}{1.1 \times 10^{-24} \cdot k_B T \cdot E_\alpha} \quad (1.76)$$

donc

$$\begin{aligned} n \cdot k_B T \cdot \tau_E &> \frac{12}{1.1 \times 10^{-24} E_\alpha} = \frac{12}{1.1 \times 10^{-24} \times 3.5 \times 10^3} \\ n \cdot k_B T \cdot \tau_E &> \frac{12}{1.1 \times 3.5 \times 10^{-21}} \simeq 3.12 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s} \simeq 4.8 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{aligned} \quad (1.77)$$

Pa étant le symbole du Pascal, l'unité de pression, définie par $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ (1 Newton par mètre carré). Pour résumer, on a donc :

$$n \cdot k_B T \cdot \tau_E > 3.12 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s} \quad (1.78)$$

qui est le résultat (1.63) énoncé en début de paragraphe et qu'on voulait démontrer (cqfd, "ce qu'il fallait démontrer").

On rappelle que, dans la condition (1.78) et tout au long du calcul qui a précédé, la densité n est la densité ionique totale, $n = n_i = n_D + n_T$, et qu'elle est égale à la densité électronique n_e , du fait de l'électroneutralité du plasma. De plus, on rappelle qu'on s'est placé dans le cas

particulier où la densité des ions D et la densité des ions T sont égales, $n_D = n_T = n/2$. Enfin, on rappelle qu'on s'est placé dans le cas particulier où la température des espèces ioniques est égale à la température des électrons, $T_i = T_e = T$, qui apparaît dans la condition (1.78) dans le terme $k_B T$.

Cette condition est satisfaite par exemple pour une densité ionique totale $n_i = n = 10^{20} \text{ m}^{-3}$, une "température"¹ $k_B T = 10 \text{ keV}$ et $\tau_E > 3 \text{ s}$. Cette dernière condition, portant sur le temps de confinement de l'énergie du plasma, est de loin la plus difficile à réaliser dans un tokamak. Le plasma est un milieu tellement instable qu'atteindre $\tau_E = 1 \text{ s}$ est déjà un très bon résultat. Dans ces conditions physiques de densité et de température, la pression totale du plasma p (voir expression (1.29)) est

$$p = 3nk_B T = 3 \times 10^{20} \times 10 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19} = 4.8 \times 10^5 \text{ Pa} \quad (1.79)$$

valeur voisine de la pression atmosphérique $p_{\text{atm}} \approx 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$. La condition (1.70) peut s'écrire, en prenant pour le membre de droite le minimum de la fonction $g(T) = (n\tau_E)_{\text{min}}(T)$, d'après lecture graphique sur la figure 1.3,

$$n\tau_E > 2.5 \times 10^{20} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s} \quad (1.80)$$

La condition (1.80), ainsi que la condition (1.78), est ce qu'on appelle le critère de Lawson. Elle exprime le fait que le produit de la densité et du temps de confinement de l'énergie est un paramètre-clé pour un réacteur à fusion. Ainsi, la voie de la fusion par confinement inertiel est caractérisée par un temps de confinement très court et une densité très forte. Au contraire, la voie de la fusion magnétique est caractérisée par un temps de confinement long et une densité très faible. L'objectif étant d'amener le plasma à vérifier la condition d'ignition de Lawson, pour entretenir les réactions de fusion.

Le but de la fusion thermonucléaire est de produire de l'énergie électrique de façon rentable. Pour atteindre cet objectif, les réactions de fusion doivent être efficaces, c'est-à-dire que l'énergie dégagée doit être supérieure à l'énergie fournie pour chauffer le plasma. Ainsi, l'efficacité d'un réacteur de fusion thermonucléaire est mesurée par le facteur d'amplification de la puissance, noté Q , qui est le rapport de la puissance thermonucléaire produite sur la puissance de chauffage fournie,

$$Q = \frac{P_{\text{fus}}}{P_{\text{heat}}} \quad (1.81)$$

où

$$P_{\text{fus}} = p_{\text{fus}} V = \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle E_{\text{fus}} V \quad (1.82)$$

La relation (1.34) implique

$$E_{\text{fus}} \approx 5E_\alpha$$

1. le mot "température" est entre guillemets car il s'agit d'un abus de langage, le terme $k_B T$ n'est pas une température mais une énergie (thermique).

donc

$$P_{\text{fus}} \approx \frac{1}{4} n^2 \langle \sigma(v)v \rangle 5E_\alpha V \quad (1.83)$$

donc

$$P_{\text{fus}} \approx 5P_\alpha \quad (1.84)$$

et par conséquent,

$$Q \approx \frac{5P_\alpha}{P_{\text{heat}}} \quad (1.85)$$

Tous les progrès réalisés ces dernières années sur de nombreuses machines dans le monde ont permis de se rapprocher du break-even, le point d'équilibre énergétique du plasma, qui correspond au moment où la puissance produite par les réactions de fusion atteint la valeur de la puissance fournie pour chauffer le plasma ($Q = 1$). Le break-even n'a encore jamais été atteint à l'heure actuelle. Le record actuel est détenu par la machine JET, qui a réussi à restituer sous forme d'énergie 70% de la puissance qui lui avait été fournie ($Q = 0.7$). La nouveauté apportée par la machine ITER, et qui en constituera le progrès majeur, réside dans le fait qu'elle générera plus d'énergie qu'elle n'en recevra : l'objectif est d'atteindre un rapport de l'énergie produite sur l'énergie consommée égal à 10 ($Q = 10$). Plus précisément, elle devra produire une puissance de 500 MW pour une puissance de chauffage injectée de 50 MW. Pour donner un ordre de grandeur, un des records pour la puissance de fusion produite est de 16 MW, obtenu sur le tokamak JET en 1997. Il y a donc encore un long chemin à parcourir pour atteindre l'objectif fixé par ITER ...

1.3 Dynamique des systèmes complexes

L'étude de la turbulence s'inscrit dans la théorie universelle des systèmes complexes. On appelle système complexe un système possédant un grand nombre d'entités en interaction locale et simultanée. On peut citer comme exemples la répartition des taches d'un léopard, l'enroulement d'un nautilus, l'organisation d'une fourmilière et plus généralement des insectes sociaux, etc ... Les systèmes complexes ont les propriétés suivantes :

- l'auto-organisation : on la définit comme une réduction du niveau d'entropie du système par lui-même, c'est-à-dire sans intervention externe.
- l'apparition de structures cohérentes
- la mise en abyme : un système complexe peut être vu comme un ensemble de systèmes complexes ("poupées russes").
- l'apparition de plusieurs échelles temporelles et spatiales : on parle de problème multi-échelle.
- la brisure de symétrie : la connaissance d'une partie du système ne permet pas d'affirmer que le reste du système est en moyenne dans le même état.
- la sensibilité aux conditions initiales : selon les conditions initiales, le système va converger (comportement stable), diverger (comportement instable), ou osciller.

- l'intermittence
- l'existence de boucles de rétroaction (aussi appelées interactions réflexives), c'est-à-dire le fait qu'une entité interagisse avec elle-même, soit directement, soit indirectement à travers la chaîne d'interactions avec les autres entités. C'est une des raisons de la non-linéarité du comportement du système.

L'étude des systèmes complexes est liée aux notions d'ordre, de désordre et d'entropie. L'étude de la turbulence dans les plasmas de fusion magnétique a pour objectif de comprendre les phénomènes de transport dans le plasma. De façon générale, dans un plasma, on peut écrire que $\langle r^2 \rangle \propto t^\alpha$, où r est la coordonnée spatiale, $\langle \cdot \rangle$ désigne la moyenne sur le nombre de réalisations statistiques, t est le temps et α est un nombre réel. Si α est égal à 1, alors $\langle r^2 \rangle \propto t$, on peut donc écrire que $\langle r^2 \rangle = Dt$. C'est l'équation de la chaleur, qui exprime un phénomène de diffusion. Si α est différent de 1, le système est non-diffusif. On dit aussi qu'il est "anormal". Si α est supérieur à 1, on est en présence de super-diffusion. Par exemple, si α est égal à 2, alors $\langle r^2 \rangle \propto t^2$, on peut donc écrire que $\langle r^2 \rangle = at^2$. On est alors en présence de transport balistique, ce qui traduit un processus d'accélération.

L'étude de la turbulence est aussi liée à la théorie des systèmes dynamiques. Comme exemples de systèmes dynamiques, on peut citer : la planète Terre dans le système solaire, le son d'une clarinette, l'émission de lumière d'un laser, un électro-encéphalogramme, etc ...

Chapitre 2

La configuration tokamak

Dans ce chapitre, on rappellera dans un premier temps les propriétés du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique. Puis on expliquera comment créer un champ magnétique permettant de confiner les ions et les électrons du plasma. On présentera alors la géométrie toroïdale associée à l'anneau de plasma du tokamak, et on exprimera le champ magnétique de confinement dans ce système de coordonnées. On introduira enfin un paramètre-clé des plasmas de tokamaks, le facteur de sécurité.

2.1 Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

Une particule chargée de charge q , de masse m et de vitesse \mathbf{v} , placée dans un champ magnétique \mathbf{B} , est soumise à une force orthogonale à sa vitesse et au champ magnétique, et proportionnelle à sa charge : $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Cette force est appelée la force de Laplace. D'après le principe fondamental de la dynamique, l'équation du mouvement de la particule s'écrit

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

Dans le bilan des forces, l'interaction gravitationnelle a été négligée. En effet, dans un tokamak, comme le champ magnétique est très intense, le rapport de l'interaction gravitationnelle et de la force de Laplace est de l'ordre de 10^{-14} . Dans le bilan des forces (2.1), il faudrait logiquement tenir compte des forces coulombiennes exercées par toutes les autres particules chargées du plasma, ainsi que du champ magnétique généré par la distribution de courants créée par toutes les autres particules chargées du plasma. Si le nombre de particules chargées du plasma est N , pour une particule k ($k = 1, 2, \dots, N$), on devrait écrire

$$m_k \frac{d\mathbf{v}_k}{dt} = q_k \mathbf{v}_k \times \mathbf{B} + m_k \mathbf{g} + \sum_{l \neq k} \frac{q_k q_l}{4\pi \epsilon_0 r_{kl}^2} \mathbf{u}_{kl} + q_k \mathbf{v}_k \times \mathbf{B}_{\text{self-induced}} \quad (2.2)$$

Ces forces n'ont pas été écrites dans le premier bilan pour simplifier la formulation et faciliter la lecture. En réalité, le champ magnétique externe est tellement intense que la force de Laplace

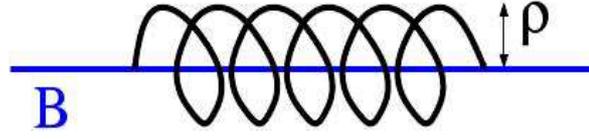


FIGURE 2.1 – Mouvement d’une particule chargée autour d’une ligne de champ magnétique. Une particule chargée placée dans un champ magnétique décrit une hélice de rayon ρ autour d’une ligne de champ. ρ est le rayon de Larmor [15].

domine toutes les autres forces, de sorte que le bilan (2.1) est tout à fait valable. En le multipliant scalairement par \mathbf{v} ,

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} \quad (2.3)$$

on obtient

$$\frac{dv^2}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

c’est-à-dire

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = 0 \quad (2.5)$$

ce qui montre que l’énergie cinétique de la particule chargée ne dépend pas du temps. Par conséquent, le champ magnétique ne modifie pas sa vitesse. Sa seule action est de dévier la trajectoire de la particule chargée.

En introduisant le vecteur de rotation gyromagnétique,

$$\boldsymbol{\Omega} = -\frac{q}{m} \mathbf{B} \quad (2.6)$$

la trajectoire de la particule se décompose en une rotation de rayon ρ autour de $\boldsymbol{\Omega}$ et en une translation dans la direction de $\boldsymbol{\Omega}$ (figure 2.1). Ainsi, chaque particule chargée du plasma décrit une orbite hélicoïdale autour de la ligne de champ, pouvant être décomposée en un mouvement circulaire perpendiculaire à la ligne de champ et en une vitesse parallèle. Le mouvement perpendiculaire, appelé mouvement de giration ou encore mouvement cyclotronique, est caractérisé par sa pulsation,

$$\omega_{cs} = \frac{|e_s| B}{m_s} \quad (2.7)$$

et son rayon,

$$\rho_s = \frac{v_{th,s}}{\omega_{cs}} = \frac{m_s v_{th,s}}{|e_s| B} = \frac{\sqrt{m_s k_B T_s}}{|e_s| B} \quad (2.8)$$

où l'indice s désigne l'espèce de la particule considérée, $s = e$ pour un électron et $s = i$ pour un ion. ρ_e et ρ_i sont appelés les rayons de Larmor d'un électron et d'un ion, et sont calculés avec la vitesse thermique de la particule,

$$v_{\text{th},s} = \sqrt{\frac{3k_B T_s}{m_s}} \quad (2.9)$$

La vitesse thermique mesure l'agitation thermique des particules, correspondant à un mouvement dans les trois directions de l'espace. ω_{ce} et ω_{ci} sont appelées les pulsations cyclotroniques électronique et ionique. On obtient la fréquence cyclotronique en divisant par 2π : $f_{ce} = \omega_{ce}/(2\pi)$, $f_{ci} = \omega_{ci}/(2\pi)$. Cependant, en général, par abus de langage, on appelle ω_{ce} et ω_{ci} les fréquences cyclotroniques, et c'est la convention adoptée dans ces travaux.

On constate que le rapport des vitesses thermiques d'un électron et d'un ion est inversement proportionnel à la racine carrée du rapport de leurs masses,

$$\frac{v_{\text{th},e}}{v_{\text{th},i}} \propto \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \quad (2.10)$$

Pour un ion hydrogène, on a $\sqrt{m_i/m_e} \approx 43$: par conséquent, les électrons vont 43 fois plus vite que les ions. Pour un ion deutérium, $\sqrt{m_i/m_e} \approx 60$: les électrons vont 60 fois plus vite que les ions, et pour un ion tritium, $\sqrt{m_i/m_e} \approx 74$: les électrons vont 74 fois plus vite que les ions. On peut le sentir intuitivement : les électrons vont plus vite que les ions du fait de leur masse beaucoup plus faible (un électron est 3666 fois plus léger qu'un ion D et 5499 fois plus léger qu'un ion T).

Dans ce qui suit, on calcule les rayons de Larmor ρ_i et ρ_e , les fréquences cyclotroniques f_{ci} et f_{ce} et les vitesses thermiques $v_{th,i}$ et $v_{th,e}$ d'un ion et d'un électron dans un plasma typique du tokamak TEXTOR. Prenons l'exemple d'une décharge typique dans laquelle les températures valent $k_B T_i = k_B T_e = 50$ eV et le champ magnétique externe est $B = 3$ T : d'après l'expression (2.8), le rayon de Larmor d'un ion est alors de 0.34 mm et celui d'un électron, de 5.62 μm . D'après l'expression (2.7), la fréquence cyclotronique d'un électron est de 83.9 GHz, celle d'un ion deutérium, de 22.9 MHz, et celle d'un ion tritium, de 15.3 MHz. Ces fréquences cyclotroniques ne dépendent que du champ magnétique. De plus, la fréquence cyclotronique d'une particule est inversement proportionnelle à sa masse. Par conséquent, plus une particule est légère, plus sa giration autour d'une ligne de champ est rapide, plus le nombre de tours par seconde de la particule autour d'une ligne de champ est grand. D'après l'expression (2.9), La vitesse thermique d'un électron est d'environ 5 132 km/s, celle d'un ion deutérium, d'environ 85 km/s, et celle d'un ion tritium, d'environ 69 km/s. Dans un plasma beaucoup plus chaud comme ce sera le cas dans ITER, où on aura $k_B T_e = k_B T_i = 30$ keV, la vitesse thermique d'un électron sera d'environ 125 725 km/s, celle d'un ion D, d'environ 2 076 km/s et celle d'un ion T, d'environ 1 695 km/s.

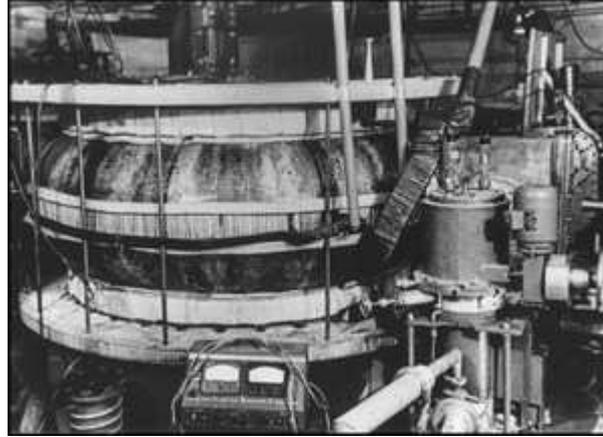


FIGURE 2.2 – Le tout premier tokamak, la machine russe T1 de l’Institut Kurchatov, à Moscou.

2.2 La configuration tokamak

Le tokamak a été inventé au début des années 1950 par les scientifiques russes Igor Tamm et Andreï Sakharov. Le terme "tokamak" est une contraction de l’expression russe "toroïdalnaïa kamera s magnitnymi katushkami", qui signifie en français "chambre toroïdale avec bobines magnétiques". On rencontre aussi, mais plus rarement, le mot "tokomak". La figure 2.2 montre le tout premier tokamak, la machine russe T1 de l’Institut Kurchatov, à Moscou. Elle fut la première à utiliser un revêtement en inox dans une chambre à vide en cuivre. Dans ce qui suit, on va expliquer comment une telle machine permet de confiner un plasma. En présence d’un champ magnétique, les ions et les électrons suivent les lignes de champ, décrivant des hélices autour de celles-ci. Par conséquent, pour confiner les particules, il suffit de refermer les lignes de champ sur elles-mêmes. On obtient ainsi un anneau, aussi appelé tore en géométrie. Le champ magnétique est dirigé le long de la grande circonférence du tore, appelée direction toroïdale, il est produit par des bobines toroïdales disposées tout autour du tore (figures 2.3, 2.4 et 2.5). Dans le tokamak ITER, ces bobines seront supraconductrices. Avec une telle configuration, les lignes de champ sont des cercles concentriques, si bien que les électrons et les ions ont des trajectoires circulaires. Dans ce qui suit, on va expliquer pourquoi et comment les ions et les électrons dérivent malheureusement de leurs trajectoires circulaires. Pour cela, on va établir l’expression de la vitesse de dérive due à une force additionnelle.

2.2.1 Dérive due à une force additionnelle

Si, en plus de la force de Lorentz, une force constante \mathbf{F} agit sur la particule chargée, l’équation du mouvement devient

$$m_s \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e_s \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{F} \quad (2.11)$$

Le mouvement de la particule dû à \mathbf{F} peut être séparé de la giration due à \mathbf{B} en prenant le centre-guide comme référence. La position de la particule \mathbf{r} peut être décomposée en une

position du centre-guide \mathbf{R} et un vecteur du rayon de giration tournant ρ ,

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \rho \quad (2.12)$$

avec

$$\mathbf{R} = \left(x_0 - \frac{v_\perp}{\omega_c} \sin \varphi_{c0} \right) \mathbf{e}_X + \left(y_0 - \text{sign}(e_s) \frac{v_\perp}{\omega_c} \cos \varphi_{c0} \right) \mathbf{e}_Y + (z_0 + v_{\parallel} t) \mathbf{e}_Z \quad (2.13)$$

et

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{v_\perp}{\omega_c} (\sin(\omega_c t + \varphi_{c0}) \mathbf{e}_X + \text{sign}(e_s) \cos(\omega_c t + \varphi_{c0}) \mathbf{e}_Y) \\ &= -\frac{m_s}{e_s B^2} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Le centre-guide \mathbf{R} se déplace avec la vitesse $v_{\parallel} \mathbf{b}$, et la trajectoire de la particule est une hélice autour de la ligne de champ magnétique du centre-guide (figure 2.1). D'après l'équation (2.12), la vitesse $\mathbf{v}_g = d\mathbf{R}/dt$ du centre-guide peut être obtenue en prenant la dérivée temporelle de $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \rho$,

$$\mathbf{v}_g = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \frac{d\rho}{dt} = \mathbf{v} + \frac{m_s}{e_s B^2} \frac{d\mathbf{v}}{dt} \times \mathbf{B} \quad (2.15)$$

où les relations $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = -\mathbf{v}_\perp B$ et $\mathbf{v} - \mathbf{v}_\perp = v_{\parallel} \mathbf{b}$ ont été utilisées. Par conséquent, toute force \mathbf{F} ayant une composante perpendiculaire à \mathbf{B} fait dériver une particule perpendiculairement à \mathbf{F} et à \mathbf{B} , en raison d'une variation périodique de son rayon de giration. Quand une particule accélère dans un champ de forces, son rayon de giration augmente, et inversement, quand elle ralentit, son rayon de giration diminue, ce qui conduit à des trajectoires ouvertes. L'effet net est une dérive perpendiculaire à la force et au champ magnétique. Une force parallèle à \mathbf{B} ne conduit pas à une dérive, mais cause simplement une accélération parallèle. En résumé,

$$\mathbf{v}_{g\perp} = \frac{\mathbf{F}_\perp \times \mathbf{B}}{e_s B^2}, \quad \frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{F_{\parallel}}{m} \quad (2.16)$$

Dans ce qui suit, on va expliquer les mécanismes de dérive des particules chargées dans un champ magnétique inhomogène.

2.2.2 Dérive dans un champ magnétique inhomogène

Quand le champ magnétique varie lentement dans l'espace, l'équation (2.16) peut encore être appliquée, à condition que la variation relative de \mathbf{B} le long d'une giration de la particule soit petite, c'est-à-dire à condition que

$$\frac{\|\nabla B\|}{B} \rho_L \ll 1 \quad (2.17)$$

Mais la courbure du champ magnétique cause une dérive des particules. En effet, la courbure du champ magnétique est donnée par

$$\mathbf{g} = (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b} \quad (2.18)$$

où

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B} \quad (2.19)$$

est le vecteur directeur du champ magnétique. La courbure magnétique peut être caractérisée par un rayon de courbure local \mathbf{R}_{curv} , défini par

$$(\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{b} = -\frac{\mathbf{R}_{\text{curv}}}{R_{\text{curv}}^2} \quad (2.20)$$

Une particule qui suit la ligne de champ courbée avec la vitesse v_{\parallel} exerce une force centrifuge $\mathbf{F}_{\text{curv}} = mv_{\parallel}^2 \mathbf{R}_{\text{curv}}/R_{\text{curv}}^2$, qui est responsable de la vitesse de dérive

$$\mathbf{v}_{\text{curv},s} = \frac{m_s v_{\parallel,s}^2}{e_s B^2} \mathbf{B} \times (\mathbf{b} \cdot \nabla)\mathbf{b} = \frac{m_s v_{\parallel,s}^2}{e_s B^2} \mathbf{B} \times \mathbf{g} \quad (2.21)$$

Par conséquent, un ion et un électron vont dériver dans des sens opposés, dans une direction orthogonale à la fois au champ magnétique et à la courbure. Ce qu'on vient d'expliquer montre que ce phénomène est inhérent à la configuration magnétique : la courbure du champ magnétique engendre une force qui fait dériver les centres-guides des ions et des électrons de leurs trajectoires circulaires. Ceci nuit au confinement du plasma et doit donc être contrecarré. Dans ce qui précède, on a confondu "un électron (ion) va dériver ..." avec "le centre-guide d'un électron (ion) va dériver ..." pour simplifier la formulation. Il s'agit bien évidemment d'un abus de langage. Quand on parle de dérive, il s'agit toujours de la dérive du centre-guide de la particule.

L'autre inhomogénéité qui résulte en une dérive des centres-guides est le gradient transverse de l'intensité du champ magnétique. En effet, le champ magnétique toroïdal n'est pas uniforme, il décroît comme $1/R$:

$$B_{\varphi} \propto 1/R \quad (2.22)$$

L'orbite de la particule a un rayon de courbure plus petit dans la zone où le champ magnétique est plus fort, ce qui cause une dérive perpendiculaire à la fois au champ magnétique et à son gradient. Celle-ci peut être décrite comme l'effet d'une force moyennée sur une giration, c'est-à-dire l'effet moyen de ∇B sur l'orbite de giration. Le courant associé au mouvement de giration d'une particule chargée d'espèce s est $I_s = e_s \omega_{cs}/(2\pi)$. Le moment magnétique de la particule en giration est défini comme le produit du courant et de l'aire enfermée par ce courant,

$$\mu_s = I_s \times (\pi \rho_{L,s}^2) = \frac{m_s v_{\perp,s}^2}{2B} \quad (2.23)$$

La force moyennée sur la giration est égale à la force exercée sur un dipôle magnétique dans un gradient de champ magnétique,

$$\mathbf{F}_{\nabla B,s} = -\mu_s \nabla B \quad (2.24)$$

et l'application de l'équation (2.16) à cette force donne la dérive $\mathbf{grad} B$,

$$\mathbf{v}_{\nabla B,s} = \frac{m_s v_{\perp,s}^2}{2e_s B^3} \mathbf{B} \times \nabla B \quad (2.25)$$

et l'accélération parallèle due à la force $\mu\text{-grad-B}$,

$$m_s \frac{dv_{\parallel,s}}{dt} = -\mu_s \nabla_{\parallel} B \quad (2.26)$$

où le gradient parallèle est défini par

$$\nabla_{\parallel} = \mathbf{b} \cdot \nabla \quad (2.27)$$

Par conséquent, les ions et les électrons dérivent à l'opposé. Les dérives de courbure et de ∇B sont souvent comparables. Si la pression cinétique du plasma p est beaucoup plus petite que la pression magnétique $B^2/(2\mu_0)$, la relation " $\nabla \times \mathbf{B}$ parallèle à \mathbf{B} " est à peu près valable, on parle alors d'équilibre sans force. Cela implique une relation entre le vecteur courbure \mathbf{g} et ∇B ,

$$\mathbf{g} = \nabla_{\parallel} \mathbf{b} = \frac{1}{B} \nabla_{\perp} B \quad (2.28)$$

ce qui permet de combiner les dérives de courbure et de ∇B ,

$$\mathbf{v}_{\text{curv},s} + \mathbf{v}_{\nabla B,s} = \frac{m_s}{e_s B^3} \left(v_{\parallel,s}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp,s}^2 \right) \mathbf{B} \times \nabla B \quad (2.29)$$

Ces vitesses de dérive créent une séparation de charge, qui cause une dérive $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ identique pour les électrons et les ions. Un plasma dans un champ toroïdal seul sera donc instable.

Cependant, une composante supplémentaire du champ magnétique dans la direction de la petite circonférence du tore, appelée direction poloïdale, permet de compenser la dérive verticale. Par conséquent, les lignes de champ sont des hélices qui s'enroulent autour de surfaces toroïdales emboîtées, appelées surfaces magnétiques. Ce champ magnétique poloïdal est créé par un courant toroïdal circulant dans le plasma, produit par induction, le plasma jouant le rôle du secondaire d'un transformateur, et le solénoïde central, celui du primaire (figures 2.4 et 2.5). Appelé "courant plasma", il amorce la décharge dans le plasma et le chauffe du fait de la dissipation ohmique. Mais le chauffage ohmique ne permet pas d'atteindre la température d'ignition, de l'ordre de 10 à 20 keV, car la résistivité du plasma décroît avec la température,

$$\eta \propto T^{-3/2} \quad (2.30)$$

Quand la température augmente, le plasma tend à devenir un conducteur parfait. Par conséquent, d'autres moyens doivent être employés, comme :

- l'injection de neutres ("Neutral Beam Injection", NBI)
- les ondes radiofréquences cyclotroniques : l'ECRH ("Electron Cyclotron Radiofrequency Heating", ce qui signifie en français "chauffage radiofréquence par l'onde cyclotronique électronique") et l'ICRH ("Ion Cyclotron Radiofrequency Heating", ce qui signifie en français "chauffage radiofréquence par l'onde cyclotronique ionique").

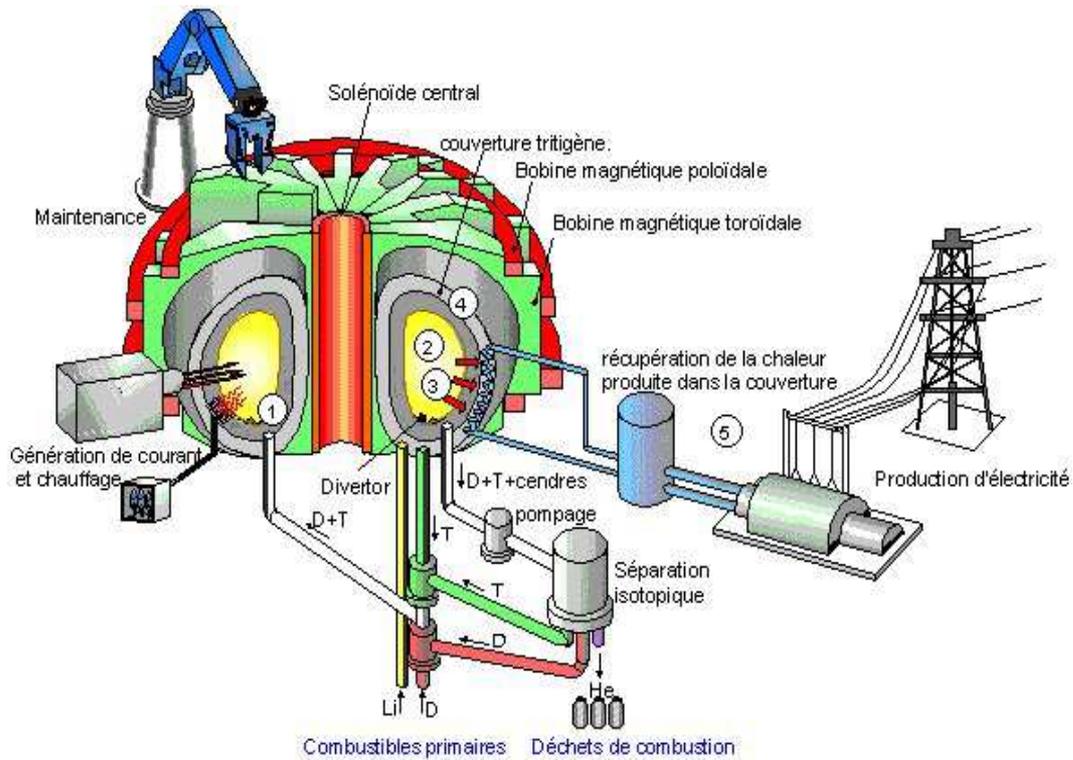


FIGURE 2.3 – Schéma d'un réacteur à fusion thermonucléaire contrôlée. L'énergie thermique dégagée par les réactions de fusion est absorbée par les "composants face au plasma" (CFP) de la paroi, puis transportée par le fluide caloporteur, puis transformée en énergie électrique [16].

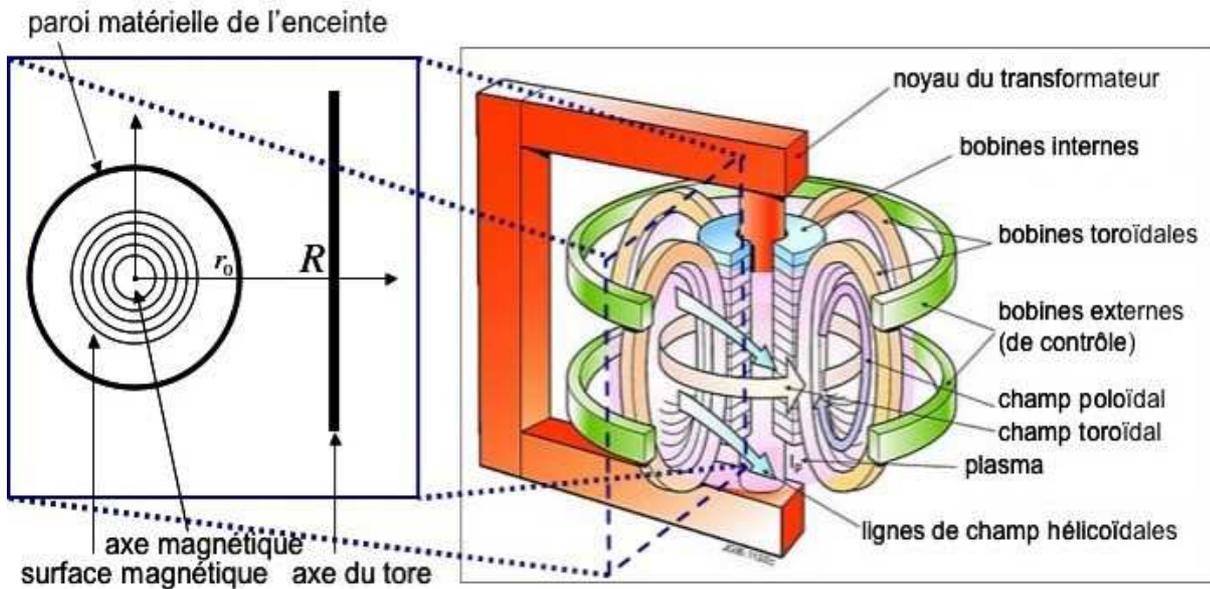


FIGURE 2.4 – Schéma de tokamak (à droite) et coupe dans un plan poloidal (à gauche) [16].

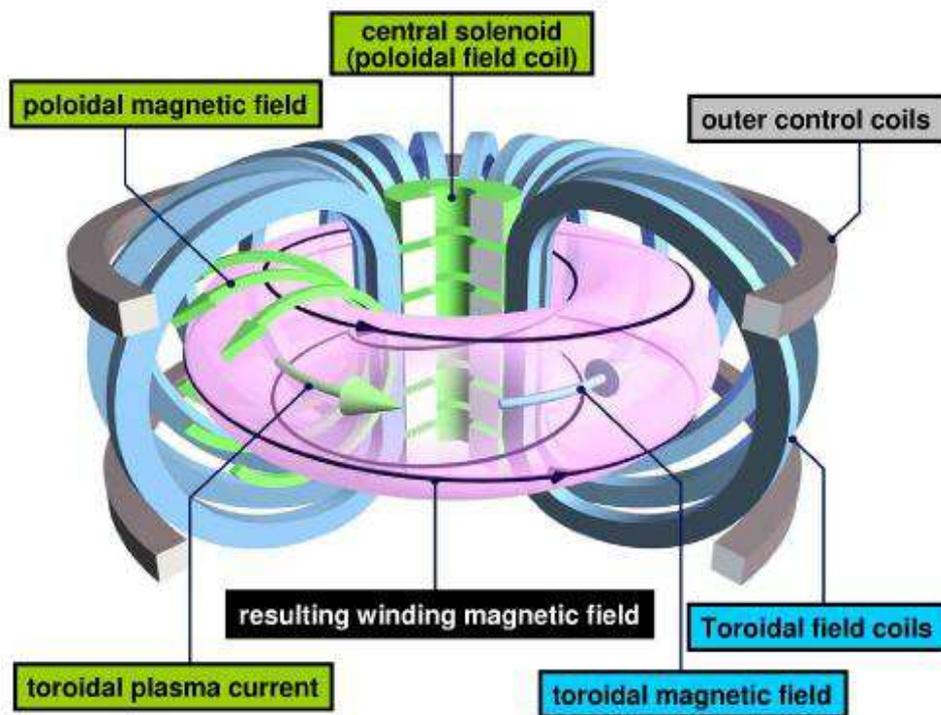
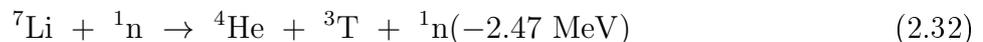
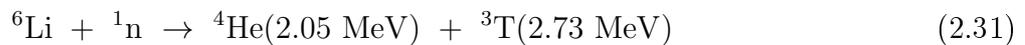


FIGURE 2.5 – La configuration tokamak : cette figure met en évidence les deux composantes du champ magnétique de confinement, la composante toroïdale, créée par les bobines toroïdales, et la composante poloïdale, créée par le courant toroïdal qui circule dans le plasma [17].

2.2.3 Récupération des neutrons dans la couverture, production d'énergie électrique et production du tritium

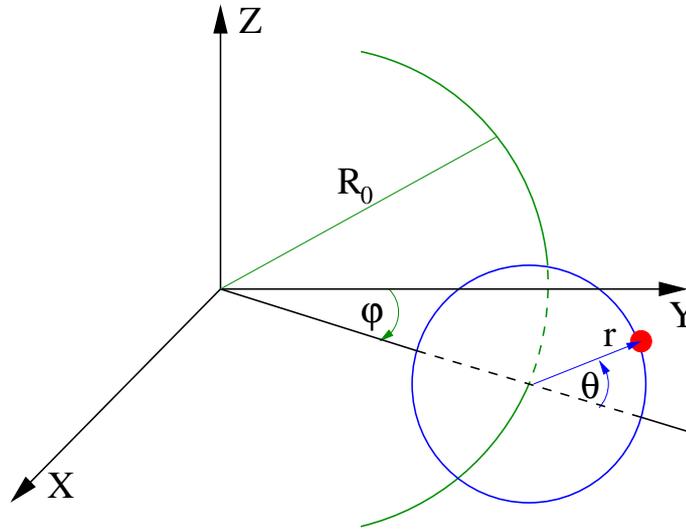
Les réactions de fusion produisent des neutrons très énergétiques, dont l'énergie cinétique est de 14.06 MeV. Ne possédant pas de charge électrique, ces neutrons sont insensibles au champ magnétique. Ils vont donc quitter le plasma sans interagir avec les particules de celui-ci, et continuer leur course jusqu'à rencontrer un obstacle [18]. Dans ce but, la paroi intérieure de la chambre à vide est recouverte d'une couche supplémentaire appelée couverture (figure 2.3), qui va ralentir les neutrons en transformant leur énergie cinétique en énergie thermique, qui sera transmise au fluide caloporteur. Dans une centrale à fusion, cette énergie sera utilisée pour produire de l'électricité.

De plus, la couverture joue un deuxième rôle. En effet, la réaction de fusion utilise comme combustible du tritium, qui n'existe pas à l'état naturel sur Terre. Heureusement, on sait le produire à partir d'un autre élément chimique, le lithium. Celui-ci, bombardé par un neutron, va se casser en deux atomes plus légers, dont un atome de tritium. Il existe deux réactions menant à un atome de tritium, qui utilisent deux isotopes du lithium, le lithium 6 et le lithium 7 :



Chacune de ces réactions produit un atome de tritium. Par conséquent, en introduisant du lithium dans la couverture, on peut produire du tritium. Les neutrons qui vont venir frapper la couverture vont déclencher les réactions (2.31) et (2.32), qui vont produire chacune un atome de tritium, qui va être injecté dans le plasma. Ainsi, de cette manière, la couverture permet de produire le tritium nécessaire aux réactions de fusion. On l'appelle donc couverture tritigène. Il serait plus rentable de privilégier la première réaction, qui dégage de l'énergie, alors que la seconde réaction en consomme. Enfin, la couverture joue un troisième rôle, un rôle protecteur : elle protège la chambre à vide et les aimants supraconducteurs des très forts flux de chaleur et de neutrons.

Dans le cas de la machine ITER, la couverture sera un élément de toute première importance. Malheureusement, sa réalisation technique présente de nombreuses difficultés. L'une d'entre elles provient du fait qu'elle est l'enceinte la plus proche du plasma, étant directement exposée à celui-ci. Elle sera donc inévitablement soumise à une érosion, ce qui constitue un gros problème à la fois pour la couverture et pour le plasma. Minimiser cette érosion est un critère très important dans le choix du matériau constituant la couverture. Ainsi, après avoir testé le graphite sur Tore Supra, et dans les anciennes machines, il y a 30 ans, puis le tungstène sur d'autres machines, c'est le béryllium qui a finalement été retenu pour la couverture de la machine ITER.

FIGURE 2.6 – Systèmes de coordonnées toroïdales (r, θ, φ) et cartésiennes (X, Y, Z) [15].

2.3 Géométrie toroïdale

La géométrie du tokamak nécessite un système de coordonnées adapté. C'est ce qu'on appelle le système de coordonnées toroïdales (figure 2.6), noté (r, θ, φ) et défini à partir des coordonnées cartésiennes (X, Y, Z) par

$$X = R \sin \varphi \quad (2.33)$$

$$Y = R \cos \varphi \quad (2.34)$$

$$Z = R \sin \theta \quad (2.35)$$

$$\text{et } R = R_0 + r \cos \theta \quad (2.36)$$

La grande circonférence du tore est décrite par l'angle φ , appelé l'angle toroïdal, et la petite circonférence du tore, par l'angle θ , appelé l'angle poloïdal. R est appelé le grand rayon et r , le petit rayon. Le cercle de rayon $R = R_0$ est appelé l'axe magnétique. Les vecteurs unitaires sont définis par

$$\mathbf{e}_r = \frac{\partial_r \mathbf{r}}{\|\partial_r \mathbf{r}\|} = \cos \theta \sin \varphi \mathbf{e}_X + \cos \theta \cos \varphi \mathbf{e}_Y + \sin \theta \mathbf{e}_Z \quad (2.37)$$

$$\mathbf{e}_\theta = \frac{\partial_\theta \mathbf{r}}{\|\partial_\theta \mathbf{r}\|} = -\sin \theta \sin \varphi \mathbf{e}_X - \sin \theta \cos \varphi \mathbf{e}_Y + \cos \theta \mathbf{e}_Z \quad (2.38)$$

$$\mathbf{e}_\varphi = \frac{\partial_\varphi \mathbf{r}}{\|\partial_\varphi \mathbf{r}\|} = \cos \varphi \mathbf{e}_X - \sin \varphi \mathbf{e}_Y \quad (2.39)$$

Dans ce système de coordonnées, le champ magnétique de confinement s'écrit

$$\mathbf{B} = B_\varphi \mathbf{e}_\varphi + B_\theta(r) \mathbf{e}_\theta \quad (2.40)$$

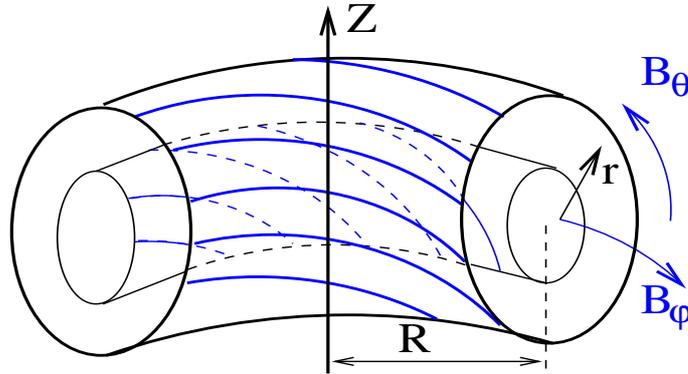


FIGURE 2.7 – Géométrie du champ magnétique dans un tokamak de section circulaire. Il y a deux composantes, toroïdale très intense B_φ et poloïdale B_θ . Ce schéma montre deux surfaces magnétiques situées à deux petits rayons différents. Les lignes de champ sont plus inclinées sur la surface magnétique la plus externe. C'est ce qu'on appelle le cisaillement du champ magnétique [15].

où $B_\varphi \gg B_\theta$ et $B_\varphi \approx$ constante (figure 2.7). En réalité, la description des surfaces magnétiques comme tores circulaires concentriques n'est correcte que jusqu'à l'ordre ϵ . Des corrections comme le décalage de la position des centres $R_c(r)$, appelé décalage de Shafranov, sont d'un ordre supérieur, $(R_c - R_0)/R_0 \propto \epsilon^2$.

2.4 Facteur de sécurité

La configuration magnétique d'un tokamak est décrite par l'inverse du taux d'enroulement des lignes de champ,

$$q = \left\langle \frac{d\varphi}{d\theta} \right\rangle \quad (2.41)$$

Le taux d'enroulement est appelé "winding number" en anglais, et utilisé dans d'autres disciplines, comme les mathématiques. On peut aussi écrire

$$q = \frac{\mathbf{B} \cdot \nabla \varphi}{\mathbf{B} \cdot \nabla \theta} \quad (2.42)$$

ce qui donne

$$q = \frac{r B_\varphi}{R B_\theta} \quad (2.43)$$

La grandeur q représente le nombre de tours effectués par la ligne de champ dans la direction toroïdale pour un tour dans la direction poloïdale, elle mesure donc l'hélicité de la ligne de champ. En physique des tokamaks, on l'appelle "facteur de sécurité" car elle doit être supérieure à un pour éviter des instabilités macroscopiques, qui ont la même échelle spatiale que l'équilibre,

et peuvent détruire le confinement par une disruption. Une ligne de champ peut se refermer sur elle-même après avoir fait n grands tours dans la direction toroïdale et m tours dans la direction poloidale. Sur cette surface magnétique, le facteur de sécurité est égal à m/n , ce qui est un nombre rationnel. Une telle surface magnétique est appelée surface magnétique rationnelle ou résonante (figures 2.8 et 2.9).

On peut exprimer le champ magnétique de confinement (2.40) en fonction du facteur de sécurité,

$$\mathbf{B} = B_\varphi \left(\mathbf{e}_\varphi + \frac{r}{Rq} \mathbf{e}_\theta \right) = \frac{B_0 R_0}{R} \left(\mathbf{e}_\varphi + \frac{r}{Rq} \mathbf{e}_\theta \right) \quad (2.44)$$

où B_0 désigne sa valeur sur l'axe magnétique. En physique des stellarators, on utilise la grandeur $\iota \propto 1/q$ pour mesurer l'hélicité des lignes de champ. Dans les expériences sur les tokamaks, on est libre de choisir le profil de q . Dans certains cas, on choisit un profil monotone (q croissant), et dans d'autres cas, un profil non-monotone, par exemple un profil inversé (avec un creux), si bien que q prend la même valeur sur deux surfaces rationnelles distinctes.

2.5 Cisaillement magnétique

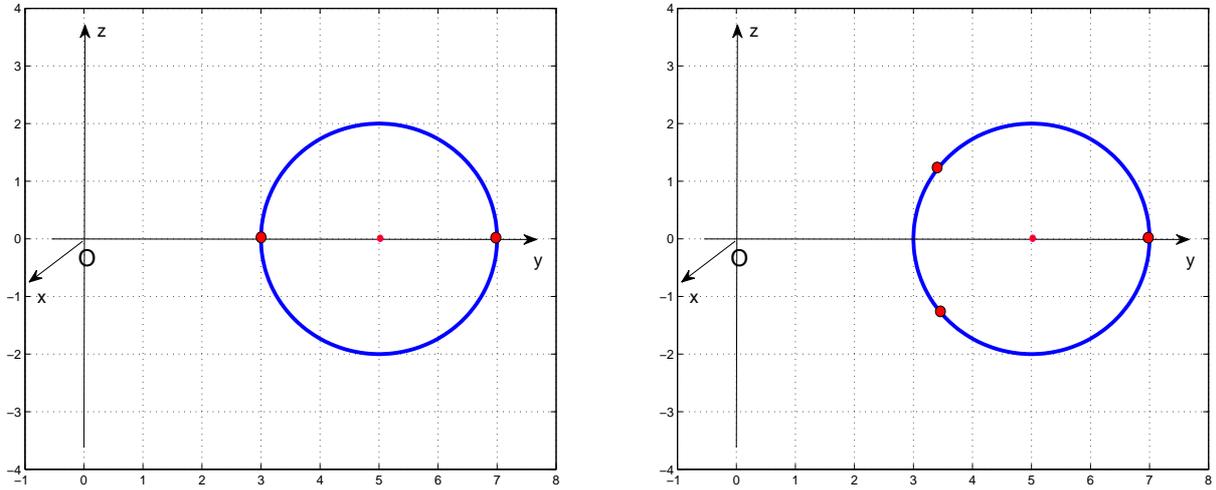
Dans un tokamak, le paramètre q dépend du petit rayon r : on dit que le champ magnétique est cisailé (figure 2.7). Le cisaillement magnétique est défini par

$$s = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr} \quad (2.45)$$

On le note s car cisaillement se dit "shear" en anglais, c'est donc la première lettre de ce mot qui sert de notation. La longueur de cisaillement magnétique L_s est définie par

$$L_s = \frac{qR}{s} \quad (2.46)$$

Note : je signale que les figures portant le signe $[\varphi]$ en fin de légende ont été réalisées par moi-même, et celles portant le signe $[\varphi M]$ avec le logiciel Matlab (version 2007a).



b)

FIGURE 2.8 – Coupe poloïdale montrant a) la ligne de champ sur la surface rationnelle $q = 2$. b) la ligne de champ sur la surface rationnelle $q = 3$. Les points rouges entourés de noir situés sur le cercle bleu représentent l'intersection de la ligne de champ avec le plan poloïdal $[\varphi M]$.

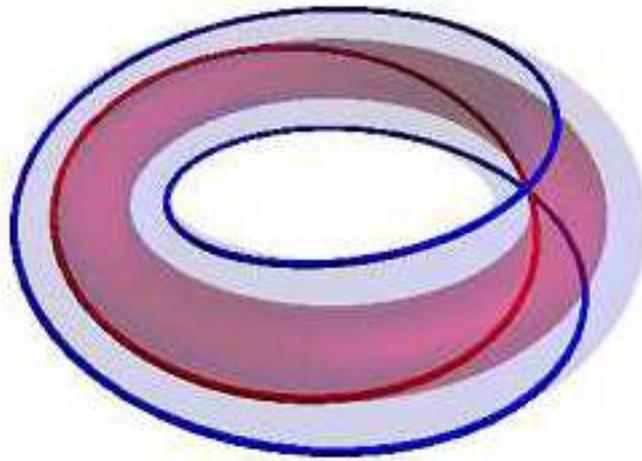


FIGURE 2.9 – Représentation tridimensionnelle des lignes de champ sur les surfaces rationnelles $q = 1$ (en rouge) et $q = 2$ (en bleu) [19].

Chapitre 3

Modèle pour la turbulence de ballonnement résistif

Dans cette thèse, on s'intéresse à la turbulence de ballonnement résistif dans le plasma de bord du tokamak. Dans ce chapitre, on va présenter le modèle, afin d'établir le système d'équations, qui sera ensuite résolu numériquement par le code RBM3D, dont la méthode numérique est présentée dans l'annexe C. Mais avant cela, on va présenter l'instabilité de ballonnement résistif, et en particulier l'analogie qu'on peut établir avec l'instabilité de Rayleigh-Taylor, qui se produit dans les fluides neutres. On va s'intéresser notamment au seuil d'apparition de la convection. Enfin, on présentera les hypothèses nécessaires à la résolution numérique du modèle.

3.1 L'instabilité de ballonnement résistif

L'instabilité de ballonnement résistif est une instabilité de type échange ("interchange" en anglais). En physique des plasmas, on parle ainsi couramment de l'instabilité d'interchange. Elle se produit dans les zones du tokamak où le gradient de pression est en compétition avec la courbure du champ magnétique (figure 3.1). Elle repose sur le même principe que l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans les fluides neutres, qui se produit lorsqu'un fluide léger se trouve en-dessous d'un fluide plus lourd : cette configuration est instable et tend à s'inverser, de petites perturbations apparaissent à l'interface entre les deux fluides, s'amplifient et se renforcent. Il va alors se produire un renversement de la configuration, de sorte que le fluide lourd se retrouvera en bas (figure 3.2a, schéma de droite). L'instabilité est déclenchée lorsque le gradient de densité et le poids sont de sens opposés, c'est-à-dire quand le gradient de densité est orienté vers le haut. Elle se produit par exemple dans un récipient dans lequel on verse de l'eau sur de l'huile. Dans un tokamak, on peut établir une analogie avec cette instabilité, le gradient de pression jouant le rôle du gradient de densité, et la courbure du champ magnétique, celui de la gravité (figure 3.2b). La température dans le cœur étant plus élevée qu'au bord, le gradient de pression en tout point du plasma est orienté vers le centre (on dit qu'il est centripète). En revanche, la courbure du champ magnétique crée une force \mathbf{F}_g orientée vers l'extérieur, et ceci quel que soit le point où on se place (figures 3.1 et 3.2b). Ainsi, du côté fort champ, \mathbf{F}_g et ∇p sont de même sens : cette zone est donc stable. En revanche, du côté faible champ, \mathbf{F}_g et ∇p sont de

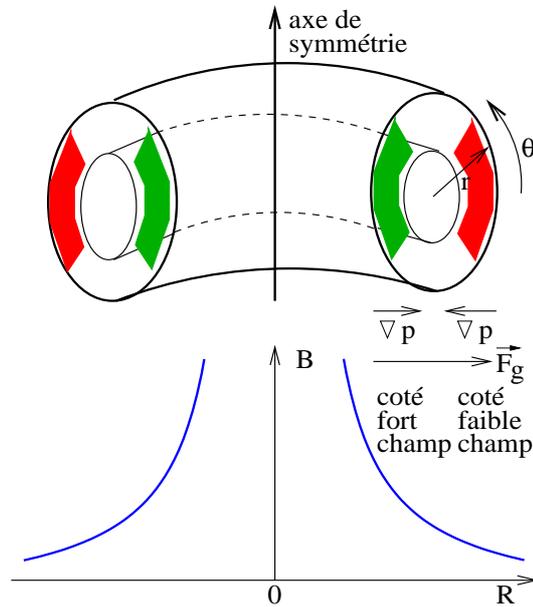


FIGURE 3.1 – Géométrie de l’instabilité de ballonnement dans un tokamak. Les fluctuations sont instables du côté faible champ (zone rouge), et stables du côté fort champ (zone verte) [15].

sens opposés, si bien que cette zone peut devenir instable si le gradient de pression dépasse un seuil. Quand l’instabilité est déclenchée, un flux convectif apparaît : $Q_{\text{conv}}(r, t) = \langle \delta p \times \delta v_r \rangle_{\theta, \varphi}$, δv_r étant les fluctuations de vitesse radiale. Il y a donc un flux de matière vers le bord, ce qui dégrade le confinement du plasma et engendre une contrainte thermique sur la paroi de la machine.

Le mécanisme d’échange est à l’origine d’autres phénomènes physiques dans le tokamak, comme l’instabilité ITG (Ion Temperature Gradient, “gradient de température ionique”), qui se produit dans la région de cœur du plasma. Il est aussi à l’origine d’une autre instabilité, l’instabilité de Rayleigh-Bénard [20], qui se produit dans un fluide chauffé par le bas. En deçà d’un certain seuil en flux de chaleur injecté, la conduction seule est suffisante pour transporter la chaleur des zones chaudes aux zones froides, mais au delà de ce seuil, la conduction se révèle insuffisamment efficace, et des rouleaux de convection apparaissent. La thermalisation est donc assurée par un transport direct de matière, le fluide chaud étant convecté vers le haut. La naissance de ces cellules de convection est la signature de l’instabilité. Dans la nature, cette instabilité se produit par exemple dans le Soleil et dans toutes les étoiles, dans l’atmosphère terrestre et dans l’atmosphère de toutes les planètes : elle est donc à l’origine de la "grande tache rouge" de Jupiter mais aussi des autres "taches" plus petites de Jupiter, de la "tache bleue" de Neptune, etc ... Le mécanisme d’échange est à l’origine de tous les phénomènes de convection, et par conséquent de nombreux phénomènes de turbulence. Ajoutons pour élargir notre étude qu’un système dans lequel se produit l’instabilité de Rayleigh-Bénard peut se ramener à un attracteur étrange, l’attracteur de Lorenz, qui est également à la base de ce qu’on appelle “l’effet papillon” en physique atmosphérique. L’effet papillon caractérise la sensibilité d’un système aux condi-

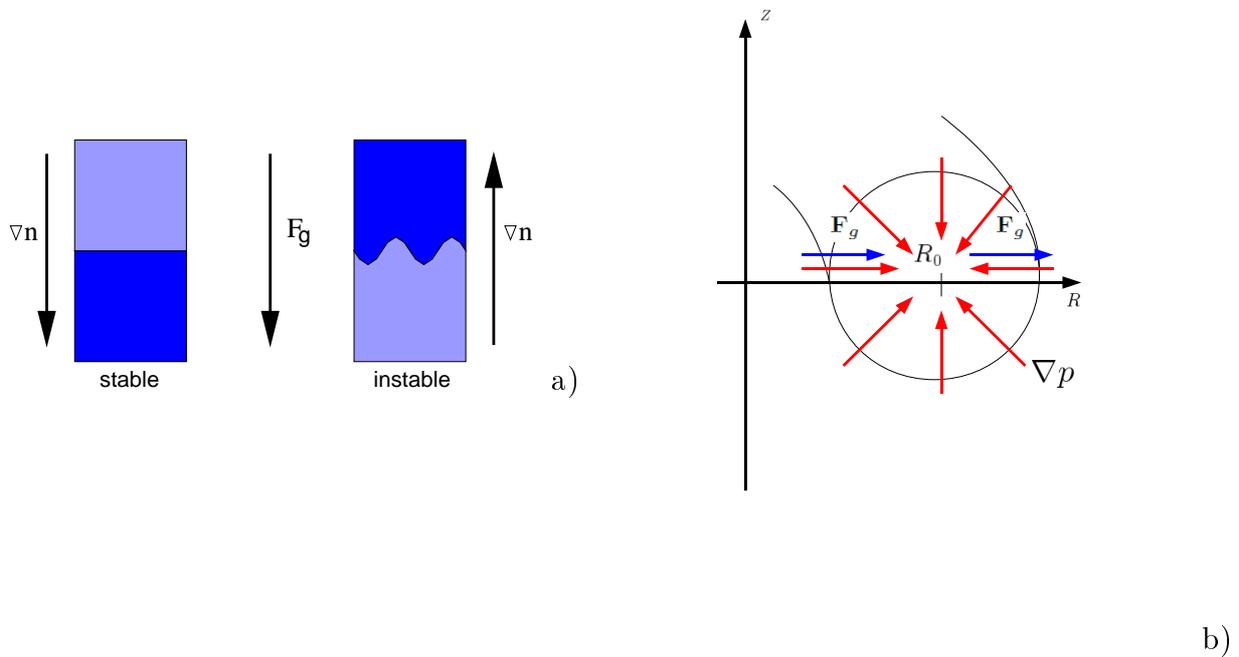


FIGURE 3.2 – (a) schéma de droite : un fluide lourd se trouvant au-dessus d'un fluide léger, et soumis à la gravitation \mathbf{F}_g , est instable : c'est l'instabilité de Rayleigh-Taylor [15]. (b) Instabilité d'échange dans un tokamak. Coupe poloidale mettant en évidence la courbure du champ magnétique et le gradient de pression. Le côté intérieur du tore est analogue au schéma de gauche sur la figure a), et le côté extérieur, au schéma de droite [φ, Openoffice.org 3.1 draw].

tions initiales et montre qu'un système peut être déterministe mais imprévisible. La turbulence de Rayleigh-Bénard s'inscrit dans le cadre plus général de la théorie des systèmes dissipatifs. Le mécanisme d'échange doit son nom au fait qu'il correspond à une inversion de deux tubes de flux voisins, permettant au système de revenir à un état d'énergie plus bas.

3.2 Dédution des équations

Dans ces travaux, le plasma est décrit avec un modèle fluide. Comme on l'a expliqué dans la partie 1.1, les équations fluides sont établies à partir des équations cinétiques. On va maintenant expliquer comment passer du modèle cinétique au modèle fluide. A chaque instant t , une particule est repérée par un point de coordonnées (\mathbf{x}, \mathbf{v}) dans l'espace des phases, \mathbf{x} étant la position et \mathbf{v} la vitesse de la particule. On utilise également le couple de coordonnées (\mathbf{x}, \mathbf{p}) , où $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ est la quantité de mouvement ou impulsion de la particule. C'est ce qu'on appelle le couple position-impulsion associé à la particule. La dynamique spatio-temporelle de la fonction de distribution d'une espèce s est gouvernée par l'équation cinétique de Fokker-Planck :

$$\frac{df_s}{dt} = \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right)_c \quad (3.1)$$

L'opérateur d/dt est appelé la dérivée matérielle, ou dérivée particulaire, ou dérivée totale, et il s'écrit

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{m_s} \Sigma \mathbf{F} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \quad (3.2)$$

où $\Sigma \mathbf{F}$ représente la somme de toutes les forces exercées sur la particule. L'équation (3.1) peut donc s'écrire

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{m_s} \Sigma \mathbf{F}_s \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right)_c \quad (3.3)$$

où \mathbf{x} et \mathbf{v} désignent la position et la vitesse d'une particule, ion ou électron, dans l'espace des phases, l'indice s désigne l'espèce considérée ($s = e$ pour un électron, et $s = i$ pour un ion), $(\partial f_s / \partial t)_c$ est l'opérateur de collision, et

$$\mathbf{F}_s = e_s (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.4)$$

est la force de Laplace, où e_s est la charge de la particule ($e_s = e$ pour un ion, et $e_s = -e$ pour un électron). Afin d'établir les équations de notre modèle fluide, on calcule une moyenne sur l'espace des vitesses pour obtenir les trois premiers moments de la fonction de distribution f_s de l'espèce s ,

$$n_s(\mathbf{x}, t) = \int f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (3.5)$$

$$\mathbf{u}_s(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_s} \int f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \mathbf{v} d^3v \quad (3.6)$$

$$\mathbf{Q}_s(\mathbf{x}, t) = \int f_s(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \frac{1}{2} m_s v^2 \mathbf{v} d^3v \quad (3.7)$$

Ce sont respectivement la densité, la vitesse moyenne et le flux de chaleur de l'espèce s , qui ne dépendent plus de la vitesse individuelle de la particule.

3.2.1 Etablissement des équations de conservation

Le calcul des trois premiers moments de l'équation (3.3) conduit aux équations de continuité, de conservation de la quantité de mouvement et de conservation de l'énergie,

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad (3.8)$$

$$m_s n_s \left(\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + (\mathbf{u}_s \cdot \nabla) \mathbf{u}_s \right) = -\nabla p_s - \nabla \cdot \bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_s + n_s e_s (\mathbf{E} + \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}) + \mathbf{R}_s \quad (3.9)$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{\partial p_s}{\partial t} + \mathbf{u}_s \cdot \nabla p_s \right) + \frac{5}{2} p_s \nabla \cdot \mathbf{u}_s = -\nabla \cdot \mathbf{Q}_s - \bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_s : \nabla \mathbf{u}_s + W_s \quad (3.10)$$

On dit que ce sont des équations de conservation. Le plasma à l'équilibre est décrit par un bilan des forces, obtenu en additionnant les deux équations pour les quantités de mouvement électronique et ionique (3.9). En négligeant les collisions, c'est-à-dire la viscosité, on obtient

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p \quad (3.11)$$

Cette équation exprime le fait que la force magnétique compense la force due à la pression totale $p = p_i + p_e$ du plasma. Mais elle implique aussi $\mathbf{B} \cdot \nabla p = 0$, ce qui signifie que les surfaces magnétiques sont des surfaces à pression constante (isobares). De plus, (3.11) implique aussi $\mathbf{j} \cdot \nabla p = 0$, et par conséquent, les lignes de courant se trouvent également sur les surfaces magnétiques (isocourants). Les surfaces magnétiques sont aussi des isothermes et des isodensités. Dans ce document, p_s désigne la pression de l'espèce s . On suppose que le plasma est un gaz parfait, par conséquent

$$p_s = \frac{3}{2} n_s k_B T_s \quad (3.12)$$

Le tenseur

$$\bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_s = m_s n_s \langle \mathbf{v}'_s \mathbf{v}'_s \rangle - \frac{v^2}{3} \bar{\bar{\mathbf{I}}} \quad (3.13)$$

est la partie anisotrope du tenseur de pression,

$$\mathbf{v}'_s = \mathbf{v} - \mathbf{u}_s \quad (3.14)$$

la vitesse relative,

$$\mathbf{R}_s = \int m_s \mathbf{v} \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right)_c d^3 v \quad (3.15)$$

est la force de friction, et

$$W_s = \int \frac{1}{2} m_s \mathbf{v}'_s \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right)_c d^3 v \quad (3.16)$$

est le terme d'échange d'énergie. Les détails des calculs se trouvent dans [21].

3.2.2 Approximation de dérive

Dans ces travaux, on effectue l'approximation de dérive, qui consiste à exprimer que les échelles de temps des mouvements considérés (en $1/\omega$) sont bien plus lentes que la période de giration des particules (en $1/\omega_{ci}$), ce qui permet de faire une séparation d'échelles. Une fluctuation du potentiel électrique (en d'autres termes, un champ électrique), ou de la pression, engendre une dérive des centres-guides des particules dans la direction perpendiculaire au champ magnétique. Ce concept de dérive est valable tant que les particules effectuent de nombreux cycles avant que leur centre-guide ne se déplace d'un rayon de giration. Les fréquences dynamiques doivent donc être petites devant les fréquences de giration, dont ω_{ci} est la plus petite. Dans cette thèse, on considère des phénomènes dans lesquels les fréquences typiques des fluctuations sont de l'ordre de la fréquence diamagnétique, et sont par conséquent très petites devant la fréquence cyclotronique. Il est alors possible d'effectuer un développement en petites perturbations dans la direction perpendiculaire aux lignes de champ magnétique, afin d'obtenir la vitesse de dérive perpendiculaire $\mathbf{u}_{s\perp}$.

3.2.3 Expressions des vitesses de dérive

Pour établir les expressions des vitesses de dérive perpendiculaires, on définit le petit paramètre ϵ par

$$\epsilon = \frac{\omega}{\omega_{ci}} \quad (3.17)$$

On a $\epsilon \ll 1$, et on veut obtenir l'expression des vitesses de dérive perpendiculaires aux ordres successifs en ϵ ,

$$\mathbf{u}_{s\perp} = \mathbf{u}_{s\perp}^{(0)} + \epsilon \mathbf{u}_{s\perp}^{(1)} + \epsilon^2 \mathbf{u}_{s\perp}^{(2)} + \mathbf{O}(\epsilon^3) \quad (3.18)$$

En pratique on s'arrête à l'ordre 2.

Vitesse de dérive électrique et vitesse de dérive diamagnétique

On sépare alors la dynamique selon les directions parallèle et perpendiculaire aux lignes de champ magnétique. Dans la direction parallèle, l'échelle spatiale des fluctuations est beaucoup plus grande que le rayon de Larmor hybride ρ_s . En prenant le produit vectoriel de l'équation (3.9) avec \mathbf{B} , on obtient l'expression suivante au premier ordre en ϵ :

$$\mathbf{u}_{s\perp} = \mathbf{u}_E + \mathbf{u}_{s\nabla p} \quad (3.19)$$

où \mathbf{u}_E est la vitesse de dérive électrique, et $\mathbf{u}_{s\nabla p}$ la vitesse diamagnétique, définies par :

$$\mathbf{u}_E = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} = \frac{\mathbf{B} \times \nabla \phi}{B^2} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{u}_{s\nabla p} = \frac{\mathbf{B} \times \nabla p_s}{n_s e_s B^2} \quad (3.21)$$

L'expression (3.20) montre que la vitesse de dérive électrique ne dépend ni de la charge, ni de la masse. Par conséquent, elle est parfaitement identique pour les ions et les électrons, de même sens et de même intensité. Elle représente le terme d'ordre zéro de la vitesse de dérive. La vitesse (3.21) est qualifiée de diamagnétique, car elle crée un courant qui réduit le champ magnétique de confinement. L'expression (3.21) montre que les vitesses diamagnétiques électronique et ionique sont de sens opposés. La vitesse diamagnétique est également notée \mathbf{v}_s^* , et elle représente le terme d'ordre 1 de la vitesse de dérive. Dans toute la suite de ce document, on suppose que $n_i = n_e = n$, hypothèse réaliste qui exprime la quasi-neutralité du plasma. En effet, à très petite échelle, à l'échelle d'une ou quelques particules, le plasma n'est pas neutre, du fait des séparations de charge microscopiques locales causées par les collisions coulombiennes. Mais au-delà d'une certaine échelle, ces séparations de charge ne sont plus visibles, et on peut considérer le plasma comme neutre.

Hypothèse électrostatique

Le champ électrique s'écrit

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (3.22)$$

Dans ces travaux, on fait l'hypothèse électrostatique, c'est-à-dire qu'on néglige la variation temporelle du potentiel-vecteur par rapport au gradient spatial du potentiel électrique, si bien qu'on écrit

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (3.23)$$

Cela signifie qu'on néglige le champ magnétique créé par le plasma. En effet, les ions et les électrons du plasma constituent une distribution de courants, qui engendre un champ magnétique dépendant des 3 dimensions d'espace et du temps. Bien que les observations expérimentales aient montré que les fluctuations magnétiques sont très faibles ($\tilde{B}/B \sim 10^{-4}$), beaucoup plus faibles que les fluctuations de densité, de température et de pression, celles-ci jouent un rôle très important dans la dynamique du plasma et le déclenchement des instabilités. Elles jouent également un rôle capital dans l'apparition des ELMs. Dans la pratique, on mesure les fluctuations du flux magnétique poloidal $\tilde{\psi}$ plutôt que les fluctuations du champ magnétique lui-même.

En raison de la faible masse des électrons, les termes liés à la vitesse diamagnétique électronique sont négligés, si bien qu'on peut s'arrêter à l'ordre zéro et écrire

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_{e\parallel} + \mathbf{u}_{e\perp}^{(0)} = \mathbf{u}_{e\parallel} + \mathbf{u}_E \quad (3.24)$$

Cependant, pour les ions, la vitesse de dérive perpendiculaire au premier ordre en ϵ doit être retenue, car sa divergence est du même ordre que les divergences des vitesses d'ordre inférieur. On a donc

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{i\parallel} + \mathbf{u}_{i\perp}^{(0)} + \mathbf{u}_{i\perp}^{(1)} \quad (3.25)$$

Ces calculs conduisent alors à un modèle à deux fluides, les ions et les électrons. Le détail des calculs se trouve dans [15].

La vorticité

La poursuite de la modélisation nécessite l'introduction d'une grandeur très utile en dynamique des fluides, la vorticité. Not e Ω , elle est définie par

$$\Omega = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{u} \quad (3.26)$$

En introduisant la vitesse de dérive électrique, on obtient

$$\Omega = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{u}_E = -\nabla \cdot (\nabla_{\perp} \phi) = -\nabla_{\perp}^2 \phi \quad (3.27)$$

Le mot "vorticité" vient du mot latin "vortex", qui signifie "retourner". La vorticité mesure l'intensité des tourbillons dans l'écoulement, elle est reliée à la vitesse de rotation locale du fluide. Elle est aussi appelée "fonction de courant" (en anglais, "stream function"). En dynamique des fluides, il est souvent très utile d'écrire un champ de vitesses à l'aide de cette fonction de courant.

3.2.4 Système d'équations du modèle

La modélisation conduit au système d'équations suivant, constitué d'une équation pour la vorticité,

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{nm_i}{B^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u}_E + \mathbf{u}_{i\nabla p}) \cdot \nabla \right) \nabla_{\perp} \phi \right) &= \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - 2\mathbf{g} \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla p \right) \\ &+ \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{i\perp}}{B^2} \nabla (\nabla_{\perp}^2 \phi) \right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

d'une équation pour la pression ionique p_i ,

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) p_i &= \frac{5}{2} \mathbf{g} \cdot \left(\frac{2\mathbf{B}}{B^2} \times \left(p_i \nabla \phi + \frac{k_B T_i}{e} \nabla p_i + \frac{p_i}{e} \nabla k_B T_i \right) \right) \\ &- \frac{5}{2} p_i \nabla \cdot \mathbf{u}_{i\perp}^{(1)} - \frac{5}{2} p_i \nabla_{\parallel} u_{i\parallel} + \kappa_{i\parallel} \nabla_{\parallel}^2 k_B T_i + \kappa_{i\perp} \nabla_{\perp}^2 k_B T_i \end{aligned} \quad (3.29)$$

et d'une équation pour la pression  lectronique p_e ,

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) p_e &= \frac{5}{2} \mathbf{g} \cdot \left(\frac{2\mathbf{B}}{B^2} \times \left(p_e \nabla \phi - \frac{k_B T_e}{e} \nabla p_e - \frac{p_e}{e} \nabla k_B T_e \right) \right) \\ &+ \frac{5}{2} \frac{k_B T_e}{e} \nabla_{\parallel} j_{\parallel} - \frac{5}{2} p_e \nabla_{\parallel} u_{e\parallel} + \kappa_{e\parallel} \nabla_{\parallel}^2 k_B T_e + \kappa_{e\perp} \nabla_{\perp}^2 k_B T_e \end{aligned} \quad (3.30)$$

où \mathbf{g} est le vecteur courbure du champ magnétique, précédemment défini par la relation (2.18), et $\kappa_{i\parallel}$, $\kappa_{i\perp}$, $\kappa_{e\parallel}$ et $\kappa_{e\perp}$ sont les diffusivités thermiques collisionnelles des ions et des électrons, dans les directions parallèle et perpendiculaire aux lignes de champ magnétique.

3.2.5 Loi d'Ohm

La poursuite de la modélisation nécessite d'établir la loi d'Ohm. En prenant la composante parallèle au champ magnétique de l'équation (3.9), et en effectuant les simplifications faites dans [15], on obtient l'équation pour la vitesse parallèle,

$$nm_s \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) u_{s\parallel} + \nabla_{\parallel} \cdot (\bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_s - \bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_{s\nabla u}) - R_{s\parallel} = -\nabla_{\parallel} p_s - ne_s \left(\nabla_{\parallel} \phi + \frac{\partial}{\partial t} \delta A_{\parallel} \right) \quad (3.31)$$

Une combinaison linéaire de l'équation (3.31) pour les ions et les électrons donne une équation pour le courant parallèle j_{\parallel} ,

$$\frac{m_e}{e} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) j_{\parallel} - \nabla_{\parallel} \cdot (\bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_e - \bar{\bar{\mathbf{\Pi}}}_{e\nabla u}) + R_{e\parallel} = \nabla_{\parallel} p_e - ne \left(\nabla_{\parallel} \phi + \frac{\partial}{\partial t} \delta A_{\parallel} \right) \quad (3.32)$$

où les termes en m_e/m_i ont été négligés. En négligeant la viscosité des électrons, on obtient la loi d'Ohm

$$\frac{m_e}{ne^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) j_{\parallel} + \eta_{\parallel} j_{\parallel} = -\nabla_{\parallel} \phi + \frac{1}{ne} \nabla_{\parallel} p_e + \frac{\alpha_{T\parallel}}{T_e} \nabla_{\parallel} T_e - \frac{\partial}{\partial t} \delta A_{\parallel} \quad (3.33)$$

où $\alpha_{T\parallel}$ est le coefficient de thermoélectricité. Dans ces travaux, on néglige le terme d'inertie électronique, du fait de la faible masse des électrons. De plus, on se restreint aux fluctuations électrostatiques en négligeant les fluctuations temporelles du potentiel-vecteur. Dans la région de bord, le plasma est relativement froid et les collisions coulombiennes jouent un rôle important, si bien que la résistivité électrique η_{\parallel} est retenue.

3.2.6 Hypothèses simplificatrices supplémentaires

Passage d'une description bi-fluide à une description mono-fluide

On peut encore simplifier le modèle en passant d'une description à deux fluides à une description à un seul fluide. Pour cela, on additionne les équations de pression (3.29) et (3.30) pour faire apparaître la pression totale $p = p_e + p_i$.

Simplifications supplémentaires

L'ajout des hypothèses suivantes permet d'établir le système d'équations aux dérivées partielles de notre modèle :

- la vitesse diamagnétique ionique $\mathbf{u}_{i\nabla p}$ est négligée devant la vitesse de dérive électrique \mathbf{u}_E dans l'équation de vortacité (3.28),
- les termes en ∇p_s et $\nabla k_B T_s$ sont négligés dans les équations de pression (3.29) et (3.30),
- le couplage à la dynamique parallèle par l'intermédiaire des termes en j_{\parallel} et $u_{i\parallel}$ est supprimé dans les équations de pression (3.29) et (3.30). Celui-ci engendre les ondes de dérive, non étudiées dans ces travaux.
- dans la loi d'Ohm (3.33), les termes de pression et de température électronique sont négligés

par rapport au terme de potentiel électrique, si bien que la loi d'Ohm électrostatique se réduit à

$$\tilde{j}_{\parallel} = -\frac{1}{\eta_{\parallel}} \nabla_{\parallel} \phi \quad (3.34)$$

où \tilde{j}_{\parallel} désigne les fluctuations du courant parallèle. Dans ces travaux, une valeur moyenne est notée \bar{f} et les fluctuations, \tilde{f} ou δf . En supposant que le courant parallèle d'équilibre ne varie pas le long des lignes de champ, c'est-à-dire que $\nabla_{\parallel} \bar{j}_{\parallel} = 0$, la loi d'Ohm (3.34) permet de remplacer le courant parallèle dans l'équation de vorticité (3.28).

La poursuite de la modélisation fait intervenir des diffusivités thermiques collisionnelles effectives $\tilde{\chi}_{\parallel 0}$ et $\tilde{\chi}_{\perp 0}$, définies par

$$\tilde{\chi}_{\parallel 0} \nabla_{\parallel} p \propto \frac{2}{3} \kappa_{e\parallel} \nabla_{\parallel} (k_B T_e) + \frac{2}{3} \kappa_{i\parallel} \nabla_{\parallel} (k_B T_i) \quad (3.35)$$

dans la direction parallèle au champ magnétique et

$$\tilde{\chi}_{\perp 0} \nabla_{\perp} p \propto \frac{2}{3} \kappa_{e\perp} \nabla_{\perp} (k_B T_e) + \frac{2}{3} \kappa_{i\perp} \nabla_{\perp} (k_B T_i) \quad (3.36)$$

dans la direction perpendiculaire au champ magnétique [15].

Système d'équations mono-fluides du modèle

On additionne alors les équations de pression (3.29) et (3.30), pour aboutir au système d'équations aux dérivées partielles modélisant la turbulence de ballonnement résistif électrostatique,

$$\frac{n_0 m_i}{B_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) \nabla_{\perp}^2 \phi = -\frac{1}{\eta_{\parallel}} \nabla_{\parallel}^2 \phi - \frac{2}{B_0 R_0} G p + \frac{\mu_{i\perp 0}}{B_0^2} \nabla_{\perp}^4 \phi \quad (3.37)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_E \cdot \nabla \right) p = \frac{5}{3} \frac{2p_0}{B_0 R_0} G \phi + \tilde{\chi}_{\parallel 0} \nabla_{\parallel}^2 p + \tilde{\chi}_{\perp 0} \nabla_{\perp}^2 p \quad (3.38)$$

où n_0 est la densité de référence, m_i la masse d'un ion, B_0 la valeur du champ magnétique sur l'axe magnétique, $\mathbf{u}_E \cdot \nabla f$ représente l'advection du champ f par la vitesse de dérive électrique,

$$\mathbf{u}_E \cdot \nabla f = \frac{1}{B_0} \{ \phi, f \} \quad (3.39)$$

Dans cette expression, la notation utilisée est le crochet de Poisson. C'est une forme bilinéaire antisymétrique, définie par

$$\{ f, g \} = (\nabla f \times \nabla g) \cdot \mathbf{e}_z \quad (3.40)$$

appelée jacobien en mathématiques, et repr santant les non-linéarités dues à la convection. ∇_{\perp}^2 est l'opérateur de diffusion, défini par

$$\nabla_{\perp}^2 f = \nabla \cdot (\nabla_{\perp} f) \quad (3.41)$$

∇_{\parallel} est le gradient parallèle aux lignes de champ magnétique, défini par

$$\nabla_{\parallel} = \mathbf{b} \cdot \nabla \quad (3.42)$$

Dans les équations, les divergences de la forme $\nabla \cdot (\mathbf{B}/B^2 \times \nabla f)$ sont reformulées en faisant apparaître le vecteur courbure du champ magnétique \mathbf{g} ,

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla f \right) \approx -2\mathbf{g} \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla f \right) \quad (3.43)$$

les calculs étant présentés dans [15] (paragraphe 2.2.2, page 13). En introduisant l'opérateur G , défini par

$$G = \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} + \cos \theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (3.44)$$

on peut montrer que

$$-2\mathbf{g} \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{B^2} \times \nabla f \right) = -\frac{2}{B_0 R_0} (Gf + O(\epsilon)) \quad (3.45)$$

G est l'opérateur courbure du champ magnétique. Enfin, $\mu_{i\perp 0}$ est la viscosité ionique perpendiculaire, et p_0 la pression totale de référence, qui correspond à la valeur de la pression pour un plasma standard, qu'on appelle le cas de référence.

Modélisation en physique

Dans les lignes qui suivent, on discute des niveaux de complexité des modèles en physique et des avantages et inconvénients qui en résultent. Notre modèle est assez simpliste, et il existe de nos jours des modèles beaucoup plus complexes étudiant la même problématique que la nôtre, comme celui de Guillaume Fuhr ou celui d'Eric Nardon, etc ... Ces modèles sont certes plus réalistes, prenant en compte davantage de phénomènes physiques, mais ils présentent aussi des inconvénients non-négligeables : ils nécessitent en effet davantage de ressources numériques, car les temps de calcul sont beaucoup plus longs, de sorte qu'il faut faire appel au calcul massivement parallèle. De plus, les résultats sont plus difficiles à dépouiller et à interpréter, de sorte qu'il est parfois difficile de comprendre ce qu'on observe. Un modèle simple comme le nôtre a certes pour inconvénient de ne pas rendre compte de tous les phénomènes physiques, mais il a pour avantages : la rapidité des calculs numériques, donc moins de ressources numériques, et une plus grande maniabilité. De plus, les résultats sont plus faciles à interpréter, et le modèle est également plus clair.

3.3 Normalisations

Pour résoudre le système d'équations (3.37)-(3.38), il est nécessaire de travailler avec des grandeurs sans dimension. Par conséquent, la poursuite de la modélisation nécessite d'adimensionner le problème. Dans ce but, on introduit un temps caractéristique τ , ainsi que des

longueurs caractéristiques ξ et L_{\parallel} dans les directions perpendiculaire et parallèle aux lignes de champ magnétique. Les grandeurs normalisées s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} t_N = \frac{t}{\tau}, \quad x = \frac{r - r_0}{\xi}, \quad y = \frac{r_0 \theta}{\xi}, \quad z = \frac{R_0 \varphi}{L_{\parallel}}, \\ \phi_N = \frac{\tau \phi}{B_0 \xi^2}, \quad p_{sN} = \frac{p_s}{P} \end{aligned} \quad (3.46)$$

où r_0 représente la position de la surface magnétique de facteur de sécurité $q_0 = 3$.

Opérateurs normalisés

L'introduction de ces nouvelles grandeurs permet de normaliser les opérateurs utilisés,

$$\nabla_{\parallel 0N} = L_{\parallel} \nabla_{\parallel 0} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{q(x)} \frac{r_0 L_{\parallel}}{R_0 \xi} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.47)$$

$$\nabla_{\perp N}^2 = \xi^2 \nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{1 + \xi x / r_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(1 + \frac{\xi x}{r_0} \right) \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{(1 + \xi x / r_0)^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (3.48)$$

$$\{f, g\}_N = \xi^2 \{f, g\} = \frac{1}{1 + \xi x / r_0} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x} \right) \quad (3.49)$$

$$G_N = \xi G = \sin \left(\frac{\xi}{r_0} y \right) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{1 + \xi x / r_0} \cos \left(\frac{\xi}{r_0} y \right) \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.50)$$

Dans ces travaux, on fait l'approximation "slab", car l'extension radiale x de la région simulée est petite devant r_0 ,

$$\frac{x}{r_0} \ll 1 \quad (3.51)$$

Par conséquent, les facteurs $1 + \xi x / r_0$ peuvent être supprimés dans les opérateurs (3.48), (3.49) et (3.50). Les opérateurs normalisés s'écrivent finalement :

$$\nabla_{\parallel 0N} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{q(x)} \frac{r_0 L_{\parallel}}{R_0 \xi} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.52)$$

$$\nabla_{\perp N}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (3.53)$$

$$\{f, g\}_N = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x} \quad (3.54)$$

$$G_N = \sin \left(\frac{\xi}{r_0} y \right) \frac{\partial}{\partial x} + \cos \left(\frac{\xi}{r_0} y \right) \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.55)$$

Choix du temps caractéristique

Pour modéliser l'instabilité de ballonnement résistif, on choisit le temps caractéristique suivant,

$$\tau = \frac{\sqrt{R_0 L_p}}{\sqrt{2\tilde{c}_{s0}}} \quad (3.56)$$

appelé "temps d'interchange" dans ces travaux, et noté τ_{int} , où \tilde{c}_{s0} est la vitesse du son, définie par

$$\tilde{c}_{s0} = \sqrt{\frac{p_0}{n_0 m_i}} \quad (3.57)$$

Choix des longueurs caractéristiques perpendiculaire et parallèle

On choisit la longueur caractéristique

$$\xi = \frac{\sqrt{m_i n_0 \eta_{||0}} L_{s0}}{\sqrt{\tau_{\text{int}}} B_0} \quad (3.58)$$

dans la direction perpendiculaire aux lignes de champ magnétique, et

$$L_{||} = L_{s0} \quad (3.59)$$

dans la direction parallèle. Dans ces travaux, la longueur caractéristique perpendiculaire est notée ξ_{bal} .

Choix d'une pression caractéristique

Pour la pression, on choisit la grandeur caractéristique suivante

$$P = \frac{\xi_{\text{bal}} p_0}{L_p} \quad (3.60)$$

où L_p est la longueur caractéristique du gradient de pression,

$$L_p = \frac{\bar{p}}{|\partial \bar{p} / \partial x|} \quad (3.61)$$

La poursuite de la modélisation nécessite d'introduire le nombre d'onde poloïdal,

$$\kappa_y = \frac{\xi_{\text{bal}}}{r_0} \quad (3.62)$$

et le nombre d'onde toroïdal,

$$\kappa_z = \frac{L_s}{R_0} \quad (3.63)$$

si bien que le gradient parallèle et la courbure normalisés s'écrivent

$$\nabla_{\parallel 0N} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{q(x)} \frac{\kappa_z}{\kappa_y} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.64)$$

$$G_N = \sin(\kappa_y y) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(\kappa_y y) \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.65)$$

Système d'équations normalisées du modèle

Le système d'équations normalisées pour la turbulence de ballonnement résistif électrostatique s'écrit alors,

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi + \{\phi, \nabla_{\perp}^2 \phi\} = -\nabla_{\parallel}^2 \phi - Gp + \nu \nabla_{\perp}^4 \phi \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \{\phi, p\} = \delta_c G\phi + \chi_{\parallel} \nabla_{\parallel}^2 p + \chi_{\perp} \nabla_{\perp}^2 p \quad (3.67)$$

avec

$$\nu = \frac{\tau_{\text{int}}}{\xi_{\text{bal}}^2} \frac{\mu_{i\perp 0}}{m_i n_0}, \quad \delta_c = \frac{5}{3} \frac{2L_p}{R_0}, \quad \chi_{\parallel} = \frac{\tau_{\text{int}}}{L_{s0}^2} \tilde{\chi}_{\parallel 0}, \quad \chi_{\perp} = \frac{\tau_{\text{int}}}{\xi_{\text{bal}}^2} \tilde{\chi}_{\perp 0} \quad (3.68)$$

Par conséquent, la modélisation conduit à un système de deux équations aux dérivées partielles (EDP) couplées et non-linéaires, les non-linéarités étant contenues dans les termes de crochets de Poisson. Malheureusement, du fait de sa trop grande complexité, en particulier de sa non-linéarité et de la présence d'un trop grand nombre de variables (x, y, z, t soit 4 variables), ce système d'EDP ne peut pas être résolu de façon analytique. Par conséquent, il est nécessaire d'employer une méthode numérique, qui consiste à discrétiser le système d'EDP, en choisissant un maillage spatial et un maillage temporel, et à itérer dans le temps, en partant de conditions initiales données (annexe C). On précise que dorénavant, on ne travaillera qu'avec des grandeurs normalisées, et on omettra l'indice N pour alléger les notations. Ainsi, sur toutes les figures présentées dans la suite, le temps sera exprimé en unités normalisées.

3.4 Résolution numérique du modèle

La résolution numérique du modèle nécessite de délimiter une zone de l'espace dans laquelle le modèle va être résolu, appelée domaine de simulation. Dans ces travaux, on a choisi la surface résonante $q_0 = 3$ comme centre de la barrière de transport, comme on va l'expliquer dans le chapitre 4, car cette surface est située au bord, et le domaine de simulation est délimité de part et d'autre de cette surface par la surface rationnelle $q_1 = 2.5$ vers le cœur et la surface rationnelle $q_2 = 3.5$ vers le bord. Ceci permet de délimiter le volume de plasma dans lequel le modèle va être résolu. Cependant, aux extrémités du domaine de simulation, les gradients peuvent atteindre des valeurs très élevées et même dépasser le plus grand nombre représenté dans l'ordinateur, on obtient alors à l'écran un "NaN", qui signifie "not a number", ce qui indique que le calcul diverge, avant d'aboutir à une interruption totale du calcul. Pour éviter cela, on

doit ajouter deux zones supplémentaires de part et d'autre du domaine de simulation, appelées zones tampons. Par conséquent, le domaine de simulation complet est délimité par $x_{\min} < x_{q=2.5}$ vers le centre, et $x_{\max} > x_{q=3.5}$ vers le bord (figure 3.3). Le choix d'un tel domaine de simulation correspond à un plasma de bord typique du tokamak TEXTOR.

Par ailleurs, on se place dans un cas où le transport de chaleur parallèle aux lignes de champ est beaucoup plus rapide que dans la direction perpendiculaire. Cette situation correspond à ce qui se passe couramment dans un plasma de tokamak : les particules chargées se déplacent très rapidement le long des lignes de champ en dérivant très lentement vers le bord. Ainsi, on peut par exemple choisir les valeurs suivantes pour les coefficients normalisés, $\chi_{\parallel} = 1$ et $\chi_{\perp} = 0.93$ (pour les normalisations, voir la relation (3.68) dans le paragraphe précédent). Les coefficients de diffusion réels valent alors $\tilde{\chi}_{\parallel 0} \approx 2.25 \times 10^6 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $\tilde{\chi}_{\perp 0} \approx 0.75 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, on constate donc que $\tilde{\chi}_{\parallel 0} \gg \tilde{\chi}_{\perp 0}$. De plus, la viscosité normalisée est choisie telle que $\nu = \chi_{\perp} = 0.93$, et le paramètre de courbure normalisé est fixé à $\delta_c = 0.01$. On choisit les paramètres de référence : densité n_0 , pression p_0 ainsi que le champ magnétique en $r = 0$ B_0 , la longueur de gradient de pression L_p , la résistivité $\eta_{\parallel 0}$ et la longueur de cisaillement L_s telles que la longueur perpendiculaire ξ_{bal} soit égale à $9 \times 10^{-4} \text{ m}$, ce qui donne pour le nombre d'onde poloïdal $\kappa_y = 9 \times 10^{-4} / 0.45 = 0.002$. La longueur de cisaillement L_s est prise égale au grand rayon R_0 , si bien que le nombre d'onde toroidal vaut $\kappa_z = 1$. De plus, la turbulence de ballonnement résistif est générée par une source d'énergie S , localisée près de la limite intérieure du domaine de simulation principal (figure 3.3), ce qui revient à ajouter un terme dans l'équation de conservation de l'énergie (3.67) :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \{\phi, p\} = \delta_c G \phi + \chi_{\parallel} \nabla_{\parallel}^2 p + \chi_{\perp} \nabla_{\perp}^2 p + S \quad (3.69)$$

On dit alors que la turbulence est “forcée par un flux”. Enfin, on choisit dans ces travaux un profil linéaire de $1/q$,

$$\frac{1}{q(x)} = \frac{1}{q_0} - \frac{\kappa_y}{\kappa_z} x \quad (3.70)$$

représenté sur la figure 3.4, le profil de q étant lié au profil de courant dans le plasma. Ce profil ne correspond pas vraiment aux profils expérimentaux, il faudrait plutôt prendre un profil quadratique ou cubique, mais il présente l'avantage de simplifier les calculs analytiques. On peut aussi réaliser des expériences avec des profils dits inversés, c'est-à-dire tels que q prend la même valeur sur 2 surfaces magnétiques distinctes (“reversed shear profile” en anglais). De tels profils ne rentrent pas dans le cadre de notre étude.

3.5 Bilan

Dans ce chapitre, on a présenté notre modèle pour la turbulence de ballonnement résistif, en commençant par mettre en évidence l'analogie qui existe entre l'instabilité d'échange se produisant dans les tokamaks et l'instabilité de Rayleigh-Taylor se produisant dans les fluides neutres [13]. On a vu que l'instabilité d'échange engendre de la convection donc un transport de matière macroscopique vers le bord de la machine, ce qui dégrade le confinement et représente

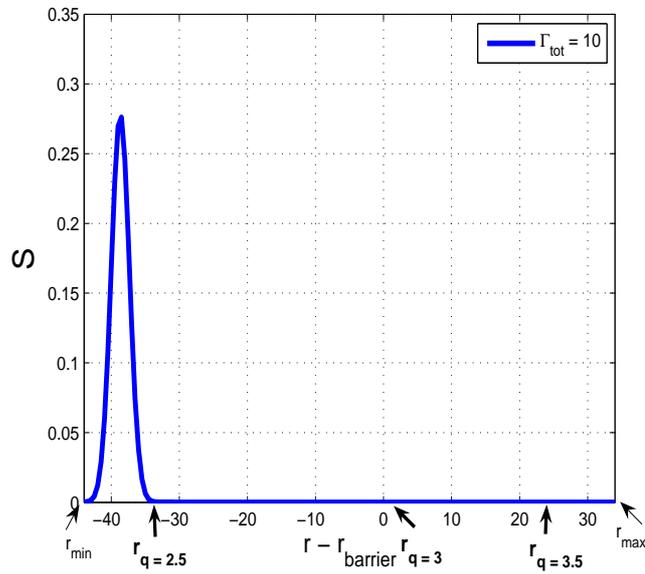


FIGURE 3.3 – Profil radial de la source $S(x)$ (gaussienne), liée au seuil de l’instabilité de ballonnement résistif, c’est-à-dire au gradient de pression à l’équilibre, indiquant ainsi le niveau de turbulence présent dans le système $[\varphi M]$.

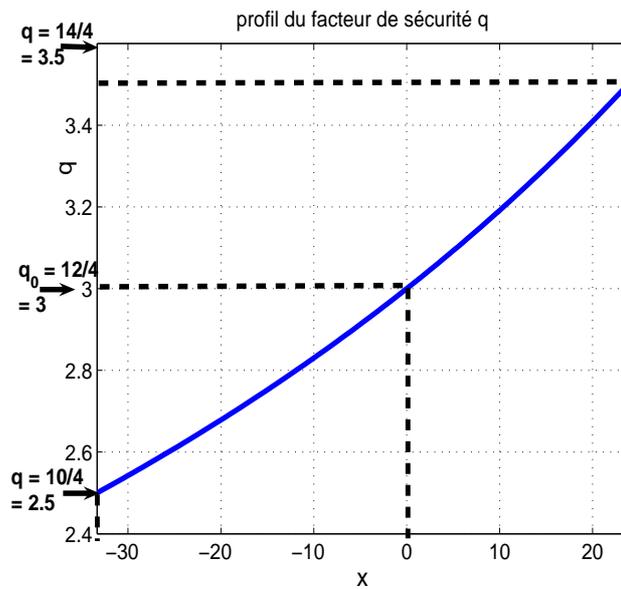


FIGURE 3.4 – Profil radial du facteur de sécurité q $[\varphi M]$.

un danger pour la paroi. Cette instabilité génère donc une turbulence qui engendre une forte dissipation d'énergie. On a ensuite déduit le système d'équations du modèle, un système de deux équations aux dérivées partielles non-linéaires couplées faisant intervenir la pression et le potentiel électrique. Pour cela, on est parti des équations de la physique statistique, l'équation de Fokker-Planck qu'on a écrite pour chaque espèce de particules chargées du plasma, c'est-à-dire pour les ions et les électrons, et on a intégré sur l'espace des vitesses, afin de calculer les moments de la fonction de distribution, qui sont des grandeurs moyennes. Cela a conduit aux équations de continuité et de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, qui constituent le modèle fluide. En faisant l'approximation de dérive, qui permet de négliger les phénomènes rapides, on a établi l'expression des vitesses de dérive perpendiculaires ionique et électronique, ce qui a conduit à un modèle bi-fluide. On a alors établi la loi d'Ohm, qu'on a beaucoup simplifiée en négligeant l'inertie électronique, les effets de pression électronique et les fluctuations du potentiel-vecteur pour ne garder finalement que 2 termes, le terme de courant parallèle faisant intervenir la résistivité, et le terme de potentiel électrique. On a ensuite encore simplifié le modèle en passant à un modèle monofluide, faisant intervenir la pression totale, c'est-à-dire la somme de la pression électronique et de la pression ionique. Des simplifications supplémentaires, telles que l'hypothèse électrostatique, ont permis d'aboutir au système d'équations du modèle final.

Or pour exploiter et résoudre un tel système d'équations, il est nécessaire d'utiliser des grandeurs sans dimension. C'est ce qu'on appelle la normalisation des équations, qui fait intervenir des grandeurs caractéristiques : temps et longueurs caractéristiques, qui permettent de déduire d'autres grandeurs caractéristiques, pression et potentiel électrique caractéristiques. Ces grandeurs caractéristiques sont représentatives des phénomènes physiques étudiés, en l'occurrence ici l'instabilité d'interchange. Ce processus très utilisé en mécanique des fluides en général permet de faire apparaître des nombres sans dimension comme le nombre de Reynolds, de Prandtl, de Froude, de Nusselt, de Rayleigh, etc ... qui sont très utiles pour caractériser un écoulement (visqueux, laminaire, par tranches ...). On a ainsi établi le système d'équations normalisées de notre modèle, le système (3.66-3.67), qui constitue le point de départ de notre étude et de tout ce qui va suivre. A partir d'ici, tous les paramètres seront sans dimension, donc sans unité. Les équations (3.66) et (3.67) sont toutes les deux de type convectif, la convection apparaissant dans le terme de crochet de Poisson. La première, l'équation (3.66), exprime le fait que la divergence du courant perpendiculaire est nulle. Comme elle fait intervenir la vorticité, on l'appellera l'équation de vorticité. La deuxième, l'équation (3.67), exprime la conservation de l'énergie, on l'appellera donc l'équation de conservation de l'énergie.

On a ensuite expliqué pourquoi ce système d'équations ne pouvait pas être résolu analytiquement et necessitait donc un traitement numérique. C'était l'objet du paragraphe 3.4, qui a présenté les hypothèses associées à cette résolution numérique, qui permet d'étudier la dynamique spatio-temporelle du plasma et qui va représenter le cœur de notre étude. La suite de cette étude est entièrement numérique jusqu'au chapitre 6, où un travail analytique a été réalisé. Le chapitre suivant portera sur la dynamique de la barrière de transport, étudiée d'un point de vue numérique, tout ceci se plaçant dans le contexte du contrôle des ELMs, qui sont un aspect incontournable pour le bon fonctionnement du futur tokamak ITER et des futurs réacteurs de fusion.

La turbulence représente un sujet d'étude très important en physique des tokamaks, du fait des pertes d'énergie qu'elle engendre et de son effet très néfaste sur le confinement du plasma et des conséquences que cela peut avoir sur la paroi de la machine. Malgré les travaux déjà réalisés ces dernières décennies, sa complexité est telle qu'il faudra certainement encore des années voire des décennies d'efforts dans tous les pays du monde pour parvenir à une compréhension satisfaisante de la turbulence dans les plasmas de tokamaks. Elle nécessite presque toujours de recourir à un traitement numérique, et la plupart du temps, elle nécessite d'importantes ressources numériques. La complexité des problèmes étudiés dépend beaucoup de leur géométrie. Dans notre cas, le choix de la géométrie toroïdale complique beaucoup les choses. L'étude de la turbulence nécessite des ordinateurs toujours plus puissants, des supercalculateurs (appelés clusters), tels qu'Euregio à Jülich en Allemagne, etc ... qui, par le calcul massivement parallèle, permettent de revenir à des temps de calcul raisonnables. La physique des tokamaks a beaucoup fait progresser d'autres domaines scientifiques, comme l'informatique, progrès qui seront utilisables dans de nombreux domaines ... De même, dans le domaine des ondes, les progrès réalisés en mettant au point les antennes à très hautes fréquences pour le chauffage du plasma ont de nombreuses autres applications. Des avancées considérables ont aussi été réalisées dans le domaine des très basses températures (cryogénie) et des matériaux supraconducteurs, grâce à l'utilisation d'hélium liquide à 1.8 K, c'est-à-dire très proche du zéro absolu, dans les bobines supraconductrices. La physique des tokamaks a fait faire un grand bond en avant à la science, du fait de sa pluridisciplinarité, et ce n'est pas terminé, l'aventure ne fait que commencer ...

Chapitre 4

Dynamique de la barrière de transport

Dans le chapitre précédent, on a établi les équations qui gouvernent notre modèle pour la turbulence de ballonnement résistif. Dans ce chapitre, on va expliquer comment une barrière de transport peut être générée dans les simulations numériques de façon à reproduire le mode H, le mode de confinement amélioré dont on a parlé précédemment. En particulier, on a simulé un cas typique de plasma en mode H, qui va être le point de départ de toutes les simulations réalisées dans le chapitre 5. La simulation de ce cas de figure a permis de mettre en évidence un comportement intermittent de la barrière de transport, qui n'est donc pas stationnaire. Dans ce qui suit, on va présenter dans le détail les résultats numériques mettant en évidence la dynamique de la barrière, en particulier l'évolution temporelle du gradient de pression. Ce comportement intermittent correspond à ce qu'on appelle les oscillations de relaxation de la barrière. Celles observées dans ces travaux ressemblent aux "modes localisés au bord" (ELMs), qui ont été observés sur de nombreux tokamaks et qui constituent un sujet d'étude primordial pour la fusion magnétique. C'est la raison pour laquelle on va effectuer dans un premier temps une présentation générale des ELMs, en s'appuyant sur des résultats expérimentaux obtenus sur divers tokamaks comme ASDEX, JET et DIII-D. Puis on établira le bilan des flux d'énergie de notre modèle, afin d'expliquer la formation de la barrière de transport dans notre modèle.

4.1 Description des ELMs

Une densité trop élevée est une cause bien connue de disruption. Sans les ELMs, il serait difficile d'empêcher la densité d'augmenter trop et les impuretés ainsi que les cendres des réactions de fusion (particules α) de s'accumuler dans le cœur du plasma. Les impuretés sont des espèces autres que celles normalement présentes dans le plasma (c'est-à-dire le deutérium, le tritium et les particules α), par exemple le carbone, le nickel et l'oxygène. En général, elles viennent des composants face au plasma et sont néfastes pour le plasma car elles dispersent une grande quantité de puissance par rayonnement (surtout les impuretés lourdes), refroidissant de cette façon le plasma (et dans certains cas conduisant à une extinction radiative du plasma). De plus, elles diluent le mélange combustible de deutérium et de tritium, ce qui réduit la puissance fusion. On a observé sur plusieurs tokamaks, comme ASDEX [22, 23, 24] et DIII-D, que le régime de confinement amélioré, le mode H, est souvent perturbé par des oscillations de relaxa-

tion quasi-périodiques, associées à des pics d'activité magnétohydrodynamique et d'émission de particules alpha. Ce sont les "modes localisés au bord" ("Edge Localised Modes", ELMs). La figure 4.1 montre l'apparition des ELMs sur la machine JET, par l'intermédiaire de l'évolution temporelle de l'émission de la raie Lyman α du deutérium (notée D_α , tracée sur le graphique du bas, en unités arbitraires c'est-à-dire normalisées à une valeur de référence). Ce diagnostic mesure la quantité de raies α émises quand le deutérium est recyclé, c'est-à-dire quand il revient dans le plasma après avoir frappé le divertor. Par conséquent, le signal D_α donne une mesure directe de la quantité de plasma qui frappe le divertor, ce qui donne à la fois une mesure de la taille des ELMs et de leur fréquence. Le scénario observé sur cette figure est le suivant : quand la puissance de chauffage P_{NBI} augmente (graphique du haut), le plasma passe du mode L au mode H (vers $t = 17.35$) : la transition L-H est particulièrement visible sur le profil de T_e , sur lequel on peut voir un "saut" de température à $t = 17.35$. Puis une série de petits pics à haute fréquence (plusieurs centaines de Hz) apparaissent, appelés ELMs de type III ou ELMs résistifs. Ils disparaissent ensuite, le plasma se trouvant alors toujours en mode H. La puissance de chauffage continue d'augmenter, et de grands pics quasi-périodiques apparaissent, appelés ELMs de type I ou ELMs géants. Ils sont très différents des premiers, d'amplitude beaucoup plus grande et de fréquence bien inférieure [25, 26]. Ils sont également visibles sur le profil de T_e et sur le profil de \bar{n}_e au bord. Cette figure représente ainsi un scénario courant de décharge dans un plasma de tokamak, comme on peut en trouver sur de nombreuses machines, avec une montée en puissance. La puissance P_{NBI} augmente par paliers, et non pas continûment. Quant aux ELMs de type II (absents de cette décharge), ce sont de petites instabilités, d'amplitude plus petite et de fréquence plus élevée que les ELMs de type III, dont la physique n'est pas aussi bien comprise que celle des ELMs de types I et III. Mais le dommage qu'ils causent à la paroi étant négligeable, leur étude est moins prioritaire que celle des ELMs de type I et III. Pour caractériser les ELMs, on utilise leur fréquence f_{ELM} et la durée d'un ELM, Δt_{ELM} .

Les ELMs peuvent donc être répartis en trois catégories, suivant leur amplitude et leur fréquence :

- les ELMs de type I ont une très grande amplitude (on parle de "crashes" en anglais) mais une fréquence faible.
- les ELMs de type II ont une très faible amplitude mais une fréquence très élevée, on les appelle pour cela "grassy ELMs" (c'est une image, ils font penser à du gazon)
- les ELMs de type III ont une amplitude moyenne et une fréquence élevée

A l'heure actuelle, la compréhension des ELMs est encore très limitée. De gros efforts de recherche y sont consacrés, c'est un sujet considéré comme prioritaire et donc largement étudié sur de nombreuses machines dans le monde. On pense qu'ils sont dus à des modes magnétohydrodynamiques (MHD) idéaux générés par des profils raides du gradient de courant et du gradient de pression au bord. Des calculs de stabilité réalisés à partir de données expérimentales ont montré que 3 types d'instabilités magnétohydrodynamiques (MHD) idéales peuvent se produire dans la région de bord du plasma :

- des modes de kink et de peeling
- des modes de ballonnement

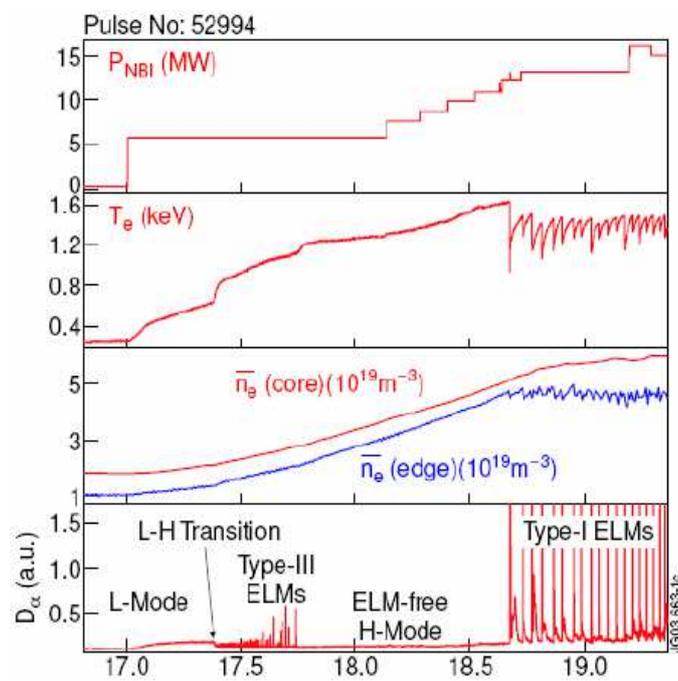


FIGURE 4.1 – Evolution temporelle de la puissance de chauffage par injection de neutres (en haut), de la température électronique (2ème graphe), de la densité des électrons dans le cœur et au bord (3ème graphe) et de l'émission D_α (en bas), lors d'une montée en puissance, pour un scénario classique du tokamak JET, qui met en évidence l'apparition des ELMs sur cette machine [25, 26].

- des modes de peeling et de ballonnement couplés.

Les relaxations de la barrière observées dans nos simulations numériques ressemblent aux ELMs de type III.

Ayant l'avantage de favoriser l'expulsion des impuretés, on considère que les ELMs seront indispensables au fonctionnement stationnaire en mode H d'ITER. Ainsi, il est prévu que le tokamak ITER fonctionnera avec des ELMs de type I dans son régime standard ("type I ELMy H-mode", en français mode H avec ELMs de type I). Cependant, ils engendrent de rapides pertes de particules et d'énergie, ce qui est néfaste pour le confinement de l'énergie. Pour donner un ordre de grandeur, les pertes peuvent aller jusqu'à 20% du contenu énergétique global du plasma ! De plus, ils génèrent de très forts pics de flux de chaleur sur la paroi, ce qui peut l'endommager de manière irréversible (érosion). Le scénario est le suivant : la paroi est érodée par le plasma, c'est-à-dire que des atomes sont arrachés, puis ionisés, et vont alors suivre les lignes de champ magnétique et migrer vers le centre du plasma. Ces impuretés vont polluer le plasma et le refroidir pour enfin conduire à une fin subite de la décharge. C'est ce qu'on appelle une "disruption", signifiant en anglais "interruption". Observée depuis la réalisation des premiers tokamaks, elle se caractérise par une perte très rapide du confinement du plasma. Les conséquences d'une disruption sur la machine peuvent être désastreuses. En effet, elle génère des charges thermiques très fortes sur la paroi et des forces électromagnétiques très puissantes sur l'ossature de la chambre à vide et sur les aimants, et produit des électrons découplés relativistes. L'ampleur de ses effets augmente avec la puissance du réacteur. Elle est aujourd'hui considérée comme un risque majeur pour la prochaine génération de tokamaks, en particulier pour ITER, qui ne pourra pas tolérer ses effets. Tout ceci montre que les ELMs peuvent avoir des effets très destructeurs sur la machine, et qu'il est impératif de les contrôler, les enjeux financiers étant considérables. Les ELMs devront impérativement être contrôlés sous peine de destruction de la machine.

Taille maximale tolérable des ELMs de type I dans ITER :

On a essayé d'estimer les conséquences des ELMs sur les composants face au plasma d'ITER, selon leur taille. La conclusion de Federici et al fut que la taille maximale tolérable pour les ELMs est d'environ 3 ou 4 MJ. Par "taille tolérable", nous voulons parler de la taille permettant au divertor de survivre après environ 3000 décharges ($\sim 10^6$ ELMs de type I) à pleine puissance injectée. Cette durée correspond au planning de remplacement du divertor d'ITER. C'était déjà loin en dessous des 17 MJ prévus, mais un travail récent a encore réduit la taille tolérable des ELMs, maintenant évaluée à moins de 2 MJ. La conclusion est que les ELMs de type I ne pourront pas être supportés par la machine ITER, ce qui est en contradiction évidente avec le fait de prendre le mode H avec ELMs de type I comme scénario de référence.

Il y a plusieurs scénarios possibles sur un tokamak (voir tableau 4.1) :

- le régime de mode H sans ELMs
- le régime de mode H avec ELMs de type III
- le régime de mode H avec ELMs de type II
- le régime de mode H avec ELMs de type I,

régimes	avantages	inconvénients
sans ELMs	faible transport vers le bord \Rightarrow bon confinement de l'énergie et des particules	mauvaise évacuation des impuretés
ELMs de type III	oscillations de relaxation à fréquence élevée, évacuation des impuretés suffisante et charges thermiques transitoires tolérables	transport d'énergie global plutôt élevé \Rightarrow dégradation du confinement de l'énergie du plasma.
ELMs de type II	les mêmes que pour les ELMs de type III, avec un avantage supplémentaire : bon confinement de l'énergie	domaine opérationnel limité, et il n'est toujours pas sûr que les ELMs de type II pourront effectivement être obtenus dans un plasma de fusion
ELMs de type I	oscillations de relaxation plus ou moins fortes à fréquence faible, transport vers le bord suffisamment faible, bon compromis entre un bon confinement et une évacuation des impuretés suffisante	charges thermiques transitoires trop fortes, que les matériaux de la paroi et du divertor ne pourront pas supporter

TABLE 4.1 – Les différents régimes de mode H possibles dans un tokamak, mettant en évidence les trois types d'ELMs, avec leurs avantages et leurs inconvénients.

chacun présentant des avantages et des inconvénients. Enfin, on ajoute que les ELMs sont des transitoires, et qu'ils sont donc imprévisibles, d'où l'importance de rechercher des précurseurs dans les plasmas de mode H.

4.2 Bilan des flux d'énergie

Dans ce qui suit, on revient à notre modèle, et on va établir un bilan des flux d'énergie. Dans le chapitre 3, on a introduit la source S à l'origine de la turbulence (section 3.4, équation (3.69) et figure 3.3), équivalente à un flux d'énergie total

$$Q_{\text{tot}} = \int_{x_{\text{min}}}^{x_q=2.5} S(x) dx \quad (4.1)$$

qui est constant. En prenant la moyenne dans les directions poloïdale et toroïdale de l'équation de conservation de l'énergie (3.67), on établit l'équation de transport de l'énergie,

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (Q_{\text{conv}} + Q_{\text{coll}}) + S \quad (4.2)$$

où

$$Q_{\text{conv}}(x, t) = \langle \delta p \delta v_x \rangle_{y,z} = \left\langle \delta p \frac{\partial \delta \phi}{\partial y} \right\rangle_{y,z} \quad (4.3)$$

est le flux convectif radial, δ désignant les fluctuations, et

$$Q_{\text{coll}}(x, t) = -\chi_{\perp} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}(x, t) \quad (4.4)$$

le flux collisionnel. En se plaçant dans un état statistiquement stationnaire, le profil de pression ne dépend plus du temps, $\bar{p}(x, t) = \bar{p}(x)$. Par conséquent, le calcul de la moyenne dans le temps de l'équation (4.2) et une intégration dans la direction radiale conduisent à l'équation d'équilibre des flux d'énergie,

$$\langle Q_{\text{conv}} \rangle_t(x) + \langle Q_{\text{coll}} \rangle_t(x) = Q_{\text{tot}} \quad (4.5)$$

Ce bilan montre que les transferts de chaleur s'équilibrent : la conduction, qui représente un transfert de chaleur à l'échelle microscopique via l'agitation thermique (énergie interne) et les collisions coulombiennes, et la convection, qui représente un transfert de chaleur à grande échelle et qui est associée à un transfert de matière macroscopique. Une diminution de Q_{conv} va être compensée par une augmentation de Q_{coll} , et vice versa.

4.3 Génération de la barrière de transport

Quand un écoulement poloïdal

$$\mathbf{U}(x) = \frac{d\phi_{\text{imp}}}{dx} \mathbf{e}_y \quad (4.6)$$

avec un cisaillement de vitesse localisé radialement est imposé en ajoutant un terme dans l'équation de vorticité (3.66),

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi + \{\phi, \nabla_{\perp}^2 \phi\} = -\nabla_{\parallel}^2 \phi - Gp + \nu \nabla_{\perp}^4 \phi + \mu \nabla_{\perp}^2 (\phi_{\text{imp}} - \bar{\phi}) \quad (4.7)$$

avec le coefficient de friction μ , et $\bar{\phi}(x, t) = \langle \phi \rangle_{y,z}$, le flux convectif Q_{conv} diminue dans la région du cisaillement de vitesse (figure 4.4a). Sur cette figure, dans un souci de lisibilité des courbes, j'ai dû restreindre le nombre de traits différents à 3 (trait continu, - - - et -.-.), de sorte que les courbes $\omega_E = 0$ et $\omega_E = 8$ sont tracées avec le même trait, le trait continu. Comment les distinguer ? Quand le taux de cisaillement ω_E augmente, la pression augmente, de sorte que la courbe $\omega_E = 0$ est celle possédant les valeurs les plus faibles (graphe de droite). Quand ω_E augmente, le flux convectif Q_{conv} diminue au centre de la barrière, de sorte que la courbe $\omega_E = 0$ est celle possédant les valeurs les plus élevées dans cette zone (graphe de gauche). D'après l'équation d'équilibre des flux d'énergie (4.5), cette diminution de Q_{conv} doit être compensée par une augmentation de Q_{coll} . Mais le gradient de pression $\partial \bar{p} / \partial x$ est toujours négatif, car la pression décroît du cœur vers le bord, le cœur étant chaud et le bord étant froid, donc on peut écrire que $\partial \bar{p} / \partial x = -|\partial \bar{p} / \partial x|$. On peut donc ré-écrire le flux Q_{coll} en fonction de la valeur absolue du gradient de pression,

$$Q_{\text{coll}}(x, t) = \chi_{\perp} \left| \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right| (x, t) \quad (4.8)$$

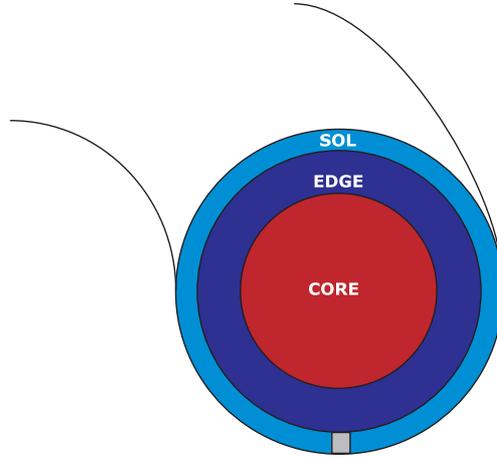


FIGURE 4.2 – Représentation schématique des 3 zones présentes dans un plasma de tokamak : le cœur, le bord et la SOL (Scrape Off Layer). Coupe dans un plan poloïdal d'un tokamak de section circulaire tel que Tore Supra. Le petit rectangle gris situé en bas représente le limiteur.

Si Q_{coll} augmente, la valeur absolue du gradient de pression augmente. Par conséquent, la valeur absolue du gradient de pression augmente dans la couche de cisaillement, donc le profil de pression se raidit dans cette zone, comme on peut le voir sur la figure 4.4b. Cette zone où le profil de pression est raide s'appelle la barrière de transport, ce nom indiquant que le transport de matière et de chaleur est réduit dans cette zone. Quand une barrière de transport se forme dans un plasma, le contenu énergétique du plasma augmente et le confinement est amélioré : le cœur reste chaud et le bord reste froid. Les pertes d'énergie sont réduites, donc le contenu énergétique du plasma est conservé, ce qui améliore l'efficacité des réactions de fusion.

On précise que l'écoulement poloïdal \mathbf{U} est imposé, c'est-à-dire purement artificiel. Il ne s'agit pas de l'écoulement poloïdal cisailé auto-généré par le plasma du fait de la rétroaction des fluctuations turbulentes sur le potentiel d'équilibre. En réalité, il n'existe pas encore de simulation de turbulence reproduisant de façon auto-consistante la génération d'une barrière de transport (la transition L-H). Comme notre but dans cette thèse n'est pas de décrire un mode H auto-consistant, mais plutôt d'étudier les mécanismes de transport associés à des îlots magnétiques en présence d'une barrière de transport, on choisit de générer celle-ci dans le modèle en imposant cet écoulement poloïdal cisailé \mathbf{U} . La figure 4.3 montre le profil de la vitesse de rotation

$$\mathbf{U}(x) = \omega_E d \tanh(x/d) \mathbf{e}_y \quad (4.9)$$

utilisé dans nos simulations. Le paramètre d représente la largeur de la couche de cisaillement de vitesse, la valeur choisie dans ces travaux est égale à 15% du domaine de simulation,

$$d = 0.15L_x = 0.15(x_{\max} - x_{\min}) \quad (4.10)$$

soit $d = 11.7$. Cet écoulement possède un cisaillement de vitesse localisé radialement (figure 4.3b). Le cisaillement est maximal

$$\max \left(\frac{dU}{dx} \right) = \frac{dU}{dx}(x = 0) = \omega_E \quad (4.11)$$

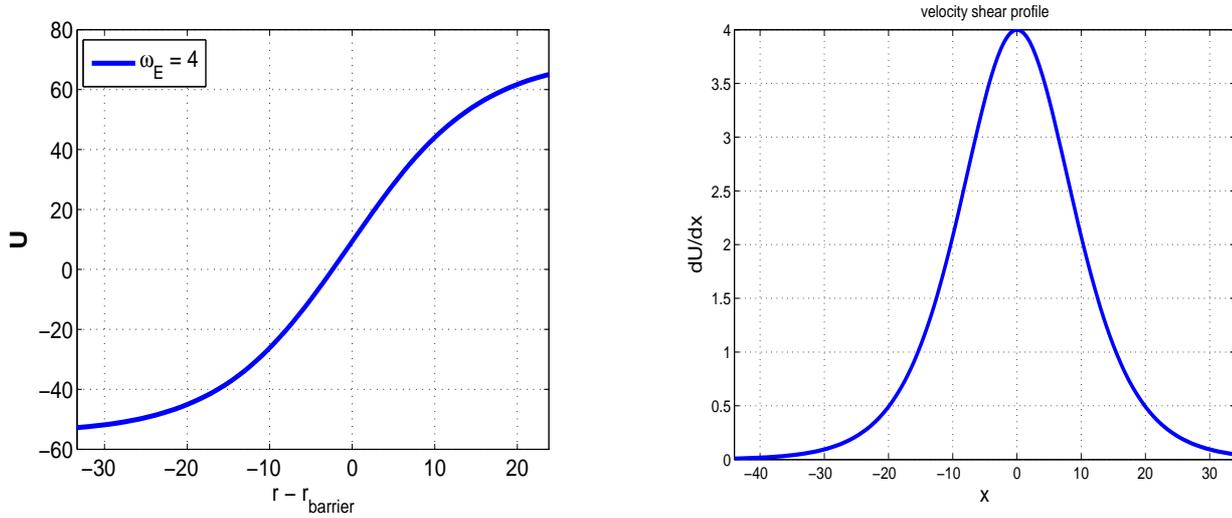


FIGURE 4.3 – A gauche : profil radial de l’écoulement poloïdal imposé \mathbf{U} défini par l’expression (4.9), pour $\omega_E = 4$ et $d = 11.7$ (15% du domaine de simulation). A droite : profil radial du cisaillement de vitesse [φM]

à la surface magnétique $q_0 = 3$, conduisant à une barrière de transport à cette position. ω_E est appelé le taux de cisaillement de l’écoulement. La figure 4.3 montre que $U(x)$ change de signe, donc la rotation change de sens selon que x est positif ou négatif. Remarque : on aurait très bien pu choisir un autre profil pour l’écoulement cisailé. Lorsqu’une barrière de transport est présente dans le plasma, on parle de régime de confinement amélioré, ou de mode H, mis en évidence sur la figure 4.5. On observe également des barrières de transport dans d’autres contextes, par exemple dans le soleil, où elle est appelée tachocline. L’étude des barrières de transport est liée à la physique des “zonal flows” (en français, “écoulements zonaux”).

Remarque : petite précision sur les instabilités en physique :

Quand un équilibre donné est perturbé, trois cas de figure peuvent se présenter :

- 1er cas : les forces induites par la perturbation conduisent à une croissance exponentielle de l’amplitude de la perturbation : on est en présence d’une instabilité, on dit que le système est instable.
- 2ème cas : les forces induites par la perturbation conduisent le système à osciller indéfiniment autour de la position d’équilibre : dans ce cas, on dit que le système est stable.
- 3ème cas : le système oscille autour de sa position d’équilibre, mais les oscillations sont amorties et le système revient progressivement à sa position d’équilibre : on est également en présence d’un système stable.

Pour étudier une instabilité, on écrit chaque variable comme la somme d’un terme d’équilibre et d’une petite perturbation,

$$Q(\mathbf{r}, t) = Q_0(\mathbf{r}, t) + \tilde{Q}(\mathbf{r}, t) \quad (4.12)$$

avec $\tilde{Q} \ll Q_0$.

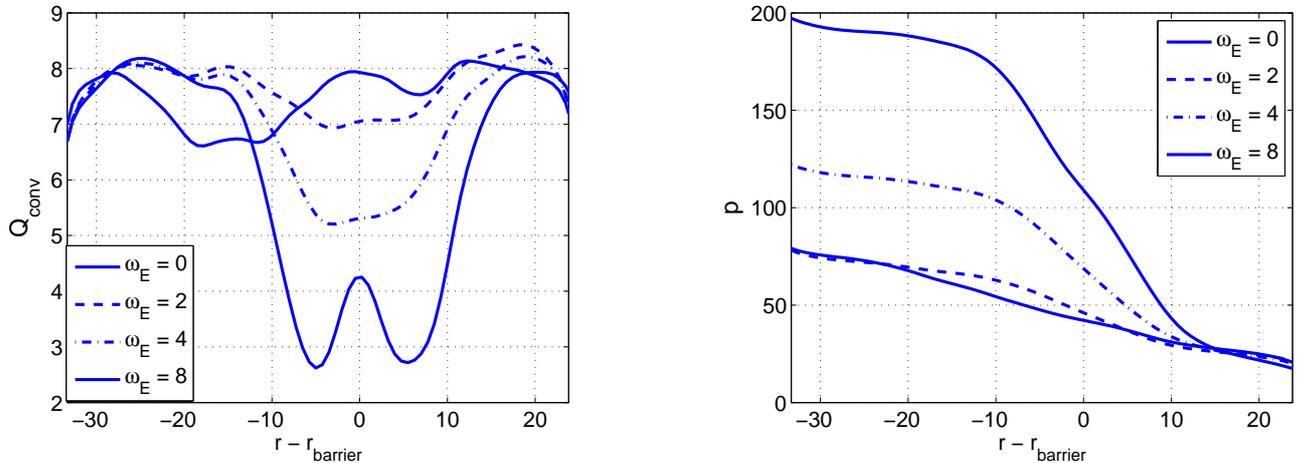


FIGURE 4.4 – à gauche : profil radial du flux convectif sans écoulement poloïdal imposé, $\omega_E = 0$ (courbe bleu foncé), et avec écoulement poloïdal imposé, pour trois valeurs de ω_E : $\omega_E = 2$ (courbe verte), 4 (courbe rouge) et 8 (courbe turquoise). A droite : profil radial de la pression $[\varphi M]$.

4.4 Dynamique de la barrière de transport

De très nombreuses expériences sur divers tokamaks ont montré que, au bord du plasma, la barrière de transport n'est pas stable : elle effectue des oscillations de relaxation, associées à de forts pics de flux d'énergie intermittents (figure 4.5) : ce sont les ELMs (Edge Localized Modes), dont il a été question au début de ce chapitre (section 4.1 et sous-sections) et dont le contrôle est un problème crucial pour la prochaine génération de tokamaks, tels que ITER. Sur la figure 4.5, on a également indiqué les “sawteeth” (c'est-à-dire les dents de scie) dans le plasma de cœur. C'est une instabilité liée au courant qui se traduit par des oscillations en forme de pics qui font penser à la lame d'une scie, d'où leur nom. Cette instabilité se produit dans le cœur du plasma et ne sera pas étudiée dans ce document. Le mode de faible confinement (mode L, en anglais “L mode”) est représenté en vert et le mode de fort confinement (mode H, en anglais “H-mode”) en rouge. Il existe aussi ce qu'on appelle des scénarios avancés, c'est-à-dire des “super modes H” (indiqués par “advanced mode” sur la figure) qui sont atteints lorsqu'une barrière de transport interne est créée. Il s'agit d'une zone de raidissement du profil de pression située plus au centre. Le contenu énergétique est bien sûr supérieur à celui du mode H. Ces scénarios ne sont pas étudiés dans ce document, nous nous intéressons uniquement au mode H et à la barrière de transport externe. Le trait pointillé noir situé près de la barrière de transport externe et la double flèche représentent les relaxations du profil de pression (chute puis rétablissement) correspondant aux ELMs.

La figure 4.6a représente l'évolution temporelle du flux convectif Q_{conv} au centre de la barrière ($x = 0$) (en haut) et du gradient de pression au centre de la barrière (en bas) issue de nos simulations numériques. L'intervalle de temps entre $t = 0$ et $t = 1500$ (en unités adimensionnées) a été coupé car il s'agit de la phase de croissance linéaire (visible sur la figure b) précédant l'apparition des pics et des oscillations de relaxation, et ne présentant donc pas d'intérêt pour

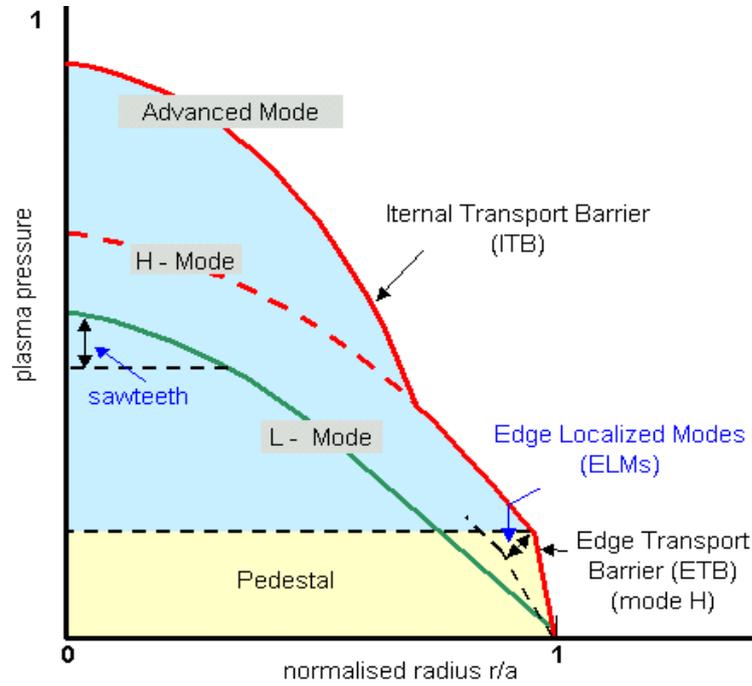


FIGURE 4.5 – Profil radial de la pression, mettant en évidence la barrière de transport et le mode de confinement amélioré (mode H), ainsi que la dynamique de cette barrière, causée par les “modes localisés au bord” (ELMs) [27].

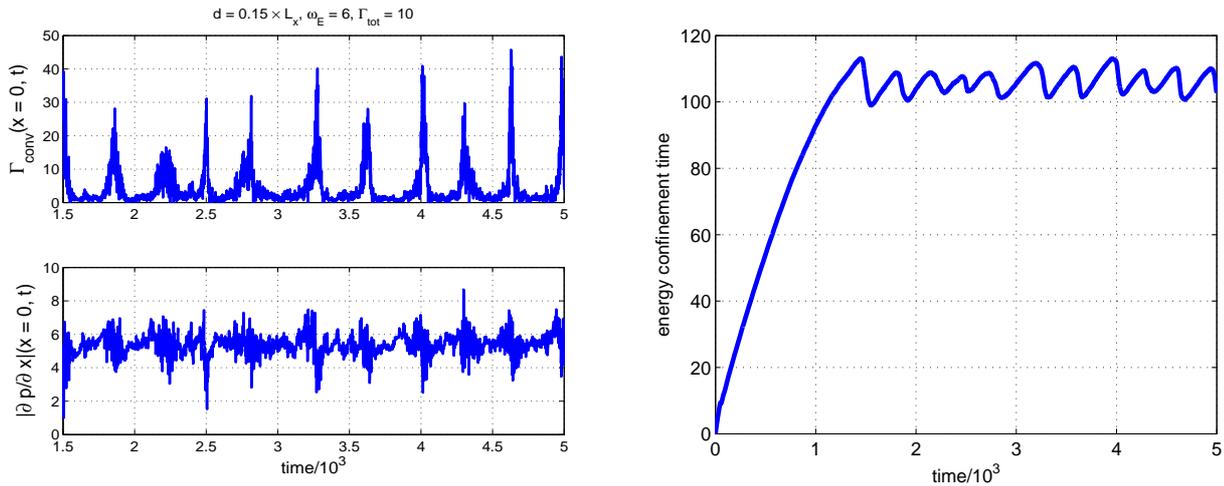


FIGURE 4.6 – À gauche : évolution temporelle du flux convectif Q_{conv} et de la valeur absolue du gradient de pression $|\partial\bar{p}/\partial x|$ au centre de la barrière de transport $x = 0$. À droite : évolution temporelle du temps de confinement de l'énergie τ_E défini par l'expression (4.13), quand l'écoulement poloidal cisailé \mathbf{U} défini par l'expression (4.9) est imposé. Simulations numériques réalisées avec les paramètres : $d = 11.7$, $\omega_E = 6$ et $Q_{\text{tot}} = 10$ [φM].

notre étude. Le graphe du haut montre que le flux convectif présente des pics quasi-périodiques de très forte amplitude. Le graphe du bas montre que le gradient de pression effectue des oscillations de relaxation synchronisées avec les pics. Ce sont les oscillations de relaxation de la barrière de transport : celle-ci est instantanément détruite, puis se reforme sur une durée beaucoup plus longue, puis est de nouveau détruite, et ainsi de suite, de manière quasi-cyclique [28], [29], [30], [31], [14]. Voilà ce qui se passe lors d'un cycle de relaxation : en raison du chauffage, le gradient de pression augmente, si bien que certains modes franchissent le seuil de stabilité. Cela provoque une croissance subite des fluctuations de vitesse et de pression, donc un transport de matière et de chaleur subit vers le bord. Cela tend à rabaisser le gradient de pression et à stabiliser de nouveau les modes, jusqu'à ce que le gradient de pression franchisse de nouveau le seuil critique en raison du chauffage, et ainsi de suite ... [32]. La figure 4.6b représente l'évolution temporelle du temps de confinement de l'énergie, noté τ_E et défini par

$$\tau_E(t) = \frac{1}{Q_{\text{tot}}} \int_{x_q=2.5}^{x_q=3.5} \bar{p}(x, t) dx \quad (4.13)$$

On peut voir qu'après une phase de croissance linéaire, de $t = 0$ à $t = 1500$, τ_E présente une évolution synchronisée avec celle du gradient de pression et du flux convectif. Le comportement de la barrière de transport observé dans nos simulations numériques est donc semblable aux observations expérimentales. Nous n'en dirons pas beaucoup plus sur les relaxations de la barrière, car le but de cette thèse n'est pas d'expliquer leur origine, mais d'étudier leur contrôle.

4.5 Bilan

Dans ce chapitre, on s'est intéressés à la dynamique de la barrière de transport, c'est-à-dire à son évolution temporelle. Les oscillations de relaxation de la barrière ont des points communs avec les ELMs (Edge Localized Modes), observés sur de nombreux tokamaks et dont le contrôle représente un sujet de recherche très important, notamment pour le futur tokamak ITER. La première partie de ce chapitre a été dédiée à une description de ces ELMs, en prenant comme référence la machine JET, et on a présenté les trois catégories d'ELMs existantes, type I, type II et type III. Pour le futur tokamak ITER, il est prévu un régime de mode H avec ELMs de type I afin entre autres de favoriser l'évacuation des impuretés vers le bord. Malheureusement, les ELMs de type I sont ceux qui font le plus de dégâts et peuvent réellement être dévastateurs ... Il est donc prioritaire de les étudier, afin de pouvoir les comprendre et d'essayer de les contrôler. Après cette présentation de l'état actuel des connaissances sur les ELMs, nous avons expliqué comment notre modèle permet de générer numériquement une barrière de transport, c'est-à-dire un mode H. Nous avons ensuite simulé un cas avec barrière de transport, qui fait apparaître des oscillations de relaxation, ressemblant aux ELMs de type III. Certes, comme on l'a dit précédemment, ce sont les ELMs de type I qui seront utilisés sur ITER et qui représentent le sujet de préoccupation majeur. Mais notre modèle permet quand-même d'améliorer la compréhension des ELMs et apporte des éléments de réponse ... Les ELMs sont des phénomènes très complexes, car ils font intervenir des phénomènes physiques se produisant sur des échelles spatiales très variées, à la fois de très petites échelles, comme pour la turbulence, et de grandes échelles,

comme pour la reconnexion magnétique. De plus, ils sont très rapides. On a observé que les fluctuations magnétiques semblent jouer un rôle important. Une piste prometteuse consiste donc à rechercher la présence de précurseurs magnétiques, ainsi qu'à étudier cette problématique à l'aide de modèles électromagnétiques.

Dans ce chapitre, on a expliqué comment notre modèle permet de générer numériquement une barrière de transport. On a mis en évidence deux grandeurs importantes, le flux convectif Q_{conv} et le flux collisionnel Q_{coll} , et on a introduit l'écoulement poloïdal cisailé, caractérisé par son taux de cisaillement ω_E et la largeur de la barrière d . On a également introduit le temps de confinement de l'énergie, qui est un paramètre-clé dans les tokamaks. Puis on a présenté les résultats numériques, qui mettent en évidence la dynamique de la barrière, c'est-à-dire les pics intermittents de flux convectif associés aux oscillations de relaxation du gradient de pression et du temps de confinement de l'énergie, appelées oscillations de relaxation de la barrière de transport. Dans le chapitre suivant, on va s'intéresser à un moyen possible de contrôler ces relaxations, les perturbations magnétiques résonantes.

Chapitre 5

Effets de perturbations magnétiques résonantes sur la dynamique de la barrière de transport

Pendant les ELMs, le divertor doit faire face à de grandes charges thermiques, atteignant jusqu'à 100 MW.m^{-2} . Les dommages résultants sur les composants face au plasma (CFP) sont significatifs, et une extrapolation pour la taille de la machine prédit que les grands ELMs de type I dans ITER pourraient relâcher jusqu'à 20 MJ sur le divertor. A la valeur d'ITER pour ν_e^* , qui est d'environ 0.1, la taille des ELMs normalisée est d'environ 15 %, ce qui correspond à $\Delta W_{ELM} = 17 \text{ MJ}$ (car $W_{ped} = 110 \text{ MJ}$ dans ITER). Il est donc prioritaire de contrôler les ELMs. Il existe plusieurs façons de le faire : par exemple, l'injection de glaçons ("pellet injection" en anglais), qui consiste à introduire des glaçons de deutérium à très haute fréquence dans le plasma, et qui a été testée sur le tokamak JET avec des résultats très prometteurs. Des expériences sur plusieurs tokamaks, comme DIII-D [7, 8], JET [9] et TEXTOR [10, 11, 12], ont montré qu'un contrôle des ELMs peut aussi être obtenu en imposant des perturbations magnétiques résonantes (Resonant Magnetic Perturbations, RMPs) au bord du plasma. Cette méthode consiste à modifier la topologie magnétique au bord du plasma en créant des chaînes d'îlots, de manière à modifier le transport des particules et de la chaleur. Dans ce chapitre, on va étudier l'effet de ces RMPs sur la dynamique de la barrière de transport dans la machine TEXTOR. On va d'abord présenter succinctement cette machine, puis on décrira le divertor ergodique dynamique (Dynamic Ergodic Divertor en anglais, noté DED). On expliquera alors comment produire ces RMPs dans cette machine, puis on passera en revue les diverses RMPs qui peuvent y être créées. On s'intéressera d'abord à une RMP à plusieurs harmoniques, puis on se focalisera sur une RMP restreinte à une seule harmonique, afin d'apporter un éclairage sur les mécanismes qui gouvernent la stabilisation des relaxations de la barrière.

5.1 Présentation du tokamak TEXTOR

Le tokamak TEXTOR, situé au Forschungszentrum de Jülich, en Allemagne, est une machine expérimentale, dont voici les principales caractéristiques (tableau 5.1) :

configuration	tokamak
géométrie	tore de section circulaire
grand rayon (R_0)	1.75 m
petit rayon (a)	0.47 m
frontière du plasma	limiteur / Divertor Ergodique Dynamique (DED)
volume du plasma	$7 m^3$
nombre de bobines principales	16
champ magnétique de confinement (B_0)	3 T
courant plasma	800 kA
puissance de chauffage	8.5 MW
moyens de chauffage additionnels	injection de neutres (NBI), chauffage à la fréquence cyclotronique ionique (ICRH)

TABLE 5.1 – Principales caractéristiques de la machine TEXTOR.

Il s’agit donc d’un petit tokamak, en comparaison avec JET, DIII-D ou JT60-Upgrade.

5.2 Description du divertor ergodique dynamique (DED)

Dans cette partie, on va d’abord présenter les divers dispositifs qui existent pour extraire les particules et la chaleur produites par les réactions de fusion. Puis on présentera celui qui est utilisé sur la machine TEXTOR, c’est-à-dire le divertor ergodique dynamique (Dynamic Ergodic Divertor en anglais, noté DED). La complexité de la physique du plasma de bord vient de la géométrie des lignes de champ à l’interface entre le plasma et la paroi, ainsi que des processus de physique atomique qui se produisent dans cette région du plasma. Les plasmas de cœur sont caractérisés par des lignes de champ fermées, alors qu’au bord, les lignes de champ, interceptées par les composants face au plasma, sont ouvertes. La région de lignes de champ ouvertes est appelée la “Scrape-Off Layer” (notée SOL). La surface magnétique qui sépare la région de lignes de champ fermées et la région de lignes de champ ouvertes est appelée la séparatrice. Comme les particules et la chaleur suivent les lignes de champ de près, la géométrie des lignes de champ dans la région de bord est cruciale pour l’évacuation des particules et de la puissance, car des flux importants sont susceptibles d’atteindre les plaques du divertor et de les éroder, ce qui mènerait à des concentrations d’impuretés excessives dans le plasma. Les “cendres” produites par les réactions de fusion (hélium) doivent être extraites par pompage, tout en ré-injectant du combustible.

Le premier dispositif conçu pour extraire les particules et la chaleur produites par les réactions de fusion fut le limiteur, qui est constitué d’un anneau métallique plan, placé horizontalement en bas du tore. Sur Tore Supra, il est composé de graphite CFC (“Carbon Fiber Composites”), et on l’appelle le “limiteur pompé toroïdal” (LPT). Cependant, cette configura-

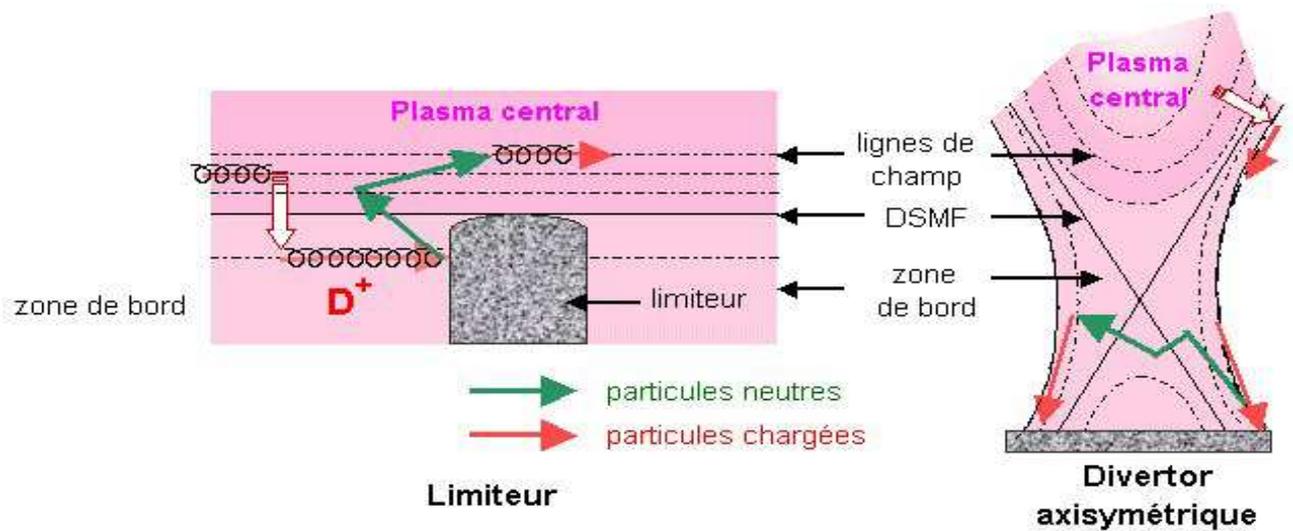


FIGURE 5.1 – Le limiteur (à gauche) et le divertor axisymétrique (à droite). *Source : <http://www-fusion-magnetique.cea.fr>, rubrique "les grands principes", "la physique de la fusion", 5) Interaction plasma-paroi et extraction des particules et de la chaleur, page 3*

tion présente un inconvénient : des atomes peuvent être arrachés de la paroi par le contact avec le plasma et migrer vers le cœur du plasma. Pour éviter cela, on a envisagé d'éloigner la zone où se produit l'interaction plasma-paroi du plasma central : cette idée a donné naissance à une autre configuration, la configuration divertor axisymétrique, où la dernière surface magnétique fermée (DSMF) n'est plus définie par le point de contact avec un solide, mais par une frontière "magnétique", créée en rajoutant une bobine autour du tokamak. C'est ce qu'on appelle le point X ("null point" en anglais), où le champ magnétique s'annule. Il est généralement créé en bas de l'anneau de plasma, mais on peut aussi le créer en haut, et même en créer deux (configuration "double null point"). Placé en bas de la chambre à vide, le divertor est destiné à extraire la chaleur et les cendres d'hélium produites par les réactions de fusion, ainsi que d'autres impuretés du plasma, agissant ainsi comme un système d'évacuation géant. La figure 5.1 présente une comparaison entre ces deux configurations, le limiteur (à gauche) et le divertor axisymétrique (à droite), en mettant en évidence les phénomènes de physique atomique qui se produisent. Sur les deux schémas, le flux de particules sortant du plasma par diffusion radiale est représenté par la flèche blanche bordée de rouge. Dans la première configuration, à gauche, les ions et les électrons suivent les lignes de champ jusqu'à rencontrer le limiteur (flèche rouge 1). Ils se neutralisent alors, et peuvent lors de l'impact arracher des impuretés, également sous forme de neutres, à la paroi. Ces particules neutres, n'étant pas chargées électriquement, ne sont pas sensibles aux lignes de champ (flèche verte 2), par conséquent, elles circulent librement, jusqu'à être à nouveau ionisées par le plasma. Etant donnée la proximité du plasma central, elles ont une forte probabilité de se réioniser dans le cœur de la décharge (flèche rouge 3). Cependant, dans la configuration divertor, à droite, le flux de particules et de chaleur sortant du plasma suit les lignes de champ jusqu'aux plaques de neutralisation, situées loin du plasma central. Le mécanisme d'érosion de la paroi est le même que précédemment, mais il y a un avantage

considérable par rapport à la configuration limiteur : les impuretés ont plus de chances d'être réionisées au bord, où elles suivent les lignes de champ jusqu'à être interceptées à nouveau par les plaques de neutralisation. Elles circulent ainsi en circuit fermé sans atteindre le cœur de la décharge. C'est en testant cette configuration que le mode de confinement amélioré (mode H) a été découvert sur la machine allemande ASDEX en 1982. Les plus grandes machines actuelles, comme JET et JT60-U, sont équipées de ce dispositif, et c'est également la solution technique prévue pour ITER (figure 5.4). Par conséquent, la conception et le fonctionnement du divertor constituent une question cruciale pour ITER et les futurs réacteurs de fusion. Le but est de minimiser les flux de particules et de chaleur arrivant sur les plaques (aussi appelées "cibles", en anglais "targets", voir figure 5.4), ce qui implique d'obtenir une température très basse et une densité aussi forte que possible.

Sur Tore Supra, on a testé une variante de cette configuration, le divertor ergodique [33, 34, 35, 31] (figure 5.3). L'idée reste la même, éloigner la zone d'interaction plasma-paroi du plasma central, mais ce dispositif utilise pour cela une toute autre méthode : il modifie la topologie magnétique au bord. Plus précisément, il crée une perturbation magnétique qui "ergodise" les lignes de champ au bord. Les dispositifs présentés précédemment, tels que le limiteur ou le divertor axisymétrique, étaient caractérisés par des surfaces magnétiques emboîtées et ordonnées. Ce dispositif est radicalement différent : dans la région de bord, les lignes de champ sont stochastiques. Elles divergent exponentiellement avec des trajectoires aléatoires. Les surfaces magnétiques sont détruites, comme on peut le voir sur la figure 5.2, qui montre qu'une ligne de champ ne revient jamais au même point et va remplir densément l'espace des phases au fur et à mesure qu'elle effectue des tours toroïdaux. Le divertor ergodique est composé d'un ensemble de bobines enroulées dans les directions toroïdale et poloïdale tout autour de la chambre de combustion dans lesquelles on fait circuler un courant pour créer la perturbation magnétique. La figure 5.3 montre une représentation schématique des lignes de champ au bord ("tubes" de différentes couleurs) en configuration divertor ergodique. Comme sur la figure 5.1, le flux de particules et de chaleur sortant du plasma central est représenté par les 3 grosses flèches blanches bordées de rouge. Voici le scénario qui se produit : dans la zone de pénétration de la perturbation magnétique, le champ magnétique devient stochastique et les surfaces magnétiques sont détruites, ce qui accentue le transport radial. Le plasma va alors entrer en contact avec les plaques de neutralisation du divertor (flèches orange arrivant sur la plaque de droite), et les ions vont être neutralisés. Il se passe alors la même chose que dans les 2 configurations précédentes : les neutres ne sont pas sensibles au champ magnétique et vont donc circuler librement dans le plasma. Mais ils ont une forte probabilité d'être réionisés sur une ligne de champ qui retourne sur l'une des plaques (flèche orange arrivant sur la plaque de gauche), et donc de rester piégés dans la zone stochastique.

Une amélioration de ce concept, le divertor ergodique dynamique (DED), a ensuite été installée sur le tokamak TEXTOR [12]. Comme son nom l'indique ("dynamique"), le champ magnétique varie dans le temps. Le DED permet donc de créer un champ magnétique tournant, qui favorise l'étalement du flux de chaleur sur les plaques du divertor. Il permet aussi d'engendrer une rotation du plasma. Comme les particules suivent de façon prédominante les lignes de champ, le transport de particules et d'énergie dans la zone ergodique dépend de la topologie du champ

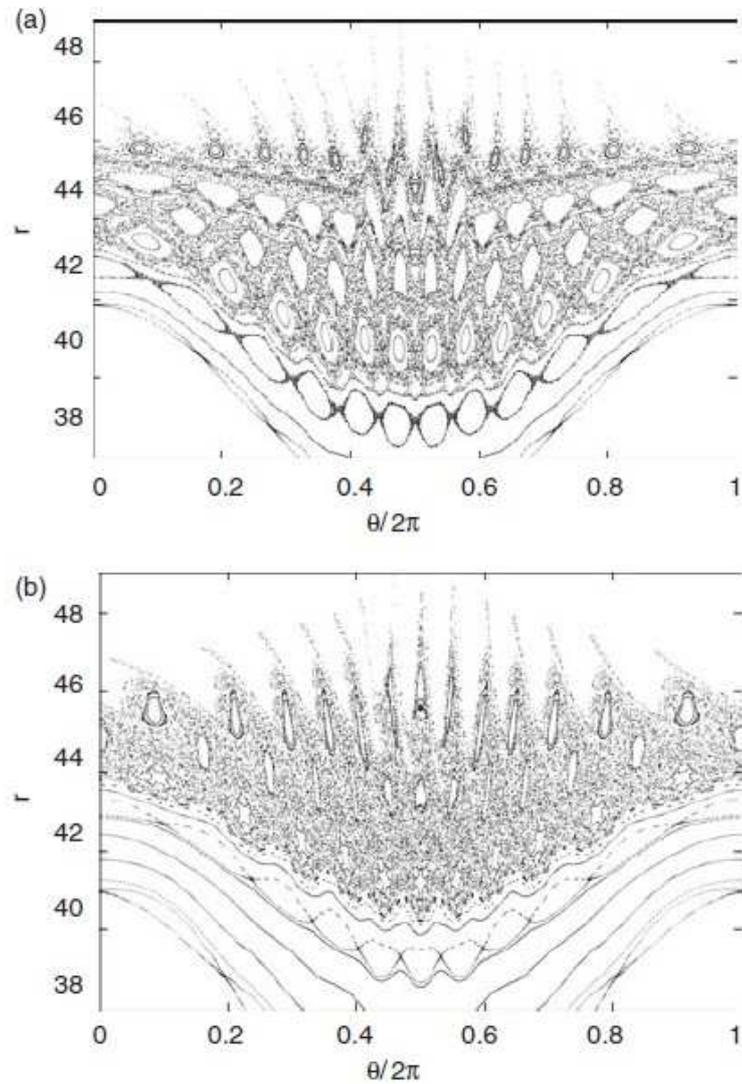


FIGURE 5.2 – Sections de Poincaré des lignes de champ au bord avec le divertor ergodique sur la machine TEXTOR, pour deux jeux de paramètres différents, induisant deux régimes de fonctionnement différents [12].

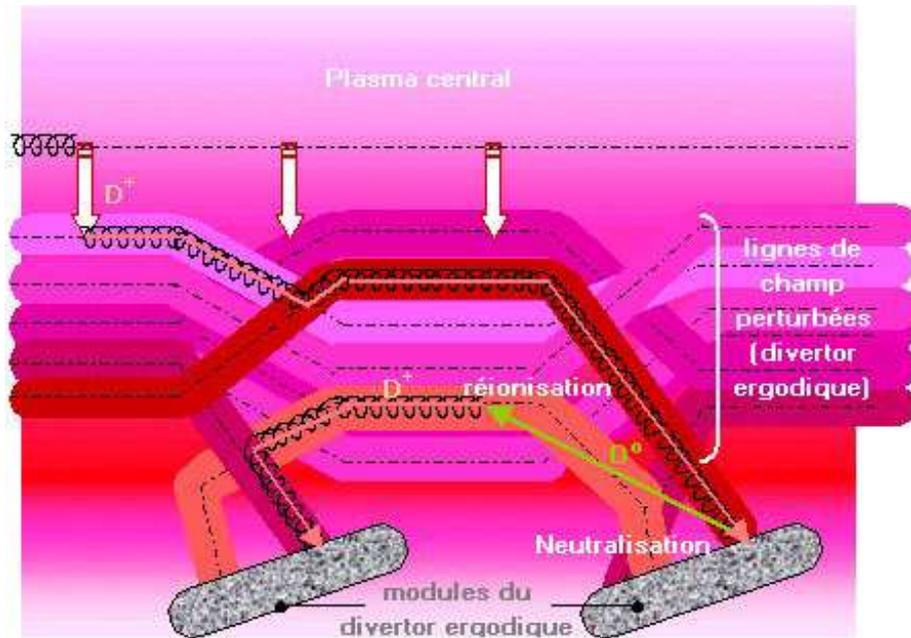


FIGURE 5.3 – La configuration divertor ergodique. *Source : <http://www-fusion-magnetique.cea.fr>, rubrique "les grands principes", "la physique de la fusion", 5) Interaction plasma-paroi et extraction des particules et de la chaleur, page 3*

magnétique perturbé $\delta\mathbf{B}_\perp$, auquel on va s'intéresser dans le paragraphe suivant.

L'étude de l'ergodisation des lignes de champ par une perturbation magnétique externe [34, 35, 31] s'inscrit dans la problématique plus générale de la stochasticité magnétique. Ce domaine d'étude essaie en particulier de décrire le phénomène de destruction des surfaces magnétiques sous l'influence de perturbations magnétiques induisant une brisure de symétrie. Comme ce phénomène dégrade le confinement du plasma, il est considéré comme un sujet important et a été largement étudié dans les systèmes de fusion à confinement magnétique depuis le début des années 1960. Comme les lignes de champ sont équivalentes aux systèmes hamiltoniens à $1+1/2$ degrés de liberté, le problème est relié à la dynamique de systèmes hamiltoniens en présence de perturbations temporellement périodiques. L'approche hamiltonienne est la méthode la plus adaptée pour étudier la stochastisation des lignes de champ magnétique. Cependant, dans ces travaux, on a choisi d'aborder le problème sous un angle numérique, et on se contentera donc de présenter des résultats de simulations numériques. Une étude analytique approfondie peut être trouvée dans [12].

5.2.1 Structure des RMPs

Les RMPs sont créées par des bobines externes. Il y a plusieurs configurations possibles : sur le tokamak DIII-D, elles sont placées sur le côté extérieur de la chambre à vide, entourant celle-ci, alors que sur Textor, elles sont placées sur le côté intérieur de la chambre à vide. Elles

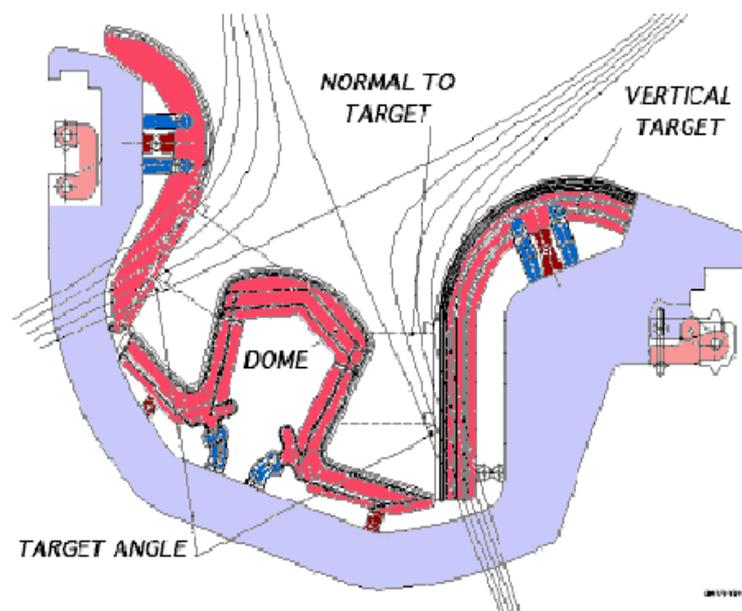


FIGURE 5.4 – Coupe poloidale du divertor axisymétrique prévu pour ITER. Ce schéma met en évidence les lignes de champ ouvertes dans la Scrape-Off Layer (SOL) et la séparatrice, ou dernière surface magnétique fermée, avec le point X. Les plaques du divertor sont représentées en rouge. Cette figure montre bien que les lignes de champ ouvertes viennent intersecter la paroi, en l'occurrence les plaques du divertor. *Source : <http://www-fusion-magnetique.cea.fr>, rubrique "les grands principes", "la physique de la fusion", 5) Interaction plasma-paroi et extraction des particules et de la chaleur, page 3*

créent un champ magnétique radial $\delta\mathbf{B}_\perp$, ce qui modifie la topologie magnétique et conduit à la formation d'îlots magnétiques [36]. La RMP est créée avec la même hélicité que la ligne de champ magnétique sur une surface résonante particulière. Dans ces travaux, on se place dans le cadre de l'approximation du vide ("vacuum approximation" en anglais), qui consiste à négliger la réponse du plasma à la RMP. Ainsi, le champ magnétique total est la somme du champ magnétique de confinement axisymétrique \mathbf{B}_0 (expression (2.40)) et du champ magnétique perturbé $\delta\mathbf{B}_\perp$ de la RMP, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}_\perp$. Cette approximation suppose donc une pénétration totale de la RMP dans le plasma et néglige un possible écrantage de la RMP par le plasma [37]. Ce point sera abordé dans le paragraphe 5.3.5. On va maintenant s'intéresser à la structure du champ magnétique perturbé $\delta\mathbf{B}_\perp$, qui dépend de la distribution de courants dans les bobines. Dans ce qui suit, on va décrire les diverses distributions de courant qui sont habituellement créées sur Textor.

5.2.1.1 Les bobines du DED

L'ensemble des bobines du DED utilisé pour créer les RMPs au bord du plasma est composé de 16 bobines hélicoïdales. Chaque bobine s'enroule une fois autour du tore, en commençant à l'angle toroïdal $\varphi_j = j\pi/8$ et à l'angle poloïdal $\theta_j = \pi - \theta_c$, et en terminant après un tour toroïdal à $\theta_j = \pi + \theta_c$, $j = 1, \dots, 16$ représentant le numéro d'une bobine. Les bobines sont placées sur la paroi intérieure du tore à $r_c = 53.25$ cm avec une extension poloïdale $\Delta\theta_c = 2\theta_c \approx 72^\circ$ (figure 5.6 a). Les bobines sont alignées parallèlement aux lignes de champ magnétique sur une surface résonante particulière située au bord. Dans cette thèse, il s'agit de la surface magnétique $q_0 = 3$, correspondant au centre de la barrière de transport. L'installation technique des bobines présentant des difficultés, celles-ci doivent être regroupées en quadruples. De plus, deux bobines supplémentaires doivent être ajoutées afin de compenser le champ magnétique poloïdal généré par le regroupement en quadruples (figure 5.6 b). Dans ce qui suit, on va présenter les trois principaux régimes de fonctionnement du DED utilisés, permettant de créer les RMPs d'hélicité $(m, n) = (12, 4)$, $(6, 2)$ et $(3, 1)$.

5.2.1.2 Régime de fonctionnement standard du DED : $n = 4$

Sur TEXTOR, le champ magnétique perturbé $\delta\mathbf{B}_\perp$ avec $10 \leq m \leq 14$ et $n = 4$ correspond au régime de fonctionnement standard. La distribution de courants dans les bobines est donnée par

$$I_j(t) = I_D \sin\left(\frac{j\pi}{2} + \Omega t\right), \quad j = 1, \dots, 16 \quad (5.1)$$

où I_D est l'amplitude du courant dans les bobines, telle que $I_D \leq 15$ kA, et Ω est la fréquence de rotation du champ perturbé. Cette distribution de courants crée un champ magnétique caractérisé par une décroissance radiale très rapide,

$$B_r \propto \left(\frac{r}{r_c}\right)^{\alpha_{n=4}-1} \quad (5.2)$$

avec $\alpha_{n=4} = 20$, c'est-à-dire

$$B_r \propto \left(\frac{r}{r_c}\right)^{19} \quad (5.3)$$

avec $r/r_c < 1$. Un tel champ magnétique pénètre faiblement dans le plasma, et n'est pas assez fort pour former une zone au degré de stochasticité suffisamment élevé au bord du plasma. Une pénétration plus profonde du champ perturbé vers le cœur du plasma peut être obtenue avec les nombres d'onde toroïdaux $n = 2$ et $n = 1$, créés en changeant la distribution de courant dans les bobines. La figure 5.5 représente l'évolution de la composante radiale du champ magnétique perturbé en fonction de θ et φ pour $r = 46$ cm, avec

$$B_r(\theta, \varphi) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \theta} \quad (5.4)$$

où A_φ est la composante toroïdale du potentiel-vecteur créé par la RMP. Ce tracé en 3 dimensions met en évidence une variation périodique de B_r , avec 4 harmoniques principales et 2 harmoniques secondaires. B_r est alternativement positif et négatif : à φ fixé, il change de signe, donc de sens en fonction de θ , ce qui va induire des mouvements de particules dans des sens opposés.

5.2.1.3 Le régime de fonctionnement $n = 2$

Dans ce régime de fonctionnement, la distribution de courants dans les bobines est donnée par

$$I_j(t) = I_D \sin\left(\frac{j \pi}{4} + \Omega t\right), \quad j = 1, \dots, 16 \quad (5.5)$$

Son exposant est deux fois plus petit que celui de la distribution avec $n = 4$, $\alpha_{n=2} = \alpha_{n=4}/2 = 10$. Le champ magnétique radial est donc tel que

$$B_r \propto \left(\frac{r}{r_c}\right)^9 \quad (5.6)$$

et la décroissance radiale est donc beaucoup moins rapide que dans le cas $n = 4$. Par conséquent, la pénétration du champ magnétique perturbé dans le cœur du plasma est plus profonde.

5.2.1.4 Le régime de fonctionnement $n = 1$

Une pénétration encore plus profonde du champ perturbé dans le cœur du plasma peut être obtenue avec la distribution de courants suivante,

$$I_j(t) = I_D \sin\left(\frac{j \pi}{8} + \Omega t\right), \quad j = 1, \dots, 16 \quad (5.7)$$

Il est prévu d'utiliser ce régime pour créer de gros îlots au bord du plasma afin d'étudier les modes MHD.

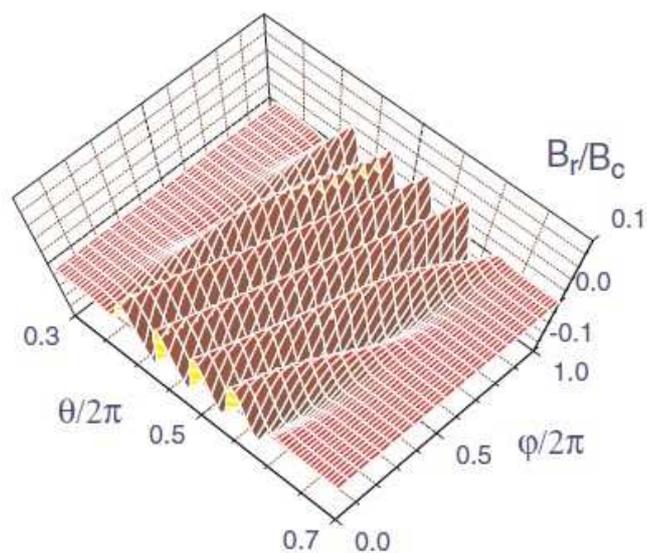


FIGURE 5.5 – Evolution de la composante radiale B_r du champ magnétique perturbé en fonction de θ et φ pour $r = 46$ cm [12], B_c étant la valeur du champ magnétique à $r = r_c = 53.25$ cm c'est-à-dire à l'extrémité de la chambre à vide.

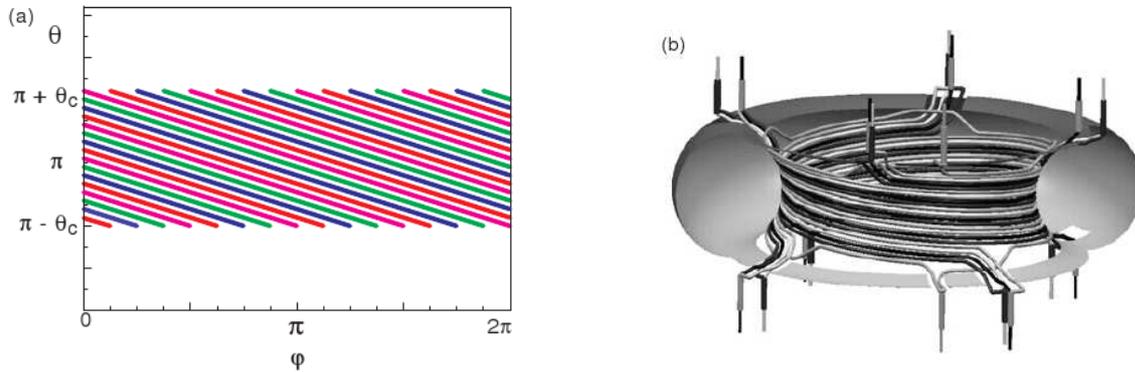


FIGURE 5.6 – a) Configuration théorique des bobines du DED dans le plan (φ, θ) et b) dispositif expérimental dans le tokamak Textor [12].

5.2.1.5 Le mélange des régimes $n = 4$ et $n = 2$

Cependant, une pénétration trop profonde du champ perturbé peut provoquer un transport d'énergie et de particules excessif vers le cœur du plasma et même causer une disruption. Pour éviter cela, on peut superposer les régimes $n = 4$ et $n = 2$, avec la distribution de courants

$$I_j(t) = (1 - p)I_D \sin\left(\frac{j\pi}{4} + \Omega t\right) + pI_D \sin\left(\frac{j\pi}{2} + \Omega t\right) \quad (5.8)$$

qu'on peut aussi écrire sous la forme

$$I_j(t) = I_{j0} \sin(\alpha_j + \Omega t) \quad (5.9)$$

où I_{j0} et α_j sont respectivement l'amplitude et la phase du courant dans la bobine j et p ($0 \leq p \leq 1$) est la contribution relative du mode $n = 2$.

5.3 RMP à plusieurs harmoniques

5.3.1 Définition

Dans le modèle de la turbulence de ballonnement résistif présenté au chapitre 3, on impose une RMP statique, décrite par le flux magnétique poloïdal normalisé [38, 39, 29, 30]

$$\psi_{\text{RMP}}(x, y, z) = \psi_0 \sum_{m=10}^{14} (-1)^m \psi_m(x) \cos(m\kappa_y y - n_0 \kappa_z z) \quad (5.10)$$

ψ_0 étant une constante proportionnelle au courant dans les bobines I_D . Comme on peut le voir, cette RMP ne dépend pas du temps. Il s'agit d'une hypothèse faite pour simplifier la modélisation, car dans les expériences, par exemple sur Textor avec le DED, la RMP dépend du temps, comme le nom Divertor Ergodique Dynamique l'indique. La RMP (5.10) se rapproche

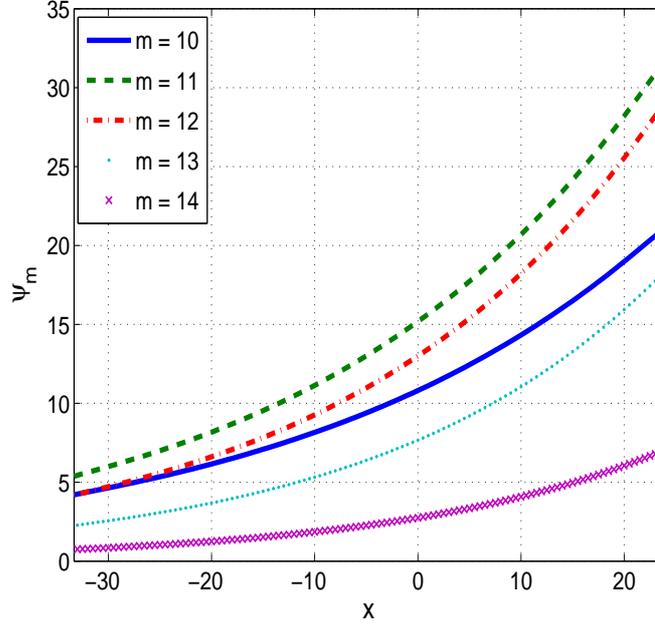


FIGURE 5.7 – Profils radiaux des amplitudes $\psi_m(x)$ (expression (5.11)) des cinq harmoniques ($10 \leq m \leq 14$) de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) [φ_M].

du régime de fonctionnement $n = 4$, correspondant à la distribution de courants (5.1) créée par le Divertor Ergodique Dynamique dans TEXTOR. Le nombre d'onde toroïdal de la RMP est fixé, $n_0 = 4$. On considère une RMP composée de 5 harmoniques, $10 \leq m \leq 14$. ψ_{RMP} est donc la somme de 5 termes. ψ_m est l'harmonique d'ordre m du flux magnétique poloïdal, dont le profil radial est

$$\psi_m(x) = C \frac{\sin((m - m_0)\Delta\theta_c/(2\beta_1))}{m(m - m_0)\pi} \exp\left(\frac{m}{\beta_1 r_c}(r_0 + \xi_{bal}x - r_c)\right) \quad (5.11)$$

avec $(m_0, n_0) = (12, 4)$, $\Delta\theta_c = 2\pi/5$, $\beta_1 = 3/5$ et $r_c/\xi_{bal} = 590$, C étant une constante choisie telle que $\psi_{m_0}(x = 0) = 1$. Les profils radiaux des harmoniques $\psi_m(x)$ sont représentés sur la figure 5.7, qui montre que l'amplitude de ψ_m décroît en direction du centre du plasma. La RMP (5.10) crée le champ magnétique

$$\delta\mathbf{B}_\perp = \nabla \times (\psi_{RMP}\mathbf{e}_z) = \nabla\psi_{RMP} \times \mathbf{e}_z \quad (5.12)$$

dont on néglige la composante poloïdale pour ne garder que la composante radiale,

$$\delta\mathbf{B}_\perp \approx \delta B_\perp \mathbf{e}_r \quad (5.13)$$

Dans la suite on parlera donc de champ magnétique radial. Par conséquent, des chaînes d'îlots magnétiques se forment sur les surfaces rationnelles. La largeur w_m des îlots magnétiques induits

par chaque harmonique m est déterminée par l'amplitude de ψ_m à la surface résonante x_m , telle que $q(x_m) = m/n_0$. Ainsi, on a [36]

$$w_m \propto \sqrt{\psi_m} \quad (5.14)$$

Le champ magnétique total s'écrit alors

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}_\perp \quad (5.15)$$

\mathbf{B}_0 étant le champ magnétique de confinement axi-symétrique donné par l'expression (2.40). Du fait du changement de topologie magnétique induit par la RMP, l'opérateur gradient parallèle est modifié, de sorte que

$$\nabla_{\parallel} = \nabla_{\parallel 0} - \{\psi_{\text{RMP}}, \cdot\} \quad (5.16)$$

$\nabla_{\parallel 0}$ étant le gradient parallèle sans RMP défini par la relation (3.42).

5.3.2 Stochasticité du champ magnétique

On a dit précédemment que le divertor ergodique dynamique crée un champ magnétique stochastique dans une zone située au bord. Une mesure du niveau de stochasticité du champ magnétique est donnée par le rapport entre la somme des demi-largeurs de deux îlots magnétiques voisins et la distance entre les surfaces rationnelles correspondantes. C'est ce qu'on appelle le paramètre de recouvrement de Chirikov, défini par

$$\sigma_m^{\text{chir}} = \frac{w_m/2 + w_{m+1}/2}{x_{m+1} - x_m} \quad (5.17)$$

et baptisé d'après le nom de Boris Chirikov (1928 - 2008), physicien russe ayant réalisé entre autres des travaux sur les oscillateurs non-linéaires et le chaos hamiltonien. Le seuil d'apparition de la stochasticité est $\sigma^{\text{chir}} = 1$, et elle augmente quand $\sigma^{\text{chir}} \geq 1$. C'est ce qu'on appelle le critère de Chirikov, qui dit que le chaos apparaît quand la somme des demi-largeurs de deux îlots voisins devient supérieure à la distance entre ces îlots. En-dessous de la valeur 1, le système est déterministe. Au-dessus de 1, il devient stochastique (c'est-à-dire aléatoire). Dans le cas d'un tokamak, quand $\sigma^{\text{chir}} < 1$, les surfaces magnétiques sont emboîtées et ordonnées. Quand $\sigma^{\text{chir}} > 1$, les surfaces magnétiques sont détruites et la trajectoire des lignes de champ devient imprévisible (aléatoire).

La figure 5.8 montre les trois cas qui peuvent se présenter [40] quand l'amplitude de la RMP augmente, les valeurs du paramètre de Chirikov dans nos simulations numériques étant représentées sur la figure 5.9. Cette figure montre que pour $\psi_0 = 6.5$ (c'est-à-dire $I_D = 0.5$ kA), le paramètre de Chirikov reste inférieur à 1 dans tout le domaine. Il est compris entre 0.40 dans la limite intérieure du domaine ($\sigma_{10,11}$) et 0.80 dans la limite extérieure ($\sigma_{13,14}$). Cela vient du fait que les îlots sont encore étroits et deux îlots voisins restent donc séparés. Pour $\psi_0 = 13$ (c'est-à-dire $I_D = 1$ kA), le paramètre de Chirikov est compris entre 0.57 dans la limite intérieure du domaine ($\sigma_{10,11}$) et 1.14 dans la limite extérieure ($\sigma_{13,14}$). Le paramètre de Chirikov a franchi

la valeur 1, par conséquent la stochasticité apparaît dans le système. Comme l'amplitude de la RMP a augmenté, les îlots ont grossi. La situation est alors la suivante :

- Les chaînes (10,4) et (11,4) sont séparées ($\sigma_{10,11}^{chir} = 0.57$).
- Les chaînes (11,4) et (12,4) sont séparées ($\sigma_{11,12}^{chir} = 0.88$).
- La chaîne (12,4) et la chaîne (13,4) se superposent ($\sigma_{12,13}^{chir} = 1.10$).
- La chaîne (13,4) et la chaîne (14,4) se superposent ($\sigma_{13,14}^{chir} = 1.14$).

Enfin, pour $\psi_0 = 19.5$ (c'est-à-dire $I_D = 1.5$ kA), le paramètre de Chirikov est compris entre 0.69 ($\sigma_{10,11}$) et 1.39 ($\sigma_{13,14}$). Comme l'amplitude de la RMP a encore augmenté, les îlots ont encore grossi et la situation est alors celle-ci :

- les chaînes (10,4) et (11,4) sont séparées ($\sigma_{10,11}^{chir} = 0.69$).
- les chaînes (11,4) et (12,4) se superposent ($\sigma_{11,12}^{chir} = 1.10$)
- les chaînes (12,4) et (13,4) se superposent ($\sigma_{12,13}^{chir} = 1.35$)
- les chaînes (13,4) et (14,4) se superposent ($\sigma_{13,14}^{chir} = 1.39$)

Ainsi, par rapport au cas précédent ($\psi_0 = 13$), le degré de stochasticité du système a augmenté.

La stochasticité est un phénomène universel et fait l'objet d'études dans de nombreux domaines. Par exemple, en physique, on peut l'observer très simplement dans les oscillations d'un pendule. Si on lance le pendule doucement, il va effectuer de petites oscillations autour de sa position d'équilibre, et on aura $\sigma^{chir} < 1$. Si on lance le pendule plus fort, l'amplitude des oscillations va augmenter, par conséquent σ^{chir} va augmenter. Tant que le pendule oscille autour de sa position d'équilibre, σ^{chir} est inférieur à 1. Si on lance le pendule encore plus fort, il ne va plus osciller mais faire des tours complets sur lui-même : c'est ce qu'on appelle le mouvement de libration, et dans ce cas, $\sigma^{chir} > 1$.

5.3.3 Effet de la RMP à plusieurs harmoniques sur la dynamique de la barrière

La figure 5.10 [7] représente l'évolution temporelle de la densité (haut) et de l'émission de la raie Lyman α du deutérium (bas) dans le tokamak DIII-D, qui met en évidence les oscillations de relaxation de la barrière. En effet, les pics de D_α sont la signature des relaxations de la barrière. Avant $t = 2000$ (trait pointillé vertical), ces pics sont nombreux et ininterrompus, se succédant continuellement. A $t = 2000$, la RMP est appliquée, avec l'hélicité (11,3) et $I_D = 4$ kA (courbe rouge). Le champ magnétique radial résultant a alors une amplitude de 6.5 G. Peu de temps après, les pics disparaissent totalement. Cependant, le graphe du haut montre que la densité reste constante en moyenne, ce qui indique que le confinement du plasma est conservé. Ces mesures expérimentales montrent donc que les relaxations de la barrière sont supprimées, tandis que le confinement est préservé. Par conséquent, la RMP est un moyen efficace pour stabiliser les relaxations de la barrière.

Dans ce qui suit, on va effectuer une analyse théorique et numérique, afin de comprendre les mécanismes qui gouvernent cette stabilisation. Quand la RMP (5.10) est appliquée dans notre modèle, un champ magnétique radial $\delta\mathbf{B}_\perp$ apparaît. Comme les particules chargées suivent les lignes de champ, cela provoque un mouvement radial des particules, appelé "magnetic flutter" (ce dernier mot signifie en français "battement", avec une idée de rapidité, comme les ailes d'un

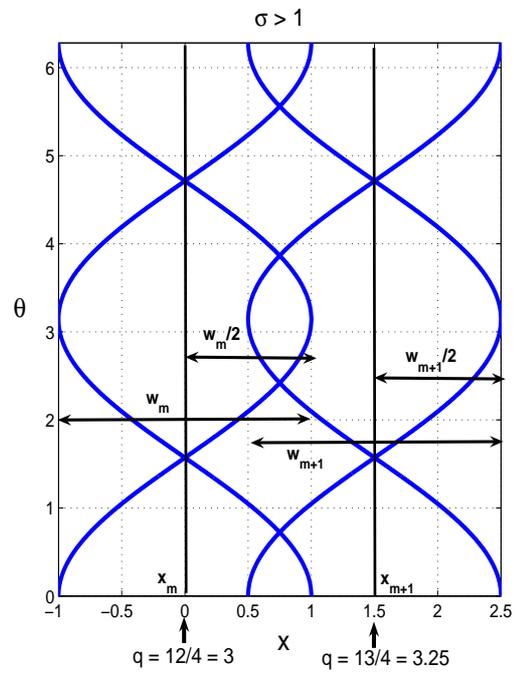
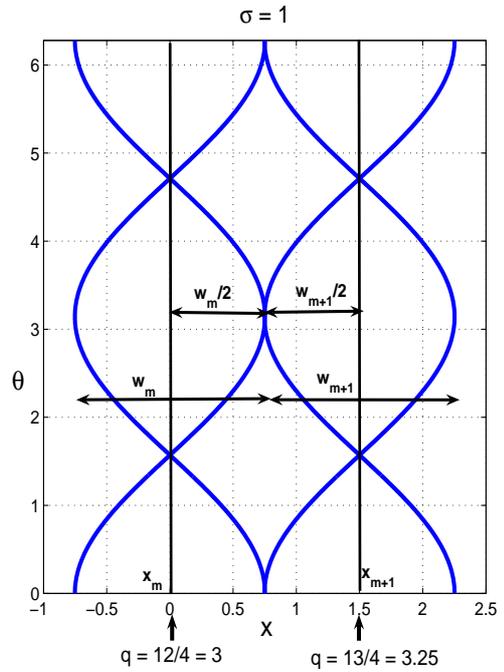
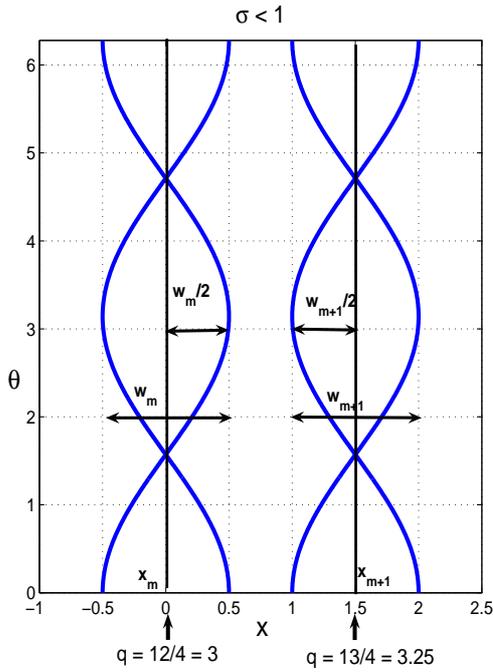


FIGURE 5.8 – a) Les îlots voisins sont encore étroits et sont donc séparés. Par conséquent, $\sigma_{m,m+1} < 1$. b) Les îlots ont grossi jusqu'à entrer en contact. Par conséquent, $\sigma_{m,m+1} = 1$. C'est le seuil d'apparition de la stochasticité du champ magnétique. c) Les îlots ont encore grossi au point de se chevaucher. Par conséquent, $\sigma_{m,m+1} > 1$. Le niveau de stochasticité du système augmente $[\varphi M]$.

b)

c)

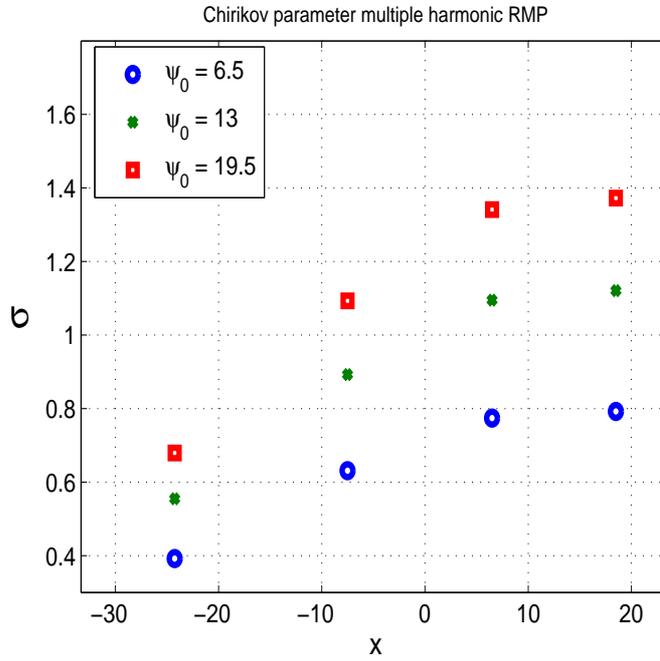


FIGURE 5.9 – Valeurs des paramètres de Chirikov $\sigma_{10,11}$, $\sigma_{11,12}$, $\sigma_{12,13}$ et $\sigma_{13,14}$ pour les différentes amplitudes ψ_0 de la RMP (5.10), correspondant à $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA [φ M].

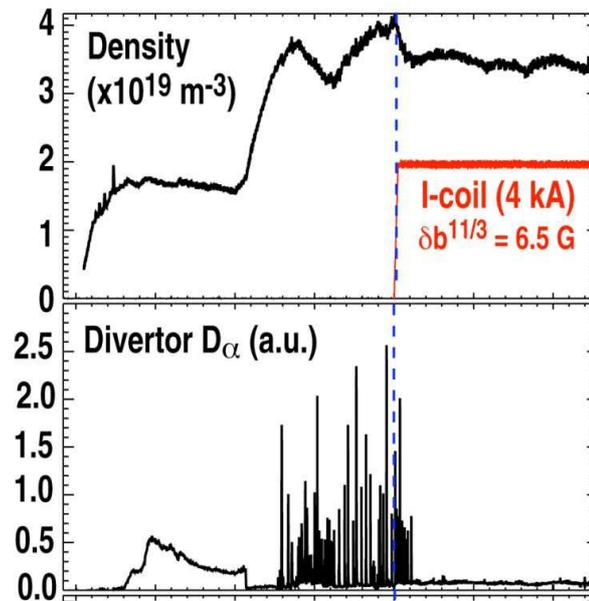


FIGURE 5.10 – Evolution temporelle de la densité (haut) et de l'émission de la raie Lyman α du deutérium (bas) dans le tokamak DIII-D (résultats expérimentaux provenant de [7]).

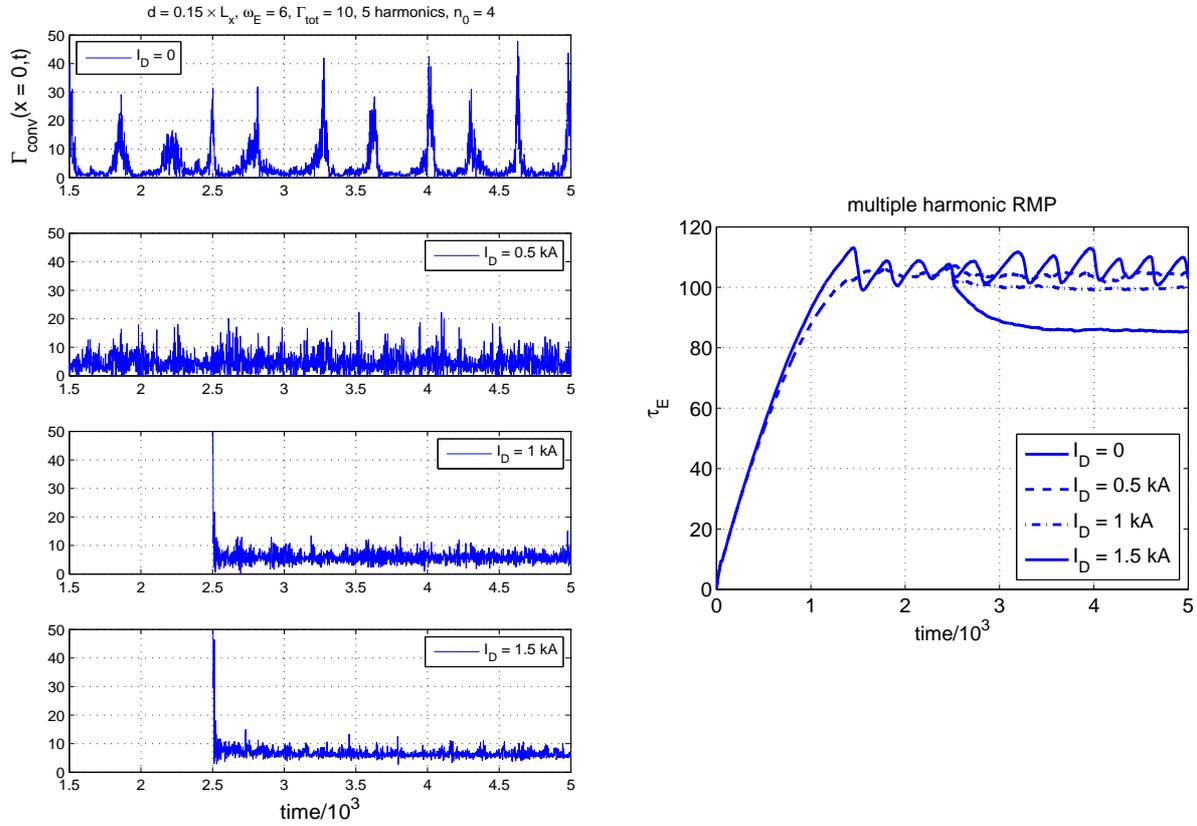


FIGURE 5.11 – Evolution temporelle du flux convectif Q_{conv} au centre de la barrière de transport ($x = 0$) (à gauche) et du temps de confinement de l'énergie τ_E (à droite) avant l'application de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) ($I_D = 0$) et après, pour 3 amplitudes différentes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Les paramètres utilisés dans les simulations numériques sont $Q_{tot} = 10$, $\omega_E = 6$ et $d = 0.15(x_{max} - x_{min}) = 11.7$ [φM].

oiseau qui volète, qui bat des ailes rapidement, ou encore comme un drapeau qui flotte au vent) et représenté par le flux d'énergie radial

$$Q_{\delta B}(x, t) = -\chi_{\parallel} \left\langle \frac{\partial \psi_{RMP}}{\partial y} \nabla_{\parallel} p \right\rangle_{y,z} \quad (5.18)$$

Le graphe de gauche de la figure 5.11 représente l'évolution temporelle du flux convectif Q_{conv} avant l'application de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) et après, pour trois amplitudes différentes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Ces courbes montrent de manière très claire que la RMP (5.10) conduit à une stabilisation des oscillations de relaxation de la barrière de transport, pour une amplitude de la RMP suffisamment élevée ($\psi_0 \geq 6.5$, c'est-à-dire $I_D \geq 0.5$ kA) [41, 28]. Le graphe de droite de la figure 5.11 représente l'évolution temporelle du temps de confinement de l'énergie τ_E avant l'application de la RMP (5.10) et après, pour trois amplitudes différentes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Dans un souci de lisibilité des courbes, j'ai dû restreindre le

nombre de traits différents à 3 (trait continu, — — — et -.-.). Les courbes $I_D = 0$ et $I_D = 1.5$ kA sont donc toutes deux tracées avec un trait continu. Comment les distinguer ? La courbe $I_D = 0$ est celle qui présente des vaguelettes, correspondant aux oscillations de relaxation de la barrière. La courbe $I_D = 1.5$ kA est la plus basse, démarrant à $t = 2500$ (unités normalisées), et montrant que τ_E diminue pour se stabiliser à environ 87 (unités normalisées). Ces 4 courbes montrent également que la RMP stabilise les oscillations de relaxation de la barrière. En effet, les vaguelettes indiquant les relaxations sur la courbe $I_D = 0$ sont supprimées dès l'application de la RMP avec $I_D = 0.5$ kA. De plus, ces courbes montrent que τ_E ne baisse pas beaucoup quand la RMP est appliquée : pour $I_D = 0.5$ kA, il ne baisse pas, la valeur moyenne étant la même que pour $I_D = 0$. La baisse de τ_E devient visible pour $I_D = 1$ kA, mais reste cependant faible. La baisse ne devient franche que pour de très grandes amplitudes de la RMP, comme par exemple $I_D = 1.5$ kA. Les résultats montrés par les courbes de ce graphe au sujet de τ_E avec application de la RMP constituent une bonne nouvelle, car cela signifie que la RMP stabilise les relaxations de la barrière tout en n'affectant pas ou peu le temps de confinement de l'énergie tant que l'amplitude de la RMP n'est pas trop grande. C'est un résultat important, étant donnée l'importance du paramètre τ_E dans un plasma de tokamak.

Ces résultats, stabilisation des relaxations de la barrière par la RMP et maintien de τ_E sauf pour de très grandes amplitudes de la RMP, confirment ceux précédemment obtenus par Michael Leconte et présentés dans sa thèse de doctorat [39] ("**Interaction entre écoulements cisailés et transport turbulent dans les plasmas de fusion magnétique**", thèse de l'Université de Provence, 2008) ainsi que dans ses publications [29] et [30]. On précise que, sur le graphe de gauche, l'intervalle de temps entre $t = 0$ et $t = 1500$ a été coupé afin de ne montrer que les phénomènes qui nous intéressent dans cette étude. En effet, cet intervalle de temps correspond à la phase de croissance linéaire qui précède l'apparition des oscillations de relaxation, et ne présente donc pas d'intérêt pour notre étude. De plus, on précise que sur les 2 derniers graphes, celui avec $I_D = 1$ kA et celui avec $I_D = 1.5$ kA, la RMP n'a été appliquée qu'à partir de $t = 2500$, ceci afin d'alléger la simulation numérique. Le trait vertical observé sur ces deux graphes à $t = 2500$ est un phénomène purement numérique.

Les quatre graphes de la figure 5.12 représentent les profils radiaux moyennés dans le temps de la pression p , du flux convectif Q_{conv} , du gradient de pression $|\partial\bar{p}/\partial x|$ et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$, avant l'application de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Sur ces graphes, de même que sur le graphe de droite de la figure 5.12, j'ai dû restreindre le nombre de traits différents à 3, dans un souci de lisibilité (trait continu, — — — et -.-.). La légende utilisée est donc la même que sur cette dernière figure, et elle sera adoptée pour toutes les figures qui vont suivre, plus précisément pour toutes celles représentant des courbes avant application de la RMP ($I_D = 0$) et après, avec les 3 amplitudes croissantes de la RMP, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Les courbes $I_D = 0$ et $I_D = 1.5$ kA sont donc toutes deux représentées avec un trait continu. Comment les distinguer ? Sur le graphe d'en haut à gauche, représentant le profil de pression, la pression diminue suite à l'application de la RMP, très légèrement pour de faibles amplitudes de la RMP comme par exemple $I_D = 0.5$ kA, puis de plus en plus franchement quand I_D augmente. En conséquence, pour $I_D = 1.5$ kA, la pression à l'extrémité gauche du domaine de simulation

($x = -33.33$) ne vaut plus que 170 au lieu des 210 initiaux ($I_D = 0$). La courbe $I_D = 1.5$ kA est donc la plus basse. Sur cette courbe, on observe également très bien l'aplatissement de la pression ("pressure flattening" en anglais) au centre de la barrière [36], correspondant à l'érosion de la barrière visible sur le graphe d'en dessous représentant le profil du gradient de pression. Sur le graphe d'à côté, représentant le profil de Q_{conv} , Q_{conv} augmente au centre de la barrière quand la RMP est appliquée et diminue sur le côté extérieur de la barrière. Ainsi, la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus faibles dans la zone où la hausse de Q_{conv} est observée. Sur le côté intérieur de la barrière, Q_{conv} n'est presque pas modifié par la RMP. Sur le graphe d'en bas à gauche, représentant le profil du gradient de pression, le gradient de pression se creuse au centre de la barrière quand la RMP est appliquée, de sorte que la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus élevées dans la zone où cette baisse est observée. Ce graphe montre bien l'érosion de la barrière. On voit également que, sur le côté extérieur de la barrière, le gradient de pression augmente tant que l'amplitude de la RMP n'est pas trop élevée. Au-delà d'une certaine valeur de I_D , comprise entre 1 et 1.5 kA, le phénomène s'inverse et le gradient de pression chute nettement en dessous de sa valeur initiale ($I_D = 0$). Sur le côté intérieur de la barrière, le gradient de pression n'est pratiquement pas modifié par la RMP. Enfin, sur la figure d'en bas à droite, représentant le profil de $Q_{\delta B}$, on voit que $Q_{\delta B}$ augmente avec I_D , et ce, d'autant plus fortement sur le côté extérieur de la barrière.

La figure 5.11 a montré que la RMP stabilise les oscillations de relaxation de la barrière de transport. On va maintenant essayer de comprendre pourquoi. Un élément d'explication est l'érosion de la barrière, causée par le flux convectif d'équilibre

$$Q_{conv}^{eq}(x) = \left\langle p^{eq} \frac{\partial \phi^{eq}}{\partial y} \right\rangle_{y,z} \quad (5.19)$$

associé au nouvel équilibre non-axisymétrique du plasma qui apparaît avec la RMP.

Dans cette expression,

$$p^{eq}(x, y, z) = \langle p \rangle_t, \quad \phi^{eq}(x, y, z) = \langle \phi \rangle_t \quad (5.20)$$

désignent les harmoniques d'équilibre de la pression et du potentiel électrique qui apparaissent avec la RMP (5.10), $\langle \cdot \rangle_t$ étant la moyenne temporelle dans un état statistiquement stationnaire,

$$p^{eq}(x, y, z) = \delta p^{RMP}(x, y, z) = \sum_{m=10}^{14} p_m^{RMP}(x) \cos(m\kappa_y y - n_0 \kappa_z z) \quad (5.21)$$

$$\phi^{eq}(x, y, z) = \delta \phi^{RMP}(x, y, z) = \sum_{m=10}^{14} \phi_m^{RMP}(x) \cos(m\kappa_y y - n_0 \kappa_z z) \quad (5.22)$$

Avec cette nouvelle composante d'équilibre, le flux convectif s'écrit alors

$$Q_{conv}(x, t) = Q_{conv}^{turb}(x, t) + Q_{conv}^{eq}(x) \quad (5.23)$$

les deux composantes, turbulente et stationnaire, étant représentées sur les deux graphes de la figure 5.13. Sur ces graphes, la même légende que précédemment a été utilisée. Sur le graphe

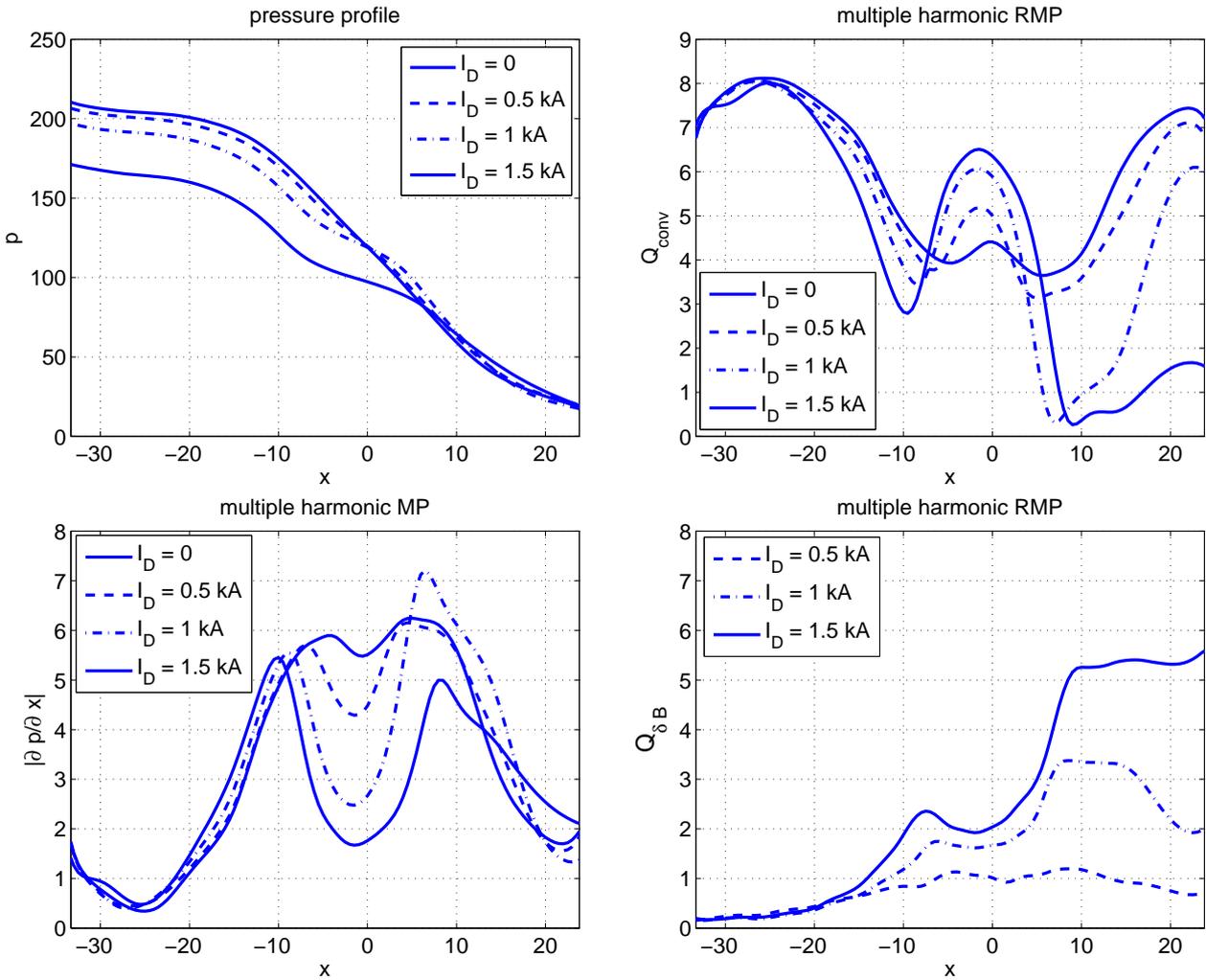


FIGURE 5.12 – Profil radial des moyennes temporelles de la pression p (en haut à gauche), du flux convectif Q_{conv} (en haut à droite), du gradient de pression $|\partial \bar{p} / \partial x|$ (en bas à gauche) et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$ (en bas à droite) avant l'application de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes différentes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA [φM].

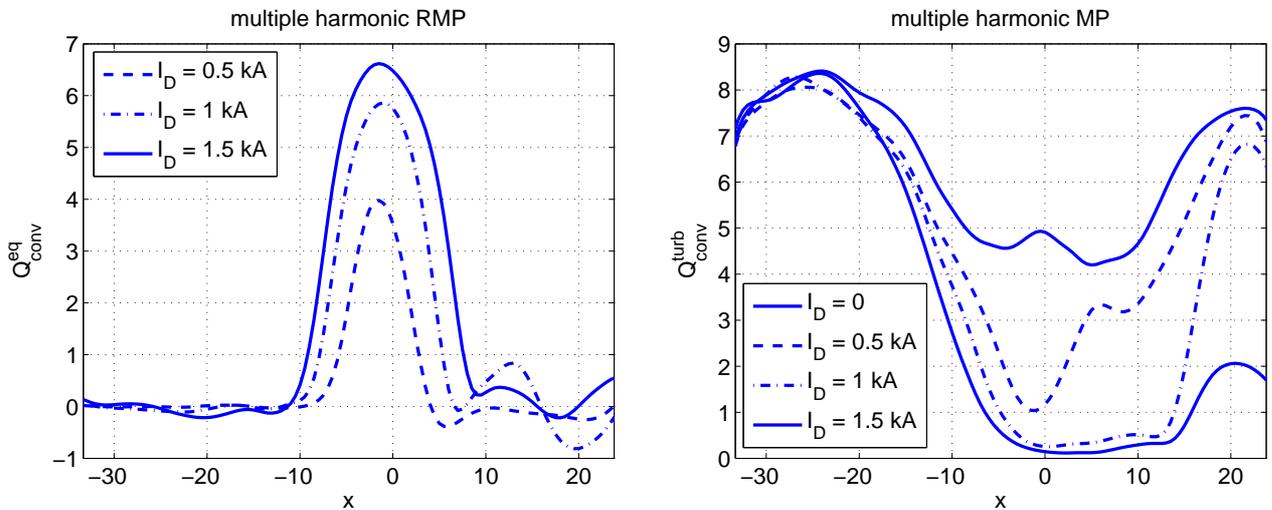


FIGURE 5.13 – Profils radiaux moyennés dans le temps de la composante d’équilibre Q_{conv}^{eq} du flux convectif (à gauche) qui apparaît avec la RMP (5.10) et du flux convectif turbulent Q_{conv}^{turb} (à droite) avant l’application de la RMP et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA [φM].

de droite, les courbes $I_D = 0$ et $I_D = 1.5$ kA sont donc toutes deux représentées avec un trait continu. Comment les distinguer ? Q_{conv}^{turb} diminue au centre de la barrière quand la RMP est appliquée, de sorte que la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus hautes dans la zone où cette baisse est observée. De plus, on ajoute que le graphe d’en haut à droite de la figure 5.12, représentant Q_{conv} , est égal à la somme des deux graphes de la figure 5.13, conformément à la relation (5.23).

Les figures 5.14, 5.15 et 5.16 sont des coupes poloïdales instantanées à l’instant $t = 5000$ en unités adimensionnées (c’est-à-dire $t = 11.5$ ms en unités réelles) de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP est appliquée avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Les coupes poloïdales du potentiel électrique montrent bien la déformation des surfaces magnétiques et l’apparition de chaînes d’îlots magnétiques, surtout de celle située sur la surface rationnelle (12, 4), qui est la plus visible. On voit que les îlots deviennent de plus en plus gros et de plus en plus profonds au fur et à mesure que I_D augmente. Les coupes poloïdales de la pression montrent la présence d’une barrière de transport et son érosion par la RMP, d’autant plus forte que I_D augmente. Les coupes poloïdales du flux convectif montrent l’apparition de structures de périodicité $m = 12$ dans la direction poloïdale, de signes alternés, visibles surtout à partir de $I_D = 1$ kA, et de plus en plus intenses quand I_D augmente. Sur ces figures, le cercle blanc au centre représente le cœur du plasma, qui n’a pas été simulé dans cette thèse. En effet, on rappelle qu’on n’étudie que la zone de bord comprise entre les surfaces résonantes $q = 2.5$ et $q = 3.5$. Les coupes poloïdales de la pression montrent que l’instabilité d’interchange est stable du côté fort champ (côté gauche). En effet, de ce côté, il n’y a pas de “streamers”, ces cellules de convection allongées radialement, bien visibles du côté faible champ (côté droit), et qui ressemblent à des doigts.

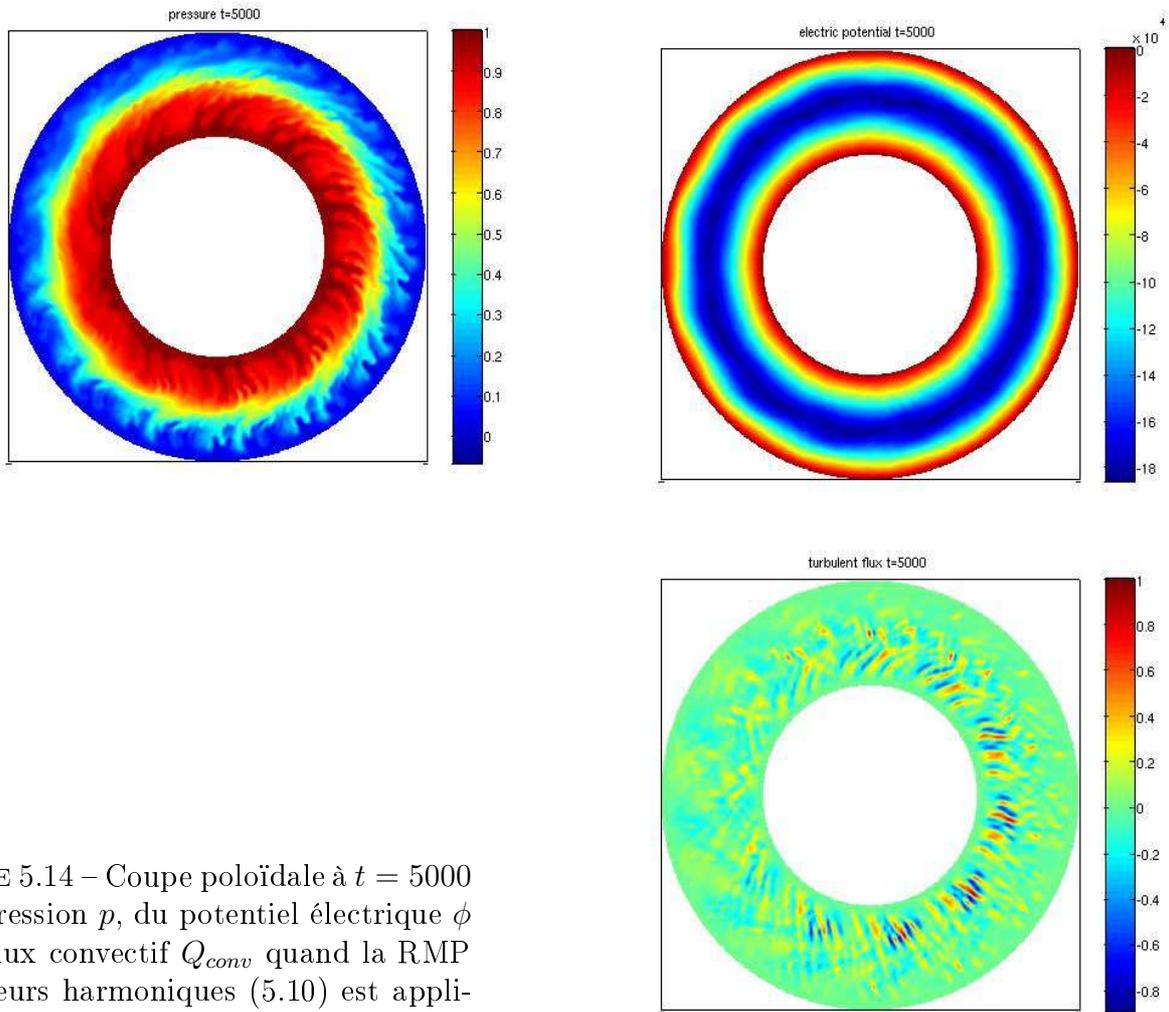


FIGURE 5.14 – Coupe poloidale à $t = 5000$ de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) est appliquée avec une amplitude $I_D = 0.5$ kA [φM].

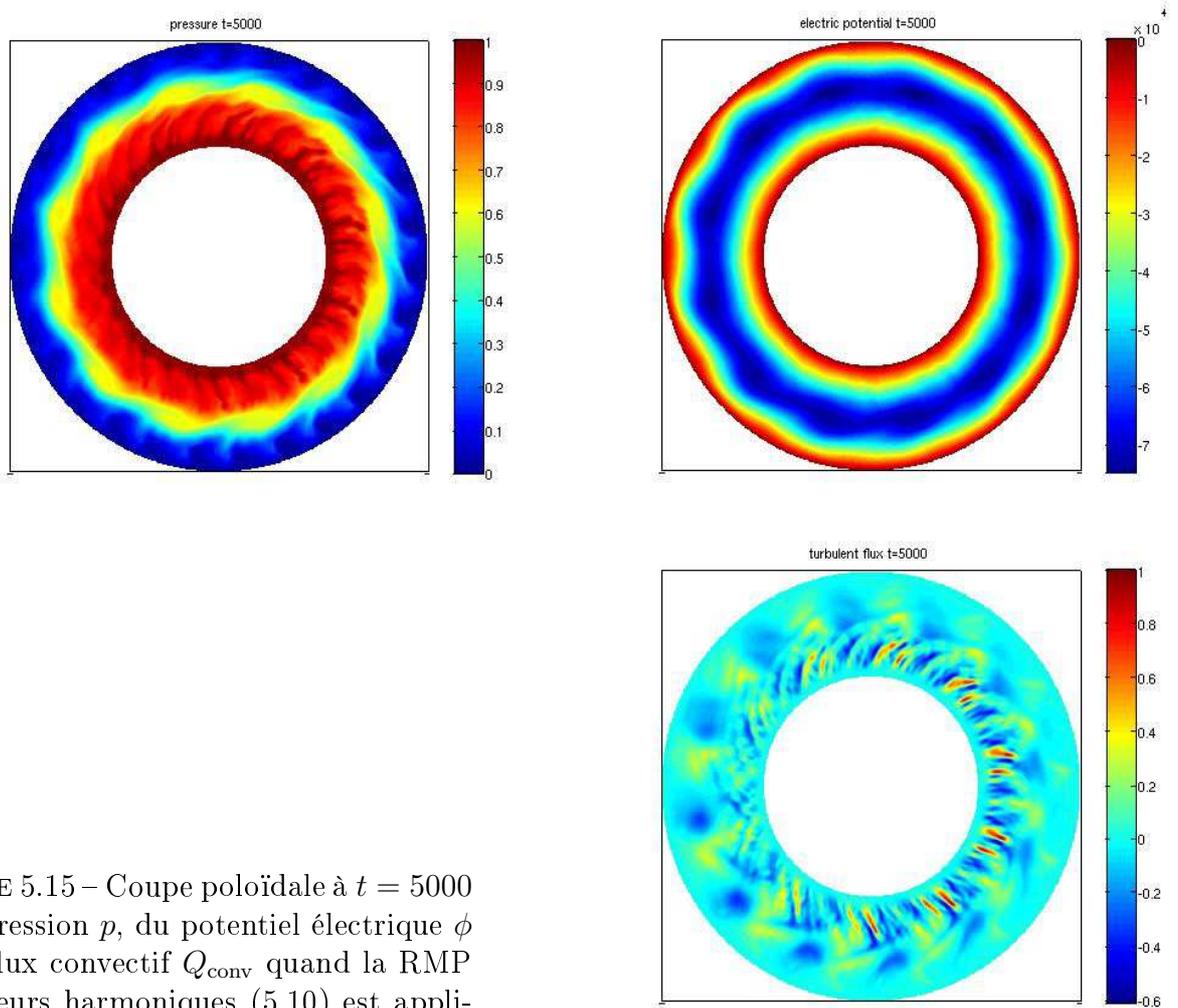


FIGURE 5.15 – Coupe poloïdale à $t = 5000$ de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) est appliquée avec une amplitude $I_D = 1 \text{ kA}$ [φM].

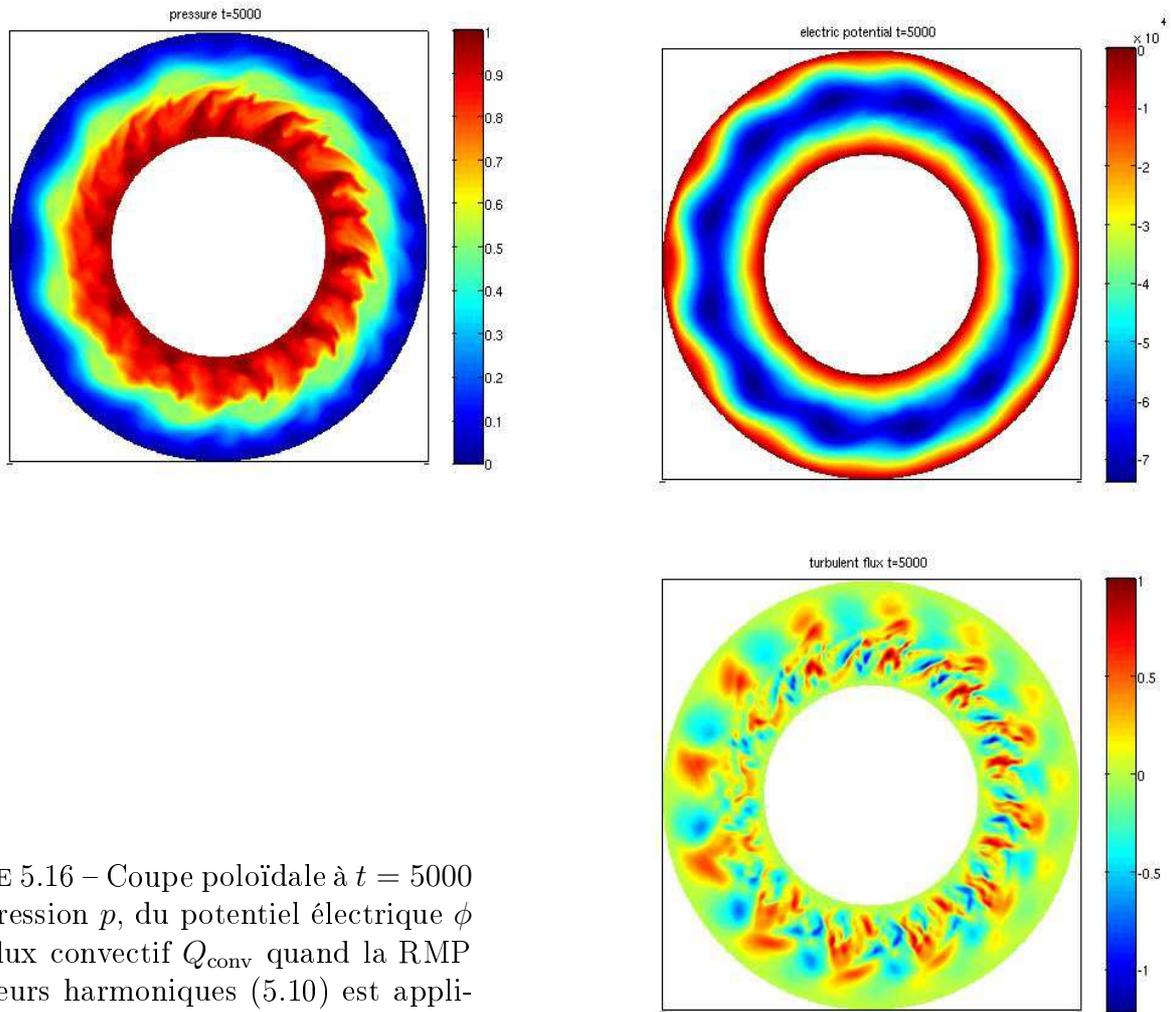


FIGURE 5.16 – Coupe poloidale à $t = 5000$ de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) est appliquée avec une amplitude $I_D = 1.5$ kA [φM].

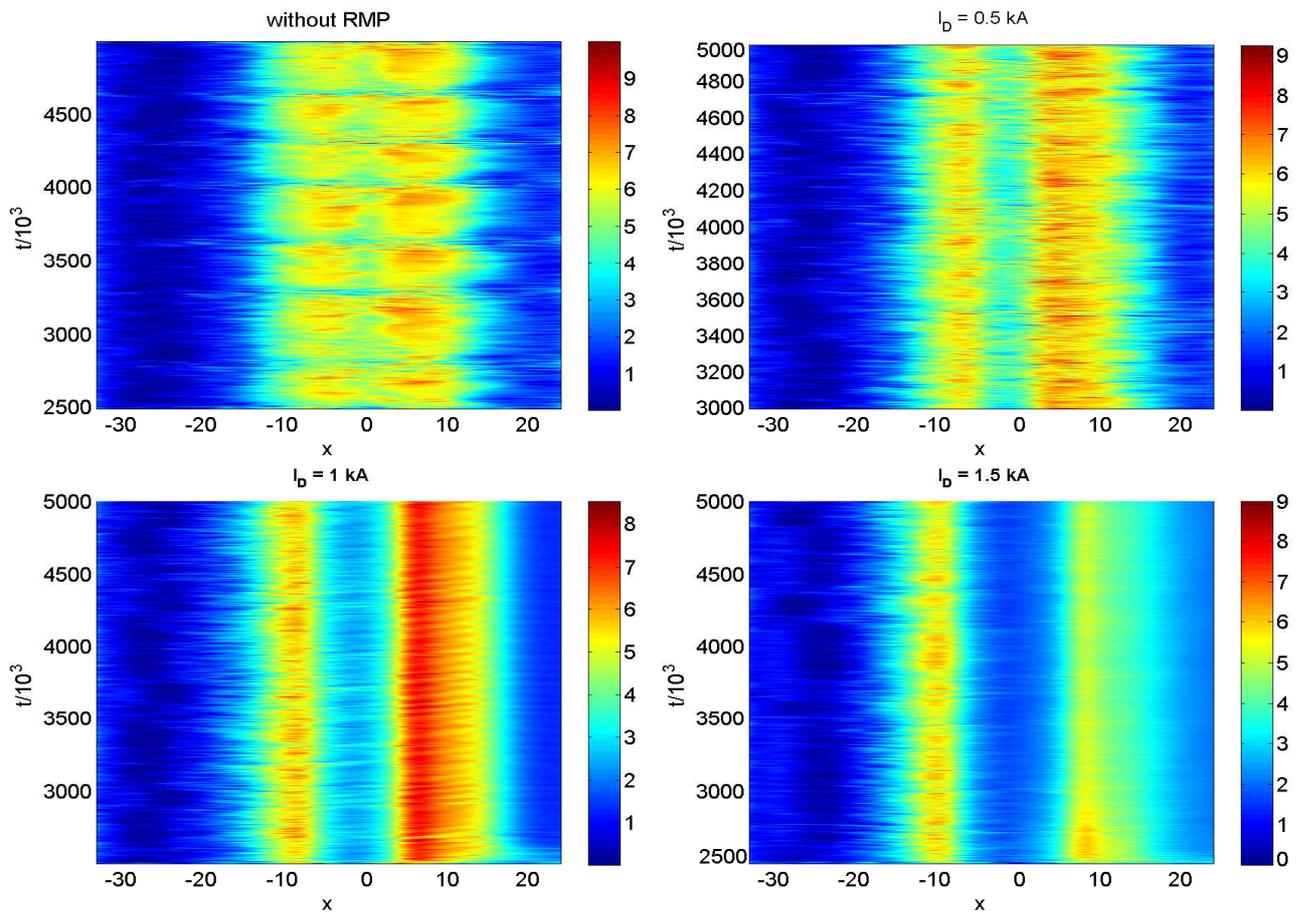


FIGURE 5.17 – Evolution temporelle du gradient de pression avant l'application de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) (en haut à gauche) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA (en haut à droite), 1 kA (en bas à gauche) et 1.5 kA (en bas à droite) [φM].

La figure 5.17 montre l'évolution temporelle du gradient de pression $|\partial\bar{p}/\partial x|$ entre $t = 2500$ et $t = 5000$ avant l'application de la RMP à plusieurs harmoniques (5.10) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Le premier graphe, en haut à gauche ($I_D = 0$), montre les oscillations de relaxation du gradient de pression. En effet, on observe des crashes du gradient de pression : celui-ci chute brutalement à 6 reprises, la première fois vers $t = 2800$, la deuxième fois vers $t = 3400$, puis vers $t = 3600$, puis vers $t = 4000$, puis vers $t = 4300$, et enfin vers $t = 4600$. Le gradient de pression chute brutalement, puis réaugmente (zones rouges entre $x = 0$ et $x = 10$), puis chute de nouveau, et ainsi de suite ... Les trois autres graphes, avec application de la RMP avec trois amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA, montrent la suppression des oscillations de relaxation. De plus, les deux premiers graphes, pour $I_D = 0.5$ kA et 1 kA, montrent que le gradient de pression augmente sur le côté extérieur de la barrière (entre $x = 0$ et $x = 10$, zones rouges), conformément à ce qui avait été observé sur le graphe correspondant de la figure 5.12. De plus, les trois graphes $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA, montrent bien l'érosion de la barrière, qui s'accroît au fur et à mesure que I_D augmente (zone bleue vers $x = 0$, un peu décalée vers les x négatifs, de plus en plus foncée au fur et à mesure que I_D augmente). La courbe $I_D = 1.5$ kA montre l'effondrement du gradient de pression sur le côté extérieur de la barrière, qui avait été observé sur la courbe correspondante de la figure 5.12. On voit que le gradient de pression s'effondre bien en dessous de sa valeur initiale ($I_D = 0$).

5.3.4 Bilan des flux d'énergie

Dans le chapitre 4, on avait établi le bilan des flux d'énergie (relation (4.5)) afin d'expliquer la formation de la barrière de transport. Dans ce qui suit, on va établir un nouveau bilan, afin de mettre en évidence les changements qui se produisent lors de l'application de la RMP. Pour cela, on applique la même méthode que précédemment, qui consiste à calculer la moyenne dans les directions poloïdale et toroïdale de l'équation de conservation de l'énergie (3.67). Mais la modification de l'opérateur gradient parallèle par la RMP (expression (5.16)) va faire apparaître un terme supplémentaire, le flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$. Le calcul conduit à l'équation aux dérivées partielles suivante,

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{\text{conv}}}{\partial x} = -\frac{\partial Q_{\delta B}}{\partial x} - \frac{\partial Q_{\text{coll}}}{\partial x} + S(x) \quad (5.24)$$

De même que précédemment, on prolonge la simulation suffisamment longtemps pour qu'un état statistiquement stationnaire soit atteint, de sorte que le profil de pression d'équilibre n'évolue plus dans le temps, $\bar{p}(x, t) = \bar{p}(x)$. Le premier terme de l'équation (5.24) va donc s'annuler. En prenant la moyenne temporelle de cette équation et en l'intégrant radialement, on obtient

$$\langle Q_{\text{conv}} \rangle_t(x) + \langle Q_{\text{coll}} \rangle_t(x) + \langle Q_{\delta B} \rangle_t(x) = Q_{\text{tot}} \quad (5.25)$$

Cette équation, fruit d'un calcul analytique, peut alors être mise en relation avec les résultats numériques présentés sur les graphes de la figure 5.12. Quand la RMP est appliquée, on peut distinguer trois zones au voisinage de la surface résonante principale (12,4), bien visibles sur les graphes de la figure 5.12 :

- la région $x \approx 0$, proche de la surface résonante (12,4), c'est-à-dire où $-w/2 < x < w/2$, w étant la largeur d'îlot : dans cette zone, Q_{conv}^{turb} est réduit par l'écoulement cisailé et par la RMP, si bien qu'on peut écrire $Q_{conv}^{turb}/Q_{tot} \ll 1$. De plus, le flux convectif d'équilibre Q_{conv}^{eq} apparait et $Q_{\delta B}$ est faible, $Q_{\delta B}/Q_{tot} \ll 1$. Le bilan d'énergie (5.25) se simplifie donc en

$$Q_{conv}^{eq} + Q_{coll} = Q_{tot} \quad (5.26)$$

ce qui montre que l'apparition du flux convectif d'équilibre Q_{conv}^{eq} doit être compensée par une diminution de Q_{coll} donc du gradient de pression (c'est-à-dire par un aplatissement du profil de pression), visibles sur la figure 5.12 (en bas à gauche et en haut à gauche).

- la région où $x < 0$, éloignée de la surface résonante mais située dans la barrière de transport, côté intérieur, telle que $-d < x < -w/2$, où d représente la largeur de la barrière définie dans le chapitre 4 par l'expression (4.10) : dans cette zone, Q_{conv}^{eq} est faible, donc $Q_{conv}^{eq}/Q_{tot} \ll 1$. De plus, comme les îlots sont plus petits que du côté extérieur de la barrière, $Q_{\delta B}$ est faible, donc $Q_{\delta B}/Q_{tot} \ll 1$. Le bilan d'énergie (5.25) se réduit donc à

$$Q_{conv}^{turb} + Q_{coll} = Q_{tot} \quad (5.27)$$

Dans cette région, le flux Q_{conv}^{turb} n'est que peu influencé par la RMP, si bien qu'on peut écrire $Q_{conv}^{turb} \approx Q_{conv}^0$, où l'indice 0 désigne la situation sans RMP. En utilisant les relations (4.5) et (5.27), on déduit $Q_{coll} \approx Q_{coll}^0$. Par conséquent, le profil du gradient de pression n'est que faiblement modifié par la RMP dans cette région, ce qu'on peut observer sur la figure 5.12 (en bas à gauche).

- enfin, la région où $x > 0$, éloignée de la surface résonante mais située dans la barrière, côté extérieur, telle que $w/2 < x < d$: dans cette zone, le flux Q_{conv}^{eq} est faible, si bien qu'on peut écrire $Q_{conv}^{eq}/Q_{tot} \ll 1$. Par conséquent, le bilan d'énergie se réduit à

$$Q_{conv}^{turb} + Q_{coll} + Q_{\delta B} = Q_{tot} \quad (5.28)$$

Quand I_D augmente, le flux $Q_{\delta B}$ augmente et le flux Q_{conv}^{turb} diminue dans cette zone. Il se produit alors une compétition entre ces deux flux :

a) quand $I_D < I_D^{seuil}$, $v(Q_{conv}^{turb}) + v(Q_{\delta B}) < 0$, donc $v(Q_{coll}) > 0$, $v(f)$ indiquant la variation de la fonction f . La somme des variations de Q_{conv}^{turb} et de $Q_{\delta B}$ est négative. D'après la relation (5.28), indiquant que la somme des trois flux reste toujours égale à Q_{tot} , cette baisse doit être compensée par une hausse de Q_{coll} . Celui-ci augmente dans cette zone tant que I_D n'est pas trop grande (inférieure à une valeur comprise entre 1 et 1.5 kA). C'est l'augmentation du gradient de pression sur le côté extérieur de la barrière mentionnée précédemment, visible sur la figure 5.12 (en bas à gauche), et qui explique le maintien du temps de confinement observé sur la figure 5.11, à droite. De plus, on a $v(Q_{\delta B}) < |v(Q_{conv}^{turb})|$, c'est-à-dire que l'augmentation de $Q_{\delta B}$ est inférieure à la diminution de Q_{conv}^{turb} ; ce qui prédomine donc dans cette situation, c'est la diminution de Q_{conv}^{turb} .

b) Quand $I_D > I_D^{seuil}$, c'est le contraire, $v(Q_{conv}^{turb}) + v(Q_{\delta B}) > 0$, la somme des variations de Q_{conv}^{turb} et de $Q_{\delta B}$ est positive, donc $v(Q_{coll}) < 0$, le flux Q_{coll} diminue. C'est la chute subite

du gradient de pression sur le côté extérieur de la barrière mentionnée précédemment, visible sur la figure 5.12 (en bas à gauche), et qui explique la diminution du temps de confinement τ_E observée sur la figure 5.11, à droite. De plus, on a $v(Q_{\delta B}) > |v(Q_{conv}^{turb})|$, c'est-à-dire que l'augmentation de $Q_{\delta B}$ est supérieure à la diminution de Q_{conv}^{turb} ; quand I_D est très fort, c'est donc l'augmentation de $Q_{\delta B}$ qui prédomine. Celle-ci produit un flux de particules vers le bord, qui engendre une forte baisse de la densité (appelée "density pump out" dans la littérature, ce qui signifie "effondrement de la densité").

Les résultats numériques montrent que le seuil en I_D est compris entre 1 et 1.5 kA. Il aurait été intéressant de le déterminer, mais le temps m'a manqué pendant ma thèse pour le faire. Cela reste donc à faire ...

5.3.5 Pénétration de la RMP dans le plasma

Dans notre modèle, on a fait l'hypothèse de l'approximation du vide, qui signifie que la réponse du plasma à la RMP est négligée. Or des études numériques prenant en compte cette dernière ont montré que le plasma peut écranter la RMP [37, 42, 43, 44, 45]. Ces travaux, qui considèrent un modèle MHD dans lequel le plasma est en rotation, ont montré que l'apparition de perturbations de courant près des surfaces résonantes où se trouvent les chaînes d'îlots peut écranter la RMP. De plus, d'autres travaux, publiés dans [46, 47], montrent qu'une rotation du fluide électronique conduit à un écrantage de la RMP, ce qui vient confirmer ce résultat. Ces travaux divers, considérant des modèles différents, convergent donc tous vers le même résultat. Voilà le problème qui se pose : du fait de l'écrantage, le degré réel de formation des îlots magnétiques et le niveau de stochasticité dans le plasma sont à déterminer.

Lors d'expériences sur la machine DIII-D, on a observé que la vitesse électronique poloïdale s'inverse. On peut donc s'attendre à ce qu'une chaîne d'îlots localisée près du point d'inversion pénètre dans le plasma. Cette idée a été étudiée d'un point de vue théorique dans la publication [47]. Si cette idée s'avère vraie, on peut s'attendre à ce qu'une seule chaîne d'îlots stabilise les relaxations de la barrière. Cette question est importante, car les résultats expérimentaux et théoriques divergent : les premiers montrent que les relaxations sont stabilisées, alors que les seconds prédisent un écrantage de presque tous les îlots. Dans ce qui suit, on va restreindre la RMP à une seule harmonique de même hélicité que le centre de la barrière de transport, et on va étudier son effet sur les relaxations de la barrière.

5.4 RMP à une seule harmonique

5.4.1 Définition

Quand on restreint la RMP (5.10) à l'harmonique $(m_0, n_0) = (12, 4)$, le flux magnétique poloïdal s'écrit

$$\psi_{\text{RMP}}(x, y, z) = \psi_0 \psi_{m_0}(x) \cos(m_0 \kappa_y y - n_0 \kappa_z z) \quad (5.29)$$

où le profil radial de l'harmonique d'ordre m_0 est donné par

$$\psi_{m_0}(x) = \exp\left(\frac{m_0 \xi_{\text{bal}}}{\beta_1 r_c} x\right) \quad (5.30)$$

5.4.2 Effet de la RMP à une seule harmonique sur la dynamique de la barrière

De nouvelles simulations numériques de notre modèle ont été réalisées en appliquant la RMP à une seule harmonique (5.29). Les résultats sont présentés sur la figure 5.18, qui représente l'évolution temporelle du flux convectif Q_{conv} au centre de la barrière (à gauche) et du temps de confinement de l'énergie (à droite) avant l'application de la RMP ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Les 4 graphes de gauche montrent que la RMP (5.29) conduit à une stabilisation des oscillations de relaxation de la barrière quand l'amplitude de la RMP est suffisamment élevée, supérieure à 0.5 kA [28, 41]. En effet, quand la RMP est appliquée, on constate que les pics de flux convectif s'atténuent. Cependant, on remarque que la stabilisation des relaxations par la RMP à une seule harmonique est moins forte qu'avec la RMP à plusieurs harmoniques, et nécessite un courant plus élevé. En effet, quand on compare les deux graphes $I_D = 0.5$ kA, on constate qu'avec une seule harmonique, les pics sont plus amples, et qu'il reste même quelques oscillations de relaxation, par exemple à $t = 2900$. Pour $I_D = 0.5$ kA et avec une seule harmonique, les relaxations ne sont pas complètement stabilisées. Pour $I_D = 1$ kA, il n'y a plus de relaxations, mais les pics sont quand-même plus amples qu'avec plusieurs harmoniques. La même remarque est valable pour $I_D = 1.5$ kA. Dans les deux cas, avec plusieurs harmoniques et avec une seule harmonique, on constate que l'application de la RMP conduit à une baisse de l'amplitude des relaxations et à une hausse de leur fréquence, et ceci d'autant plus fortement que I_D augmente. Avec une seule harmonique, il n'y a pas de grosse différence entre les cas $I_D = 1$ kA et $I_D = 1.5$ kA. Dans ce dernier cas, la fréquence des relaxations est plus élevée, mais leur amplitude n'a pas diminué.

Le graphe de droite de la figure 5.18 représente l'évolution temporelle du temps de confinement de l'énergie τ_E avant l'application de la RMP à une seule harmonique (5.29) ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Quand on compare cette figure avec la figure 5.11, celle de la RMP à plusieurs harmoniques, on constate que τ_E baisse de façon visible dès le 1^{er} palier ($I_D = 0.5$ kA) dans le cas à une seule harmonique, et que cette baisse se poursuit aux 2 paliers suivants ($I_D = 1$ et 1.5 kA). Au contraire, dans le cas à plusieurs harmoniques, on avait remarqué que τ_E était maintenu pendant les deux premiers paliers et ne baissait qu'au 3^e palier, c'est-à-dire pour des valeurs élevées de I_D . La courbe $I_D = 0.5$ kA montre également que cette valeur du courant ne suffit pas pour stabiliser complètement les relaxations (2 petits pics à $t = 2900$ et 3200). La comparaison des figures 5.11 et 5.18 montre que, pour les mêmes valeurs de I_D , τ_E baisse plus avec la RMP à 1 seule harmonique qu'avec la RMP à plusieurs harmoniques. Le tableau 5.2 présente la valeur moyenne de τ_E dans les deux cas. Au premier palier, τ_E diminue davantage avec la RMP à une seule harmonique qu'avec la

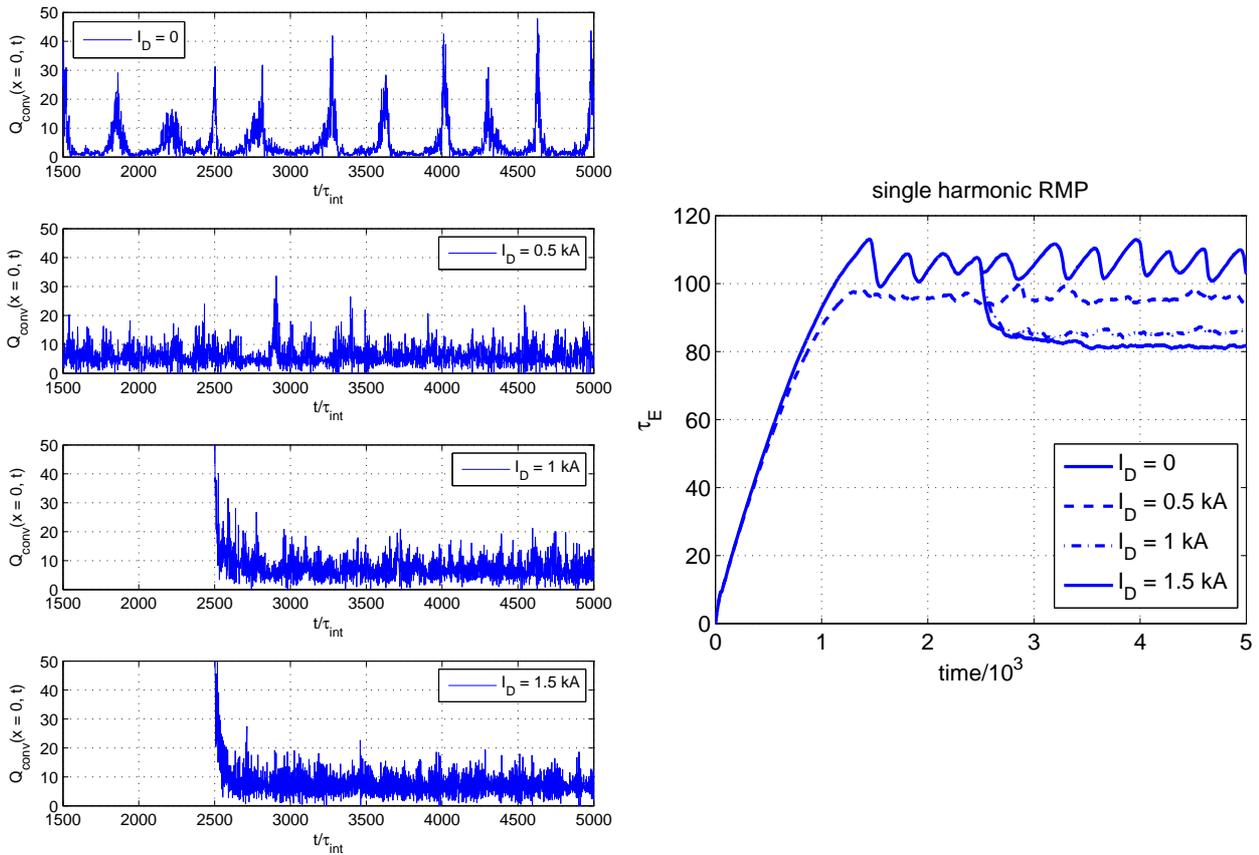


FIGURE 5.18 – Evolution temporelle du flux convectif Q_{conv} au centre de la barrière de transport ($x = 0$) (à gauche), et du temps de confinement de l'énergie τ_E (à droite), avant l'application de la RMP à une seule harmonique (5.29) ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5 \text{ kA}$, 1 kA et 1.5 kA . Les paramètres utilisés dans les simulations numériques sont les mêmes que sur la figure 5.11 [φ_M].

I_D (kA)	plusieurs harmoniques	une harmonique
0.5	105	95
1	100	85
1.5	87	80

TABLE 5.2 – Comparaison entre la valeur moyenne de τ_E dans les cas avec plusieurs harmoniques et une seule harmonique.

RMP à plusieurs harmoniques. On remarque également que les courbes de τ_E avec la RMP à une seule harmonique sont moins plates que celles de la figure 5.11, présentant des irrégularités pour les 3 paliers, correspondant au fait que l'amplitude des relaxations reste plus importante avec la RMP à une seule harmonique, ce qu'on avait remarqué sur les graphes représentant l'évolution temporelle de $Q_{conv}(x=0, t)$ (graphes de gauche).

Ce qui est donc remarquable avec la RMP à une seule harmonique, c'est la baisse beaucoup plus importante du temps de confinement de l'énergie τ_E . C'est une caractéristique importante à souligner, étant donnée l'importance du maintien du confinement du plasma dans un tokamak pour la réalisation et la rentabilité de la fusion.

La figure 5.19 représente les profils radiaux moyennés dans le temps de la pression p , du flux convectif Q_{conv} , du gradient de pression $|\partial\bar{p}/\partial x|$ et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$ avant l'application de la RMP (5.29) ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Sur ces graphes, la même légende que précédemment a été utilisée, avec 3 types de traits différents seulement (trait continu, - - - et -.-.). Les courbes $I_D = 0$ et $I_D = 1.5$ kA sont donc toutes deux représentées avec un trait continu. Comment les distinguer ? Sur le premier graphe, en haut à gauche, la pression diminue du côté gauche du domaine de simulation, de sorte que la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus élevées dans cette zone. On voit bien sur ces courbes l'aplatissement du profil de pression provoqué par la RMP, d'autant plus fort que I_D augmente. Sur le 2^e graphe, en haut à droite, le flux convectif augmente au centre de la barrière quand I_D augmente, de sorte que la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus basses dans cette zone. Sur le 3^e graphe, en bas à gauche, le gradient de pression baisse au centre de la barrière quand I_D augmente, de sorte que la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus hautes dans cette zone. On peut dire que par rapport à la RMP à plusieurs harmoniques (figure 5.12), l'érosion du gradient de pression au centre de la barrière est plus forte. En effet, dès le 1^{er} palier en I_D , la baisse du gradient de pression est nettement plus importante, et cette tendance s'accroît quand I_D augmente, de sorte que pour $I_D = 1.5$ kA, l'érosion du gradient de pression est très forte. De plus, l'érosion est décalée vers l'intérieur, et ceci, d'autant plus que l'amplitude de la RMP augmente. Par rapport à la RMP à plusieurs harmoniques, il y a une autre différence importante : sur le côté extérieur de la barrière, le gradient de pression n'augmente pratiquement pas. Au 2^{ème} palier, la différence avec le cas précédent est nette : le gradient de pression augmente beaucoup moins, et au 3^{ème} palier, on observe une évolution opposée à celle du cas précédent, le gradient de pression ne

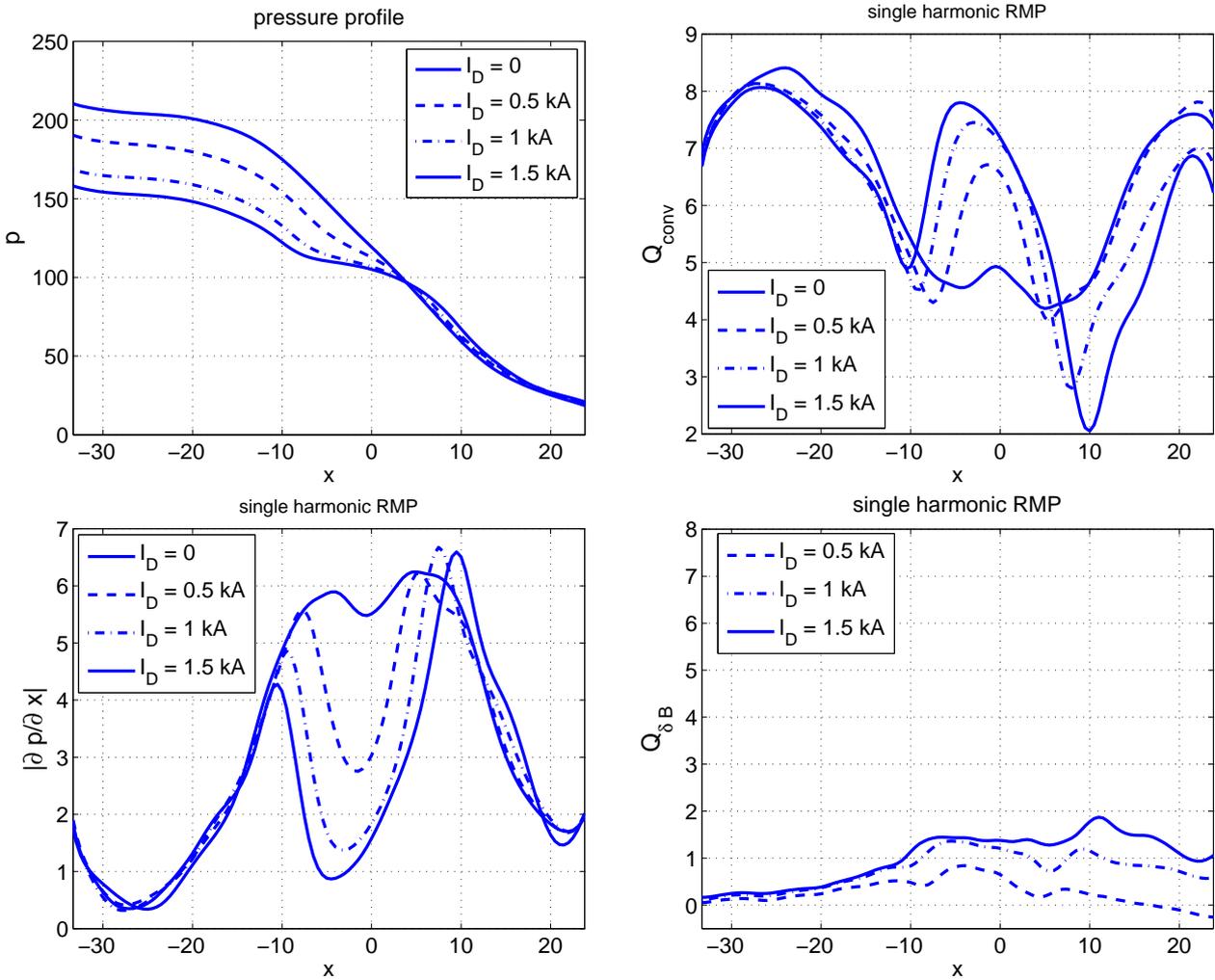


FIGURE 5.19 – Profil radial de la moyenne temporelle de la pression p (en haut à gauche), du flux convectif Q_{conv} (en haut à droite), du gradient de pression $|\partial \bar{p} / \partial x|$ (en bas à gauche) et du flux de “magnetic flutter” $Q_{\delta B}$ (en bas à droite), avant l’application de la RMP à une seule harmonique (5.29) ($I_D = 0$) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. $[\varphi M]$

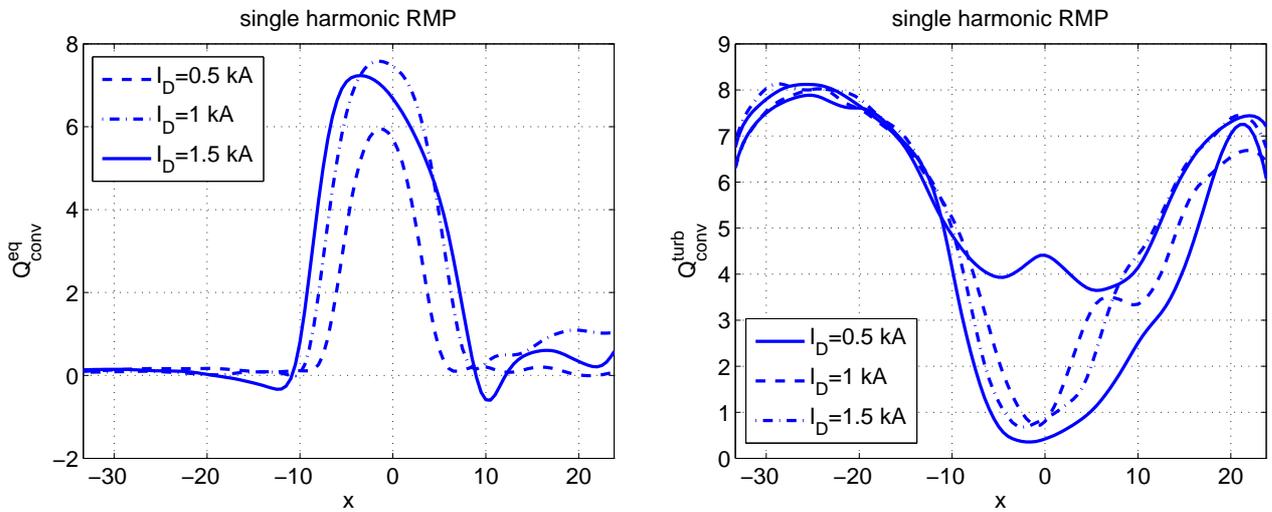


FIGURE 5.20 – Profils radiaux moyennés dans le temps du flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ (à gauche) qui apparaît avec la RMP à une seule harmonique (5.29) et du flux convectif turbulent $Q_{\text{conv}}^{\text{turb}}$ (à droite), quand la RMP (5.29) est appliquée avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA e 1.5 kA. [φ M].

s'effondrant plus. Dans cette zone, la courbe est semblable à celle du 2^e palier, mais légèrement décalée sur la droite. Cette absence d'augmentation du gradient de pression sur le côté extérieur de la barrière explique que le temps de confinement τ_E diminue rapidement avec l'application de la RMP à une seule harmonique. C'est un point important à souligner, car le maintien de τ_E avec la RMP à plusieurs harmoniques était un gros avantage. Il y a donc un inconvénient non négligeable avec la RMP à une seule harmonique : la stabilisation des relaxations ne peut être obtenue sans une baisse de τ_E . Examinons la figure 5.19c. On remarque que le flux de magnetic flutter n'augmente pas sur le côté extérieur de la barrière, ce qui indique l'absence de stochasticité du champ magnétique.

Les deux graphes de la figure 5.20 représentent les profils radiaux moyennés dans le temps du flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ qui apparaît quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, et de la composante turbulente associée, $Q_{\text{conv}}^{\text{turb}}$, quand la RMP (5.29) est appliquée avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Sur ces graphes, la même légende que précédemment a été utilisée. Les courbes $I_D = 0$ et $I_D = 1.5$ kA sont donc toutes deux représentées avec un trait continu. Comment les distinguer ? $Q_{\text{conv}}^{\text{turb}}$ diminue au centre de la barrière quand I_D augmente, de sorte que la courbe $I_D = 0$ est celle qui possède les valeurs les plus hautes dans cette zone. Ce qu'on peut dire par rapport à la RMP à plusieurs harmoniques, c'est que $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ est plus élevé pour les mêmes valeurs de I_D . C'est ce que montre le tableau 5.3, qui présente une comparaison des valeurs maximales de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ dans les deux cas. De plus, les courbes de la figure 5.20 montrent qu'au 3^e palier ($I_D = 1.5$ kA), $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ diminue. Le temps m'a manqué pendant ma thèse pour approfondir ce point, de sorte que je ne peux pas expliquer ce phénomène. A explorer ... Il serait important de le faire, car cette diminution inattendue de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ n'est pas cohérente avec ce qu'on attendait, étant donnés les résultats du cas précédent.

I_D (kA)	plusieurs harmoniques	une harmonique
0.5	4	6
1	5.9	7.6
1.5	6.7	7.3

TABLE 5.3 – Comparaison de la valeur maximale de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ dans les cas avec plusieurs harmoniques et une seule harmonique.

Ces courbes montrent également que le maximum de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ se décale vers l'intérieur au fur et à mesure que I_D augmente, ce qui était déjà visible avec la RMP précédente. Dans les deux cas, le maximum n'est pas atteint au centre de la barrière ($x = 0$) mais à l'intérieur ($x < 0$). Là également, le temps m'a manqué pendant ma thèse pour approfondir cette question, de sorte que je ne peux pas expliquer ce phénomène. A explorer ... Ce qu'on peut dire également, c'est que dans les deux cas, avec plusieurs harmoniques et avec une seule harmonique, $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ a l'allure d'une cloche, atteignant un maximum et décroissant rapidement vers les bords. On ajoute également que la somme des deux graphes de la figure 5.20 donne le graphe de Q_{conv} de la figure 5.19, conformément à la relation (5.23). Dans les deux cas, l'érosion de la barrière de transport observée sur le graphe de $|\partial\bar{p}/\partial x|$ de la figure 5.19 est principalement causée par le flux convectif $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ associé au nouvel équilibre héliçoïdal du plasma induit par la chaîne d'îlots magnétiques et défini par l'expression (5.19).

Le graphe de droite de la figure 5.20 montre que $Q_{\text{conv}}^{\text{turb}}$ diminue au centre de la barrière, et ceci, quasiment indépendamment de la valeur de I_D , surtout pour les deux premiers paliers : ainsi, il y a ce qu'on pourrait appeler un effet "plateau", qu'on avait également observé pour les deux derniers paliers dans le cas précédent. Autre différence, sur le côté extérieur de la barrière, avec une seule harmonique, on n'observe plus cette chute de $Q_{\text{conv}}^{\text{turb}}$ qu'on avait observée dans le cas précédent pour $I_D = 1.5$ kA. La courbe $I_D = 1.5$ kA est assez semblable aux deux autres courbes, $I_D = 0.5$ kA et $I_D = 1$ kA, elle est de même allure que ces deux courbes ainsi que celle correspondant à $I_D = 0$.

Les figures 5.21, 5.22 et 5.23 sont des coupes poloïdales instantanées à $t = 5000$ (en unités adimensionnées) de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} , quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. De même que dans le cas précédent, les coupes poloïdales du potentiel montrent la déformation des surfaces magnétiques et l'apparition d'une chaîne d'îlots sur la surface résonante (12,4). On voit 12 îlots apparaître et devenir de plus en plus gros et profonds au fur et à mesure que I_D augmente. Les coupes poloïdales de la pression montrent l'érosion de la barrière de transport par la RMP, qui s'accroît au fur et à mesure que I_D augmente : en effet, sur toute la circonférence de l'anneau, on voit que la zone rouge s'amincit, que la zone jaune s'élargit ainsi que la zone turquoise, ce qui indique que le profil de pression s'aplatit dans la région de la chaîne d'îlots. Ces résultats sont conformes à ce que l'on attendait, étant donnés les résultats obtenus dans le cas à plusieurs harmoniques. Ils viennent également confirmer une nouvelle fois ceux établis analytiquement par R. Fitzpatrick dans la publication [36]. Ces figures

montrent également que l'instabilité d'interchange est stable du côté fort champ (moitié gauche des anneaux), de par l'absence de streamers, bien visibles de l'autre côté (moitié droite des anneaux, c'est-à-dire côté faible champ). On observe également des structures périodiques dans la direction poloïdale, qui font tout le tour de l'anneau, au nombre de 12, qui ressemblent à des langues jaunes, visibles surtout pour les 2^e et 3^e paliers. Au 1^{er} palier, ces structures sont plus localisées vers le bord extérieur de la tranche simulée et ressemblent à des mèches turquoises, disposées sur toute la circonférence de la couronne, au nombre de 12, plus estompées et donc moins visibles dans le quart supérieur gauche. Les coupes poloïdales du flux convectif montrent la présence de structures de période $m = 12$ dans la direction poloïdale, réparties sur toute la circonférence de la couronne, de signes alternés (alternance de taches jaunes et bleues). On voit également un grand nombre de petits rayons sur la circonférence intérieure de la couronne, faisant penser aux rayons du Soleil, de signes alternés (bleus et rouges/jaunes), surtout visibles sur la moitié droite et beaucoup plus estompés sur la moitié gauche. En haut ($\theta \sim \pi/2$) et en bas ($\theta \sim 3\pi/2$), on remarque qu'ils sont inclinés sur la droite.

Les quatre graphes de la figure 5.24 montrent l'évolution temporelle du gradient de pression $|\partial\bar{p}/\partial x|$ entre $t = 2500$ et $t = 5000$, avant l'application de la RMP à une seule harmonique (5.29) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA, 1 kA et 1.5 kA. Ces graphes sont à comparer à ceux de la figure 5.17. Le 1^{er} graphe (en haut à gauche) est le même sur les deux figures, représentant le cas sans RMP. Les trois autres graphes montrent la disparition des oscillations de relaxation quand la rmp est appliquée. Au 1^{er} palier il subsiste quelques Les trois autres graphes montrent l'érosion de la barrière par la RMP, de plus en plus forte au fur et à mesure que I_D augmente. En effet, on voit une bande bleue apparaître sur le graphe $I_D = 0.5$ kA et devenir de plus en plus foncée et large au fur et à mesure que I_D augmente. Sur le 2^e graphe, on voit que le gradient de pression augmente à certains instants pendant un petit intervalle de temps, par exemple de $t = 2600$ à $t = 2800$, puis de $t = 3100$ à $t = 3300$, puis de $t = 4400$ à $t = 4500$. On remarque également sur ce graphe que les oscillations de relaxation ne sont pas encore complètement stabilisées : elles ont beaucoup diminué en amplitude, mais il en reste quelques-unes, de petite taille. Ainsi, on voit une petite relaxation à $t = 2700$, puis une autre à $t = 2900$, puis à $t = 3100$, puis à $t = 3300$, puis à $t = 4500$, ... De plus, on voit sur les 3^e et 4^e graphes la légère augmentation du gradient de pression sur le côté extérieur de la barrière qu'on avait observée sur le graphe correspondant de la figure 5.19. On voit également que le gradient de pression ne s'effondre plus pour $I_D = 1.5$ kA, mais reste très voisin des valeurs obtenues pour $I_D = 1$ kA.

Ces graphes sont à rapprocher des courbes de la figure 5.19a : de même que celles-ci, ils mettent en évidence l'érosion de la barrière par la RMP. Observons ce qui se passe sur le côté extérieur de la barrière. Pour les 2^{ème} et 3^{ème} paliers, on observe une augmentation du gradient de pression dans une zone étroite (zone rouge), puis une diminution du gradient de pression. Contrairement au cas précédent de la RMP à plusieurs harmoniques, on n'observe pas d'effondrement du gradient de pression pour le 3^{ème} palier ($I_D = 1.5$ kA).

Dans le chapitre suivant, on analysera plus en détails les propriétés du transport convectif engendré par la RMP.

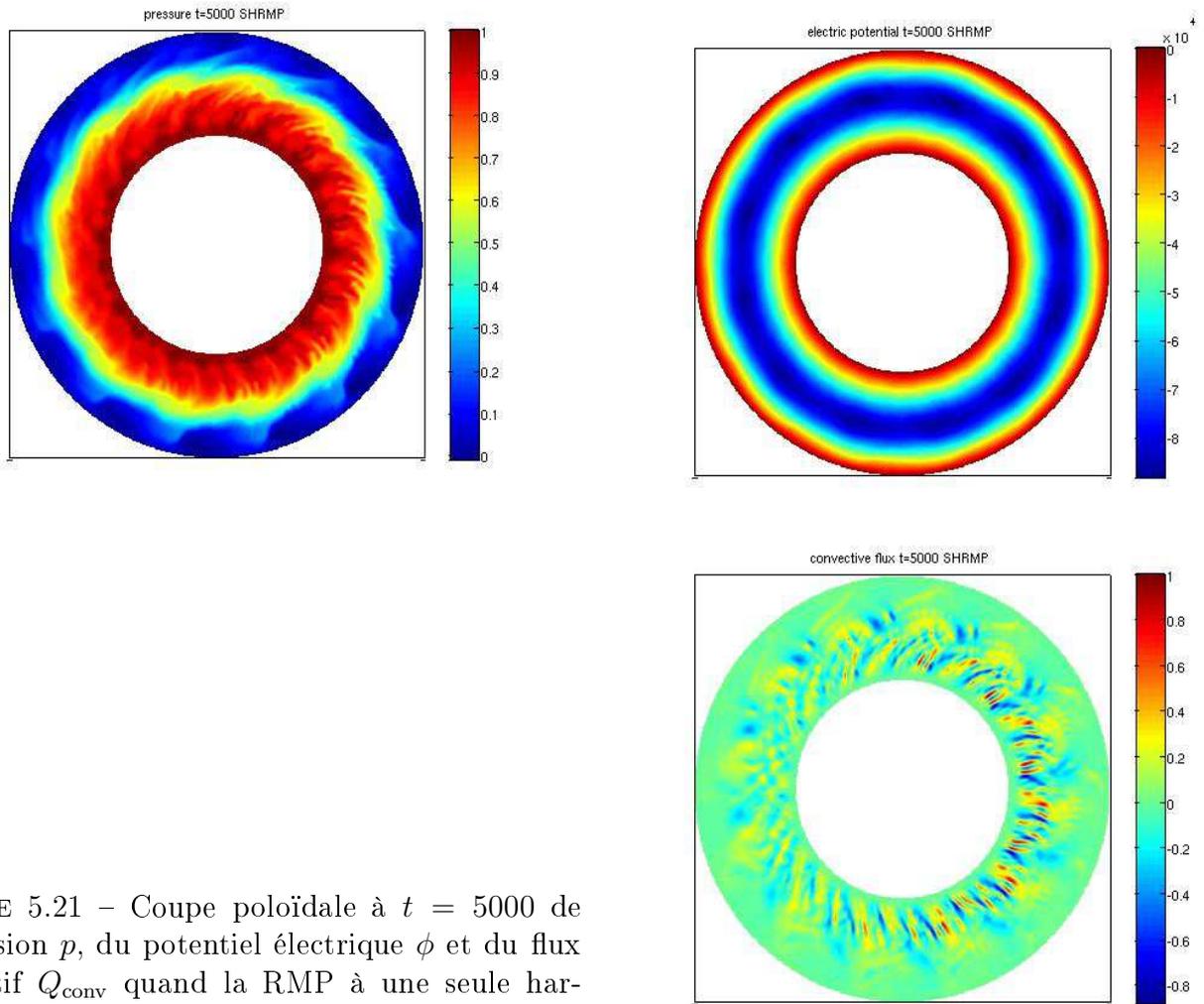


FIGURE 5.21 – Coupe poloïdale à $t = 5000$ de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée avec une amplitude $I_D = 0.5 \text{ kA } [\varphi\text{M}]$.

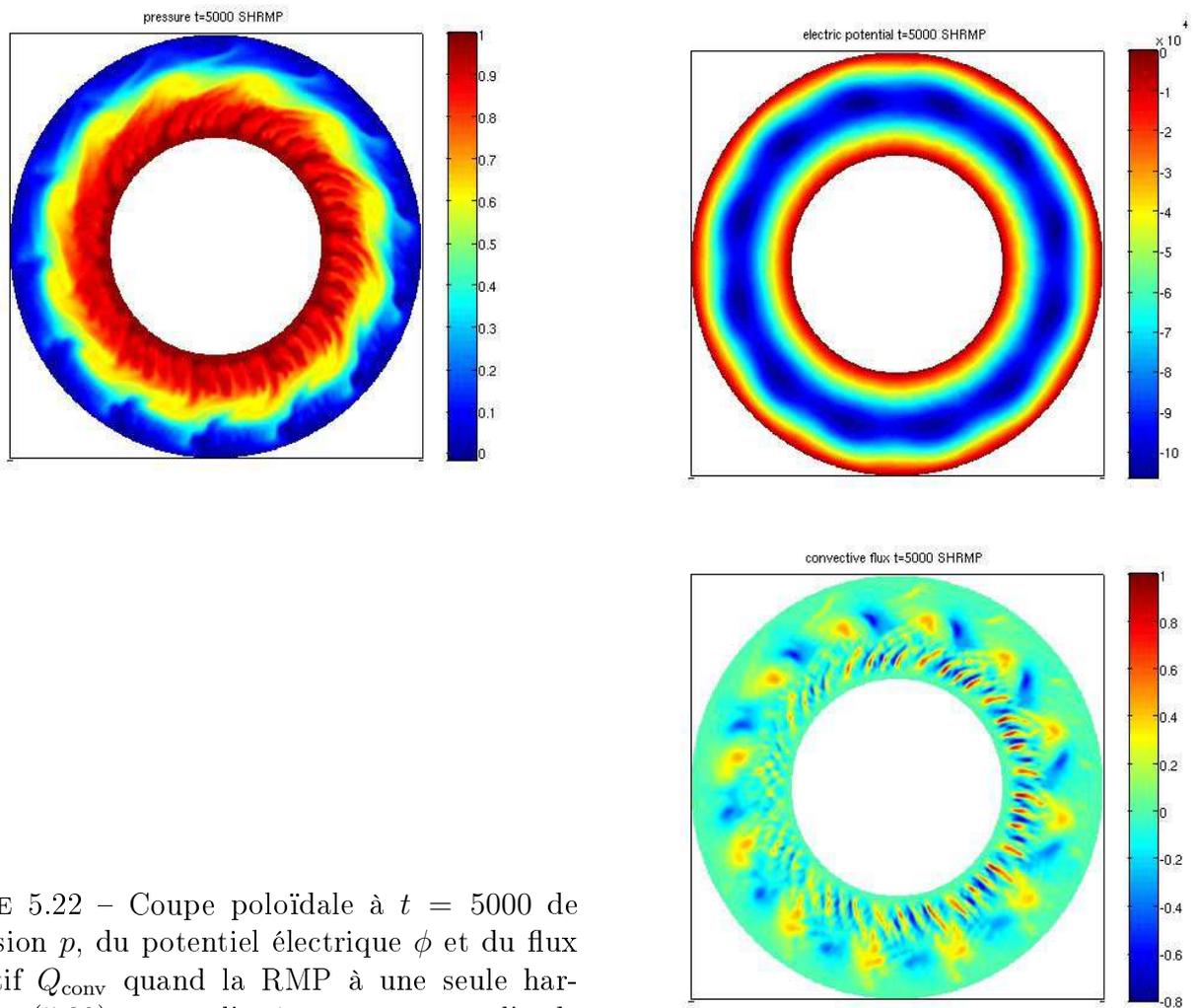


FIGURE 5.22 – Coupe poloïdale à $t = 5000$ de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée avec une amplitude $I_D = 1 \text{ kA}$ [φM].

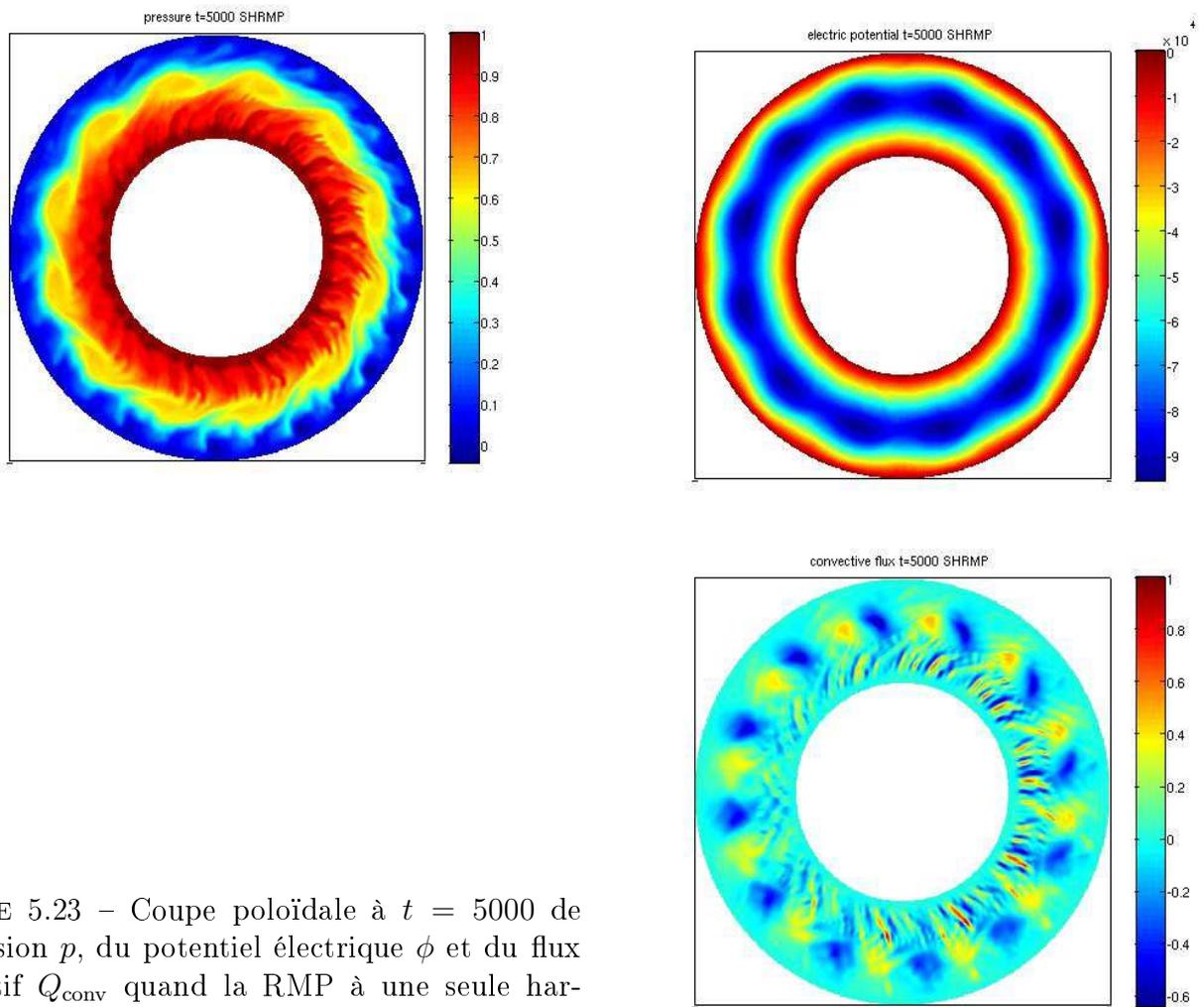


FIGURE 5.23 – Coupe polôidale à $t = 5000$ de la pression p , du potentiel électrique ϕ et du flux convectif Q_{conv} quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée avec une amplitude $I_D = 1.5 \text{ kA } [\varphi\text{M}]$.

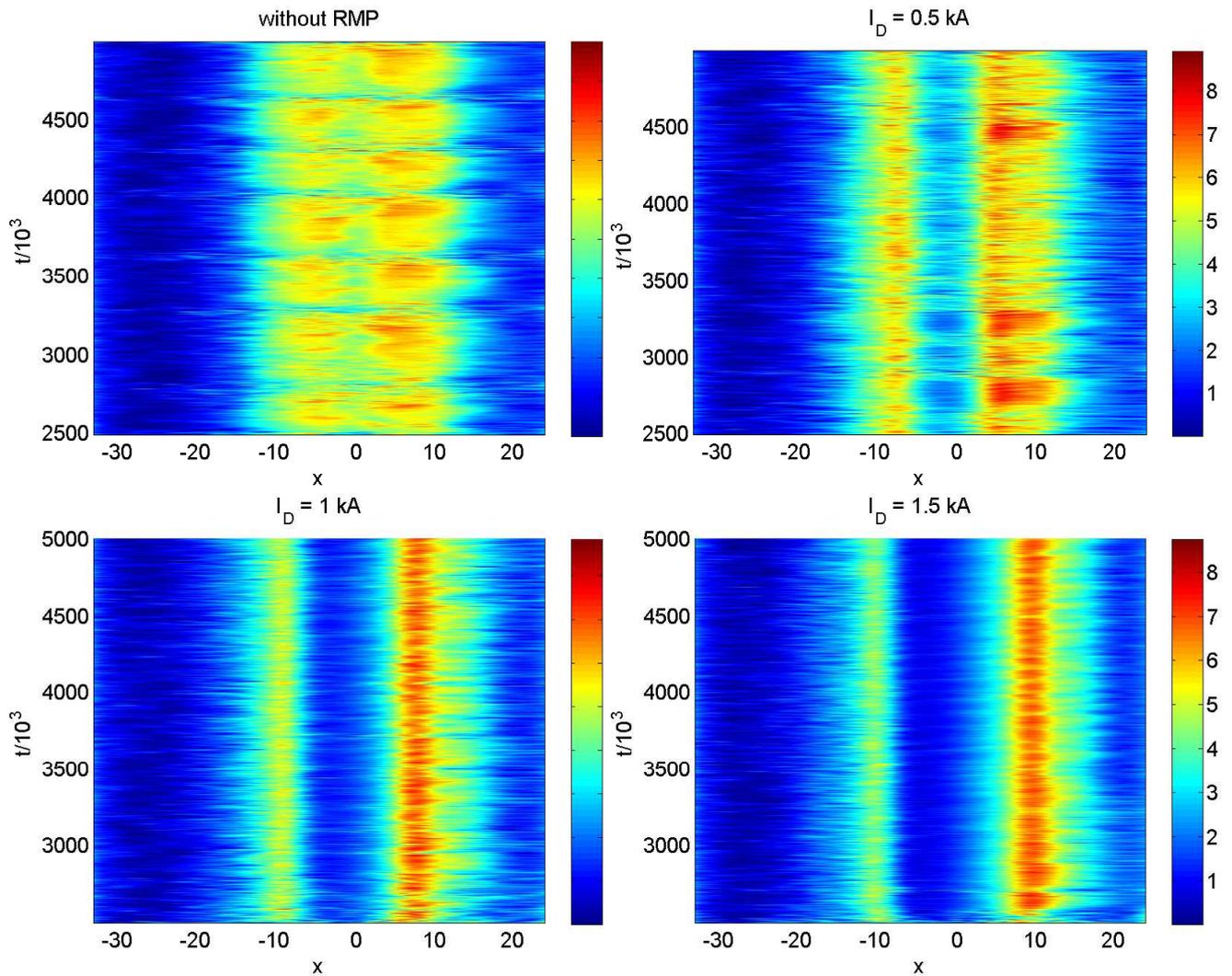


FIGURE 5.24 – Evolution temporelle du gradient de pression $|\partial \bar{p} / \partial x|$ avant l'application de la RMP à une seule harmonique (5.29) (en haut à gauche) et après, avec 3 amplitudes croissantes, $I_D = 0.5$ kA (en haut à droite), 1 kA (en bas à gauche) et 1.5 kA (en bas à droite) [φM].

5.5 Bilan des flux d'énergie

Dans le cas précédent, avec plusieurs harmoniques, on avait établi analytiquement le bilan des flux d'énergie, qui se traduisait par la relation (5.25),

$$\langle Q_{\text{conv}} \rangle_t(x) + \langle Q_{\text{coll}} \rangle_t(x) + \langle Q_{\delta B} \rangle_t(x) = Q_{\text{tot}}$$

On va procéder selon la même méthode que précédemment, mais dans le cas présent, ce sera plus simple. En effet, comme il n'y a qu'une seule chaîne d'îlots coïncidant avec la barrière, notre analyse va se restreindre au centre de la barrière, c'est-à-dire au voisinage de $x = 0$. Le côté extérieur de la barrière ne nous intéresse plus, étant donné qu'il n'y a pas d'harmonique, donc pas de chaîne d'îlots dans cette zone. De même, le côté intérieur de la barrière ne nous intéresse plus. Au voisinage de $x = 0$, $Q_{\text{conv}}^{\text{turb}}$ est très petit devant Q_{tot} , de sorte que ce terme peut être négligé dans le bilan (5.25). Il reste donc

$$\frac{Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}}{Q_{\text{tot}}} + \frac{Q_{\text{coll}}}{Q_{\text{tot}}} + \frac{Q_{\delta B}}{Q_{\text{tot}}} = 1 \quad (5.31)$$

Quand la RMP est appliquée, $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ augmente beaucoup au centre de la barrière, $Q_{\delta B}$ est très faible et Q_{coll} baisse fortement, de sorte que le temps de confinement de l'énergie τ_E baisse dès le premier palier de la RMP ($I_D = 0.5$ kA), et continue de baisser quand I_D augmente. Quand on compare les figures 5.11 et 5.18, on constate que τ_E n'évolue pas de la même manière quand I_D augmente. Dans le premier cas, avec plusieurs harmoniques, on voit que τ_E est pratiquement constant pour les deux premiers paliers de la RMP, et d'une valeur égale à la moyenne de τ_E avant l'application de la RMP ($I_D = 0$). Pour les deux premiers paliers, la RMP n'a donc pratiquement pas d'influence sur τ_E . Avec une seule harmonique en revanche, τ_E baisse nettement dès le premier palier en courant, et la baisse se poursuit d'une manière régulière avec l'augmentation de I_D .

Chapitre 6

Transport convectif dans l'équilibre non-axisymétrique créé par la perturbation magnétique

Dans ce chapitre, on va étudier plus en détails le transport convectif dans le nouvel équilibre non-axisymétrique du plasma créé par la RMP. En particulier, on va s'intéresser aux flux d'énergie radiaux mis en évidence au chapitre précédent, le flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ et le flux de "magnetic flutter" $Q_{\delta B}$, en considérant la RMP à une seule harmonique (5.29). On va établir un modèle réduit, à une dimension d'espace, afin d'obtenir des expressions analytiques et d'essayer de comprendre pourquoi la RMP stabilise les relaxations de la barrière. On présentera dans un premier temps les hypothèses faites, puis on décrira ce nouvel équilibre en établissant un système d'équations différentielles pour les profils d'équilibre et les harmoniques d'équilibre de la pression et du potentiel électrique. On présentera ensuite les résultats des simulations numériques réalisées dans deux situations : sans écoulement poloïdal cisailé imposé, puis avec. Le premier cas correspond à celui qui a été choisi pour établir les expressions analytiques, par conséquent on va pouvoir comparer les résultats numériques et analytiques. Le second cas, du fait de sa trop grande complexité, ne permettant pas de faire de calculs analytiques, on se contentera donc de présenter les résultats numériques. Ce cas présente l'intérêt de se rapprocher d'un cas avec barrière de transport, donc de la situation initiale d'un plasma turbulent en mode de confinement amélioré.

6.1 Simplification du modèle

Dans ce qui suit, on va présenter les hypothèses faites afin d'avoir une compréhension analytique de la structure de ce nouvel équilibre et du transport associé.

- **Première hypothèse** : suppression de la turbulence

On a réalisé des simulations numériques pour des valeurs faibles du flux d'énergie total Q_{tot} , si bien que le gradient de pression résultant $\kappa = Q_{\text{tot}}/\chi_{\perp}$ est en-dessous du seuil de l'instabilité de ballonnement résistif. La pression et le potentiel électrique évoluent alors vers un état

stationnaire correspondant à l'équilibre. Dans les simulations numériques, on a choisi la valeur $Q_{\text{tot}} = 0.1$ au lieu de $Q_{\text{tot}} = 10$ précédemment. Cette hypothèse revient à supprimer la turbulence dans le plasma. On est donc en présence d'un écoulement laminaire dans lequel seule la diffusion est présente. Pour poursuivre notre étude, il est nécessaire de supprimer la turbulence, car celle-ci masque l'effet de la RMP. En effet, lorsque la turbulence est présente, les modes poussent et se couplent les uns aux autres, générant un flux convectif Q_{conv} . Dans le cas étudié au chapitre précédent d'une RMP appliquée à un plasma turbulent, comment distinguer en effet ce qui vient de la turbulence et ce qui vient de la RMP ? On ne le peut pas, car tout est mélangé. Afin de discerner ce qui vient de la RMP, il faut donc supprimer la turbulence. Par conséquent, Q_{conv} est nul. Dans ces conditions on pourra voir isolément l'effet de la RMP.

- **Deuxième hypothèse** : géométrie cylindrique

La courbure du champ magnétique est supposée cylindrique, si bien que l'opérateur G défini par l'expression (3.65) est remplacé par

$$G = g_0 \frac{\partial}{\partial y} \quad (6.1)$$

Ainsi, on passe d'un opérateur bidimensionnel non-linéaire, la courbure toroïdale, à un opérateur monodimensionnel linéaire, la courbure cylindrique. On se place donc en géométrie cylindrique. Cette hypothèse est nécessaire pour pouvoir résoudre analytiquement le problème, car la courbure toroïdale induit un couplage aux modes voisins. Cela se voit mieux si on l'écrit à l'aide de fonctions exponentielles,

$$G = \frac{1}{2} (\exp(i\kappa_y y) + \exp(-i\kappa_y y)) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{2i} (\exp(i\kappa_y y) - \exp(-i\kappa_y y)) \frac{\partial}{\partial y} \quad (6.2)$$

Chacune des deux équations du modèle comporte un terme de courbure. Ainsi, quand on écrit l'équation de vortacité pour l'harmonique m , le terme de courbure va faire intervenir les harmoniques voisines $m - 1$ et $m + 1$. Quand on écrit l'équation pour l'harmonique $m - 1$, il va faire intervenir les harmoniques voisines $m - 2$ et m , et ainsi de suite ... ce qui empêche une résolution analytique du problème. Le même problème se pose pour l'équation de pression. Ce problème disparaît en utilisant une courbure cylindrique.

- **Troisième hypothèse** :

Le taux de croissance des modes de ballonnement résistif dépend aussi de la courbure magnétique [15] (paragraphes 3.1 à 3.4). Par conséquent, si on veut supprimer la turbulence, il faut choisir une valeur de la courbure magnétique telle que le taux de croissance soit négatif. La valeur $g_0 = 0.7$ du paramètre de courbure cylindrique satisfait cette condition.

6.2 Nouvel équilibre non-axisymétrique du plasma créé par la RMP

En présence de la RMP à une seule harmonique (5.29), seuls les nombres d'onde multiples de l'harmonique ($m_0 = 12, n_0 = 4$) contribuent au nouvel équilibre non-axisymétrique de la

6.2. NOUVEL ÉQUILIBRE NON-AXISYMETRIQUE DU PLASMA CRÉÉ PAR LA RMP131

pression et du potentiel électrique. De plus, dans le cas où aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé, les résultats numériques montrent que les amplitudes des harmoniques d'ordre plus élevé $(2m_0, 2n_0)$, $(3m_0, 3n_0)$, ... sont inférieures d'au moins un facteur 10^{-2} par rapport à l'harmonique principale (m_0, n_0) . En les négligeant, le potentiel et la pression d'équilibre peuvent s'écrire

$$p^{\text{eq}}(x, y, z) = \bar{p}(x) + \delta p_{12,4}^{\text{RMP}}(x, y, z) = \bar{p}(x) + p_1(x) \exp(im_0 \kappa_y y - in_0 \kappa_z z) + c.c. \quad (6.3)$$

$$\phi^{\text{eq}}(x, y, z) = \bar{\phi}(x) + \delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}}(x, y, z) = \bar{\phi}(x) + \phi_1(x) \exp(im_0 \kappa_y y - in_0 \kappa_z z) + c.c. \quad (6.4)$$

où \bar{p} et $\bar{\phi}$ désignent les profils d'équilibre de la pression et du potentiel, $\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}$ (resp. $\delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}}$) désigne l'harmonique d'équilibre de la pression (resp. du potentiel électrique) qui apparaît avec la RMP, p_1 et ϕ_1 sont les amplitudes complexes du mode (12,4), c.c. désigne le complexe conjugué de l'harmonique, à savoir $p_1^*(x) \exp(-im_0 \kappa_y y + in_0 \kappa_z z)$ (resp. $\phi_1^*(x) \exp(-im_0 \kappa_y y + in_0 \kappa_z z)$), et p_1^* (resp. ϕ_1^*) désigne le complexe conjugué de p_1 (resp. ϕ_1), avec

$$p_1(x) = \text{Re}(p_1) + i\text{Im}(p_1) \quad (6.5)$$

$$\phi_1(x) = \text{Re}(\phi_1) + i\text{Im}(\phi_1) \quad (6.6)$$

La poursuite de la modélisation consiste à ré-écrire les équations du modèle (3.66)-(3.67) pour l'harmonique de la RMP seulement, soit l'harmonique (12,4), en incluant les profils d'équilibre, ce qui va permettre d'aboutir à un modèle 1D, dont la variable est la coordonnée radiale x . Quand on insère les expressions (6.3) et (6.4) dans les équations du modèle (3.66)-(3.67), on montre que \bar{p} , $\bar{\phi}$, p_1 et ϕ_1 obéissent au système d'équations différentielles suivant :

$$2 k_y \frac{d}{dx} \text{Im}(\phi_1 p_1^*) = -2 \chi_{\parallel} k_y^2 \frac{d}{dx} \left(x \psi_1 \text{Re}(p_1) - \psi_1^2 \frac{d\bar{p}}{dx} \right) + \chi_{\perp} \frac{d^2 \bar{p}}{dx^2} + S \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} k_y \frac{d}{dx} \text{Im} \left(\phi_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right) \phi_1^* \right) &= 2k_y^2 \frac{d}{dx} \left(x \psi_1 \text{Re}(\phi_1) - \psi_1^2 \frac{d\bar{\phi}}{dx} \right) + \\ &\nu \frac{d^4 \bar{\phi}}{dx^4} + \mu \left(\frac{d^2}{dx^2} (\phi_{\text{imp}} - \bar{\phi}) \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{i}{k_y} \left(p_1 \frac{d\bar{\phi}}{dx} - \phi_1 \frac{d\bar{p}}{dx} \right) &= \frac{i}{k_y} g_0 \delta_c \phi_1 - \chi_{\parallel} x^2 p_1 + \chi_{\parallel} x \psi_1 \frac{d\bar{p}}{dx} \\ &+ 2i \chi_{\parallel} x \psi_1 \frac{d^2}{dx^2} \text{Im}(\psi_1 \text{Im}(p_1)) + \chi_{\parallel} \left(\psi_1 \frac{d}{dx} - 2 \frac{d\psi_1}{dx} \right) \frac{d}{dx} (\psi_1 p_1) \\ &+ \frac{\chi_{\perp}}{k_y^2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right) p_1 \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{i}{k_y} \left(\frac{d\bar{\phi}}{dx} \left(\frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right) \phi_1 - \phi_1 \frac{d^3 \bar{\phi}}{dx^3} \right) &= -\frac{i}{k_y} g_0 p_1 + x^2 \phi_1 - x \psi_1 \frac{d\bar{\phi}}{dx} \\ &- 2i \psi_1 \frac{d^2}{dx^2} (\psi_1 \text{Im}(\phi_1)) - \left(\psi_1 \frac{d}{dx} - 2 \frac{d\psi_1}{dx} \right) \frac{d}{dx} (\psi_1 \phi_1) \\ &+ \frac{\nu}{k_y^2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right)^2 \phi_1 \end{aligned} \quad (6.10)$$

où

$$\psi_1(x) = \psi_0 \frac{\psi_{m_0}(x)}{2} \quad (6.11)$$

est le profil radial de l'amplitude de la RMP, et $k_y = m_0 \kappa_y$ le nombre d'onde poloïdal. On veut résoudre analytiquement ce système, c'est-à-dire déterminer \bar{p} , $\bar{\phi}$, p_1 et ϕ_1 . Avant de débiter la résolution analytique de ce système, on va établir les expressions analytiques des flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ et $Q_{\delta\text{B}}$. En intégrant radialement l'équation de transport (6.7), on retrouve l'équilibre des flux d'énergie (5.25) avec

$$Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}(x) = 2 \cdot k_y \cdot \text{Im}(\phi_1 \cdot p_1^*) \quad (6.12)$$

et

$$Q_{\delta\text{B}}(x) = 2 \cdot \chi_{\parallel} \cdot k_y^2 \cdot \psi_1 \cdot \left(x \cdot \text{Re}(p_1) - \psi_1 \cdot \frac{d\bar{p}}{dx} \right) \quad (6.13)$$

La résolution analytique du système (6.7)-(6.10) nécessite de faire quelques simplifications supplémentaires. De plus, elle n'est possible qu'en dehors de la chaîne d'îlots, c'est-à-dire loin de la surface de résonance.

Hypothèse de "l'approximation ψ constant" :

L'approximation " ψ constant" consiste à négliger la variation radiale de l'amplitude ψ_1 de la RMP, en supposant

$$\psi_1(x) = \text{const} = \psi_1(0) = \frac{\psi_0}{2} \quad (6.14)$$

Dans ce cas, la largeur W des îlots magnétiques induits par la RMP est simplement donnée par

$$W = 4\sqrt{\psi_0} \quad (6.15)$$

La largeur d'îlot critique est donnée par [36],

$$W_c = \left(\frac{8}{k_y} \right)^{1/2} \left(\frac{\chi_{\perp}}{\chi_{\parallel}} \right)^{1/4} \quad (6.16)$$

Les deux derniers termes dans l'équation (6.9) peuvent alors être regroupés pour former une dissipation perpendiculaire effective, qui fait intervenir W et W_c ,

$$\chi_{\parallel} \psi_1^2 \frac{d^2 p_1}{dx^2} + \frac{\chi_{\perp}}{k_y^2} \left(\frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right) p_1 = \frac{\chi_{\perp}}{k_y^2} \left(\left(\left(\frac{W}{2W_c} \right)^4 + 1 \right) \frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right) p_1 \quad (6.17)$$

ce qui permet de faire apparaître un terme diffusif.

6.3 Simulations numériques sans écoulement poloïdal imposé

En dehors de la couche de résonance, c'est-à-dire pour $|x| \gg W$, cette dissipation perpendiculaire peut être négligée. Quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\mu = 0$ dans l'équation (3.66)), on peut alors résoudre analytiquement le système d'équations (6.7)-(6.10). Cette dernière hypothèse correspond à une situation sans barrière de transport. Une solution analytique du système d'équations (6.7)-(6.10) est donnée par

$$\bar{p}(x) = -\kappa(x - x_{\max}) \quad (6.18)$$

$$\bar{\phi}(x) = 0 \quad (6.19)$$

$$p_1(x) = -g(x) \cdot \kappa \cdot \frac{\psi_0}{2} \cdot \frac{1}{x} \quad (6.20)$$

$$\phi_1(x) = -ig(x) \cdot \frac{g_0 \cdot \kappa}{k_y} \cdot \frac{\psi_0}{2} \cdot \frac{1}{x^3} \quad (6.21)$$

avec

$$\kappa = \frac{Q_{\text{tot}}}{\chi_{\perp}} \quad (6.22)$$

$$g(x) = \frac{1}{1 - (\Gamma(x)W_c/4)^4} \quad (6.23)$$

$$\Gamma(x) = \left[\frac{g_0(\kappa - \delta_c g_0)}{64\chi_{\perp}(x)} \right]^{1/4} \quad (6.24)$$

où on a supposé que les flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ et $Q_{\delta B}$ sont petits devant Q_{coll} , si bien que le gradient de pression κ est égal à $Q_{\text{tot}}/\chi_{\perp}$. Cette hypothèse n'est vérifiée que si Q_{tot} est inférieur au seuil d'instabilité. Le deuxième terme dans le dénominateur de $g(x)$ peut être négligé quand $|x| \gg \Gamma W_c$. Par conséquent, suffisamment loin de la surface résonante, pour $|x| \gg \max(\Gamma W_c, W)$, les expressions analytiques des amplitudes p_1 et ϕ_1 se simplifient,

$$p_1(x) = -\kappa \cdot \frac{\psi_0}{2} \cdot \frac{1}{x} \quad (6.25)$$

$$\phi_1(x) = -i \cdot \frac{g_0 \kappa}{k_y} \cdot \frac{\psi_0}{2} \cdot \frac{1}{x^3} \quad (6.26)$$

On remarque que l'amplitude p_1 de l'harmonique d'équilibre de la pression est un nombre réel ($p_1 = \text{Re}(p_1)$, $\text{Im}(p_1) = 0$), proportionnel au gradient de pression d'équilibre κ donc au flux total de chaleur Q_{tot} , ainsi qu'à l'amplitude ψ_0 de la RMP (elle-même proportionnelle au courant I_D dans les bobines) et à $-1/x$, de sorte que le profil est hyperbolique. On remarque en revanche que l'amplitude ϕ_1 de l'harmonique d'équilibre du potentiel électrique est un nombre imaginaire pur ($\phi_1 = i\text{Im}(\phi_1)$, $\text{Re}(\phi_1) = 0$), proportionnel à κ , à ψ_0 , à la courbure magnétique g_0 et à $-1/x^3$. De plus, on ajoute que l'expression (6.25) pour p_1 est identique à celle donnée dans la publication [36] pour le profil de la variation de pression hélicoïdale loin de la surface

résonante. L'expression (6.25) pour p_1 est obtenue en prenant la partie réelle de l'équation (6.9) et en ne gardant que les termes d'ordre zéro. Il ne reste alors que les deuxième et troisième termes du membre de droite, venant de la diffusion parallèle,

$$-\chi_{\parallel} x^2 p_1 + \chi_{\parallel} x \psi_1 \frac{d\bar{p}}{dx} = 0$$

Pour $x \neq 0$, cela donne l'expression (6.25), avec $d\bar{p}/dx = -\kappa$ et $\psi_1 = \psi_0/2$. Concernant l'expression (6.26) pour le potentiel électrique, elle est obtenue à partir de l'équation de conservation de la charge (6.10), dans laquelle on prend $d\bar{\phi}/dx = 0$, car $\bar{\phi} = 0$ (pas d'écoulement poloidal cisailé imposé), $\psi_1 = \text{constante}$ et en ne gardant que les termes d'ordre zéro. Il reste alors

$$-\frac{i}{k_y} \cdot g_0 \cdot p_1 + x^2 \phi_1 = 0$$

La courbure magnétique engendre donc un couplage entre l'harmonique de pression et l'harmonique de potentiel électrique. Cela donne

$$x^2 \phi_1 = \frac{i}{k_y} g_0 p_1$$

Donc, pour $x \neq 0$, en remplaçant p_1 par l'expression (6.25), on obtient l'expression (6.26) pour ϕ_1 .

Les deux graphes de la figure 6.1 représentent les profils radiaux des amplitudes p_1 et ϕ_1 des harmoniques d'équilibre de la pression et du potentiel électrique créés par la RMP, pour 4 amplitudes différentes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA. Ces deux graphes présentent des résultats analytiques et numériques. En effet, la résolution analytique du système d'équations (6.7)-(6.10) n'est possible qu'en dehors de la chaîne d'îlots, donc il a été nécessaire de simuler numériquement ce système afin d'avoir les résultats dans la chaîne d'îlots. Dans un souci de visibilité des courbes, celles-ci étant nombreuses (elles sont au nombre de 8), j'ai dû restreindre le nombre de traits différents à 3 (trait continu, --- et -.-). Ainsi, les courbes analytiques et les courbes numériques sont tracées avec les mêmes types de traits. Comment les distinguer ? Les profils non-définis dans la zone centrale sont les profils analytiques, obtenus avec l'expression (6.25) pour le graphe de gauche et avec l'expression (6.26) pour le graphe de droite, et les autres sont les profils numériques. De plus, j'ai dû utiliser le trait plein pour plusieurs courbes : $I_D = 0.3$ kA et 1.5 kA analytiques, et $I_D = 0.3$ kA et 1.5 kA numériques. Pour distinguer ces deux dernières courbes, il faut savoir que $\text{Re}(p_1)$ et $\text{Im}(\phi_1)$ augmentent en valeur absolue avec I_D , ce que l'on déduit d'après les graphes. Les courbes analytiques se décalent donc vers l'extérieur quand I_D augmente, de sorte que la courbe $I_D = 1.5$ kA est la plus externe. Ces graphes montrent que l'amplitude p_1 de l'harmonique de pression et l'amplitude ϕ_1 de l'harmonique de potentiel électrique sont toutes deux impaires. Elles admettent un maximum et un minimum situés approximativement symétriquement de part et d'autre de la surface rationnelle ($m = 12, n = 4$) et tendent vers zéro en dehors de la chaîne d'îlots. Enfin, ces courbes montrent également que les valeurs absolues de $\text{Re}(p_1)$ et de $\text{Im}(\phi_1)$ augmentent quand I_D augmente. Dans le chapitre 5, sur la figure 5.19, on avait observé un aplatissement du profil de pression consécutif à l'application de la RMP, et qui s'accroissait au fur et à mesure de l'augmentation de

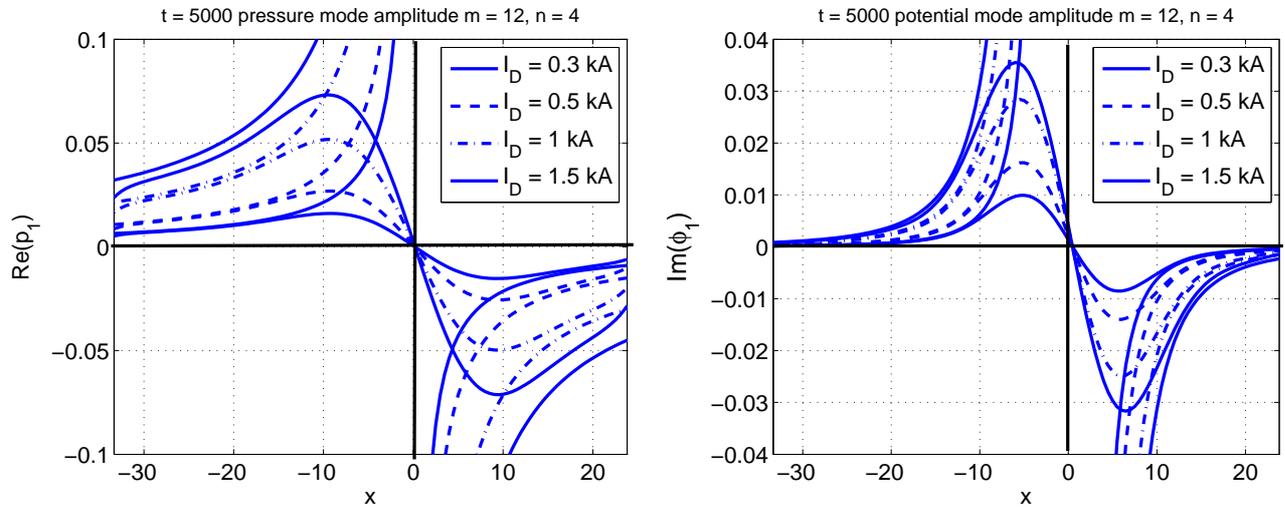


FIGURE 6.1 – Profil radial à un instant donné ($t = 5000$ en unités normalisées) de la partie réelle de p_1 (à gauche) et de la partie imaginaire de ϕ_1 (à droite), quand la RMP à une harmonique (5.29) est appliquée, pour 4 amplitudes différentes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA, quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\bar{\phi} = 0$). On rappelle que p_1 (respectivement ϕ_1) est l'amplitude de l'harmonique d'équilibre de la pression (respectivement du potentiel électrique) créée par la RMP. $[\varphi M]$

l'amplitude de celle-ci. Cette modification du profil de pression est à l'origine du creux observé sur le profil du gradient de pression, et qui s'accroît au fur et à mesure que I_D augmente. Cette modification du profil de gradient de pression a été baptisée érosion de la barrière de transport. Dans ce chapitre, le modèle simplifié a permis de montrer que la RMP induit un nouvel équilibre magnétique du plasma, avec l'apparition de nouvelles harmoniques de pression et de potentiel électrique. Les simulations numériques de ce modèle effectuées dans ce chapitre montrent que les harmoniques d'équilibre de la pression $\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}$ et du potentiel électrique $\delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}}$ sont à l'origine de l'érosion de la barrière de transport.

L'expression (6.26) montre que ϕ_1 est déphasée de $\pi/2$ par rapport à p_1 . De plus, ϕ_1 est associée à des cellules de convection stationnaires, placées de part et d'autre de l'îlot ($x = 0$) (voir figures 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5, graphes de droite). Une structure de potentiel semblable a été observée dans un modèle d'ondes de dérive bidimensionnel basé sur la turbulence d'Hasegawa-Wakatani et incluant une chaîne d'îlots magnétiques [48]. Cependant, dans ce modèle, un fort écoulement poloïdal moyen est présent en plus des harmoniques d'équilibre, de sorte que la structure de l'écoulement total est plus complexe que des cellules de convection. Dans notre modèle, ϕ_1 est un imaginaire pur, donc la contrainte de Reynolds dans le membre de gauche de l'équation (6.8) et le terme en $\text{Re}(\phi_1)$ dans le membre de droite disparaissent. Le modèle ne génère donc pas d'écoulement poloïdal moyen $\bar{\phi}$. On reviendra à la relation entre la partie réelle de ϕ_1 et l'écoulement poloïdal moyen quand on étudiera le cas avec un écoulement poloïdal imposé dans la section suivante.

On va maintenant établir les expressions analytiques des flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ et $Q_{\delta B}$ en dehors de la

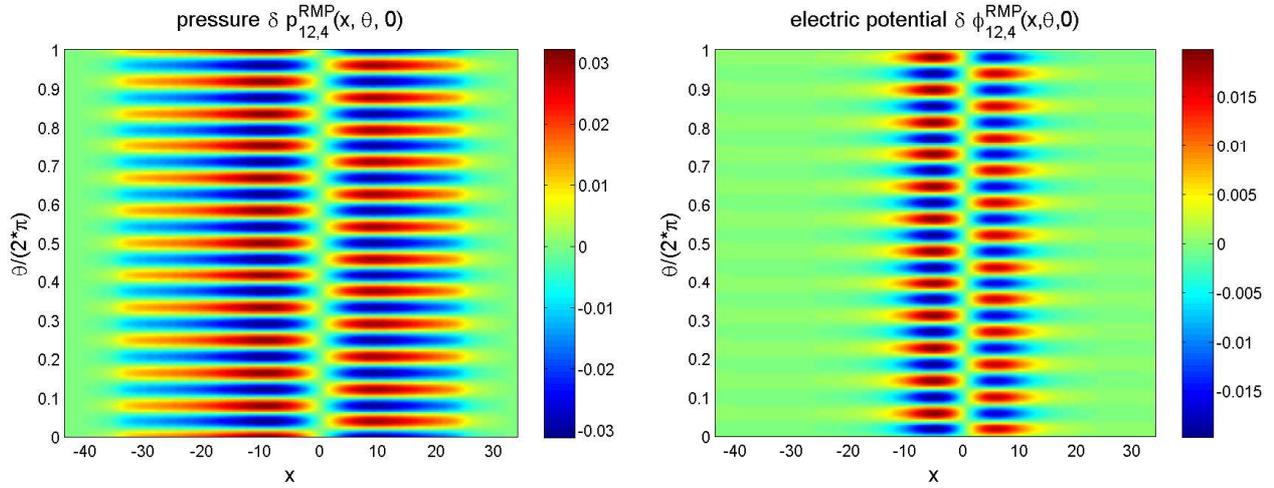


FIGURE 6.2 – Cartes en 2 dimensions à un instant donné ($t = 5000$ en unités normalisées) des harmoniques d'équilibre de la pression (à gauche) et du potentiel électrique (à droite) créées par la RMP à une harmonique (5.29) d'amplitude $I_D = 0.3$ kA, quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\bar{\phi} = 0$). L'angle toroïdal vaut $\varphi = 0$. [φ M]

chaîne d'îlots, car ce n'est que dans cette zone que l'on peut faire des calculs analytiques. En introduisant les expressions analytiques (6.25) et (6.26) des amplitudes de la pression p_1 et du potentiel ϕ_1 dans les expressions (6.12) et (6.13) pour le flux convectif d'équilibre et le flux de magnetic flutter, on obtient

$$Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}(x) = g_0 \cdot \kappa^2 \cdot \frac{\psi_0^2}{2} \cdot \frac{1}{x^4} \quad (6.27)$$

et

$$Q_{\delta B}(x) = 0 \quad (6.28)$$

Ainsi, le déphasage de $\pi/2$ entre la pression p_1 et le potentiel ϕ_1 génère un flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$, qui varie comme $1/x^4$ en dehors de la chaîne d'îlots. Quant au flux $Q_{\delta B}$, il est nul partout en dehors de la chaîne d'îlots.

Les figures 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5 représentent des cartes en 2 dimensions dans un plan (x, θ) des harmoniques d'équilibre de la pression $\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}$ et du potentiel électrique $\delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}}$ créées par la RMP à une seule harmonique (5.29). Ces figures sont à comparer avec les deux graphes de la figure 6.1, qui représentent les profils radiaux de l'amplitude p_1 de l'harmonique de pression $\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}$ et de l'amplitude ϕ_1 de l'harmonique de potentiel électrique $\delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}}$. L'harmonique d'équilibre de la pression s'écrit

$$\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, \varphi) = p_1(x) \exp(i12\theta - i4\varphi) + p_1^*(x) \exp(-i12\theta + i4\varphi) \quad (6.29)$$

En prenant une valeur fixe pour φ , par exemple $\varphi = 0$, on obtient

$$\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, 0) = 2 \operatorname{Re}(p_1) \cos(12\theta) \quad (6.30)$$

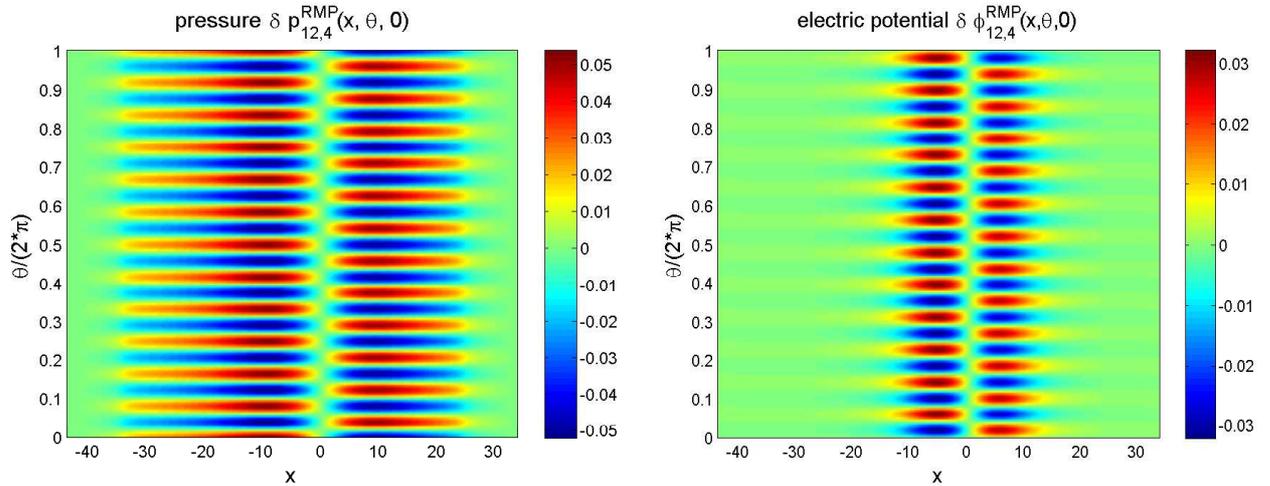


FIGURE 6.3 – Cartes en 2 dimensions à un instant donné ($t = 5000$ en unités normalisées) des harmoniques d'équilibre de la pression (à gauche) et du potentiel électrique (à droite) créées par la RMP à une harmonique (5.29) d'amplitude $I_D = 0.5$ kA, quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\bar{\phi} = 0$). L'angle toroïdal vaut $\varphi = 0$. [φ M]

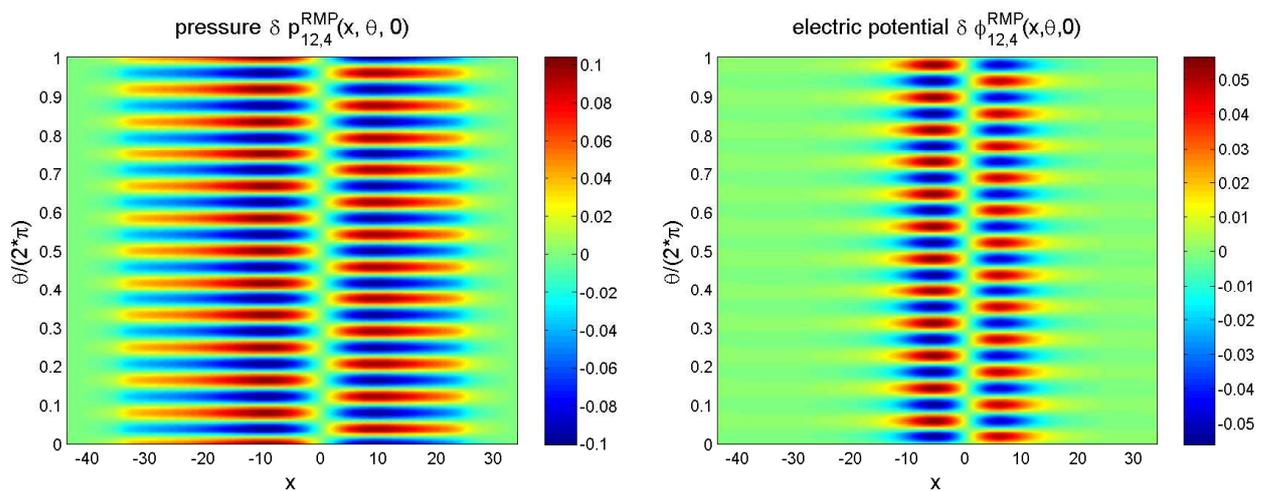


FIGURE 6.4 – Cartes en 2 dimensions à un instant donné ($t = 5000$ en unités normalisées) des harmoniques d'équilibre de la pression (à gauche) et du potentiel électrique (à droite) créées par la RMP à une harmonique (5.29) d'amplitude $I_D = 1$ kA, quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\bar{\phi} = 0$). L'angle toroïdal vaut $\varphi = 0$. [φ M]

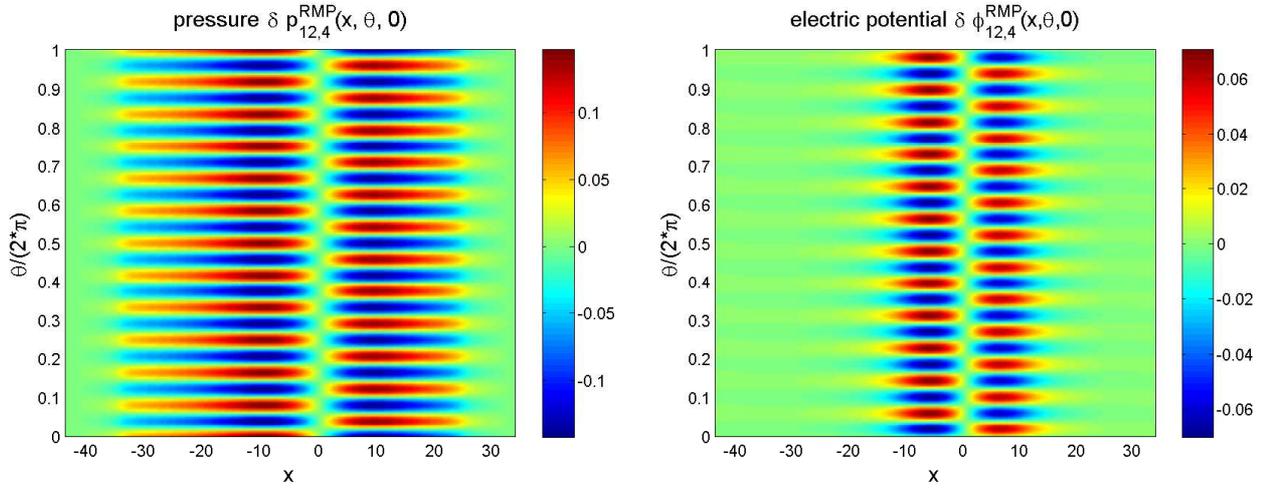


FIGURE 6.5 – Cartes en 2 dimensions à un instant donné ($t = 5000$ en unités normalisées) des harmoniques d'équilibre de la pression (à gauche) et du potentiel électrique (à droite) créées par la RMP à une harmonique (5.29) d'amplitude $I_D = 1.5$ kA, quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\bar{\phi} = 0$). L'angle toroïdal vaut $\varphi = 0$. [φ M]

soit, en remplaçant $\text{Re}(p_1)$ par l'expression (6.25),

$$\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, 0) = -\kappa \cdot \psi_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot \cos(12 \theta) \quad (6.31)$$

La périodicité de la fonction $\theta \rightarrow \cos(12 \theta)$ étant de $\pi/6$, on observe sur le graphe de gauche des figures 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5 24 cellules de convection de signes alternés dans la direction θ . De plus, comme $\text{Re}(p_1)$ est impaire, elles sont de signes alternés par rapport à l'axe $x = 0$. Dans la direction radiale, les cellules de convection ont l'allure donnée par l'expression (6.31) en dehors de la surface résonante ($x \neq 0$), c'est-à-dire l'allure donnée par le profil de $\text{Re}(p_1)$ (figure 6.1, graphe de gauche) : elles varient comme $1/x$, d'où la lente décroissance radiale vers les extrémités du domaine de simulation. De même que sur la figure 6.1, on peut voir que la pression atteint un maximum et un minimum de part et d'autre de $x = 0$ et s'annule en $x = 0$. On retrouve sur ces figures ce qu'on avait observé sur le profil de $\text{Re}(p_1)$ (figure 6.1), à savoir l'asymétrie des deux moitiés de la courbe situées de part et d'autre de $x = 0$, qui était due au fait que la simulation n'avait pas duré assez longtemps pour que l'équilibre soit atteint. En effet, sur les figures 6.2 à 6.5, on remarque que pour θ donné, les cellules de convection ne sont pas symétriques par rapport à l'axe $x = 0$, surtout pour la pression (c'est beaucoup moins visible pour le potentiel électrique).

On va maintenant s'intéresser aux cellules de convection de potentiel électrique sur le graphe de droite des figures 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5. L'harmonique d'équilibre du potentiel s'écrit

$$\delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}} = \phi_1(x) \exp(i12 \theta - i4\varphi) + \phi_1^*(x) \exp(-i12 \theta + i4\varphi) \quad (6.32)$$

En prenant $\varphi = 0$, on obtient

$$\delta \phi_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, 0) = -2 \cdot \text{Im}(\phi_1) \cdot \sin(12 \cdot \theta) \quad (6.33)$$

soit, en remplaçant $\text{Im}(\phi_1)$ par l'expression (6.26),

$$\delta\phi_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, 0) = -\frac{g_0 \cdot \kappa}{k_y} \cdot \psi_0 \cdot \frac{1}{x^3} \cdot \sin(12 \cdot \theta) \quad (6.34)$$

Le commentaire est semblable à celui qu'on a fait ci-dessus pour les cellules de pression : du fait de la périodicité de $\pi/6$ de la fonction $\theta \rightarrow \sin(12 \cdot \theta)$, on observe également 24 cellules de convection de signes alternés selon θ . De plus, comme $\text{Im}(\phi_1)$ est impaire, elles sont de signes alternés par rapport à l'axe $x = 0$. Dans la direction radiale, les cellules de potentiel ont l'allure donnée par l'expression (6.34) loin de la surface résonante, c'est-à-dire l'allure donnée par le profil de $\text{Im}(\phi_1)$ (figure 6.1) : elles varient comme $1/x^3$ et sont donc assez localisées autour de $x = 0$ (moins étalées que les cellules de pression), et on observe une décroissance radiale très rapide vers les bords. De même que sur la figure 6.1, on observe un maximum et un minimum du potentiel de part et d'autre de $x = 0$, et une valeur nulle en $x = 0$. Enfin, l'échelle des couleurs située à droite des graphes montre que $\delta p_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, 0)$ et $\delta\phi_{12,4}^{\text{RMP}}(x, \theta, 0)$ augmentent en valeur absolue quand I_D augmente.

La figure 6.6 représente les profils radiaux moyennés dans le temps du flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ (à gauche) et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$ (à droite) quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, pour 4 amplitudes différentes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA. Le graphe de gauche présente des résultats analytiques et numériques, alors que le graphe de droite ne présente que des résultats numériques. De toutes les façons, le calcul analytique a montré que $Q_{\delta B}$ est nul partout en dehors de la chaîne d'îlots. On rappelle que les simulations numériques ont été effectuées afin d'obtenir les résultats dans la chaîne d'îlots, car analytiquement, on ne peut pas faire de calculs dans cette zone. Dans un souci de visibilité des courbes, celles-ci étant nombreuses (elles sont au nombre de 8 sur le graphe de gauche), j'ai dû restreindre le nombre de traits différents à 3 (trait continu, — — —, et -.-). Ainsi, les courbes analytiques et les courbes numériques sont tracées avec les mêmes types de traits. Comment les distinguer ? Sur le graphe de gauche, les profils non-définis dans la zone centrale sont les profils analytiques obtenus avec l'expression (6.27), et les autres sont les profils numériques. De plus, j'ai dû utiliser le trait plein pour plusieurs courbes : $I_D = 0.3$ kA et 1.5 kA analytiques, et $I_D = 0.3$ kA et 1.5 kA numériques. Pour distinguer ces deux dernières courbes, il faut savoir que $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ augmente avec I_D , ce que l'on déduit d'après le graphe. Les courbes analytiques se décalent donc vers l'extérieur quand I_D augmente, de sorte que la courbe $I_D = 1.5$ kA est la plus externe. Sur ce graphe, les courbes numériques montrent que le flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ s'annule en $x = 0$, admet deux maxima locaux de part et d'autre de la surface résonante et s'annule aux extrémités.

Le graphe de droite montre que $Q_{\delta B}$ est une fonction paire, ayant l'allure d'une courbe en cloche, admettant un maximum en $x = 0$, c'est-à-dire sur la surface résonante, et s'annulant en dehors de la chaîne d'îlots. Sur ce graphe, j'ai également dû restreindre le nombre de traits différents à 3, dans un souci de lisibilité, de sorte que les courbes $I_D = 0.3$ kA et $I_D = 1.5$ kA sont toutes deux tracées avec un trait continu. Pour les distinguer, il faut savoir que $Q_{\delta B}$ augmente avec I_D , ce que l'on déduit d'après le graphe. La courbe $I_D = 0.3$ kA, correspondant à la valeur la plus faible de l'amplitude de la RMP, est celle qui possède les valeurs les plus faibles, et se

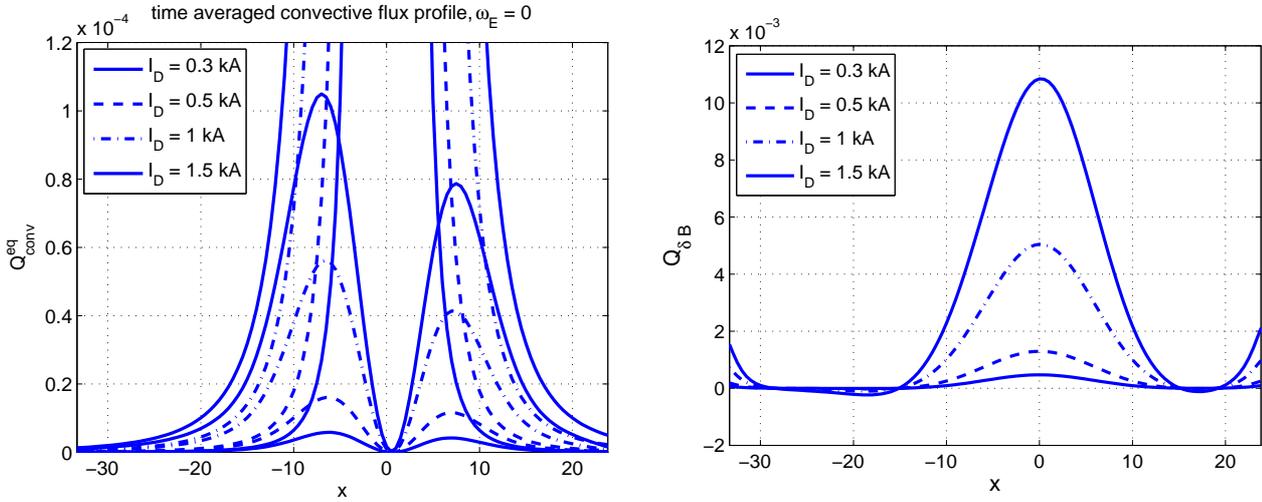


FIGURE 6.6 – Profils radiaux moyennés dans le temps du flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ (à gauche) et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$ (à droite) quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, avec 4 amplitudes différentes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA, quand aucun écoulement poloïdal cisailé n'est imposé ($\bar{\phi} = 0$). [φM]

situe donc en bas. Quant à la courbe $I_D = 1.5$ kA, correspondant à la valeur la plus élevée de l'amplitude de la RMP, elle possède les valeurs les plus élevées, et se situe donc en haut. On précise que l'augmentation de $Q_{\delta B}$ observée aux extrémités du domaine de simulation est un phénomène purement numérique.

On va maintenant revenir un peu sur la dérivation de l'expression analytique de $Q_{\delta B}$, qui a abouti à l'expression (6.13). Cette expression a été établie à partir de l'expression (5.18), c'est-à-dire en faisant une double moyenne : la moyenne selon l'angle poloïdal θ et la moyenne selon l'angle toroïdal φ , c'est-à-dire la moyenne sur les surfaces magnétiques non-perturbées, c'est-à-dire la moyenne sur des surfaces toriques emboîtées les unes dans les autres. Mais il y a une condition à satisfaire pour pouvoir appliquer cette méthode de calcul : les îlots magnétiques doivent être suffisamment petits. Le transport perpendiculaire aux lignes de champ magnétique est en compétition avec les flux de chaleur parallèles aux lignes de champ perturbées. Pour de grandes amplitudes de la RMP, les flux de chaleur parallèles sont dominants, si bien que des moyennes le long des surfaces de flux des îlots magnétiques sont nécessaires afin d'évaluer les flux de chaleur perpendiculaires plus petits.

6.4 Simulations numériques avec écoulement poloïdal imposé

On impose maintenant un écoulement poloïdal cisailé, semblable à celui employé dans les chapitres 4 et 5, dont le profil est donné par l'expression (4.9) (voir figure 4.3), le paramètre de relaxation μ étant pris égal à 2 dans l'équation (4.7). La barrière a la même largeur que précédemment, $d = 0.15L_x = 11.7$. Seul changement, le taux de cisaillement de l'écoulement

ω_E est pris égal à 0.5 au lieu de 6, c'est-à-dire beaucoup plus faible. En effet, on a choisi une valeur très faible pour réaliser la première simulation, avec l'intention d'augmenter cette valeur ensuite, et d'aller jusqu'à $\omega_E = 6$. Mais le temps m'a manqué pendant ma thèse pour le faire ... Cela reste donc à faire ... Il serait en particulier intéressant de faire le cas $\omega_E = 6$, pour pouvoir comparer avec les résultats des chapitres 4 et 5. Cette simulation numérique est destinée à comprendre la modification de la barrière de transport par la RMP observée au chapitre 5. Quand un écoulement poloïdal cisailé $\partial\bar{\phi}/\partial x$ est imposé, les deux principaux termes dans la divergence parallèle du courant parallèle $\nabla_{\parallel}^2\phi$, c'est-à-dire les deuxième et troisième termes dans le membre de droite de l'équation (6.10) se compensent, si bien qu'une partie réelle de ϕ_1 apparaît ($Re(\phi_1) \neq 0$). Les perturbations décrites par les parties réelles de p_1 (expression (6.25)) et de ϕ_1 sont en phase avec la perturbation du flux magnétique ψ_{RMP} (5.29). Cependant, contrairement au gradient de pression $\partial\bar{p}/\partial x$ qui est approximativement constant, l'écoulement poloïdal $\partial\bar{\phi}/\partial x$ est une fonction impaire de x (figure 4.3). Par conséquent, la partie réelle de ϕ_1 est approximativement une fonction paire, ainsi que la partie imaginaire de p_1 , générée comme dans le cas sans écoulement poloïdal imposé par le couplage entre le potentiel électrique et la pression en raison de la courbure magnétique.

Les figures 6.7 et 6.8 représentent les profils radiaux des amplitudes de la pression p_1 et du potentiel électrique ϕ_1 quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, avec 4 amplitudes croissantes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA, avec un écoulement poloïdal cisailé imposé. Dans un souci de lisibilité des courbes, j'ai dû restreindre le nombre de traits différents à 3 (trait continu, - - - et - . - .). Les courbes $I_D = 0.3$ kA et 1.5 kA sont donc tracées avec le même trait, le trait continu. Comment les distinguer ? Quand l'amplitude de la RMP augmente, c'est-à-dire quand I_D augmente, la partie réelle de p_1 augmente (en valeur absolue), de sorte que la courbe $I_D = 0.3$ kA est située en-dessous des trois autres pour $x < -3$ (et au-dessus des 3 autres pour $x > -3$). De même, quand I_D augmente, la partie imaginaire de p_1 diminue, de sorte que la courbe $I_D = 0.3$ kA est située au-dessus des trois autres. Quand I_D augmente, la partie réelle de ϕ_1 augmente, de sorte que la courbe $I_D = 0.3$ kA est située en-dessous des trois autres. Enfin, quand I_D augmente, la partie imaginaire de ϕ_1 diminue, de sorte que la courbe $I_D = 0.3$ kA est située au-dessus des trois autres.

A la différence du cas sans écoulement cisailé, la pression p_1 a une partie imaginaire non-nulle ($Im(p_1) \neq 0$), et le potentiel ϕ_1 a une partie réelle non-nulle ($Re(\phi_1) \neq 0$). Les 4 composantes, parties réelle et imaginaire de p_1 et de ϕ_1 , augmentent (en valeur absolue) avec l'amplitude de la RMP. Voilà ce qu'on peut dire concernant la parité de ces fonctions : les nouveaux termes générés par l'écoulement imposé, $Im(p_1)$ et $Re(\phi_1)$, sont tous deux pairs ou tendent à le devenir. En effet, $Im(p_1)$ est nettement paire, c'est moins net pour $Re(\phi_1)$, mais celle-ci le deviendrait si on prolongeait la simulation. Concernant les deux autres termes, $Re(p_1)$ est impaire et $Im(\phi_1)$ est paire. La même remarque s'applique pour $Re(p_1)$, qui n'est pas encore paire mais le deviendrait si on prolongeait la simulation. Si on compare $Re(p_1)$ et $Im(\phi_1)$, les harmoniques qui existaient déjà, au cas avec $\omega_E = 0$, on constate que $Re(p_1)$ a un profil plus piqué, plus localisé autour de $x = 0$. L'amplitude de $Re(p_1)$ est comparable à celle du cas $\omega_E = 0$, étant comprise entre -0.15 et 0.1. Dans le cas avec $\omega_E \neq 0$, l'amplitude de $Re(p_1)$ est plus importante en valeur absolue du côté $x > 0$ que du côté $x < 0$. La parité ne change pas, $Re(p_1)$ restant impaire. En

I_D (kA)	$\omega_E = 0$	$\omega_E = 0.5$
0.3	1×10^{-5}	2.5×10^{-3}
0.5	1.8×10^{-5}	7×10^{-3}
1	5.8×10^{-5}	2.1×10^{-2}
1.5	1.05×10^{-4}	3.4×10^{-2}

TABLE 6.1 – Comparaison entre les maxima du flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ dans le cas sans écoulement cisailé ($\omega_E = 0$) et avec écoulement cisailé ($\omega_E = 0.5$).

I_D (kA)	$\omega_E = 0$	$\omega_E = 0.5$
0.3	0.8×10^{-3}	0.8×10^{-3}
0.5	1.2×10^{-3}	1.2×10^{-3}
1	5×10^{-3}	4.2×10^{-3}
1.5	10.9×10^{-3}	7.8×10^{-3}

TABLE 6.2 – Comparaison entre les maxima du flux $Q_{\delta B}$ dans le cas sans écoulement cisailé ($\omega_E = 0$) et avec écoulement cisailé ($\omega_E = 0.5$).

ce qui concerne $\text{Im}(\phi_1)$, la parité change, $\text{Im}(\phi_1)$ était impaire dans le cas précédent et devient paire dans le cas présent, et l'amplitude est beaucoup plus importante en valeur absolue. Quant à $\text{Re}(\phi_1)$, son amplitude est beaucoup plus importante que celles des 3 autres composantes, supérieure à celles-ci d'un facteur 20.

Ces harmoniques d'équilibre engendrent un flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$, représenté sur la figure 6.9 (à gauche), qui montre que $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ est une fonction paire. La courbe a une allure très différente de celle du cas avec $\omega_E = 0$ (figure 6.6a) : il s'agit d'une courbe en cloche, qui admet un maximum en $x = 0$ et tend vers zéro aux extrémités. De plus, l'amplitude du flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ augmente avec celle de la RMP. On remarque également que l'amplitude de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ est supérieure de deux ordres de grandeur (facteur 100) à celle observée dans le cas précédent, estimation obtenue en comparant les maxima pour chaque valeur de I_D (tableau 6.1). Enfin, il n'y a pas de changement de parité, le flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ reste une fonction paire quand on impose l'écoulement cisailé.

Le graphe de droite de la figure 6.9, qui représente le profil radial du flux $Q_{\delta B}$, montre que $Q_{\delta B}$ est une fonction presque paire et que son amplitude augmente avec celle de la RMP. De même que dans le cas $\omega_E = 0$, il s'agit d'une courbe en cloche, qui admet un maximum en $x = 0$ et s'annule aux extrémités. Concernant les amplitudes du flux $Q_{\delta B}$, elles sont à peu près égales dans les deux cas, comme le montre la comparaison des maxima pour chaque valeur de I_D (tableau 6.2).

Quand on compare le profil du flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ dans le cas sans turbulence (figure 6.6) avec celui du cas turbulent (figures 5.13 et 5.20), on constate que les courbes ont des allures semblables : il s'agit d'une courbe en cloche, admettant un maximum en $x = 0$ et s'annulant aux extrémités. En revanche, les amplitudes du flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ sont très différentes : de l'ordre de l'unité dans le cas turbulent (valeur maximale ≈ 7), et de l'ordre de 10^{-4} dans le cas présent (valeur maximale

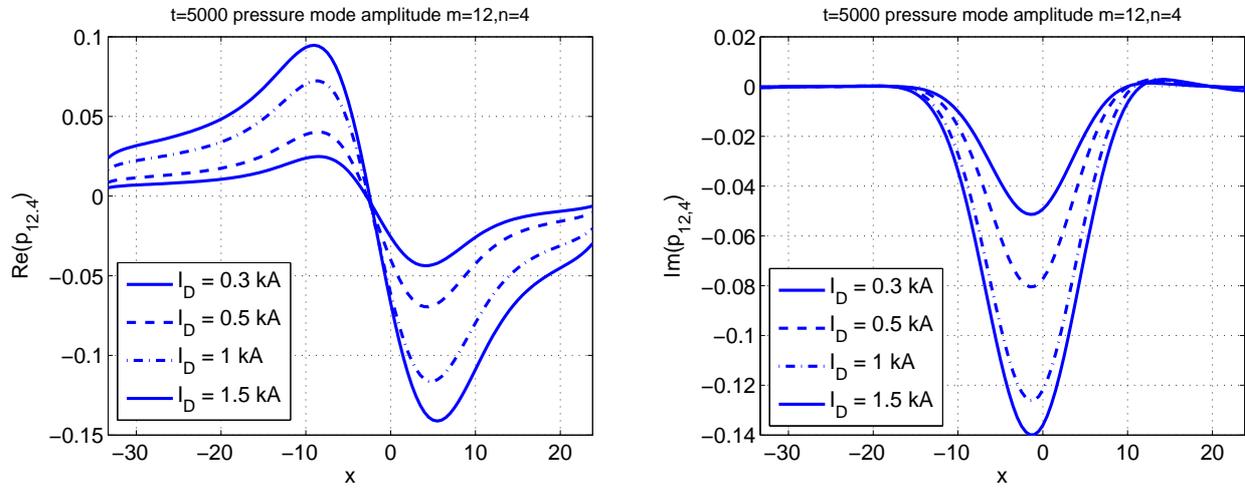


FIGURE 6.7 – Profil radial de la partie réelle (à gauche) et de la partie imaginaire (à droite) de l'amplitude de l'harmonique de pression p_1 qui apparaît quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, avec 4 amplitudes croissantes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA, dans le cas avec écoulement poloïdal cisailé, avec un taux de cisaillement $\omega_E = 0.5$, un paramètre de relaxation $\mu = 2$ et une largeur de barrière $d = 11.7$. Les paramètres numériques sont les mêmes que sur la figure 6.1 [φM].

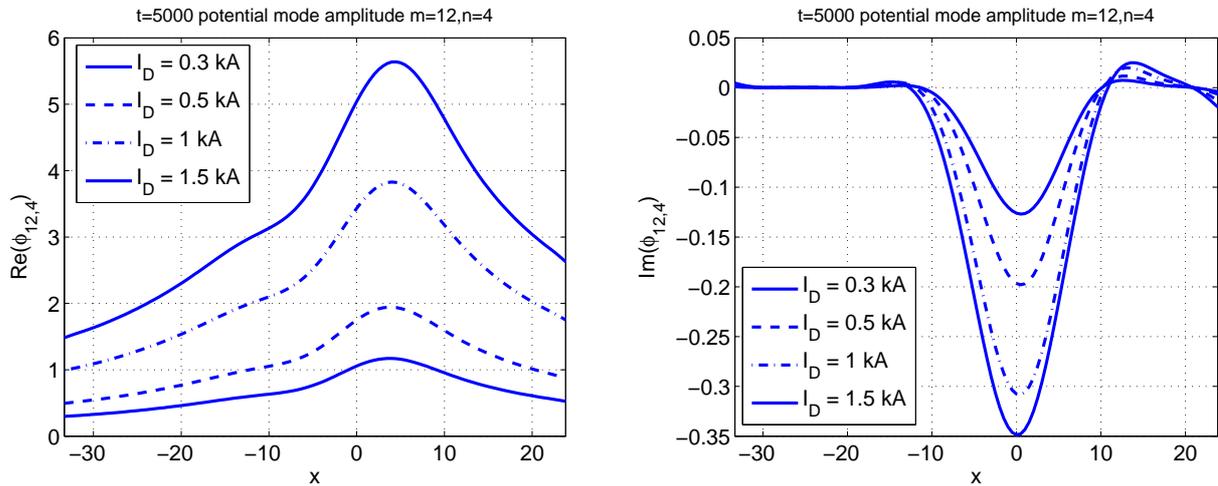


FIGURE 6.8 – Profil radial de la partie réelle (à gauche) et de la partie imaginaire (à droite) de l'amplitude de l'harmonique de potentiel électrique ϕ_1 qui apparaît quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée, avec 4 amplitudes croissantes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA, dans le cas avec écoulement poloïdal cisailé, avec un taux de cisaillement $\omega_E = 0.5$. Les paramètres numériques sont les mêmes que sur la figure 6.7. [φM]

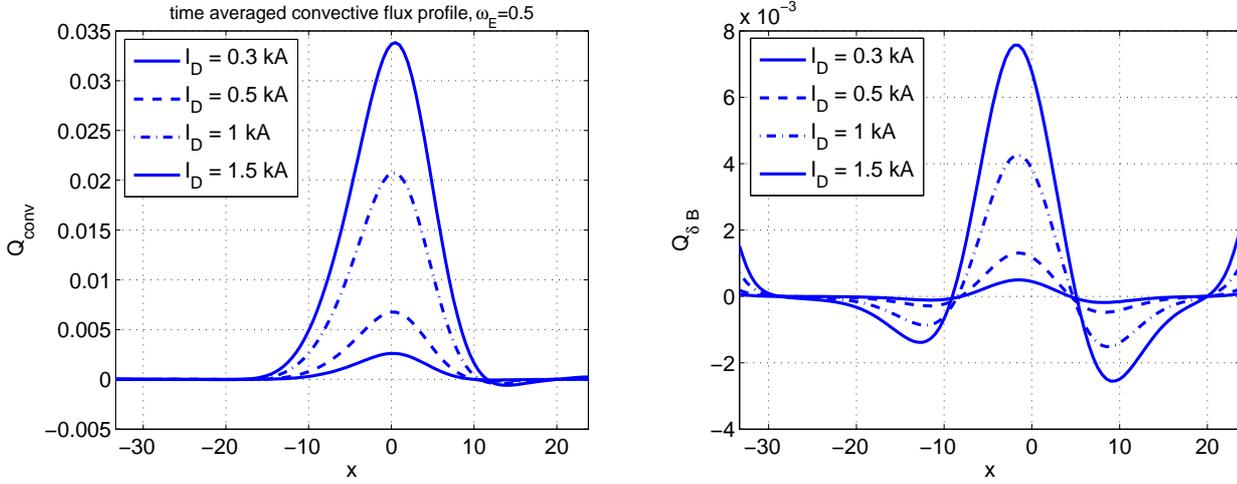


FIGURE 6.9 – Profils radiaux du flux convectif d'équilibre $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ (à gauche) et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$ (à droite) quand la RMP à une seule harmonique (5.29) est appliquée avec 4 amplitudes croissantes, $I_D = 0.3$ kA, 0.5 kA, 1 kA et 1.5 kA, dans le cas avec écoulement poloïdal cisailé, avec un taux de cisaillement $\omega_E = 0.5$. Les paramètres numériques sont les mêmes que sur les figures 6.7 et 6.8 [φM].

$\approx 1.2 \times 10^{-4}$). La RMP génère donc un flux convectif beaucoup plus faible que les modes de ballonnement (10 000 fois plus faible).

Pour comparer l'importance relative des flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ et $Q_{\delta B}$, il faut comparer leurs intégrales selon la coordonnée radiale, qui représente l'aire entre l'axe des abscisses et la courbe. La figure 6.10 représente l'intégrale radiale du flux $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ entre les surfaces résonantes $q = 10/4$ et $q = 14/4$, soit la quantité

$$R_1 = \int_{q=2.5}^{q=3.5} Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}(x) dx \quad (6.35)$$

en fonction de l'amplitude I_D de la RMP dans les cas sans écoulement cisailé (en haut à gauche) et avec écoulement cisailé, pour deux valeurs de ω_E (en haut à droite et en bas à droite). Cette figure montre que l'intégrale (6.35) augmente avec l'amplitude de la RMP, de manière quasiment linéaire dans les cas $\omega_E = 0$ et $\omega_E = 0.5$. Dans le cas $\omega_E = 6$, l'augmentation ne suit plus une loi linéaire. L'amplitude de l'intégrale (6.35) ne diffère pas beaucoup entre le cas $\omega_E = 0.5$ et le cas $\omega_E = 6$, le rapport des amplitudes dans ces 2 cas étant de l'ordre de 10 (voir tableau 6.3). L'intégrale (6.35) varie fortement pour de faibles valeurs de ω_E , mais quand ω_E devient plus grand, supérieur à 0.5, la croissance ralentit beaucoup jusqu'à saturer, comme le montre le tableau 6.4.

La figure 6.11 représente l'intégrale radiale du flux $Q_{\delta B}$ entre les surfaces résonantes $q = 10/4$ et $q = 14/4$, soit la quantité

$$R_2 = \int_{q=2.5}^{q=3.5} Q_{\delta B}(x) dx \quad (6.36)$$

I_D (kA)	$\omega_E = 0$	$\omega_E = 0.5$	$\omega_E = 6$
0.3	1×10^{-4}	0.025	0.190
0.5	2.5×10^{-4}	0.070	0.310
1	9×10^{-4}	0.230	0.640
1.5	1.75×10^{-3}	0.395	0.820

TABLE 6.3 – Evolution de l'intégrale (6.35) en fonction de l'amplitude I_D de la RMP dans le cas sans écoulement cisailé ($\omega_E = 0$) et avec écoulement cisailé, pour $\omega_E = 0.5$ et $\omega_E = 6$.

I_D (kA)	$R_1(0.5)/R_1(0)$	$R(6)/R(0.5)$
0.3	250	7.6
0.5	280	4.4
1	256	2.8
1.5	226	2.1

TABLE 6.4 – Rapport des intégrales (6.35) dans les cas $\omega_E = 0$, $\omega_E = 0.5$ et $\omega_E = 6$.

en fonction de l'amplitude I_D de la RMP dans les cas sans écoulement cisailé (à gauche) et avec écoulement cisailé (à droite). Cette figure montre que l'intégrale (6.36) augmente avec l'amplitude de la RMP. On constate un résultat important : dans le cas sans écoulement cisailé $\omega_E = 0$, l'intégrale de $Q_{\delta B}$ est supérieure à celle de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ d'un facteur 100 (voir tableau 6.5). Dans le cas avec écoulement cisailé $\omega_E = 0.5$, au contraire, l'intégrale de $Q_{\delta B}$ est inférieure à l'intégrale de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ d'un facteur 10 (voir tableau 6.6). De plus, on remarque que, quand on applique l'écoulement cisailé, l'intégrale de $Q_{\delta B}$ diminue (voir tableau 6.7).

Ces résultats sont en bon accord avec ceux du chapitre 5, qui ont montré que $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ joue un rôle important dans l'érosion de la barrière de transport et dans la stabilisation de ses relaxations.

Remarque : précision concernant le profil de pression

Dans cette thèse, on a supposé un profil de pression linéaire,

$$\bar{p} = -\kappa(x - x_{\text{max}}) \quad (6.37)$$

I_D (kA)	R_2	R_1
0.3	5×10^{-3}	1×10^{-4}
0.5	2×10^{-2}	2.5×10^{-4}
1	7.5×10^{-2}	9×10^{-4}
1.5	1.6×10^{-1}	1.75×10^{-3}

TABLE 6.5 – Comparaison entre les intégrales radiales de $Q_{\delta B}$ (R_2) et de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ (R_1) dans le cas sans écoulement cisailé $\omega_E = 0$.

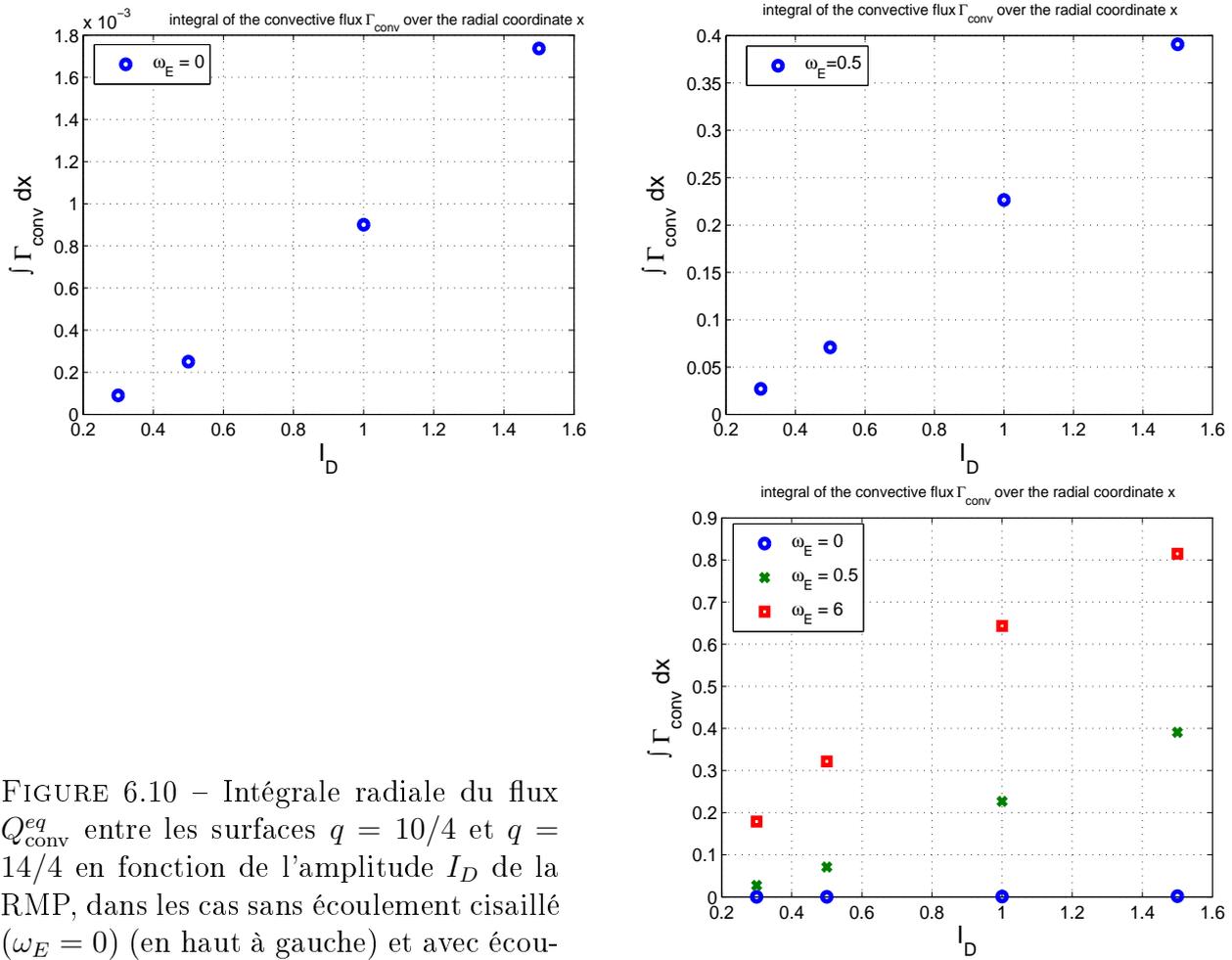


FIGURE 6.10 – Intégrale radiale du flux Q_{conv}^{eq} entre les surfaces $q = 10/4$ et $q = 14/4$ en fonction de l'amplitude I_D de la RMP, dans les cas sans écoulement cisailé ($\omega_E = 0$) (en haut à gauche) et avec écoulement cisailé, pour deux valeurs de ω_E (en haut à droite : $\omega_E = 0.5$ et en bas à droite : $\omega_E = 6$) [φM].

I_D (kA)	R_2	R_1
0.3	0.0025	0.025
0.5	0.005	0.007
1	0.018	0.22
1.5	0.039	0.39

TABLE 6.6 – Comparaison entre les intégrales de $Q_{\delta B}$ (R_2) et de $Q_{\text{conv}}^{\text{eq}}$ (R_1) dans le cas avec écoulement cisailé $\omega_E = 0.5$.

I_D (kA)	$\omega_E = 0$	$\omega_E = 0.5$
0.3	5×10^{-3}	2.5×10^{-3}
0.5	2×10^{-2}	5×10^{-3}
1	7.5×10^{-2}	1.8×10^{-2}
1.5	1.6×10^{-1}	3.9×10^{-2}

TABLE 6.7 – Comparaison de l'intégrale radiale de $Q_{\delta B}$ (R_2) dans les cas sans écoulement cisailé ($\omega_E = 0$) et avec écoulement cisailé ($\omega_E = 0.5$).

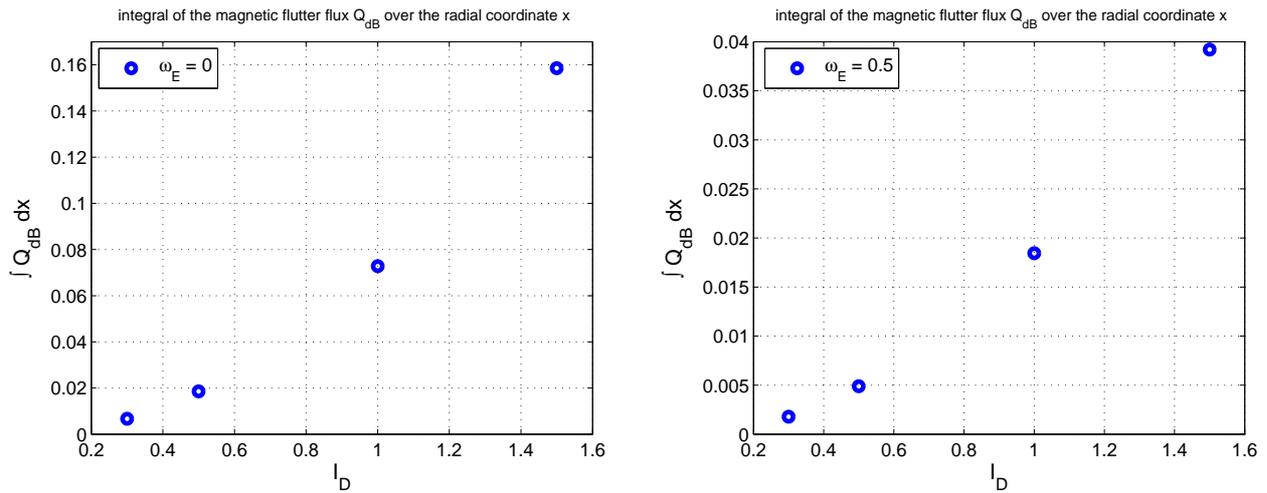


FIGURE 6.11 – Intégrale radiale du flux $Q_{\delta B}$ entre les surfaces $q = 10/4$ et $q = 14/4$ en fonction de l'amplitude I_D de la RMP, dans les cas sans écoulement cisailé (à gauche) et avec écoulement cisailé (à droite) [φM].

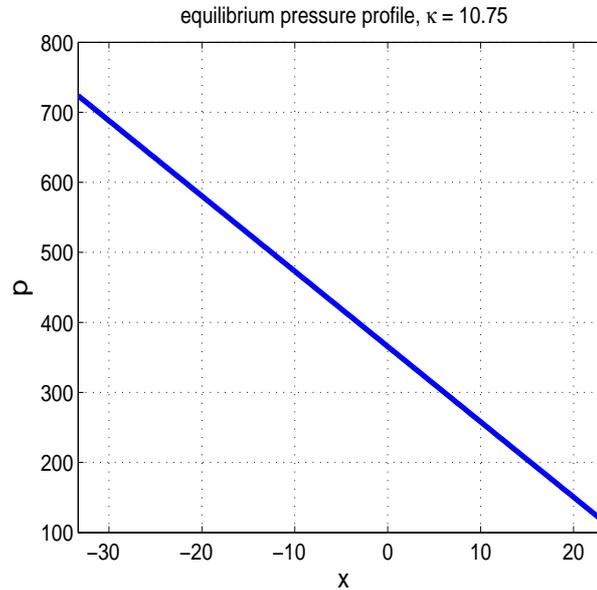


FIGURE 6.12 – Profil de pression à l'équilibre linéaire utilisé dans le modèle.

afin de simplifier la modélisation. Ce profil est très schématique et ne correspond bien évidemment pas à la réalité. Dans les plasmas de tokamaks, les profils de pression sont plus arrondis. Le gradient de pression d'équilibre est donc

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = -\kappa \quad (6.38)$$

La figure 6.12 représente le profil de pression d'équilibre \bar{p} , qui a été utilisé à $t = 0$ pour démarrer la simulation : $\bar{p}(x, t = 0)$. Quand on avance dans le temps, les fluctuations (les autres modes de Fourier) rétro-agissent sur \bar{p} , de sorte que \bar{p} dépend du temps. On sépare la pression en deux termes, un terme d'équilibre et un terme de fluctuations, $p(x, y, z, t) = p^{(0)}(x) + p^{(1)}(x, y, z, t)$ puis on suppose une forme explicite pour l'équilibre. Dans le cas le plus simple, on choisit une pente négative constante,

$$p^{(0)}(r) = -\frac{p_0}{L_p}(r - a) \quad (6.39)$$

6.5 Bilan

Voici le résumé du plan des simulations effectuées dans cette thèse :

- 1) turbulence + barrière de transport \Rightarrow oscillations de relaxation
- 2) turbulence + barrière de transport + RMP 5 harmoniques \Rightarrow stabilisation des relaxations
- 3) turbulence + barrière de transport + RMP 1 harmonique \Rightarrow stabilisation des relaxations
- 4) non-turbulent + RMP 1 harmonique \Rightarrow harmoniques d'équilibre de p et ϕ
- 5) non-turbulent + barrière de transport + RMP 1 harmonique \Rightarrow harmoniques d'équilibre de

p et ϕ

Dans ce chapitre, on a étudié le nouvel équilibre non-axisymétrique du plasma créé par la RMP. Afin de pouvoir faire des calculs analytiques, on a simplifié notre modèle en faisant les hypothèses suivantes :

- premièrement, on a supprimé la turbulence, afin de pouvoir observer l'effet de la RMP, car dans le cas du plasma turbulent (chapitre 5), il n'était pas possible de distinguer ce qui était dû à la RMP de ce qui était dû à la turbulence.
- Ensuite, on a supposé une géométrie cylindrique, afin de supprimer le couplage des modes voisins dû à la courbure magnétique toroïdale.
- Troisièmement, on a choisi une valeur de la courbure cylindrique telle que le taux de croissance des modes de ballonnement soit négatif.
- De plus, on a supposé que le flux magnétique poloïdal ψ_{RMP} ne dépend pas de la coordonnée radiale r ("approximation ψ constant").
- On a également négligé la dissipation perpendiculaire et mis le potentiel d'équilibre $\bar{\phi}$ à zéro (pas d'écoulement cisailé imposé, c'est-à-dire pas de barrière de transport).

Ces hypothèses nous ont permis de faire des calculs analytiques en-dehors de la surface de résonance, et ainsi d'établir des expressions analytiques pour les amplitudes des harmoniques d'équilibre de la pression p_1 et du potentiel ϕ_1 générées par la RMP, ainsi que pour le flux convectif d'équilibre Q_{conv}^{eq} . On a également réalisé des simulations numériques, ce qui nous a permis de tracer les profils radiaux de p_1 , de ϕ_1 , du flux convectif d'équilibre Q_{conv}^{eq} et du flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$ dans l'intégralité du domaine de simulation, et de les comparer aux profils analytiques. Loin de la surface résonante, on a constaté un bon accord entre les résultats numériques et les résultats analytiques.

On a ensuite ajouté un écoulement poloïdal cisailé dans le modèle, comme au chapitre 4, afin de simuler une barrière de transport comme dans le cas turbulent du chapitre 5 (sections 5.3 et 5.4), et on a effectué de nouvelles simulations numériques. Dans ce nouveau cas, il n'est plus possible d'effectuer une résolution analytique. On a alors tracé les profils radiaux des amplitudes de la pression p_1 , du potentiel électrique ϕ_1 , des flux Q_{conv}^{eq} et $Q_{\delta B}$, et on a constaté des changements importants par rapport au cas précédent : l'intégrale radiale du flux Q_{conv}^{eq} augmente, celle de $Q_{\delta B}$ diminue, de sorte qu'on observe une inversion des tendances. L'intégrale de Q_{conv}^{eq} devient supérieure à celle de $Q_{\delta B}$. Certes, la valeur du taux de cisaillement ω_E choisie est beaucoup plus faible que dans le cas turbulent, ce qui limite la validité de la comparaison. De nouvelles simulations numériques sont donc nécessaires, avec un ω_E plus élevé ($\omega_E = 6$), afin de faire une comparaison plus rigoureuse.

L'étude réalisée dans ce chapitre, avec un modèle simplifié, a permis d'isoler l'effet de la RMP et de fournir des éléments de réponse pour expliquer la stabilisation des relaxations de la barrière. C'est donc un premier pas dans la compréhension de ce phénomène ... De plus, on a retrouvé des résultats connus, obtenus dans d'autres modèles comme celui de Richard Fitzpatrick [36]. Le temps m'a manqué pendant ma thèse pour poursuivre ce travail ... Il reste beaucoup de choses à faire ... Ainsi, les prochaines simulations pourraient utiliser une courbure magnétique toroïdale, ou bien mettre un peu de turbulence (juste au-dessus du seuil),

ou encore prendre une chaîne d'îlots qui ne coïncide pas avec la barrière de transport. Enfin, il serait intéressant de calculer la densité de courant associée à la chaîne d'îlots, afin de prendre en compte la réponse du plasma. Ce dernier point représente la priorité numéro 1, car la réponse du plasma peut changer beaucoup les choses. En effet, on a observé expérimentalement qu'elle peut modifier considérablement l'effet de la RMP en empêchant sa pénétration. Ainsi, on a observé sur plusieurs machines que le plasma peut écranter partiellement ou totalement la RMP par l'intermédiaire d'une rotation et de courants, ce qui représente un obstacle considérable à l'emploi de RMPs pour contrôler les ELMs.

Conclusion

Dans cette thèse, on s'est intéressés à l'effet de perturbations magnétiques résonantes (Resonant Magnetic Perturbations, RMPs) sur la dynamique de la barrière de transport dans un plasma de tokamak. Ce sujet d'études s'inscrit dans le cadre du contrôle des ELMs (Edge Localized Modes, en français "Modes localisés au bord"), ces instabilités à grande échelle observées sur les plus grandes machines actuelles et qui nous inquiètent pour ITER. En effet, les ELMs de type I se traduisent par des éjections violentes de matière et de chaleur vers le bord, qui se produisent de manière intermittente et qui risquent d'endommager la paroi de la machine, ainsi que son ossature et, pire, les aimants, qui représentent le premier poste de dépenses dans le coût du tokamak. En effet, les calculs prévisionnels ont démontré qu'ITER ne pourra pas résister aux ELMs de type I, que les aimants seraient trop endommagés et qu'il faudrait alors les remplacer ... ce qui coûterait 5 milliards d'euros, et qui n'est donc pas envisageable. Il sera donc impératif de contrôler ces ELMs sur ITER, et des progrès restent encore à faire pour atteindre cet objectif pour la mise en service de la machine. Le contrôle des ELMs est donc un objectif prioritaire dans le projet ITER. Dans cette thèse, on a réalisé des simulations numériques tridimensionnelles de la turbulence dans le plasma de bord du tokamak, ce qui nous a permis de reproduire les résultats expérimentaux obtenus sur certaines machines, comme la machine américaine DIII-D et la machine allemande plus petite TEXTOR. En effet, nos simulations ont montré que les RMPs stabilisent les oscillations de relaxation de la barrière de transport. C'est un résultat très important, étant donné le caractère impératif du contrôle des ELMs sur ITER. Quand la RMP est appliquée, on constate que l'amplitude des relaxations diminue, et que leur fréquence augmente, et ceci, d'autant plus fortement que l'intensité de la RMP augmente.

Dans cette thèse, on s'est placés dans le cas du tokamak TEXTOR, dans la continuité des travaux réalisés par Professeur Peter Beyer, Docteur Torsten Haberscheidt, et Docteur Michael Leconte. Reprenant leur modèle, on a d'abord constaté que nos simulations numériques permettent de reproduire un plasma avec barrière de transport, donc un plasma en mode H, ainsi que sa dynamique, c'est-à-dire les oscillations de relaxation. C'est déjà un résultat important, qui nous permet de contribuer à l'étude du contrôle des ELMs dans les tokamaks. Notre modèle décrit l'instabilité de ballonnement résistif, une instabilité de type échange, analogue à l'instabilité de Rayleigh-Bénard en fluides neutres. On rappelle que notre modèle est assez simpliste, s'agissant d'un modèle fluide (ou magnéto-hydro-dynamique, en abrégé MHD), électrostatique, et ne prenant donc pas en compte tous les phénomènes physiques présents dans le plasma, tels que le champ magnétique auto-induit par les particules du plasma. Néanmoins, malgré ces limites, notre modèle permet de décrire de façon satisfaisante les principaux phénomènes

qui nous intéressent, en l'occurrence la dynamique de la barrière et l'effet des RMPs sur les relaxations de la barrière. De plus, il présente l'avantage d'être relativement rapide à simuler numériquement, c'est-à-dire d'avoir des temps de calcul relativement courts, du fait qu'on ne prend pas en compte le champ électromagnétique auto-induit par le plasma. En effet, cette dernière hypothèse réduit grandement les temps de calcul. Le modèle électromagnétique développé par Guillaume Fuhr [27] et poursuivi par Arnaud Monnier pendant sa thèse, présente l'avantage d'être plus complet et plus réaliste, mais nécessite des temps de calcul beaucoup plus longs et des ressources numériques beaucoup plus importantes. Si on veut que les temps de calcul soient raisonnables, il faut recourir au calcul parallèle. Pour en revenir au sujet de cette thèse, on s'est d'abord intéressés à une RMP statique composée de plusieurs harmoniques et créée par des bobines externes. Selon les machines, ces bobines peuvent être situées sur la paroi extérieure de la chambre à vide, comme c'est le cas sur DIII-D, ou bien sur la paroi intérieure, comme c'est le cas sur TEXTOR. La RMP considérée dans ces travaux est constituée de 5 harmoniques, localisées de part et d'autre du centre de la barrière, la surface résonante ($m_0 = 12, n_0 = 4$). Ces 5 harmoniques créent 5 chaînes d'îlots magnétiques statiques dans le plasma, chacune étant localisée sur une surface résonante, entre $q = 10/4$ et $q = 14/4$. Quand l'amplitude de la RMP augmente, c'est-à-dire quand le courant I_D dans les bobines augmente, les îlots grossissent, leur largeur augmente jusqu'à ce que les îlots voisins se chevauchent. Les surfaces magnétiques sont alors détruites et les lignes de champ deviennent stochastiques. De plus, il y a un autre résultat remarquable : sauf pour des amplitudes très élevées de la RMP, le temps de confinement de l'énergie est maintenu. C'est un résultat considérable, étant donnée l'importance du maintien du temps de confinement de l'énergie dans les plasmas de tokamak pour la réalisation de la fusion. Cependant, il y a un bémol : notre modèle est limité par une hypothèse simplificatrice, celle de l'approximation du vide, qui consiste à négliger la réponse du plasma, c'est-à-dire le champ électromagnétique créé par les particules chargées, ions et électrons, du plasma. Ce dernier est également appelé champ électromagnétique auto-induit. Or il faudrait en tenir compte, car le plasma peut écranter plus ou moins la RMP, de sorte que celle-ci ne pénètre pas totalement dans le plasma. Selon le degré d'écrantage, la pénétration de la RMP dans le plasma est plus ou moins bonne. Il est important de déterminer le degré d'écrantage afin de connaître la RMP réellement présente dans le plasma. Les modèles électromagnétiques, qui prennent tout cela en compte, ont montré qu'une RMP constituée de plusieurs harmoniques peut être grandement écranter. C'est pour cette raison qu'on a essayé de prendre une RMP constituée d'une seule harmonique, en particulier de l'harmonique coïncidant avec la barrière de transport, l'harmonique ($m_0 = 12, n_0 = 4$). Nos simulations numériques ont montré que cette RMP stabilise également les relaxations de la barrière. C'est une très bonne nouvelle ! Mais il y a un bémol : contrairement au cas précédent, avec plusieurs harmoniques, le temps de confinement de l'énergie n'est pas maintenu, et commence à baisser pour de petites amplitudes de la RMP, cette baisse s'accroissant avec l'augmentation de I_D . C'est un inconvénient de taille ...

Dans les deux cas, avec les deux types de RMP, on a remarqué qu'en présence de la RMP, le gradient de pression diminue au centre de la barrière, phénomène qu'on a appelé de manière schématique "érosion de la barrière", par analogie avec l'érosion d'une montagne. Parallèlement,

on a constaté que le flux convectif augmente au centre de la barrière quand la RMP est appliquée. Cette augmentation provient de la naissance d'une composante stationnaire du flux convectif consécutive à l'application de la RMP. C'est le flux convectif d'équilibre Q_{conv}^{eq} , qui augmente avec l'amplitude de la RMP. On a également constaté l'apparition d'une nouvelle composante quand la RMP est appliquée, le flux de magnetic flutter $Q_{\delta B}$, qui traduit le flux radial de particules dû à la présence de la ou des chaînes d'îlots, et qui augmente avec l'amplitude de la RMP. L'observation du profil radial du gradient de pression a montré qu'avec la RMP à plusieurs harmoniques, sauf pour des amplitudes très élevées, le gradient de pression augmente sur le côté extérieur de la barrière, ce qui explique le maintien du temps de confinement de l'énergie. En effet, le calcul analytique permet d'établir le bilan des flux d'énergie, qui indique que la somme des flux collisionnel, convectif et de magnetic flutter doit toujours rester égale au flux total Q_{tot} . L'observation des profils radiaux sur le côté extérieur de la barrière montre que, quand I_D est inférieure à un certain seuil, compris entre 1 kA et 1.5 kA, la diminution du flux convectif est suffisamment forte pour compenser la hausse du flux de magnetic flutter. Par conséquent, le gradient de pression doit augmenter pour satisfaire le bilan des flux d'énergie, ce qui explique le maintien du temps de confinement de l'énergie. Mais quand I_D dépasse le seuil, la tendance s'inverse, la diminution du flux convectif n'est plus suffisamment forte pour compenser l'augmentation du flux de magnetic flutter, de sorte que le gradient de pression chute bien en-deçà de sa valeur initiale, et que le temps de confinement de l'énergie chute lui aussi. Dans le cas de la RMP à une seule harmonique, les choses se passent différemment : comme il n'y a qu'une seule harmonique, localisée au centre de la barrière, on se focalise sur cette zone. Les résultats numériques ont montré que le gradient de pression baisse fortement dans cette zone, de sorte que le temps de confinement de l'énergie baisse dès le premier palier en courant et de façon régulière quand I_D augmente.

Enfin, dans le dernier chapitre, on s'est penché sur le nouvel équilibre magnétique créé dans le plasma par la RMP, afin de mieux comprendre les mécanismes intervenant dans la stabilisation des relaxations. Dans ce cadre, on s'est restreint à la RMP à une seule harmonique, et on a fait plusieurs hypothèses simplificatrices : d'abord, on a supprimé la turbulence, afin de pouvoir mieux discerner les phénomènes qui nous intéressent, à savoir le flux convectif d'équilibre créé par la RMP. Ensuite, on s'est placé dans une géométrie cylindrique, pour ramener le problème à une seule variable, la coordonnée radiale. Enfin, on a supposé que l'amplitude de la RMP ne dépend pas de la coordonnée radiale, de sorte qu'elle est constante ; c'est ce qu'on appelle l'approximation ψ constant, ψ désignant le flux magnétique créé par les bobines induisant la RMP. Afin de mieux comprendre la structure de ce nouvel équilibre non-axisymétrique, on a réalisé des simulations numériques dans ce cas simplifié. On a d'abord considéré le cas sans écoulement poloïdal cisailé imposé, c'est-à-dire sans barrière de transport, ce qui a permis d'établir des expressions analytiques des harmoniques d'équilibre de la pression et du potentiel électrique créées par la RMP, ainsi que du flux convectif d'équilibre. On a retrouvé des résultats connus établis par R. Fitzpatrick dans sa publication [36]. Puis on a considéré le cas avec un écoulement poloïdal cisailé imposé, c'est-à-dire avec une barrière de transport, pour se rapprocher du problème initial. Dans ce cas, les calculs analytiques ne sont plus possibles, et il faut donc recourir à la simulation numérique. Les simulations numériques réalisées ont permis de tracer

les profils radiaux des harmoniques d'équilibre de la pression et du potentiel électrique créées par la RMP, ainsi que du flux convectif d'équilibre et du flux de magnetic flutter. J'ai apporté ma petite pierre à l'édifice en contribuant à l'étude du contrôle des ELMs dans les tokamaks. Ce travail est à poursuivre ...

Ce travail de thèse s'inscrit dans l'étude du contrôle de la turbulence dans le plasma de bord d'un tokamak, en vue d'améliorer le confinement, dans le but de réaliser la fusion et d'en extraire de l'énergie. La réalisation de la fusion thermonucléaire contrôlée a pour but de "reproduire le Soleil sur Terre", en produisant de l'énergie générant une faible quantité de déchets toxiques et avec des ressources abondantes, ce qui constitue une source d'énergie très prometteuse pour l'avenir.

Résumé

Dans cette thèse, on étudie l'effet de perturbations magnétiques résonantes sur la dynamique de la barrière de transport dans un tokamak. Les tokamaks sont des machines en forme d'anneau destinées à produire de l'énergie à partir de la fusion nucléaire, utilisant un confinement magnétique du plasma, et qui représentent un espoir pour l'avenir, car elles permettraient de produire de l'énergie "proprement", avec peu de déchets radioactifs, sans gaz à effet de serre, sans polluants, et avec du combustible en abondance. Dans ces travaux, on a réalisé des simulations numériques tridimensionnelles d'un modèle décrivant la turbulence de ballonnement résistif dans le plasma de bord, qui ont reproduit les résultats expérimentaux observés dans certaines machines, comme DIII-D. Dans le régime de confinement amélioré (mode H), la barrière de transport n'est pas stable, effectuant des oscillations de relaxation, qu'on appelle les "Edge Localized Modes" (ELMs, en français "modes localisés au bord"), et qui se traduisent par des éjections intermittentes de matière et de chaleur vers le bord. Ces ELMs ont à la fois des avantages et des inconvénients. D'un côté, ils permettent d'évacuer les impuretés présentes dans le cœur du plasma. Mais d'un autre côté, le flux thermique induit sur la paroi pendant un ELM peut l'endommager, de sorte que les ELMs doivent être contrôlés. Nos simulations numériques ont reproduit un plasma en mode H avec une barrière de transport qui effectue des oscillations de relaxation. Ces travaux s'inscrivent dans le cadre du contrôle des ELMs, qui sera un impératif sur la future machine ITER, actuellement en construction dans le Sud-Est de la France, près du centre de Cadarache du CEA. Parmi les différentes façons de contrôler les ELMs, les perturbations magnétiques résonantes (Resonant Magnetic Perturbations, RMPs) semblent prometteuses. L'idée est de modifier la topologie magnétique au bord du plasma en créant des chaînes d'îlots magnétiques, afin de modifier le transport des particules et de la chaleur au bord. Ces RMPs sont créées par des bobines externes placées autour de la chambre de combustion. Dans cette thèse, on s'est intéressés au cas du tokamak TEXTOR, en considérant deux configurations magnétiques de RMPs : d'abord, une RMP composée de plusieurs harmoniques, qui permet de créer une zone stochastique au bord du plasma quand les chaînes d'îlots magnétiques se superposent ; puis, une RMP composée d'une seule harmonique. Nos simulations ont montré que ces deux types de RMPs stabilisent les relaxations, mais que seule la première permet de maintenir le temps de confinement de l'énergie, du moins tant que l'amplitude de la RMP n'est pas trop grande. C'est un résultat encourageant ! L'application de la RMP s'accompagne de l'apparition d'une composante stationnaire du flux convectif, le flux convectif d'équilibre, qui joue un rôle important dans la stabilisation des relaxations. On s'est enfin intéressés au nouvel équilibre magnétique qui apparaît avec la RMP, en se focalisant sur la RMP à une seule harmonique, et en effectuant des simplifications, afin de pouvoir faire des calculs analytiques.

Mots-clés : tokamak, fusion par confinement magnétique, plasma, barrière de transport, mode H, ELMs (Edge Localised Modes), RMPs (Resonant Magnetic Perturbations), temps de confinement de l'énergie, turbulence, convection, instabilité d'interchange

Abstract

In this PhD thesis we study the effect of resonant magnetic perturbations on the transport barrier dynamics in a tokamak. Tokamaks are ring shaped machines aimed at producing energy thanks to nuclear fusion, using a magnetic confinement of plasma, and which represent a hope for future, because they would enable to produce energy “properly”, with few radioactive waste, without greenhouse gases, without pollutants, and with an abundant fuel. In these works, we performed tridimensional numerical simulations of a model describing resistive ballooning turbulence at plasma edge, which reproduced experimental results observed on some machines, like DIII-D. In the improved confinement mode (H mode), the transport barrier is not stable, exhibiting relaxation oscillations, called “Edge Localised Modes” (ELMs), and which are characterized by intermittent ejections of matter and heat towards the edge. These ELMs both have advantages and drawbacks. On the one hand, they enable to evacuate the impurities present in the plasma core. But on the other hand, the heat flux induced on the first wall during an ELM can damage it, so that ELMs must be controlled. Our numerical simulations have reproduced a H mode plasma with a transport barrier which exhibits relaxation oscillations. These works are part of the topic of ELMs control, which will be an imperative on the future machine ITER, currently being built in South-East of France, near Cadarache centre of CEA. Among the different means of controlling ELMs, the Resonant Magnetic Perturbations (RMPs) seem promising. The idea is to modify magnetic topology at plasma edge by creating magnetic island chains, so as to modify transport of particles and heat at the edge. These RMPs are created by external coils placed around the vacuum chamber. In this thesis, we focused on the TEXTOR machine, considering two magnetic configurations for RMPs : first, a multiple harmonic RMP, which enable to create a stochastic area at plasma edge when the magnetic island chains overlap ; then, a single harmonic RMP. Our simulations have shown that these two types of RMPs both stabilise relaxations, but that only the first one enables to maintain the energy confinement time, at least when the RMP amplitude is not too high. It is an encouraging result ! The RMP application is accompanied by the appearance of a stationary component of convective flux, the equilibrium convective flux, which plays an important role in stabilisation of relaxations. We finally focused on the new magnetic equilibrium which appears with the RMP, by choosing the single harmonic RMP, and by doing simplifications, so as to be able to perform analytical calculations.

Key-words : tokamak, magnetic confinement fusion, plasma, transport barrier, H mode, ELMs (Edge Localised Modes), RMPs (Resonant Magnetic Perturbations), energy confinement time, turbulence, convection, interchange instability

Annexe A

Glossaire

- **deux noyaux légers** : Plus rigoureusement, on devrait écrire : “2 noyaux affiliés à un élément chimique léger”. Définition d’un élément chimique : la notion d’élément chimique caractérise un atome par le nombre de protons présents dans son noyau, appelé le numéro atomique et noté Z . L’élément chimique le plus léger est représenté par l’atome d’hydrogène, qui possède un seul proton dans son noyau, $Z = 1$. Les éléments chimiques ont été classés dans la classification périodique des éléments de Mendeleïev, par ordre de numéro atomique croissant. Les divers éléments chimiques constituent la totalité de la matière présente dans l’univers.

- **isotope** : On appelle isotope d’une particule, atome ou ion, une particule appartenant au même élément chimique, donc ayant le même nombre de protons dans son noyau, mais ayant un nombre différent de neutrons. Par exemple, le carbone 14 est un isotope du carbone 12. Un atome de carbone 14 possède 6 protons dans son noyau comme un atome de carbone 12, mais il possède 8 neutrons, soit 2 de plus que l’atome de carbone 12.

- **deutérium** : Le deutérium, de symbole D, est l’isotope le plus léger de l’hydrogène, de nombre de masse $A = 2$. On appelle nombre de masse d’un atome le nombre de protons et de neutrons présents dans son noyau. C’est donc la somme du numéro atomique Z et du nombre de neutrons. Un atome de deutérium possède donc un neutron dans son noyau, en plus du proton déjà présent qui caractérise l’élément hydrogène. On trouve par exemple le deutérium dans l’eau de mer, à raison de 33 grammes par mètre cube. L’eau qui contient des molécules D_2O à la place de molécules H_2O est ce qu’on appelle de l’eau lourde (ou deutérée). On l’utilise dans l’industrie, par exemple dans certains réacteurs à fission (les réacteurs à eau lourde).

- **tritium** : Le tritium, de symbole T, est un autre isotope de l’hydrogène, de nombre de masse $A = 3$. Un atome de tritium possède donc 2 neutrons dans son noyau, en plus du proton. Un atome de tritium est donc plus lourd qu’un atome de deutérium. Autre propriété : le tritium est radioactif. Enfin, on ne le trouve qu’à l’état de traces sur Terre. Il faut donc le produire artificiellement.

- **hélium** : 2^{ème} élément dans la classification périodique des éléments, de symbole He. Un atome d’hélium possède 2 protons dans son noyau ($Z = 2$) et 2 neutrons. Son symbole est ${}^4_2\text{He}$. Le nom “hélium” vient du mot grec “helios” qui signifie “Soleil”. Cet élément a été nommé ainsi parce qu’on a découvert qu’il était présent dans le Soleil. Sur Terre, l’hélium est présent à l’état gazeux (à température ambiante), c’est ce qu’on appelle un gaz rare ou noble. Plus précisé-

ment, c'est le 1^{er} représentant de la famille des gaz rares, qui occupent la dernière colonne de la classification périodique des éléments.

- **activer** : “rendre radioactif”. Les neutrons ultra-rapides émis par les réactions nucléaires vont être arrêtés et capturés par la paroi, qui va devenir radioactive, c'est-à-dire émettre un rayonnement radioactif pendant un certain temps. Dans le tokamak ITER, il est prévu d'atteindre l'ignition du mélange D-T, donc le taux de réaction sera suffisamment haut pour que le niveau de radioactivité interdise de pénétrer dans la chambre à vide. Toutes les opérations de maintenance devront donc être robotisées, ce qui représente un défi technologique.

- **effet tunnel** : à partir d'une certaine énergie, il y a une certaine probabilité pour que des noyaux atomiques franchissent la barrière coulombienne. Cette probabilité augmente avec l'énergie (donc la température) des noyaux incidents. Les particules peuvent alors se rapprocher suffisamment près pour entrer dans le champ de l'interaction nucléaire forte et s'unir pour former un nouveau noyau : c'est ce qu'on appelle une réaction de fusion nucléaire. En pratique, pour que l'effet tunnel puisse être observé, les deux noyaux incidents doivent être très rapides (donc très chauds). C'est l'effet tunnel qui permet aux réactions de fusion nucléaire d'avoir lieu. L'effet tunnel est un phénomène quantique, qui ne peut donc pas être décrit par la physique classique.

- **nucléaire** : adjectif dérivé du nom “noyau”.

- **barrière coulombienne** : autre appellation de la barrière de répulsion électrostatique

- **barrière de répulsion électrostatique** : les lois de l'électricité disent que deux particules chargées de signes contraires s'attirent, et que deux particules chargées de même signe se repoussent. Cependant, deux particules chargées de même signe peuvent quand-même se rapprocher jusqu'à une certaine distance, à partir de laquelle la répulsion apparaît, de sorte que les particules rebroussent chemin. Cette distance est appelée la barrière de répulsion électrostatique. Les deux particules chargées de même signe peuvent être des noyaux atomiques (atomes complètement ionisés, par exemple Li^{3+}), des électrons, des ions positifs (atomes partiellement ionisés, par exemple l'ion Na^+), ou encore des ions négatifs (par exemple, l'ion Cl^-).

- **interaction nucléaire forte** : c'est la force qui maintient la cohésion des protons dans le noyau atomique. Selon l'interaction électrique, comme les protons ont même charge, ils devraient se repousser. C'est grâce à l'interaction forte, qui agit à très courte portée (10^{-15} mètre), que les protons sont collés les uns aux autres dans le noyau. L'interaction électrique, quant à elle, agit à beaucoup plus longue portée que l'interaction forte. La cohésion des neutrons dans le noyau est assurée, quant à elle, par l'interaction nucléaire faible.

Annexe B

Le tokamak ITER

Les principales caractéristiques d'ITER sont résumées dans le tableau suivant :

grand rayon (m)	6.2
petit rayon (m)	2
élongation	1.7
volume du plasma (m^3)	830
courant plasma (MA)	15
champ magnétique toroïdal (au grand rayon du plasma) (T)	5.3
chauffage additionnel (MW)	73
puissance fusion (MW)	500
charge neutronique moyenne sur la paroi (MW/m^2)	0.56
nombre d'impulsions de puissance	30 000
densité (m^{-3})	10^{20}
température (keV)	20
masse de la machine (cryostat + chambre à vide + aimants) (tonnes)	23 350
masse des écrans + divertor + "manifolds" (tonnes)	7 945 + 1060 port plugs
masse du système d'aimants (tonnes)	10 150
masse du cryostat (tonnes)	820

La figure suivante représente la machine ITER dans son cryostat.

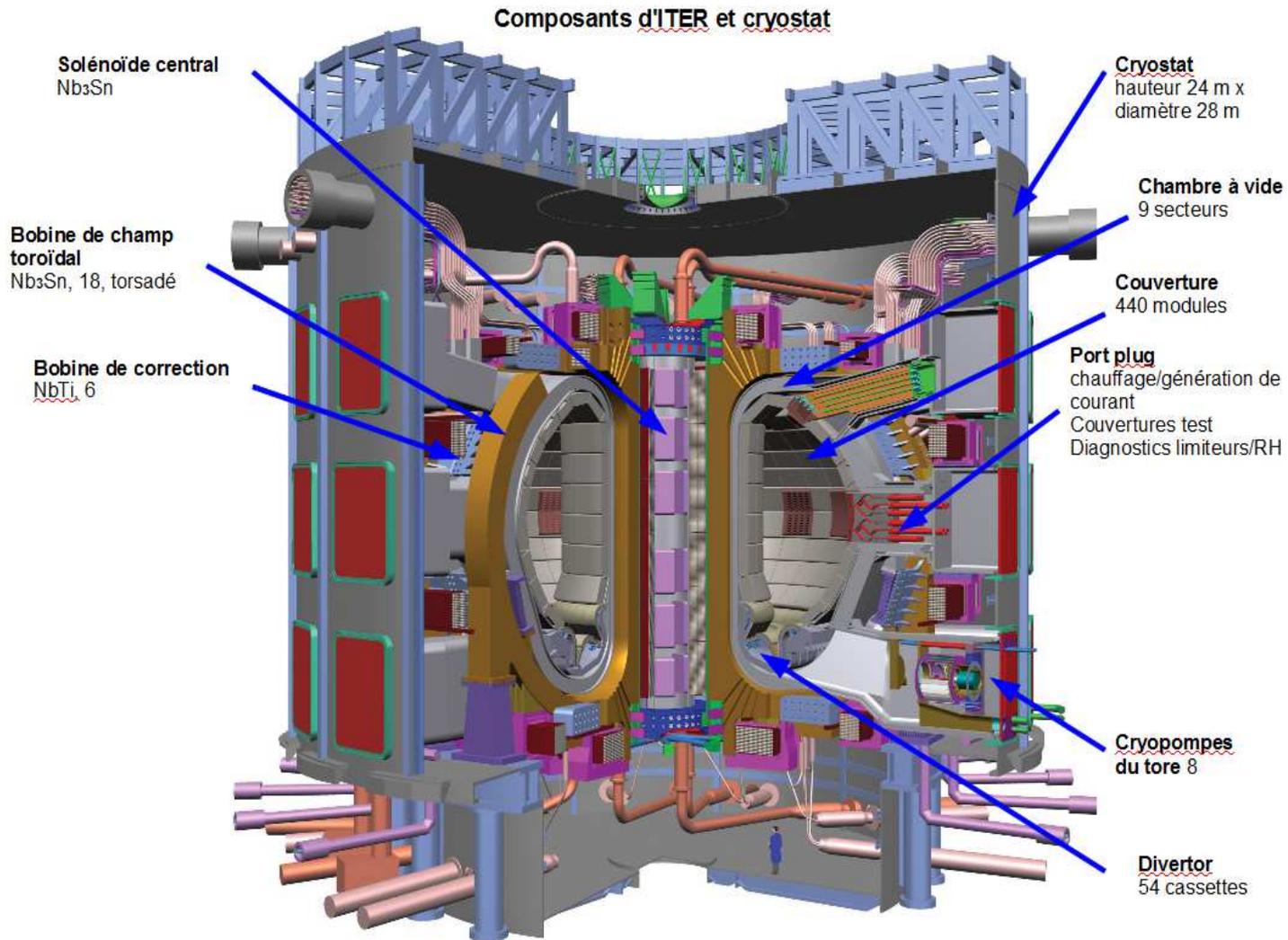


FIGURE B.1 – Vue d'artiste de la machine ITER, avec ses divers composants et son cryostat. Un homme a été représenté en bas à droite afin d'indiquer les proportions.

Annexe C

Méthode numérique pour la résolution des équations

Dans cette section, nous présentons la méthode numérique utilisée pour résoudre les équations de notre modèle de turbulence de ballonnement résistif établies au chapitre 3. C'est le code RBM3D, écrit par Pr. Peter Beyer, et auquel Dr. Torsten Haberscheidt a également contribué.

C.1 Domaine de simulation

On considère une mince zone radiale au bord comprise entre les surfaces magnétiques $q = 2.5$ et $q = 3.5$: $x_{q=2.5} \leq x \leq x_{q=3.5}$.

C.2 Méthode spectrale

La géométrie présente une périodicité selon les directions poloidale et toroïdale. Les champs sont donc décomposés en séries de Fourier,

$$\begin{aligned} f(x, y, z, t) = \bar{f}(x, t) + \sum_{n=\Delta n}^{n_{max}} \sum_{m=2.5n}^{3.5n} f_{m,n}(x, t) \exp(im\kappa_y y - in\kappa_z z) \\ + \sum_{n=\Delta n}^{n_{max}} \sum_{m=2.5n}^{3.5n} f_{m,n}^*(x, t) \exp(-im\kappa_y y + in\kappa_z z) \end{aligned} \quad (C.1)$$

soit, en coordonnées non-normalisées,

$$\begin{aligned} f(r, \theta, \varphi, t) = \bar{f}(r, t) + \sum_{n=\Delta n}^{n_{max}} \sum_{m=2.5n}^{3.5n} f_{m,n}(r, t) \exp(im\theta - in\varphi) \\ + \sum_{n=\Delta n}^{n_{max}} \sum_{m=2.5n}^{3.5n} f_{m,n}^*(r, t) \exp(-im\theta + in\varphi) \end{aligned} \quad (C.2)$$

Pour alléger les simulations numériques, et donc réduire les temps de calcul, nous ne considérons pas tous les modes : ainsi, nous introduisons un pas en nombre d'onde toroïdal, noté Δn , qui est pris égal à 4 dans mes simulations numériques. De plus, la série de Fourier est coupée à une certaine valeur du nombre d'onde toroïdal, de manière à ne considérer qu'un nombre fini de modes. Ainsi, nous introduisons une valeur maximale notée n_{max} , qui est égale à 48 dans les simulations des chapitres 4 et 5, et réduite à 12 dans les simulations du chapitre 6, afin de réduire encore le temps de calcul.

C.3 Equations dynamiques pour les harmoniques $\phi_{m,n}$ et $p_{m,n}$

En introduisant cette représentation dans les équations (3.66) et (3.67), nous obtenons les équations d'évolution des harmoniques $\phi_{m,n}$ et $p_{m,n}$,

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\nabla}_{\perp}^2 \phi_{m,n} = -\hat{\mathbf{N}}(\phi_{m,n}, \hat{\nabla}_{\perp}^2 \phi_{m,n}) - \hat{\nabla}_{\parallel 0}^2 \phi_{m,n} - \hat{\mathbf{G}} p_{m,n} + \nu \hat{\nabla}_{\perp}^4 \phi_{m,n} + \mu \hat{\nabla}_{\perp}^2 (\phi_{imp} - \bar{\phi}) \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{\partial p_{m,n}}{\partial t} = -\hat{\mathbf{N}}(\phi_{m,n}, p_{m,n}) + \delta_c \hat{\mathbf{G}} \phi_{m,n} + \chi_{\parallel} \hat{\nabla}_{\parallel 0}^2 p_{m,n} + \chi_{\perp} \hat{\nabla}_{\perp}^2 p_{m,n} + S(x) \delta_{m_0, m_0} \delta_{n_0, n_0} \quad (\text{C.4})$$

avec les opérateurs

$$\nabla_{\parallel 0} f_{m,n} = i \left[\frac{L_{s0}}{R_0} \left(\frac{m}{q_0} - n \right) - m \frac{\xi_{bal}}{r_0} x \right] f_{m,n} \quad (\text{C.5})$$

$$\nabla_{\perp}^2 f_{m,n} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - m^2 \frac{\xi_{bal}^2}{r_0^2} \right) f_{m,n} \quad (\text{C.6})$$

$$G f_{m,n} = \frac{i}{2} \left(\frac{\partial f_{m+1,n}}{\partial x} - \frac{\partial f_{m-1,n}}{\partial x} \right) + \frac{i}{2} \frac{\xi_{bal}}{r_0} [(m-1) f_{m-1,n} + (m+1) f_{m+1,n}] \quad (\text{C.7})$$

$$N(\phi_{m,n}, f_{m,n}) = i \frac{\xi_{bal}}{r_0} \sum_p \sum_q \left[(m-p) \frac{\partial \phi_{p,q}}{\partial x} f_{m-p,n-q} - p \phi_{p,q} \frac{\partial f_{m-p,n-q}}{\partial x} \right] \quad (\text{C.8})$$

C.4 Méthode numérique

Le choix du schéma numérique pour l'intégration en temps des équations (C.3) et (C.4) représente un compromis entre un schéma implicite et un schéma explicite. Le premier n'impose pas de contrainte sur le pas de temps Δt , mais demande l'inversion d'une matrice à chaque pas de temps. Le deuxième n'est stable que pour des valeurs de Δt en-dessous d'un seuil, mais le calcul à chaque pas de temps est relativement simple. On a donc choisi d'utiliser ici une combinaison des deux types : pour éviter une restriction sur des pas de temps très petits par la dynamique rapide parallèle aux lignes de champ magnétique, on utilise un schéma semi-implicite (Crank-Nicholson) pour les termes correspondants. Pour les autres termes, on utilise un schéma explicite en deux étapes, appelé "staggered leap frog" en anglais [49]. Dans la direction radiale, nous utilisons simplement la méthode des différences finies :

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x \quad (\text{C.9})$$

où Δx est le pas de discrétisation dans la direction radiale (ici constant). Dans mes simulations, le nombre N de points dans la direction radiale est $N = 156$.

Bibliographie

- [1] P.H. Rebut and D.J. Gambier, "La fusion nucléaire contrôlée" (La Recherche, n. 242, vol. 23, avril 1992).
- [2] A. Samain, Ann. Phys. Fr. **4**, 395–446 (1979).
- [3] F. Wagner et al., Phys. Rev. Lett. **49**, 1408 (1982).
- [4] F. Wagner et al., Nucl. Fusion **25**, 1490 (1985).
- [5] P. Beyer et al., Phys. Rev. Lett. **94**, 105001 (2005).
- [6] P. Beyer et al., Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 507 (2007).
- [7] T.E. Evans et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 235003 (2004).
- [8] K.H. Burrell et al., Plasma Phys. Control. Fusion **47**, B37 (2005).
- [9] Y. Liang et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 265004 (2007).
- [10] K.H. Finken et al., Nucl. Fusion **47**, 522 (2007).
- [11] S.S. Unterberg, J. Nucl. Mater. **390**, 351 (2009).
- [12] S.S. Abdullaev et al., Nucl. Fusion **43**, 299–313 (2003).
- [13] P. Depondt, "L'entropie et tout ça" (Cassini, 2001).
- [14] P. Beyer, Cours du Master 2 Sciences de la fusion, TC1, Physique et technologie des plasmas de fusion par confinement magnétique, chapitre 1 : Thermonuclear fusion and magnetic configuration (Aix-Marseille Université, 2007).
- [15] P. Beyer, "Turbulence et transport dans les plasmas chauds magnétisés", thèse d'habilitation à diriger des recherches (Université de Provence, 2004).
- [16] M. Chatelier and P. Magaud, "Le Soleil et la Terre", revue "Les Clefs du CEA", numéro 49 (CEA, printemps 2004).
- [17] S. Pamela, "Simulations magnétohydrodynamiques des Edge Localised Modes dans un tokamak", thèse de doctorat (Université de Provence et CEA, 2010).
- [18] S. Bardin, "Etude des interactions plasma-paroi par imagerie rapide : application aux plasmas de laboratoire et de tokamak", thèse de doctorat (Université de Lorraine, 2012).
- [19] P. Maget, Cours du Master 2 Sciences de la fusion, "Magnetohydrodynamics in plasmas" (CEA, 2007).
- [20] Y. Sarazin, "Turbulence et transport dans les plasmas chauds magnétisés", cours du master 2 Recherche "Sciences de la fusion", parcours Fusion par Confinement Magnétique (FCM) (Aix-Marseille-Université, 2007).

- [21] S.I. Braginskii, *Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovitch (Consultants Bureau, New York) **1**, 205 (1965).
- [22] J. Connor, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, 191 – 213 (1998).
- [23] J. Connor, *Plasma Phys. Control. Fusion* **40**, 531 – 542 (1998).
- [24] H. Zohm, *Plasma Phys. Control. Fusion* **38**, 105 (1996).
- [25] V.P. Bhatnagar et al., *Nucl. Fusion* **39**, 353 (1999).
- [26] Y. Liang, "ELM control in tokamak plasmas", talk given at 4th ITER International Summer School, Austin, Texas, USA (Forschungszentrum Jülich GmbH, 2010).
- [27] G. Fuhr, "Effet d'une perturbation électromagnétique sur la turbulence et le transport dans les plasmas chauds magnétisés", thèse de doctorat (Université de Provence, 2006).
- [28] F. de Solminihac et al., *Contrib. Plasm. Phys.* **50**, 343–349 (2010).
- [29] M. Leconte, P. Beyer, X. Garbet, and S. Benkadda, *Phys. Rev. Letters* **102**, 045006 (2009).
- [30] M. Leconte, P. Beyer, X. Garbet, and S. Benkadda, *Nucl. Fusion* **50**, 054008 (2010).
- [31] P. Beyer et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **44**, 2167 – 2184 (2002).
- [32] F. Jaulmes, "Simulation numérique du confinement dans un tokamak : étude de l'effet de la rotation poloïdale du plasma", rapport de stage de M2, Laboratoire de Physique des Interactions Ioniques et Moléculaires, équipe Dynamique des Systèmes Complexes (Université de Provence, 2009).
- [33] P. Ghendrih, *Plasma Phys. Control. Fusion* **38**, 1653–1724 (1996).
- [34] P. Beyer et al., *Phys. of Plasmas* **5**, n. **12**, 4271–4279 (1998).
- [35] P. Beyer et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **41**, A757 – A769 (1999).
- [36] R. Fitzpatrick et al., *Phys. Plasmas* **2**, 825 (1994).
- [37] D. Reiser and D. Chandra, *Phys. of Plasmas* **16**, 042317 (2009).
- [38] T. Haberscheidt, "Turbulenter Plasmatransport im ergodisierten Magnetfeld", thèse de doctorat (Bochum Universität, Allemagne, 2006).
- [39] M. Leconte, "Interaction entre écoulements cisailés et transport turbulent dans les plasmas de fusion magnétique", thèse de doctorat (Université de Provence, 2008).
- [40] B. V. Chirikov, *Research concerning the theory of non-linear resonance and stochasticity*, translation in english by A.T. Sanders, CERN, Geneva, October 1971 (Nuclear Physics institute of the siberian section of the USSR Academy of sciences, Novosibirsk, 1969).
- [41] P. Beyer, F. de Solminihac et al., *Plasm. Phys. Control. Fusion* **53**, 054003 (2010).
- [42] E. Nardon, "Edge Localized Modes control by resonant magnetic perturbations", thèse de doctorat (Ecole Polytechnique et CEA, 2007).
- [43] E. Nardon et al., *Nucl. Fusion* **50**, 034002 (2010).
- [44] E. Nardon et al., *Phys. Plasmas* **14**, 092501 (2007).
- [45] M. Bécoulet et al., *Nucl. Fusion* **49**, 085011 (2009).

- [46] F. Waelbroeck, *Phys. Plasmas* **10**, 4040 (2003).
- [47] M.F. Heyn, *Nucl. Fusion* **48**, 024005 (2008).
- [48] F. Waelbroeck et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **51**, 015015 (2009).
- [49] G. Bonnaud, *Cours du Master 2 Sciences de la fusion, Modélisation et simulation des plasmas* (CEA, année universitaire 2012-2013).