

THÈSE

*présentée
pour obtenir le titre de*

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

Spécialité : Automatique, Productique, Signal et Image

par

Frédéric Faurie

**Algorithmes de contrôle d'intégrité pour la navigation
hybride GNSS et systèmes de navigation inertielle en
présence de multiples mesures satellitaires défailantes**

Soutenue le 14 Décembre 2011 devant le jury composé de

<i>Rapporteurs :</i>	Emmanuel DUFLOS Christophe MACABIAU	Directeur de recherche, Ecole Centrale Lille Professeur des Universités, Laboratoire LTST
<i>Membres :</i>	Ezio TODINI Jean-Luc DEMANGE Audrey GIREMUS Jean-Claude GOUDON Stanislas SZELEWA	Professeur des Universités, Université de Bologne Ingénieur, Sagem Défense Sécurité Maître de Conférence, Université Bordeaux 1 Directeur technique, Sagem Défense Sécurité Ingénieur, Airbus
<i>Directeur de thèse :</i>	Mohamed NAJIM	Professeur des Universités, Université Bordeaux 1

Préparée à l'Université de Bordeaux
351 avenue de la Libération - 33405 Talence Cedex
Laboratoire d'accueil : Laboratoire IMS
351 avenue de la Libération - 33405 Talence Cedex

In any moment of decision the best thing you can do is the right thing, the next best thing is the wrong thing, and the worst thing you can do is nothing

- Theodore Roosevelt (1858 – 1919).

Remerciements

Comme il est de coutume, ce manuscrit commence par l'exercice délicat des remerciements.

Je tiens tout d'abord à remercier mes deux rapporteurs, Emmanuel Duflos et Christophe Macabiau, pour l'attention qu'ils ont porté à la lecture de ce manuscrit de thèse ainsi qu'à leurs remarques pertinentes. Je souhaite également remercier le Professeur Ezio Todini pour avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Mes pensées s'adressent ensuite à Audrey Giremus qui m'a transmis une partie de son immense savoir dans la navigation et le traitement du signal ; elle a su être une encadrante de thèse exemplaire à tous les niveaux que beaucoup de doctorants doivent envier. Je voudrais également témoigner ma reconnaissance à mon directeur de thèse et chef d'équipe, le Professeur Mohamed Najim, qui m'a fait confiance pour la réalisation de cette thèse à caractère industriel important.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres de Sagem Défense Sécurité avec lesquels j'ai pu interagir au cours de cette thèse. Ils m'ont apporté des remarques constructives, que ce soit pour la rédaction de ce manuscrit, que lors des réunions périodiques d'avancement. Je remercie en particulier Jean-Claude Goudon, Stanislas Szelewa ainsi que Jean-Luc Demange pour le suivi rigoureux de mes travaux de thèse. Je n'oublie pas également de remercier d'autres experts de Sagem, tels que Sébastien Vourc'h, Denis Bouvet, Ghislain Luneau ou encore Jean-Louis Dufour.

Je souhaite aussi remercier l'ensemble de mes collègues de bureau qui ont rendu le quotidien au laboratoire très agréable. Au cours de ces trois années, de nombreuses personnes sont passées dans l'équipe Signal. Une fois n'est pas coutume, les « non-permanents » en premier : Héctor Poveda (pour les échanges scientifiques sur le filtrage optimal et sur les communications numériques, ainsi que les diverses soirées et le voyage à Milan), Zoé Sigrist (pour son bon caractère ainsi que le mémorable voyage émétique à Milan), Guillaume Zinck (pour son partage de sa culture footballistique et son goût pour la chasse), Michaël Raoult (avec qui j'ai pu « échanger aussi bien sur le plan professionnel que personnel »), Vincent Corretja (pour ses goûts musicaux et ses talents de chanteur), Julien Petitjean (pour les quelques soirées qu'on a pu faire ainsi que ce fameux voyage à Dallas), Vincent Toujas (pour toutes les fois où il m'a invité à boire un verre chez lui), Jean-Baptiste Authesserre (pour son style unique de jet de fléchettes au Blarney), Asma Raboui (pour sa bonne humeur même si elle n'aimait pas trop manger avec nous au restaurant administratif), Nelly Putselnik (pour avoir partagé sa connaissance sur les algorithmes proximaux ainsi que pour ces citations mythiques), Benjamin Feytout (pour m'avoir servi de souffre-douleur au squash), Nicolas Bouny (pour les soirées bières), le regretté Julien Dolati (pour les parties de belotte et de backgammon), Marie-Cécile Péron (pour les bars à vin et parce qu'elle faisait du bon café le matin), Julie Groleau (pour son soutien lors de mon stage de Master) et Aurelien Bricier (pour les parties de fléchettes 301 et cricket).

Je voudrais également remercier certains membres du laboratoire, dits « permanents », avec qui j'ai pu échanger à différents niveaux (la liste n'est pas exhaustive) : Guillaume Ferré, Jean-François Giovanelli, Yannick Berthoumieu, Eric Grivel et Alain Oustaloup notamment pour son partage de connaissance sur les whiskys écossais.

Je n'oublie pas également de remercier les bénévoles de l'association AquiDoc, association des jeunes chercheurs d'Aquitaine dont j'étais un des membres actifs pendant près de trois ans. Je leur souhaite bon courage pour le travail qui reste à accomplir nonobstant la mauvaise volonté de certaines personnes.

J'ai également une pensée pour mes amis de mon club de basket ainsi que mes amis d'enfance. Ils m'ont permis de me changer les idées en dehors du laboratoire.

Enfin, je finirai par remercier chaleureusement mes parents qui m'ont continuellement encouragé et notamment dans ma poursuite d'études, ainsi qu'Alice pour sa présence à mes côtés et son soutien.

Table des matières

Introduction	1
1 La navigation par satellite pour l’aviation civile	7
1.1 Introduction	7
1.2 Les systèmes de navigation	8
1.2.1 Principe	8
1.2.2 Les différents systèmes et leurs infrastructures	11
1.2.3 Les différentes augmentations	13
1.2.4 Les augmentations ABAS	15
1.2.5 Les limitations	19
1.3 Le contrôle d’intégrité	20
1.3.1 Les différents types d’opération d’un avion civil	21
1.3.2 Les critères de performances	21
1.3.3 Les exigences opérationnelles	24
1.3.4 L’algorithme de détection et d’exclusion	24
1.3.5 Les paramètres des algorithmes de contrôle d’intégrité	28
1.3.6 Les rayons de protection et les rayons d’exclusion	31
1.4 Conclusions	33
2 Etat de l’art des algorithmes de contrôle d’intégrité	37
2.1 Introduction	37
2.2 Les algorithmes RAIM	38
2.2.1 L’algorithme des moindres carrés	39
2.2.2 L’algorithme LS-RAIM	41
2.3 Les algorithmes AAIM	46
2.3.1 Le filtre d’hybridation	46
2.3.2 L’algorithme MSS	49
2.4 Nouvelles problématiques des systèmes GNSS	55
2.4.1 Introduction	55
2.4.2 Allocation du risque d’intégrité dans le contexte multi pannes	57
2.4.3 Récapitulatif des paramètres utilisés	59
2.4.4 Traitement des pannes multiples	60
2.5 Conclusions	61
3 Mise à profit d’innovations croisées pour le contrôle d’intégrité AAIM : algorithme T-RANCO	65
3.1 Introduction	65
3.2 L’algorithme RANCO dans un contexte RAIM	66
3.2.1 Principe	66

3.2.2	Notations employées	66
3.2.3	La sélection du meilleur ensemble de mesures	67
3.2.4	Principe de pré-sélection des quadruplets de mesures des algorithmes RANCO et S-RANCO	71
3.2.5	Les rayons de protection	71
3.2.6	Conclusions	72
3.3	L'algorithme T-RANCO dans un contexte AAIM	73
3.3.1	Le procédé de détection	73
3.3.2	Le procédé d'identification	75
3.3.3	Procédure de pré-sélection des sous-groupes de mesures	76
3.3.4	Les rayons de protection	79
3.4	Résultats	83
3.4.1	Paramètres de simulations	83
3.4.2	Evaluation des performances	86
3.5	Conclusions	90
4	Contributions autour de l'algorithme GLR pour le contrôle d'intégrité AAIM	93
4.1	Introduction	93
4.2	L'algorithme GLR appliqué au contrôle d'intégrité	94
4.2.1	Principe	94
4.2.2	Le procédé de détection	94
4.2.3	Le procédé d'identification	97
4.2.4	Les rayons de protection	98
4.2.5	Les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées .	100
4.2.6	Conclusions	107
4.3	L'algorithme MSF GLR	107
4.3.1	Modélisation générique des biais	107
4.3.2	Identification de mesures satellite défaillantes à coût calculatoire réduit	108
4.3.3	Les rayons de protection	110
4.3.4	Les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées .	111
4.4	Résultats	112
4.4.1	Paramètres de simulations	112
4.4.2	Evaluation des performances	113
4.5	Conclusions	117
5	Fusion d'informations pour le contrôle d'intégrité AAIM	121
5.1	Introduction	121
5.2	Problématique	122
5.3	La représentation des informations	124
5.3.1	Caractéristiques des informations	124
5.3.2	Les différentes théories de représentation des informations	126
5.4	Les opérateurs d'agrégation	128
5.5	L'algorithme proposé	129
5.5.1	Le procédé de détection	130
5.5.2	Les rayons de protection	133
5.5.3	Le procédé d'identification	134
5.6	Résultats	144

5.6.1	Paramètres de simulations	144
5.6.2	Evaluation des performances	144
5.7	Conclusions	154
6	Gestion des imperfections du modèle d'erreur de mesure pour le contrôle d'intégrité	
	AAIM	157
6.1	Introduction	157
6.2	Gestion des interférences fréquentielles	158
6.2.1	Introduction	158
6.2.2	Le procédé de détection et de compensation	159
6.2.3	Résultats	164
6.2.4	Conclusions	167
6.3	Gestion de la non gaussianité du bruit de mesure GNSS dans l'architecture MSF GLR	167
6.3.1	Introduction	167
6.3.2	Les estimateurs robustes pour l'estimation de biais	168
6.3.3	Mise en œuvre de l'algorithme Robust MSF GLR	173
6.3.4	Résultats	181
6.3.5	Conclusions	186
	Conclusion générale	189
	Annexes	192
A	Bilan d'erreur de mesure des pseudo-distances	195
B	Historique des défaillances satellite	201
C	Diagrammes des différents scénarios de détection et exclusion de panne	205
D	Calcul récursif des matrices de régression du GLR	209
E	Calcul récursif des matrices de régression du MSF GLR	211
	Liste des publications	213
	Bibliographie	214

Table des figures

1.1	Schéma fonctionnel d'un système de navigation.	8
1.2	Calcul de la position par trilatération.	9
1.3	Les différents segments des systèmes de navigation par satellite.	11
1.4	Les augmentations GBAS.	13
1.5	Les augmentations SBAS.	14
1.6	Les principaux repères utilisés en navigation inertielle.	16
1.7	Les angles d'Euler.	17
1.8	Architecture d'hybridation retenue.	19
1.9	Représentation hiérarchique des types d'opération.	21
1.10	Le temps d'alerte.	22
1.11	Diagramme (proposé) des différents scénarios de détection et exclusion de panne.	26
1.12	Chaîne de Markov pour les algorithmes de détection et exclusion de panne.	27
1.13	Relation entre les différentes notions du contrôle d'intégrité.	31
1.14	Les rayons de protection et d'exclusion.	32
2.1	Structure générale du contrôle d'intégrité GNSS.	38
2.2	Distribution de la variable de test sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 et sous l'hypothèse \mathcal{H}_1	42
2.3	Structure de l'algorithme LS-RAIM.	43
2.4	Relation entre erreur de position et variable de test.	45
2.5	Lien entre les variables impliquées dans la séparation horizontale.	51
2.6	Structure de l'algorithme MSS.	53
2.7	Schéma de la position réelle, des estimés, des erreurs et de la séparation horizontale.	54
2.8	Arbre de défaillances FT1.	57
2.9	Arbre de défaillances FT2.	58
3.1	Les tests de cohérence des mesures.	69
3.2	Architecture de l'algorithme T-RANCO.	74
3.3	Calcul des rayons de protection.	83
3.4	Traj. APV-I dans le plan de navigation en trois dimensions.	85
3.5	Traj. APV-I dans le plan horizontal.	85
3.6	Rayons de protection de l'algorithme T-RANCO.	88
3.7	Nombre de satellites en vue le long de la trajectoire.	89
4.1	Procédé de détection de l'algorithme GLR.	96
4.2	Procédé d'identification de pannes de l'algorithme GLR.	98
4.3	Les différents <i>slopes</i> horizontaux pour le calcul des rayons de protection du GLR.	99
4.4	Ellipse des couples de biais minimum détectable.	102
4.5	Erreur de positionnement horizontal en fonction du paramètre θ	104
4.6	Calcul des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées.	106
4.7	Procédé d'identification de pannes satellite multiples avec pré-sélection des mesures.	109
4.8	Rayons de protection de l'algorithme MSF GLR avec l'allocation FT1.	116
4.9	Rayons de protection de l'algorithme MSF GLR avec l'allocation FT2.	116

5.1	Les différentes théories de représentation des informations.	127
5.2	Architecture générale de l'algorithme proposé.	130
5.3	Procédé de détection de l'algorithme proposé.	131
5.4	La probabilité de fausse détection de la stratégie ET logique.	132
5.5	Illustration générale du procédé d'identification associée à la mesure p de l'algorithme proposé.	135
5.6	Fonction d'appartenance de l'ensemble flou \mathcal{A}	137
5.7	Comportement de l'opérateur d'agrégation Triple II.	138
5.8	Calcul d'une mesure de flou d'une fonction d'appartenance.	141
5.9	Valeurs des mesures de flou α -quadratique <i>entropy</i>	142
5.10	Comportement de la mesure de flou $H_{\alpha QE}$ en fonction du paramètre α	143
5.11	Illustration détaillée de la décision de l'état de défaillance de la mesure p	144
5.12	Rayons de protection de l'algorithme Fusion OU avec FT1.	150
5.13	Rayons de protection de l'algorithme Fusion OU avec FT2.	150
5.14	Rayons de protection de l'algorithme Fusion ET avec FT1.	151
5.15	Rayons de protection de l'algorithme Fusion ET avec FT2.	151
5.16	Lieux de l'évaluation de la disponibilité du service.	152
5.17	Disponibilité de l'algorithme Fusion OU pour le type d'opération APV I avec l'arbre de défaillances FT1.	153
5.18	Disponibilité de l'algorithme Fusion OU pour le type d'opération APV I avec l'arbre de défaillances FT2.	153
6.1	Illustration d'un saut de variance sur le bruit de mesure.	160
6.2	Histogrammes associés au bruit de mesure.	160
6.3	Procédé de détection de sauts de variance dans une architecture GLR.	160
6.4	Amplitude de l'erreur moyenne de position horizontale et le $2drms_H$ moyen fourni par le filtre de navigation de l'algorithme A1.	167
6.5	Amplitude de l'erreur moyenne de position verticale et le $2drms_V$ moyen fourni par le filtre de navigation de l'algorithme A1.	167
6.6	Illustration de bruit de mesure en présence d' <i>outliers</i>	168
6.7	Distribution du bruit de mesure en présence d' <i>outliers</i>	168
6.8	Comparaison de bruit de mesure en présence d' <i>outliers</i> à une loi gaussienne.	170
6.9	Comparaison des distributions du paramètre $\hat{\mu}$ en présence d' <i>outliers</i>	170
6.10	Les fonctions de coût, d'influence et de pondération d'Huber, d'Hampel et de Tukey.	173
6.11	Les fonctions de coût, d'influence et de pondération adoptées.	175
6.12	Procédé de détection de l'algorithme Robust MSF GLR.	180
6.13	Exemple de pondération des innovations en présence de réalisations <i>outliers</i>	182
6.14	Exemple de pondération des innovations en présence d'une panne.	183
6.15	Pondération moyenne de la mesure défaillante pour différentes amplitudes de pannes.	183
B.1	Evolution de l'erreur de mesure sur le PRN23.	202
B.2	Zones géographiques affectées par l'anomalie sur le PRN23.	202
C.1	Diagramme des différents scénarios de détection et exclusion de panne.	205
C.2	Diagramme (proposé) des différents scénarios de détection et exclusion de panne.	207

Liste des tableaux

1.1	Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance GPS.	10
1.2	Paramètres orbitaux des différentes constellations.	12
1.3	Comparaison des systèmes de navigation par satellite et des systèmes de navigation inertielle.	15
1.4	Modèles de panne sur les pseudo-distances	20
1.5	Exigences opérationnelles SIS.	23
1.6	Les quatre états du système de navigation.	25
1.7	Taux maximum de fausses alertes.	30
2.1	Probabilités de panne.	56
2.2	Résumé des différents paramètres avec l'allocation du risque d'intégrité selon FT1. . .	60
2.3	Résumé des différents paramètres avec l'allocation du risque d'intégrité selon FT2. . .	60
3.1	La complexité calculatoire des algorithmes RANCO, S-RANCO et LS-RAIM pour la gestion de jusqu'à deux pannes satellite.	72
3.2	Paramètres de simulation pour l'algorithme T-RANCO.	84
3.3	Les configurations de panne et leurs notations.	85
3.4	Résultats de l'algorithme T-RANCO en absence de panne.	87
3.5	Résultats de l'algorithme T-RANCO en présence de panne.	87
3.6	Erreurs de position à la détection de panne de l'algorithme T-RANCO.	88
4.1	Comparaison de la charge calculatoire dédiée au procédé d'identification de panne du GLR classique et du MSF GLR.	110
4.2	Paramètres de simulation pour l'algorithme MSF GLR.	113
4.3	Résultats de l'algorithme MSF GLR en absence de panne.	113
4.4	Résultats de l'algorithme MSF GLR en présence de panne.	114
4.5	Résultats de l'algorithme optimal MSF GLR en présence de panne.	115
4.6	Erreurs de position à la détection de panne de l'algorithme MSF GLR.	115
5.1	Comparaison des algorithmes de contrôle d'intégrité MSS, T-RANCO et MSF GLR. . .	123
5.2	Comportement de l'opérateur d'agrégation Triple II.	139
5.3	Paramètres de simulation pour les algorithmes de fusion.	145
5.4	Résultats des algorithmes Fusion OU, Fusion ET et MSS modifié en absence de panne. .	145
5.5	Résultats de l'algorithme MSS modifié en présence de panne.	145
5.6	Résultats de l'algorithme Fusion OU en présence de panne.	146
5.7	Erreurs de position à la détection de panne de l'algorithme Fusion OU.	146
5.8	Répartition de la nature des techniques de détection les plus performantes en présence de panne.	147
5.9	Résultats de l'algorithme Fusion ET en présence de panne.	147
5.10	Erreurs de position à la détection de panne de l'algorithme Fusion ET.	148
5.11	Comparaison des différents types de rayons de protection.	149
5.12	Disponibilité de l'algorithme Fusion OU pour le type d'opération APV I selon les différents arbres de défaillances.	154

6.1	Paramètres de simulation de l'algorithme A1.	165
6.2	Comparaison des algorithmes A1, A2 et A3.	166
6.3	Comparaison des algorithmes A1, A2 et A3.	166
6.4	Paramètres de simulation pour l'algorithme Robust MSF GLR.	181
6.5	Comparaison des algorithmes Robust MSF GLR, MSF GLR et Robust EKF en absence de panne et en présence de réalisations <i>outliers</i>	184
6.6	Résultats de l'algorithme Robust EKF en présence de pannes et de réalisations <i>outliers</i>	184
6.7	Résultats de l'algorithme MSF GLR en présence de pannes et de réalisations <i>outliers</i>	185
6.8	Résultats de l'algorithme Robust MSF GLR en présence de pannes et de réalisations <i>outliers</i>	185
A.1	Valeurs des σ_{URA} pour le GPS II et Galileo.	195
A.2	Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance Galileo sur les bandes L1 et E5b.	198
A.3	Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance GPS II sur les bandes L1 et L5.	198
A.4	Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance GPS calculée à partir du code C/A sur la bande L1.	199

Acronymes

AAIM	Aircraft Autonomous Integrity Monitoring
ABAS	Aircraft-Based Augmentation System
AIME	Autonomous Integrity Monitoring and Extrapolation
APV	APproach and landing operations with Vertical guidance
CAT	CATegory - Type d'opération de vol
DD	Délai de Détection à 95% en secondes. Temps entre l'instant d'apparition des pannes et celui de la détection du système
DDDdP	Délai observé entre une Défaillance de Positionnement et la Détection de panne, exprimé en secondes.
DdP	Défaillance de Positionnement
DE	Délai d'Exclusion à 95% en secondes. Temps entre l'instant d'apparition des pannes et celui de l'identification de toutes les pannes par le système
DOP	Dilution Of Precision
EH	Erreur Horizontale dans le repère de navigation à 95%, exprimée en mètres
EHD	Erreur observée maximale à la Détection selon le plan Horizontal du repère de navigation, exprimée en mètres
EKF	Extended Kalman Filter
EV	Erreur Verticale dans le repère de navigation à 95%, exprimée en mètres
EVD	Erreur observée maximale à la Détection selon l'axe Verticale du repère de navigation, exprimée en mètres
FAA	Federal American Aviation
FOC	Full Operational Capability
FT	Fault Tree
GBAS	Ground-Based Augmentation System
GDOP	Generalized Dilution Of Precision
GLR	Generalized Likelihood Ratio
GNSS	Global Navigation Satellite System

GPS	Global Positioning System
HAL	Horizontal Alert Level
HEL	Horizontal Exclusion Level
HPL	Horizontal Protection Level
IMM	Interacting Multiple Models
INS	Inertial Navigation System
IRLS	Iterative Recursive Least Square
LPV	Localizer Performance with Vertical guidance
LS-RAIM	Least Square RAIM
MSF GLR	Multiple Satellite Failure GLR
MSS	Multiple Solution Separation
NPA	Non-Precision Approach
OACI	Organisation de l'Aviation Civile Internationale
PL	Protection Levels
PRN	Pseudo-Random Noise
RAIM	Receiver Autonomous Integrity Monitoring
RANCO	RANge COnsensus
RLS	Recursive Least Square
SA	Selective Availability
SBAS	Satellite-Based Augmentation System
SIS	Signal-In-Space
SV	Satellite en Vue
S-RANCO	Second-RANCO
T-RANCO	Third-RANCO
TTA	Time To Alert
UERE	User Equivalent Range Error
VAL	Vertical Alert Level
VEL	Vertical Exclusion Level
WGDOF	Weighted Generalized Dilution Of Precision
WGS84	World Geodetic System in 1984

Notations

2drms_H	Précision de la position horizontale à 95% exprimée en mètres et définie par $2\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ avec σ_x et σ_y l'écart-type fourni par le filtre calculant la solution de navigation selon l'axe x_n et y_n du repère de navigation
2drms_V	Précision de la position verticale à 95% exprimée en mètres et définie par $2\sigma_z$ avec σ_z l'écart-type fourni par le filtre calculant la solution de navigation selon l'axe z_n du repère de navigation
$\lfloor x \rfloor$	Partie entière de x
(λ_t, ϕ_t, h_t)	Latitude, longitude, altitude à l'instant t
$(\varphi_t, \theta_t, \psi_t)$	Angles d'Euler à l'instant t
$\mu_{\mathcal{A}}(x)$	Degré d'appartenance de l'information x à l'ensemble flou \mathcal{A}
\mathbb{C}	Ensemble des nombres complexes
C_N^k	Nombre de combinaisons de k éléments parmi N
$\text{diag}(A)$	Diagonale principale de la matrice A
$E[\cdot]$	Espérance mathématique
$F_{\chi^2}(\cdot; k)$	Fonction de répartition de la loi du χ^2 à k degrés de liberté
\mathcal{H}_0	Hypothèse sans panne (ou sans dégradation)
\mathcal{H}_1	Hypothèse de panne
\mathcal{H}_k	Hypothèse d'apparition d'une ou plusieurs pannes (ou dégradations) à l'instant k
$\text{HPL}_{\text{ff}}/\text{VPL}_{\text{ff}}$	Rayons de protection horizontal et vertical dans le cas sans panne
$\text{HPL}_k/\text{VPL}_k$	Rayons de protection horizontal et vertical sous l'hypothèse de k pannes satellite simultanées
I	Matrice identité
\mathbb{N}	Ensemble des nombres entiers
$\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$	Gaussienne d'espérance $\boldsymbol{\mu}$ et de matrice de covariance Σ
N_{MSVE}	Taux de fausse décision d'exclusion constaté au cours des simulations exprimé en SV par <i>run</i>
$Q(u)$	Fonction d'erreur
$p(x)$	Densité de probabilité de la variable x

$\Pr(\Delta X_H > 2\text{drms}_H)$	Taux de dépassement constaté de l'erreur de position horizontale par rapport à 2drms_H
$\Pr(\Delta X_V > 2\text{drms}_V)$	Taux de dépassement constaté de l'erreur de position verticale par rapport à 2drms_V
$\Pr(A B)$	Probabilité de l'évènement A conditionné à l'évènement B
$P_{k\text{sur}N}$	Probabilité de k pannes satellite simultanées parmi N mesures
P_{fd}	Probabilité de fausse détection
P_{fde}	Probabilité de fausse décision d'exclusion
P_{fe}	Probabilité d'échec de l'exclusion
P_{ff}	Probabilité de défaillance de positionnement en absence de panne
P_{ir}	Risque d'intégrité
P_{md}	Probabilité de détection manquée
P_{we}	Probabilité de fausse exclusion
\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
$\Re(a)$	Partie réelle du nombre complexe a
$\text{sgn}(a)$	Opérateur retournant le signe de a
T_{ee}	Taux d'échec d'exclusion constaté à l'issue de la trajectoire au cours des simulations en présence de panne exprimé par <i>run</i>
$\text{trace}(A)$	Trace de la matrice A
$x_{(i)}$	Statistique d'ordre de rang i du processus x
\mathbf{X}_t	Echantillon du processus \mathbf{X} à l'instant t
$\widehat{\mathbf{X}}_t$	Echantillon estimé du processus \mathbf{X} à l'instant t
$\widehat{\mathbf{X}}_t^-$	Estimation <i>a priori</i> du processus \mathbf{X} à l'instant t
$\widehat{\mathbf{X}}_t^+$	Estimation <i>a posteriori</i> du processus \mathbf{X} à l'instant t
$\mathbf{X}_{k:l}$	$[\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k+1}, \dots, \mathbf{X}_{l-1}, \mathbf{X}_l]$

Introduction

Contexte et problématique de la thèse

Les activités qui mettent en péril la sécurité des biens ou des personnes sont dites *critiques*. Afin de réduire les risques liées à celles-ci, l'ensemble des systèmes impliqués dans ces activités doivent respecter des normes strictes. En ce qui concerne les systèmes d'information opérant dans ce contexte, les informations qu'ils délivrent doivent présenter aussi bien une très grande précision que des garanties de fiabilité.

Depuis une vingtaine d'années, l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) s'attache à définir les normes que les systèmes de navigation doivent respecter pour les différentes phases de vol d'un avion civil. Les exigences de performance associées à ces différentes phases de vol, et notamment à celles correspondant à l'atterrissage d'un avion, sont très élevées. Un des objectifs de l'OACI est de promouvoir le concept de navigation par satellite unifié GNSS (pour Global Navigation Satellite System en anglais) pour satisfaire aux exigences de l'ensemble de ces phases de vol. Le GNSS est composé d'un ou plusieurs systèmes de navigation par satellite, des récepteurs GNSS dédiés, ainsi que différentes augmentations permettant d'améliorer les performances du système. Parmi ces améliorations, l'hybridation des mesures satellitaires avec des systèmes de navigation inertielle est couramment utilisée dans l'aéronautique.

Pour l'aviation civile, le système de navigation fournit une estimation de la position mais doit également évaluer la fiabilité des informations qu'il fournit via un dispositif de contrôle d'intégrité. Les fonctions de celui-ci sont, d'une part, la détection d'anomalie et, d'autre part, l'identification de ces anomalies en vue de compenser leurs effets sur la solution de navigation.

Le déploiement de nouveaux systèmes de navigation par satellite, tels que Galileo, GLONASS ou COMPASS, ainsi que leur interopérabilité, permettront d'améliorer la précision des informations de positionnement délivrées au pilote en accroissant la redondance des mesures satellitaires. Néanmoins, l'augmentation du nombre de mesures induit un relâchement des hypothèses à considérer par les systèmes de contrôle d'intégrité. Jusqu'ici, les probabilités de pannes satellite multiples étaient négligeables au regard des normes de l'OACI. Cependant, il est désormais nécessaire de prendre en compte la possibilité que plusieurs satellites fournissent simultanément des informations erronées. Cette nouvelle problématique à laquelle les dispositifs de contrôle d'intégrité doivent répondre doit être considérée en cohérence avec les contraintes liées aux applications embarquées. En ce sens, de nouvelles architectures qui requièrent une puissance de calcul et un temps d'exécution raisonnables doivent être conçues.

Dans cette thèse, nous proposons de nouvelles méthodes de contrôle d'intégrité permettant la gestion de pannes satellite multiples dans un contexte d'hybridation des données inertielles avec les mesures satellitaires. Dans la littérature, des solutions ont été proposées mais présentent l'inconvénient d'une charge de calcul trop importante. Les solutions envisagées dans cette thèse prennent en compte au maximum les contraintes liées aux applications embarquées. En ce sens, une première solution reposant sur un banc de sous-filtres fondés sur des sous-groupes de mesures de taille réduite est proposée. L'ensemble des sous-filtres permet de générer des tests multiples associés à chaque mesure. L'algorithme évalue alors la cohérence des différentes mesures entre elles et permet ainsi la détection et l'identification de pannes satellite multiples. Dans un second temps, nous nous intéressons à l'algorithme GLR (pour Generalized Likelihood Ratio en anglais) qui est une méthode classiquement utilisée dans un contexte d'estimation bayésienne pour détecter des changements abrupts dans un système variant dans le temps.

Le principe est de détecter les changements du système en analysant les mesures accumulées sur une fenêtre temporelle. Nous proposons des modifications de cet algorithme dans le but de l'adapter au contrôle d'intégrité des systèmes de navigation appliqués à l'aviation civile. Enfin, un algorithme, combinant notamment les algorithmes préalablement proposés, est développé dans une stratégie de fusion d'informations. En effet, les algorithmes de contrôle d'intégrité doivent gérer des configurations de panne très différentes et ne présentent pas les mêmes performances selon les types de panne. Il paraît donc opportun de tirer profit de leur complémentarité dans le but d'améliorer les performances du système quelle que soit la configuration de panne. Pour ce faire, une stratégie de fusion d'informations est opérée à la fois au niveau du procédé de détection et du procédé d'identification de pannes.

Les algorithmes présentés sont conçus sous l'hypothèse d'un bruit de mesure distribué selon une loi gaussienne de variance connue. Leurs performances peuvent être sous-optimales si cette hypothèse n'est pas vérifiée. Or, plusieurs phénomènes peuvent invalider cette hypothèse, comme par exemple, certains types d'interférences fréquentielles ou de multitrajet. Nous nous intéressons alors à la gestion des imperfections du modèle d'erreur de mesure. Dans ce manuscrit, nous considérons une dégradation de type augmentation de la variance du bruit de mesure qui, si elle n'est pas prise en compte, peut dégrader fortement la solution de navigation. Nous proposons alors une estimation de ces sauts de variance dans une stratégie de compensation au sein d'une architecture similaire au GLR. De même, l'hypothèse de gaussianité du bruit de mesure GNSS peut également être invalidée. En effet, des réalisations de bruit de mesure de forte amplitude peuvent dégrader la solution de navigation ainsi que les performances de l'algorithme de contrôle d'intégrité. En ce sens, nous proposons de rendre l'algorithme de contrôle d'intégrité GLR robuste à ces dégradations par l'ajout de M-estimateurs.

Organisation du manuscrit

Le manuscrit est organisé en 6 parties.

Le chapitre 1 présente le contexte de l'étude. Nous introduisons la navigation par satellite ainsi que les exigences de performance requises par l'aviation civile. En ce sens, nous discutons plus précisément du contrôle d'intégrité des systèmes de navigation appliqués à l'aviation civile qui permet de garantir la fiabilité des informations transmises au pilote. Ce chapitre permet également d'introduire l'hybridation des mesures satellitaires avec les données cinématiques provenant de systèmes de navigation inertielle qui constitue l'architecture de base sur laquelle repose notre étude.

Le chapitre 2 est principalement dédié à l'état de l'art des algorithmes de contrôle d'intégrité. Deux contextes sont dans ce cas considérés : le contexte RAIM (pour Receiver Autonomous Integrity Monitoring en anglais) qui repose uniquement sur les mesures satellitaires, et le contexte AAIM (pour Aircraft Autonomous Integrity Monitoring en anglais) où ces mesures sont hybridées avec des données inertielles. Ainsi, différentes méthodes ont été proposées dans la littérature selon le contexte d'application. Cependant, Le déploiement de nouveaux systèmes de navigation par satellite, ainsi que leur interopérabilité, induisent de nouvelles problématiques que doivent gérer les systèmes de contrôle d'intégrité. Plus précisément, nous verrons qu'il est nécessaire de prendre en compte des pannes satellite multiples afin d'être en accord avec les normes de l'aviation civile. Ces nouvelles hypothèses impliquent de développer de nouveaux dispositifs de contrôle d'intégrité. Les chapitres 3, 4 et 5 ont pour sujet la gestion de pannes satellite multiples dans un contexte AAIM.

Le chapitre 3 étudie une solution à la détection et à l'identification de pannes satellite multiples. Cet algorithme repose sur un banc de filtres fondés sur des sous-groupes de mesures de taille réduite qui contrôle la cohérence de l'ensemble des mesures satellitaires entre elles au moyen de tests multiples. Cette approche originale constitue une solution adaptée aux applications embarquées pour la problématique en question.

Le chapitre 4 propose une solution alternative pour la détection et l'identification de pannes satellite multiples. Celle-ci s'articule autour de l'algorithme GLR pour lequel la détection et l'identification de pannes reposent sur l'analyse des mesures sur une fenêtre temporelle. A partir de cet algorithme, nous proposons une méthode de calcul générique des bornes de performance d'intégrité du système sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées. Des améliorations sont également présentées

pour améliorer l'adaptabilité de l'algorithme GLR au contrôle d'intégrité pour l'aviation civile. Une réduction de la charge de calcul dédiée à l'identification de pannes satellite multiples est proposée pour respecter les contraintes liées aux applications embarquées.

Le chapitre 5 présente un algorithme de contrôle d'intégrité original fondé sur la fusion d'informations. Le principe est de multiplier les informations sur l'intégrité du système et la validité de chaque mesure satellitaire en combinant certaines des techniques de contrôle d'intégrité préalablement présentées. En tirant profit de la redondance et de la complémentarité des informations, les décisions prises par le système sont au global améliorées, que ce soit en termes de détection d'anomalie ou d'identification de mesures défaillantes. De plus, l'algorithme proposé présente une charge de calcul raisonnable.

Le chapitre 6 s'intéresse à la gestion des imperfections du modèle de l'erreur de mesure. En effet, la distribution de l'erreur des pseudo-distances peut ne pas être exactement décrite par une gaussienne de variance connue. Ces variations du modèle peuvent en effet grandement dégrader les performances de l'algorithme de contrôle d'intégrité s'ils ne sont pas pris en compte. Tout d'abord, le bruit de mesure peut présenter des sauts de variance dus, par exemple, à certains types d'interférences fréquentielles. Il est alors nécessaire de prendre en compte cette dégradation et de compenser son effet sur la solution de navigation. Ensuite, la distribution du bruit de mesure peut présenter une queue plus lourde que la loi gaussienne classiquement considérée. Cela se traduit par des erreurs ponctuelles sur les mesures qui peuvent dégrader les performances des algorithmes de contrôle d'intégrité tels que le GLR par exemple. Ainsi, nous proposons d'inclure une stratégie robuste permettant de réduire l'effet de ces dégradations sur la solution de navigation, d'une part, et sur le contrôle d'intégrité, d'autre part.

Contributions

Les contributions de cette thèse sont résumées ci-dessous :

Chapitre 1 (partie 1.3.4) : nous proposons une nouvelle représentation des scénarios de détection et exclusion de pannes. La différence entre la représentation proposée et celle classiquement utilisée issue de la DO229D repose sur la prise en compte explicite de la présence ou l'absence de panne. La modification introduite permet notamment de distinguer des scénarios qui étaient préalablement confondus.

Chapitre 3 : une solution originale au problème de détection et d'identification de pannes multiples est proposée. Celle-ci repose sur un banc de filtres fondés sur des sous-groupes de mesures de taille réduite qui analyse la cohérence des mesures satellites entre elles au moyen de tests multiples. Dans le but de réduire la charge calculatoire associée à la mise en parallèle des sous-filtres, une procédure de pré-sélection des sous-groupes est présentée. De plus, les bornes permettant d'évaluer les performances d'intégrité de l'algorithme ont également été développées.

Chapitre 4 : des améliorations sont apportées à l'algorithme GLR pour réduire la charge de calcul liée à l'identification de pannes satellite multiples. De plus, une formulation des bornes de performance d'intégrité sous l'hypothèse de jusqu'à deux pannes satellite simultanées est développée. Cette méthode prenant en compte le cas de deux pannes simultanées possède l'avantage d'être déclinable à d'autres algorithmes que le GLR sous réserve de respecter certaines conditions.

Chapitre 5 : une solution fondée sur la fusion d'informations est proposée pour améliorer les performances du système en termes de contrôle d'intégrité. La méthode proposée combine les algorithmes détaillés dans le chapitre 3 et 4 ainsi que l'algorithme MSS (pour Multiple Solution Separation en anglais). La redondance d'informations est ainsi mise à profit pour améliorer les prises de décision de l'algorithme, que ce soit pour le procédé de détection ou d'identification de pannes. Les bornes de performances d'intégrité associées à l'algorithme sont également proposées.

Chapitre 6 : deux méthodes originales sont présentées. La première permet de gérer la présence d'interférences fréquentielles perturbant les mesures satellitaires. La principale contribution est de prendre en compte l'évolution temporelle du système pour l'estimation de la matrice de covariance du bruit dû aux interférences. Celle-ci est alors incluse dans une architecture similaire à celle

du GLR afin de compenser en temps réel les sauts de variance sur la solution de navigation. La seconde méthode s'attache à réduire l'impact des réalisations de bruit de mesure de forte amplitude à la fois sur la solution de navigation et sur le contrôle d'intégrité. L'originalité réside dans l'ajout d'approches robustes à l'algorithme GLR présenté dans le chapitre 4 via notamment l'utilisation de M-estimateurs.

Autre : dans le contexte RAIM, l'estimation est classiquement de type *snapshot*. Nous avons alors proposé d'inclure une approche bayésienne dans le but d'améliorer la précision de la solution de navigation. La dynamique des avions étant importante, des estimateurs à modèles multiples traduisant les différents mouvements de l'avion ont été utilisés pour pallier le problème du manque d'information *a priori*. Cet algorithme a fait l'objet d'une publication [Faur 09b].

Dans la problématique de la calibration des capteurs inertiels, nous avons proposé une estimation de ces biais capteurs par un algorithme EM (pour Expectation-Maximization en anglais) couplé à un filtre de Kalman sans parfum pour résoudre le problème de localisation. Ces travaux ont fait l'objet d'une publication [Faur 09a].

Chapitre 1 - Introduction

Ce chapitre présente dans un premier temps la navigation par satellite appliquée à l'aviation civile. Cette dernière nécessite des informations à la fois d'une précision accrue mais également d'un haut degré de fiabilité. Ainsi, pour les applications critiques, un dispositif de contrôle d'intégrité est classiquement couplé au système de navigation afin de garantir la fiabilité des informations délivrées. De ce fait, l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) s'attache à définir les normes pour les différentes phases de vol d'un avion civil que les systèmes doivent respecter pour être homologués. Pour satisfaire à ces exigences, les systèmes de navigation sont composés de différents éléments complémentaires dont l'objectif majeur est d'améliorer les performances du système que ce soit en termes de précision ou de fiabilité. Parmi ces améliorations, des corrections différentielles des mesures satellitaires peuvent être appliquées via des éléments externes au récepteur. De même, une hybridation des mesures satellitaires avec des données provenant de systèmes de navigation inertielle embarqués est possible. Classiquement, cette stratégie est adoptée dans l'aéronautique.

Chapitre 1

La navigation par satellite pour l'aviation civile

Sommaire

1.1	Introduction	7
1.2	Les systèmes de navigation	8
1.2.1	Principe	8
1.2.2	Les différents systèmes et leurs infrastructures	11
1.2.3	Les différentes augmentations	13
1.2.4	Les augmentations ABAS	15
1.2.5	Les limitations	19
1.3	Le contrôle d'intégrité	20
1.3.1	Les différents types d'opération d'un avion civil	21
1.3.2	Les critères de performances	21
1.3.3	Les exigences opérationnelles	24
1.3.4	L'algorithme de détection et d'exclusion	24
1.3.5	Les paramètres des algorithmes de contrôle d'intégrité	28
1.3.6	Les rayons de protection et les rayons d'exclusion	31
1.4	Conclusions	33

1.1 Introduction

Les premières techniques de localisation étaient fondées sur l'observation visuelle des astres qui, pour un observateur terrestre, pouvaient être considérés comme des « balises fixes ». Cette méthode étant peu précise et sensible aux problèmes de visibilité, les systèmes de radionavigation ont fait leur apparition durant la seconde guerre mondiale. Les premiers systèmes de radionavigation utilisent des balises terrestres ou maritimes émettant des signaux radio-fréquences. Ces systèmes permettent une localisation en deux dimensions mais souffrent d'un temps de calcul très long et d'une couverture limitée. Ainsi, le premier système de navigation par satellite, appelé Transit, a été développé dans les années 50 et mis en œuvre dans les années 60 pour pallier ces difficultés.

Depuis la mise en service du GPS (pour Global Positioning System en anglais) dans les années 90, l'aviation utilise la géolocalisation par satellite comme outil d'aide à la navigation. L'aviation étant une activité qui met en péril des biens ou des personnes, elle est considérée comme une application critique qui doit répondre à des exigences de performances élevées. Ainsi, les informations fournies par les systèmes de navigation doivent présenter à la fois une grande précision et un haut degré de fiabilité. La figure 1.1 fournit une représentation générique d'un système de navigation.

Pour garantir la fiabilité des informations délivrées, des algorithmes dits de *contrôle d'intégrité* sont développés. Une des nombreuses fonctions de l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) est de définir les exigences de performances que doivent satisfaire les systèmes de navigation

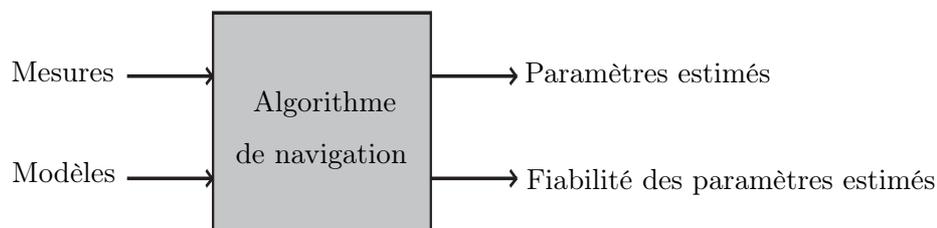


Figure 1.1 – Schéma fonctionnel d’un système de navigation.

pour être homologués et certifiés conformes. De plus, avec la multiplicité des systèmes de navigation prochainement disponibles (GPS, Galileo, etc), l’OACI s’attache également à promouvoir un système de navigation unifié, nommé GNSS (pour Global Navigation Satellite System en anglais). Ce système regroupe les satellites des différents systèmes de navigation ainsi que différentes augmentations¹ nécessaires pour satisfaire aux exigences de l’OACI. Dans ce manuscrit, nous considérons que le système GNSS est composé du système américain GPS et du système européen Galileo. Cependant, d’autres systèmes de navigation par satellite existent. Ils sont présentés brièvement par la suite.

Afin de délivrer au pilote des informations de position d’une précision suffisante, le système de navigation par satellite est souvent hybridé avec d’autres outils de navigation tels que des systèmes de navigation inertielle (INS pour Inertial Navigation System en anglais). Dans ce manuscrit, nous considérons principalement un système de navigation hybridant des données inertielles avec les données satellitaires. Dans ce chapitre, nous présentons les systèmes de navigation par satellite, les différentes augmentations ainsi que les principes du contrôle d’intégrité.

1.2 Les systèmes de navigation

Nous présentons dans cette partie le problème de positionnement par satellite, les différents systèmes de navigation par satellite, ainsi que les différentes augmentations mises en œuvre pour améliorer les performances de ces systèmes.

1.2.1 Principe

Les systèmes de navigation par satellite réalisent le positionnement d’un utilisateur, possédant un récepteur GNSS, à partir d’ondes radioélectriques émises par des satellites en orbite dans l’espace. La position de l’utilisateur est calculée par trilatération² à partir des mesures de distance séparant l’utilisateur des satellites en vue du récepteur. Pour obtenir celles-ci, le récepteur estime les temps d’arrivée des signaux radioélectriques par une méthode de corrélation en tirant profit des caractéristiques spécifiques des codes pseudo-aléatoires utilisés par les satellites GNSS. Les temps de propagation associés sont alors déduits. A partir de la vitesse de propagation des ondes radioélectriques dans le vide, les distances séparant le récepteur de chaque satellite peuvent donc être estimées. Un positionnement selon les trois dimensions spatiales nécessite trois mesures de distances et donc trois satellites. Chaque distance satellite-récepteur représente le rayon d’une sphère centrée sur le satellite en question. L’utilisateur est alors situé à l’intersection des trois sphères correspondant aux trois satellites. Il est à noter qu’en réalité les trois sphères possèdent deux points d’intersection. Néanmoins, l’un de ces deux points est aberrant du point de vue de la solution recherchée.

Comme le positionnement par satellite est fondé sur des mesures de temps de propagation des ondes radioélectriques émises par les différents satellites, il est crucial de compenser les décalages des horloges du récepteur et de chaque satellite. La dérive de l’horloge satellite est contrôlée par des infrastructures au sol. Cependant, il est nécessaire que le récepteur estime le décalage de son horloge embarquée par

1. Les différentes augmentations seront présentées plus en détails dans la partie 1.2.3.

2. Alors que la triangulation permet de déterminer la position d’un point à partir des angles formés par ce point et des points de référence, la trilatération effectue le positionnement en tirant profit des distances entre le point recherché et des points de référence.

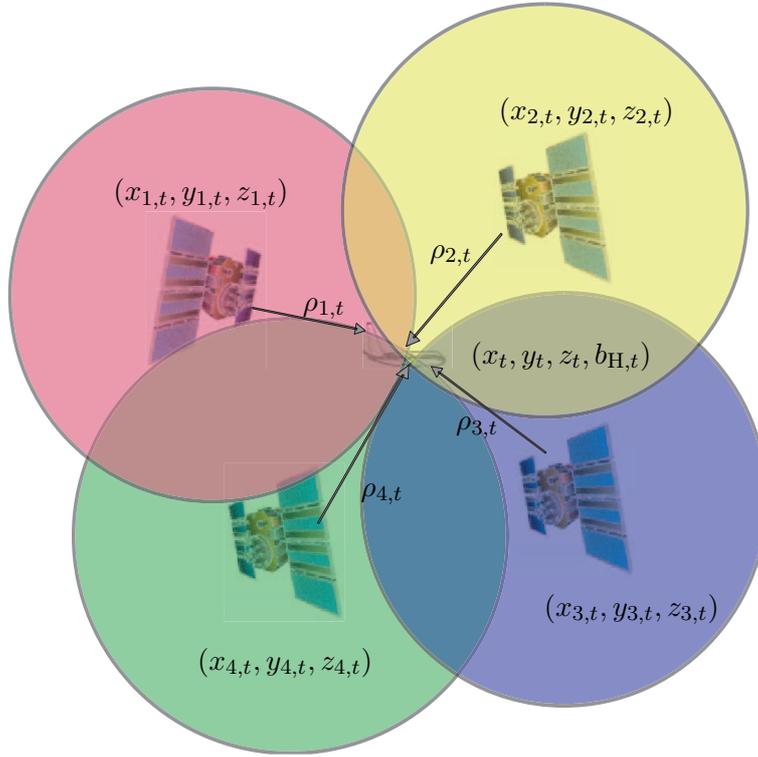


Figure 1.2 – Calcul de la position par trilatération.

rapport au temps de référence du système de navigation en question. Dans cette étude, nous considérons le cas où les décalages d’horloge associés aux autres systèmes de navigation peuvent être déductibles à partir de celui estimé. En effet, une des stratégies proposées pour l’interopérabilité du GPS et de Galileo est de diffuser la différence entre les temps de référence de ces deux constellations par le système GNSS [Hahn 07]. Ainsi, l’estimation d’un seul biais d’horloge associé à un des deux temps de référence est nécessaire. Par conséquent, quatre paramètres inconnus doivent être en pratique estimés ; quatre mesures sont alors nécessaires pour résoudre le problème de positionnement par satellite. Du fait de la perturbation induite par le décalage de l’horloge récepteur sur la mesure de distance et des différents termes d’erreur présentés ci-après, les mesures sont appelées *pseudo-distances*. La figure 1.2 illustre le principe de trilatération avec quatre Satellites en Vue (SV).

Les pseudo-distances GNSS sont classiquement modélisées comme suit :

$$\rho_{i,t} = d_{i,t} + c \left(\Delta\tau_t^R - \widehat{\Delta\tau}_{i,t}^S \right) + \varepsilon_{i,t}, \quad (1.1)$$

$$d_{i,t} = \sqrt{(x_t - x_{i,t})^2 + (y_t - y_{i,t})^2 + (z_t - z_{i,t})^2},$$

où, à l’instant t :

- (x_t, y_t, z_t) désigne le triplet de coordonnées cartésiennes du récepteur dans un repère choisi comme référence. Dans ce manuscrit, nous considérons le repère géocentrique défini par la référence WGS84 (pour World Geodetic System in 1984 en anglais) pour exprimer ces coordonnées. Le repère WGS84 est notamment celui utilisé par le système GPS³.
- $(x_{i,t}, y_{i,t}, z_{i,t})$ est le triplet de coordonnées cartésiennes du satellite i exprimées dans le repère de référence choisi.
- c est la vitesse de la lumière.
- $\widehat{\Delta\tau}_{i,t}^S$ est le biais estimé de l’horloge du satellite i par rapport au temps de référence GPS au moment de l’émission. Les modèles de correction de cette dérive peuvent être trouvés dans [Farr 98].

3. Le système Galileo utilise le GTRF (pour Galileo Terrestrial Reference Frame en anglais) comme repère de référence. Néanmoins, il ne diffère du WGS84 que de quelques centimètres. Pour des applications comme la navigation, il est possible de considérer que les deux repères de référence sont identiques [Hein 02].

Segment	Source d'erreur	Erreur 1σ (m)
Espace	Stabilité de l'horloge satellite	3,0
	Incertitude sur l'accélération du satellite	1,0
	Autres	0,5
Contrôle	Éphémérides	4,2
	Autres	0,9
Utilisateur	Compensation du retard de propagation ionosphérique	10,0
	Compensation du retard de propagation troposphérique	2,0
	Bruit et résolution du récepteur	4,8
	multitrajets	1,2
	Autres (interférences inter-canaux)	0,5
UERE		12,5

Tableau 1.1 – Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance GPS calculée à partir du code C/A [Dyke 96].

- $\Delta\tau_t^R$ est le biais de l'horloge du récepteur par rapport au temps de référence GPS au moment de la réception.
- $\varepsilon_{i,t}$ représente le bruit de mesure affectant la pseudo-distance i comprenant, entre autres, un terme correspondant à une correction imparfaite du retard d'horloge satellite. Les différentes contributions du bruit de mesure sont détaillées, à titre d'exemple, dans le tableau 1.1 pour la constellation GPS. Les bilans d'erreur des mesures associés aux systèmes Galileo et GPS sont fournis dans l'annexe A.
- $d_{i,t}$ représente la distance géométrique entre le récepteur et le satellite i exprimée dans le repère WGS84.

L'équation (1.1) de la $i^{\text{ème}}$ pseudo-distance fait intervenir un terme de bruit de mesure $\varepsilon_{i,t}$ qui traduit l'incertitude sur le calcul du temps de propagation du signal. Ces erreurs de mesure sont inhérentes au système de navigation par satellite. Les différentes sources des erreurs de mesure ainsi que leurs écart-types sont résumés dans le bilan d'erreur de mesure GPS donné dans le tableau 1.1 en considérant que les signaux poursuivis sont les signaux civils C/A⁴. Dans la navigation par satellite, le bruit de mesure $\varepsilon_{i,t}$ est généralement considéré comme étant distribué selon une loi gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type noté UERE (pour User Equivalent Range Error en anglais). L'UERE est défini comme la racine carrée de la somme des variances de chaque source d'incertitude résumées dans le tableau 1.1.

Nous pouvons observer que la principale source de perturbation des pseudo-distances est la traversée de l'onde dans l'ionosphère. L'ionosphère étant un milieu dispersif, le retard induit dépend de la fréquence de celle-ci. Ainsi, l'émission d'un satellite sur deux fréquences distinctes permet d'estimer les retards engendrés par la traversée de l'ionosphère et ainsi de diminuer son impact sur le bilan total des erreurs de mesure [Park 96]. Il est à noter que la plupart des erreurs sont corrélées dans le temps. Ainsi, leur modélisation se fait généralement par un processus de Markov du premier ordre selon la DO229D [RTCA 06]. Le bruit de mesure résulte d'une somme de processus de Markov du premier ordre dont les détails peuvent être trouvés dans [Park 96]. Pour notre étude, nous considérons que les systèmes de navigation tirent profit de l'émission bifréquentielle des satellites. Ainsi, les bandes L1 et L5 sont considérées pour la constellation GPS et L1 et E5b pour la constellation Galileo. Notons que ces bandes sont allouées à des applications civiles.

Nous présentons dans la partie suivante les différents systèmes de navigation par satellite qui composent le système GNSS et leurs infrastructures.

4. C/A (pour Coarse/Acquisition en anglais) est le code pseudo-aléatoire utilisé pour encoder le message de navigation diffusé par chaque satellite GPS dans les applications civiles. Il est à noter que différents type de codes pseudo-aléatoires existent fournissant des informations de précision différente. Néanmoins, par souci de clarté, nous ne développons pas la formation des pseudo-distances en détails. Le lecteur peut se référer à [Park 96] pour de plus amples informations.

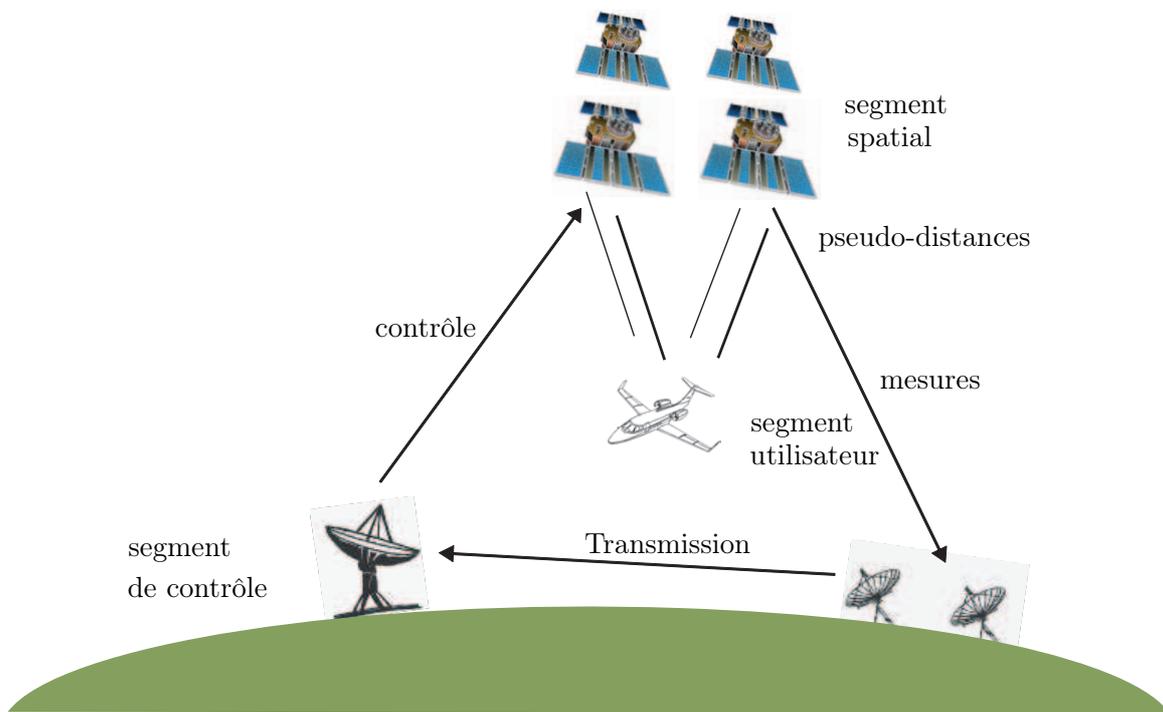


Figure 1.3 – Les différents segments des systèmes de navigation par satellite.

1.2.2 Les différents systèmes et leurs infrastructures

Depuis le lancement opérationnel du système américain GPS en 1995, la navigation par satellite connaît un engouement croissant. Cet enthousiasme est principalement dû à la couverture accrue du service et à la stabilité de la précision des informations délivrées en comparaison des systèmes de navigation précédents. De plus, la volonté des différentes nations d'être indépendantes vis-à-vis du système américain GPS d'une part, et le souhait d'améliorer les performances de navigation d'autre part, ont motivé le lancement de nouveaux systèmes de navigation par satellite. Parmi eux, nous pouvons citer le projet européen Galileo, dont le FOC (pour Full Operational Capability en anglais) n'est pas prévu avant 2018, le système russe GLONASS (pour GLobal Orbiting NAVigation Satellite System en anglais) dont le FOC est prévue pour la fin 2011, et le système chinois COMPASS (également appelé Beidou-II) qui sera opérationnel dans le monde entier aux alentours de 2020. En outre, le Japon développe actuellement un système de navigation nommé QZSS (pour Quasi-Zenith Satellite System en anglais) et composé de trois satellites en orbite au-dessus du sol japonais. Il devrait être opérationnel en 2013. Le système de navigation régional indien, dénommé IRNSS (pour Indian Regional Navigational Satellite System en anglais), est également en cours de développement et devrait être opérationnel en 2014. Finalement, une modernisation du GPS est en cours de déploiement depuis 2005 avec le lancement de satellites du bloc IIR-M. Ce processus de modernisation du GPS devrait prendre fin en 2024 avec le lancement des derniers satellites du bloc III-C.

Ces différents systèmes de navigation partagent une architecture globale commune. Ainsi, ils sont composés de trois segments dont une représentation est proposée sur la figure 1.3 :

– le segment spatial

Le segment spatial d'un système de navigation par satellite est composé d'un ensemble de satellites appelé *constellation*. Avec le déploiement des nouveaux systèmes de navigation par satellite, il sera à l'avenir constitué des constellations GPS, Galileo, GLONASS, COMPASS, QZSS et IRNSS. Chaque constellation possède un certain nombre de satellites opérationnels auxquels s'ajoutent des satellites de remplacement. Le tableau 1.2 regroupe les caractéristiques principales des constellations GPS, Galileo, COMPASS et GLONASS. Il est à noter que les informations indiquées pour le système Galileo et COMPASS [Ding 11] sont celles prévues à la date d'écriture

Constellation	GPS	Galileo	GLONASS	COMPASS
Nombre de satellites opérationnels	24	27	24	35
Rayon orbital moyen	26600 km	29600 km	27500 km	27840 km
Durée de révolution	12h	14h	11h15	12h45
Inclinaison	55 °	56 °	64,8 °	55 °
Nombre de plans orbitaux	6	3	3	3

Tableau 1.2 – Paramètres orbitaux des différentes constellations.

de ce manuscrit.

La constellation GPS assure à elle seule la visibilité d’au moins quatre satellites en tout point du globe terrestre et à n’importe quelle heure de la journée avec un angle d’élévation supérieur à 5 °. Avec l’interopérabilité des différentes constellations, un nombre supérieur de satellites sera visible à chaque instant. Ainsi, une étude publiée dans [Zaid 06] prévoit une augmentation de 350 % du nombre de satellites visibles en considérant les constellations GPS, Galileo et GLONASS. Cette augmentation du nombre de mesures disponibles accroît donc la précision des informations de positionnement mais pose aussi de nouvelles problématiques sur lesquelles nous reviendrons par la suite.

– le segment de contrôle

Le segment de contrôle assure la surveillance de la constellation et la mise à jour des informations relatives aux satellites. Chaque système de navigation par satellite possède son propre segment de contrôle, constitué de stations de mesure réparties sur le globe terrestre et de stations de contrôle.

Actuellement, dix-sept stations de mesure collectent les signaux émis par les satellites de la constellation GPS. Les informations sont ensuite envoyées à la station de contrôle principale du système GPS, située dans le Colorado (Etats-Unis). Cette station de contrôle traite alors l’ensemble de ces données et définit les corrections d’horloge et les paramètres d’orbite qui sont téléchargés à chaque satellite au moins une fois par jour. De plus, le segment de contrôle a pour objet de détecter un dysfonctionnement éventuel sur les satellites GPS.

Le segment de contrôle du système Galileo sera composé de différentes stations de contrôle, de mesure et de transmission qui seront réparties dans le monde entier. De la même manière, le système GLONASS possède ses propres stations de contrôle qui vérifient la validité des informations relatives aux satellites de la constellation GLONASS. Il en sera de même pour le système COMPASS lorsqu’il sera complètement opérationnel.

– le segment utilisateur

Le segment utilisateur regroupe l’ensemble des récepteurs GNSS. L’objectif, dans le futur, est qu’un même récepteur puisse traiter les informations provenant de différents systèmes de navigation. Selon la constellation, différents services sont disponibles.

Le système américain GPS offre deux types de services :

- le SPS (pour Standard Positioning System en anglais) qui est accessible à tout utilisateur a été conçu pour fournir des informations de positionnement avec une précision inférieure à 13 m en horizontal et inférieure à 22 m en vertical [Kapl 06].
- le PPS (pour Precise Positioning System en anglais) qui est réservé à des applications militaires ou des utilisateurs habilités par le ministère de la défense des Etats-Unis.

La modernisation du GPS est en cours de réalisation et devrait offrir des informations encore plus précises. Ainsi, selon [Pras 05], le SPS délivrerait des informations de positionnement horizontal avec une précision inférieure ou égale à 6,7 m en bifrèquence. Le FOC est prévue pour 2024.

Le système européen Galileo prévoit cinq types de services :

- l’OS (pour Open Service en anglais) qui sera accessible à tout utilisateur et fournit des informations de positionnement avec une précision de 15 et 35 m en positionnement horizontal et

vertical en mono-fréquence ou de 4 et 8 m en bifréquence.

- le CS (pour Commercial Service en anglais) qui est réservé à des utilisateurs payant une cotisation à l'opérateur Galileo. La précision de positionnement sera inférieure à 1 m et l'intégrité et la continuité du service seront garanties contractuellement.
- le SoL (pour Safety of Life service en anglais) qui fournira des informations de positionnement fiables pour des applications cruciales où la sécurité de biens ou de personnes est mise en jeu.
- le PRS (pour Public Regulated Service en anglais) qui sera réservé aux utilisateurs effectuant une mission de service public, il sera notamment très robuste au brouillage.
- le SAR (pour Search And Rescue service en anglais) qui permettra de positionner un ensemble de radiobalises de localisation des sinistres indiquant la nécessité d'une intervention comme par exemple lors d'un accident maritime.

Le système GLONASS proposera un service à usage civil ainsi qu'un service réservé aux applications militaires. Ces deux services fonctionneront en bifréquence. Pour l'usage civil, la précision horizontale et verticale est de 5 m et 9 m, respectivement [Kose 09]. Le système COMPASS devrait fournir un service libre avec une précision de positionnement inférieure à 10 m ainsi que deux services régionaux, disponibles uniquement sur le sol chinois, avec une précision inférieure à 1 m [Ding 11].

Dans ce manuscrit, nous nous intéressons au service GPS SPS dans sa version modernisée ainsi qu'au service Galileo SoL.

La partie suivante est dédiée aux différentes augmentations mises en œuvre afin d'améliorer les performances des systèmes de navigation pour l'aviation civile.

1.2.3 Les différentes augmentations

Le système de navigation par satellite unifié GNSS regroupe l'ensemble des systèmes de navigation présentés ci-dessus ainsi que des infrastructures supplémentaires, appelées *augmentations*. Elles sont regroupées selon trois catégories :

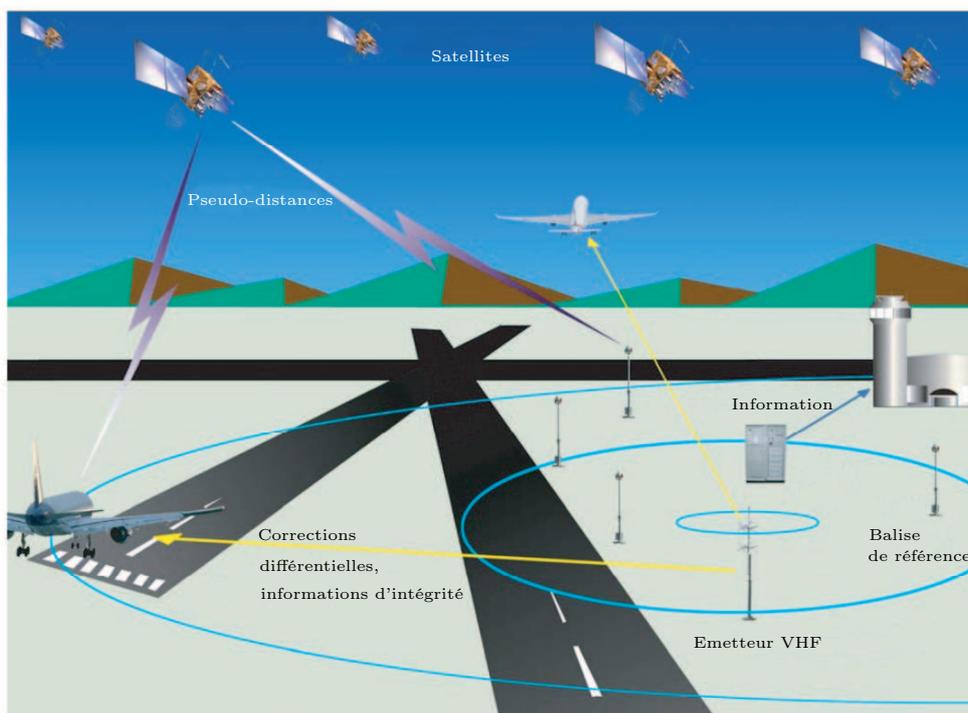


Figure 1.4 – Les augmentations GBAS (source : <http://www.faa.gov>).

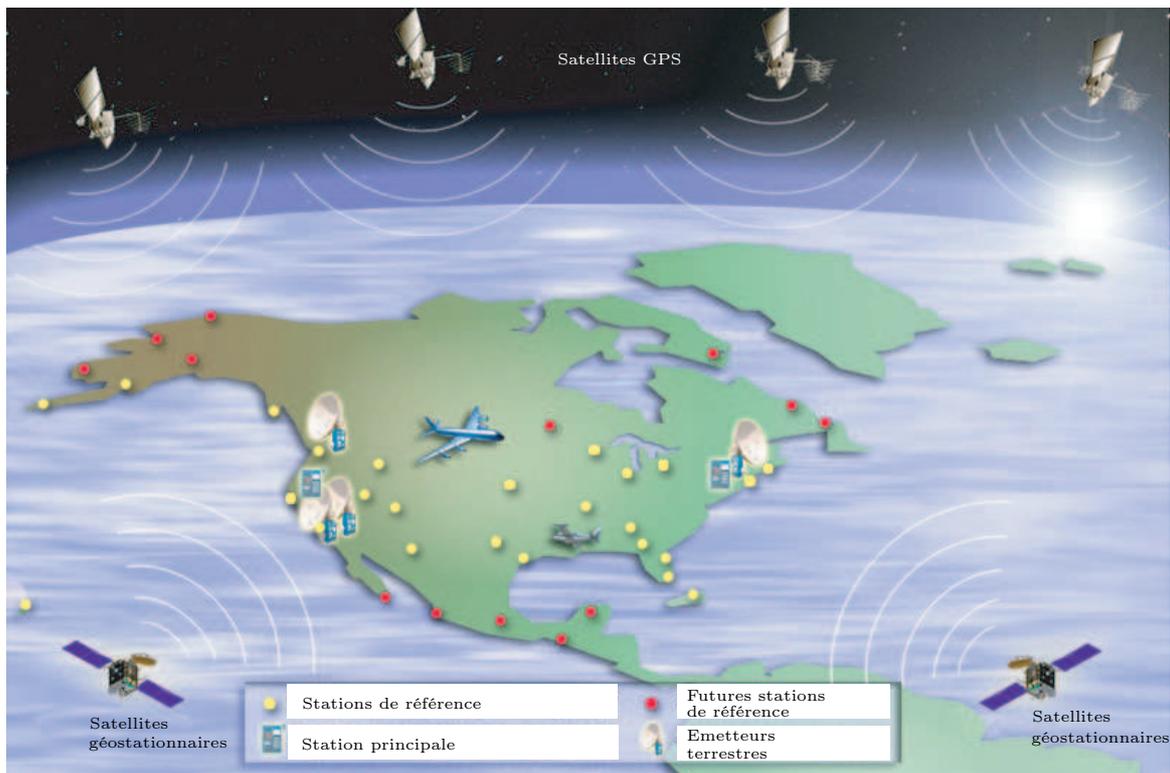


Figure 1.5 – Les augmentations SBAS - Exemple WAAS (source : <http://www.faa.gov>).

- le **GBAS** (pour Ground-Based Augmentation System en anglais) est un ensemble d'émetteurs au sol qui centralise diverses informations de corrections et d'intégrité provenant des différents satellites en vue et qui les transmet à l'avion lorsque celui-ci s'approche du sol. La localisation de ces émetteurs étant connue précisément, l'erreur de mesure de chaque pseudo-distance peut être évaluée. Ce principe est appelé GPS différentiel. Les systèmes GBAS émettent sur les fréquences VHF. Leur couverture est d'une trentaine de kilomètres et ils permettent d'améliorer les performances du système de navigation pour les phases de vol correspondant au décollage et à l'atterrissage de l'avion. La figure 1.4 est extraite du site de la FAA (pour Federal Aviation Administration en anglais) et représente le principe des augmentations GBAS. Différents systèmes GBAS existent. Parmi eux, le plus connu est le LAAS (pour Local Area Augmented System en anglais) des Etats-Unis. Le GLS (pour GPS Landing System en anglais) est en fonctionnement en Norvège et le système australien GRAS (pour Ground-based Regional Augmentation System en anglais) est en cours de développement.
- le **SBAS** (pour Satellite-Based Augmentation System en anglais) désigne le système permettant de corriger les erreurs contenues dans les signaux des satellites en utilisant les informations provenant d'un réseau de stations au sol diffusées par l'intermédiaire des satellites géostationnaires. La figure 1.5 est extraite du site de la FAA et représente le principe des augmentations SBAS. Le système SBAS est composé de différentes stations terrestres qui captent les informations provenant des satellites. Ces informations sont ensuite collectées par une station principale qui définit les corrections différentielles associées aux satellites. Ces informations sont ensuite transmises à des satellites géostationnaires via une station émettrice. Les satellites géostationnaires relaient alors les corrections associées à chaque satellite à l'utilisateur. Contrairement au système GBAS, le système SBAS fournit un ensemble de corrections différentielles permettant de compenser les erreurs liées à la dérive d'horloge, aux éphémérides et à l'ionosphère. De plus, l'utilisation de satellites géostationnaires permet une couverture importante. Actuellement, plusieurs systèmes SBAS existent : le WAAS (pour Wide Area Augmentation System en anglais) couvrant l'Amé-

rique du Nord, l’EGNOS (pour European Geostationary Navigation Overlay Service en anglais) de la Communauté Européenne et le MSAS (pour Multi-fonctionnal Satellite Augmentation System en anglais) du Japon. D’autres projets de systèmes SBAS sont en cours. Parmi eux, nous pouvons citer le GAGAN (pour GPS And Geostationary Augmented Navigation en anglais) de l’Inde, le SNAS (pour Satellite Navigation Augmentation System en anglais) de la Chine, le SDCM (pour System of Differential Correction and Monitoring en anglais) de la Russie, le SACCSA (pour Augmentation Solution for the Carribean, Central and South America en anglais) de l’Amérique centrale et du sud, ou le NIGCOMSAT du Nigeria.

- l’**ABAS** (pour Aircraft-Based Augmentation System en anglais) est le système de contrôle situé dans l’avion qui centralise les données des autres éléments du GNSS, ainsi que l’hybridation avec d’autres outils de navigation tels que les systèmes de navigation inertielle. En tirant profit de la redondance d’informations à bord de l’avion, l’ABAS gère l’intégrité des informations de navigation délivrées.

Bien qu’en pratique ces différentes augmentations sont combinées pour gérer les différentes dégradations du signal, nous considérons dans ce manuscrit uniquement les augmentations de type ABAS. La partie suivante est dédiée à ce type d’augmentation et plus particulièrement à l’hybridation des systèmes de navigation par satellite avec les systèmes de navigation inertielle.

1.2.4 Les augmentations ABAS

Les augmentations ABAS peuvent être constituées de différents capteurs tels qu’un radioaltimètre ou une centrale inertielle. De plus, elles comprennent des augmentations algorithmiques⁵ qui permettent de contrôler l’intégrité du système de navigation. Lorsque le contrôle d’intégrité est associé à un algorithme d’estimation de position qui utilise uniquement les données satellitaires sans outil de navigation externe, on parle de contexte RAIM (pour Receiver Autonomous Integrity Monitoring en anglais). En revanche, lorsque l’algorithme d’estimation couple les pseudo-distances GNSS avec un outil de navigation extérieure, comme un système de navigation inertielle par exemple, on parle de contexte AAIM (pour Aircraft Autonomous Integrity Monitoring en anglais). Nous présentons donc dans cette partie la navigation intégrée qui tire profit des données satellitaires ainsi que des données provenant d’une centrale inertielle.

	Systèmes de navigation par satellite	Systèmes de navigation inertielle
Robustesse	- Sensibilité aux interférences - Continuité de service non garantie	- Autonomie - Fiabilité
Précision	- Peu précis à court terme - Erreur bornée dans le temps	- Précis à court terme - Dérive au cours du temps
Fréquence des mesures	- Basse fréquence (1 Hz)	- Haute fréquence (> 20 Hz)
Type de données	- Position et ses dérivées - Recalage temporel (biais d’horloge)	- Position et ses dérivées - Attitude (orientation dans l’espace)

Tableau 1.3 – Comparaison des systèmes de navigation par satellite et des systèmes de navigation inertielle.

5. Contrairement aux augmentations de type *matérielle*, les augmentations algorithmiques réfèrent ici aux méthodes logicielles employées pour améliorer le système.

1.2.4.1 Principe et motivations de la navigation intégrée

Les systèmes de navigation par satellite et les systèmes de navigation inertielle sont fondés sur des techniques de positionnement différentes offrant chacune des avantages et inconvénients. L'intérêt de les hybrider est de compenser les défauts de chaque système afin d'obtenir un système global plus performant. Le tableau 1.3 résume les différents points forts et points faibles de chaque système et permet de mettre en évidence leur complémentarité.

1.2.4.2 Les systèmes de navigation inertielle

Principe

L'avantage des systèmes de navigation inertielle par rapport aux systèmes de navigation par satellite est qu'ils fonctionnent de manière totalement autonome et sont donc insensibles à d'éventuelles perturbations extérieures. La navigation inertielle a été développée pendant la seconde guerre mondiale. Elle est aujourd'hui utilisée aussi bien en aviation militaire que civile.

Les systèmes de navigation inertielle sont embarqués à bord du véhicule et sont composés de différents capteurs inertiels qui mesurent le mouvement du mobile à chaque instant. En règle générale, les capteurs en question sont trois accéléromètres ainsi que trois gyromètres disposés selon trois axes orthogonaux définissant un trièdre direct. Les accéléromètres mesurent l'accélération non-gravitationnelle du mobile. Par deux intégrations successives, il est alors possible d'obtenir la position du véhicule. Néanmoins, les systèmes de navigation inertielle font intervenir différents repères de référence. Ainsi, les gyromètres, qui fournissent des informations sur l'attitude du mobile, permettent d'effectuer les changements de repère adéquats pour exprimer le mouvement dans un repère utile au pilote. Les différentes plateformes capteurs sont spécifiées dans la partie suivante.

La figure 1.6 représente les principaux repères mis en jeu en navigation inertielle. Ils sont explicités ci-dessous :

- le repère inertiel $i = (x_i, y_i, z_i)$, d'origine le centre de la Terre et d'axes pointant vers des étoiles suffisamment lointaines pour sembler fixes à un observateur terrestre. L'axe x_i coïncide avec l'équinoxe vernal, l'axe z_i est l'axe de rotation de la Terre et l'axe y_i les complète pour former un trièdre direct.

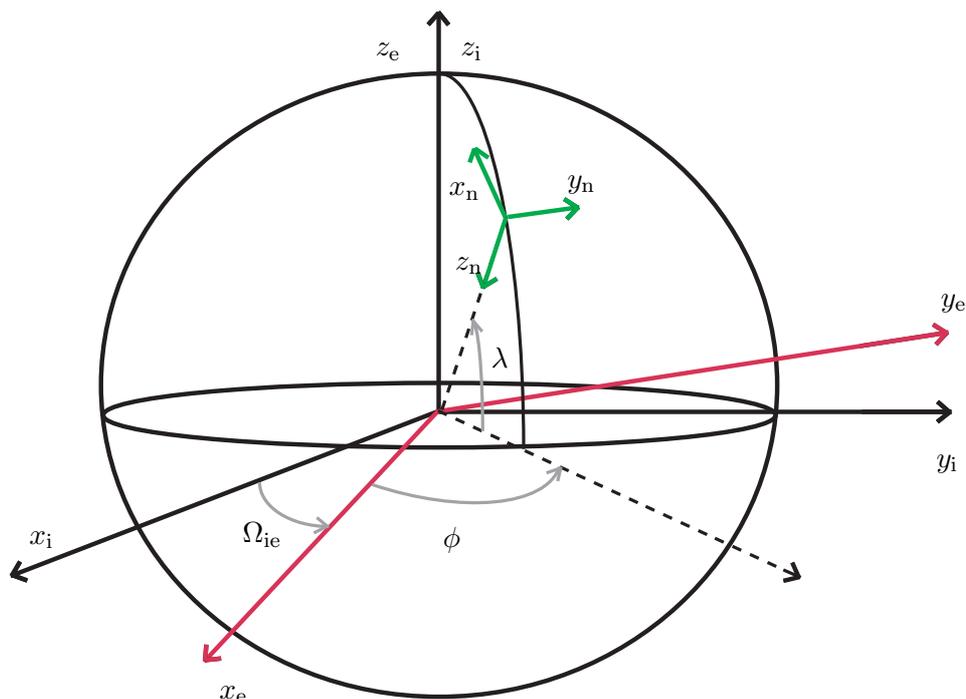


Figure 1.6 – Les principaux repères utilisés en navigation inertielle.

- le repère géocentrique $e = (x_e, y_e, z_e)$, fixe par rapport à la Terre. Il est obtenu à partir du repère inertiel par une rotation d'axe z_i et de vitesse angulaire la vitesse de rotation de la Terre Ω_{ie} . L'axe x_e est donné par l'intersection du plan équatorial et du plan contenant le méridien de Greenwich.
- le repère de navigation $n = (x_n, y_n, z_n)$ a pour origine le centre de masse du véhicule. Ces axes pointent respectivement vers le Nord, l'Est et le verticale locale. Il se déduit du repère géocentrique par deux rotations successives autour de l'axe x_e et z_e d'angles respectifs la latitude λ et la longitude ϕ du véhicule.

Il est utile d'introduire un dernier repère, qui est solidaire du véhicule et est donc dénommé repère mobile $m = (x_m, y_m, z_m)$. Son orientation par rapport au repère de navigation est décrite par les angles d'Euler : (φ, θ, ψ) , représentant respectivement le roulis, le tangage et le lacet. Ces angles sont représentés sur la figure 1.7 et caractérisent ce qu'on appelle l'attitude de l'avion.

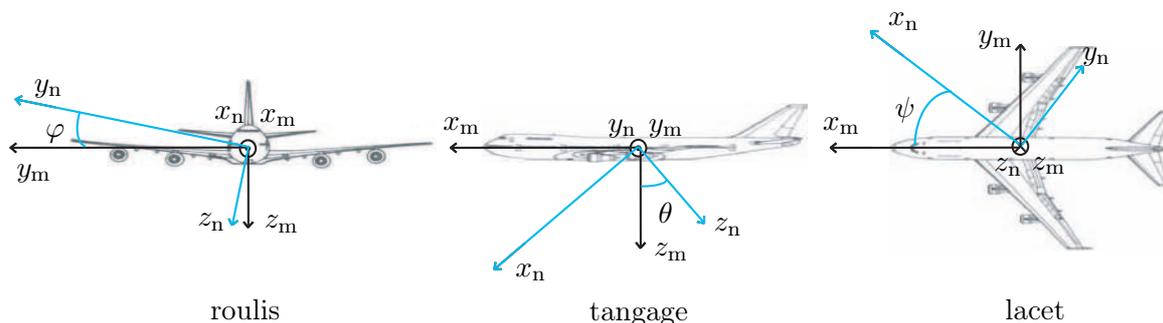


Figure 1.7 – Les angles d'Euler.

Les systèmes de navigation inertielle comportent deux parties distinctes :

- une plateforme de capteurs,
- un calculateur qui traite les sorties capteurs pour en extraire les données de navigation.

Nous détaillons dans le paragraphe ci-dessous les plateformes de capteurs.

Les plateformes de capteurs

Comme évoqué précédemment, les systèmes de navigation inertielle sont composés de trois accéléromètres ainsi que trois gyromètres. Les accéléromètres mesurent l'accélération non gravitationnelle du véhicule par rapport au repère inertiel selon les axes du repère mobile x_m, y_m et z_m . Les gyromètres fournissent le vecteur de rotation instantanée contenant les vitesses angulaires de la plateforme par rapport au repère inertiel qui, par intégration, permettent d'obtenir les angles d'Euler. Ainsi, les accéléromètres fournissent des informations sur la dynamique de l'avion. En revanche, les gyromètres permettent de définir un repère d'intégration dans lequel les données accélérométriques sont définies.

L'ensemble de ces capteurs fournit des mesures qui sont classiquement biaisées. Comme nous le verrons par la suite, ces biais accélérométriques et gyrométriques doivent être estimés par le filtre d'hybridation afin de compenser leur effet. La calibration des capteurs inertiels est un sujet de recherche important. Nous avons par ailleurs proposé dans [Faur 09a] une estimation de ces biais capteurs par un algorithme EM (pour Expectation-Maximization en anglais) couplé à un filtre de Kalman sans parfum pour résoudre le problème de localisation. Cependant, dans ce manuscrit, nous considérons que les biais capteurs sont correctement initialisés par une étape de calibration préalable⁶. Notons que malgré la calibration des capteurs, ces biais évoluent au cours du temps.

Il existe différentes technologies de capteurs qui déterminent, d'une part, leur coût et, d'autre part,

6. Cette calibration peut être effectuée en faisant fonctionner le filtre hybridant les mesures inertielles avec les pseudo-distances par exemple. En effet, l'hybridation avec les mesures satellitaires permet, au bout d'un certain temps, de calibrer correctement les accéléromètres et les gyromètres.

la précision des informations qu'ils fournissent. De plus, l'assemblage de ces différents capteurs peut se faire de deux manières différentes. Ainsi, on distingue les centrales inertielles à composants liés, où les capteurs sont solidaires du véhicule, des centrales inertielles à plateforme stabilisée, où les capteurs sont maintenus mécaniquement dans le repère de navigation. Le principal inconvénient de ces dernières est la complexité à maintenir la plateforme stabilisée par un système mécanique asservi. Cela induit un coût non négligeable dans le développement de la centrale. A l'inverse, les centrales inertielles à composants liés réalisent le passage du repère mobile au repère de navigation par calcul numérique.

Pour notre étude, nous considérons une centrale inertielle à composants liés.

Avantages et limitations

Les systèmes de navigation inertielle reposent sur des mesures de capteurs embarqués dans le véhicule dont le fonctionnement autonome les rend insensibles aux perturbations de l'environnement de navigation. De plus, les informations cinématiques sont très précises mais uniquement à court terme⁷. En effet, du fait des intégrations successives, les erreurs d'initialisation ou de calibration des capteurs entraînent une dérive de l'erreur d'estimation au cours du temps. De ce fait, les centrales inertielles ne peuvent généralement pas être utilisées seules et nécessitent une recalibration ou une compensation des erreurs commises à chaque instant. Ainsi, les données inertielles sont classiquement hybridées avec les données satellitaires. Pour ce faire, différentes architectures d'hybridation existent que nous détaillons dans la partie suivante.

1.2.4.3 Les architectures d'hybridation

Il existe différentes techniques afin d'hybrider les données satellitaires avec les données provenant d'une centrale inertielle. Généralement, le filtre d'hybridation estime les erreurs des capteurs inertiels ainsi que les erreurs commises par le calculateur de la centrale inertielle. Ce choix est judicieux dans la mesure où ces paramètres évoluent moins rapidement que les paramètres cinématiques du véhicule. De plus, la modélisation de leur évolution est connue. Ainsi, les techniques d'hybridation dépendent de la nature des informations à fusionner et définissent différentes architectures d'hybridation. On distingue donc trois grands types d'architecture d'hybridation selon le type de données satellitaires utilisées :

- **L'hybridation lâche.**

L'architecture hybridation lâche fusionne directement les positions estimées par le récepteur GNSS et la centrale inertielle. Ainsi, ces estimés sont obtenus indépendamment en utilisant les données satellitaires d'une part, et les données de la centrale inertielle d'autre part. L'avantage de cette architecture est sa facilité d'implémentation en termes de complexité calculatoire, parfois au détriment d'une perte de performance. En revanche, la détection et l'identification de mesures défaillantes sont difficilement applicables dans ce contexte. De plus, cette architecture nécessite qu'au moins quatre satellites soient en vue pour estimer les erreurs commises par la centrale inertielle.

- **L'hybridation serrée.**

L'architecture hybridation serrée fusionne les données cinématiques fournies par la centrale inertielle avec les mesures satellitaires. Bien que cette stratégie mette en jeu un système d'équations non-linéaires, cette méthode s'avère plus précise que l'hybridation lâche. La fiabilité est également améliorée dans la mesure où la détection et l'identification de panne sur les pseudo-distances sont, dans cette architecture, plus faciles que dans la première.

- **L'hybridation ultra-serrée.**

Dans ce cas, les données cinématiques de la centrale inertielle sont mises à profit dans un filtre d'hybridation pour piloter directement les opérations de corrélation entre les signaux satellitaires reçus et les répliques générées localement. Le contrôle d'intégrité est, dans ce contexte, relative-

7. Notons que cela dépend de l'horizon temporel ainsi que des capteurs inertiels considérés. La dérive de la précision des informations dépend de la qualité des capteurs. En effet, certains d'entre eux, de très haute qualité, permettent d'obtenir des informations précises même à long terme. Néanmoins, nous ne considérons pas dans ce manuscrit les capteurs inertiels de ce type.

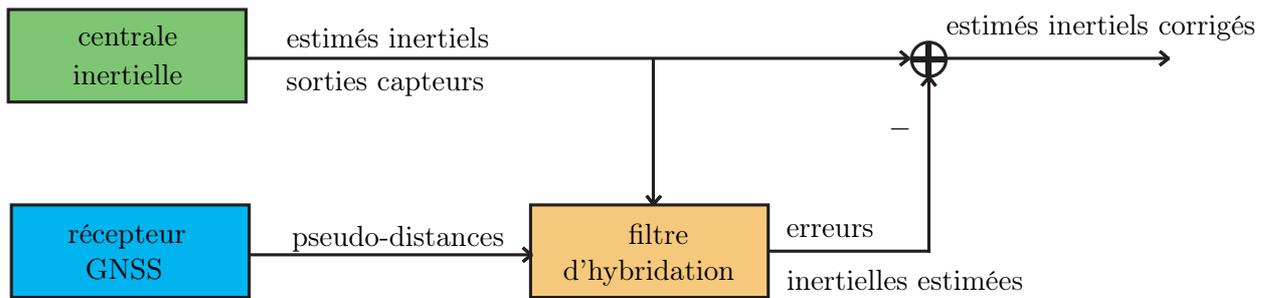


Figure 1.8 – Architecture d’hybridation retenue : hybridation serrée en boucle ouverte.

ment complexe à mettre en œuvre.

Alors que l’architecture ultra-serrée ne fonctionne qu’en boucle fermée, les architectures lâche et serrée peuvent être implémentées en configuration boucle ouverte ou boucle fermée. La configuration en boucle fermée se distingue par le fait que les estimés inertiels corrigés sont réinjectés dans la centrale inertielle à chaque instant permettant ainsi un recalage en temps réel. Comme nous le verrons par la suite, la navigation par satellite est modélisée par un système non-linéaire. Ainsi, un procédé de linéarisation est souvent effectué au niveau du filtre d’hybridation. Le principe des architectures en boucle fermée est alors de maintenir en permanence la centrale inertielle dans le domaine de linéarité. Il en résulte une meilleure linéarisation que la configuration en boucle ouverte et donc une précision accrue. En effet, au bout d’un certain temps, la linéarisation peut ne plus être assez précise, dégradant ainsi les informations fournies par le filtre d’hybridation.

En revanche, la configuration boucle fermée présente des inconvénients majeurs pour la mise en œuvre du contrôle d’intégrité. En effet, les éventuelles erreurs de la solution de navigation induites par une ou plusieurs mesures défaillantes viennent contaminer les données fournies par la centrale inertielle.

Ainsi, dans le contexte AAIM, nous nous sommes pour cette raison orientés vers une architecture serrée en boucle ouverte dont le schéma est représenté sur la figure 1.8. Les estimés inertiels corrigés représentent alors la solution de navigation qui est fournie au pilote.

1.2.5 Les limitations

L’hybridation des systèmes de navigation par satellite avec ceux de navigation inertielle a été présentée. Nous discutons, dans cette partie, de leurs limitations.

Les systèmes de navigation GNSS offrent des services de positionnement en tout point du globe terrestre et à n’importe quelle heure de la journée. De plus, avec le déploiement de nouvelles constellations comme Galileo, GLONASS, COMPASS et l’amélioration du GPS, les informations fournies à l’utilisateur seront de plus en plus précises. Bien que les signaux soient perturbés par du bruit de mesure, notamment dû au passage de l’onde dans l’atmosphère, les caractéristiques nominales de cette incertitude sont correctement modélisées.

D’autres phénomènes peuvent cependant dégrader fortement les mesures satellitaires et engendrer des erreurs importantes sur les informations de position délivrées à l’utilisateur. D’une part, l’environnement de propagation des signaux radioélectriques peut être perturbé. Ces perturbations peuvent être dues à des multitrajets ou des interférences fréquentielles. D’autre part, des dysfonctionnements provenant du satellite ou du segment de contrôle peuvent induire la diffusion d’un message de navigation erroné. L’annexe B présente un historique des défaillances satellite observées sur la constellation GPS. Ces pannes proviennent de trois sources principales :

- l’horloge satellite,
- les éphémérides : l’altitude des satellites peut être incorrecte, notamment en période d’éclipse solaire où les satellites peuvent ne pas recevoir assez d’énergie pour corriger cette erreur,

Modèles de panne	Description mathématique	
Echelon	$t < k$ $b_{i,t} = 0$	$\dot{b}_{i,t} = 0$
	$t \geq k$ $b_{i,t} = \alpha_i, \alpha_i \neq 0$	$\dot{b}_{i,t} = 0$
Rampe	$t < k$ $b_{i,t} = 0$	$\dot{b}_{i,t} = 0$
	$t \geq k$ $b_{i,t} = \beta_i(t - k), \beta_i \neq 0$	$\dot{b}_{i,t} = \beta_i$

Tableau 1.4 – Modèles de panne sur les pseudo-distances avec k le temps d’apparition de la panne et $\dot{b}_{i,t}$ la dérivée de $b_{i,t}$ par rapport au temps.

- la station de contrôle (problèmes d’origine matérielle, humaine ou logicielle),
- les erreurs du signal dues aux perturbations du signal au cours de la transmission.

En présence d’un dysfonctionnement du satellite ou du segment de contrôle, l’équation (1.1) devient :

$$\rho_{i,t} = \sqrt{(x_t - x_{i,t})^2 + (y_t - y_{i,t})^2 + (z_t - z_{i,t})^2} + b_{H,t} + \varepsilon_{i,t} + b_{i,t}, \quad (1.2)$$

avec $b_{H,t} = c\Delta\tau_t^R$ le biais de l’horloge récepteur⁸ à l’instant t et $b_{i,t} \neq 0$ dans cas d’une panne sur la pseudo-distance i .

L’OACI a défini pour l’aviation civile deux types de modélisation de panne pouvant affecter les pseudo-distances GNSS que les systèmes de navigation doivent gérer : le biais de type *échelon* et le biais de type *rampe* qui sont définis dans le tableau 1.4.

Ces erreurs supplémentaires peuvent grandement fausser l’estimation de la position. Bien qu’elles ne soient pas fréquentes⁹, elles doivent donc être impérativement détectées et identifiées. L’ensemble des dispositifs mis en œuvre à cet effet est appelé *contrôle d’intégrité*, sujet central de ce manuscrit et introduit dans la partie suivante.

1.3 Le contrôle d’intégrité

Comme évoqué précédemment, les mesures satellitaires peuvent présenter des défaillances en plus du bruit de mesure nominal. Ces dernières peuvent engendrer des erreurs importantes sur les informations de position fournies à l’utilisateur. Dans des applications comme l’aviation où la fiabilité des informations de position est cruciale, ces défaillances doivent impérativement être gérées. Ce processus, appelé *contrôle d’intégrité*, doit non seulement être capable de détecter une ou plusieurs défaillances parmi les pseudo-distances, mais également permettre l’identification des mesures satellitaires défaillantes dans le but de les exclure.

Pour être certifié par l’OACI, tout système de navigation doit satisfaire aux exigences de performances pour toutes les phases de vol d’un avion civil définies dans [ICAO 06]. Dans le cas des systèmes de navigation GNSS, l’utilisation et la combinaison des différents éléments du GNSS doivent être conformes à des normes liées aux SIS (pour Signal-In-Space en anglais). Nous pouvons citer [Ober 03] comme référence sur la problématique de l’intégrité des systèmes de navigation.

Nous spécifions dans une première partie les différents types d’opération d’un avion civil. Nous présentons ensuite les critères de performances liés au contrôle d’intégrité. Les exigences opérationnelles pour tous les types d’opération sont résumées dans la troisième partie. Les algorithmes de détection et d’exclusion ainsi que les événements auxquels ils sont confrontés sont présentés par la suite. Ceux-ci mettent en jeu des paramètres détaillés dans la partie 1.3.5 qui sont liés aux exigences opérationnelles. Enfin, la dernière partie est dédiée à la présentation des critères de performance classiquement utilisés pour évaluer les algorithmes de contrôle d’intégrité : les rayons de protection et les rayons d’exclusion.

8. Le terme $\widehat{\Delta\tau}_{i,t}^S$ de l’équation (1.1) n’est plus présent dans le terme de biais d’horloge car, en pratique, la dérive des horloges des satellites est corrigée. Les modèles de correction de cette dérive peuvent être trouvés dans [Farr 98].

9. La probabilité qu’un satellite en vue de la constellation GPS soit en panne est de l’ordre de $10^{-5}/h/SV$ [RTCA 06].

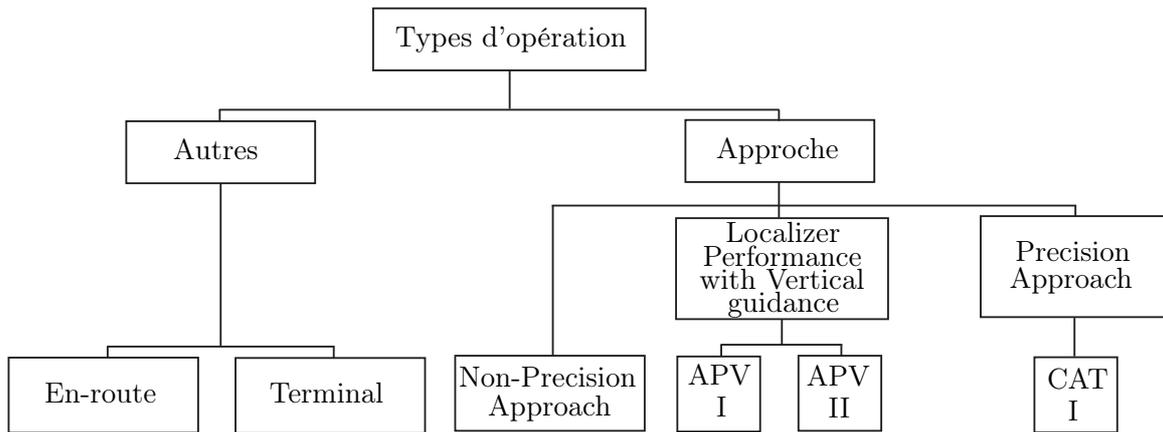


Figure 1.9 – Représentation hiérarchique des types d’opération.

1.3.1 Les différents types d’opération d’un avion civil

Le vol d’un avion peut être décomposé en plusieurs phases [ICAO 10]. L’OACI a défini différents types d’opération ayant des exigences opérationnelles différentes dont une représentation hiérarchique est donnée sur la figure 1.9. Ci-dessous, sont listés les types d’opérations par ordre croissant d’exigences :

- En-route : type d’opération au-dessus de l’océan généralement caractérisé par une densité du trafic aérien faible.
- Terminal : type d’opération avec changement d’altitude caractérisé par une densité du trafic aérien modérée ou élevée.
- Non-Precision Approach (NPA) : type d’opération correspondant au début de l’approche pour l’atterrissage et nécessitant une précision plus grande que pour les deux types d’opération précédents.
- APproach and landing operations with Vertical guidance (APV) : type d’opération appartenant à la phase LPV (pour Localizer Performance with Vertical guidance en anglais) subdivisé en deux phases (APV-I et APV-II) correspondant à l’atterrissage de l’avion et imposant des contraintes de précision et de fiabilité fortes. L’APV-II diffère de l’APV-I en termes de précision verticale.
- CAT I (CAT pour catégorie) : type d’opération appartenant à la phase approche de précision dont les performances requises sont les plus exigeantes.

La partie suivante est dédiée aux critères de performances du contrôle d’intégrité.

1.3.2 Les critères de performances

Avant de présenter les notions principales utilisées dans le contrôle d’intégrité pour la navigation par satellite, il convient de définir la notion de défaillance de positionnement. On dit qu’il y a une défaillance de positionnement lorsque la différence entre la position réelle de l’avion et celle fournie par le système de navigation dépasse les bornes d’alerte du type d’opération considéré. Les bornes d’alerte sont des bornes sur l’erreur de positionnement que nous détaillons par la suite.

La précision

La précision de la position correspond à des bornes sur la racine de l’erreur quadratique entre les valeurs estimées par le système de navigation et les valeurs réelles à un instant donné. Ces bornes sont appelées FOM (pour Figure Of Merit en anglais). Elles sont définies par l’OACI [RTCA 06] comme étant égales à 2drms^{10} . Ces bornes traduisent la précision de la solution de navigation délivrée par le système et sont définies avec un indice de confiance de 95%. C’est-à-dire que, pour une position estimée, la

10. Dans le cas où un filtre récursif réalise l’estimation de position, l’unité drms est définie pour le plan horizontal $\text{drms}_H = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ et pour l’axe vertical $\text{drms}_V = \sigma_z$, avec σ_x , σ_y et σ_z l’écart-type fourni par le filtre récursif selon l’axe x_n , y_n et z_n du repère de navigation, respectivement.

probabilité que l'erreur réelle de position soit inférieure aux bornes indiquées doit être d'au moins 95%.

L'intégrité

L'intégrité est une mesure de confiance qui traduit la capacité d'un système à fournir en un temps maximum prédéfini des alertes réelles de fonctionnement lorsque le système ne satisfait plus aux exigences de l'OACI pour le type d'opération en cours. L'intégrité est définie par les bornes d'alerte, le temps d'alerte et le risque d'intégrité.

- Les **bornes d'alertes** désignent les erreurs de position maximales que le système peut commettre en respectant les contraintes d'intégrité. Ces bornes sont définies pour l'erreur de position horizontale et verticale. Ainsi, ces bornes sont nommées respectivement HAL (pour Horizontal Alert Limit en anglais) et VAL (pour Vertical Alert Limit en anglais).
- Le **temps d'alerte** TTA (pour Time-To-Alert en anglais) est l'intervalle de temps maximum autorisé entre l'instant où le système ne satisfait plus aux exigences opérationnelles du type d'opération et l'instant où le système indique une alerte de navigation.

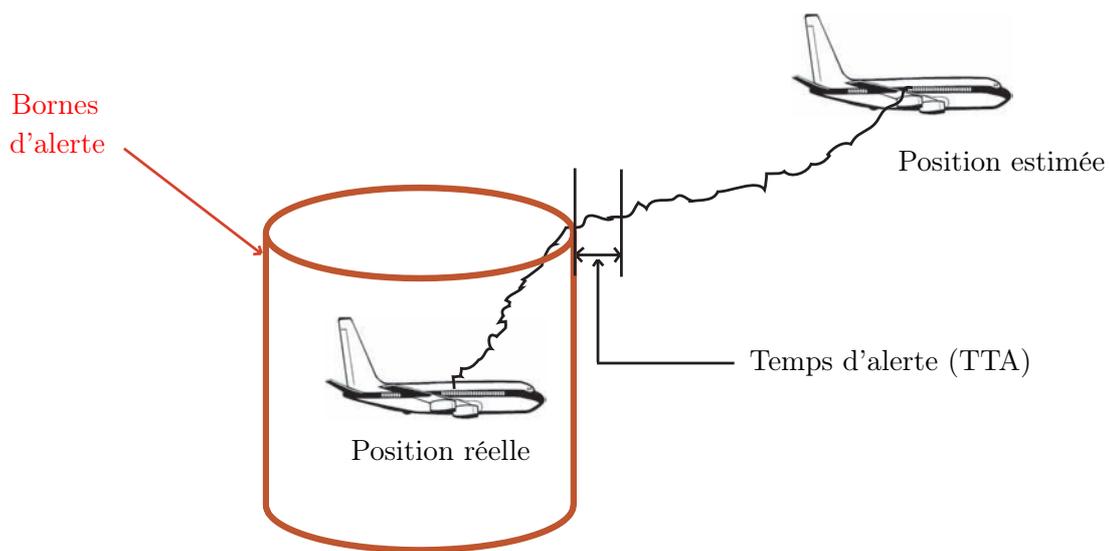


Figure 1.10 – Le temps d'alerte.

- Le **risque d'intégrité** désigne la probabilité qu'une erreur de position soit supérieure aux bornes d'alertes et non détectée par le système dans un temps d'alerte donné. Elle est exprimée par unité de temps ou par approche selon le type d'opération.

La disponibilité

La disponibilité du système est le pourcentage de temps durant lequel celui-ci fournit des informations de navigation avec un niveau de performance correspondant aux contraintes fixées par le type d'opération. En d'autres termes, la disponibilité correspond au pourcentage de temps où le système est capable de détecter une défaillance de positionnement en respectant les exigences de performances imposées par le type d'opération.

La continuité du service

La continuité du service est la capacité du système à fournir en continu une information de navigation en respectant les contraintes de précision et d'intégrité imposées par le type d'opération. La continuité du service est exprimée en terme de probabilité que le service soit interrompu, appelée *risque de continuité*. En d'autres termes, la continuité du service correspond à la période où le système est capable de détecter mais également de corriger une défaillance de positionnement en respectant les performances imposées par le type d'opération.

Type d'opération	Précision		Intégrité				Disponibilité	Continuité
	Horizontale	Verticale	Temps d'alerte	HAL	VAL	Risque d'intégrité		
En-route	3,7 km	n/a	5 min	de 7,4 km à 3,7 km	n/a	$10^{-7}/h$	de 0,99 à 0,99999	de $1 - 10^{-4}/h$ à $1 - 10^{-8}/h$
En-route, Terminal	0,74 km	n/a	15 s	1,85 km	n/a	$10^{-7}/h$	de 0,99 à 0,99999	de $1 - 10^{-4}/h$ à $1 - 10^{-8}/h$
Initial approach, intermediate approach, NPA, départure	220 m	n/a	10 s	556 m	n/a	$10^{-7}/h$	de 0,99 à 0,99999	de $1 - 10^{-4}/h$ à $1 - 10^{-8}/h$
APV I	16 m	20 m	10 s	40 m	50 m	$2.10^{-7}/\text{approche}$	de 0,99 à 0,99999	$1 - 8.10^{-6}/15s$
APV II	16 m	8 m	6 s	40 m	20 m	$2.10^{-7}/\text{approche}$	de 0,99 à 0,99999	$1 - 8.10^{-6}/15s$
CAT I	16 m	de 4 à 6 m	6 s	40 m	de 10 à 15 m	$2.10^{-7}/\text{approche}$	de 0,99 à 0,99999	$1 - 8.10^{-6}/15s$

Tableau 1.5 – Exigences opérationnelles SIS [ICAO 06].

1.3.3 Les exigences opérationnelles

Afin d'évaluer la fiabilité d'un système, il est nécessaire de considérer l'erreur globale du système. Le système est divisé hiérarchiquement en sous-systèmes dont le système de navigation n'est qu'une partie. Ainsi, les performances des sous-systèmes influent sur celles du système global. Les erreurs associées au système de navigation sont issues de l'équipement embarqué, d'une part, et des erreurs dans les signaux radioélectriques transmis, appelées SIS (pour Signal-In-Space en anglais), d'autre part. Dans ce manuscrit, nous considérons uniquement les erreurs de type SIS.

Les exigences opérationnelles SIS spécifient les performances que les systèmes de navigation GNSS doivent fournir pour être utilisés pour un type d'opération spécifique. Chaque type d'opération possède des contraintes sur la précision, la fiabilité, la disponibilité et la continuité du système plus ou moins importantes. En effet, les types d'opération correspondant à l'atterrissage sont par exemple plus contraignants que ceux où l'avion est à haute altitude. Le tableau 1.5 présente les exigences opérationnelles SIS définies par l'OACI [ICAO 06] pour les différents types d'opération.

Un nouveau concept de procédure d'approche, dénommé LPV200, a été proposé dans [DeCl 07]. Le principe du concept LPV200 est de fournir un guidage verticale à partir de 200 pieds au-dessus de la piste d'atterrissage jusqu'à l'atterrissage complet de l'avion. LPV200 est un type d'opération qui inclut l'APV I et l'APV II. Ses exigences opérationnelles sont un mélange de celles d'APV I et d'APV II. Celles-ci ne sont pas reportées dans le tableau 1.5 dans la mesure où ce type d'opération n'a pas été encore validé par l'OACI. Néanmoins, le lecteur peut se référer à [Mart 08] pour plus de précision sur ce concept.

La partie suivante a pour objet les algorithmes de détection et d'exclusion des systèmes de navigation par satellite.

1.3.4 L'algorithme de détection et d'exclusion

Les algorithmes de contrôle d'intégrité des systèmes de navigation GNSS comportent deux fonctions principales. La première est la fonction de détection de panne. Elle fait référence notamment à l'intégrité du système, c'est-à-dire sa capacité à évaluer la fiabilité des informations que le système fournit. Les critères d'évaluation de cette fonction sont les rayons de protection horizontal et vertical. Ils sont liés à la notion de disponibilité du système. La génération d'une alarme de la fonction de détection indique la présence d'une ou plusieurs pannes satellite. Cette alarme entraîne alors l'activation de la seconde fonction dont l'objectif est l'identification des mesures défaillantes dans le but de les exclure. Elle permet au système de navigation GNSS de continuer à fournir des informations fiables qui satisfont aux exigences opérationnelles. Elle est reliée à la continuité du système et est évaluée au moyen des rayons d'exclusion horizontal et vertical. Les rayons de protection ainsi que les rayons d'exclusion sont détaillés dans la partie 1.3.6.

Dans la suite du manuscrit, bien que nous ne le spécifions pas explicitement, l'identification des mesures satellitaires défaillantes entraîne leur exclusion du groupe de mesures utilisé pour calculer la solution de navigation.

Nous définissons dans un premier temps les différents états du système de navigation qui sont résumés dans le tableau 1.6 :

- **Opération normale** est l'état où le système respecte les exigences opérationnelles et l'indique au pilote.
- **Alerte réelle** désigne l'état où une défaillance de positionnement est présente et que le système indique qu'il ne satisfait pas aux exigences opérationnelles.
- **Fausse alerte** représente le cas où le système indique une défaillance de positionnement alors qu'en réalité les exigences opérationnelles sont respectées.
- **Alerte manquée** est l'état où, en présence d'une défaillance de positionnement, le système ne fournit pas d'alerte concernant l'intégrité des informations qu'il délivre.

		Etat du positionnement	
		Pas de défaillance de positionnement	Défaillance de positionnement
Défaillance	Détection	Fausse alerte	Alerte réelle
	Pas de détection	Etat normal	Alerte manquée

Tableau 1.6 – Les quatre états du système de navigation.

Ainsi, les différents évènements critiques qui peuvent conduire le système aux quatre états énoncés dans le tableau 1.6 sont reportés ci-dessous :

– **Une détection manquée**

Une détection manquée apparaît lorsqu’il y a une défaillance de positionnement qui n’est pas détectée par l’algorithme de contrôle d’intégrité au bout du temps d’alerte spécifié par le type d’opération considéré.

– **Une mauvaise exclusion**

Une mauvaise exclusion est définie par une défaillance de positionnement qui n’est plus détectée au bout du temps d’alerte spécifié après la détection et l’exclusion d’une ou plusieurs mesures satellitaires.

La détection manquée et la mauvaise exclusion sont des évènements qui engendrent une alerte manquée et sont donc directement reliées au risque d’intégrité. Ces deux évènements sont donc critiques puisqu’ils remettent en cause la fiabilité des informations fournies par le système.

– **Une fausse détection**

Une fausse détection apparaît lorsque l’algorithme de contrôle d’intégrité indique une anomalie alors qu’il n’y a pas de réelle défaillance de positionnement.

Lorsque l’exclusion n’a pas pu être réalisée après une fausse détection, l’algorithme de contrôle d’intégrité indique une alerte de navigation qui, dans ce cas, est une fausse alerte de navigation.

– **Une exclusion échouée**

Une exclusion échouée apparaît lorsqu’il y a une défaillance de positionnement détectée mais que l’algorithme de contrôle d’intégrité n’est pas parvenu à réaliser l’exclusion permettant d’éliminer l’alerte dans le temps d’alerte spécifié par le type d’opération considéré.

Une exclusion échouée résulte toujours en une alerte de navigation réelle.

Les alertes de navigation, fausses ou réelles, engendrent des interruptions de service et sont donc liées à la continuité du service.

La figure 1.11 présente ces différents évènements. Ce diagramme est inspiré de celui présenté dans la DO229D [RTCA 06]. Contrairement à l’original, ce diagramme permet de représenter les évènements de détection de Défaillance de Positionnement, notée DdP, conditionnés à la présence et l’absence de panne. Ainsi, le cercle est divisé en quatre : le demi-cercle supérieur représente les différents évènements en absence de DdP, le demi-cercle inférieur en présence de DdP, celui de gauche en absence de panne et celui de droite en présence d’anomalie. Notons que les évènements entre guillemets sur ce diagramme sont donnés du point de vue de la panne et non pas de la DdP.

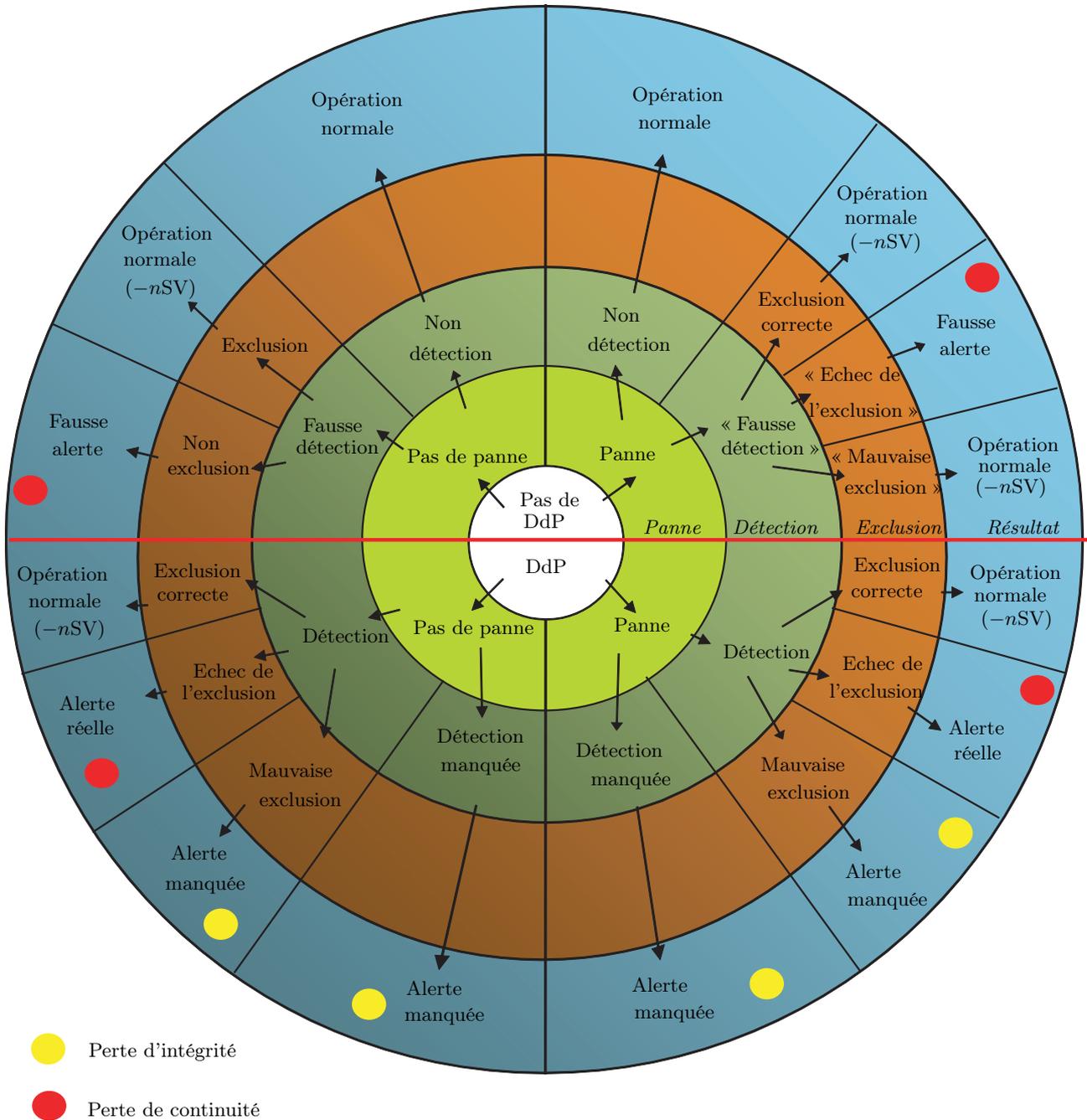


Figure 1.11 – Diagramme (proposé) des différents scénarios de détection et exclusion de panne où « DdP » signifie *Défaillance de Positionnement*.

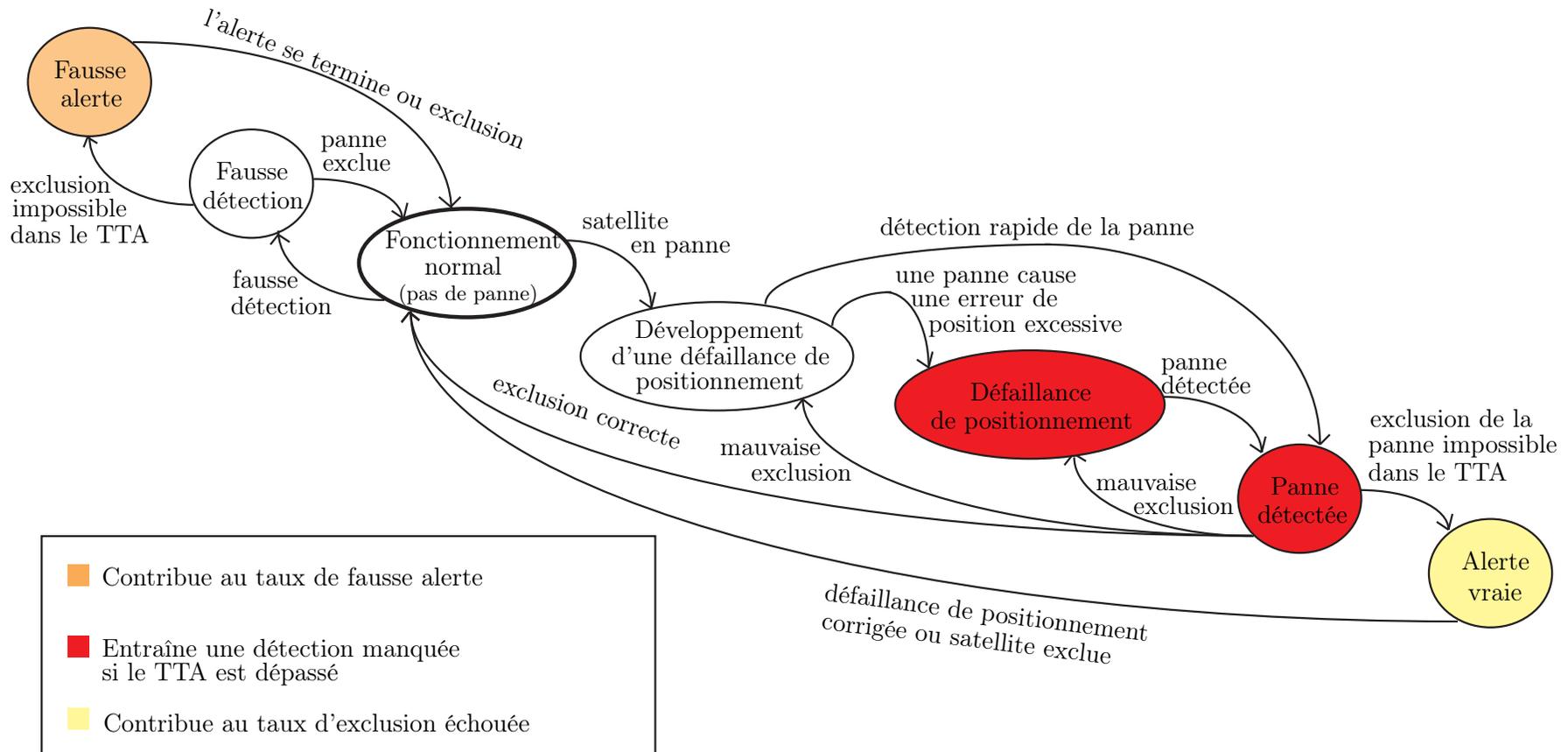


Figure 1.12 – Chaîne de Markov pour les algorithmes de détection et exclusion de panne [RTCA 01].

Ainsi, la fausse détection, l'échec de l'exclusion et la mauvaise exclusion situés dans le quart de cercle en haut à droite ne sont pas les événements critiques du point de vue de la DdP énoncés précédemment. Une présentation plus détaillée est disponible dans l'annexe C.

La figure 1.12, issue de [RTCA 01], propose une interprétation sous forme de chaîne de Markov qui permet de mieux visualiser l'enchaînement des événements associés à la détection de panne. Il est à noter que ce diagramme ne représente pas les DdP en absence de panne. De plus, l'état « Panne détectée » entraîne une détection manquée si celle-ci s'effectue une fois que le TTA est dépassé.

La partie suivante présente les paramètres des algorithmes de contrôle d'intégrité liés aux critères de performance introduits dans la partie 1.3.2 et aux événements énoncés ci-dessus.

1.3.5 Les paramètres des algorithmes de contrôle d'intégrité

1.3.5.1 Risque d'intégrité, probabilité de détection manquée

Le risque d'intégrité constitue un des éléments critiques des algorithmes de contrôle d'intégrité. En effet, il traduit le fait que le système fournisse au pilote des informations qui ne respectent pas les exigences de l'OACI sans lever une alerte de navigation. En pratique, cet événement est appelé une *alerte manquée*. Du point de vue de l'utilisateur, une alerte manquée correspond à une information de navigation erronée (*misleading information* en anglais) si l'erreur de position est supérieure aux bornes de protection mais inférieure aux bornes d'alerte. En revanche, elle correspond à une information de navigation erronée et dangereuse (appelée HMI pour *Hazardously Misleading Information* en anglais) quand l'erreur de position est supérieure aux bornes d'alerte alors que les bornes de protection sont inférieures aux bornes d'alerte. Ainsi, la probabilité HMI est parfois confondue avec le risque d'intégrité. Comme le montre la figure 1.11, les deux événements qui conduisent à une alerte manquée sont : la détection manquée et la mauvaise exclusion auxquelles on associe respectivement la probabilité de détection manquée P_{md} et la probabilité de mauvaise exclusion P_{we} .

Ainsi, il est possible d'effectuer une allocation du risque d'intégrité P_{ir} selon les différents événements possibles menant à une alerte manquée. Théoriquement, la décomposition du risque d'intégrité se fait comme suit :

$$\begin{aligned}
 P_{ir} &= P_{ird} + P_{ire}, & (1.3) \\
 \text{où } P_{ird} &= \mathbf{Pr} [\text{Evènement D}] \\
 P_{ire} &= \mathbf{Pr} [\text{Evènement E}],
 \end{aligned}$$

avec :

- Evènement D : $\Delta \mathbf{X}_t \geq AL$ et pas de détection durant le TTA,
- Evènement E : $\Delta \mathbf{X}_t \geq AL$ et détection à $t - L$, plus mauvaise exclusion et pas de détection après l'exclusion durant le TTA,
- AL les bornes d'alerte qu'elles soient horizontale ou verticale,
- $\Delta \mathbf{X}_t$ l'erreur de position dans le repère de navigation selon le plan considéré (horizontal ou vertical),
- L un intervalle de temps ($L \geq TTA$).

A noter que pour simplifier la décomposition du risque d'intégrité, les erreurs de position selon le plan horizontal et l'axe vertical sont confondues.

Chaque terme de l'équation (1.3) peut se décomposer selon les modes de panne considérés. Nous considérons ici les hypothèses jusqu'ici classiquement admises à savoir le cas sans panne et le cas d'une

panne satellite :

$$P_{ird} = \Pr[\text{Evènement D} \mid \text{pas de panne}] \times P_{\text{pas de panne}} + \Pr[\text{Evènement D} \mid 1 \text{ panne sur } N] \times P_{1\text{sur}N}, \quad (1.4)$$

$$P_{ire} = \Pr[\text{Evènement E} \mid \text{pas de panne}] \times P_{\text{pas de panne}} + \Pr[\text{Evènement E} \mid 1 \text{ panne sur } N] \times P_{1\text{sur}N}, \quad (1.5)$$

avec $P_{\text{pas de panne}}$ la probabilité d'absence de panne et $P_{1\text{sur}N}$ la probabilité qu'une et une seule mesure soit défaillante parmi les N mesures satellitaires disponibles.

L'évènement E associé à la mauvaise exclusion implique les performances du procédé d'identification de panne. Comme cela est souligné dans [Ober 06], l'influence exacte de ce dernier sur l'intégrité du système est difficile à évaluer. Ober propose, dans un contexte RAIM, d'allouer le risque d'intégrité différemment lorsqu'une détection d'anomalie est réalisée [Ober 06]. En pratique, cela se traduit par une augmentation de la probabilité de détection manquée et donc des rayons de protection après la détection de panne. Cependant, comme ce qui est fait dans [Esch 03] et dans la plupart des algorithmes de contrôle d'intégrité, nous répartissons, par souci de simplification, uniquement le risque d'intégrité sur les probabilités de détection manquée associées aux différents modes de panne. Ainsi, la décomposition du risque d'intégrité P_{ir} se fait comme suit :

$$P_{ir} = \sum_{i=0}^1 P_{mdi} \times P_{modei}, \quad (1.6)$$

où :

- P_{mdi} pour $i \in [0, 1]$ la probabilité de détection manquée allouée à l'évènement représenté par le mode de panne associé à P_{modei} ,
- $P_{mode0} = P_{\text{pas de panne}}$, $P_{mode1} = P_{1\text{sur}N}$ et $P_{md0} = P_{ff}$ avec P_{ff} la probabilité qu'une défaillance de positionnement apparaisse en absence de panne.

A partir de l'équation (1.6), il est possible de réaliser une allocation du risque d'intégrité. Nous détaillerons cet aspect dans la partie 2.4.2.

Notons que la probabilité de détection manquée est exprimée sans unité. En réalité, l'évènement détection manquée est défini comme une succession de détections manquées pendant l'intervalle de temps d'alerte TTA défini par le type d'opération. Ainsi, afin de prendre en compte cet aspect, la probabilité de détection manquée à chaque instant pour chaque mode de panne considéré est $(P_{mdi})^{1/TTA}$, $\forall i \in [0, 1]$.

Dans le but de simplifier les écritures, P_{md} et P_{mdi} font pour la suite implicitement référence à la P_{md} ou P_{mdi} en tenant compte du temps d'alerte TTA du type d'opération considéré.

1.3.5.2 Probabilité de fausse alerte, probabilité de fausse détection

La continuité du système est en partie liée au taux de fausses alertes du système de navigation. Ainsi, l'OACI définit les taux maximum de fausses alertes, noté P_{fa} , selon le type d'opération considéré. En se reportant à la figure 1.11 et à la discussion de l'annexe C, l'évènement considéré correspondant à une fausse alerte de navigation correspond à la combinaison d'une fausse détection suivie d'une exclusion échouée. Ainsi, le tableau 1.7 récapitule les taux maximum de fausses alertes préconisés dans [RTCA 06] selon les différents types d'opération, et donc les probabilités de fausses détection P_{fd} associées.

Notons que nous considérons ici que les échantillons sont indépendants, contrairement à la DO229D

Type d'opération	En-route, terminal, NPA	APV I-II
Taux maximum de de fausse alerte [RTCA 01]	$10^{-5}/h$	$2.10^{-5}/\text{approche}$
Probabilité de fausse détection (P_{fd})	$2,7778.10^{-9}/s$	$1,3333.10^{-7}/s$

Tableau 1.7 – Taux maximum de fausses alertes.

[RTCA 06] qui fournit les taux maximum de fausse alerte en considérant la SA activée¹¹. Nous revenons sur cette remarque dans la partie 1.3.5.4. De plus, afin de traduire le taux de fausse alerte donné par approche (et non par heure) pour les opérations de type APV, nous avons considéré le fait qu'une approche dure 150 s.

1.3.5.3 Probabilité d'exclusion échouée, probabilité de fausse décision d'exclusion

- Selon [RTCA 06], un échec d'exclusion peut être le résultat d'un des deux événements suivants :
- le système ne parvient à identifier aucune mesure défaillante au terme du TTA mais détecte toujours une défaillance de positionnement,
 - le système parvient à exclure une ou plusieurs mesures mais détecte toujours une défaillance de positionnement au terme du TTA.

Cette seconde situation peut notamment apparaître dans le cas où le système attribue la ou les pannes à des mesures satellitaires en réalité correctes. Par analogie au procédé de détection, nous pouvons considérer que le premier événement est similaire à une détection manquée (ici identification manquée) tandis que le second est identique à une fausse détection (ici fausse décision d'exclusion). Ainsi, les rayons d'exclusion dépendent des probabilités associées à ces deux événements.

Ces événements étant indépendants, il est alors possible de réaliser une allocation. Pour notre étude, nous considérons donc uniquement le second événement. Ainsi, nous attribuons la totalité de la P_{fe} à ce que nous appelons la probabilité de fausse décision d'exclusion, notée P_{fde} . Nous définissons la probabilité de fausse décision d'exclusion comme la probabilité qu'un test de défaillance associé à une mesure saine dépasse son seuil de décision au niveau du procédé d'identification.

La probabilité de fausse décision d'exclusion qui, dans le pire cas peut entraîner un échec d'exclusion, est alors définie en fonction du TTA :

$$P_{fde} = \frac{P_{fe}}{\text{TTA}}. \quad (1.7)$$

Selon la DO229D [RTCA 06], la probabilité d'exclusion échouée est $P_{fe} = 10^{-3}$ quel que soit le type d'opération considéré.

1.3.5.4 Remarques

Les paramètres des algorithmes de contrôle d'intégrité sont exprimés par échantillon alors que les exigences opérationnelles sont exprimées par approche ou par unité de temps. Néanmoins, lorsque les mesures sont corrélées, la conversion n'est pas directe. Ainsi, en considérant une opération d'une durée T_{op} et un temps de corrélation des mesures inférieur à T_c , le nombre d'échantillons indépendants est $N_s = T_{op}/T_c$ durant l'opération. Dans ce cas, le risque d'intégrité par exemple¹² associé au type d'opération peut être divisée par N_s afin de distribuer de manière équiprobable le risque d'intégrité sur

11. Le dispositif SA (pour Selective Availability en anglais) est un procédé de détérioration volontaire de la précision du signal GPS mis en place par les Etats-Unis pour des raisons militaires. Néanmoins, le brouillage SA est désactivé depuis 2000.

12. Cette remarque est valable pour tous les critères de performances, à savoir le taux maximum de fausses alertes, la probabilité d'exclusion échouée et la probabilité de mauvaise exclusion.

les échantillons indépendants. Nous soulignons que cette conversion est approximative dans la mesure où elle n'est valide que dans le cas d'une dépendance totale entre les échantillons. Or, cette hypothèse n'est pas vérifiée pour le bruit de mesure GNSS. Ainsi, comme dans [Ober 03], nous ne considérons pas dans ce manuscrit ces temps de corrélation pour le calcul des paramètres des algorithmes de contrôle d'intégrité.

Nous présentons dans la partie suivante les rayons de protection et d'exclusion liés à la disponibilité et à la continuité du système.

1.3.6 Les rayons de protection et les rayons d'exclusion

Afin d'évaluer les performances des algorithmes de contrôle d'intégrité, deux critères sont utilisés. Le premier traduit la capacité du système à détecter une défaillance de positionnement et est donc lié à la disponibilité du système. Le second est lié à la continuité du service et traduit les performances du système à corriger les défaillances de positionnement.

Ainsi, pour le premier critère, les rayons de protection définissent des bornes d'erreur de positionnement que le système ne peut dépasser sans détecter une défaillance de positionnement pour une probabilité d'alerte manquée (i.e., un risque d'intégrité) donnée, notée P_{ir} , et dans le temps d'alerte maximal défini par le type d'opération. On distingue le rayon de protection horizontal, noté HPL, et le rayon de protection vertical, noté VPL. Ces deux bornes, exprimées habituellement en mètres dans le repère de navigation, définissent alors un cylindre. Les rayons de protection sont liés à la disponibilité du système. En effet, pour que le service soit disponible, il faut que les rayons de protection soient inférieurs ou égaux aux bornes d'alerte spécifiées par le type d'opération. En d'autres termes, il faut $HPL \leq HAL$ et $VPL \leq VAL$.

Comme présenté dans la partie 1.3.4, une détection manquée et une mauvaise exclusion conduisent à une alerte de navigation manquée (i.e., une défaillance de positionnement non détectée). Ainsi, les rayons de protection dépendent théoriquement de la probabilité de détection manquée, notée P_{md} , et de la probabilité de mauvaise exclusion, notée P_{we} . Comme nous l'avons vu avec l'allocation du risque d'intégrité dans l'équation (1.6), le calcul des rayons de protection ne considère en pratique que la

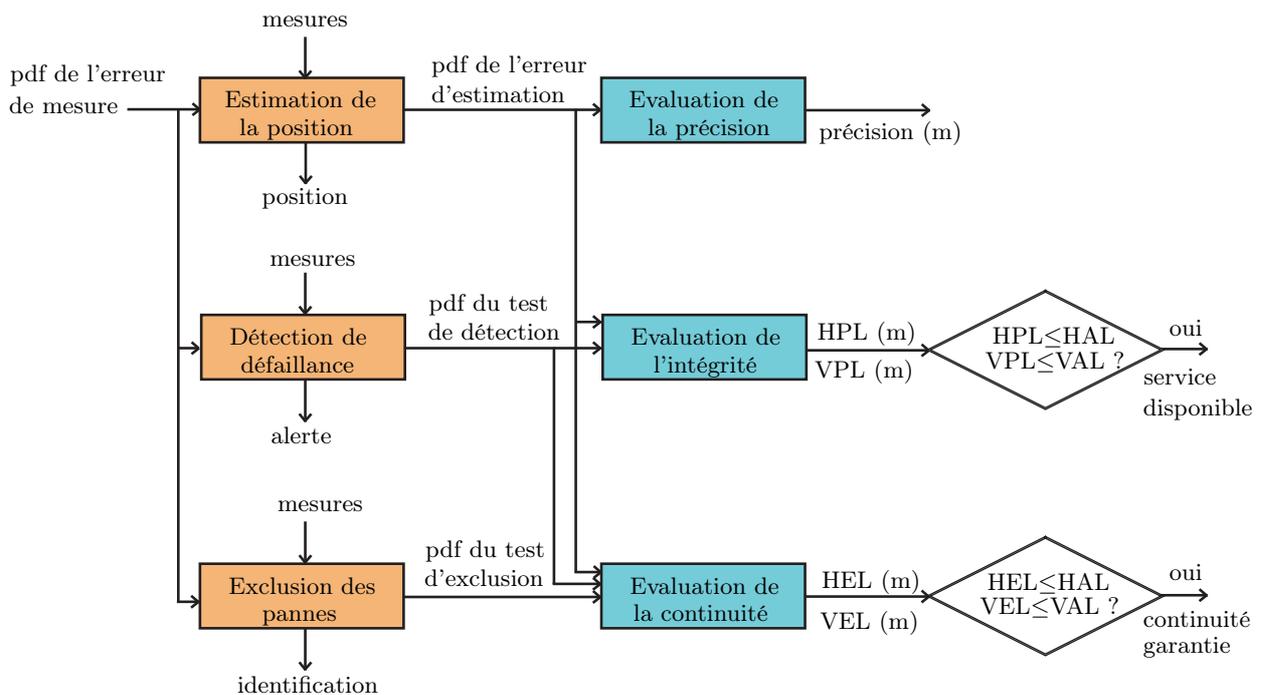


Figure 1.13 – Relation entre les différentes notions du contrôle d'intégrité où « pdf » signifie densité de probabilité.

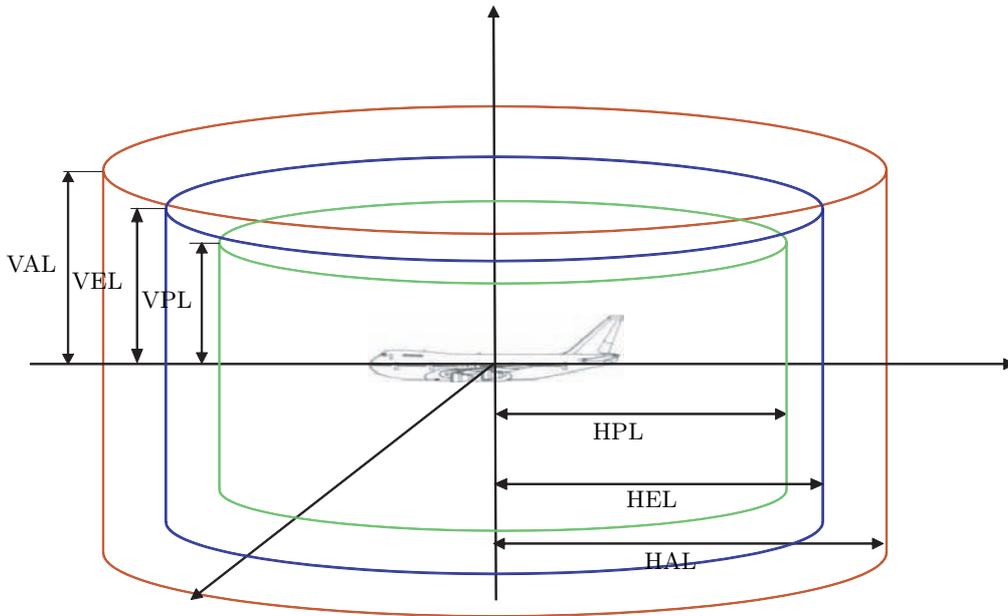


Figure 1.14 – Les rayons de protection et d’exclusion.

détection manquée et donc ne dépend pas de la P_{we} .

De la même manière, pour le second critère, les rayons d’exclusion définissent des bornes d’erreur de positionnement que le système ne peut dépasser sans parvenir à corriger la défaillance de positionnement pour une probabilité d’alerte manquée et une probabilité d’exclusion échouée, notée P_{fe} , dans le temps d’alerte maximal définis par le type d’opération. Tout comme les rayons de protection, on distingue le rayon d’exclusion horizontal, noté HEL, et le rayon d’exclusion vertical, noté VEL. Ils sont également exprimés en mètres et définissent un cylindre dans le repère de navigation. Les rayons d’exclusion sont liés à la continuité de service. Pour l’assurer, il faut que les rayons d’exclusion soient inférieurs aux bornes d’alerte spécifiées par le type d’opération considéré, c’est-à-dire il faut vérifier $HEL \leq HAL$ et $VEL \leq VAL$.

La figure 1.13 propose une relation entre la précision, la disponibilité et la continuité du système. Comme nous pouvons le remarquer, les paramètres de performances (précision, rayons de protection et d’exclusion) sont exprimés en fonction des densités de probabilité des différentes variables. La figure 1.14 illustre, quant à elle, les rayons de protection et d’exclusion pour des bornes d’alertes données.

Outre les rayons de protection et d’exclusion, un autre critère de performance est parfois évalué qui garantit au pilote la continuité du service avant de commencer une opération. Ce critère est appelé *prédiction de la continuité du service* par Ober [Ober 03]. Cette prédiction se traduit en probabilités prédites d’alerte, d’alerte manquée et de fonctionnement normal et permet d’informer le pilote de la faisabilité d’un type d’opération avec cet outil de navigation.

Dans ce manuscrit, nous considérons uniquement les rayons de protection.

Plusieurs méthodes existent pour évaluer les rayons de protection d’un algorithme de contrôle d’intégrité. Nous proposons de les classer selon les deux types suivants :

- La méthode dite *classique* fondée sur le biais minimum détectable.
Cette méthode repose sur l’amplitude du biais que le test de détection peut détecter sur chaque pseudo-distance pour une probabilité de détection manquée. L’erreur sur la solution de navigation induite par les biais est ensuite évaluée.
- La méthode fondée sur le calcul de la probabilité de détection manquée [Mart 08].

Cette approche repose sur la logique inverse de celle utilisée dans la première. Ainsi, la probabilité de détection manquée pour des bornes d’alerte données est calculée par l’algorithme. Si celle-ci est inférieure à celle requise par le type d’opération, alors l’intégrité est garantie et le service est disponible.

Dans ce manuscrit, nous considérons uniquement les rayons de protection fondés sur la méthode dite *classique* utilisant le biais minimum détectable.

Alternativement, motivées par l’augmentation des informations d’intégrité diffusées par les différents éléments du GNSS, trois nouvelles architectures permettant d’assurer l’intégrité des systèmes de navigation sont à l’étude :

- le **GIC** (pour GNSS Integrity Channel en anglais).
La totalité du contrôle d’intégrité est réalisée par les éléments extérieurs au récepteur GNSS. Le principe est alors sensiblement le même que celui des systèmes SBAS.
- le **RRAIM** (pour Relative Receiver Autonomous Integrity Monitoring en anglais).
Le contrôle d’intégrité est partagé entre les éléments extérieurs au récepteur GNSS et le récepteur GNSS.
- le **ARAIM** (pour Absolute Receiver Autonomous Integrity Monitoring en anglais).
Le contrôle d’intégrité est principalement effectué au niveau du récepteur GNSS. Contrairement au RAIM classique, l’ARAIM utilise des informations d’intégrité supplémentaires diffusées par le système, comme la probabilité de panne *a priori* de chaque satellite par exemple. L’algorithme MHSS (pour Multiple Hypothesis Solution Separation en anglais) présenté dans [Perv 98] est un exemple d’algorithme ARAIM. Le calcul des rayons de protection implique ici directement les différentes solutions de navigation entretenues en parallèle.

Une présentation détaillée de ces trois architectures ainsi que des rayons de protection associés peuvent être trouvés dans [Walt 08b], [Walt 08a] et [GEAS 08]. Nous soulignons que ce sont des architectures à l’étude et que les rayons de protection développés ne respectent pas les recommandations de l’OACI. En effet, l’évaluation des bornes de protection implique les solutions de navigation et est donc dépendante des mesures satellitaires.

1.4 Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre le principe de la navigation par satellite pour l’aviation civile ainsi que les différentes augmentations mises en œuvre pour améliorer les performances du système. Cela nous a amené à présenter les systèmes de navigation inertielle ainsi que les différentes architectures d’hybridation. Les exigences de performances requises pour l’aviation civile ont été détaillées et révèlent l’importance des algorithmes de contrôle d’intégrité pour garantir la fiabilité des informations de navigation fournies au pilote.

Dans le chapitre suivant, nous présentons les algorithmes de contrôle d’intégrité classiquement utilisés à la fois dans les contextes RAIM et AAIM. De nouvelles problématiques induites par le système GNSS multiconstellation sont ensuite mises en évidence. Les difficultés qu’elles posent pour les architectures classiques de contrôle d’intégrité sont finalement soulignées.

Chapitre 2 - Introduction

L'objet de ce chapitre est de présenter un panorama des différents algorithmes de contrôle d'intégrité actuellement utilisés afin de bien positionner nos contributions. Deux configurations sont distinguées : le contexte RAIM (pour Receiver Autonomous Integrity Monitoring en anglais) où seules les pseudo-distances issues des satellites sont utilisées pour résoudre le problème de positionnement, et le contexte AAIM qui met à profit les données cinématiques issues d'un système de navigation inertielle avec les mesures satellitaires. Bien que la thèse soit dédiée au contexte AAIM, le RAIM nous permet d'introduire de façon simple les différents éléments des algorithmes de contrôle d'intégrité.

Dans ces deux contextes, différents algorithmes de contrôle d'intégrité ont été proposés. Ils reposent sur des architectures et des stratégies différentes. Néanmoins, ils tirent tous partie de la redondance d'informations pour détecter et identifier une panne satellite. Pour être conforme aux normes de l'OACI, des bornes de performances de ces algorithmes doivent être calculées qui traduisent la capacité du système de navigation à délivrer des informations fiables : les rayons de protection.

Cependant, la définition de nouvelles phases de vol impose des exigences de performances accrues. Pour les satisfaire, une augmentation du nombre de satellites disponibles, via l'interopérabilité du GPS avec les nouveaux systèmes de navigation comme Galileo par exemple, est une des améliorations au sein du système GNSS. Néanmoins, l'accroissement du nombre de mesures satellitaires implique la prise en compte de pannes satellite multiples par les systèmes de contrôle d'intégrité. En effet, jusqu'à présent, cette hypothèse était négligée lorsque seule la constellation GPS était considérée. Il est donc crucial de concevoir des systèmes de navigation dont le dispositif de contrôle d'intégrité est capable de détecter et d'identifier des pannes satellite multiples. De plus, les contraintes de charge de calcul limitée liées aux applications embarquées ajoutent à cette problématique des verrous technologiques qu'il est nécessaire de lever.

Chapitre 2

Etat de l'art des algorithmes de contrôle d'intégrité

Sommaire

2.1	Introduction	37
2.2	Les algorithmes RAIM	38
2.2.1	L'algorithme des moindres carrés	39
2.2.2	L'algorithme LS-RAIM	41
2.3	Les algorithmes AAIM	46
2.3.1	Le filtre d'hybridation	46
2.3.2	L'algorithme MSS	49
2.4	Nouvelles problématiques des systèmes GNSS	55
2.4.1	Introduction	55
2.4.2	Allocation du risque d'intégrité dans le contexte multi pannes	57
2.4.3	Récapitulatif des paramètres utilisés	59
2.4.4	Traitement des pannes multiples	60
2.5	Conclusions	61

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les algorithmes de contrôle d'intégrité dans le cas où une seule des mesures est en panne. Bien que cette étude soit dédiée au traitement des pannes multiples, cet exposé nous permet d'introduire certaines notions et méthodes qui seront généralisées par la suite au cas de pannes multiples. De plus, la prise en compte des pannes satellite multiples a déjà été proposée par certains algorithmes de contrôle d'intégrité. Deux approches ont été considérées : modifier l'architecture pour permettre leur détection et exclusion ou bien les prendre en compte dans le risque d'intégrité. Dans ce contexte, les probabilités de pannes multiples non gérées par le système sont décomptées du risque d'intégrité afin d'être conservatif vis-à-vis de ces événements [Mart 08].

Les algorithmes de contrôle d'intégrité ont pour objet la détection et l'exclusion de panne. Comme les mesures affectées par les pannes dépendent des paramètres inconnus de navigation, le contrôle d'intégrité et le problème de navigation doivent être traités conjointement. Un algorithme de contrôle d'intégrité est donc toujours couplé à un algorithme d'estimation. Il repose sur plusieurs statistiques de test construites à partir des mesures reçues. Certaines d'entre elles permettent la détection d'anomalie, d'autres réalisent l'identification de pannes. Ces variables de test, dont le comportement statistique est généralement connu, sont alors utilisées dans des tests d'hypothèses. L'architecture générale d'un système de contrôle d'intégrité GNSS est décrite par la figure 2.1. Notons que l'utilisation d'une centrale inertielle est optionnelle et dépend du contexte. La résolution du problème de navigation peut se faire par différents algorithmes. On distingue deux types d'algorithmes : les algorithmes dits *snapshot* qui n'utilisent que les mesures à l'instant courant pour effectuer l'estimation, comme l'algorithme des

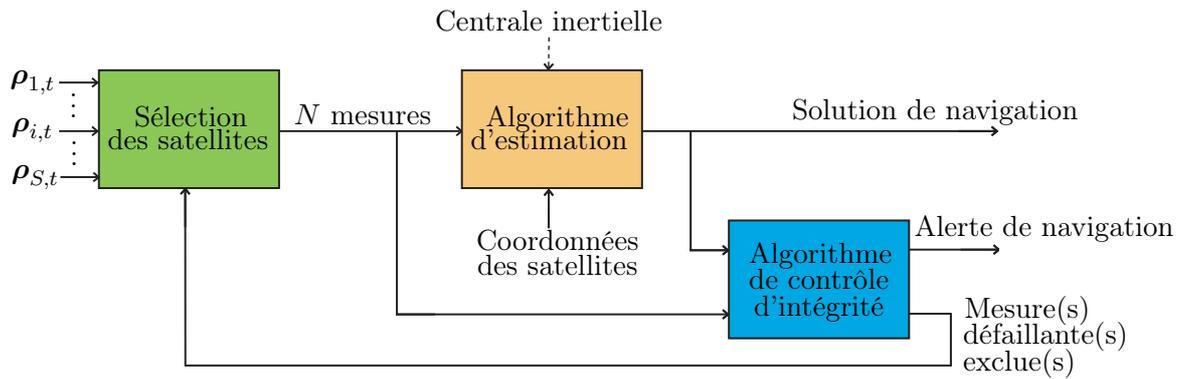


Figure 2.1 – Structure générale du contrôle d’intégrité GNSS où $\rho_{i,t}$ désigne la $i^{\text{ème}}$ pseudo-distance et S le nombre de satellites en vue, à l’instant t .

moindres carrés, et les algorithmes récursifs qui réalisent l’estimation en tenant compte de l’historique des mesures au cours du temps, comme le filtre de Kalman par exemple.

Lorsque l’algorithme de contrôle d’intégrité est associé à un algorithme d’estimation de position qui utilise uniquement les mesures satellitaires sans outil de navigation externe, on parle de contexte RAIM (pour Receiver Autonomous Integrity Monitoring en anglais) qui est le sujet de la partie 2.2. La résolution du problème de positionnement se fait alors classiquement par un algorithme des moindres carrés [Park 96] et l’architecture du contrôle d’intégrité correspondante est dénommée ici LS-RAIM (pour Least-Square RAIM en anglais). Différentes variantes de LS-RAIM ont été proposées dans la littérature. Nous présentons dans ce manuscrit la version fondée sur les résidus des moindres carrés dans la partie 2.2.2.

Lorsque le contrôle d’intégrité est associé à un algorithme d’estimation qui couple les données satellitaires à un outil de navigation extérieur, comme un système de navigation inertielle par exemple, on parle de contexte AAIM (pour Aircraft Autonomous Integrity Monitoring en anglais) qui est l’objet de la partie 2.3. Les systèmes de navigation inertielle sont couramment utilisés dans l’aviation. Comme évoqué dans le chapitre précédent, ils ont l’avantage d’être autonomes et donc insensibles aux perturbations de l’environnement. De plus, ils améliorent la précision des informations de navigation en fournissant à l’algorithme d’estimation un modèle de mouvement de l’avion précis à chaque instant. Afin de prendre en compte cette information dite *a priori* sur la dynamique du mobile, des techniques de filtrage bayésien sont alors mises en œuvre. Ainsi, le problème d’estimation de position dans un contexte de navigation intégrée a été largement étudié dans la littérature. Nous pouvons citer comme méthodes d’estimation pour résoudre ce problème : le filtre de Kalman étendu (EKF pour Extended Kalman Filter en anglais) [Park 96], le filtre de Kalman sans parfum [Gree 07] [Span 09] ou le filtre particulière [Dahi 05] [Gust 02]. Parmi ces algorithmes, l’EKF est une méthode facile à implémenter et repose sur une linéarisation qui de par la distance Terre/satellite offre une bonne approximation. Pour cette raison, il est classiquement appliqué dans l’aviation. Différents algorithmes de contrôle d’intégrité fondés sur l’EKF ont été développés dans la littérature. Nous présentons dans la partie 2.3.2 un des plus répandus : l’algorithme MSS (pour Multiple Solution Separation en anglais) qui est présenté dans l’annexe R de la DO229D [RTCA 06] et qui a fait l’objet d’un brevet [Bren 98].

La dernière partie de ce chapitre est dédiée aux nouvelles problématiques soulevées par les systèmes GNSS, à savoir la prise en compte de pannes satellite multiples dans l’algorithme de contrôle d’intégrité. Nous discuterons également des approches proposées pour traiter ce problème et mettrons en évidence leurs limitations.

2.2 Les algorithmes RAIM

Les algorithmes RAIM sont des algorithmes de détection et d’exclusion de panne intégrés directement au récepteur et n’utilisant donc que les données de radionavigation, contrairement par exemple

à d'autres algorithmes utilisant l'hybridation des pseudo-distances GNSS avec des données provenant d'une centrale inertielle ou d'un radioaltimètre. Ces algorithmes s'appliquent généralement, mais pas exclusivement, avec une estimation de position réalisée par un algorithme de type moindres carrés.

La méthode fondée sur les résidus, dénommée ici LS-RAIM, a été proposée par Brown dans [Brow 86] et est présentée dans la partie 2.2.2. Néanmoins, d'autres variantes RAIM ont été développées qui diffèrent par la variable de test utilisée pour réaliser la détection et l'identification de panne :

- La méthode des résidus [Brow 86] [Park 88] où la variable de test est fondée sur le résidu d'estimation.
- La méthode de projection sur l'espace de parité [Stur 88]. Cette méthode construit une variable de test fondée sur un vecteur résultant de la projection du vecteur de mesure sur l'espace de parité.
- La méthode de comparaison des pseudo-distances [Lee 86]. La variable de test est construite à partir de la différence entre les mesures reçues et celles prédites par un quadruplet de mesures.

Une étude comparative de ces trois méthodes est disponible dans [Brow 92]. Il y est démontré qu'elles sont identiques en termes de performance et ne diffèrent que dans le sens où leur coût calculatoire est plus ou moins élevé.

Un nouvel algorithme, appelé NIORAIM (pour Novel Integrity-Optimized RAIM en anglais), a été proposé dans [Hwan 06]. La méthode utilisée est celle de la projection sur l'espace de parité. Cependant, un moindres carrés pondérés est utilisé et l'originalité réside dans la pondération des pseudo-distances de façon à réduire les rayons de protection. Cette extension permet notamment d'améliorer la disponibilité du système. En effet, la faible disponibilité est un défaut des algorithmes RAIM présentés préalablement.

En revanche, les différentes versions du RAIM partagent le même principe qui est de mettre à profit un excédent de mesures en provenance des satellites et donc une redondance d'information pour détecter une anomalie sur les mesures satellitaires.

Nous introduisons dans la partie suivante l'algorithme des moindres carrés pour résoudre le problème de navigation. Nous détaillons ensuite l'algorithme LS-RAIM.

2.2.1 L'algorithme des moindres carrés

Comme présenté dans la partie 1.2.1, l'équation de mesure GNSS peut s'écrire comme suit :

$$\rho_{i,t} = \sqrt{(x_t - x_{i,t})^2 + (y_t - y_{i,t})^2 + (z_t - z_{i,t})^2} + b_{H,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad (2.1)$$

où $b_{H,t}$ est le biais de l'horloge récepteur à l'instant t et $\varepsilon_{i,t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ avec σ^2 la variance nominale du bruit de mesure.

Comme nous l'avons expliqué dans la partie 1.2.1, la résolution du problème de navigation par satellite requiert au minimum quatre pseudo-distances. En considérant à l'instant t un nombre N de mesures satellitaires (avec $N \geq 4$) provenant des N satellites poursuivis par le récepteur, l'équation de mesure GNSS s'écrit alors sous forme vectorielle comme suit :

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{h}_t(\mathbf{X}_t) + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (2.2)$$

où, à l'instant t :

- \mathbf{X}_t est le vecteur d'état composé du quadruplet $(x_t, y_t, z_t, b_{H,t})$,
- \mathbf{Z}_t est le vecteur d'observations concaténant les N pseudo-distances,
- \mathbf{h}_t représente une fonction non-linéaire liant les paramètres à estimer aux observations,

- $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ est un vecteur contenant les N bruits de mesure affectant les pseudo-distances ; chaque élément étant considéré comme gaussien et centré.

L'algorithme des moindres carrés permet d'estimer des paramètres inconnus à partir d'observations bruitées. De plus, les observations doivent dépendre linéairement des paramètres à estimer. Il convient donc de faire une linéarisation de l'équation (2.2) par un développement de Taylor au premier ordre. Dans un contexte d'estimation dynamique, la linéarisation se fait généralement autour du point précédemment estimé, noté $\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}$. La linéarisation au premier ordre s'écrit alors :

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{h}_t(\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}) + \nabla \mathbf{h}_t \times (\mathbf{X}_t - \widehat{\mathbf{X}}_{t-1}) + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (2.3)$$

Dans cette expression, $\nabla \mathbf{h}_t$ est une matrice de dimension $N \times 4$ contenant les dérivées partielles de \mathbf{h}_t par rapport aux composantes de \mathbf{X}_t et évaluées en $\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}$. Elle est définie comme suit :

$$\nabla \mathbf{h}_t = \begin{pmatrix} \frac{(\widehat{x}_{t-1} - x_{1,t})}{d_{1,t}} & \frac{(\widehat{y}_{t-1} - y_{1,t})}{d_{1,t}} & \frac{(\widehat{z}_{t-1} - z_{1,t})}{d_{1,t}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(\widehat{x}_{t-1} - x_{n,t})}{d_{n,t}} & \frac{(\widehat{y}_{t-1} - y_{n,t})}{d_{n,t}} & \frac{(\widehat{z}_{t-1} - z_{n,t})}{d_{n,t}} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(\widehat{x}_{t-1} - x_{N,t})}{d_{N,t}} & \frac{(\widehat{y}_{t-1} - y_{N,t})}{d_{N,t}} & \frac{(\widehat{z}_{t-1} - z_{N,t})}{d_{N,t}} & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

avec :

- $d_{i,t} = \sqrt{(\widehat{x}_{t-1} - x_{i,t})^2 + (\widehat{y}_{t-1} - y_{i,t})^2 + (\widehat{z}_{t-1} - z_{i,t})^2}$ pour $i \in [1, N]$,
- $(\widehat{x}_{t-1}, \widehat{y}_{t-1}, \widehat{z}_{t-1})$ les coordonnées spatiales du mobile dans le repère WGS84 à l'instant $t - 1$ issues du vecteur $\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}$,
- $(x_{i,t}, y_{i,t}, z_{i,t})$ les coordonnées spatiales du satellite i dans le repère WGS84 pour $i \in [1, N]$.

L'équation de mesure non-linéaire (2.2) peut alors être reformulée ainsi :

$$\mathbf{Y}_t = H_t \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (2.5)$$

où :

- $\mathbf{Y}_t = \mathbf{Z}_t - \mathbf{h}_t(\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}) + H_t \widehat{\mathbf{X}}_{t-1}$ est le vecteur de mesure de l'équation GNSS linéarisée,
- $H_t = \nabla \mathbf{h}_t$ est la matrice jacobienne de \mathbf{h}_t définie par l'équation (2.4) qui dépend de la position relative des satellites par rapport au récepteur et donc traduit l'effet de la géométrie de la constellation sur l'estimation.

A partir de l'équation (2.5), l'algorithme des moindres carrés peut alors être appliqué. Il a pour objectif de minimiser l'erreur quadratique d'estimation. Ainsi, l'estimation du vecteur d'état \mathbf{X}_t est obtenue en minimisant la fonction coût suivante :

$$J(\mathbf{X}_t) = \|\mathbf{Y}_t - H_t \mathbf{X}_t\|^2. \quad (2.6)$$

La solution des moindres carrés pour la navigation par satellite s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t = G_t \mathbf{Y}_t, \quad (2.7)$$

$$\text{avec } G_t = (H_t^T H_t)^{-1} H_t^T, \quad (2.8)$$

où G_t est appelée la pseudo-inverse de la matrice H_t .

La matrice de covariance de l'erreur d'estimation peut éventuellement être calculée comme suit :

$$P_t = \sigma^2 G_t G_t^T. \quad (2.9)$$

Après cette présentation de l'algorithme des moindres carrés appliqué à la navigation par satellites, nous détaillons à présent l'algorithme LS-RAIM.

2.2.2 L'algorithme LS-RAIM

La version que nous présentons est issue de [Brow 86] et est fondée sur l'utilisation du vecteur des résidus des moindres carrés pour décider ou non de la présence d'une anomalie sur les pseudo-distances. Néanmoins, comme cela a été souligné, ses performances sont identiques aux algorithmes LS-RAIM présentés par [Stur 88] et [Lee 86].

2.2.2.1 Le procédé de détection

L'algorithme LS-RAIM nécessite au moins cinq satellites en vue afin d'assurer la fonction de détection. Elle est fondée sur le vecteur des résidus des moindres carrés, noté $\Delta\mathbf{Y}_t$ par la suite, qui s'exprime comme la différence entre les mesures effectivement reçues et les mesures estimées à partir de la solution des moindres carrés. Le vecteur des résidus s'écrit alors :

$$\Delta\mathbf{Y}_t = \mathbf{Y}_t - H_t\widehat{\mathbf{X}}_t, \quad (2.10)$$

$$= \mathcal{D}_t\mathbf{Y}_t, \quad (2.11)$$

avec :

- $\mathcal{D}_t = \mathbf{I} - D_t$,
- $D_t = H_tG_t$,
- \mathbf{I} la matrice identité de taille $N \times N$.

Le vecteur des résidus reflète la présence ou l'absence de panne. Ainsi, en notant \mathcal{H}_0 l'hypothèse sans panne et \mathcal{H}_1 l'hypothèse qu'une panne affecte une des N pseudo-distances, on obtient :

$$\Delta\mathbf{Y}_t = \mathcal{D}_t\boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \text{sous l'hypothèse } \mathcal{H}_0, \quad (2.12)$$

$$\Delta\mathbf{Y}_t = \mathcal{D}_t(\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{b}_t) \quad \text{sous l'hypothèse } \mathcal{H}_1, \quad (2.13)$$

avec, à l'instant t :

- $\mathbf{b}_t = [0, \dots, \mathbf{b}_{i,t}, \dots, 0]^T$ le vecteur de biais,
- $\mathbf{b}_{i,t}$ la composante du biais non-nul sur la $i^{\text{ème}}$ mesure qui peut éventuellement évoluer au cours du temps.

En l'absence de panne, le vecteur de résidus $\Delta\mathbf{Y}_t$ est donc à moyenne nulle et il est décentré dans le cas contraire. La variable de test, qui est scalaire, est classiquement exprimée comme la somme du carré des résidus généralement normalisée par la variance nominale σ^2 du bruit de mesure $\boldsymbol{\varepsilon}_t$:

$$T_t = \frac{\Delta\mathbf{Y}_t^T \Delta\mathbf{Y}_t}{\sigma^2}. \quad (2.14)$$

Notons que bien que la variance du bruit de mesure associée à chaque satellite peut être calculée en fonction de son angle d'élévation (voir l'annexe A), l'algorithme RAIM considère de manière conservatrice une variance nominale unique pour toutes les mesures satellitaires et égale à l'UERE (pour User Equivalent Range Error en anglais).

Sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 , à savoir que les mesures reçues ne présentent pas de défaillance, le bruit de mesure est indépendant sur chaque mesure et suit une loi gaussienne centrée. T_t suit alors une loi du χ^2 centrée. Par contre, dans le cas de l'hypothèse \mathcal{H}_1 , c'est-à-dire en présence de défaillance sur au moins une mesure, le bruit de mesure est toujours indépendant et gaussien sur chaque composante mais son espérance est non nulle. T_t suit alors une loi du χ^2 décentrée de paramètre de non centralité λ . En référence à ces lois, on appelle *test du χ^2* les tests statistiques fondés sur des sommes de variables suivant

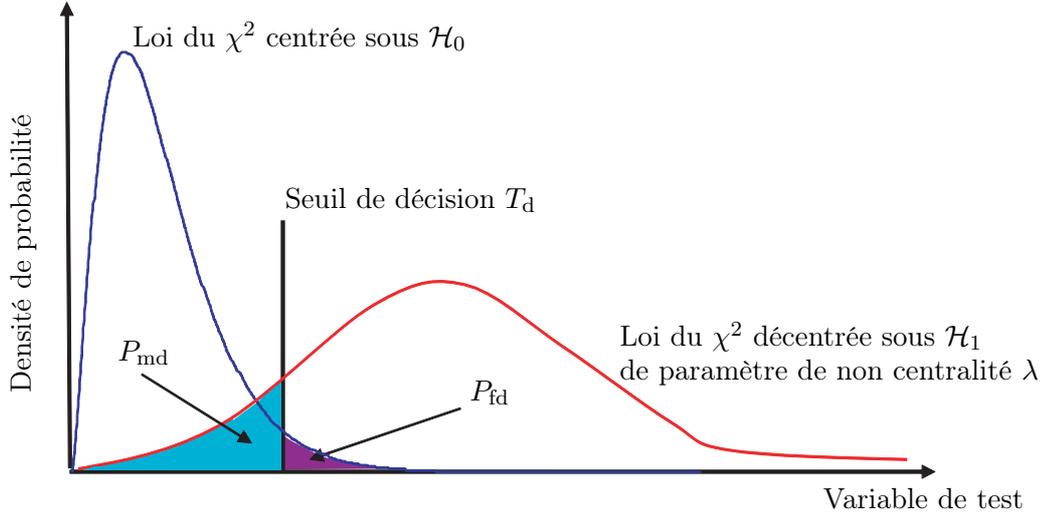


Figure 2.2 – Distribution de la variable de test sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 et sous l'hypothèse \mathcal{H}_1 .

des lois gaussiennes. Les distributions de la variable T_t sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 et \mathcal{H}_1 sont illustrées sur la figure 2.2. Le problème d'estimation de la position étant surdéterminé, les composantes du vecteur des résidus ne sont pas indépendantes. Ainsi, la loi du χ^2 possède $N - 4$ degrés de liberté (N étant le nombre de satellites en vue).

Pour un degré de liberté k , les lois du χ^2 centrée et décentrée de paramètre de non centralité λ sont données respectivement par les équations (2.15) et (2.16) :

$$\chi^2 \text{ centrée} \quad \begin{cases} \text{si } x > 0 & f_{\chi^2}(x) = \frac{x^{(k-2)/2} \exp(-x/2)}{2^{k/2} \Gamma(k/2)}, \\ \text{si } x \leq 0 & f_{\chi^2}(x) = 0, \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\chi^2 \text{ décentrée} \quad \begin{cases} \text{si } x > 0 & f_{\chi^2}(x) = \frac{\exp(-(x+\lambda)/2)}{2^{k/2}} \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{\lambda^j x^{k/2+j-1}}{\Gamma(k/2+j) 2^{2j} j!}, \\ \text{si } x \leq 0 & f_{\chi^2}(x) = 0, \end{cases} \quad (2.16)$$

où Γ est la fonction gamma définie pour $s \in \mathbb{C}$ et $\Re(s) > 0$ telle que $\Gamma(s) = \int_0^{+\infty} t^{s-1} \exp(-t) dt$.

Il convient de remarquer qu'en présence d'une panne, λ est la valeur prise par la variable de test T_t , sous l'effet du biais \mathbf{b}_t , en l'absence de bruit.

Pour décider quelle est l'hypothèse valide, la variable de test T_t est comparée à un seuil de décision T_d . Classiquement, ce seuil est choisi de façon à garantir une probabilité de fausse détection P_{fd} . Le calcul du seuil de décision T_d se fait ainsi :

$$\begin{aligned} P_{fd} &= \mathbf{Pr} [T_t > T_d \mid \mathcal{H}_0], \\ &= 1 - \int_0^{T_d} f_{\chi^2}(x) dx. \end{aligned} \quad (2.17)$$

L'équation (2.17) peut alors être réécrite comme suit :

$$P_{fd} = 1 - F_{\chi^2}(T_d; N - 4), \quad (2.18)$$

où $F_{\chi^2}(T_d; N - 4)$ est la valeur de la fonction de répartition de la loi du χ^2 à $N - 4$ degrés de liberté en T_d . Elle est définie en x pour k degrés de liberté comme suit :

$$F_{\chi^2}(x; k) = \frac{\gamma(k/2, x/2)}{\Gamma(k/2)}, \quad (2.19)$$

avec Γ la fonction gamma et γ la fonction gamma incomplète inférieure définie pour $s \in \mathbb{C}$, $\Re(s) > 0$ et $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$ telle que $\gamma(s, x) = \int_0^x t^{s-1} \exp(-t) dt$.

Le seuil de détection pour une P_{fd} donnée est alors défini ainsi :

$$T_d = F_{\chi^2}^{-1}(1 - P_{fd}; N - 4). \quad (2.20)$$

La valeur du seuil de décision T_d dépend donc du nombre de satellites en vue N et de la P_{fd} imposée par le type d'opération considéré. Ces valeurs peuvent être pré-calculées et sont disponibles par exemple dans [Esch 03].

La partie suivante est dédiée au procédé d'identification de l'algorithme LS-RAIM.

2.2.2.2 Le procédé d'identification

Tout d'abord, précisons que l'algorithme LS-RAIM, comme la plupart des algorithmes de contrôle d'intégrité, se place sous l'hypothèse qu'à un instant t , il ne peut y avoir qu'une seule mesure défaillante. Cette hypothèse influe directement sur l'architecture dédiée au procédé d'identification. La probabilité de panne étant de l'ordre de 10^{-5} /h/SV pour la constellation GPS, cette hypothèse est raisonnable lorsque le nombre de satellites en vue n'est pas trop élevé. La fonction d'exclusion de l'algorithme LS-RAIM requiert un minimum de six mesures satellitaires.

La figure 2.3 illustre la structure de l'algorithme LS-RAIM. Les notations employées sont les suivantes :

- F_{00} : estimateur utilisant les mesures issues des N satellites en vue auquel la variable de test T_t réalisant la détection de panne est associée,
- F_{0n} : estimateur utilisant les mesures issues des N satellites en vue exceptée la mesure n auquel une variable de test $T_{n,t}$ est associée.

Nous avons montré dans la partie précédente que la détection est effectuée via le test d'hypothèses associé à l'estimateur F_{00} qui utilise les N mesures satellitaires. Pour l'identification, N estimateurs F_{0n} utilisant chacun $N - 1$ mesures et excluant chacun une mesure différente sont entretenus en parallèle. Une variable de test $T_{n,t}$ est associée à chaque estimateur F_{0n} . Le calcul de cette variable de test s'effectue de la même manière que pour le procédé de détection en utilisant les résidus d'estimation de chaque estimateur F_{0n} .

Ainsi, pour N mesures, N estimateurs fondés sur $N - 1$ mesures sont nécessaires et fournissent N tests d'hypothèses. Chaque test d'hypothèses compare la variable de test $T_{n,t}$ pour $n \in [1, N]$ à un seuil de décision, noté T_e . Pour le procédé d'identification, le seuil de décision est calculé à partir de

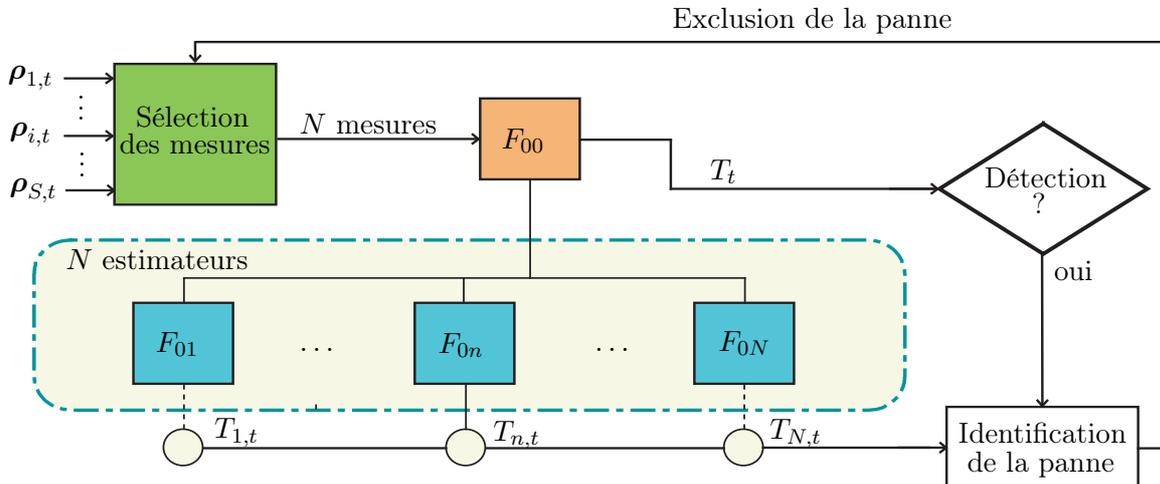


Figure 2.3 – Structure de l'algorithme LS-RAIM.

la probabilité de fausse décision d'exclusion, notée P_{fde} . Notons que, dans le cas du LS-RAIM, le seuil T_e est commun à toutes les variables de test réalisant l'exclusion dans la mesure où la distribution statistique des variables de test $T_{n,t}$ pour $n \in [1, N]$ est identique. Après détection d'une panne, l'analyse des N tests d'hypothèses associés aux variables de test $T_{n,t}$ permet l'identification de la mesure satellitaire défaillante. En effet, le sous-groupe de mesures sain est alors défini par l'ensemble des $N - 1$ mesures dont la variable de test est inférieure au seuil. Notons que l'identification n'est effectuée que lorsque toutes les variables de test dépassent leur seuil excepté une. Ainsi, la mesure identifiée comme défaillante est exclue et l'estimation de la position du mobile est effectuée avec le nouvel ensemble de mesures correctes.

Dans la partie suivante, nous exprimons les rayons de protection associés à l'algorithme LS-RAIM.

2.2.2.3 Les rayons de protection

Il s'agit maintenant de calculer les rayons de protection associés à l'algorithme LS-RAIM. Rappelons tout d'abord que les rayons de protection dépendent de la géométrie de la constellation ainsi que de la distribution *a priori* de la variable de test de détection. Les rayons de protection sont donc indépendants des mesures satellitaires et peuvent être calculés en tout point du globe terrestre pour chaque instant de la journée. Notons que, bien que nous nous limitons au rayon de protection horizontal par souci de concision, la même démarche est applicable au rayon de protection vertical. Le calcul du rayon de protection horizontal, noté HPL, est réalisé de façon conservative comme suit :

$$\text{HPL} = \max(\text{HPL}_{\text{ff}}, \text{HPL}_1), \quad (2.21)$$

où HPL_{ff} (pour HPL *free fault* en anglais) est une borne sur l'erreur de position que peut commettre le système en l'absence de panne et HPL_1 est le HPL sous l'hypothèse d'une unique panne satellite.

Dans le contexte RAIM, c'est-à-dire non hybridé avec une centrale inertielle par exemple, HPL_{ff} est négligeable devant HPL_1 , voir l'annexe R de la DO229D [RTCA 06]. On suppose donc :

$$\text{HPL} = \text{HPL}_1. \quad (2.22)$$

Afin de déterminer HPL_1 , il convient d'évaluer pour chaque mesure $i \in [1, N]$ un rayon de protection horizontal associé à cette mesure, noté $\text{HPL}_1(i)$. Ce rayon de protection traduit l'erreur de position maximale du système sans que l'algorithme de contrôle d'intégrité ne détecte une panne apparaissant sur cette mesure i pour une P_{md} donnée dans le temps d'alerte requis¹.

Une manière classique de procéder pour évaluer les rayons de protection est la suivante. En présence d'une panne, la variable de test suit une loi du χ^2 décentrée de paramètre de non centralité λ . Il est possible de calculer la valeur de λ conduisant à la P_{md} requise. Or, en supposant que la $i^{\text{ème}}$ mesure est celle qui est défaillante, λ peut être relié de façon unique à l'amplitude de la panne satellite :

$$\mathbf{b}_{\text{min},i} = \frac{\sigma\sqrt{\lambda}}{\sqrt{1 - D_t(i, i)}}, \quad (2.23)$$

avec $D_t(i, i)$ l'élément sur la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice D_t et en rappelant que $D_t = H_t G_t$. $\mathbf{b}_{\text{min},i}$ est appelé « biais minimum détectable » dans la littérature.

Comme le souligne la figure 2.2, le paramètre de non centralité λ de la loi du χ^2 est calculé selon une P_{fd} et une P_{md} . λ dépend également du nombre de degrés de liberté de la variable de test T_t . Comme pour les seuils de détection T_d , des tables répertoriant ces valeurs pour différentes configurations existent permettant d'éviter le calcul en ligne de ces paramètres et ainsi de réduire le coût

1. Nous rappelons que la prise en compte du temps d'alerte dans le calcul des rayons de protection est effectuée via la décomposition de la P_{md} en fonction du temps d'alerte requis, voir partie 1.3.5.1.

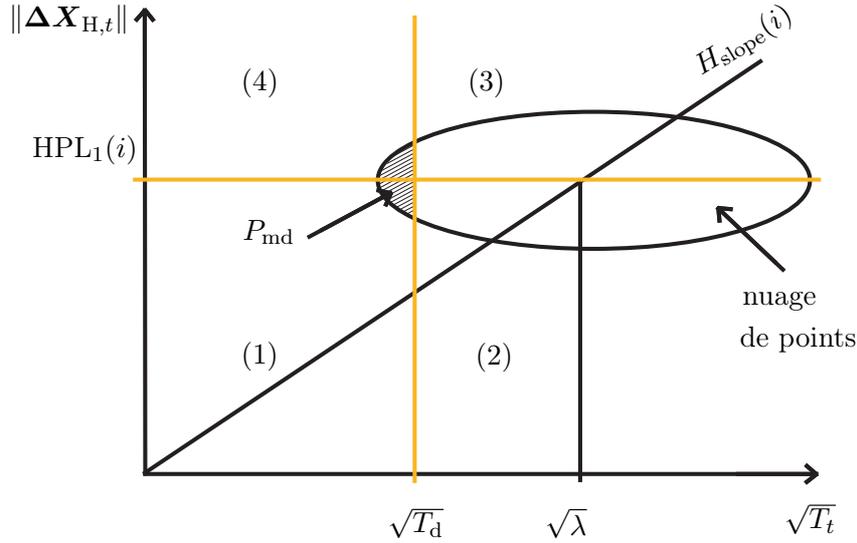


Figure 2.4 – Relation linéaire entre la norme de l’erreur de position horizontale et la racine carrée de la variable de test.

calculatoire [Esch 03].

Le biais minimum détectable traduit la performance du test de détection pour une P_{md} donnée. Il indique une valeur minimale du biais que l’algorithme de contrôle d’intégrité peut détecter sur chaque mesure avec une P_{md} donnée. Ce biais minimum détectable correspond également à la plus grande erreur de position que le système peut commettre (indépendamment du bruit de mesure) sans détecter d’anomalie.

On peut montrer que la projection de ce biais minimum détectable sur l’erreur de position fournit un rayon de protection conservatif. La figure 2.4 illustre ce concept. Le support de la distribution conjointe de la racine carrée de la variable de test et de la norme de l’erreur de position horizontale y est représenté approximativement par une ellipse ainsi que le paramètre de non centralité λ et le rayon de protection.

On remarque que sous l’effet d’une panne d’amplitude croissante, le support de la distribution progresse le long d’une droite de pente $H_{\text{slope}}(i)$. Cette pente dépend du satellite considéré. Quatre zones sont représentées sur le schéma :

- la zone (1) représente le cas sans défaillance de positionnement et sans détection,
- la zone (2) représente le cas de fausse alerte de navigation,
- la zone (3) est la zone correspondant à une réelle alerte de navigation,
- la zone (4) représente le cas d’une alerte manquée.

Il apparaît que la probabilité que l’erreur de position excède le $\text{HPL}_1(i)$ sans qu’il n’y ait détection est inférieure à la P_{md} requise, qui est allouée par défaut à toutes les détections manquées, y compris celles qui n’induisent pas une défaillance de positionnement (appartenant à la zone (1)).

Ainsi, pour obtenir le rayon de protection horizontal associé à la mesure i , il convient de projeter le biais minimum détectable sur l’erreur de position. D’après l’équation (2.7), l’erreur sur la position notée $\Delta \mathbf{X}_t^n$ et exprimée dans le repère de navigation induite par le vecteur de biais \mathbf{b}_t s’exprime de la manière suivante :

$$\Delta \mathbf{X}_t^n = G_t^n \mathbf{b}_t, \quad (2.24)$$

où G_t^n est la pseudo-inverse G_t définie par l’équation (2.8) et pré-multipliée par une matrice de projec-

tion permettant d'exprimer les coordonnées spatiales dans le repère de navigation.

Ainsi, le rayon de protection horizontal associé à la mesure i peut être défini comme suit :

$$\text{HPL}_1(i) = \sqrt{[G_t^n(1, i)]^2 + [G_t^n(2, i)]^2} \times \mathbf{b}_{\min, i}, \quad (2.25)$$

où $G_t^n(1, i)$ et $G_t^n(2, i)$ représentent les composantes de la matrice G_t^n associées au plan horizontal et à la mesure i .

Le rayon de protection horizontal pour l'algorithme LS-RAIM est alors évalué de manière conservative de la façon suivante :

$$\text{HPL} = \text{HPL}_1, \quad (2.26)$$

$$\text{avec } \text{HPL}_1 = \max_{i \in [1, N]} \text{HPL}_1(i). \quad (2.27)$$

Nous introduisons dans la partie suivante le contexte central de ce manuscrit, à savoir le contrôle d'intégrité AAIM.

2.3 Les algorithmes AAIM

Contrairement aux algorithmes RAIM, les algorithmes AAIM sont des algorithmes de contrôle d'intégrité qui mettent à profit les mesures d'autres dispositifs de navigation, comme des données inertielles par exemple, pour notamment améliorer la détection de pannes satellite. Dans ce cas, les données satellitaires et inertielles sont fusionnées via un filtre d'hybridation. Il existe différents algorithmes de contrôle d'intégrité qui ont été développés dans ce contexte. Parmi eux, on peut citer l'algorithme AIME (pour Autonomous Integrity Monitoring and Extrapolation en anglais) proposé à l'origine dans [Dies 94] et l'algorithme MSS (pour Multiple Solution Separation en anglais) [Bren 96]. Ces deux algorithmes font référence et sont présentés en annexe R de la DO229D [RTCA 06]. Ils illustrent deux approches différentes pour réaliser le contrôle d'intégrité AAIM selon que la détection soit réalisée au niveau des résidus du filtre d'hybridation ou au niveau de l'espace d'état. Cependant, du fait de la nature du filtre d'hybridation, le contrôle d'intégrité AAIM souffre classiquement du problème d'accommodation aux pannes lentes. Ainsi, les techniques de contrôle d'intégrité mises en œuvre sont généralement plus complexes que dans le contexte RAIM. De ce fait, la formulation des rayons de protection peut être, dans certains cas, difficile.

Nous avons présenté dans la partie 1.2.4 les systèmes de navigation inertielle ainsi que les différentes architectures d'hybridation. Généralement, l'hybridation des données satellitaires et des données inertielles est réalisée par un EKF. Dans cette partie, nous présentons dans un premier temps le principe de l'EKF ainsi que sa mise en œuvre dans le contexte de navigation. Ensuite, nous introduisons l'algorithme MSS, un des algorithmes de contrôle d'intégrité les plus utilisés dans le contexte AAIM. L'algorithme AIME n'est ici pas présenté dans la mesure où peu de publications sont disponibles sur ce sujet notamment concernant l'évaluation de ses rayons de protection. De plus, l'introduction de l'algorithme MSS est utile pour la suite du manuscrit et notamment dans le chapitre 5.

2.3.1 Le filtre d'hybridation

Dans cette partie, nous présentons l'EKF réalisant l'hybridation des données satellitaires et inertielles dans une architecture serrée en boucle ouverte. Dans un premier temps, une introduction au filtre de Kalman est proposée. La modélisation du problème de navigation par satellite dans le contexte d'hybridation est alors présentée. Enfin, la mise en œuvre de l'EKF en tant que filtre d'hybridation est détaillée. Par souci de concision, les équations de la navigation inertielle ne sont pas détaillées ici mais peuvent être trouvées dans [Farr 98].

2.3.1.1 Le filtre de Kalman

Le filtre de Kalman, contrairement à l'algorithme des moindres carrés, est un algorithme récursif fondé sur une approche bayésienne. Il a été introduit par Kalman en 1960 dans [Kalm 60]. Dans ce contexte, l'estimation est fondée à la fois sur les observations reçues et sur un modèle *a priori* d'évolution des paramètres inconnus. Le lecteur peut aussi se référer à [Berg 99] et [Naji 88] traitant de l'estimation recursive bayésienne. Notons que d'autres approches comme des techniques particulières peuvent également être appliquées pour résoudre ce problème. Le filtre de Kalman standard permet de résoudre un problème d'estimation qui peut être décrit par une représentation dans l'espace d'état linéaire gaussienne. Ainsi, les paramètres inconnus forment le vecteur d'état \mathbf{X}_t dont la dynamique est décrite par un modèle d'état. Cette représentation est complétée par une équation de mesure reliant linéairement le vecteur d'état aux observations utilisées pour l'estimation. Le filtre de Kalman fournit une estimation des paramètres inconnus qui minimise l'erreur quadratique moyenne notée EQM et définie comme suit :

$$\text{EQM} = \text{E} \left[\|\mathbf{X}_t - \widehat{\mathbf{X}}_t\|^2 \right]. \quad (2.28)$$

Ainsi, l'estimé qui minimise l'erreur quadratique moyenne s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^+ = \text{E} [\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t}], \quad (2.29)$$

$$= \int_{\Omega} \mathbf{X}_t p(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t}) d\mathbf{X}_t, \quad (2.30)$$

avec $\mathbf{Z}_{1:t}$ la séquence des mesures de 1 à t et Ω l'espace d'état.

Cet estimateur, ainsi que la covariance de l'erreur d'estimation, sont calculés récursivement par le filtre de Kalman. Il est à noter que $p(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t})$ est appelé la probabilité *a posteriori* du vecteur d'état car elle représente la distribution conditionnelle du vecteur sachant toutes les mesures collectées. $\widehat{\mathbf{X}}_t^+$ est quant à lui l'espérance *a posteriori*.

Avant de présenter la mise en œuvre du filtre d'hybridation, il convient de détailler la représentation dans l'espace d'état du problème de navigation intégrée.

2.3.1.2 La modélisation du problème de navigation intégrée

La représentation dans l'espace d'état dépend de l'architecture d'hybridation choisie. Ainsi, nous présentons l'EKF pour une architecture serrée en boucle ouverte. Tout d'abord, il s'agit de définir les paramètres à estimer qui vont constituer le vecteur d'état. Les erreurs commises par la centrale inertielle ont une évolution plus lente que la dynamique du mobile. Ainsi, il est préférable d'estimer ces erreurs plutôt que directement les paramètres cinématiques de l'avion [Azim 01]. Les estimations calculées sont alors utilisées pour corriger les sorties inertielles et améliorer l'estimation de la dynamique de l'avion. Le vecteur d'état est alors composé de différents types de paramètres : les erreurs d'estimation inertielles, les erreurs capteur inertiels ainsi que le biais d'horloge récepteur GNSS et sa dérivée. Il s'écrit alors :

$$\mathbf{X}_t = [\delta \mathbf{v}_t, \delta \boldsymbol{\rho}_t, \delta \mathbf{p}_t, \mathbf{b}_{a,t}, \mathbf{b}_{g,t}, b_{H,t}, \dot{b}_{H,t}]^T, \quad (2.31)$$

où, à l'instant t :

- $\delta \mathbf{p}_t = [\delta \lambda_t, \delta \phi_t, \delta h_t]$ représente les erreurs de navigation inertielle en position exprimées en coordonnées ellipsoïdales dans le repère WGS84.
- $\delta \mathbf{v}_t = [\delta v_{n,t}, \delta v_{e,t}, \delta v_{d,t}]$ représente les erreurs de navigation inertielle en vitesse par rapport au repère WGS84 projetées dans le repère de navigation.
- $\delta \boldsymbol{\rho}_t = [\delta \varphi_t, \delta \theta_t, \delta \psi_t]$ représente les erreurs de navigation inertielle en attitude.

Les paramètres $\delta \mathbf{p}_t$, $\delta \mathbf{v}_t$ et $\delta \boldsymbol{\rho}_t$ représentent les erreurs inertielles et sont exprimées comme la différence entre les valeurs calculées par la centrale inertielle et les valeurs réelles des paramètres.

- $\mathbf{b}_{a,t} = [b_{ax,t}, b_{ay,t}, b_{az,t}]$ est le vecteur regroupant les erreurs systématiques affectant les sorties des accéléromètres selon l'axe x_m , y_m et z_m , respectivement.
- $\mathbf{b}_{g,t} = [b_{gx,t}, b_{gy,t}, b_{gz,t}]$ est le vecteur regroupant les erreurs systématiques affectant les sorties des gyromètres selon l'axe x_m , y_m et z_m , respectivement.
- $b_{H,t}$ est le biais de l'horloge récepteur GPS.
- $\dot{b}_{H,t}$ est la dérive du biais de l'horloge récepteur GPS.

L'équation représentant l'évolution du vecteur d'état est définie par l'équation dite d'état suivante :

$$\mathbf{X}_t = A_t \mathbf{X}_{t-1} + B_t \mathbf{w}_t, \quad (2.32)$$

où :

- A_t est la matrice d'état traduisant l'évolution des paramètres de l'instant $t - 1$ à t ,
- B_t est la matrice de bruit traduisant l'approximation du modèle d'évolution de l'instant $t - 1$ à t ,
- \mathbf{w}_t est le vecteur de bruit d'état à l'instant t dont chaque élément est considéré comme étant blanc et distribué selon une loi gaussienne de moyenne nulle et de variance 1.

Les matrices A_t et B_t traduisant l'évolution du vecteur d'état sont calculées à partir des informations fournies par la centrale inertielle en différentiant au premier ordre les équations de fonctionnement de cette dernière. Leurs expressions dans une architecture d'hybridation serrée en boucle ouverte sont détaillées dans [Farr 98].

Dans le contexte d'hybridation, la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de mesure \mathbf{Z}_t , avec $i \in [1, N]$, est liée à l'erreur de position inertielle comme suit :

$$\mathbf{Z}_{i,t} = \|g_t (\mathbf{p}_t^{\text{INS}} + \delta \mathbf{p}_t) - \mathbf{p}_{i,t}\| + b_{H,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad (2.33)$$

où, à l'instant t :

- $\|\cdot\|$ dénote la distance euclidienne,
- g_t est la transformation permettant de passer des coordonnées ellipsoïdales aux coordonnées cartésiennes exprimées dans le repère WGS84,
- $\mathbf{p}_t^{\text{INS}} = [\lambda_t^{\text{INS}}, \phi_t^{\text{INS}}, h_t^{\text{INS}}]$ désigne les coordonnées ellipsoïdales du mobile dans le repère WGS84 calculées par la centrale inertielle,
- $\mathbf{p}_{i,t} = [x_{i,t}, y_{i,t}, z_{i,t}]$ sont les coordonnées du satellite i dans le repère WGS84.

En considérant N pseudo-distances définies par l'équation (2.33), l'équation de mesure dans le contexte de navigation intégrée considéré s'écrit sous la forme vectorielle suivante :

$$\mathbf{Z}_t = \mathbf{h}_t(\mathbf{X}_t) + \varepsilon_t, \quad (2.34)$$

où ε_t est le vecteur de bruit de mesure distribué selon une loi gaussienne multivariée de moyenne nulle, de covariance R_t et de composantes mutuellement indépendantes. Notons que, la fonction non-linéaire \mathbf{h}_t ainsi que le vecteur d'état \mathbf{X}_t sont ici différents de ceux dans le contexte RAIM. De plus, contrairement à l'algorithme des moindres carrés, le filtre de Kalman nécessite de connaître obligatoirement les caractéristiques des distributions des bruits de mesure.

L'équation de mesure (2.34) est non-linéaire. Le filtre de Kalman ne s'appliquant qu'à des systèmes dynamiques linéaires gaussiens, un filtre de Kalman étendu est classiquement appliqué. L'EKF est une version du filtre de Kalman couramment utilisée lorsque les non-linéarités du système ne sont pas trop grandes. D'une manière similaire à la résolution par moindres carrés, une linéarisation de l'équation de mesure est réalisée par un développement de Taylor du premier ordre. Dans le cas d'un EKF, le point de linéarisation choisi est l'estimation du vecteur d'état à l'instant t qui prend en compte l'information

a priori. Les détails de la mise en œuvre de l'EKF sont explicités dans la partie suivante.

2.3.1.3 Mise en œuvre du filtre de Kalman étendu

L'EKF procède en deux étapes. La première étape s'appuie sur l'équation d'état (2.32) et permet d'obtenir une prédiction du vecteur d'état à partir de l'estimé à l'instant précédent et de l'évolution *a priori* du vecteur d'état. Ainsi, la prédiction du vecteur d'état s'obtient par la relation suivante :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^- = A_t \widehat{\mathbf{X}}_{t-1}^+, \quad (2.35)$$

où $\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}^+$ désigne l'estimation *a posteriori* du vecteur d'état à l'instant $t - 1$.

La matrice de covariance associée au vecteur d'état prédit $\widehat{\mathbf{X}}_t^-$ est également évaluée à chaque instant t :

$$P_t^- = A_t P_{t-1}^+ A_t^T + Q_t, \quad (2.36)$$

où P_{t-1}^+ désigne la matrice de covariance de $\widehat{\mathbf{X}}_{t-1}^+$ et $Q_t = B_t B_t^T$ représente la matrice de covariance du bruit d'état.

La seconde étape de l'EKF est la mise à jour, c'est-à-dire que le vecteur d'état préalablement prédit est corrigé par l'information apportée par les mesures à l'instant t . Comme évoqué précédemment, une linéarisation de l'équation de mesure autour du point $\widehat{\mathbf{X}}_t^-$ est réalisée. Ainsi, l'estimé *a posteriori* du vecteur d'état à l'instant t , noté $\widehat{\mathbf{X}}_t^+$, est obtenue de la façon suivante :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^+ = \widehat{\mathbf{X}}_t^- + K_t \tilde{\mathbf{z}}_t, \quad (2.37)$$

$$\text{avec } K_t = P_t^- H_t^T S_t^{-1}, \quad (2.38)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_t = \mathbf{Y}_t - H_t \widehat{\mathbf{X}}_t^-, \quad (2.39)$$

$$S_t = H_t P_t^- H_t^T + R_t, \quad (2.40)$$

où, à l'instant t :

- K_t est le gain de Kalman.
- $\tilde{\mathbf{z}}_t$ est appelé le vecteur d'innovation. Il est défini comme la différence entre les mesures effectivement reçues et les mesures prédites à partir de $\widehat{\mathbf{X}}_t^-$. $\tilde{\mathbf{z}}_t$ est distribué selon une loi gaussienne multivariée de moyenne nulle et de matrice de covariance S_t . De plus, le processus $\tilde{\mathbf{z}}_t$ possède théoriquement les caractéristiques d'un bruit blanc.
- $\mathbf{Y}_t = \mathbf{Z}_t - \mathbf{h}_t(\widehat{\mathbf{X}}_t^-) + H_t \widehat{\mathbf{X}}_t^-$ est le vecteur de mesure de l'équation de mesure GNSS linéarisée.

De la même manière qu'à l'étape de prédiction, la matrice de covariance du vecteur d'état *a posteriori* est également calculée :

$$P_t^+ = (I - K_t H_t) P_t^-, \quad (2.41)$$

avec I la matrice identité de taille $N_x \times N_x$ où N_x est la taille du vecteur d'état.

Maintenant que nous avons introduit le filtre d'hybridation, nous présentons l'algorithme de contrôle d'intégrité MSS.

2.3.2 L'algorithme MSS

L'algorithme MSS est un algorithme de détection et d'exclusion de panne dans un contexte AAIM. Il a fait l'objet d'un brevet pour l'hybridation GPS/INS [Bren 98] et est utilisé avec un filtre de Kalman étendu comme filtre d'hybridation [Vand 01]. Cet algorithme utilise une variable de test fondée sur le domaine de la position. La détection d'anomalie requiert de mettre en œuvre un banc de filtres notés

F_{0n} , alors que l'identification nécessite un banc de filtres additionnel. L'algorithme MSS utilise la redondance d'informations en provenance des satellites en vue pour détecter une anomalie. Cependant, du fait de l'utilisation du filtre de Kalman, le MSS tire également profit de la cohérence temporelle des paramètres pour améliorer la détection de panne. Il nécessite également au moins cinq satellites en vue pour réaliser la détection et au moins six pour l'exclusion.

Ainsi, nous détaillons dans une première partie le procédé de détection d'anomalie. La seconde partie est dédiée au procédé d'identification de panne. Les rayons de protection associés à l'algorithme MSS sont finalement explicités.

2.3.2.1 Le procédé de détection

L'étape de détection de l'algorithme MSS repose sur une variable de test fondée sur la différence des estimés obtenus avec le filtre dit *principal* utilisant N mesures et de ceux fondés sur $N - 1$ mesures. Ainsi, en l'absence de panne, ces deux estimations sont proches. En revanche, en présence d'une panne, si le filtre fondé sur $N - 1$ mesures exclut la mesure fautive, il donne une estimation correcte alors que le filtre principal donne une estimation erronée. Si l'amplitude de la panne augmente au cours du temps, les deux solutions s'écartent peu à peu. Leur différence est appelée *séparation*. Ainsi, en construisant une variable de test fondée sur la différence de ces estimations, il est possible de réaliser la détection de panne.

Le procédé de détection de l'algorithme MSS implique donc la solution de navigation fournie par le filtre principal, noté F_{00} , ainsi que les solutions de navigation des N filtres fondés sur des sous-groupes différents de $N - 1$ mesures. La détection met donc en œuvre N variables de test définies comme les différences entre la solution principale et les solutions fondées sur les N sous-groupes de $N - 1$ mesures. Notons dès à présent qu'à l'opposé du LS-RAIM, la détection du MSS met en jeu plusieurs tests d'hypothèses. La séparation associée aux filtres F_{00} et F_{0n} pour $n \in [1, N]$ s'exprime ainsi :

$$d\mathbf{X}_{0n,t}^+ = \widehat{\mathbf{X}}_{00,t}^+ - \widehat{\mathbf{X}}_{0n,t}^+, \quad (2.42)$$

où les notations suivantes sont adoptées :

- $\widehat{\mathbf{X}}_{00,t}^+$ désigne l'estimation *a posteriori* du vecteur d'état à l'instant t fourni par le filtre F_{00} qui utilise les N pseudo-distances disponibles,
- $\widehat{\mathbf{X}}_{0n,t}^+$ désigne l'estimation *a posteriori* du vecteur d'état à l'instant t fourni par le filtre F_{0n} qui utilise un sous-groupe de $N - 1$ pseudo-distances excluant la mesure n .

La matrice de covariance de la séparation $d\mathbf{X}_{0n,t}^+$ satisfait :

$$dP_{0n,t}^+ = \text{E} \left[d\mathbf{X}_{0n,t}^+ \left(d\mathbf{X}_{0n,t}^+ \right)^T \right]. \quad (2.43)$$

Par souci de concision, le calcul récursif de ces matrices n'est ici pas présenté. Le détail des calculs de ces matrices est fourni dans [Esch 03].

En pratique, deux variables de test distinctes sont issues de l'équation (2.42) : une fondée sur la séparation de la position horizontale du repère de navigation, notée $T_{H0n,t}$, et une fondée sur la séparation de la position verticale, notée $T_{V0n,t}$. Nous détaillons ici le calcul de la variable de test $T_{H0n,t}$ pour laquelle le calcul des seuils de décision et des rayons de protection requiert des approximations, contrairement à $T_{V0n,t}$.

Le vecteur $d\mathbf{X}_{H0n,t}^+$ est issu de $d\mathbf{X}_{0n,t}^+$ et désigne la séparation, dans le plan horizontal du repère de navigation, entre les solutions du filtre principal F_{00} et du filtre F_{0n} . La matrice de covariance de taille 2×2 associée à $d\mathbf{X}_{H0n,t}^+$ est notée $dP_{H0n,t}^+$ et extraite de $dP_{0n,t}^+$ en sélectionnant les composantes horizontales projetées dans le repère de navigation. Il serait possible de définir la variable de test par

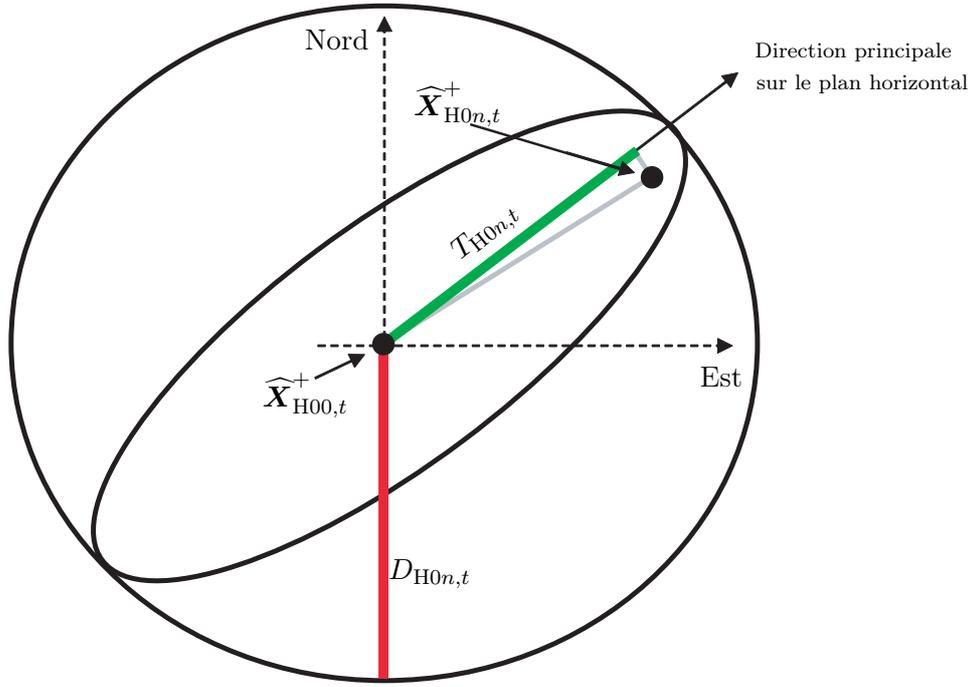


Figure 2.5 – Lien entre les variables impliquées dans la séparation horizontale.

la norme du vecteur de séparation. Néanmoins, dans ce cas, le calcul du seuil est difficile. Comme les composantes du vecteur $\mathbf{dX}_{H0n,t}^+$ ne sont pas indépendantes, une décomposition en valeurs propres est alors appliquée :

$$dP_{H0n,t}^+ = dP_{\perp} \Delta_{dP} dP_{\perp}^T, \quad (2.44)$$

où dP_{\perp} est la matrice composée des vecteurs propres et $\Delta_{dP} = \text{diag}(\lambda_1^{dP}, \lambda_2^{dP})$.

La séparation horizontale $\mathbf{dX}_{H0n,t}^+$ est alors projetée sur la base formée par les vecteurs propres afin d'obtenir deux composantes indépendantes :

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{dX}}_{H0n,t}^+ &= dP_{\perp}^T \mathbf{dX}_{H0n,t}^+, \\ &= \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{dX}}_{H0n,t}^+(1) \\ \widetilde{\mathbf{dX}}_{H0n,t}^+(2) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Ainsi, il a été démontré [Vand 01] qu'une des valeurs propres du vecteur de séparation était prédominante. De ce fait, la variable de test sur le plan horizontal associée aux filtres F_{0n} et F_{00} est définie en choisissant le maximum des deux composantes de $\widetilde{\mathbf{dX}}_{H0n,t}^+$:

$$T_{H0n,t} = \max_{p \in [1,2]} \left(\widetilde{\mathbf{dX}}_{H0n,t}^+(p) \right). \quad (2.46)$$

Une variable de test scalaire est ainsi obtenue à partir du vecteur de séparation en deux dimensions.

Dans le cas sans panne, les variables de test suivent des lois gaussiennes de moyenne nulle et de variance connue. En revanche, en présence de panne, elles suivent une loi gaussienne à moyenne non-nulle. Un seuil de détection peut donc être déterminé pour chaque variable de test en fonction d'une probabilité de fausse détection donnée. La figure 2.5 illustre la variable de test $T_{H0n,t}$ et le seuil de décision $D_{H0n,t}$. La distribution de la séparation horizontale est une gaussienne bi-dimensionnelle. L'ellipse représente les valeurs de cette distribution qui garantissent une probabilité de fausse détection donnée. En effet, pour une gaussienne, les points d'équiprobabilités forment une ellipse. Le cercle, de rayon le demi-grand axe de l'ellipse, traduit l'approximation commise en remplaçant $T_{H0n,t}$ par sa composante

principale et définit ainsi le seuil de décision $D_{H0n,t}$.

La détection de panne fondée sur la variable de test de la séparation horizontale se fait alors par le test d'hypothèses suivant :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 & \text{pas de panne :} & \forall n \in [1, N], T_{H0n,t} < D_{H0n,t}, \\ \mathcal{H}_1 & \text{détection de panne :} & \exists n \in [1, N], T_{H0n,t} \geq D_{H0n,t}. \end{cases}$$

Le seuil de décision $D_{H0n,t}$ est ajusté en fonction de la probabilité de fausse détection désirée. En considérant séparément la séparation horizontale et verticale, $2N$ tests d'hypothèses sont calculés en parallèle à chaque instant. Ainsi, en supposant que tous les tests d'hypothèses sont indépendants, la probabilité de fausse détection allouée à chaque test est la P_{fd} totale divisée par $2N$. La probabilité de fausse détection allouée au test d'hypothèses impliquant $T_{H0n,t}$ est donc :

$$\Pr [T_{H0n,t} \geq D_{H0n,t} \mid \mathcal{H}_0] = \frac{P_{fd}}{2N}. \quad (2.47)$$

Le seuil de décision $D_{H0n,t}$ est alors défini comme suit :

$$D_{H0n,t} = \sqrt{2\lambda_{H0n}^{dP}} Q^{-1} \left(1 - \frac{P_{fd}}{2N} \right), \quad (2.48)$$

où $\lambda_{H0n}^{dP} = \max(\lambda_1^{dP}, \lambda_2^{dP})$ et $Q(u)$ est la fonction d'erreur définie comme suit :

$$Q(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-a^2) da. \quad (2.49)$$

La partie suivante est dédiée au procédé d'identification de l'algorithme MSS.

2.3.2.2 Le procédé d'identification

En ce qui concerne l'étape d'identification de la mesure défaillante, le MSS requiert de mettre en œuvre un banc additionnel de filtres fondés sur des sous-groupes de $N - 2$ mesures. La figure 2.6 présente la structure complète de l'algorithme MSS. Le second banc de filtres est nécessaire car il n'est pas garanti que l'identification soit possible avec le premier banc. En effet, à cause de la géométrie de chaque sous-groupe et de la projection de la panne sur chaque solution de navigation, il est possible que plusieurs variables de test dépassent leurs seuils. Dans ce cas, l'identification du sous-groupe de $N - 1$ mesures saines est impossible. Cette ambiguïté est levée en mettant en œuvre des tests d'hypothèses supplémentaires. Suivant le même principe que celui de la détection, chaque test d'hypothèses évalue la séparation entre la solution fournie par le filtre F_{0n} et une solution estimée par un filtre, noté F_{nm} , fondée sur un sous-groupe de $N - 2$ mesures qui exclut les mesures n et m avec $n \neq m$. Ainsi, la séparation associée au filtre F_{nm} pour $(n, m) \in [1, N]^2$ et $n \neq m$ s'exprime ainsi :

$$d\mathbf{X}_{nm,t}^+ = \widehat{\mathbf{X}}_{0n,t}^+ - \widehat{\mathbf{X}}_{nm,t}^+, \quad (2.50)$$

avec $\widehat{\mathbf{X}}_{nm,t}^+$ l'estimation *a posteriori* du vecteur d'état à l'instant t fourni par le filtre F_{nm} .

Comme pour le procédé de détection, la séparation de la position horizontale et verticale sont extraites de l'équation (2.50) pour constituer deux variables de test. Elles sont notées respectivement $T_{Hnm,t}$ et $T_{Vnm,t}$ pour les filtres F_{0n} et F_{nm} .

L'identification de la mesure défaillante se fait en analysant les tests d'hypothèses associés à la séparation $d\mathbf{X}_{nm,t}$. Elle repose sur la remarque suivante. Si la mesure l est en panne, tous les filtres F_{0n} avec $n \neq l$ utilisent la mesure fautive alors qu'au moins un de leurs sous-filtres F_{nl} n'utilise pas cette mesure fautive. A l'opposé, ni le filtre F_{0l} et les filtres F_{lm} avec $l \neq m$ n'utilisent la mesure en panne. Ainsi, F_{0l} est le seul filtre du premier banc à ne présenter aucune variable de test associée à ses estimateurs du second banc F_{lm} , avec $l \neq m$, ne dépassant leur seuil.

Nous présentons par la suite les rayons de protection associés à l'algorithme MSS.

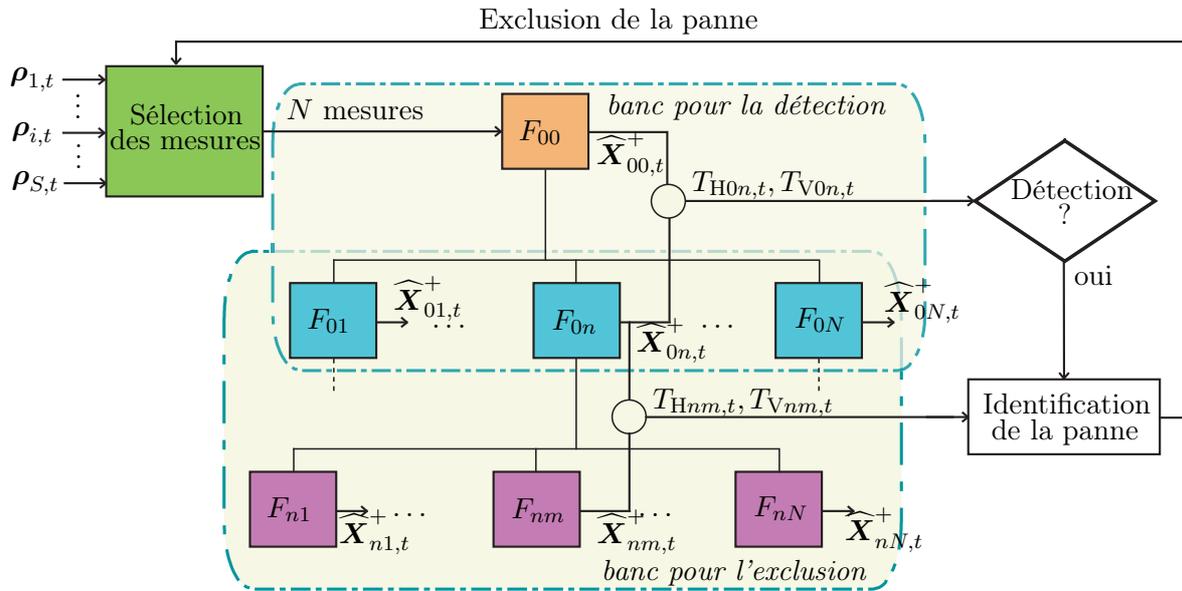


Figure 2.6 – Structure de l'algorithme MSS.

2.3.2.3 Les rayons de protection

Dans un contexte AAIM, le rayon de protection horizontal s'exprime comme suit :

$$\text{HPL} = \max \left(\text{HPL}_{\text{ff}}, \max_{n \in [1, N]} \text{HPL}_1(n) \right), \quad (2.51)$$

où HPL_{ff} est le HPL dû uniquement au bruit de mesure et $\text{HPL}_1(n)$ est le HPL associé au sous-filtre F_{0n} sous l'hypothèse d'une panne affectant la mesure n .

Le rayon de protection associé au cas sans panne traduit la présence d'une défaillance de positionnement non-détectée (i.e. une perte d'intégrité) dû uniquement au bruit de mesure. Ainsi, le rayon de protection en considérant l'hypothèse sans panne HPL_{ff} est calculé uniquement à partir du filtre principal F_{00} de la manière suivante [Vand 01] :

$$\text{HPL}_{\text{ff}} = \sqrt{2\lambda_{\text{H00}}^{\text{P}} Q^{-1} \left(1 - \frac{P_{\text{ff}}}{2} \right)}, \quad (2.52)$$

où $Q(u)$ est la fonction d'erreur définie par l'équation (2.49), $\lambda_{\text{H00}}^{\text{P}}$ est la valeur propre maximale de la matrice de covariance de l'erreur de position horizontale dans le repère de navigation du filtre principal et P_{ff} la probabilité d'une défaillance de positionnement en absence de panne.

Notons $\|\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^+\|$ et $\|\Delta \mathbf{X}_{\text{V},t}^+\|$ les amplitudes de l'erreur d'estimation *a posteriori* horizontale et verticale respectivement dans le repère de navigation. Les rayons de protection sous l'hypothèse d'une panne satellite sont alors définis en fonction de la probabilité de détection manquée P_{md} fixée comme suit :

$$\begin{aligned} P_{\text{md}} \geq & \Pr \left[\|\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^+\| \geq \text{HPL sans détection} \mid \mathcal{H}_1 \right] \\ & + \Pr \left[\|\Delta \mathbf{X}_{\text{V},t}^+\| \geq \text{VPL sans détection} \mid \mathcal{H}_1 \right], \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} P_{\text{md}} \geq & \Pr \left[\|\Delta \mathbf{X}_{\text{H00},t}^+\| \geq \text{HPL et } T_{\text{H0}n,t} < D_{\text{H0}n,t}, \forall n \mid \mathcal{H}_1 \right] \\ & + \Pr \left[\|\Delta \mathbf{X}_{\text{V00},t}^+\| \geq \text{VPL et } T_{\text{V0}n,t} < D_{\text{V0}n,t}, \forall n \mid \mathcal{H}_1 \right], \end{aligned} \quad (2.54)$$

où $\Delta \mathbf{X}_{\text{H00},t}^+$ et $\Delta \mathbf{X}_{\text{V00},t}^+$ représentent l'erreur d'estimation *a posteriori* de la position commise par le filtre principal F_{00} dans le plan horizontal et selon l'axe vertical du repère de navigation respective-

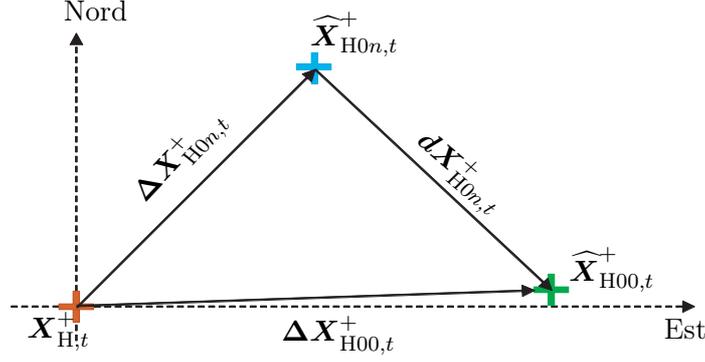


Figure 2.7 – Schéma de la position réelle $\mathbf{X}_{H,t}^+$, des estimés $\widehat{\mathbf{X}}_{Hij,t}^+$, des erreurs $\Delta\mathbf{X}_{Hij,t}^+$ et de la séparation horizontale $d\mathbf{X}_{H0n,t}^+$ dans le plan horizontal du repère de navigation.

ment, et $D_{V0n,t}$ est le seuil de détection associé à la séparation verticale.

Comme l’algorithme MSS utilise deux variables de test pour chaque séparation faisant intervenir le filtre principal F_{00} et le filtre F_{0n} , la probabilité de détection manquée peut être décomposée en deux parties. Ainsi, la P_{md} associée à chaque variable de test $T_{H0n,t}$ et $T_{V0n,t}$ pour un estimateur F_{0n} est allouée de manière équitable en considérant arbitrairement les deux événements équiprobables. Bien qu’ici nous considérons une allocation équiprobable selon les rayons de protection horizontal et vertical, par la suite, une allocation spécifique sera utilisée et introduite dans la partie 2.4.

Nous présentons uniquement le calcul associée au HPL, mais la démarche reste la même pour le calcul du VPL. Ainsi, d’après la figure 2.7, on peut écrire la relation vectorielle suivante pour tout n :

$$\begin{aligned} \|\mathbf{X}_{H,t}^+ - \widehat{\mathbf{X}}_{H00,t}^+\| &= \|\mathbf{X}_{H,t}^+ - \widehat{\mathbf{X}}_{H0n,t}^+ + \widehat{\mathbf{X}}_{H0n,t}^+ - \widehat{\mathbf{X}}_{H00,t}^+\|, \\ \|\Delta\mathbf{X}_{H00,t}^+\| &= \|\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+ + d\mathbf{X}_{H0n,t}^+\|, \\ &\leq \|\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| + \|d\mathbf{X}_{H0n,t}^+\|, \end{aligned} \quad (2.55)$$

avec $\mathbf{X}_{H,t}^+$ et $\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+$ la position réelle et l’erreur d’estimation de position *a posteriori* commise par le sous-filtre F_{0n} dans le plan horizontal du repère de navigation, respectivement.

L’inégalité $\|\Delta\mathbf{X}_{H00,t}^+\| \geq \text{HPL}$ entraîne donc $\|\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| + \|d\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| \geq \text{HPL}$. Il est alors possible de calculer de manière conservative le rayon de protection horizontal comme suit :

$$\frac{P_{\text{md}}}{2} = \Pr \left[\left(\|\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| + \|d\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| \right) \geq \text{HPL} \text{ et } \|d\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| < D_{H0n,t}, \forall n \mid \mathcal{H}_1 \right]. \quad (2.56)$$

De cette façon, il est assuré que $\Pr \left[\|\Delta\mathbf{X}_{H00,t}^+\| \geq \text{HPL} \text{ et } \|d\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| < D_{H0n,t}, \forall n \mid \mathcal{H}_1 \right] \leq \frac{P_{\text{md}}}{2}$. L’expression (2.56) peut être reformulée ainsi :

$$\frac{P_{\text{md}}}{2} = \Pr \left[\|\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| \geq \text{HPL} - D_{H0n,t} \text{ et } \|d\mathbf{X}_{H0m,t}^+\| < D_{H0m,t}, \forall n \neq m \mid \mathcal{H}_1 \right]. \quad (2.57)$$

Pour obtenir le rayon de protection horizontal HPL, la borne $a_{0n,t}$ sur l’erreur d’estimation de la position horizontale $\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}$ vérifiant :

$$\frac{P_{\text{md}}}{2} = \Pr \left[\|\Delta\mathbf{X}_{H0n,t}^+\| \geq a_{0n,t} \mid \mathcal{H}_1 \right] \forall n \in [1, N], \quad (2.58)$$

est alors calculée.

Alors, en faisant l'hypothèse que la panne affecte la mesure n , le rayon de protection associé s'écrit :

$$\text{HPL}_1(n) = a_{0n,t} + D_{\text{H0n},t}. \quad (2.59)$$

On cherche donc à évaluer la borne $a_{0n,t}$ qui vérifie $\Pr[\|\Delta\mathbf{X}_{\text{H0n},t}^+\| < a_{0n,t}] = 1 - \frac{P_{\text{md}}}{2}$. L'erreur d'estimation $\Delta\mathbf{X}_{\text{H0n},t}^+$ du filtre F_{0n} suit une loi gaussienne bi-dimensionnelle dont les composantes ne sont pas mutuellement indépendantes. La matrice de covariance $P_{0n,t}^+$ associée est calculée à partir de l'équation (2.41). Pour faciliter le calcul de $a_{0n,t}$, un procédé identique à celui appliqué pour le calcul du seuil est mis en œuvre. Une décomposition en valeurs propres est effectuée afin de décorrélérer les composantes de $\Delta\mathbf{X}_{\text{H0n},t}^+$.

Ainsi, l'erreur horizontale associée au filtre F_{0n} projetée dans sa base de vecteurs propres est :

$$\widetilde{\Delta\mathbf{X}}_{\text{H0n},t}^+ = P_{\perp}^T \Delta\mathbf{X}_{\text{H0n},t}^+ \quad (2.60)$$

avec P_{\perp} la nouvelle base orthogonale composée des vecteurs propres. Elle est obtenue en décomposant la matrice de covariance de l'erreur horizontale $P_{\text{H0n},t}^+$ ainsi :

$$P_{\text{H0n},t}^+ = P_{\perp} \Delta_{\text{P}} P_{\perp}^T, \quad (2.61)$$

où $\Delta_{\text{P}} = \text{diag}(\lambda_1^{\text{P}}, \lambda_2^{\text{P}})$ est la matrice diagonale contenant les valeurs propres λ_1^{P} et λ_2^{P} de $P_{\text{H0n},t}^+$.

Comme précédemment, nous pouvons maintenant approcher l'erreur horizontale $\widetilde{\Delta\mathbf{X}}_{\text{H0n},t}^+$ par sa composante principale. Le problème en deux dimensions se trouve simplifié en un problème à une dimension. Ainsi, l'erreur horizontale suit une loi gaussienne monodimensionnelle, de moyenne nulle et de variance $\lambda_{\text{H0n}}^{\text{P}}$ avec $\lambda_{\text{H0n}}^{\text{P}} = \max(\lambda_1^{\text{P}}, \lambda_2^{\text{P}})$. La borne $a_{0n,t}$ est alors définie par :

$$a_{0n,t} = \sqrt{2\lambda_{\text{H0n}}^{\text{P}}} Q^{-1} \left(1 - \frac{P_{\text{md}}}{2} \right). \quad (2.62)$$

Ainsi, à partir de l'équation (2.59), on définit le rayon de protection $\text{HPL}_1(n)$ associé au filtre F_{0n} comme suit :

$$\text{HPL}_1(n) = \sqrt{2\lambda_{\text{H0n}}^{\text{P}}} Q^{-1} \left(1 - \frac{P_{\text{md}}}{2} \right) + D_{\text{H0n}}. \quad (2.63)$$

Cette borne est calculée de manière conservative, c'est-à-dire que les rayons de protection sont surévalués. Cette surévaluation est notamment due à l'utilisation d'une inégalité vectorielle pour borner l'erreur d'estimation (voir équation (2.55)). Ainsi, la P_{md} garantie par le système est inférieure à celle requise par le type d'opération.

La même approche est appliquée pour le calcul du rayon de protection vertical VPL, mais dans ce cas, il n'est pas utile d'effectuer la décomposition en valeurs propres puisque l'erreur verticale est scalaire.

2.4 Nouvelles problématiques des systèmes GNSS

2.4.1 Introduction

Que ce soit dans un contexte RAIM ou AAIM, les algorithmes de contrôle d'intégrité présentés ici partagent la même hypothèse, à savoir qu'une seule mesure satellitaire peut être en panne à un même instant. Cette hypothèse est également admise pour l'algorithme AIME. Cependant, certains types d'opération de l'aviation civile nécessitent l'utilisation d'un plus grand nombre de satellites pour satisfaire aux exigences opérationnelles requises. En ce sens, l'hypothèse d'une seule mesure défaillante à un même instant n'est plus valable au regard des normes de l'OACI lorsque le nombre de mesures disponibles augmente. Ainsi, le système GNSS multiconstellation pose des problématiques nouvelles telles que la gestion de pannes satellite multiples par les algorithmes de contrôle d'intégrité.

Nombre de SV (N)	8		16	24
	GPS	Galileo	8 GPS + 8 Galileo	12 GPS + 12 Galileo
$P_{1\text{sur}N}$ (/h)	$9,3 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$
$P_{2\text{sur}N}$ (/h)	$3,8 \cdot 10^{-9}$	$3,7 \cdot 10^{-10}$	$6,9 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-8}$
$P_{3\text{sur}N}$ (/h)	$8,8 \cdot 10^{-14}$	$2,7 \cdot 10^{-15}$	$2,7 \cdot 10^{-13}$	$8,6 \cdot 10^{-13}$

Tableau 2.1 – Probabilités de panne en fonction du nombre de satellites en vue.

Selon les spécifications du signal GPS et Galileo, les probabilités de panne que nous considérons dans ce manuscrit sont :

$$\begin{aligned} P_{\text{sat GPS}} &= 1,16 \times 10^{-5}/\text{h}, \\ P_{\text{sat Galileo}} &= 3,6 \times 10^{-6}/\text{h}, \end{aligned}$$

avec $P_{\text{sat GPS}}$ la probabilité d'une panne sur un satellite de la constellation GPS provenant du tableau R-2 de l'annexe R de la DO229C [RTCA 01] et $P_{\text{sat Galileo}}$ celle de la constellation Galileo fournie dans [ESA 05] respectivement. Nous rappelons que les probabilités allouées aux pannes satellite de la constellation GPS sont largement conservatives dans la mesure où elles découlent de la somme des probabilités des différents modes de panne possibles du satellite, chaque mode de panne étant majoré. En ce qui concerne la probabilité d'une panne sur un satellite de la constellation Galileo, elle est donnée dans [ESA 05] comme étant égale à $2,7 \cdot 10^{-6}$ /approche en considérant dix satellites en vue. Afin de traduire cette probabilité d'occurrence par heure, nous avons considéré le fait qu'une panne pouvait durer jusqu'à 45 minutes [Mart 08] [Lee 07]. En effet, sous cette hypothèse, une panne non détectée étant apparue 45 minutes avant l'approche peut corrompre l'intégrité du système. De plus, la probabilité qu'une panne affecte l'ensemble des satellites d'une même constellation est $P_{\text{const}} = 1,3 \cdot 10^{-8}$ /approche [Mart 08]. Ainsi, en utilisant la même technique de conversion, nous considérons que l'ensemble des satellites d'une même constellation est $P_{\text{const}} = 1,73 \cdot 10^{-8}$ /h que ce soit pour la constellation GPS ou Galileo.

En notant N_c le nombre de satellites en vue d'une constellation et k le nombre de pannes satellite indépendantes, la probabilité de k pannes sur les N_c satellites de la constellation est :

$$\begin{aligned} P_{k\text{sur}N_c} &= C_{N_c}^k P_{\text{sat}}^k (1 - P_{\text{sat}})^{N_c - k}, \\ \text{avec } C_{N_c}^k &= \frac{N_c!}{(N_c - k)!k!}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Dans le cas mono constellation, $N_c = N$. En revanche, dans le cas multi constellation, il convient de tenir compte des différentes combinaisons possibles de pannes. Ainsi, pour $k = 2$, il faut calculer la probabilité des événements suivants :

- deux pannes affectant les satellites de la constellation GPS,
- deux pannes affectant les satellites de la constellation Galileo,
- la combinaison d'une panne affectant un satellite de la constellation GPS et d'une panne affectant un satellite de la constellation Galileo.

Le tableau 2.1 résume les différentes probabilités des modes de panne pour différents satellites en vue et selon la constellation utilisée. Notons que les valeurs ont été obtenues par arrondi par excès.

A l'heure actuelle, la menace exacte que représentent les pannes multiples n'est pas clairement définie dans les normes de l'aviation civile. La probabilité d'occurrence de deux pannes satellite est par exemple inférieur au risque d'intégrité d'un facteur d'au moins 10. Cependant, les conséquences sur les performances de navigation dépendent de la façon dont se projettent les pannes sur la solution de navigation. Il est possible que, dans le futur, l'OACI indique la nécessité de gérer les pannes satellite multiples. Ainsi, dans ce manuscrit, les modes de panne que nous envisageons sont :

- présence d'une panne à un instant t ,

- présence de deux pannes à un instant t .

En revanche, nous supposons dans ce manuscrit que $P_{3\text{sur}N}$ peut être considérée négligeable face au risque d'intégrité, même lorsque celui-ci est choisi comme le plus contraignant (soit $10^{-7}/\text{h}$ voir tableau 1.5). Les cas de pannes indépendantes où le nombre de pannes simultanées est supérieur ou égal à 3 ne sont pas pris en compte dans le budget du risque d'intégrité. En revanche, la probabilité de panne commune à l'ensemble d'une constellation P_{const} n'est pas négligeable par rapport au risque d'intégrité. Cependant, les méthodes que nous développons dans ce manuscrit ne calculent pas de rayons de protection associés à ce mode de panne. Ainsi, comme cela est expliqué dans la partie suivante, les probabilités associées à ces modes de panne sont prises en compte par une réduction du risque d'intégrité.

2.4.2 Allocation du risque d'intégrité dans le contexte multi pannes

Dans cette partie, nous précisons l'allocation du risque d'intégrité en fonction des modes de pannes considérés dans la partie précédente.

La décomposition du risque d'intégrité P_{ir} selon les modes de pannes considérés ainsi que le cas sans panne se fait comme suit :

$$\begin{aligned}
 P_{\text{ir}} = & \Pr[\text{Evènement D} \mid \text{pas de panne}] \times P_{\text{pas de panne}} \\
 & + \Pr[\text{Evènement D} \mid 1 \text{ panne sur } N] \times P_{1\text{sur}N} \\
 & + \Pr[\text{Evènement D} \mid 2 \text{ pannes sur } N] \times P_{2\text{sur}N},
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

avec Evènement D : $\Delta \mathbf{X}_t \geq \text{PL}$ et pas de détection durant le TTA.

L'équation (2.65) peut alors être écrite de manière concise comme suit :

$$P_{\text{ir}} = \sum_{i=0}^2 (P_{\text{mdi}} \times P_{\text{mode}i}), \tag{2.66}$$

où :

- $P_{\text{mode}0} = P_{\text{pas de panne}}$, $P_{\text{mode}1} = P_{1\text{sur}N}$, $P_{\text{mode}2} = P_{2\text{sur}N}$ et $P_{\text{md}0} = P_{\text{ff}}$ avec P_{ff} la probabilité d'une défaillance de positionnement en absence de panne.
- P_{mdi} pour $i \in [0, 2]$ la probabilité de détection manquée allouée à l'évènement représenté par le mode de panne associé à $P_{\text{mode}i}$.

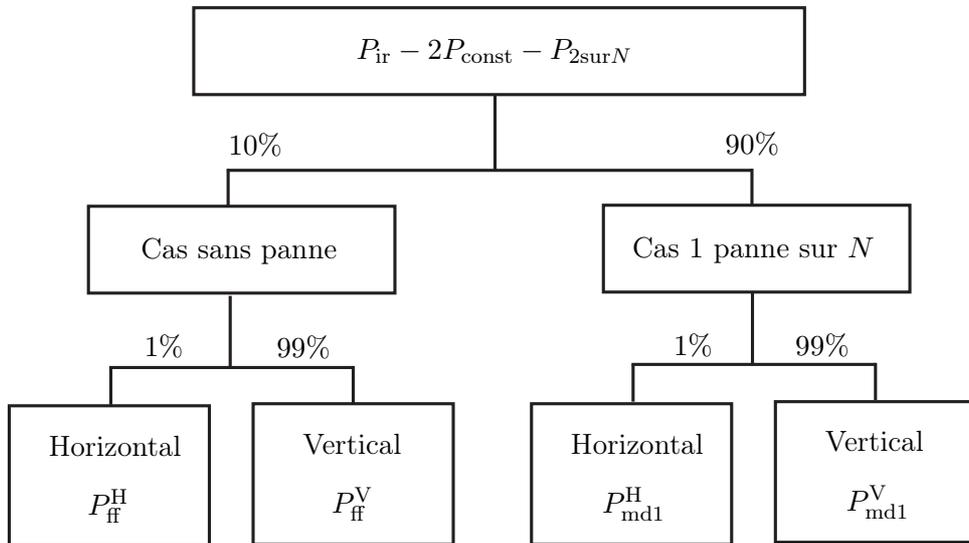


Figure 2.8 – Arbre de défaillances FT1.

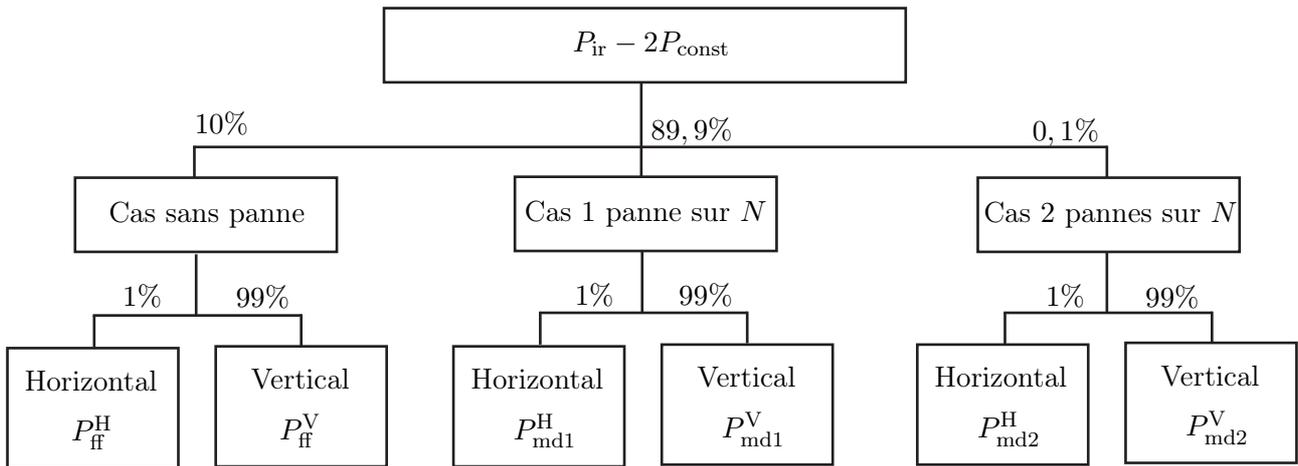


Figure 2.9 – Arbre de défaillances FT2.

Comme ce qui est fait dans [Lee 05] pour les augmentations systèmes, nous proposons d’effectuer l’allocation du risque d’intégrité selon un arbre de défaillances noté FT (pour Fault Tree en anglais). Les arbres de défaillances sont une technique couramment utilisée dans l’analyse de la fiabilité des systèmes pour évaluer la probabilité d’occurrence d’un évènement à risque. Dans notre contexte, les arbres de défaillances peuvent permettre de décomposer le risque d’intégrité selon les différents évènements pris en compte par l’algorithme de contrôle d’intégrité et ainsi d’allouer les probabilités de détection manquée associées.

Nous rappelons que les probabilités de détection manquée permettent de calculer les rayons de protection. La manière d’allouer le risque d’intégrité dépend des types de rayons de protection que l’algorithme est capable de calculer. Classiquement, les probabilités des évènements non gérés par le système sont retranchées au risque d’intégrité [Mart 08]. De ce fait, nous proposons deux arbres de défaillances selon les rayons de protection calculés par l’algorithme de contrôle d’intégrité :

- FT1 : arbre de défaillances allouant le risque d’intégrité dans un système évaluant des rayons de protection dans le cas sans panne et dans le cas d’une panne satellite.
- FT2 : arbre de défaillances allouant le risque d’intégrité dans un système évaluant des rayons de protection dans le cas sans panne, dans le cas d’une et de deux pannes satellite.

Les figures 2.8 et 2.9 représentent les arbres de défaillances FT1 et FT2 respectivement. Dans les deux cas, les probabilités des évènements de panne commune à une constellation sont soustraites au risque d’intégrité. De plus, une allocation spécifique est utilisée. Ainsi, pour les deux arbres de défaillances, 90% du risque d’intégrité est alloué aux cas de panne. Pour le FT2, 89,9% du risque d’intégrité est alloué au cas une panne et seulement 0,1% au cas de deux pannes simultanées. En effet, l’occurrence d’une seule panne satellite à un instant est plus probable que deux pannes à un même instant. De plus, nous soulignons le fait que le risque d’intégrité alloué à un mode de panne spécifique doit être inférieur à la probabilité d’occurrence de ce mode de panne. Dans le cas contraire, cela signifie que ce mode de panne est négligeable au regard du risque d’intégrité et la probabilité de détection manquée associée n’a alors pas de sens mathématique. De la même manière que pour les différents modes de panne, une allocation spécifique est faite sur les rayons de protection horizontaux et verticaux sur le dernier niveau des arbres de défaillances. L’intégrité associée à l’axe vertical étant plus critique, notamment pour les phases d’approche, le risque d’intégrité alloué au VPL est de 99% contre 1% pour le HPL.

Notons que le choix d’une allocation du risque d’intégrité spécifique n’influe pas sur le caractère conservatif de l’approche. En effet, la manière d’allouer le risque d’intégrité selon les différents modes de pannes et les différents rayons de protection influe sur ces derniers et une allocation spécifique peut être plus ou moins efficace. En revanche, l’allocation n’a pas d’influence sur le respect de ce risque d’intégrité. Ainsi, une infinité d’allocations du risque d’intégrité est possible.

La probabilité associée au cas sans panne, notée P_{ff} , et les probabilités de détection manquée, notées P_{mdi} , associées aux différents modes de panne et rayons de protection sont alors définies comme suit :

$$P_{\text{md0}}^{\text{H}} = P_{\text{ff}}^{\text{H}} = \alpha_0^{\text{H}} \frac{P_{\text{ir}}}{P_{\text{pas de panne}}}, \quad (2.67)$$

$$P_{\text{md0}}^{\text{V}} = P_{\text{ff}}^{\text{V}} = \alpha_0^{\text{V}} \frac{P_{\text{ir}}}{P_{\text{pas de panne}}}, \quad (2.68)$$

$$P_{\text{md1}}^{\text{H}} = \alpha_1^{\text{H}} \frac{P_{\text{ir}}}{P_{1\text{sur}N}}, \quad (2.69)$$

$$P_{\text{md1}}^{\text{V}} = \alpha_1^{\text{V}} \frac{P_{\text{ir}}}{P_{1\text{sur}N}}, \quad (2.70)$$

$$P_{\text{md2}}^{\text{H}} = \alpha_2^{\text{H}} \frac{P_{\text{ir}}}{P_{2\text{sur}N}}, \quad (2.71)$$

$$P_{\text{md2}}^{\text{V}} = \alpha_2^{\text{V}} \frac{P_{\text{ir}}}{P_{2\text{sur}N}}, \quad (2.72)$$

avec $\sum_{m=0}^J \alpha_m^{\text{H}} + \alpha_m^{\text{V}} = 1$ et J le nombre maximum de pannes simultanées pour lequel l'algorithme de contrôle d'intégrité peut calculer des rayons de protection.

En pratique, les probabilités de détection manquées (2.67-2.72) sont utilisés pour le calcul des différents rayons de protection. P_{ff}^{H} et P_{ff}^{V} sont les paramètres utilisés pour définir HPL_{ff} et VPL_{ff} , respectivement. $P_{\text{md1}}^{\text{H}}$ et $P_{\text{md1}}^{\text{V}}$ permettent de calculer les rayons de protection horizontal et vertical sous l'hypothèse d'une panne satellite notés HPL_1 et VPL_1 , respectivement. De même, $P_{\text{md2}}^{\text{H}}$ et $P_{\text{md2}}^{\text{V}}$ sont utilisés, le cas échéant, pour les rayons de protection horizontal et vertical sous l'hypothèse de deux pannes satellite, respectivement.

Les coefficients α_m^{H} et α_m^{V} sont les facteurs d'allocation du risque d'intégrité associés au mode de panne m et à la composante horizontale et verticale, respectivement. Chaque facteur d'allocation est associé à un unique événement de la ligne inférieure de l'arbre de défaillances. Il est calculé à partir des pourcentages associés aux branches pour remonter jusqu'en haut de l'arbre.

Ainsi, selon l'arbre de défaillances considéré, on obtient les valeurs suivantes des α_m^{H} et α_m^{V} :

$$\text{Pour le FT1 : } \alpha_0^{\text{H}} = 1.10^{-3}, \alpha_0^{\text{V}} = 0,099, \alpha_1^{\text{H}} = 9.10^{-3}, \alpha_1^{\text{V}} = 0,891, \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned} \text{Pour le FT2 : } \alpha_0^{\text{H}} &= 1.10^{-3}, \alpha_0^{\text{V}} = 0,099, \alpha_1^{\text{H}} = 9.10^{-3}, \alpha_1^{\text{V}} = 0,89, \\ \alpha_2^{\text{H}} &= 9,9.10^{-4}, \alpha_2^{\text{V}} = 1.10^{-5}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Notons qu'une optimisation de l'allocation du risque d'intégrité permet de diminuer les rayons de protection et ainsi améliorer la disponibilité du système. Ce type d'approche est proposé dans [Blan 07].

Dans le but de simplifier les écritures, P_{md} et P_{mdi} font pour la suite implicitement référence à la P_{md} ou P_{mdi} en tenant compte du temps d'alerte TTA du type d'opération considéré. De même, nous ne spécifions pas l'exposant H ou V permettant de distinguer le risque d'intégrité alloué au HPL et au VPL .

2.4.3 Récapitulatif des paramètres utilisés

Nous présentons dans les tableaux 2.2 et 2.3 un résumé des paramètres utilisés selon les différents types d'opération avec une allocation selon le FT1 et selon le FT2 respectivement. Afin d'être conservatif, nous choisissons les probabilités de panne satellite associées à la configuration 12 SV GPS et 12 SV Galileo du tableau 2.1. De plus, les probabilités de détection manquée ainsi que les probabilités P_{ff}^{H} et P_{ff}^{V} sont exprimées par seconde, en considérant que les données satellitaires sont reçues toutes les secondes.

Types d'opération	En-route	Terminal	NPA	APV I	APV II
P_{ir}	$1.10^{-7}/h$	$1.10^{-7}/h$	$1.10^{-7}/h$	$4,8.10^{-6}/h$	$4,8.10^{-6}/h$
TTA	300 s	15 s	10 s	10 s	6 s
P_{fd}	$2,7778.10^{-9}/s$	$2,7778.10^{-9}/s$	$2,7778.10^{-9}/s$	$1,3333.10^{-7}/s$	$1,3333.10^{-7}/s$
P_{ff}^H	0,924/s	0,206/s	$9,32.10^{-2}/s$	0,148/s	$4,1.10^{-2}/s$
P_{ff}^V	0,939/s	0,28/s	0,148/s	0,233/s	$8,82.10^{-2}/s$
P_{md1}^H	0,958/s	0,422/s	0,274/s	0,432/s	0,247/s
P_{md1}^V	0,973/s	0,573/s	0,433/s	0,684/s	0,531/s
P_{fde}	$3,333.10^{-6}/s$	$6,667.10^{-5}/s$	$1.10^{-4}/s$	$1.10^{-4}/s$	$1,667.10^{-4}/s$

Tableau 2.2 – Résumé des différents paramètres avec l'allocation du risque d'intégrité définie par l'arbre de défaillances FT1 défini par la figure 2.8 et avec les poids d'allocation définis par l'équation (2.73).

Types d'opération	En-route	Terminal	NPA	APV I	APV II
P_{ir}	$1.10^{-7}/h$	$1.10^{-7}/h$	$1.10^{-7}/h$	$4,8.10^{-6}/h$	$4,8.10^{-6}/h$
TTA	300 s	15 s	10 s	10 s	6 s
P_{fd}	$2,7778.10^{-9}/s$	$2,7778.10^{-9}/s$	$2,7778.10^{-9}/s$	$1,3333.10^{-7}/s$	$1,3333.10^{-7}/s$
P_{ff}^H	0,94/s	0,285/s	0,152/s	0,234/s	$8,83.10^{-2}/s$
P_{ff}^V	0,925/s	0,21/s	$9,59^{-2}/s$	0,148/s	$4,2.10^{-2}/s$
P_{md1}^H	0,974/s	0,584/s	0,446/s	0,684/s	0,531/s
P_{md1}^V	0,959/s	0,43/s	0,282/s	0,432/s	0,247/s
P_{md2}^H	0,982/s	0,693/s	0,577/s	0,886	0,816
P_{md2}^V	0,967/s	0,51/s	0,364/s	0,559/s	0,38/s
P_{fde}	$3,333.10^{-6}/s$	$6,667.10^{-5}/s$	$1.10^{-4}/s$	$1.10^{-4}/s$	$1,667.10^{-4}/s$

Tableau 2.3 – Résumé des différents paramètres avec l'allocation du risque d'intégrité définie par l'arbre de défaillances FT2 défini par la figure 2.9 et avec les poids d'allocation définis par l'équation (2.74).

2.4.4 Traitement des pannes multiples

Dans un contexte RAIM, l'identification de pannes multiples, et notamment de deux pannes satellite simultanées, a fait l'objet de nombreuses publications. Les méthodes présentées dans [Ni 07], [Jeon 05] et [Qian 07] réalisent l'identification de pannes multiples en associant un test d'hypothèses à toutes les combinaisons de pannes envisagées. Une autre approche est proposée dans [Perv 98] et [Ene 06]. Elle consiste à estimer à chaque instant une solution de navigation fondée sur un mode de panne spécifique. Cette méthode repose sur le fait que l'ensemble des modes de panne est connu *a priori*.

Un nouvel algorithme a été développé dans un contexte RAIM qui permet l'identification de multiples pannes satellite simultanées. Il a été nommé par ses auteurs RANCO (pour RANge COnsensus en anglais). Cet algorithme a fait l'objet de plusieurs articles [Schr 08a], [Schr 08b] et [Ripp 09] et présente la particularité d'entretenir un grand nombre d'estimateurs fondés sur des sous-groupes de quatre mesures satellitaires. En mettant à profit de multiples tests pour chaque mesure, l'identification des mesures défaillantes se fait en évaluant la cohérence globale des mesures entre elles. Nous reviendrons sur cette approche dans le chapitre 3.

Dans le contexte AAIM, peu d'algorithmes de contrôle d'intégrité prenant en compte l'hypothèse de plusieurs pannes satellitaires simultanées ont été proposés dans la littérature. En effet, dans un contexte RAIM, l'estimation est de type *snapshot*, c'est-à-dire qu'elle ne dépend que des mesures satellitaires à l'instant courant. Ainsi, la solution de navigation ne souffre pas d'accommodation et la détection et l'identification de pannes sont plus aisées. En revanche, dans un contexte AAIM où le problème de positionnement est classiquement résolu par un EKF, la solution de navigation a tendance

à s'accommoder aux pannes à évolution lente. Dans ce cas, la détection et l'identification de pannes est plus complexe que pour les algorithmes *snapshot*. L'évolution de la panne au cours du temps est alors à prendre en compte.

Néanmoins, quelques méthodes dans le contexte AAIM ont été proposées. Ainsi, une extension de l'algorithme MSS a été développée pour gérer le cas de deux pannes satellite simultanées [Esch 03]. La méthode employée dans [Esch 03] est d'ajouter un banc supplémentaire de sous-filtres utilisant des sous-groupes de $N - 3$ mesures afin de réaliser l'exclusion de jusqu'à deux mesures défaillantes simultanément. Cette extension a l'inconvénient d'avoir une charge calculatoire importante. Le nombre de filtres à entretenir en parallèle se voit grandement augmenté, d'autant qu'il dépend du nombre de satellites en vue N . Ainsi, le nombre de filtres à entretenir afin d'assurer l'identification de jusqu'à deux pannes satellite simultanées est donné par la relation suivante :

$$N_{\text{filtres}} = 1 + C_N^1 + C_N^2 + C_N^3. \quad (2.75)$$

En effet, pour l'exclusion de deux pannes satellite, il est nécessaire d'entretenir les filtres fondés sur tous les sous-groupes de $N - 3$ mesures. Ainsi, pour un nombre de satellite $N = 8$, 101 EKF sont nécessaires, pour $N = 16$, le nombre augmente jusqu'à 713 EKF.

Un algorithme de contrôle d'intégrité permettant de gérer l'identification jusqu'à deux pannes satellite simultanées a été proposé dans une architecture GLR (pour Generalized Likelihood Ratio en anglais) [Gire 07]. Cette méthode repose sur celle présentée par Palmqvist dans [Palm 97] où un rapport de vraisemblance est associé à chaque combinaison de panne possibles. L'identification fait alors intervenir, pour chaque combinaison, une estimation de l'amplitude des pannes effectuée par RLS (pour Recursive Least Square en anglais). Ainsi, afin d'assurer l'identification de jusqu'à deux pannes satellite simultanées, le nombre d'estimation par RLS à effectuer à chaque instant est :

$$N_{\text{RLS}} = C_N^1 + C_N^2. \quad (2.76)$$

Ainsi, pour un nombre de satellite $N = 8$, 36 RLS sont nécessaires, pour $N = 16$, cela implique 136 RLS à faire fonctionner à chaque instant.

Ces stratégies ne semblent néanmoins pas convenir alors avec l'augmentation du nombre de satellites en vue ainsi que les contraintes de charge calculatoire liées à des applications embarquées comme l'aviation.

2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons introduit les deux contextes dans lesquels s'inscrivent les algorithmes de contrôle d'intégrité GNSS, à savoir le RAIM et l'AAIM. Pour chacun de ces deux contextes, nous avons présenté un algorithme classique de contrôle d'intégrité. Dans le cas AAIM, cette présentation nous a amené à détailler le modèle d'hybridation GNSS/INS.

Avec l'interopérabilité des systèmes de navigation par satellite, les systèmes de navigation devront gérer l'éventualité de deux pannes satellite simultanées. Or, la plupart des architectures de contrôle d'intégrité actuelles ne permettent pas l'identification de plus d'une panne satellitaire à un même instant. Certaines méthodes ont été proposées dans le contexte RAIM. Quelques algorithmes de contrôle d'intégrité avec la prise en compte de deux mesures satellitaires défaillantes simultanées ont été développés dans le contexte AAIM. Néanmoins, les méthodes présentées induisent une charge de calcul trop élevée pour les applications embarquées. Ainsi, de nouvelles architectures de contrôle d'intégrité doivent être développées afin de permettre la détection et l'identification de multiples pseudo-distances simultanément défaillantes sous contrainte de coût calculatoire réduit. En effet, cet aspect est crucial afin que les systèmes de navigation GNSS satisfassent aux exigences de performances imposées par l'OACI.

Chapitre 3 - Introduction

Ce chapitre est dédié à une de nos contributions au contrôle d'intégrité AAIM. L'algorithme en question est inspiré d'un algorithme développé dans le contexte RAIM qui contrôle la cohérence de l'ensemble des mesures au moyen de tests multiples. Cet algorithme repose sur un banc de sous-filtres fondés sur des sous-groupes de mesures de taille réduite. L'algorithme que nous proposons présente l'avantage de permettre la détection et l'identification de mesures défaillantes multiples pour un coût calculatoire réduit en comparaison d'autres approches de type MSS où les sous-groupes de mesures sont définis de manière exhaustive en fonction des modes de panne considérés. Dans cette partie, nous présentons également le calcul des bornes de protection associées à l'algorithme proposé ainsi que des résultats de simulation afin d'illustrer les performances.

Chapitre 3

Mise à profit d'innovations croisées pour le contrôle d'intégrité AAIM : algorithme T-RANCO

Sommaire

3.1	Introduction	65
3.2	L'algorithme RANCO dans un contexte RAIM	66
3.2.1	Principe	66
3.2.2	Notations employées	66
3.2.3	La sélection du meilleur ensemble de mesures	67
3.2.4	Principe de pré-sélection des quadruplets de mesures des algorithmes RANCO et S-RANCO	71
3.2.5	Les rayons de protection	71
3.2.6	Conclusions	72
3.3	L'algorithme T-RANCO dans un contexte AAIM	73
3.3.1	Le procédé de détection	73
3.3.2	Le procédé d'identification	75
3.3.3	Procédure de pré-sélection des sous-groupes de mesures	76
3.3.4	Les rayons de protection	79
3.4	Résultats	83
3.4.1	Paramètres de simulations	83
3.4.2	Evaluation des performances	86
3.5	Conclusions	90

3.1 Introduction

Le chapitre 2 se conclut sur les nouvelles problématiques soulevées par les systèmes de navigation GNSS. Avec le déploiement de nouvelles constellations, les algorithmes de contrôle d'intégrité doivent être capables de détecter et d'identifier plusieurs pannes satellite simultanées. Quelques solutions ont été proposées dans un contexte RAIM. En revanche, le problème a été moins traité dans le contexte AAIM. Escher a proposé une extension de l'algorithme MSS [Esch 03] pour gérer jusqu'à deux pannes satellite simultanées. De même, une amélioration du GLR, initialement utilisé par Palmqvist [Palm 97], a été introduite dans [Gire 07]. Ces deux méthodes présentent néanmoins une charge de calcul importante au regard des contraintes liées aux applications embarquées.

Dans ce chapitre, nous présentons une de nos contributions pour le contrôle d'intégrité en présence de pannes multiples dans le contexte AAIM, à savoir un algorithme dont les tests d'hypothèses reposent sur les innovations dites *croisées* que nous appelons T-RANCO. Il est fondé sur le même principe que l'algorithme RANCO (pour RANge COnsensus en anglais) introduit dans [Schr 08a] dans le contexte

RAIM et permet de détecter et d'identifier des pannes satellite multiples pour un coût calculatoire réduit. Le chapitre est organisé de la façon suivante. Nous présentons dans une première partie l'algorithme RANCO tel qu'il a été proposé ainsi que ses variantes. Ensuite, nous détaillons l'algorithme T-RANCO que nous proposons dans un contexte AAIM. Une formulation des rayons de protection associés à l'algorithme T-RANCO est également présentée. Enfin, les performances de l'algorithme proposé sont analysées.

3.2 L'algorithme RANCO dans un contexte RAIM

3.2.1 Principe

L'algorithme RANCO introduit dans [Schr 08a] est inspiré de l'algorithme RANSAC (pour RANdom SAmple Consensus en anglais) [Fish 81]. RANSAC est utilisé en vision par ordinateur pour détecter des données incohérentes au sein d'un grand nombre de données. Développé uniquement dans un contexte RAIM, l'algorithme RANCO a fait notamment l'objet de deux autres publications [Schr 08b] et [Ripp 09] ainsi que d'un dépôt de brevet [Schr 09].

A l'origine [Schr 08a], l'approche de l'algorithme RANCO est légèrement différente de celle des algorithmes de contrôle d'intégrité « classiques ». L'idée est qu'il peut paraître intéressant de ne pas utiliser l'ensemble des pseudo-distances à disposition du récepteur pour réaliser l'estimation de position. En effet, un sous-groupe de pseudo-distances peut, dans certaines circonstances, fournir une solution de navigation plus précise que celle fondée sur l'ensemble des mesures satellitaires disponibles. Cela peut être notamment dû à la présence de biais sur certaines mesures. Notons que selon ce point de vue, le biais n'est pas uniquement considéré comme dû à une défaillance du satellite mais aussi à une potentielle dégradation ponctuelle de la mesure, comme une réalisation dite *outlier*¹ du bruit de mesure. Ces réalisations peuvent être dues à la présence de multitrajets ou d'interférences fréquentielles.

L'algorithme RANCO repose sur un banc d'estimateurs de type moindres carrés fondés sur des quadruplets de pseudo-distances différents. Les solutions de navigation obtenues par chaque estimateur sont ensuite reprojctées dans l'espace de mesure afin de fournir une prédiction de chacune des mesures exclues par les quadruplets. La différence entre la mesure ainsi estimée et la mesure reçue constitue une variable de test qui permet d'estimer la cohérence de la mesure testée par rapport au quadruplet. Lorsque la différence entre la mesure reçue et la mesure prédite est supérieure à un seuil fixé, cette mesure est considérée comme *non cohérente* vis-à-vis de ce quadruplet. A l'inverse, lorsque cette différence est inférieure au seuil, cette mesure est dite *cohérente* avec ce quadruplet. Notons que les mesures défaillantes peuvent correspondre à une mesure testée ou à une mesure appartenant au quadruplet. L'algorithme RANCO détermine ainsi les mesures incohérentes et cohérentes pour tous les quadruplets pré-sélectionnés et choisit celui ayant le plus de mesures cohérentes. Ce quadruplet, complété par ses mesures établies comme cohérentes, est finalement utilisé pour effectuer l'estimation de position.

L'un des atouts de cet algorithme par rapport à d'autres approches est qu'il met en œuvre plusieurs tests d'hypothèses pour une même mesure. Cette diversité d'informations est très attractive pour la détection et l'identification de multiples pannes satellite. De plus, bien qu'un grand nombre de sous-filtres doivent être entretenus, la complexité calculatoire est réduite par le fait que les inversions matricielles impliquent des matrices de taille 4 par 4. En effet, les inversions matricielles constituent les opérations les plus coûteuses en termes de charge de calcul.

3.2.2 Notations employées

Dans le contexte des algorithmes de type RANCO, nous dénommons F_{00} l'estimateur qui utilise l'ensemble des N mesures satellitaires disponibles. Aussi, nous notons F_k le $k^{\text{ième}}$ estimateur, avec $k \in [1, Q]$ et Q le nombre de quadruplets considérés. Enfin, nous introduisons le vecteur noté ID de

1. Une réalisation est communément qualifiée d'*outlier*, lorsque celle-ci ne correspond pas à la description statistique d'une variable aléatoire.

taille $N \times 1$ qui concatène l'ensemble des numéros d'identification des satellites en vue² et $ID(i)$ pour $i \in [1, N]$ désigne le $i^{\text{ème}}$ élément du vecteur ID . Ainsi, l'équation de mesure GNSS linéarisée associée à l'estimateur F_k s'écrit :

$$\mathbf{Y}_t^{(k)} = H_t^{(k)} \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t^{(k)}, \quad (3.1)$$

avec, à l'instant t :

- $\mathbf{Y}_t^{(k)}$ le vecteur concaténant les quatre pseudo-distances de l'estimateur F_k dont les numéros d'identification des satellites correspondants sont concaténés dans le vecteur noté $ID^{(k)}$,
- $\boldsymbol{\varepsilon}_t^{(k)}$ le vecteur de bruit de mesure associé à l'estimateur F_k dont la matrice de covariance³ est notée $R_t^{(k)}$,
- $H_t^{(k)}$ la matrice d'observation de taille 4×4 associée à l'estimateur F_k .

La solution des moindres carrés de l'estimateur F_k fondé sur le quadruplet de mesures $\mathbf{Y}_t^{(k)}$ se note alors :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^{(k)} = G_t^{(k)} \mathbf{Y}_t^{(k)}, \quad (3.2)$$

$$\text{avec } G^{(k)} = \left(H_t^{(k)} \right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Dans le cas général, nous notons $G_t^{(k)}$ la pseudo-inverse de $H_t^{(k)}$ à l'instant t , soit $G_t^{(k)} = \left[\left(H_t^{(k)} \right)^T H_t^{(k)} \right]^{-1} \left(H_t^{(k)} \right)^T$. Néanmoins, dans ce cas seulement, quatre mesures sont utilisées, donc $G_t^{(k)} = \left(H_t^{(k)} \right)^{-1}$.

La matrice de covariance de l'erreur d'estimation de $\widehat{\mathbf{X}}_t^{(k)}$ peut également être calculée comme suit :

$$P_t^{(k)} = G_t^{(k)} R_t^{(k)} \left(G_t^{(k)} \right)^T. \quad (3.4)$$

3.2.3 La sélection du meilleur ensemble de mesures

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord les tests d'hypothèses mis en œuvre. Ensuite, nous détaillons la procédure RANCO permettant de déterminer l'ensemble des mesures sélectionnées pour réaliser l'estimation de position. Nous introduisons également une seconde version de l'algorithme RANCO, notée S-RANCO (pour Second-RANCO en anglais) proposée dans [Schr 08a]. Elle diffère de l'algorithme RANCO par sa procédure de sélection de l'ensemble de mesures utilisé pour l'estimation de position. Néanmoins, les deux variantes du RANCO utilisent une pré-sélection des quadruplets fondée sur la géométrie de ceux-ci présentée dans la partie 3.2.4 ainsi que des tests de cohérence des mesures fondés sur la même variable de test.

Les tests d'hypothèses

Comme évoqué précédemment, l'algorithme RANCO dans sa version initiale ne met pas en œuvre explicitement une étape de détection et une étape d'identification de pannes. Il en est de même pour l'algorithme S-RANCO qui utilise les mêmes tests d'hypothèses. En effet, tout deux fournissent l'ensemble « optimal » de pseudo-distances dans le sens où il permet théoriquement d'obtenir la meilleure solution de navigation possible. Dans cet objectif, les algorithmes RANCO et S-RANCO mettent en œuvre plusieurs tests d'hypothèses.

L'équation de mesure GNSS linéarisée associée à la mesure i s'écrit pour $i \in [1, N]$:

$$\mathbf{Y}_{i,t} = H_{i,t} \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_{i,t}, \quad (3.5)$$

2. En effet, chaque satellite possède un numéro d'identification spécifique qui est déterminé durant la poursuite du signal.

3. Nous rappelons que la variance du bruit de mesure est déterminée en fonction de l'angle d'élévation du satellite associé, voir l'annexe A.

avec $H_{i,t}$ la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice H_t correspondant à la $i^{\text{ème}}$ mesure.

A partir de l'équation (3.5), une variable de test est construite pour chaque mesure i non utilisée par l'estimateur F_k comme la différence entre la mesure reçue i et la mesure i estimée à partir de la solution de navigation $\widehat{\mathbf{X}}_t^{(k)}$:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{Y}_{i,t}^{(k)} &= \mathbf{Y}_{i,t} - \widehat{\mathbf{Y}}_{i,t}^{(k)}, \forall i \text{ tel que } \text{ID}(i) \notin \text{ID}^{(k)} \\ \text{avec } \widehat{\mathbf{Y}}_{i,t}^{(k)} &= H_{i,t} \widehat{\mathbf{X}}_t^{(k)}, \\ &= H_{i,t} G_t^{(k)} \mathbf{Y}_t^{(k)}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Le terme $\Delta \mathbf{Y}_{i,t}^{(k)}$ est appelé *résidu* associé à la mesure i et à l'estimateur F_k . Notons que nous considérons ici le point de linéarisation fourni par le filtre principal, noté F_{00} , pour le calcul du vecteur $H_{i,t}$.

L'équation (3.6) peut être réécrite comme suit :

$$\Delta \mathbf{Y}_{i,t}^{(k)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{i,t} - H_{i,t} G_t^{(k)} \boldsymbol{\varepsilon}_t^{(k)}, \quad (3.7)$$

$$= \widetilde{H}_{i,t}^{(k)} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{i,t} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_t^{(k)} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

$$\text{avec } \widetilde{H}_{i,t}^{(k)} = \begin{bmatrix} 1, & -H_{i,t} G_t^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

En l'absence de panne, $\Delta \mathbf{Y}_{i,t}^{(k)}$ suit une loi gaussienne centrée d'écart-type $\widetilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}$:

$$\widetilde{\sigma}_{i,t}^{(k)} = \sqrt{H_{i,t} P_t^{(k)} H_{i,t}^T + \sigma_{i,t}^2}, \quad (3.10)$$

avec $\sigma_{i,t}^2$ la variance de la mesure i à l'instant t .

Dans [Schr 08a], le test d'hypothèses associé à la mesure i et à l'estimateur F_k est alors défini comme suit :

$$\begin{cases} T_{i,t}^{(k)} < T_{Di,t}^{(k)}, & \rightarrow \text{ la mesure } i \text{ est considérée comme cohérente avec le sous-groupe } \mathbf{Y}_t^{(k)}, \\ T_{i,t}^{(k)} \geq T_{Di,t}^{(k)} & \rightarrow \text{ la mesure } i \text{ est considérée comme non cohérente avec le sous-groupe } \mathbf{Y}_t^{(k)}, \end{cases}$$

où :

- la variable de test est égale à la valeur absolue du résidu, $T_{i,t}^{(k)} = \left| \Delta \mathbf{Y}_{i,t}^{(k)} \right|$,
- le seuil de décision est égal à $T_{Di,t}^{(k)} = 2,5 \times \widetilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}$.

Ce test d'hypothèses est calculé pour chaque quadruplet excluant la mesure i .

Notons que le seuil de décision n'est ici pas explicitement calculé en fonction d'une probabilité de fausse détection. Or, c'est ce qui est classiquement fait dans le contrôle d'intégrité pour l'aviation civile afin de garantir un taux de fausse alerte maximal.

La figure 3.1 illustre le principe du test de cohérence des mesures des algorithmes RANCO et S-RANCO. Un estimateur utilise quatre mesures (trait bleu) parmi celles disponibles. A partir du vecteur d'état estimé ainsi obtenu, une estimation des mesures non utilisées est effectuée. La différence entre chaque mesure estimée (trait vert épais) et celle effectivement reçue, i.e. la mesure testée, (trait noir fin) est ensuite comparée à un seuil (cercle noir). Lorsque le seuil associé à une mesure est dépassé, la mesure testée est déclarée par l'algorithme non cohérente vis-à-vis du quadruplet en question (symbolisé par un carré rouge).

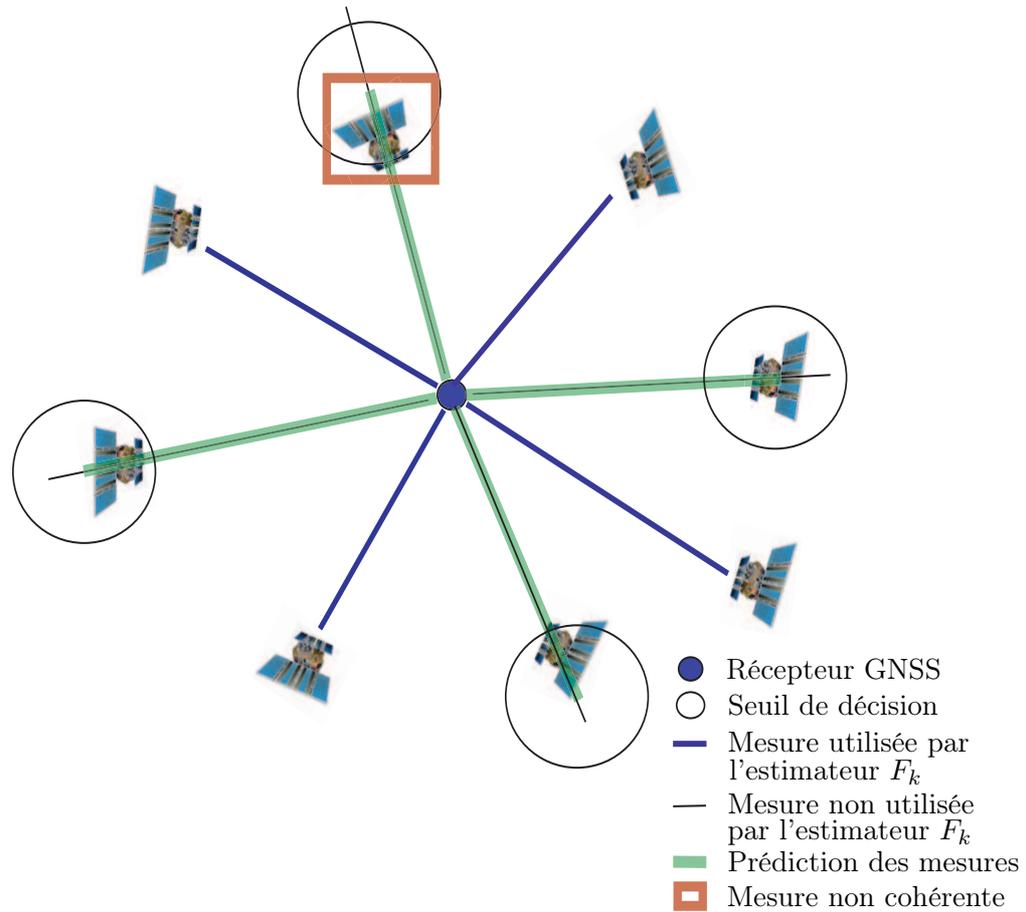


Figure 3.1 – Les tests de cohérence des mesures pour un estimateur F_k .

En termes de complexité calculatoire, les algorithmes RANCO et S-RANCO nécessitent à chaque instant de calculer la pseudo-inverse d'une matrice de taille $N \times 4$ pour le filtre principal, Q inversions de matrices de taille 4×4 pour les sous-filtres et de réaliser $Q(N - 4)$ tests d'hypothèses.

Le principe des tests de cohérence mis en œuvre ainsi que les variables de test ont été introduits. Nous détaillons dans la partie suivante les procédures spécifiques des algorithmes RANCO, dans un premier temps, et S-RANCO, dans un second temps.

La procédure RANCO

L'algorithme RANCO permet de déterminer l'ensemble de mesures le plus cohérent avec le reste des mesures. Ainsi, comme le montre l'algorithme 1, la première étape est la pré-sélection des quadruplets à évaluer. En effet, nous rappelons que l'algorithme RANCO ne considère pas tous les quadruplets de manière exhaustive mais se limite à un certain nombre choisi judicieusement (voir partie 3.2.4). Dans l'algorithme RANCO, la procédure d'analyse des quadruplets est interrompue dès qu'un quadruplet est cohérent avec l'ensemble des mesures non utilisées par ce quadruplet. Si aucun quadruplet ne vérifie cette condition, un test final de cohérence est réalisé à partir de la solution de navigation fondée sur le quadruplet complété par les mesures établies comme cohérentes avec celui-ci. Cette étape permet de confirmer ou d'infirmer l'incohérence des mesures préalablement établies comme telles. Lorsque plusieurs quadruplets présentent le même nombre de mesures cohérentes, l'algorithme RANCO utilise le dernier quadruplet complété par ses mesures cohérentes pour réaliser l'estimation de position. Ainsi, l'ordre dans lequel les quadruplets sont testés influe sur la décision finale.

Algorithme 1 Algorithme RANCO [Schr 08a]

Pré-sélectionner les quadruplets

Arrêt = 0

tant que nouveau quadruplet à considérer **et** Arrêt=0 **faire**

Effectuer les tests de cohérence des mesures

si le nombre de mesures cohérentes est supérieur au précédent **alors**

Sauver le quadruplet considéré

fin si

si le nombre de mesures cohérentes est égal au nombre de pseudo-distances **alors**

Arrêt = 1 (*Pas de mesures non cohérentes*)

fin si

fin tant que

Recalculer une estimation du vecteur d'état fondée sur le dernier quadruplet sauvé plus toutes ses mesures établies comme cohérentes

si Arrêt = 0 **alors**

Réaliser le test final de cohérence des mesures (*Identification des mesures non cohérentes*)

fin si

La procédure S-RANCO

Comme énoncé précédemment, une seconde procédure fondée sur les mêmes tests d'hypothèses a été proposée dans [Schr 08a], dénommée S-RANCO, et est résumée par l'algorithme 2. Comme pour l'algorithme RANCO, la première étape est la pré-sélection des quadruplets à évaluer. Ensuite, l'algorithme S-RANCO détermine les mesures à utiliser pour l'estimation de position en comptabilisant le nombre de fois où chaque mesure est considérée comme non cohérente par un quadruplet. Un compte élevé indique une forte incohérence avec les autres mesures. De plus, l'algorithme S-RANCO pénalise les mesures présentes dans de nombreux quadruplets en considérant qu'elles sont potentiellement fautives (et non détectables) en incrémentant le compteur des mesures de chaque quadruplet. En effet, le test impliquant un quadruplet de trois mesures saines et une mesure défaillante contre une mesure saine est moins performant que celui testant une mesure fautive contre un quadruplet sain. De ce fait, dans l'algorithme S-RANCO, l'ensemble des mesures utilisées pour l'estimation de position est composé des mesures présentant un compteur faible à la fin de l'ensemble des tests de cohérence. Néanmoins, la procédure de détermination de cet ensemble dépend d'un seuil de décision associé au compteur de chaque mesure qui n'est pas spécifié dans [Schr 08a].

Incrémenter le compteur des mesures appartenant à un quadruplet est nécessaire car il n'est pas garanti que chaque satellite soit inclus dans le même nombre de quadruplets. Néanmoins, ce procédé paraît très pénalisant. La décision de la procédure S-RANCO est alors très dépendante des quadruplets pré-sélectionnés. De plus, bien que le seuil de décision associé au compteur de chaque satellite soit déterminant, il ne peut être défini que de manière *ad hoc*. Classiquement, le seuil de détection est calculé en fonction d'une probabilité de fausse détection. Cela est dans ce cas difficile.

Nous avons détaillé ici deux procédures pour déterminer l'ensemble de mesures satellitaires utilisé afin d'estimer la position du véhicule. Ces deux procédures, associées respectivement à RANCO et S-RANCO, reposent sur des approches différentes. Néanmoins, dans les deux versions, le décompte des mesures incohérentes est binaire et ne tient pas compte de l'ordre de grandeur des variables de test. Une amélioration possible serait de prendre en compte ces amplitudes dans le choix final. Cela pourrait être pertinent en cas d'ambiguïté lorsque plusieurs quadruplets possèdent le même nombre de mesures cohérentes.

Nous présentons brièvement dans la partie suivante le principe de pré-sélection des quadruplets de mesures des algorithmes RANCO et S-RANCO.

Algorithme 2 Algorithme S-RANCO [Schr 08a]

Pré-sélectionner les quadruplets

pour tous les quadruplets à considérer **faire**

Effectuer les tests de cohérence des mesures

Incrémenter les compteurs des mesures qui sont identifiées comme non cohérentes avec le quadruplet

Incrémenter les compteurs des mesures qui appartiennent au quadruplet

fin pour

Trier les mesures selon leur compteur dans l'ordre décroissant

Réaliser le seuillage sur les valeurs des compteurs

Identification de l'ensemble des mesures pour effectuer l'estimation de position

3.2.4 Principe de pré-sélection des quadruplets de mesures des algorithmes RANCO et S-RANCO

Dans le contexte GNSS multiconstellation, le nombre de satellites disponibles est important, ainsi le nombre de quadruplets possibles l'est d'autant plus. Dans le but de réduire le coût calculatoire, il convient donc de sélectionner les quadruplets de manière judicieuse pour couvrir l'ensemble des modes de panne possibles. La pré-sélection des quadruplets de mesures est réalisée en choisissant ceux qui présentent les géométries les plus favorables et qui sont donc les plus aptes à constituer un sous-groupe plus performant pour les tests d'hypothèses. Un bon critère pour ce choix est d'évaluer le conditionnement de la matrice d'observation H_t . Le lecteur peut se référer à [Schr 08a] pour une description complète des deux procédures de pré-sélection des quadruplets de mesures. [Schr 08b] propose également d'utiliser le WDOP (pour Weighted Dilution Of Precision en anglais) qui est un indicateur de la qualité géométrique d'un groupe de mesures satellitaires. Il tient également compte de la précision de chaque mesure. Le critère WDOP associé à l'estimateur F_k est calculé comme suit :

$$\text{WDOP}^{(k)} = \left[\left(H_t^{n(k)} \right)^T \left(R_t^{(k)} \right)^{-1} H_t^{n(k)} \right]^{-1}, \quad (3.11)$$

où $H_t^{n(k)}$ est la matrice d'observation du sous-filtre F_k incluant une matrice de projection permettant d'exprimer les coordonnées spatiales dans le repère de navigation.

Nous rappelons que le DOP (pour Dilution Of Precision en anglais) est un critère qui traduit, pour un même niveau de bruit, l'erreur d'estimation moyenne de la solution en fonction de la géométrie des satellites. Plus le DOP est petit, meilleure est l'estimation de la position. De manière similaire, le critère WDOP permet de prendre en compte le niveau de bruit des mesures.

Nous ne détaillons pas ici les différentes procédures de pré-sélection des quadruplets de mesures proposées dans [Schr 08a] et [Schr 08b]. Néanmoins, elles présentent le même défaut, à savoir qu'un nombre important de quadruplets est nécessaire pour garantir de bonnes performances de l'algorithme.

3.2.5 Les rayons de protection

Comme évoqué précédemment, l'algorithme RANCO a fait l'objet d'une troisième publication [Ripp 09]. Dans ce papier, les auteurs ont essayé d'évaluer la capacité de cet algorithme à fonctionner comme un algorithme de contrôle d'intégrité RAIM qui satisfait aux exigences opérationnelles de l'OACI. Pour cela, il est nécessaire de lier les paramètres de l'algorithme avec une probabilité de fausse détection et une probabilité de détection manquée. Afin de parvenir à résoudre ce problème, l'algorithme RANCO a été adapté. En effet, la version présentée dans [Ripp 09] nécessite de prendre en compte l'ensemble des quadruplets de mesures de manière exhaustive. Cet aspect augmente significativement la charge calculatoire de l'algorithme. Il est à noter également que l'étape de détection de l'algorithme RANCO est confondue avec l'étape d'identification de mesures défaillantes à l'étape de

test final de cohérence du quadruplet finalement sélectionné (voir l’algorithme 1).

Pour résumer, il a été montré dans [Ripp 09] que :

- il est possible d’exprimer les seuils $T_{D_{i,t}}^{(k)}$ en fonction d’une probabilité de fausse détection P_{fd} dépendant du type d’opération considéré ;
- il est possible d’exprimer les biais minimum détectables (nécessaires au calcul des rayons de protection) en fonction de la performance de chaque test de cohérence. A noter que deux expressions du biais minimum détectable sont fournies. L’une considère l’hypothèse que le quadruplet de mesures contient une ou plusieurs pannes, l’autre considère l’hypothèse que la panne affecte la mesure testée contre un quadruplet de mesures sain.

En revanche, [Ripp 09] souligne qu’à l’issue du test final de cohérence qui peut confirmer ou infirmer l’incohérence des mesures, rien ne garantit que les probabilités de fausse détection et de détection manquée sont garanties. En ce sens, les rayons de protection associés à l’algorithme RANCO ne sont pas calculables.

3.2.6 Conclusions

Les algorithmes de type RANCO présentent des caractéristiques intéressantes, notamment l’utilisation de multiples tests d’hypothèses afin de sélectionner le meilleur ensemble de mesures satellitaires. L’un des atouts de ces algorithmes est qu’ils permettent de façon inhérente l’identification de multiples mesures non cohérentes. En l’occurrence, les algorithmes RANCO sont capables d’identifier jusqu’à $N - 5$ mesures à un même instant⁴. Le tableau 3.1 compare la charge de calcul des algorithmes RANCO et S-RANCO avec un algorithme LS-RAIM utilisant deux bancs de sous-filtres permettant de gérer jusqu’à deux pannes satellite simultanées. L’utilisation de sous-groupes de taille réduite permet aux algorithmes RANCO et S-RANCO de diminuer le coût calculatoire induit par le calcul des pseudo-inverses. Ainsi, la charge de calcul est réduite en comparaison avec celle du LS-RAIM, sous réserve d’un nombre raisonnable de sous-filtres pré-sélectionnés. L’étape de pré-sélection des sous-groupes de mesure est donc un point crucial de ces algorithmes. De ce fait, ces approches semblent très intéressantes pour la détection et l’identification de multiples mesures satellitaires défaillantes.

	Nombre d’inversion de matrice ou de calcul de pseudo-inverse	Nombre de tests d’hypothèses
LS-RAIM	1 de taille $N \times 4$ N de taille $(N - 1) \times 4$ $\frac{N(N-1)}{2}$ de taille $(N - 2) \times 4$	$1 + N + \frac{N(N-1)}{2}$
RANCO, S-RANCO	1 de taille $N \times 4$ Q de taille 4×4	$Q(N - 4)$

Tableau 3.1 – La complexité calculatoire des algorithmes RANCO, S-RANCO et LS-RAIM pour la gestion de jusqu’à deux pannes satellite.

Néanmoins, les algorithmes RANCO et S-RANCO ne peuvent pas être aisément adaptés au contrôle d’intégrité des systèmes de navigation GNSS. En effet, le choix des quadruplets est crucial et leur nombre influe directement sur le coût calculatoire. Il est donc important de limiter ce nombre. Or, les algorithmes RANCO et S-RANCO nécessitent de prendre en compte un nombre important de quadruplets de mesures différents afin de garantir qu’au moins un quadruplet de mesures ne contienne aucune panne.

Un autre problème émerge pour le calcul des rayons de protection associés à cet algorithme dans un contexte de contrôle d’intégrité. La procédure de détection de l’algorithme RANCO est notamment

4. En effet, il est nécessaire qu’au moins une mesure soit cohérente avec au moins un quadruplet pour le sélectionner parmi tous les quadruplets envisagés.

définie de telle sorte que si un quadruplet est cohérent avec toutes les autres mesures, alors les autres quadruplets ne sont pas testés. De ce fait, les performances de détection sont dépendantes de l'ordre dans lequel sont évalués les sous-groupes, ce qui rend difficile l'expression des rayons de protection.

Dans la partie suivante, nous présentons donc un algorithme de contrôle d'intégrité dans le contexte AAIM inspiré de l'algorithme RANCO. Dans un contexte AAIM, un problème classique est l'accommodation du filtre aux pannes lentes. Pour pallier ce problème, une étape de lissage peut être introduite sur la variable de test afin de réduire l'effet de l'accommodation, comme dans l'AIME [Dies 94]. Cette stratégie induit cependant une charge de calcul supplémentaire. Nous tirons alors profit de ce qu'on appelle des *innovations croisées* qui ne souffrent pas de ce phénomène afin de réaliser la détection de panne dans ce contexte. Des adaptations ainsi que des modifications tenant compte des points faibles des algorithmes RANCO et S-RANCO ont été apportées. De ce fait, nous dénommons cet algorithme T-RANCO (pour Third-RANCO en anglais).

3.3 L'algorithme T-RANCO dans un contexte AAIM

L'algorithme T-RANCO que nous proposons repose sur le principe de tests de cohérence des mesures avec des sous-groupes de mesures pré-sélectionnés, comme dans les algorithmes RANCO et S-RANCO. Comme précisé préalablement dans ce manuscrit, l'hybridation est classiquement réalisée par un EKF dans un contexte AAIM, contrairement au contexte RAIM où l'estimation de la solution de navigation est fournie par un algorithme de type moindres carrés. En ce sens, il est nécessaire de définir une nouvelle variable de test pour l'algorithme T-RANCO. Cette variable de test est fondée sur ce qui est appelé une *innovation croisée*. Une nouvelle procédure est proposée pour la détection et l'identification de mesures satellitaires défailtantes dans les parties 3.3.1 et 3.3.2. De plus, une nouvelle stratégie de pré-sélection des sous-groupes est décrite dans la partie 3.3.3. Cette procédure tient compte des modes de panne à considérer par l'algorithme de contrôle d'intégrité ainsi que des contraintes de charge calculatoire liées aux applications embarquées.

3.3.1 Le procédé de détection

La représentation dans l'espace d'état du problème de navigation est donnée par les équations (2.32) et (2.34) du chapitre 2. Les équations (2.35 - 2.41) concernent la mise en œuvre de l'EKF. De la même manière que pour l'algorithme RANCO, le filtre principal qui utilise l'ensemble des N pseudo-distances est noté F_{00} . Aussi, l'appartenance d'une grandeur au filtre F_k est spécifiée par le terme (k) en exposant de cette grandeur. Par exemple, $\widehat{\mathbf{X}}_t^{+(k)}$ fait référence au vecteur d'état estimé *a posteriori*, à l'instant t , fourni par le filtre F_k . Ce dernier est fondé sur le sous-groupe de mesures satellitaires défini par le vecteur de mesure $\mathbf{Y}_t^{(k)}$ dont les numéros d'identification des satellites sont stockés dans $ID^{(k)}$. La figure 3.2 illustre l'architecture de l'algorithme T-RANCO.

Le contrôle d'intégrité dans un contexte de filtre de Kalman souffre classiquement du problème dit d'*accommodation* lorsque le procédé de détection est fondé sur les innovations. En effet, le filtre de Kalman estime le vecteur d'état au vu de l'historique des mesures reçues au cours du temps, noté $\mathbf{Y}_{1:t}$. De ce fait, il a tendance à s'accommoder à certaines pannes, notamment celles de faibles amplitudes et à évolution lente. Ainsi, s'il ne détecte pas ces anomalies sur les mesures dans des temps relativement courts, le filtre attribue ces pannes à la dynamique du vecteur d'état et donc ne peut plus les détecter bien que son estimation de la position dérive. Pour résoudre ce problème, l'AIME par exemple utilise une variable de test fondée sur une estimation lissée du vecteur d'état en utilisant une fenêtre glissante composée de mesures accumulées au cours du temps. Le procédé de lissage permet de diminuer l'effet du bruit de mesure sur l'estimation, et donc sur les variables de test. Il offre la possibilité de détecter des biais de faible amplitude.

Contrairement à cette approche, le T-RANCO ne souffre pas du problème d'accommodation aux pannes. En effet, la variable de test est fondée sur des innovations croisées, c'est-à-dire que chaque

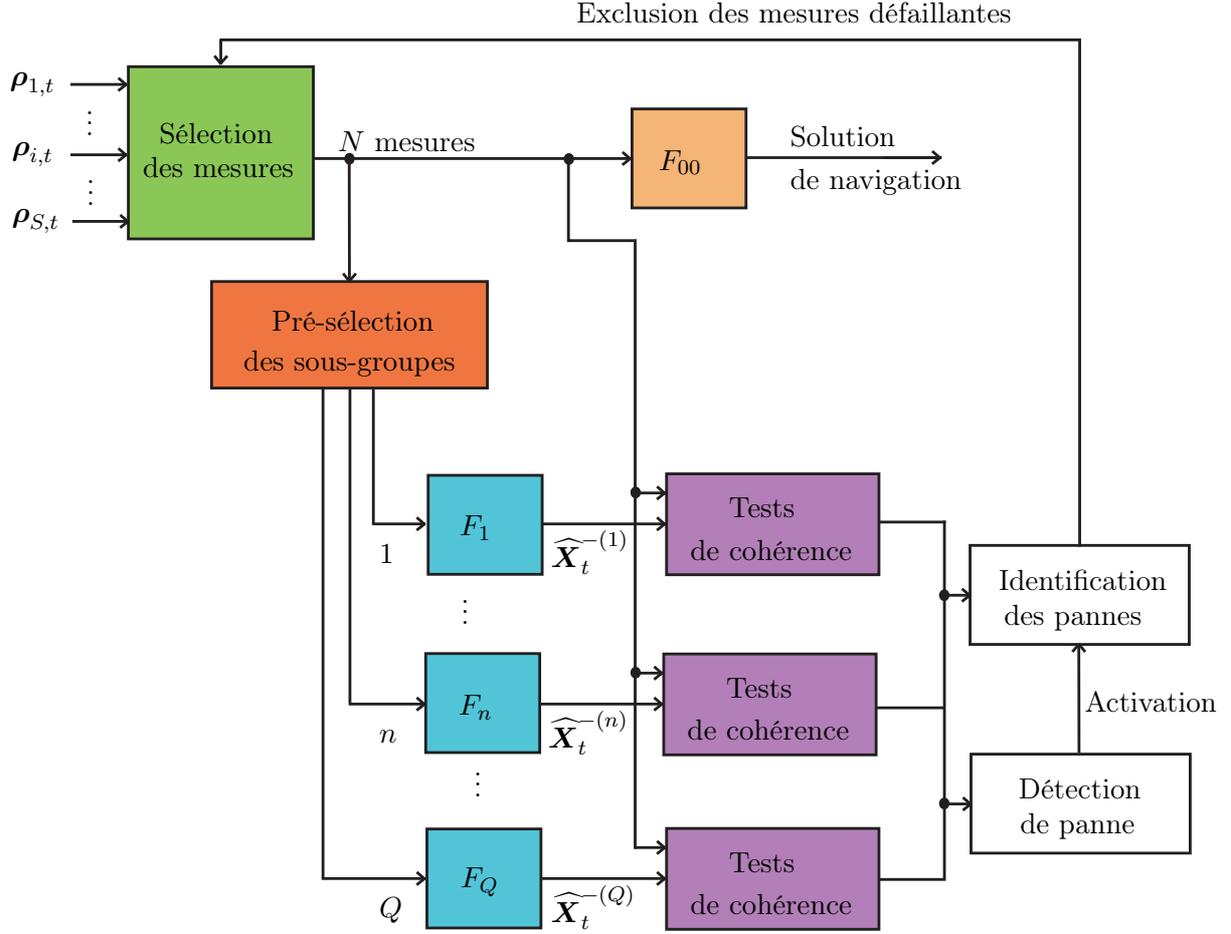


Figure 3.2 – Architecture de l'algorithme T-RANCO.

mesure est comparée avec une prédiction de cette mesure fondée sur un sous-groupe de mesures excluant cette même mesure. Ainsi, en considérant qu'au moins un des sous-groupes ne contient que des mesures saines, le problème d'accommodation du filtre de Kalman est résolu. Cette approche permet en outre de réduire considérablement le coût calculatoire en comparaison à des approches type AIME car l'étape de lissage du vecteur d'état sur une fenêtre temporelle n'est plus requise.

Nous définissons dans un premier temps l'innovation croisée associée au filtre F_k et à la mesure i pour $k \in [1, Q]$ et i tel que $ID(i) \notin ID^{(k)}$ comme suit :

$$\tilde{z}_{i,t}^{(k)} = \mathbf{Y}_{i,t} - H_{i,t} \widehat{\mathbf{X}}_t^{-(k)}, \quad (3.12)$$

où à l'instant t :

- $H_{i,t}$ est la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice d'observation⁵ H_t ,
- $\mathbf{Y}_{i,t}$ est la $i^{\text{ème}}$ mesure du vecteur \mathbf{Y}_t ,
- $\widehat{\mathbf{X}}_t^{-(k)}$ est la prédiction du vecteur d'état par le filtre F_k dont la matrice de covariance se note $P_t^{-(k)}$.

Dans l'expression (3.12), nous appelons la mesure i , la mesure testée.

La variance de $\tilde{z}_{i,t}^{(k)}$ est :

$$\left(\tilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}\right)^2 = H_{i,t} P_t^{-(k)} H_{i,t}^T + \sigma_{i,t}^2, \quad (3.13)$$

5. De même que précédemment, nous considérons ici le point de linéarisation fourni par le filtre principal, noté F_{00} , pour le calcul du vecteur $H_{i,t}$.

avec $\sigma_{i,t}^2$ la variance du bruit de la $i^{\text{ème}}$ mesure à l'instant t .

Nous proposons alors de définir la variable de test comme le carré de l'innovation croisée normalisé par sa variance. Ainsi, la variable de test associée à la mesure i et au filtre F_k pour $k \in [1, Q]$ et i tel que $ID(i) \notin ID^{(k)}$ s'écrit :

$$T_{i,t}^{(k)} = \left(\frac{\tilde{z}_{i,t}^{(k)}}{\tilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}} \right)^2. \quad (3.14)$$

Ainsi, $T_i^{(k)}$ suit une loi du χ^2 à un degré de liberté. Dans le cas sans panne, cette loi est centrée et décentrée en présence d'au moins une panne soit sur le vecteur des mesures du sous-groupe $\mathbf{Y}_t^{(k)}$, soit sur la mesure testée $\mathbf{Y}_{i,t}$. De manière similaire à l'algorithme RANCO, nous définissons le test d'hypothèses suivant :

$$\begin{cases} T_{i,t}^{(k)} < T_d, & \rightarrow \text{ la mesure } i \text{ est considérée comme cohérente avec le sous-groupe } \mathbf{Y}_t^{(k)}, \\ T_{i,t}^{(k)} \geq T_d & \rightarrow \text{ la mesure } i \text{ est considérée comme non cohérente avec le sous-groupe } \mathbf{Y}_t^{(k)}. \end{cases}$$

Notons que dans le cas du T-RANCO, le seuil de décision, noté T_d , est le même pour toutes les variables de test dans la mesure où les variables de test ont été normalisées et suivent la même loi.

En ce qui concerne la règle de décision relative au procédé de détection de panne, nous considérons qu'une alerte est levée lorsqu'au moins une mesure est incohérente avec un sous-groupe. Ainsi, le test d'hypothèses associé s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 & \text{pas de panne :} & T_{i,t}^{(k)} < T_d, \forall i \text{ tel que } ID(i) \notin ID^{(k)} \text{ et } \forall k \in [1, Q], \\ \mathcal{H}_1 & \text{détection de panne :} & \exists T_{i,t}^{(k)} \geq T_d, \forall i \text{ tel que } ID(i) \notin ID^{(k)} \text{ et } \forall k \in [1, Q]. \end{cases}$$

Ainsi, en posant N_{test} le nombre total de tests et en considérant que chaque test peut mener à une fausse détection de manière équiprobable, il est possible de définir le seuil de décision T_d à partir d'une probabilité de fausse détection donnée P_{fd} :

$$T_d = F_{\chi^2}^{-1} \left(1 - \frac{P_{\text{fd}}}{N_{\text{test}}}; 1 \right), \quad (3.15)$$

avec $F_{\chi^2}(\cdot; k)$ la fonction de répartition de la loi du χ^2 à k degrés de liberté.

3.3.2 Le procédé d'identification

Une alerte est donc levée lorsqu'au moins une mesure a été établie comme non cohérente avec au moins un sous-groupe. Nous proposons alors d'effectuer l'identification des mesures défaillantes de la manière suivante. Tout d'abord, pour chaque sous-groupe présentant des mesures non cohérentes, une vérification est effectuée sur le nombre de mesures établies comme non cohérentes. Ainsi, si ce nombre est supérieur au nombre maximal de pannes considéré, noté K_p , le sous-groupe n'est pas pris en compte pour l'identification, dans le cas contraire, il l'est. L'idée sous-jacente est qu'un sous-groupe présentant un nombre de mesures non cohérentes supérieur à K_p contient certainement une ou des mesures fautives dégradant sa solution de navigation et fournissant des indications de défaillance sur les mesures erronées. Ensuite, le sous-groupe présentant le moins de mesures non cohérentes est cherché et les mesures établies comme non cohérentes par ce sous-groupes sont alors considérées comme défaillantes par le système. Ces mesures sont alors exclues par le système et non prises en compte pour le calcul de la solution de navigation du filtre principal. Notons que si plusieurs sous-groupes présentent le même nombre minimal de mesures non cohérentes et que les satellites associés sont différents, une procédure d'attente est enclenchée. Ainsi, l'identification des mesures défaillantes est reportée jusqu'à

Algorithme 3 Algorithme T-RANCO

```
Pré-sélectionner les sous-groupes
pour tous les sous-groupes à considérer faire
    Effectuer les tests de cohérence des mesures
    Sauver les mesures non cohérentes pour chaque sous-groupe
fin pour
si au moins une mesure considérée non cohérente par au moins un sous-groupe alors
    Détection de panne
    pour tous les sous-groupes ayant au moins une mesure non cohérente faire
        Chercher le(s) sous-groupe(s) présentant le moins de mesures non cohérentes
        si le nombre minimum de mesures non cohérentes est inférieur à  $K_p$  et les sous-groupes
            identifient les mêmes mesures défaillantes alors
                Identification de(s) mesure(s) défaillante(s)
        fin si
    fin pour
sinon
    Pas de détection de panne
fin si
```

ce que l'ambiguïté soit levée. Afin d'éviter de réinitialiser le filtre principal avec une solution de navigation dégradée, les mesures considérées comme défaillantes sont simplement enlevées de l'ensemble de mesures utilisé par le filtre principal.

L'algorithme 3 résume la procédure de détection et d'identification de pannes de l'algorithme T-RANCO. La méthode diffère de celles du RANCO et du S-RANCO (voir algorithme 1 et 2) à différents niveaux.

Tout d'abord, une analyse exhaustive de la cohérence de l'ensemble des sous-groupes pré-sélectionnés est réalisée, contrairement à l'algorithme RANCO qui interrompt son analyse si un quadruplet présente une cohérence avec l'ensemble des pseudo-distances. Cette modification a notamment été apportée afin de permettre le calcul des rayons de protection associés à l'algorithme T-RANCO qui est développé dans la partie 3.3.4. De plus, comme nous l'avons présenté, les procédés de détection et d'identification de pannes ont été séparés. Ainsi, une anomalie est détectée lorsqu'au moins une mesure est incohérente avec un sous-groupe. L'identification des mesures défaillantes est réalisée en recherchant le sous-groupe de mesures présentant le plus de mesures cohérentes.

Nous présentons dans la partie suivante la procédure proposée pour la pré-sélection des sous-groupes de mesures de l'algorithme T-RANCO.

3.3.3 Procédure de pré-sélection des sous-groupes de mesures

Nous présentons ici la procédure de pré-sélection des sous-groupes de mesures que nous proposons pour garantir la présence d'un sous-groupe de mesures sain au regard des hypothèses considérées. Contrairement à l'algorithme RANCO, la procédure de pré-sélection proposée ici n'impose pas des sous-groupes de taille 4. Ainsi, le nombre de mesures des sous-groupes, noté N_{SV} , est variable et déterminé automatiquement en fonction du nombre de mesures disponibles N et du nombre maximal de pannes simultanées considéré, noté K_p .

En considérant des sous-groupes disjoints, i.e. ne comportant aucune mesure commune, le nombre maximal de sous-groupes dégradés par au moins une mesure défaillante est K_p . Afin de garantir la présence d'un sous-groupe de mesures sain, nous définissons le nombre de sous-groupes disjoints nécessaires N_d nécessaire tel que :

$$N_d \text{ nécessaire} \geq K_p + 1. \quad (3.16)$$

Le nombre maximal de mesures dans chaque sous-groupe $N_{\text{SV max}}$ assurant la disjonction entre les sous-groupes est :

$$N_{\text{SV max}} = \left\lfloor \frac{N}{K_p + 1} \right\rfloor, \quad (3.17)$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ désigne la partie entière.

Afin d'utiliser un nombre suffisant de mesures pour résoudre le problème de navigation qui, dans notre étude, est égal à 4, nous choisissons :

$$N_{\text{SV}} = \max \left(4, \left\lfloor \frac{N}{K_p + 1} \right\rfloor \right). \quad (3.18)$$

Le nombre effectif de sous-groupes disjoints est alors défini par :

$$N_d = \left\lfloor \frac{N}{N_{\text{SV}}} \right\rfloor. \quad (3.19)$$

Ainsi, à cause de la contrainte du nombre minimal de mesures pour résoudre le problème donné par l'équation (3.18), l'inégalité $N_{\text{SV}} \leq N_{\text{SV max}}$ ne peut être garantie pour tout N . Notons que si la condition fournie par l'équation (3.16) n'est pas satisfaite, la présence d'un sous-groupe sain n'est pas garantie.

De ce fait, si nous considérons un nombre de mesures simultanément fautives de 2, nous choisissons $K_p = 2$. Dans ce cas, pour $N = 16$, $N_{\text{SV}} = 5$, le nombre de sous-groupes disjoints est $N_d = 3$ et la condition (3.16) est satisfaite.

En revanche, pour $K_p = 2$ et $N = 10$, nous obtenons $N_{\text{SV}} = 4$ et $N_d = 2$. Ainsi, la condition (3.16) n'est plus satisfaite et la présence d'un sous-groupe sain n'est plus garantie.

Afin de garantir la condition (3.16) pour $K_p = 2$, il faut avoir un nombre de mesures supérieur ou égal à 12, $N \geq 12$.

Dans le but de garantir qu'une mesure soit incluse dans au moins un sous-groupe, nous ajoutons une condition à la pré-sélection des sous-groupes de mesures. Si une ou plusieurs mesures n'appartient à aucun sous-groupe, un ou plusieurs sous-groupe incluant ces mesures supplémentaires est ajouté. Notons que ce choix est également guidé par le fait qu'on souhaite augmenter la redondance des variables de test pour le procédé de détection et d'identification. Ainsi, à l'issue du processus, chaque mesure appartient au moins à un sous-groupe et tous les K_p -uplets sont exclus par au moins un sous-groupe. Nous avons déterminé une condition sur le nombre de mesures par sous-groupe en accord avec nos hypothèses de panne, nous détaillons maintenant la procédure de sélection de ces sous-groupes.

De manière similaire au procédé de pré-sélection des sous-groupes de mesures de l'algorithme RANCO [Schr 08b], le critère noté WGDOP (pour Weighted General Dilution Of Precision en anglais) est ensuite utilisé afin de sélectionner les sous-groupes présentant la meilleure géométrie. Il est calculé à partir de la matrice WDOP définie par l'équation (3.11) comme suit pour un sous-filtre F_k :

$$\text{WGDOP}^{(k)} = \sqrt{\text{trace} \left(\text{WDOP}^{(k)} \right)}. \quad (3.20)$$

En pratique, afin de ne sélectionner que des sous-groupes de mesures dont la géométrie est convenable, une valeur maximale du critère WGDOP est fixée, notée $\text{WGDOP}_{\text{max}}$. Ainsi, seul les sous-groupes dont le WGDOP est inférieur ou égal à ce seuil sont considérés. En effet, sans cette condition, des sous-groupes de mesures dont la géométrie est très défavorable peuvent être sélectionnés et entraîner la divergence des filtres associés.

Nous définissons la valeur $\text{WGDOP}_{\text{max}}$ selon la relation suivante :

$$\text{WGDOP}_{\text{max}} = \sigma_{\text{max}} \text{DOP}_{\text{max}}, \quad (3.21)$$

Algorithme 4 Procédure de pré-sélection des sous-groupes de l'algorithme T-RANCO

Déterminer le nombre de pseudo-distances par sous-groupe N_{SV} à partir de l'équation (3.18)
TabSousGroupe \leftarrow tous les sous-groupes de N_{SV} mesures possibles
pour tous les sous-groupes de TabSousGroupe **faire**
 Calculer le critère WGDOP
fin pour
Trier les WGDOP et TabSousGroupe
Effectuer le seuillage des WGDOP en fonction de $WGDOP_{\max}$ et des sous-groupes associés dans TabSousGroupe
tant que nouveau sous-groupe disjoint à considérer **faire**
 Sélectionner le sous-groupe ayant le meilleur WGDOP
 Supprimer les sous-groupes contenant au moins une mesure du dernier sous-groupe sélectionné
fin tant que
si toutes les mesures ne sont pas incluses dans au moins un sous-groupe **alors**
 si les p mesures non incluses appartiennent à un sous-groupe de TabSousGroupe **alors**
 Sélectionner le sous-groupe associé ayant le meilleur WGDOP
 sinon
 tant que toutes les mesures ne sont pas incluses dans au moins un sous-groupe **et** un nouveau sous-groupe à considérer **faire**
 si un des sous-groupes contenant les p mesures non utilisées appartient à un sous-groupe de TabSousGroupe **alors**
 Sélectionner le sous-groupe ayant le meilleur WGDOP
 $p \leftarrow$ le nombre de mesures actuellement non utilisées
 sinon
 $p \leftarrow p - 1$
 fin si
 fin tant que
 fin si
fin si

où DOP_{\max} est le DOP maximal que l'on autorise pour les sous-groupes et σ_{\max}^2 est la variance maximale théorique des mesures satellitaires.

Nous pouvons par exemple choisir une valeur de DOP de 10, qui traduit une qualité de géométrie modérée. Ainsi, en considérant $\sigma_{\max} = 3$ m, le $WGDOP_{\max}$ vaut 30.

La procédure de pré-sélection des sous-groupes est résumée par l'algorithme 4. Dans un premier temps, le nombre de mesures par sous-groupe N_{SV} est déterminé en fonction du nombre de mesures satellitaires ainsi que le nombre maximal de pannes simultanées K_p . Le critère WGDOP est ensuite calculé pour tous les sous-groupes. Un tri permet de classer les sous-groupes selon leur géométrie. Un seuillage peut éventuellement être mis en place afin de garantir un WGDOP maximum. Une première sélection des sous-groupes est faite alors en choisissant les sous-groupes présentant les meilleurs WGDOP sous contrainte d'une mutuelle disjonction. Cela garantit théoriquement la présence d'un sous-groupe sain sous l'hypothèse d'un maximum de K_p pannes simultanées. Dans un second temps, si toutes les mesures n'appartiennent pas à au moins un sous-groupe, des sous-groupes incluant ces mesures non utilisées sont ajoutés en considérant de nouveaux sous-groupes sans la contrainte de disjonction mutuelle et en analysant les WGDOP associés.

La partie suivante est dédiée à l'évaluation des rayons de protection pour l'algorithme T-RANCO.

3.3.4 Les rayons de protection

Dans cette partie, nous présentons le calcul des rayons de protection associés à l'algorithme T-RANCO. Notons tout d'abord qu'il n'est pas possible de calculer de rayons de protection double pannes car il n'est pas garanti que tous les couples de mesures appartiennent à au moins un sous-groupe. Nous considérons donc ici que le risque d'intégrité est alloué selon l'arbre de défaillances FT1 (voir partie 2.4.2). Ainsi, afin d'être conservatif, les probabilités d'occurrence des événements de panne commune à une constellation et de deux pannes satellite indépendantes sont soustraites au risque d'intégrité requis.

De manière similaire à ce qui est classiquement fait dans le contexte AAIM, le calcul du rayon de protection horizontal est réalisé comme suit :

$$\text{HPL} = \max(\text{HPL}_{\text{ff}}, \text{HPL}_1), \quad (3.22)$$

$$\text{avec } \text{HPL}_1 = \max_{i \in [1, N]} (\text{HPL}_1(i)), \quad (3.23)$$

où HPL_{ff} est le HPL dû seulement au bruit de mesure donné par l'équation (2.52) et $\text{HPL}_1(i)$ est le HPL en considérant qu'une panne affecte la mesure i . Notons que, dans cette partie, bien que nous nous focalisons sur le rayon de protection horizontal, la même démarche est applicable au rayon de protection vertical.

Contrairement aux algorithmes de contrôle d'intégrité couplés avec une estimation de type *snapshot*, pour l'algorithme T-RANCO, il est nécessaire de prendre en compte la propagation des pannes au cours du temps du fait de l'utilisation d'un filtre de Kalman pour le filtre d'hybridation. En effet, celles-ci ont pu contaminer la solution de navigation depuis un laps de temps inconnu avant d'être détectées. En ce sens, l'évaluation des rayons de protection est plus complexe que pour l'algorithme LS-RAIM.

Nous cherchons donc à évaluer $\text{HPL}_1(i)$ sous l'hypothèse que la mesure i est défaillante.

Dans un premier temps, nous rappelons que l'innovation croisée $\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)}$ associée au sous-filtre F_k excluant la mesure j est définie comme suit :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)} = \mathbf{Y}_{j,t} - H_{j,t} \widehat{\mathbf{X}}_t^{-(k)} \quad \forall \text{ID}(j) \notin \text{ID}^{(k)}, \quad (3.24)$$

avec :

- $\widehat{\mathbf{X}}_t^{-(k)}$ le vecteur d'état estimé à l'étape de prédiction par le sous-filtre F_k ,
- $H_{j,t}$ la $j^{\text{ème}}$ ligne de la matrice d'observation H_t .

D'après l'équation (3.14), la variable de test est définie comme le carré de l'innovation croisée normalisée par sa variance. Ainsi, elle suit une loi du χ^2 à un degré de liberté, centrée dans le cas sans panne, et décentrée de paramètre de non centralité λ en présence d'au moins une panne.

Chaque mesure i pour $i \in [1, N]$ est impliquée dans des tests de cohérence multiples. Dans le cas d'une panne sur la mesure i , deux configurations se présentent alors :

- **la configuration C1** où la mesure défaillante i appartient au sous-groupe impliqué dans le test de cohérence.

Dans le cas d'une panne apparaissant à un instant l sur la mesure i , avec $l \leq t$, l'innovation croisée $\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)}$ du sous-filtre F_k suit la loi suivante :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)} \sim \mathcal{N} \left(\mathcal{K}_t[l] \mathbf{b}_t, \left(\tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \right)^2 \right) \quad \forall \text{ID}(j) \notin \text{ID}^{(k)} \text{ et } \text{ID}(i) \in \text{ID}^{(k)}, \quad (3.25)$$

avec $\tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)}$ l'écart-type de l'innovation croisée et $\mathcal{K}_t[l]$ une matrice traduisant l'impact du biais \mathbf{b}_t apparu à l'instant l sur l'innovation $\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)}$. $\mathcal{K}_t[l] = H_t A_t \mu_{t-1}[l]$ avec $\mu_{t-1}[l]$ la matrice définie dans

l'annexe D.

- la configuration **C2** où la mesure défaillante i est testée contre un sous-groupe de mesures sain.

Dans ce cas, l'innovation $\tilde{\mathbf{z}}_{i,t}^{(k)}$ suit la loi suivante :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{i,t}^{(k)} \sim \mathcal{N} \left(\mathbf{b}_{i,t}, \left(\tilde{\sigma}_{i,t}^{(k)} \right)^2 \right), \forall i \notin \text{ID}^{(k)} \quad (3.26)$$

avec $\mathbf{b}_{i,t}$ la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de biais \mathbf{b}_t .

Calcul du biais minimum détectable

Du fait de la construction des sous-groupes, une même mesure i peut être impliquée dans plusieurs tests de cohérence. Il existe un biais minimum détectable associé à chacun de ces tests. En présence d'une panne, comme il suffit que l'un des tests la détecte, il est possible de ne considérer que le test le plus performant parmi ceux associés à une même mesure. Cependant, dans la configuration C1, le biais minimum détectable est difficile à exprimer du fait de la propagation de la panne sur la solution de navigation. Par ailleurs, les tests dans la configuration C2 sont généralement plus performants que ceux dans la configuration C1. Nous proposons donc de nous limiter aux tests de la configuration C2. Ce choix est conservatif. En effet, si le biais minimum détectable associé à la configuration C1 est plus petit, il mène à des rayons de protection plus petits. Ainsi, le biais minimum détectable à l'instant t , noté $\mathbf{b}_{\min,i}$, est défini à partir de l'expression de la variable de test donnée par l'équation (3.14) et de la loi suivie par l'innovation croisée dans la configuration C2 fournie par l'équation (3.26) :

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{\min,i} &= \min_{k \in N^{(i)}} \mathbf{b}_{\min,i}^{(k)}, \\ &= \sqrt{\lambda} \min_{k \in N^{(i)}} \tilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

avec $\mathbf{b}_{\min,i}^{(k)}$ le biais minimum détectable sur la mesure i par le sous-filtre F_k et $N^{(i)}$ l'ensemble des sous-filtres qui n'utilisent pas la mesure i .

Projection sur la solution de navigation

Comme précédemment, nous nous focalisons par souci de concision sur rayon de protection horizontal. L'objectif est d'évaluer l'impact de ce biais minimum détectable sur l'erreur d'estimation *a posteriori* dans le plan horizontal du filtre principal notée $\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^+$. Le problème est qu'il est difficile d'évaluer l'impact du biais sur $\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^+$. En effet, la panne a pu contaminer le filtre principal depuis un certain laps de temps avant d'être détectée. Pour pallier cette limitation, nous proposons de borner l'erreur *a posteriori* du filtre principal par celle d'un sous-filtre F_k utilisant la mesure supposée fautive i , notée $\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)}$. En effet, les sous-filtres utilisant un nombre inférieur de mesures mais incluant la mesure fautive présentent une erreur d'estimation en moyenne plus grande que celle du filtre principal qui utilise effectivement la mesure fautive mais également une mesure saine supplémentaire par rapport à ces sous-filtres. Ainsi, en considérant une panne sur la mesure i et en l'absence de bruit, nous pouvons écrire :

$$\|\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^+\| \leq \|\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)}\| \forall k \text{ tel que } \text{ID}(i) \in \text{ID}^{(k)}, \quad (3.28)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme 2 d'un vecteur ou d'une matrice.

Il s'agit alors de borner l'erreur d'estimation sur le vecteur d'état $\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)}$ associé au sous-filtre F_k .

L'erreur induite par la mesure fautive i sur $\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)}$ s'écrit comme suit $\forall k$ tel que $\text{ID}(i) \in \text{ID}^{(k)}$:

$$\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)} = \left(\mathbf{I} - K_{\text{H},t}^{(k)} H_{\text{H},t}^{(k)} \right) \Delta \mathbf{X}_t^{- (k)} + K_{\text{H},t}^{(k)} u_i \mathbf{b}_{\min,i}, \quad (3.29)$$

où :

- $K_{H,t}^{(k)}$ est une matrice de taille $2 \times N$ extraite de la matrice de gain de Kalman du filtre F_k correspondant aux coordonnées spatiales horizontales dans le repère de navigation,
- $H_{H,t}^{(k)}$ est une matrice de taille $N \times 2$ extraite de la matrice d'observation du filtre F_k correspondant aux coordonnées spatiales horizontales dans le repère de navigation,
- $\Delta \mathbf{X}_t^{- (k)}$ est l'erreur du vecteur d'état du sous-filtre F_k à l'étape de prédiction due à la propagation de la panne au cours du temps,
- $u_i = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T$ un vecteur de taille $N \times 1$ permettant de sélectionner la $i^{\text{ème}}$ colonne de $K_t^{(k)}$,
- $\left(I - K_{H,t}^{(k)} H_{H,t}^{(k)} \right) \Delta \mathbf{X}_t^{- (k)}$ est le terme dû à la propagation de la panne dégradant le sous-filtre F_k au cours du temps,
- $K_{H,t}^{(k)} u_i \mathbf{b}_{\min,i}$ est l'impact du biais minimum détectable sur l'erreur d'estimation *a posteriori* du vecteur d'état du sous-filtre F_k à l'instant t .

L'erreur de prédiction $\Delta \mathbf{X}_t^{- (k)}$ a été contaminée par la panne depuis un laps de temps inconnu et elle est donc difficile à majorer. Cependant, elle intervient dans le calcul des innovations croisées du sous-filtre F_k qu'il est possible de relier au paramètre de non centralité λ défini pour une P_{md} donnée. L'équation (3.25) définissant la loi suivie par $\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)}$ peut être alors réécrite comme suit :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{j,t}^{(k)} \sim \mathcal{N} \left(H_{j,t} \Delta \mathbf{X}_t^{- (k)}, \left(\tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \right)^2 \right), \quad (3.30)$$

$\forall j$ tel que $\text{ID}(j) \notin \text{ID}^{(k)}$ et $\forall k$ tel que $\text{ID}(i) \in \text{ID}^{(k)}$.

Les mesures n'étant liées qu'à la position et au biais d'horloge, nous définissons $\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k)}$ le vecteur de taille 4×1 concaténant les éléments de $\Delta \mathbf{X}_t^{- (k)}$ correspondant à la position et au biais d'horloge dans le plan de navigation. Ainsi, comme nous nous sommes placés sous l'hypothèse conservative que les tests de la configuration C2 étaient plus performants que ceux de la configuration C1, nous pouvons écrire l'inégalité suivante :

$$\lambda \geq \frac{\left(H_{j,t} \Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)} \right)^2}{\left(\tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \right)^2}, \forall j \text{ tel que } \text{ID}(j) \notin \text{ID}^{(k)}, \quad (3.31)$$

où $\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}$ est l'erreur de prédiction du sous-filtre F_k dans le repère de navigation associée à l'innovation croisée testant la mesure j .

L'équation (3.31) peut être réécrite comme suit :

$$\lambda \geq \frac{\left(\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)} \right)^T (H_{j,t})^T H_{j,t} \Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}}{\left(\tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \right)^2}, \forall j \text{ tel que } \text{ID}(j) \notin \text{ID}^{(k)}. \quad (3.32)$$

La matrice $(H_{j,t})^T H_{j,t}$ étant symétrique, il est possible de procéder à une décomposition en valeurs propres :

$$(H_{j,t})^T H_{j,t} = U D U^T, \quad (3.33)$$

où U est la matrice composée des vecteurs propres et D est une matrice diagonale contenant les valeurs propres associées à la nouvelle base U :

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & D_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Grâce à cette décomposition en valeurs propres, il est possible de réécrire l'équation (3.32) comme suit :

$$\left(\tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)}\right)^2 \lambda \geq \left(\widetilde{\Delta \mathbf{X}}_t^{\text{P}-(k/j)}\right)^T D \widetilde{\Delta \mathbf{X}}_t^{\text{P}-(k/j)}, \quad (3.35)$$

$$\text{soit } 1 \geq \sqrt{\frac{\widetilde{dx}^2}{a^2} + \frac{\widetilde{dy}^2}{b^2} + \frac{\widetilde{dz}^2}{c^2} + \frac{\widetilde{db_H}^2}{d^2}}, \quad (3.36)$$

où $\widetilde{\Delta \mathbf{X}}_t^{\text{P}-(k/j)} = U^T \Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)} = [\widetilde{dx}, \widetilde{dy}, \widetilde{dz}, \widetilde{db_H}]^T$. Notons que l'équation (3.36) décrit alors le volume intérieure d'une ellipsoïde en 4 dimensions dont les axes sont définis par $a = \tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{11}}}$, $b = \tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{22}}}$, $c = \tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{33}}}$ et $d = \tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \sqrt{\frac{\lambda}{D_{44}}}$.

Comme $\|\widetilde{\Delta \mathbf{X}}_t^{\text{P}-(k/j)}\| = \|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}\|$, il est possible de majorer $\|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}\|$ en considérant l'axe le plus grand de l'ellipsoïde en 4 dimensions, i.e. la valeur propre minimale :

$$\|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}\| \leq \tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \sqrt{\lambda} \min_n \left(\sqrt{D_{nn}}\right). \quad (3.37)$$

Finalement, en prenant en compte l'ensemble des tests menés en parallèle associés à un même sous-filtre F_k , il est possible de ne considérer que le test le plus performant. Ainsi, $\|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k)}\|$ peut être bornée en prenant le minimum des $\|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}\|$ avec $\text{ID}(j) \notin \text{ID}^{(k)}$:

$$\|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k)}\| \leq \min_j \|\Delta \mathbf{X}_t^{\text{P}-(k/j)}\|. \quad (3.38)$$

Notons $\text{PL}^{-(k)}(i)$ la borne sur l'erreur de prédiction telle que $\text{PL}^{-(k)}(i) = \min_j \tilde{\sigma}_{j,t}^{(k)} \sqrt{\lambda} \min_n \left(\sqrt{D_{nn}}\right)$.

A partir des équations (3.27), (3.29), (3.37) et (3.38), il est possible de majorer la norme de l'erreur de position horizontale du sous-filtre F_k , notée $\|\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)}\|$, comme suit :

$$\|\Delta \mathbf{X}_{\text{H},t}^{+(k)}\| \leq \|\mathbf{I} - K_{\text{H},t}^{(k)} H_{\text{H},t}^{(k)}\| \text{PL}^{-(k)}(i) + \|K_{\text{H},t}^{(k)} u_i\| \sqrt{\lambda} \min_{k \in N^{(i)}} \tilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}. \quad (3.39)$$

De ce fait, le rayon de protection horizontal associé au sous-filtre F_k sous l'hypothèse d'une panne sur la mesure i est :

$$\text{HPL}_1^{(k)}(i) = \|\mathbf{I} - K_{\text{H},t}^{(k)} H_{\text{H},t}^{(k)}\| \text{PL}^{-(k)}(i) + \|K_{\text{H},t}^{(k)}\| \sqrt{\lambda} \min_{k \in N^{(i)}} \tilde{\sigma}_{i,t}^{(k)}. \quad (3.40)$$

Le rayon de protection horizontal associé à l'hypothèse qu'une panne affecte la mesure i s'écrit alors en prenant en compte l'ensemble des sous-filtres $M^{(i)}$ qui utilisent la mesure i :

$$\text{HPL}_1(i) = \min_{k \in M^{(i)}} \left(\text{HPL}_1^{(k)}(i)\right). \quad (3.41)$$

Notons que dans cette expression, le minimum des $\text{HPL}_1^{(k)}(i)$ est sélectionné afin de définir le rayon de protection horizontal sous l'hypothèse qu'une panne affecte la mesure i . En effet, cela est également dû au fait que des tests multiples sont mis en œuvre en parallèle pour une même mesure i . De ce fait, il est possible de choisir le $\text{HPL}_1^{(k)}(i)$ le plus faible, correspondant ainsi au test de détection le plus performant. La figure 3.3 propose une illustration du calcul du rayon de protection horizontal sous l'hypothèse que la mesure i_1 est en panne. La procédure pour évaluer les rayons de protection de l'algorithme T-RANCO est résumée par l'algorithme 5.

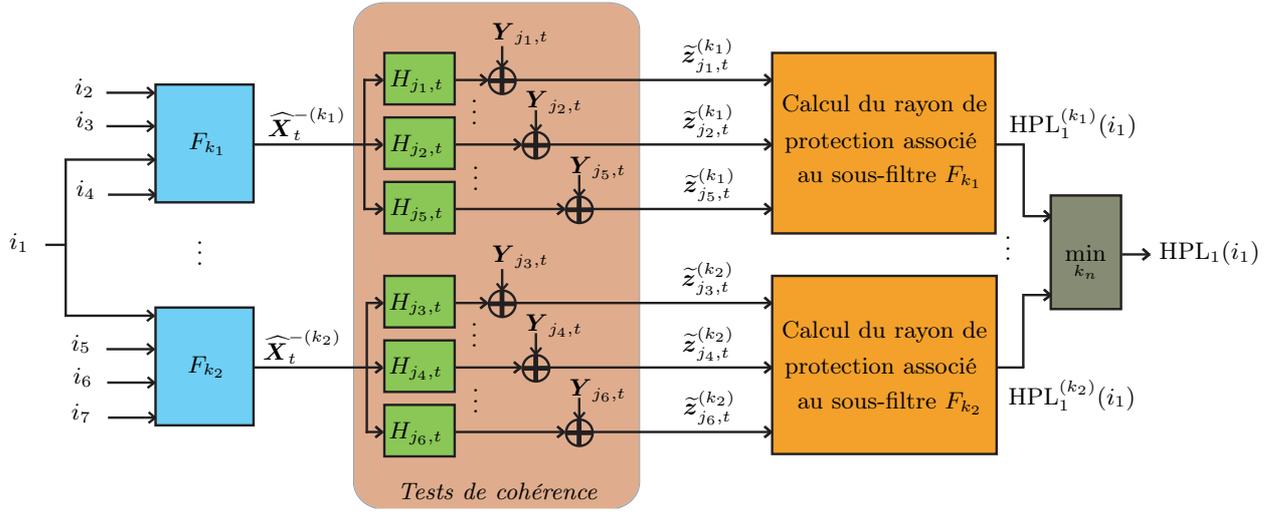


Figure 3.3 – Calcul des rayons de protection.

La mesure i_1 est la mesure supposée en panne qui est utilisée par les sous-filtres F_{k_1} et F_{k_2} . Les mesures $\{\mathbf{Y}_{j_m,t}\}_{m \in [1,6]}$ sont celles non utilisées par les sous-filtres F_{k_1} et F_{k_2} et impliquées dans les tests de cohérence.

Algorithme 5 Calcul des rayons de protection de l’algorithme T-RANCO

pour chaque mesure $i \in [1, N]$ supposée en panne **faire**

pour chaque sous-filtre F_k qui utilise la mesure i **faire**

pour chaque mesure j non utilisée par le sous-filtre F_k (j tel que $ID(j) \notin ID^{(k)}$) **faire**

 Calculer l’erreur sur la prédiction du vecteur d’état associé au sous-filtre F_k et à la mesure testée j avec l’équation (3.37)

fin pour

 Evaluer l’erreur sur la prédiction du vecteur d’état associé au sous-filtre F_k en considérant tous les tests du sous-filtre F_k avec l’équation (3.38)

 Evaluer le rayon de protection horizontal associé, noté $HPL_1^{(k)}(i)$, avec l’équation (3.40)

fin pour

 Sélectionner le minimum sur les sous-filtres F_k des rayons de protection associés à chaque mesure i avec l’équation (3.41)

fin pour

Sélectionner le maximum des rayons de protection associés à chaque mesure i et du HPL_{ff} avec l’équation (3.22)

3.4 Résultats

3.4.1 Paramètres de simulations

Cette partie est dédiée aux paramètres de simulations qui sont résumés dans le tableau 3.2. Les performances de l’algorithme T-RANCO sont évaluées sur des données simulées à partir des spécifications fournies par la RTCA [RTCA 06]. Tout d’abord, nous définissons les scénarios et paramètres ainsi que leurs notations qui seront également utilisés dans la suite de manuscrit.

Traj. APV-I

Le type d’opération considéré est APV-I. La trajectoire dure 832 s et est localisée à Talence ($44^\circ 48'N, -0^\circ 35'E$). Selon les recommandations de la DO229D [RTCA 06] pour les architectures d’hybridation serrée, elle est définie comme suit. La vitesse initiale est d’environ 100m/s (soit 200 noeuds). Pendant les 100 premières secondes, l’avion vole en ligne droite à altitude et vitesse constantes. Il amorce ensuite un demi-tour sur la droite avec une vitesse angulaire de $1,5^\circ/s$. L’avion continue ensuite son vol en ligne droite à altitude et vitesse constantes jusqu’à la fin de la trajectoire. L’altitude est constante tout au long de la trajectoire est égale à 10000 m. La figure

Caractéristiques de la trajectoire	
Type d'opération	APV I
Durée du vol	832 s
Caractéristiques des signaux satellitaires	
Signaux utilisés	GPS II (L1-L5)/ Galileo (E1-E5b)
Fréquence	1 Hz
Angle de masquage	5 ° pour GPS et 10 ° Galileo
Nombre de canaux du récepteur	8 pour GPS et 8 pour Galileo
Caractéristiques de la centrale inertielle	
Type de centrale inertielle	à composants liés
Fréquence	100 Hz
$\mathbf{b}_{a,0}$ (Biais initial des accéléromètres)	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx 500 \mu\text{g}$
σ_{ba} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_a)	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8 \mu\text{g}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{wa} (Ecart-type du bruit de mesure des accéléromètres)	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8 \mu\text{g}\sqrt{\text{h}}$
$\mathbf{b}_{g,0}$ (Biais initial des gyromètres)	$5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s} \approx 1^\circ/\text{h}$
σ_{bg} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_g)	$5 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{wg} (Ecart-type du bruit de mesure des gyromètres)	$5 \cdot 10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\sqrt{\text{h}}$
Architecture d'hybridation	serrée en boucle ouverte
Caractéristiques de l'algorithme T-RANCO	
Allocation du risque d'intégrité	FT1 voir tableau 2.2
Coefficient d'inflation de la variance du bruit de mesure	6
WGDOF _{max}	30
Période de rafraîchissement de la constellation T_r	300 s
Nombre maximal de pannes simultanées K_p	2

Tableau 3.2 – Paramètres de simulation pour l'algorithme T-RANCO.

3.4 illustre cette trajectoire selon les axes Nord, Est et Down du repère de navigation, où Down représente l'axe pointant vers la verticale locale du repère. La figure 3.5 offre une représentation de la trajectoire dans le plan horizontal.

Données satellitaires

Nous considérons un système GNSS composé de 24 satellites GPS et 27 satellites Galileo correspondant à l'almanach du 1^{er} Juillet 1993, soit la semaine 703. Les constellations GPS II et Galileo émettent respectivement sur les bandes L1-L5 et E1-E5b. L'émission des satellites sur deux fréquences permet de réduire l'effet de l'erreur due à la traversée de l'ionosphère. La fréquence des pseudo-distances est de 1 Hz.

Centrale inertielle

Les caractéristiques de la centrale inertielle sont également données dans le tableau 3.2. La centrale considérée est à composants liés et la fréquence des données inertielles est de 100 Hz. La modélisation des biais accélérométriques $\mathbf{b}_{a,t} = [b_{ax,t}, b_{ay,t}, b_{az,t}]^T$ et gyrométriques $\mathbf{b}_{g,t} = [b_{gx,t}, b_{gy,t}, b_{gz,t}]^T$ est définie selon une marche aléatoire :

$$\mathbf{b}_{a,t} = \mathbf{b}_{a,t-1} + \mathbf{u}_{a,t}, \quad (3.42)$$

$$\mathbf{b}_{g,t} = \mathbf{b}_{g,t-1} + \mathbf{u}_{g,t}, \quad (3.43)$$

avec $\mathbf{u}_{a,t} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}\sigma_{ba}^2)$ et $\mathbf{u}_{g,t} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}\sigma_{bg}^2)$ et \mathbf{I} une matrice identité de taille 3×3 .

Les mesures fournies par les capteurs inertiels à l'instant t sont alors la somme des mesures idéales, du biais $\mathbf{b}_{a,t}$ et $\mathbf{b}_{g,t}$, ainsi que d'un bruit de mesure gaussien centré de variance σ_{wa}^2 et σ_{wg}^2 pour les accéléromètres et gyromètres, respectivement.

L'architecture d'hybridation étudiée est serrée en boucle ouverte.

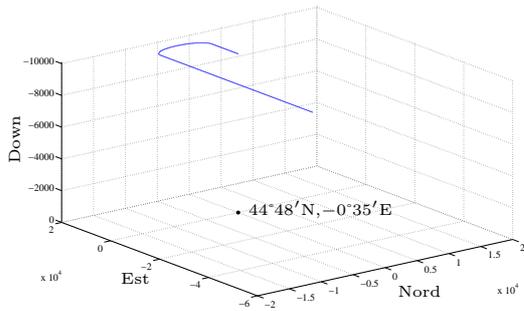


Figure 3.4 – **Traj. APV-I** dans le plan de navigation en trois dimensions.

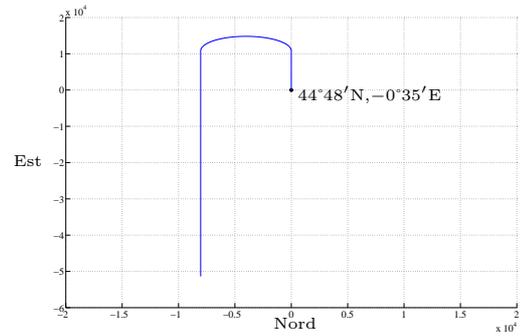


Figure 3.5 – **Traj. APV-I** dans le plan horizontal.

Notations	Nombre de runs	Nombre de pannes	Types de biais	Gamme d'amplitude
C.1	100	2	Rampes	0,01 – 0,05 m/s
C.2				0,05 – 0,25 m/s
C.3				0,25 – 0,75 m/s
C.4				0,75 – 2,5 m/s
C.5				2,5 – 5 m/s
C.6	500		Echelons	100 – 300 m
C.7			Tirages aléatoires des amplitudes sur les configurations C1 à C6	

Tableau 3.3 – Les configurations de panne et leurs notations.

La représentation d'état utilisée ne prend pas correctement en compte toutes les dégradations du signal. En effet, le filtre de Kalman étendu considère théoriquement que les bruits de mesure sont indépendants. Du fait de la corrélation temporelle du bruit de mesure, il est nécessaire d'augmenter la variance associée au bruit de mesure des pseudo-distances. En ce sens, nous multiplions par un facteur 6 la variance nominale de chacune des pseudo-distances calculées en fonction de l'angle d'élévation du satellite.

Par la suite, **Traj. APV-I** fait référence à la trajectoire et aux paramètres mentionnés ci-dessus. Dans cette partie, l'allocation du risque d'intégrité est effectuée selon l'arbre de défaillances FT1 (voir chapitre 2 pour la définition des différents paramètres). En effet, nous ne considérons pas le calcul des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite pour l'algorithme T-RANCO. La probabilité de ce mode de panne, non pris en compte, est alors soustrait au risque d'intégrité réparti sur les différents rayons de protection.

Scénario Panne DO229D

Le tableau 3.3 résume les différentes configurations de panne considérées. Les valeurs sont issues de la DO229D, et conformément à celle-ci, les amplitudes sont tirées aléatoirement de manière uniforme sur la gamme considérée. Nous considérons, pour chaque configuration de panne, que les deux satellites les plus difficiles à détecter (i.e., correspondants aux *slopes* les plus faibles) commencent à générer des informations erronées à partir de l'instant 100, soit au moment où l'avion amorce son virage.

Les résultats associés au cas sans panne et aux configurations C.1 à C.6 sont obtenus en moyennant les résultats sur 100 réalisations différentes de bruit de mesure GPS/Galileo, appelés par la suite *runs*. Les résultats associés à la configuration C.7 sont obtenus sur une moyenne de 500 *runs*. Dans cette configuration, les types de pannes ainsi que les amplitudes des deux satellites sont combinés par tirage aléatoire.

Par la suite, **Scénario Panne DO229D** fait référence aux scénarios de pannes mentionnés ci-dessus et résumés dans le tableau 3.3.

En ce qui concerne la pré-sélection des sous-groupes, nous choisissons une valeur maximale de $WG\text{DOP}_{\max}$ égale à 30. De plus, afin de limiter les changements de sous-groupes qui entraînent des réinitialisations des sous-filtres, nous choisissons un temps de rafraîchissement de la constellation égale à 300 s. Cela signifie qu'après une pré-sélection des sous-groupes, la prochaine pré-sélection sera activée après 300 s, sauf dans le cas où un satellite apparaît ou n'est plus poursuivi. Le nombre maximal de pannes satellite simultanées considéré est de 2. Ainsi, le choix des sous-groupes est effectué en fonction de ce paramètre.

3.4.2 Evaluation des performances

Cette partie est dédiée aux performances en termes de précision et de contrôle d'intégrité de l'algorithme T-RANCO. Dans un premier temps, nous introduisons les paramètres de performance qui sont évalués au cours des différentes simulations ainsi que leurs acronymes :

- P_{fd} : Taux de fausse détection constaté au cours des simulations en absence de panne, exprimé par seconde.
- 2drms_H : Précision de la position horizontale à 95% exprimée en mètres et définie par $2\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ avec σ_x et σ_y l'écart-type fourni par le filtre calculant la solution de navigation selon l'axe x_n et y_n du repère de navigation.
- 2drms_V : Précision de la position verticale à 95% exprimée en mètres et définie par $2\sigma_z$ avec σ_z l'écart-type fourni par le filtre calculant la solution de navigation selon l'axe z_n du repère de navigation.
- $\mathbf{Pr}(\Delta X_H > 2\text{drms}_H)$ et $\mathbf{Pr}(\Delta X_V > 2\text{drms}_V)$: Taux de dépassement constaté de l'erreur de position horizontale et verticale par rapport à 2drms_H et 2drms_V respectivement.
- DD : Délai de Détection à 95% en secondes. Temps entre l'instant d'apparition des pannes et celui de la détection du système.
- DE : Délai d'Exclusion à 95% en secondes. Temps entre l'instant d'apparition des pannes et celui de l'identification de toutes les pannes par le système.
- P_{md} : Taux de détection manquée constaté au cours des simulations en présence de panne exprimé par *run*.
- T_{ee} : Taux d'échec d'exclusion constaté à l'issue de la trajectoire au cours des simulations en présence de panne exprimé par *run*.
- N_{MSVE} : Taux de fausse décision d'exclusion constaté au cours des simulations exprimé en SV par *run*.
- EH : Erreur Horizontale dans le repère de navigation à 95%, exprimée en mètres.
- EV : Erreur Verticale dans le repère de navigation à 95%, exprimée en mètres.
- EHD : Erreur observée maximale à la Détection selon le plan Horizontal du repère de navigation, exprimée en mètres.
- EVD : Erreur observée maximale à la Détection selon l'axe Verticale du repère de navigation, exprimée en mètres.
- DDDdP : Délai observé entre une Défaillance de Positionnement et la Détection de panne, exprimé en secondes.

Notons que nous utiliserons également ces notations pour présenter les résultats de simulation dans la suite du manuscrit.

Nous évaluons dans un premier temps les performances de l'algorithme T-RANCO en absence de panne. Ainsi, le tableau 3.4 présente les performances en termes de précision mais également en termes

2drms_H (m)	2drms_V (m)	$\Pr(\Delta X_H > 2\text{drms}_H)$ (/s)	$\Pr(\Delta X_V > 2\text{drms}_V)$ (/s)	P_{fd} (/s)
1,54	2,97	0,0271	0,0655	0

Tableau 3.4 – Résultats de l’algorithme T-RANCO en absence de panne.

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	560	717	0,01	0,79	0,08	5,35	18,23
C.2	147	513	0	0,2	2,03	11,09	37,56
C.3	44	349	0	0,15	2,81	40,52	122,87
C.4	16	371	0	0,14	2,06	10,29	34,9
C.5	7	17	0	0,03	0,45	2,09	5,76
C.6	0	1	0	0	4,24	6,2	22,4
C.7	118	616	0	0,136	0,3	5,97	20,27

Tableau 3.5 – Résultats de l’algorithme T-RANCO en présence de panne.

de fausse détection. Tout d’abord, nous pouvons constater que les bornes sur la précision horizontale et verticale fournies par l’algorithme sont relativement fiables en analysant les taux de dépassement constaté des 2drms. Ainsi, une précision à 95% inférieure à 2 m et 3 m en horizontale et verticale, respectivement, est relevée. Ensuite, aucune fausse détection n’a été constatée sur l’ensemble des simulations en absence de panne.

Le tableau 3.5 résume les performances en termes de contrôle d’intégrité et de précision de l’algorithme T-RANCO en présence de deux pannes de différentes amplitudes. Nous pouvons observer sans surprise que plus les amplitudes des pannes sont grandes, plus l’algorithme parvient à détecter et identifier les mesures défaillantes rapidement. Ce tableau montre également la capacité de l’algorithme à détecter les pannes. En effet, une seule détection manquée, apparue avec la configuration C.1, a été relevée sur l’ensemble des simulations. La configuration C.1 considère des rampes d’amplitude inférieures à 50 cm/s et sont les pannes les plus difficiles à détecter dans un contexte AAIM du fait de l’accommodation du filtre. De plus, nous observons un nombre relativement important de mauvais satellites exclus (N_{MSVE}) pour les configurations C.2 à C.4 et C.6. Pour les configurations C.2 à C.4, ces mauvaises décisions sont attribuées à la difficulté de sélectionner le sous-groupe sain en présence de deux pannes satellite. En effet, si un premier sous-groupe contient seulement une des deux mesures défaillantes, il se peut qu’il ne présente qu’une seule mesure non cohérente (la seconde mesure fautive). Dans ce cas, si un second sous-groupe, composé exclusivement de mesures saines, établit les deux mesures fautives comme non cohérentes, le sous-groupe sélectionné est alors le premier car il présente le moins de mesures non cohérentes. Dans ce cas, les performances d’identification sont par la suite altérées. Cependant, ces mauvaises décisions d’exclusion peuvent être également attribuées aux changements de sous-groupes en présence de pannes. En effet, si les sous-groupes sont changés à un instant où une ou plusieurs mesures sont défaillantes, la solution de navigation du filtre principal servant de réinitialisation aux sous-filtres est potentiellement dégradée par les pannes. En ce sens, cette solution de navigation peut entraîner de fausses décisions d’exclusion. En ce qui concerne la configuration C.6, le problème est que les deux mesures défaillantes ne sont pas identifiées au même moment. En effet, les simulations montrent un délai d’exclusion d’une seconde. Ainsi, après l’exclusion de la première mesure fautive, les sous-filtres incluant cette mesure sont alors réinitialisés avec la solution de navigation du filtre principal qui a été dégradée par la seconde mesure défaillante. Dans cette configuration, les pannes étant de grande amplitude, l’erreur induite sur les solutions de navigation des sous-filtres réinitialisés tendent à fournir de fausses détections et de mauvaises décisions d’exclusion bien que le système parvienne à exclure les deux mesures défaillantes. Le délai d’exclusion d’une seconde est par ailleurs une des principales causes des erreurs de position relativement importantes constatées dans la configuration C.6.

	EHD (m)	EVD (m)	DDDdP (s)
C.1	6,31	21,3	0
C.2	7,26	23,67	0
C.3	8,69	27,63	0
C.4	7,54	25,55	0
C.5	6,94	21,66	0
C.6	55,48	169,2	0
C.7	21,36	65,87	0

Tableau 3.6 – Erreurs de position à la détection de panne de l’algorithme T-RANCO.

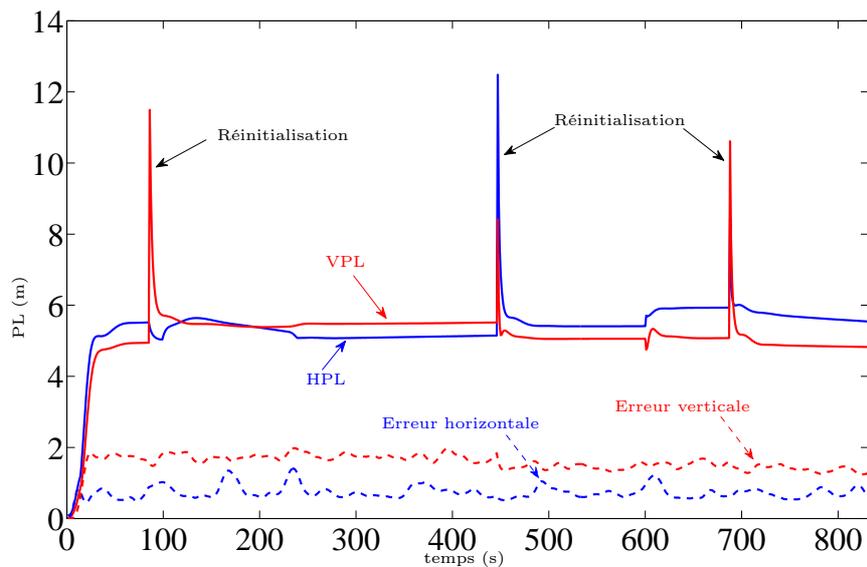


Figure 3.6 – Rayons de protection de l’algorithme T-RANCO.

Les erreurs de position constatées diffèrent selon la configuration de panne considérée. En effet, les délais d’exclusion, les taux d’échec d’exclusion et de fausse décision d’exclusion dépendent des amplitudes de panne considérées et influent sur la précision du système en présence de panne. Par exemple, nous pouvons remarquer que les rampes d’amplitude entre 0,25 et 0,75 m/s entraînent les erreurs de position les plus importantes.

La dernière ligne de ce tableau reporte les performances de l’algorithme T-RANCO associées à la configuration C.7. Cette configuration, où pour chaque *run*, un couple d’amplitude de pannes est tirée aléatoirement selon l’ensemble des configurations de pannes C.1 à C.6, montre que l’algorithme se comporte correctement dans le cas où les amplitudes des deux pannes ne sont pas du même ordre de grandeur.

Le tableau 3.6 résume les erreurs de position maximales constatées à la détection selon le plan horizontal et l’axe vertical pour les différentes configurations de panne. De plus, le délai entre une défaillance de positionnement, i.e. une erreur de position supérieure aux bornes d’alerte définies pour le type d’opération APV I, et la détection de panne est évalué par le paramètre DDDdP. Ce tableau montre des erreurs de position inférieures aux bornes d’alerte ($HAL = 40$ m et $VAL = 50$ m) pour toutes les configurations de panne, excepté C.6 et C.7. En revanche, il est apparu dans les simulations que lorsque l’erreur de position dépasse les bornes d’alerte, la détection de panne est immédiate. De ce fait, le TTA de 10 s défini pour l’APV I est respecté. Il est donc intéressant de noter que la détection de panne apparaît avant le non respect des exigences opérationnelles en termes de précision de positionnement.

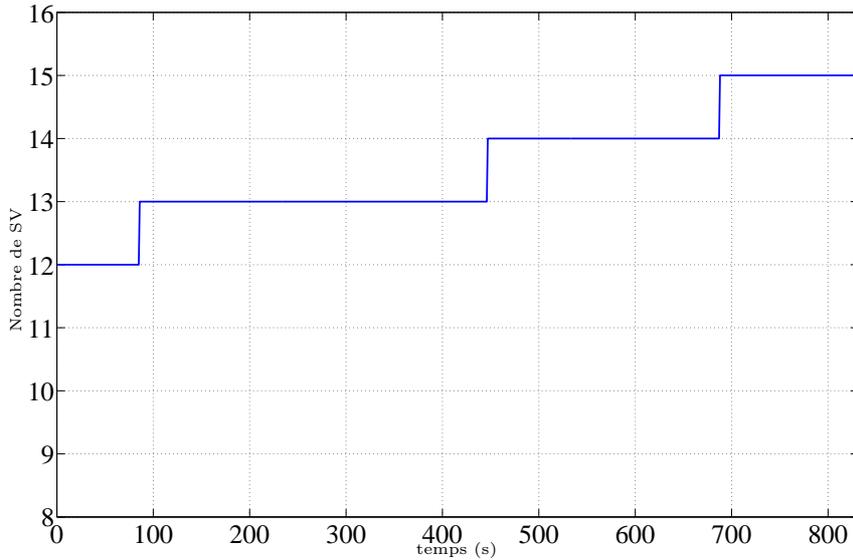


Figure 3.7 – Nombre de satellites en vue le long de la trajectoire.

La figure 3.6 représente les rayons de protection horizontal (en trait continu bleu) et vertical (en trait continu rouge). Le nombre de satellites en vue par le récepteur GNSS au cours des simulations est également reporté sur la figure 3.7. En mettant en concordance ces deux figures, nous remarquons que les pics des rayons de protection des instants 86, 447 et 688 correspondent aux changements des sous-groupes pré-sélectionnés du fait de l'apparition d'un satellite en vue. L'erreur de position moyennée sur tous les *runs* est représentée dans le plan horizontal et selon l'axe vertical en trait discontinu bleu et rouge respectivement. Notons que les pics des rayons de protection n'induisent pas de discontinuités sur l'erreur de position. Les changements de constellation induisent une activation de la procédure de pré-sélection des sous-groupes. Lorsque les sous-groupes définis par la procédure sont différents de ceux précédemment utilisés, les sous-filtres correspondants sont réinitialisés avec la solution de navigation du filtre principal et la matrice de covariance du sous-filtre correspondant à la plus grande dispersion (i.e. la plus mauvaise géométrie). Une réinitialisation avec une matrice de covariance plus grande que celle du filtre principal est effectuée dans la mesure où les sous-filtres utilisent des sous-groupes de taille largement inférieure à celui du filtre principal. Cela permet notamment d'éviter les fausses détections par les sous-filtres réinitialisés après un changement de constellation. Cependant, les matrices de covariance des sous-filtres interviennent dans le calcul des rayons de protection de l'algorithme T-RANCO (voir équation (3.37) de la partie 3.3.4) et entraînent donc des discontinuités au moment des changements de la constellation. Notons que la procédure de pré-sélection des sous-groupes est également activée aux instants 300 et 600 du fait de la période de rafraîchissement de la constellation T_r fixée à 300 s. Néanmoins, les sous-groupes pré-sélectionnés sont identiques à l'instant précédent dans la mesure où la géométrie de la constellation a ici très peu évoluée. Ainsi, aucune réinitialisation n'est effectuée et aucune discontinuité n'apparaît sur les rayons de protection. En termes de disponibilité pour le type d'opération APV I, les rayons de protection de l'algorithme T-RANCO sont ici inférieurs aux rayons d'alerte qui sont de 40 m pour l'horizontal et 50 m pour le vertical.

La complexité calculatoire de l'algorithme T-RANCO est principalement due au nombre de filtres à entretenir. Lorsque nous considérons une procédure de pré-sélection des sous-groupes sans contrainte sur la géométrie, le nombre et la taille des sous-groupes dépendent uniquement du nombre de satellites en vue. Pour un nombre de 24 satellites en vue, l'algorithme T-RANCO définit 3 sous-groupes dont chacun est composé de 8 mesures. En revanche, lorsque la procédure de pré-sélection utilise le paramètre $WG\text{DOP}_{\max}$, le nombre de sous-groupes ne peut pas être défini explicitement pour un nombre donné

de satellites en vue. Néanmoins, les simulations selon différentes géométries et différents lieux du globe ont montré que le nombre de sous-groupes et leur taille étaient tous deux au maximum égaux à 5. Ainsi, la charge de calcul du T-RANCO est largement inférieure à celle d’approches comme le MSS, par exemple, qui considère l’exhaustivité des sous-groupes en fonction du nombre maximal de pannes simultanées considéré.

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons introduit l’algorithme de contrôle d’intégrité GNSS dénommé RANCO, fondé sur un banc de sous-filtres et proposé par [Schr 08a]. L’originalité de cet algorithme est d’utiliser des sous-groupes de mesures de taille réduite en comparaison avec des approches de types MSS.

Nous avons proposé une extension de l’algorithme RANCO, nommée T-RANCO, qui permet de gérer de multiples pannes satellite dans un contexte de navigation AAIM. L’approche proposée permet, grâce à un choix judicieux des sous-groupes de mesures à considérer, l’identification de jusqu’à deux pannes satellites à un même instant et ce pour un coût calculatoire réduit en comparaison avec des approches de type MSS. Il est à noter que l’algorithme proposé est adaptable à un nombre de pannes satellite simultanées supérieur à deux. Une des contributions est de proposer une pré-sélection originale des sous-groupes permettant de réduire le nombre de solutions de navigation à entretenir et donc la charge calculatoire. De plus, cette pré-sélection est exprimée de façon générale en fonction du nombre de satellites en vue et des modes de panne considérés.

Nous avons également proposé la formulation des rayons de protection associés à l’algorithme T-RANCO sous l’hypothèse d’une panne satellite. Un des atouts de l’algorithme T-RANCO est qu’il met en œuvre plusieurs tests d’hypothèses en parallèle pour chaque mesure satellitaire. Ces tests d’hypothèses sont fondés sur ce qu’on appelle des *innovations croisées* et permettent d’estimer la cohérence des mesures satellitaires. L’utilisation de multiples tests en parallèle pour la détection de panne permet notamment de diminuer les rayons de protection en sélectionnant à chaque fois le test de détection le plus performant.

Un aspect avantageux des innovations croisées est que les variables de test associées ne souffrent pas du phénomène d’accommodation aux pannes lentes. Ce phénomène, classique dans le contrôle d’intégrité dans un contexte AAIM, est en général un problème complexe qui nuit aux performances du système.

L’étude des performances de l’algorithme T-RANCO montre une bonne capacité de détection de pannes multiples. Cependant, l’identification de pannes multiples pose, pour certaines configurations de panne, un problème de sélection du sous-groupe sain.

Chapitre 4 - Introduction

Nous présentons dans ce chapitre nos contributions autour de l'algorithme GLR (pour Generalized Likelihood Ratio en anglais) pour le contrôle d'intégrité AAIM. La prise en compte des pannes satellite multiples par les systèmes de contrôle d'intégrité implique de développer de nouvelles bornes de protection permettant de traduire les performances du système sous ces nouvelles hypothèses. En ce sens, nous proposons une technique originale pour le calcul des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite associés à l'algorithme GLR classique. Cette méthode de calcul, dite *générique*, possède l'avantage de pouvoir s'appliquer également au contexte RAIM sous certaines conditions.

Néanmoins, une des limitations du GLR classique pour la détection et l'identification de mesures défailtantes multiples est sa charge de calcul importante. Nous proposons alors des améliorations à cet algorithme et notamment une réduction de la charge calculatoire associée au procédé d'identification. L'algorithme proposé est alors dénommé MSF GLR (pour Multiple Satellite Failure GLR en anglais). Les rayons de protection sous l'hypothèse de jusqu'à deux pannes satellite sont également proposés pour cet algorithme. L'évaluation des performances de l'algorithme MSF GLR est également réalisée ainsi qu'une comparaison avec celles de l'algorithme T-RANCO, préalablement présenté.

Chapitre 4

Contributions autour de l’algorithme GLR pour le contrôle d’intégrité AAIM

Sommaire

4.1	Introduction	93
4.2	L’algorithme GLR appliqué au contrôle d’intégrité	94
4.2.1	Principe	94
4.2.2	Le procédé de détection	94
4.2.3	Le procédé d’identification	97
4.2.4	Les rayons de protection	98
4.2.5	Les rayons de protection sous l’hypothèse de deux pannes satellite simultanées	100
4.2.6	Conclusions	107
4.3	L’algorithme MSF GLR	107
4.3.1	Modélisation générique des biais	107
4.3.2	Identification de mesures satellite défaillantes à coût calculatoire réduit	108
4.3.3	Les rayons de protection	110
4.3.4	Les rayons de protection sous l’hypothèse de deux pannes satellite simultanées	111
4.4	Résultats	112
4.4.1	Paramètres de simulations	112
4.4.2	Evaluation des performances	113
4.5	Conclusions	117

4.1 Introduction

Ce chapitre présente différentes contributions apportées au contrôle d’intégrité AAIM fondé sur l’algorithme GLR (pour Generalized Likelihood Ratio en anglais). Contrairement à l’algorithme TRANCO présenté dans le chapitre 3, l’algorithme GLR ne repose pas sur une architecture en banc de filtres. En effet, la détection et l’identification de pannes est réalisée directement à partir du filtre de navigation utilisant les N pseudo-distances des satellites en vue. Ainsi, le premier avantage de l’algorithme GLR, d’un point de vue complexité calculatoire, est qu’il ne nécessite pas d’entretenir plusieurs solutions de navigation en parallèle.

Un autre atout de l’algorithme GLR dans le contrôle d’intégrité est que, non seulement il permet la détection des pannes, mais il fournit également une estimation de leurs amplitudes, offrant ainsi la possibilité de corriger la solution de navigation dégradée par ces pannes. L’algorithme GLR semble donc être une méthode attractive pour répondre à la problématique du contrôle d’intégrité GNSS en présence de pannes satellite multiples sous contrainte de coût calculatoire réduit.

Dans un premier temps, nous présentons l’algorithme GLR dit « classique », tel qu’il a été introduit par Willsky [Will 76]. Son adaptation au contrôle d’intégrité GNSS est également détaillée et notamment l’extension qui permet de détecter et d’identifier jusqu’à deux pannes satellite simultanées

proposée dans [Gire 07]. Nous présentons aussi une méthode d'évaluation des rayons de protection associés à l'algorithme GLR classique sous l'hypothèse d'une panne satellite. Puis, nous proposons également une méthode permettant de calculer les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite présentes. Cette méthode est appliquée à l'algorithme GLR classique mais peut être généralisée à d'autres algorithmes de contrôle d'intégrité tels que le LS-RAIM par exemple. Dans une seconde partie, nous présentons une variante de l'algorithme GLR permettant de gérer aussi bien les biais de type échelon que les biais de type rampe. Nous détaillons dans une troisième partie une de nos contributions autour de l'algorithme GLR permettant de réduire la charge calculatoire associée au procédé d'identification de pannes satellite simultanées en tirant profit de l'estimation des défauts. Cet algorithme est dénommé MSF GLR (pour Multiple Satellite Failure GLR en anglais). L'évaluation des rayons de protection associés à cet algorithme est alors développée dans la partie 4.3.3 et 4.3.4. Enfin, des résultats sur les performances de l'algorithme MSF GLR sont présentés dans la partie 4.4.

4.2 L'algorithme GLR appliqué au contrôle d'intégrité

4.2.1 Principe

L'algorithme GLR, développé par Willsky [Will 76], permet de détecter des changements abrupts de type biais additif d'amplitude constante affectant un système dynamique dont l'état est estimé par filtrage de Kalman. L'algorithme GLR estime un vecteur de biais affectant le vecteur d'état ou d'observation ainsi que son instant d'apparition et compense cette perturbation par l'estimation de ce vecteur. En comparaison des algorithmes qui utilisent uniquement les mesures à l'instant courant, le GLR est en théorie plus robuste pour les biais de faible amplitude car il tire profit d'une fenêtre temporelle glissante sur les mesures permettant ainsi d'atténuer l'impact du bruit de mesure. L'algorithme GLR repose sur un test d'hypothèses multiples. L'hypothèse du cas sans panne est notée \mathcal{H}_0 et les hypothèses d'apparition d'une panne à l'instant k se notent \mathcal{H}_k . Si la fenêtre temporelle est de taille L , il faut envisager L hypothèses \mathcal{H}_k . Nous présentons directement dans cette partie son application au contrôle d'intégrité GNSS. Dans ce cas, l'algorithme d'estimation utilisé est un EKF.

Nous considérons ici l'équation de mesure GNSS linéarisée suivante :

$$\mathbf{Y}_t = H_t \mathbf{X}_t + \varepsilon_t + u(t - k) \mathbf{b}, \quad (4.1)$$

où $u(j)$ est la fonction échelon telle que $u(j) = 0$ si $j < 0$ et $u(j) = 1$ sinon et \mathbf{b} est le vecteur de biais apparu à l'instant k dont chaque composante est une constante, noté d'une manière générale $\mathbf{b} = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_N]^T$.

De plus, nous rappelons l'équation d'état considérée dans le contexte d'hybridation :

$$\mathbf{X}_t = A_t \mathbf{X}_{t-1} + B_t \mathbf{w}_t. \quad (4.2)$$

Un des paramètres importants dans l'algorithme GLR est le vecteur des innovations de l'EKF qui est rappelé ici :

$$\tilde{\mathbf{z}}_t = \mathbf{Y}_t - H_t \widehat{\mathbf{X}}_t. \quad (4.3)$$

4.2.2 Le procédé de détection

Le principe de détection de l'algorithme GLR repose sur l'analyse de la suite des innovations accumulées sur une fenêtre temporelle de taille L . Chaque instant k , avec $k \in [t - L + 1, t]$, est considéré comme un instant hypothétique d'apparition d'une défaillance. Ainsi, l'algorithme GLR calcule, pour chaque instant d'apparition k , un rapport de vraisemblance entre les mesures sous l'hypothèse de panne, notée \mathcal{H}_k , et les mesures sous l'hypothèse sans panne, notée \mathcal{H}_0 . Chaque rapport de vraisemblance nécessite de connaître en théorie l'amplitude notée \mathbf{b} du biais apparu à l'instant k . Le principe du GLR

est de le remplacer par son estimation au sens des moindres carrés calculée à partir des innovations.

Estimation de l'amplitude du biais

L'algorithme GLR tire profit du fait que le biais additif apparaissant sur l'équation de mesure (4.1) perturbe linéairement les innovations du filtre de Kalman :

$$\tilde{\mathbf{z}}_t[k] = \phi_t^T[k] \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{z}}_t \text{ avec } t \geq k, \quad (4.4)$$

où :

- $\tilde{\mathbf{z}}_t[k]$ est le vecteur d'innovations à l'instant t sous l'hypothèse \mathcal{H}_k ,
- $\tilde{\mathbf{z}}_t$ est le vecteur d'innovations à l'instant t sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 . D'après les propriétés du filtre de Kalman, il s'agit d'un bruit blanc gaussien centré qui suit la loi suivante :

$$\tilde{\mathbf{z}}_t \sim \mathcal{N}(0, S_t), \quad (4.5)$$

avec S_t la matrice de covariance des innovations à l'instant t .

- $\phi_t^T[k]$ est une matrice de régression, appelée parfois *matrice de signature de la panne*, traduisant l'impact du biais \mathbf{b} au cours du temps sur les innovations du filtre de Kalman.

Le vecteur de biais \mathbf{b} perturbe également l'estimation du vecteur d'état de façon linéaire :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^+[k] = \widehat{\mathbf{X}}_t^+ + \mu_t[k] \mathbf{b}, \quad (4.6)$$

où, à l'instant t :

- $\widehat{\mathbf{X}}_t^+[k]$ est l'estimation *a posteriori* du vecteur d'état dégradée par le vecteur de biais \mathbf{b} apparu à l'instant k ,
- $\mu_t[k]$ est une matrice de régression traduisant l'impact du biais \mathbf{b} sur $\widehat{\mathbf{X}}_t^+$.

Les matrices $\phi_t[k]$ et $\mu_t[k]$ se calculent récursivement de la manière suivante pour $k \in [t - L + 1, t]$ (voir démonstration dans l'annexe D) :

$$\phi_{t+1}^T[k] = \mathbf{I} - H_{t+1} A_{t+1} \mu_t[k], \quad (4.7)$$

$$\mu_{t+1}[k] = A_{t+1} \mu_t[k] + K_{t+1} \phi_{t+1}^T[k]. \quad (4.8)$$

Dans la mesure où l'équation (4.4) est linéaire, il est possible d'appliquer un algorithme des moindres carrés afin d'obtenir une estimation du vecteur de biais \mathbf{b} . De plus, comme les innovations sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 suivent une loi normale centrée multivariée, l'estimation au sens des moindres carrés pondérés du biais, notée $\widehat{\mathbf{b}}[k]$, est optimale au sens du maximum de vraisemblance. Pour un instant d'apparition k , elle est donnée par la relation suivante :

$$\widehat{\mathbf{b}}[k] = \left(\sum_{i=k}^t \phi_i[k] S_i^{-1} \phi_i^T[k] \right)^{-1} \sum_{i=k}^t \phi_i[k] S_i^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_i[k]. \quad (4.9)$$

Cette estimation du biais est alors utilisée pour calculer les rapports de vraisemblance associés.

Le test d'hypothèses

A partir de l'équation (4.9), il est possible de définir le rapport de vraisemblance suivant :

$$T_t[k] = 2 \log \frac{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \widehat{\mathbf{b}}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:k-1})}, \quad (4.10)$$

avec $\mathbf{Y}_{k:t} = [\mathbf{Y}_k^T, \dots, \mathbf{Y}_t^T]^T$ et $p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \widehat{\mathbf{b}}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})$ la fonction de vraisemblance du jeu de mesures $\mathbf{Y}_{k:t}$ sous l'hypothèse d'apparition d'un biais d'amplitude $\widehat{\mathbf{b}}[k]$ à l'instant k .

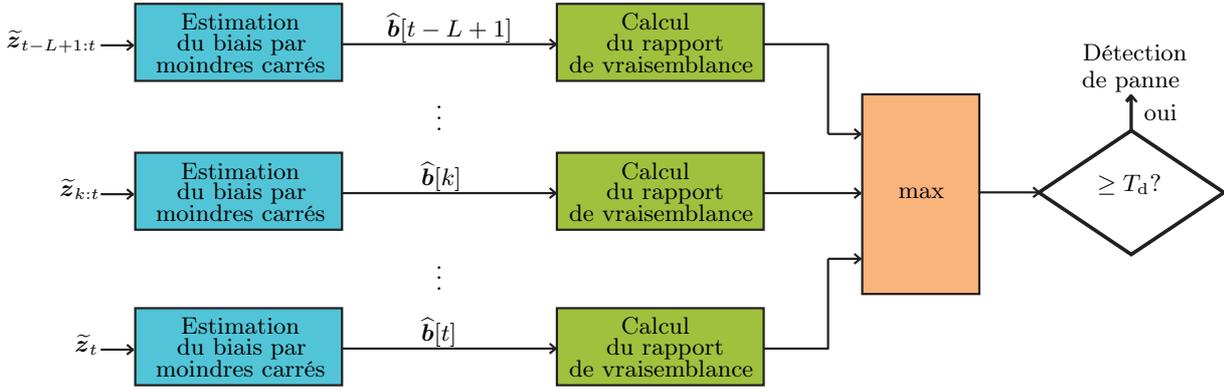


Figure 4.1 – Procédé de détection de l’algorithme GLR.

Bien que le terme rapport de vraisemblance soit utilisé, ce sont en réalité des log-vraisemblances qui interviennent dans l’équation (4.10). De plus, le facteur 2 est uniquement introduit dans un souci de simplification.

L’équation (4.10) peut alors être réécrite comme suit pour $k \in [t - L + 1, t]$:

$$T_t[k] = f_t^T[k] (\Sigma_t[k])^{-1} f_t[k], \quad (4.11)$$

$$\text{avec } f_t[k] = \sum_{i=k}^t \phi_i[k] S_i^{-1} \tilde{z}_i[k], \quad (4.12)$$

$$\Sigma_t[k] = \sum_{i=k}^t \phi_i[k] S_i^{-1} \phi_i^T[k]. \quad (4.13)$$

Dans l’expression (4.11), il convient de noter que $\Sigma_t[k]$ est la matrice de covariance de $f_t[k]$. Le rapport de vraisemblance $T_t[k]$ suit donc une loi du χ^2 à N degrés de liberté, avec N le nombre de mesures satellitaires.

L’algorithme GLR sélectionne ensuite comme variable de test le rapport de vraisemblance le plus élevé parmi les L calculés :

$$T_t = \max_{k \in [t-L+1, t]} T_t[k]. \quad (4.14)$$

Ainsi, la règle de décision suivante est adoptée en ce qui concerne le procédé de détection de panne :

$$\begin{cases} T_t < T_d & \rightarrow \text{pas de panne} \\ T_t \geq T_d & \rightarrow \text{détection de panne.} \end{cases} \quad (4.15)$$

Le seuil de détection est classiquement calculé pour une probabilité de fausse détection P_{fd} donnée de la manière suivante :

$$T_d = F_{\chi^2}^{-1}(1 - P_{fd}; N). \quad (4.16)$$

La valeur du seuil de décision T_d dépend donc du nombre de satellites en vue N et de la P_{fd} imposée par le type d’opération considéré. Ces valeurs peuvent être préalablement calculées.

Lorsqu’il y a détection de panne, l’hypothèse sélectionnée est l’hypothèse \mathcal{H}_k la plus vraisemblable. Ainsi, l’instant d’apparition associé à cette hypothèse est déterminé de la manière suivante :

$$\hat{k} = \operatorname{argmax}_{k \in [t-L+1, t]} T_t[k]. \quad (4.17)$$

A partir des équations (4.6), (4.9) et (4.17), il est alors possible de corriger l’erreur induite par le biais sur la solution de navigation comme suit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_{c,t}^+ = \widehat{\mathbf{X}}_t^+ - \mu_t[\hat{k}] \widehat{\mathbf{b}}, \quad (4.18)$$

en posant $\widehat{\mathbf{b}} = \widehat{\mathbf{b}}[\widehat{k}]$.

La figure 4.1 propose une illustration du procédé de détection de l'algorithme GLR.

Dans la partie suivante, nous présentons le procédé d'identification de pannes multiples dans le contexte de l'algorithme GLR classique.

4.2.3 Le procédé d'identification

A l'origine, l'algorithme GLR a été développé pour détecter les changements abrupts de dynamique ou les défaillances capteur et compenser leur impact sur le vecteur d'état. Or, le contrôle d'intégrité nécessite une étape d'identification des pannes afin d'écarter les mesures défaillantes et ne pas interrompre la navigation. En ce sens, des extensions de l'algorithme GLR ont été proposées. Ainsi, Palmqvist a tout d'abord proposé un procédé d'identification de défaillances des capteurs inertiels [Palm 97]. Cette méthode a été étendue dans [Gire 07] afin de permettre l'identification de jusqu'à deux pannes satellite simultanées dans un contexte AAIM. Nous présentons dans cette partie le principe de la procédure d'identification de l'algorithme développé dans [Gire 07].

Le procédé d'identification repose, comme pour la détection, sur des tests d'hypothèses multiples. Ainsi, lorsqu'une panne a été détectée, l'instant d'apparition le plus vraisemblable \widehat{k} de celle-ci a été estimé. Pour cet instant d'apparition, toutes les combinaisons possibles parmi les N mesures satellitaires constituées de une et deux mesures sont considérées, si on se limite à un maximum de deux pannes satellite simultanées. Chaque couple de mesures possible correspond à une hypothèse de panne notée $\mathcal{H}_k^{(i,j)}$ pour tout $(i, j) \in [1, N] \times [1, N]$. Les amplitudes des biais sont donc à nouveau estimées en supposant que le vecteur de biais est nul sauf pour les composantes considérées par la combinaison. Notons que les combinaisons constituées d'une seule mesure sont prises en compte lorsque $i = j$.

Comme pour la détection, les amplitudes de biais \mathbf{b}_i et \mathbf{b}_j sont remplacées par leurs estimations de type moindres carrés. Il est à noter qu'en contraignant le vecteur de biais aux composantes dépendant de la combinaison testée, l'estimation de ces amplitudes est théoriquement plus précise que celles obtenues à l'étape de détection. En effet, la réduction de dimension du problème d'estimation accroît la précision de l'estimé. Un rapport de vraisemblance est alors calculé à partir des amplitudes de biais estimées pour chaque combinaison de mesures considérée¹ :

$$T_t^{(i,j)}[\widehat{k}] = 2 \log \frac{p\left(\mathbf{Y}_{\widehat{k}:t} | \mathcal{H}_k^{(i,j)}, \widehat{\mathbf{b}}_i[\widehat{k}], \widehat{\mathbf{b}}_j[\widehat{k}], \mathbf{Y}_{1:\widehat{k}-1}\right)}{p\left(\mathbf{Y}_{\widehat{k}:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:\widehat{k}-1}\right)}, \quad (4.19)$$

avec :

- $\widehat{\mathbf{b}}_i[\widehat{k}]$ et $\widehat{\mathbf{b}}_j[\widehat{k}]$ les biais sur la mesure i et sur la mesure j , respectivement, estimés sous l'hypothèse $\mathcal{H}_k^{(i,j)}$,
- $\mathbf{Y}_{\widehat{k}:t}$ la séquence des mesures de l'instant \widehat{k} à l'instant t .

La variable de test permettant de réaliser l'identification des mesures défaillantes est définie par le rapport de vraisemblance de la combinaison la plus vraisemblable :

$$T_t^e = \max_{i,j} \left(T_t^{(i,j)}[\widehat{k}] \right), \quad \forall (i, j) \in [1, N]^2. \quad (4.20)$$

La règle de décision adoptée est alors la suivante :

$$\begin{cases} T_t^e < T_e & \rightarrow \text{identification des mesures défaillantes non effectuée} \\ T_t^e \geq T_e & \rightarrow \text{identification des } P \text{ mesures défaillantes définies par l'ensemble } E_p, \end{cases} \quad (4.21)$$

1. Notons que l'algorithme proposé dans [Gire 07] calcule L rapports de vraisemblance pour chaque couple de mesures considéré. Afin de réduire la charge calculatoire, nous limitons le calcul des rapports de vraisemblance à celui correspondant à l'instant d'apparition le plus vraisemblable estimé par le procédé de détection.

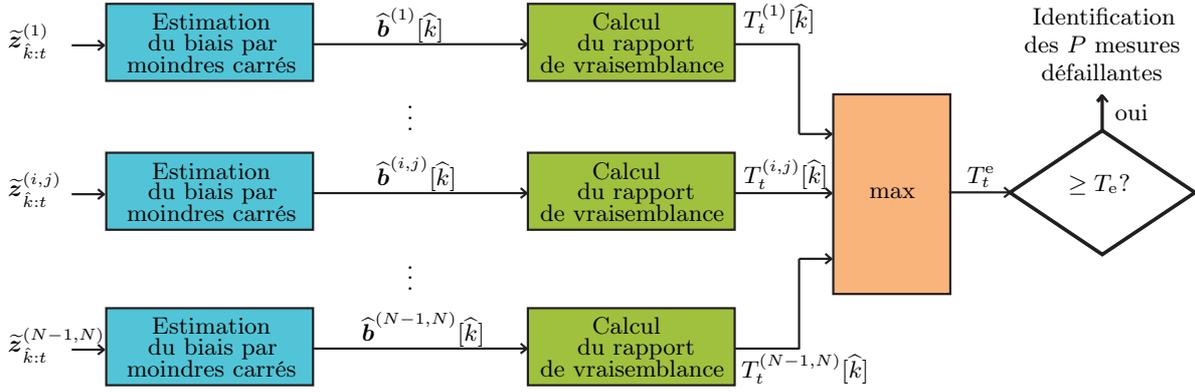


Figure 4.2 – Procédé d’identification de pannes de l’algorithme GLR [Gire 07].

avec :

$$E_p = \underset{i,j}{\operatorname{argmax}} \left(T_t^{(i,j)}[\hat{k}] \right). \quad (4.22)$$

La variable de test T_t^e suit une loi du χ^2 à P degrés de liberté. Il est alors possible de calculer le seuil de décision T_e pour une probabilité de décision de fausse exclusion donnée P_{fde} définie selon le type d’opération.

Ainsi, lorsque la variable de test T_t^e dépasse son seuil, les mesures satellitaires appartenant à l’ensemble E_p sont identifiées comme défaillantes. Le système corrige alors l’erreur induite par ces pannes sur la solution de navigation en utilisant les amplitudes estimées à l’étape d’identification. Les pseudo-distances déclarées défaillantes sont alors exclues de l’estimation de la solution de navigation. La figure 4.2 décrit le schéma bloc de ce procédé d’identification de pannes où $\hat{\mathbf{b}}^{(i,j)}[\hat{k}]$ désigne le vecteur concaténant l’estimation de l’amplitude des biais associés aux mesures i et j pour l’instant d’apparition le plus vraisemblable \hat{k} . Comme nous pouvons l’observer sur cette figure, la structure est identique au procédé de détection de la figure 4.1, seules les hypothèses considérées et la sortie changent.

Le principal inconvénient de cette approche est la charge calculatoire induite par le procédé d’identification de pannes. En effet, toutes les combinaisons de pannes possibles doivent être testées. La complexité calculatoire provient principalement des inversions de matrices mises en œuvre dans les estimations de biais de type moindres carrés. Ainsi, en considérant les combinaisons de pannes possibles de manière exhaustive et une implémentation de type RLS (pour Recursive Least Square en anglais) permettant de calculer récursivement l’amplitude des biais et de réduire le nombre d’inversions de matrice, le nombre total d’estimateurs RLS à mettre en œuvre est :

$$N_{\text{RLS}} = \sum_{k=1}^{K_p} C_N^k, \quad (4.23)$$

avec K_p le nombre maximum de pannes simultanées considéré.

Par exemple, si le système doit être capable d’identifier jusqu’à deux pannes simultanées parmi 16 mesures satellitaires, alors le procédé d’identification du GLR nécessite 136 estimateurs RLS en parallèle.

4.2.4 Les rayons de protection

Nous proposons, dans cette partie, le calcul des rayons de protection de l’algorithme GLR sous l’hypothèse d’une panne satellite introduit dans [Gire 07].

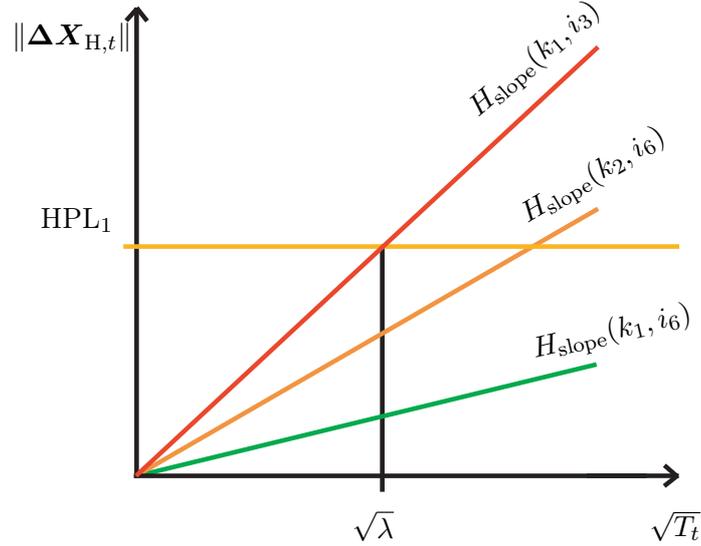


Figure 4.3 – Les différents *slopes* horizontaux pour le calcul des rayons de protection du GLR.

La variable de test du procédé de détection du GLR donnée par l'équation (4.14) suit une loi du χ^2 à N degrés de liberté, centrée dans le cas sans panne, et décentrée de paramètre de non centralité λ en présence de panne. L'équation (4.11) donne l'expression du rapport de vraisemblance pour l'instant d'apparition k . En remplaçant les innovations dans l'équation (4.11) par leur expression donnée par l'équation (4.4), il est possible d'exprimer le vecteur de biais minimum détectable, noté $\mathbf{b}_{\min}[k]$ pour un instant d'apparition k , avec $k \in [t - L + 1, t]$, en fonction du paramètre de non centralité λ . Nous rappelons que λ est la valeur prise par la variable de test sous l'effet du biais et en l'absence de bruit. On obtient :

$$\lambda = \mathbf{b}_{\min}[k]^T \Sigma_t[k] \mathbf{b}_{\min}[k], \quad (4.24)$$

avec $\Sigma_t[k]$ donné par l'équation (4.13).

Sous l'hypothèse d'une seule panne satellite apparue à l'instant k , le vecteur de biais minimum détectable s'écrit $\mathbf{b}_{\min}[k] = [0, \dots, \mathbf{b}_{\min,i}[k], \dots, 0]^T$. Ainsi, pour $i \in [1, N]$ et $k \in [t - L + 1, t]$, nous pouvons définir le biais minimum détectable $\mathbf{b}_{\min,i}[k]$ à partir de l'équation (4.24) :

$$\mathbf{b}_{\min,i}[k] = \sqrt{\frac{\lambda}{\mathbf{u}_i^T \Sigma_t[k] \mathbf{u}_i}}, \quad (4.25)$$

avec \mathbf{u}_i un vecteur de taille $N \times 1$ permettant de sélectionner la composante associée à la mesure i sur la matrice $\Sigma_t[k]$.

Le vecteur de biais minimum détectable se répercute sur l'erreur d'estimation *a posteriori* du vecteur d'état de la manière suivante pour $k \in [t - L + 1, t]$:

$$\Delta \mathbf{X}_t^+[k] = \mu_t[k] \mathbf{b}_{\min}[k], \quad (4.26)$$

avec $\mu_t[k]$ les matrices de régression calculées à partir de l'équation (4.8).

Le rayon de protection horizontal associé à une panne sur la mesure i et un instant d'apparition k peut alors être obtenu de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{HPL}_1(k, i) &= H_{\text{slope}}(k, i) \sqrt{\lambda}, \\ \text{avec } H_{\text{slope}}(k, i) &= \frac{\mu_H[k]}{\sqrt{\mathbf{u}_i^T \Sigma_t[k] \mathbf{u}_i}}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

où $\mu_H[k]$ correspond aux composantes de position horizontale de la matrice $\mu_i[k]$ projetée dans le repère de navigation. La figure 4.3 propose une illustration des *slopes* horizontaux en fonction des différents instants d'apparition k et de la mesure i considérée en panne. Comme dans l'algorithme LS-RAIM en l'absence de bruit, la racine carrée de la variable de test est liée linéairement à la norme de l'erreur de position horizontale, notée $\|\Delta \mathbf{X}_{H,t}\|$.

Nous ne développons pas le calcul du rayon de protection vertical mais la même approche peut être appliquée.

Le rayon de protection horizontal de l'algorithme GLR sous l'hypothèse d'une panne satellite est alors défini comme suit pour $i \in [1, N]$ et $k \in [t - L + 1, t]$:

$$\text{HPL}_1 = \max_{k,i} [\text{HPL}_1(k, i)]. \quad (4.28)$$

Finalement, le rayon de protection horizontal global de l'algorithme GLR classique est calculé comme suit :

$$\text{HPL} = \max(\text{HPL}_{\text{ff}}, \text{HPL}_1), \quad (4.29)$$

où HPL_{ff} est défini par l'équation (2.52).

Dans la partie suivante, nous proposons une méthode d'évaluation des rayons de protection de l'algorithme GLR sous l'hypothèse de deux pannes satellite présentes.

4.2.5 Les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées

Cette partie est dédiée à la formulation des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellites simultanées qui a fait l'objet d'une publication [Faur 11b]. Dans un premier temps, nous proposons un état de l'art sur cette problématique. Nous détaillons par la suite la méthode proposée dans le contexte du GLR. Une généralisation de cette méthode est ensuite fournie dans une troisième partie, ce qui en fait une méthode générique applicable à de nombreux algorithmes de contrôle d'intégrité dans divers contextes.

4.2.5.1 Etat de l'art

Le calcul de rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées est une problématique relativement récente et qui a été peu traitée dans la littérature.

Dans un premier temps, Brown a proposé une formulation des rayons de protection sous cette hypothèse pour l'algorithme LS-RAIM fondé sur la projection dans l'espace de parité [Brow 98]. A partir des résultats de Brown, une étude de la disponibilité du RAIM sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées est fournie dans [Lee 04]. Bien que l'étude soit réalisée sur la version du LS-RAIM fondé sur l'espace de parité, les rayons de protection proposés dans [Brow 98] sont valables pour toutes les versions des LS-RAIM où la variable de test est construite à partir des résidus de l'estimateur. Cette méthode analyse les *slopes* pour chaque couple de mesures, ce qui conduit à maximiser une fonction dépendant des biais minimum détectables associés au couple de mesures. Le problème d'optimisation est alors résolu par un multiplicateur de Lagrange qui mène à une décomposition en valeurs propres. Néanmoins, le procédé implique également une décomposition QR induisant une charge de calcul importante. Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à [Brow 98].

Liu propose une autre formulation des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées dans [Liu 07]. Cette étude s'inscrit également dans un contexte RAIM et le plus grand

slope associé aux couples de mesures est également cherché. Une réduction de la dimension du problème est effectuée en exprimant chaque *slope* en fonction du rapport des biais minimum détectables associés au couple de mesures en considération. Le problème est alors mis sous forme polynomiale et une condition sur le discriminant de ce polynôme permet de définir le plus grand *slope* et donc le rayon de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées. Une démonstration complète de la méthode est disponible dans [Liu 07].

Nous soulignons que les rayons de protection proposés par [Brow 98] et [Liu 07] ne dépendent ni des solutions de navigation calculées en temps réel, ni des mesures satellitaires reçues. En ce sens, ils sont prédictibles en tout point du globe et pour toute heure de la journée. De ce fait, ces rayons de protection respectent les recommandations fournies par l'OACI [RTCA 06].

Un nouveau point de vue sur l'intégrité des systèmes de navigation a conduit à proposer de nouvelles bornes de protection autour de l'algorithme MHSS (pour Multiple Hypothesis Solution Separation en anglais) introduit dans [Perv 98]. L'algorithme MHSS s'inscrit dans un contexte RAIM et est fondé sur des bancs d'estimateurs couvrant tous les modes de panne à considérer. Dans [Ene 09], un procédé de détection et d'exclusion de pannes multiples a été proposé comme fonction additionnelle de cet algorithme. Il convient de noter que ces rayons de protection dit *temps réel* sont évalués notamment à partir des solutions de navigation calculées par les différents estimateurs. Cette méthode permettrait d'homologuer l'algorithme MHSS pour des phases de vol très exigeantes telles que le LPV200 [Ene 09]. Néanmoins, nous tenons à souligner que cette méthode ne respecte pas les recommandations de l'OACI pour l'évaluation des rayons de protection puisque leur formulation implique les solutions de navigation et dépendent donc des mesures satellitaires.

La partie suivante est dédiée à notre contribution sur l'évaluation des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées. La méthode que nous proposons est une méthode analytique qui ne dépend ni de la solution de navigation, ni des pseudo-distances, mais uniquement du comportement statistique des différentes variables aléatoires impliquées.

4.2.5.2 Méthode proposée

Dans le cas d'une seule panne satellite à un même instant, le biais minimum détectable à évaluer est un scalaire pour chaque mesure $i \in [1, N]$. Sous l'hypothèse de deux pannes satellites simultanées, nous définissons le vecteur de biais minimum détectable associé qui s'écrit alors $\mathbf{b}_{\min} = [0, \dots, \mathbf{b}_{\min,i}, \dots, \mathbf{b}_{\min,j}, \dots, 0]^T$. Déterminer les couples de biais minimum détectables $(\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j})$ qui satisfont la probabilité de détection manquée n'est alors pas trivial. En effet, une infinité de couples de biais minimum détectables existent pour chaque couple de mesures $(i, j) \in [1, N]^2$ avec $i \neq j$. Ainsi, une méthode originale est proposée pour résoudre ce problème.

Nous développons ici la méthode de calcul pour le rayon de protection horizontal, noté alors HPL₂, dans le contexte du GLR classique. Néanmoins, le même procédé est applicable au rayon de protection vertical.

Le calcul du HPL₂ nécessite d'évaluer les couples de biais minimum détectable pour les C_N^2 couples de mesures possibles. La variable de test considéré est celle du GLR classique donnée par l'équation (4.14). En considérant $\mathbf{b}_{\min}[k] = [0, \dots, \mathbf{b}_{\min,i}, \dots, \mathbf{b}_{\min,j}, \dots, 0]^T$ si k est l'instant d'apparition de la panne, l'équation (4.24) devient alors :

$$\lambda = \mathbf{b}_{\min}^T[k] \Sigma_t[k] \mathbf{b}_{\min}[k], \quad (4.30)$$

$$= \Sigma_t[k](i, i) \mathbf{b}_{\min,i}^2 + \Sigma_t[k](j, j) \mathbf{b}_{\min,j}^2 + 2\Sigma_t[k](i, j) \mathbf{b}_{\min,i} \mathbf{b}_{\min,j}, \quad (4.31)$$

où $\Sigma_t[k](l, m)$ est l'élément sur la ligne l et sur la colonne m de la matrice $\Sigma_t[k]$ et où le terme $[k]$ est

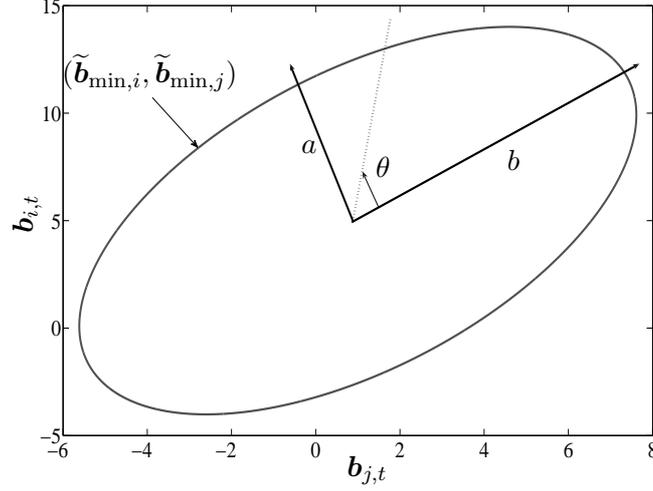


Figure 4.4 – Ellipse des couples de biais minimum détectable pour le couple de mesures (i, j) .

volontairement omis pour les $\mathbf{b}_{\min,i}$ et $\mathbf{b}_{\min,j}$ par souci de clarté.

La relation (4.31) peut être réécrite comme suit :

$$\frac{\tau}{\lambda} \mathbf{b}_{\min,i}^2 + \frac{v}{\lambda} \mathbf{b}_{\min,j}^2 + \frac{2\omega}{\lambda} \mathbf{b}_{\min,i} \mathbf{b}_{\min,j} = 1, \quad (4.32)$$

avec $\tau = \Sigma_t[k](i, i)$, $v = \Sigma_t[k](j, j)$ et $\omega = \Sigma_t[k](i, j)$.

Comme illustré sur la figure 4.4, l'équation (4.32) décrit une ellipse de couples de biais possibles qui sont détectés pour une probabilité de détection manquée donnée. Nous réécrivons alors l'équation (4.32) sous forme matricielle :

$$\frac{[\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j}] \Xi[k] [\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j}]^T}{\lambda} = 1, \quad (4.33)$$

$$\text{avec } \Xi[k] = \begin{bmatrix} \tau & \omega \\ \omega & v \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

L'approche que nous préconisons consiste à reparamétriser l'ellipse pour se ramener à l'évaluation d'un unique paramètre au lieu de deux.

La matrice $\Xi[k]$ étant symétrique, il est possible de procéder à une décomposition en valeurs propres :

$$\Xi[k] = UDU^T, \quad (4.35)$$

où U est la matrice composée des vecteurs propres et D est une matrice diagonale contenant les valeurs propres associées à la nouvelle base U :

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Grâce à cette décomposition, l'équation (4.33) peut être réécrite ainsi :

$$\frac{[\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i}, \tilde{\mathbf{b}}_{\min,j}] D [\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i}, \tilde{\mathbf{b}}_{\min,j}]^T}{\lambda} = 1, \quad (4.37)$$

$$\text{avec } \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}}_{\min,i} \\ \tilde{\mathbf{b}}_{\min,j} \end{bmatrix} = U^T \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{\min,i} \\ \mathbf{b}_{\min,j} \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

L'équation (4.32) devient alors :

$$\left(\frac{\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\mathbf{b}}_{\min,j}}{b}\right)^2 = 1, \quad (4.39)$$

avec $a = \sqrt{\frac{\lambda}{D_{11}}}$ et $b = \sqrt{\frac{\lambda}{D_{22}}}$ les demi-axes de l'ellipse.

Afin de résoudre le problème de l'infinité du nombre de couples de biais minimum détectables, nous procédons à la paramétrisation polaire suivante :

$$\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i} = a \cos \theta, \quad (4.40)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_{\min,j} = b \sin \theta. \quad (4.41)$$

Cette paramétrisation permet de réduire la dimension du problème d'optimisation à 1. Ainsi, seul le paramètre θ nécessite d'être déterminé. Chaque valeur du paramètre θ correspond alors à un couple de valeurs de $(\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i}, \tilde{\mathbf{b}}_{\min,j})$, et donc de $(\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j})$. L'objectif est alors de déterminer quelle valeur de θ induit la plus grande erreur sur l'estimation de position dans le plan horizontal, notée $\Delta \mathbf{X}_H^{(i,j)}$ pour un couple de mesure (i, j) .

L'erreur de positionnement horizontal induite par $(\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j})$ pour un instant d'apparition k est :

$$\Delta \mathbf{X}_H^{(i,j)}[k] = \mu_H^{(i,j)} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{\min,i} \\ \mathbf{b}_{\min,j} \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

où $(i, j) \in [1, N] \times [1, N]$, $i \neq j$, $k \in [t - L + 1, t]$ et $\mu_H^{(i,j)}$ est la matrice contenant les composantes horizontales dans le plan de navigation associées aux mesures i et j de la matrice de régression $\mu_t[k]$ où le $[k]$ n'est pas spécifié par souci de simplification.

L'erreur de positionnement dans le plan horizontal s'écrit alors :

$$\left\| \Delta \mathbf{X}_H^{(i,j)}[k] \right\| = \sqrt{[\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j}] \left(\mu_H^{(i,j)} \right)^T \mu_H^{(i,j)} [\mathbf{b}_{\min,i}, \mathbf{b}_{\min,j}]^T}, \quad (4.43)$$

avec $(i, j) \in [1, N] \times [1, N]$, $i \neq j$ et $k \in [t - L + 1, t]$.

Cette équation est reformulée en fonction du paramètre θ grâce aux équations (4.38) et (4.40-4.41) :

$$\left\| \Delta \mathbf{X}_H^{(i,j)}[k] \right\| = \sqrt{[\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i}, \tilde{\mathbf{b}}_{\min,j}] M_H^{(i,j)} [\tilde{\mathbf{b}}_{\min,i}, \tilde{\mathbf{b}}_{\min,j}]^T}, \quad (4.44)$$

$$= \sqrt{M_H^{(i,j)}(1, 1)a^2 \cos^2 \theta + M_H^{(i,j)}(2, 2)b^2 \sin^2 \theta + 2M_H^{(i,j)}(1, 2)ab \sin \theta \cos \theta}, \quad (4.45)$$

$$\text{avec } M_H^{(i,j)} = U \left(\mu_H^{(i,j)} \right)^T \mu_H^{(i,j)} U^T, \quad (4.46)$$

où $(i, j) \in [1, N] \times [1, N]$, $i \neq j$ et $M_H^{(i,j)}(l, m)$ est l'élément de la ligne l et de la colonne m de la matrice $M_H^{(i,j)}$.

La fonction décrite par l'équation (4.45) est une fonction sinusoïdale dont l'illustration est donnée par la figure 4.5. Afin d'évaluer le rayon de protection horizontal HPL₂, le maximum de cette fonction est recherché. Ainsi, nous cherchons les valeurs de θ qui annulent sa dérivée. La fonction (4.45) atteint ses valeurs extrémales pour des valeurs de θ satisfaisant la relation suivante :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2abM_H^{(i,j)}(1, 2)}{b^2M_H^{(i,j)}(2, 2) - a^2M_H^{(i,j)}(1, 1)} \right) + k\frac{\pi}{2}, \quad \forall k \in \mathbb{N}. \quad (4.47)$$

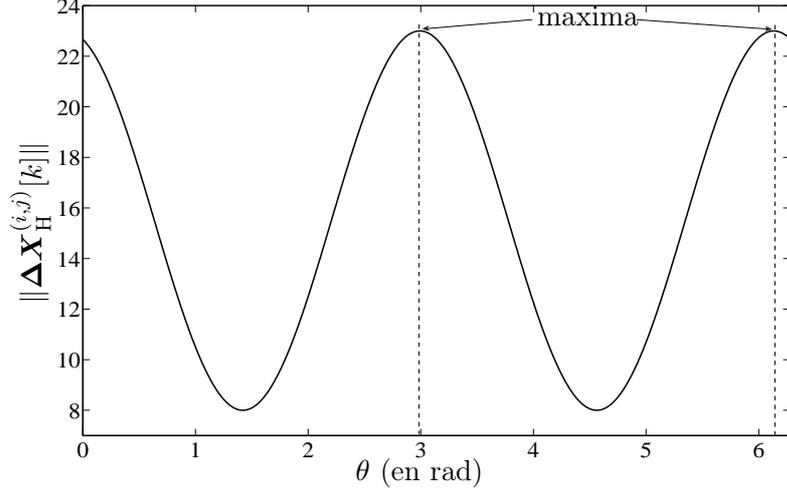


Figure 4.5 – Erreur de positionnement horizontal associée au couple de mesures (i, j) en fonction du paramètre θ .

Nous notons θ_H^* l'ensemble des valeurs de θ qui satisfait l'équation (4.47) et qui correspond donc aux extrema de la fonction (4.45). Le rayon de protection horizontal associé au couple de mesures (i, j) est défini comme suit :

$$\text{HPL}^{(i,j)}[k] = \max_{\theta \in \theta_H^*} \left\| \Delta \mathbf{X}_H^{(i,j)}[k] \right\|, \quad (4.48)$$

avec $(i, j) \in [1, N] \times [1, N]$, $i \neq j$ et $k \in [t - L + 1, t]$.

Il s'ensuit que le rayon de protection horizontal sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées est exprimé pour un instant k avec $k \in [t - L + 1, t]$:

$$\text{HPL}_2[k] = \max_{i,j} \text{HPL}^{(i,j)}[k], \quad (4.49)$$

avec $(i, j) \in [1, N] \times [1, N]$ et $i \neq j$.

De manière conservatrice, le rayon de protection horizontal global sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées est alors défini pour l'algorithme GLR comme suit :

$$\text{HPL}_2 = \max_{k \in [t-L+1, t]} \text{HPL}_2[k]. \quad (4.50)$$

Un résumé de la méthode à employer à chaque instant est proposé par l'algorithme 6.

Finalement, le rayon de protection horizontal de l'algorithme GLR classique prenant en compte jusqu'à deux pannes satellite simultanées est :

$$\text{HPL} = \max(\text{HPL}_{\text{ff}}, \text{HPL}_1, \text{HPL}_2), \quad (4.51)$$

où HPL_{ff} est défini par l'équation (2.52).

Remarques sur le caractère conservatif des rayons de protection présentés

L'équation (4.32) définit une borne de couples de biais minimum détectables pour une probabilité de détection manquée donnée. Les couples de biais à l'extérieur de l'ellipse sont détectés avec une P_{md} plus faible que celle requise par le type d'opération considéré. Quant aux couples de biais à l'intérieur de l'ellipse, ils engendrent une erreur de positionnement plus petite que ceux appartenant à l'ellipse.

Algorithme 6 Procédé d'évaluation du rayon de protection horizontal sous l'hypothèse de 2 pannes satellite simultanées pour l'algorithme GLR.

pour tous les instants d'apparition de pannes k avec $k \in [t - L + 1, t]$ **faire**
pour les C_N^2 couples de mesures possibles $(i, j) \in [1, N]^2$ avec $i \neq j$ **faire**
 Construire la matrice $\Xi[k]$ à partir de l'équation (4.32) et (4.34)
 Effectuer une décomposition en valeurs propres de $\Xi[k]$ avec l'équation (4.35)
 Exprimer, en fonction des valeurs propres, les demi-axes a et b de l'ellipse
 Construire la matrice $M_{\text{H}}^{(i,j)}$ avec l'équation (4.46)
 Déterminer avec la relation (4.47) les valeurs de θ , notées θ_{H}^* , correspondant aux extrema de la fonction (4.45)
 Evaluer l'erreur de positionnement horizontale induite par chaque θ_{H}^* avec l'équation (4.45)
 Sélectionner le maximum des erreurs de positionnement associées aux θ_{H}^* avec l'équation (4.48)
fin pour
 Sélectionner le maximum des $\text{HPL}^{(i,j)}[k]$ pour définir le $\text{HPL}_2[k]$ avec l'équation (4.49)
fin pour
 Sélectionner le maximum des $\text{HPL}_2[k]$ pour définir le HPL_2 avec l'équation (4.50)

En effet, les ellipses à l'intérieur de celle décrite par l'équation (4.39) et qui garantit la P_{md} peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{\tilde{b}_{\text{min},i}^2}{a'^2} + \frac{\tilde{b}_{\text{min},j}^2}{b'^2} = 1 \text{ avec } 0 < a' < a \text{ et } 0 < b' < b. \quad (4.52)$$

L'erreur de positionnement induite est alors :

$$\left\| \Delta \mathbf{X}_{\text{H}}'^{(i,j)}[k] \right\| = \sqrt{M_{\text{H}}^{(i,j)}(1,1)a'^2 \cos^2(\theta) + M_{\text{H}}^{(i,j)}(2,2)b'^2 \sin^2(\theta) + 2M_{\text{H}}^{(i,j)}(1,2)a'b' \sin(\theta) \cos(\theta)}. \quad (4.53)$$

Donc, $\left\| \Delta \mathbf{X}_{\text{H}}'^{(i,j)}[k] \right\| < \left\| \Delta \mathbf{X}_{\text{H}}^{(i,j)}[k] \right\|$ pour $0 < a' < a$ et $0 < b' < b$, avec $\left\| \Delta \mathbf{X}_{\text{H}}^{(i,j)}[k] \right\|$ défini par l'équation (4.45) qui considère les couples de biais détectés pour une P_{md} donnée.

4.2.5.3 Commentaires sur la généralisation de la méthode

La méthode que nous avons présentée dans le cadre de l'algorithme GLR peut se généraliser pour différents algorithmes. En effet, il est possible de l'adapter à l'algorithme LS-RAIM par exemple. En fait, chaque fois que la variable de test peut s'exprimer comme une fonction quadratique de l'erreur de mesure, la méthode proposée est applicable. Une illustration générique du procédé simplifié est proposée sur la figure 4.6.

En ce qui concerne le contexte RAIM, la méthode proposée est exactement équivalente à celle proposée par Brown [Brow 98] et par Liu [Liu 07] que ce soit pour le rayon de protection horizontal ou pour le rayon de protection vertical. En revanche, contrairement à l'approche proposée par Brown, la méthode que nous proposons ne nécessite pas de décomposition QR. Ainsi, la charge calculatoire nécessaire est réduite. Le lecteur peut se référer à [Faur 11b] pour plus de détails.

En conclusion, la méthode que nous proposons pour l'évaluation des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées est générique. Elle peut s'appliquer aussi bien dans un contexte RAIM que AAIM. De plus, les rayons de protection fournis sont identiques à ceux déjà proposés dans le contexte RAIM.

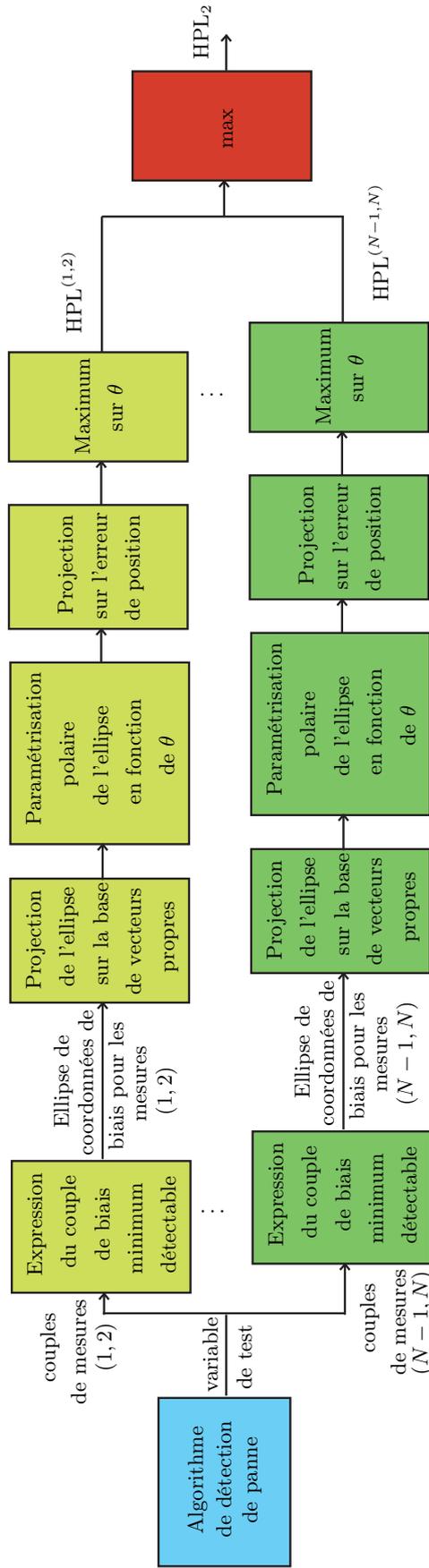


Figure 4.6 – Calcul des rayons de protection sous l’hypothèse de deux pannes satellite simultanées.

4.2.6 Conclusions

L'algorithme GLR présenté ici permet donc de réaliser le contrôle d'intégrité multi-pannes. Néanmoins, du fait de la modélisation des biais de mesure, son application reste limitée aux biais d'amplitude constante. Cette restriction est notamment un problème pour gérer les pannes de type rampe définies dans la DO229D [RTCA 06] pour l'aviation civile.

Un autre inconvénient de cet algorithme est la charge calculatoire dédiée au procédé d'identification de panne. En effet, celui-ci est directement dépendant du nombre de mesures satellitaires. De ce fait, la complexité calculatoire ne semble pas adaptée aux applications embarquées.

4.3 L'algorithme MSF GLR

Nous présentons dans cette partie les modifications apportées à l'algorithme GLR appliqué au contrôle d'intégrité pour pallier les difficultés préalablement évoquées. Dans un premier temps, nous détaillons une modélisation générique des biais de mesure permettant de représenter aussi bien les biais de type échelon que les biais de type rampe. Une seconde partie est dédiée à la réduction du coût calculatoire du procédé d'identification des mesures satellitaires défaillantes. L'algorithme GLR incluant ces deux améliorations est ici dénommé MSF GLR (pour Multiple Satellite Failure GLR en anglais). Nous appliquons ensuite la méthode proposée dans la partie 4.2.4 pour calculer les rayons de protection de l'algorithme MSF GLR sous l'hypothèse d'une panne. De même, nous présentons les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées dans la partie 4.3.4.

4.3.1 Modélisation générique des biais

Une des limitations majeures de l'algorithme GLR classique pour le contrôle d'intégrité GNSS appliqué à l'aviation civile est que les biais sur les mesures sont considérés constants. Or, certains dysfonctionnements, dus au satellite ou au segment de contrôle, peuvent se traduire par une dérive lente et donc un biais dont l'amplitude évolue au cours du temps. Ainsi, comme nous l'avons évoqué dans le chapitre 1, l'OACI a défini deux modélisations de pannes rappelées ci-dessous [RTCA 06] :

- le biais $\mathbf{b}_{i,t}$ est modélisé comme un échelon $\mathbf{b}_{i,t} = \boldsymbol{\alpha}_i$ où $\boldsymbol{\alpha}_i$ est une constante $\boldsymbol{\alpha}_i \in \mathbb{R}$,
- le biais $\mathbf{b}_{i,t}$ est modélisé comme une rampe $\mathbf{b}_{i,t} = (t - k)\boldsymbol{\beta}_i$ où $\boldsymbol{\beta}_i \in \mathbb{R}$.

Pour ces deux modèles, k est l'instant d'apparition du biais, avec $k \leq t$, voir équation (4.1).

L'algorithme GLR classique ne modélise pas correctement les biais de type rampe et donc n'est pas adapté pour détecter mais surtout corriger ce type de panne. Pour remédier à cette limitation, il est possible de modéliser le biais par un polynôme d'ordre 1 :

$$\mathbf{b}_{i,t} = \boldsymbol{\alpha}_i + (t - k)\boldsymbol{\beta}_i. \quad (4.54)$$

La représentation (4.54) offre l'avantage de généraliser les biais de type échelon et les biais de type rampe selon si les coefficients $\boldsymbol{\alpha}_i$ et $\boldsymbol{\beta}_i$ sont nuls.

Comme dans l'algorithme GLR classique, le biais impacte les innovations de façon linéaire. Ainsi, en définissant $\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_N]^T$ et $\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_N]^T$ les vecteurs des coefficients du polynôme (4.54), il est possible de les relier à la suite d'innovations affectées par la panne de la manière suivante :

$$\tilde{\mathbf{z}}_t[k] = [\phi_{\alpha,t}^T[k], \phi_{\beta,t}^T[k]] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{z}}_t, \quad (4.55)$$

$$\text{avec } \phi_{\alpha,t}^T[k] = \phi_t^T[k], \quad (4.56)$$

$$\phi_{\beta,t}^T[k] = \mathbf{I}(t - k) - H_t A_t \mu_{\beta,t-1}[k], \quad (4.57)$$

$$\mu_{\alpha,t}[k] = \mu_t[k], \quad (4.58)$$

$$\mu_{\beta,t}[k] = A_t \mu_{\beta,t-1}[k] + K_t \phi_{\beta,t}^T[k]. \quad (4.59)$$

La démonstration des expressions de ces matrices est fournie dans l'annexe E.

Ainsi, une estimation par moindres carrés des vecteurs α et β contenant les coefficients décrivant les biais sur les N mesures pour un instant d'apparition k est alors effectuée :

$$\begin{bmatrix} \widehat{\alpha}[k] \\ \widehat{\beta}[k] \end{bmatrix} = \left(\sum_{i=k}^t \Phi_i^T[k] S_i^{-1} \Phi_i[k] \right)^{-1} \sum_{i=k}^t \Phi_i^T[k] S_i^{-1} \widetilde{z}_i[k], \quad (4.60)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \Phi_i[k] = \begin{bmatrix} \phi_{\alpha,i}^T[k] & [0] \end{bmatrix} & \text{si } i = k \\ \Phi_i[k] = \begin{bmatrix} \phi_{\alpha,i}^T[k] & \phi_{\beta,i}^T[k] \end{bmatrix} & \text{si } i > k, \end{cases} \quad (4.61)$$

où $[0]$ désigne une matrice nulle de taille $N \times N$.

Il est donc à noter qu'il faut entretenir à la fois les matrices $\phi_{\alpha,t}[k]$ et $\phi_{\beta,t}[k]$. En effet, les coefficients α et β n'affectent pas les innovations de la même façon. De manière similaire, ils influent différemment sur la solution de navigation. Il convient donc de définir les matrices $\mu_{\alpha,t}[k]$ et $\mu_{\beta,t}[k]$, associées aux coefficients α et β respectivement, qu'il faut également entretenir en parallèle. Ainsi, les matrices $\mu_{\alpha,t}[k]$ et $\mu_{\beta,t}[k]$ sont définies par les équations (4.58-4.59).

En utilisant la modélisation polynomiale du biais, la variable de test du GLR s'exprime alors sous la forme suivante :

$$T_t = \max_{k \in [t-L+1, t]} 2 \log \frac{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \widehat{\alpha}[k], \widehat{\beta}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:k-1})}, \quad (4.62)$$

$$= \max_{k \in [t-L+1, t]} \mathfrak{F}^T[k] (M[k])^{-1} \mathfrak{F}[k], \quad (4.63)$$

$$\text{avec } \mathfrak{F}[k] = \sum_{i=k}^t \Phi_i^T[k] S_i^{-1} \widetilde{z}_i[k], \quad (4.64)$$

$$M[k] = \sum_{i=k}^t \Phi_i^T[k] S_i^{-1} \Phi_i[k]. \quad (4.65)$$

T_t suit une loi du χ^2 à $2N$ degrés de liberté dans la mesure où deux coefficients polynomiaux sont utilisés pour décrire le biais de chacune des N mesures satellitaires. Cette loi est centrée dans le cas sans panne et décentrée de paramètre de non centralité λ dans le cas contraire. La règle de décision est alors la même que celle du GLR classique énoncée par l'équation (4.15). Le seuil de décision est calculé comme suit :

$$T_d = F_{\chi^2}^{-1}(1 - P_{\text{fd}}; 2N). \quad (4.66)$$

En ce qui concerne le procédé d'identification de pannes présenté dans la partie 4.2.3, la variable de test T_t^c de l'équation (4.20) suit alors une loi du χ^2 à $2P$ degrés de liberté, avec P le nombre de mesures composant la combinaison considérée, dans la mesure où le biais est décrit par les coefficients α et β .

Le problème de la complexité calculatoire liée au procédé d'identification des pannes du GLR n'est pas résolu. De plus, la modélisation polynomiale du biais augmente le nombre de matrices à entretenir. Dans la partie suivante, nous présentons une de nos contributions sur l'algorithme GLR qui permet l'identification de pannes satellite multiples pour une charge calculatoire réduite.

4.3.2 Identification de mesures satellite défaillantes à coût calculatoire réduit

Comme nous l'avons souligné dans la partie 4.2.3, le procédé d'identification de pannes proposé dans [Gire 07] nécessite une charge de calcul importante qui n'est pas souhaitable pour les applications

embarquées telles que l'aviation. Nous proposons une alternative permettant de réduire la complexité calculatoire induite par ce procédé en introduisant une étape de pré-sélection des mesures satellitaires qui présentent la plus forte probabilité d'être défaillantes. Ce gain est rendu possible en tirant profit de l'estimation du biais à l'étape de détection. Ainsi, en analysant les amplitudes estimées du vecteur de biais, une pré-sélection peut être réalisée afin de réduire le nombre de combinaisons de mesures à évaluer dans le procédé final d'identification de pannes. Le schéma bloc de cette architecture est présenté sur la figure 4.7. Nous présentons ici notre contribution dans le cas où le biais est exprimé sous forme polynomiale. Néanmoins, le principe de pré-sélection des mesures peut être réalisé quelle que soit la représentation du biais utilisée dans l'algorithme GLR.

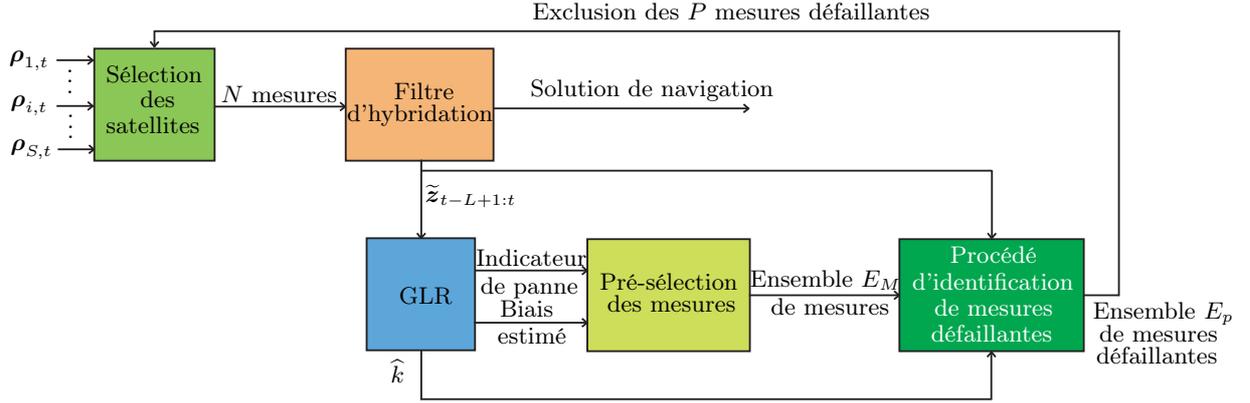


Figure 4.7 – Procédé d'identification de pannes satellite multiples avec pré-sélection des mesures.

Dans notre contexte, les erreurs d'estimation des coefficients α et β décrivant les biais sur les pseudo-distances sont des variables aléatoires suivant une loi gaussienne. En absence de panne sur la mesure i , α_i et β_i valent 0. Lorsque la mesure i est défaillante, les coefficients associés sont différents de 0. Ainsi, nous proposons de construire le critère suivant :

$$\mathbf{\Gamma}_i = \left[\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i \right] C_i^{-1} \left[\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i \right]^T \quad \forall i \in [1, N], \quad (4.67)$$

avec C_i la matrice de covariance de $\hat{\alpha}_i$ et $\hat{\beta}_i$ extraite de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation des paramètres de biais définie comme suit :

$$C[\hat{k}] = \left(\sum_{i=\hat{k}}^t \Phi_i^T[\hat{k}] S_i^{-1} \Phi_i[\hat{k}] \right)^{-1}. \quad (4.68)$$

Nous rappelons que \hat{k} est l'instant d'apparition estimé par le procédé de détection.

Le comportement du critère $\mathbf{\Gamma}_i$ est le suivant :

- en l'absence de panne sur la mesure i , les coefficients $\hat{\alpha}_i$ et $\hat{\beta}_i$ sont en moyenne nulle, donc $\mathbf{\Gamma}_i \approx 0$;
- en présence de panne sur la mesure i , les coefficients $\hat{\alpha}_i$ et $\hat{\beta}_i$ sont non nuls et donc $\mathbf{\Gamma}_i \geq 0$.

De plus, la normalisation par la matrice de covariance C_i permet de tenir compte de la variance du bruit de mesure de chaque pseudo-distance et donc de l'erreur d'estimation des biais des mesures. Le critère $\{\mathbf{\Gamma}_i\}_{i \in [1, N]}$ est alors relativement insensible aux différents niveaux de bruit.

Nous définissons $\{\mathbf{\Gamma}_{(i)}\}_{i \in [1, N]}$ comme la séquence des $\{\mathbf{\Gamma}_i\}_{i \in [1, N]}$ triée dans l'ordre décroissant et $\{\mathbf{Y}_{(i)}\}_{i \in [1, N]}$ la séquence des mesures associée. Ainsi, si nous souhaitons pré-sélectionner M mesures

N pseudo-distances	8	16	18	24
GLR classique	$36N_{\text{RLS}}$	$136N_{\text{RLS}}$	$171N_{\text{RLS}}$	$300N_{\text{RLS}}$
MSF GLR avec $M = 2$	$3N_{\text{RLS}}$			
MSF GLR avec $M = 3$	$6N_{\text{RLS}}$			
MSF GLR avec $M = 4$	$10N_{\text{RLS}}$			

Tableau 4.1 – Comparaison de la charge calculatoire dédiée au procédé d’identification de panne du GLR classique et du MSF GLR pour $K_p = 2$.

satellitaires, l’ensemble pré-sélectionné est défini comme suit :

$$E_M = \bigcup_{i=1}^M \mathbf{Y}_{(i)}. \quad (4.69)$$

Le procédé d’identification de pannes est ensuite réalisé sur l’ensemble des mesures E_M . Notons que nous considérons ici l’amplitude relative des rapports de vraisemblance de l’équation (4.19) par rapport à leurs seuils T_t^e . En effet, ce dernier dépend du nombre de degrés de liberté et donc du nombre de mesures de la combinaison considérée. En ce sens, l’ensemble des mesures défaillantes E_p déterminé par l’équation (4.22) est défini en fonction des ratios des rapports de vraisemblance sur leurs seuils respectifs. En choisissant $M \ll N$, la complexité calculatoire est grandement réduite. En pratique, le choix de M dépend directement du nombre maximal de pannes simultanées considéré, noté K_p . En présence de panne, si les mesures défaillantes ne sont pas pré-sélectionnées, le système ne peut pas réaliser l’exclusion de ces mesures. Ainsi, il est important que les mesures réellement défaillantes appartiennent à l’ensemble E_M . D’une manière générale, la condition suivante est nécessaire $M \geq K_p$. En pratique, selon la charge calculatoire allouable au procédé d’identification de pannes, M peut être choisi comme $M = K_p + 1$ et l’ensemble des combinaisons de jusqu’à K_p mesures est considéré. Le tableau 4.1 montre une comparaison de la complexité calculatoire associée au procédé d’identification de pannes entre le GLR avec l’étape de pré-sélection de mesures, dénommé « MSF GLR », et le GLR sans, dénommé « GLR classique ». Nous pouvons observer que, pour notre approche, le nombre d’estimateurs RLS, noté N_{RLS} , est indépendant du nombre de satellites en vue et dépend uniquement des paramètres constants M et K_p . Plus précisément, ce nombre est égal à $\sum_{i=1}^{K_p} C_M^i$.

4.3.3 Les rayons de protection

Nous développons ici les rayons de protection associés à l’algorithme MSF GLR, c’est-à-dire avec l’expression du vecteur de biais sous forme polynomiale. En effet, l’expression de ceux-ci est différente dans la mesure où la variable de test du procédé de détection est construite à partir des paramètres α et β .

Comme nous l’avons évoqué précédemment, la DO229D [RTCA 06] indique que les pannes satellite à prendre en compte peuvent être modélisées soit par un échelon soit par une rampe. Ainsi, pour le calcul des rayons de protection, nous considérons les deux hypothèses suivantes :

- hypothèse \mathcal{H}_α : le biais affectant la mesure i est de type échelon, c’est-à-dire $\mathbf{b}_{i,t} = \alpha_i$,
- hypothèse \mathcal{H}_β : le biais affectant la mesure i est de type rampe, c’est-à-dire $\mathbf{b}_{i,t} = (t - k)\beta_i$.

Suivant ces recommandations, nous allons considérer que l’une ou l’autre des hypothèses est vérifiée et calculer séparément les rayons de protection associés. Les coefficients minimum détectables associés à la mesure i et ces deux hypothèses s’expriment alors comme suit :

$$\text{Hypothèse } \mathcal{H}_\alpha : \quad \alpha_{\min,i}[k] = \sqrt{\frac{\lambda}{\mathbf{u}_i^T M^\alpha[k] \mathbf{u}_i}}, \quad (4.70)$$

$$\text{Hypothèse } \mathcal{H}_\beta : \quad \beta_{\min,i}[k] = \sqrt{\frac{\lambda}{\mathbf{u}_i^T M^\beta[k] \mathbf{u}_i}}, \quad (4.71)$$

où \mathbf{u}_i est un vecteur sélectionnant la mesure i et les matrices $M^\alpha[k]$ et $M^\beta[k]$ sont des sous matrices de la matrice $M[k]$ définie par l'équation (4.65) :

$$M[k] = \begin{bmatrix} M^\alpha[k] & M^{\alpha\beta}[k] \\ M^{\beta\alpha}[k] & M^\beta[k] \end{bmatrix}, \quad (4.72)$$

où les matrices $M^\alpha[k]$, $M^\beta[k]$, $M^{\alpha\beta}[k]$ et $M^{\beta\alpha}[k]$ sont de taille $N \times N$.

Nous pouvons alors définir les rayons de protection horizontaux associés à la modélisation de type échelon et celle de type rampe pour chaque instant d'apparition k avec $k \in [t-L+1, t]$ et pour chaque mesure i avec $i \in [1, N]$, notés respectivement $\text{HPL}_1^\alpha(k, i)$ et $\text{HPL}_1^\beta(k, i)$:

$$\text{HPL}_1^\alpha(k, i) = \frac{\mu_{\alpha,t}^H[k]}{\sqrt{\mathbf{u}_i^T M^\alpha[k] \mathbf{u}_i}} \sqrt{\lambda}, \quad (4.73)$$

$$\text{HPL}_1^\beta(k, i) = \frac{\mu_{\beta,t}^H[k]}{\sqrt{\mathbf{u}_i^T M^\beta[k] \mathbf{u}_i}} \sqrt{\lambda}, \quad (4.74)$$

où $\mu_{\alpha,t}^H[k]$ correspond aux composantes de position horizontale de la matrice $\mu_{\alpha,t}[k]$ projetée dans le repère de navigation et $\mu_{\beta,t}^H[k]$ correspond aux composantes de position horizontale de la matrice $\mu_{\beta,t}[k]$ projetée dans le repère de navigation.

Pour calculer ces rayons de protection, le risque d'intégrité dédié au cas d'une seule panne satellite est subdivisé en une partie correspondant aux pannes de type échelon et une partie correspondant aux pannes de type rampe. Selon l'allocation réalisée, la P_{md} considérée pour le calcul des rayons de protection et donc le paramètre de non centralité λ , ne sont pas les mêmes selon le type de panne. Cependant, par souci de simplicité, nous n'avons pas adopté des notations différentes dans les équations (4.73) et (4.74). De ce fait, plus on alloue une part importante du risque d'intégrité associé à un type de panne, plus la P_{md} associée est grande. Cela tend à diminuer la valeur du paramètre de non centralité λ ainsi que le rayon de protection associé.

Le rayon de protection horizontal pour chaque instant d'apparition k et pour chaque mesure i est alors défini de la façon suivante :

$$\text{HPL}_1(k, i) = \max \left(\text{HPL}_1^\alpha(k, i), \text{HPL}_1^\beta(k, i) \right). \quad (4.75)$$

Finalement, le rayon de protection horizontal sous l'hypothèse d'une panne satellite à un instant est exprimé de manière conservative comme suit :

$$\text{HPL}_1 = \max_{k,i} [\text{HPL}_1(k, i)], \quad (4.76)$$

avec $i \in [1, N]$ et $k \in [t-L+1, t]$.

En considérant au maximum une panne sur les N mesures, le rayon de protection horizontal global du système est alors défini par l'équation (4.29).

4.3.4 Les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées

Nous présentons ici le calcul des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite associés à l'algorithme MSF GLR. La méthode adoptée est inspirée de celle présentée dans la partie 4.2.5. Elle nécessite néanmoins de considérer les différentes hypothèses de modélisation du biais dans la mesure où la variable de test du procédé de détection prend en compte les pannes de type rampe.

Ainsi, sous l'hypothèse que les mesures i et j soient en panne avec $(i, j) \in [1, N]^2$ et $i \neq j$, les trois hypothèses suivantes sont prises en considération pour le calcul des rayons de protection HPL₂ et VPL₂ :

- hypothèse $\mathcal{H}_{\alpha\alpha}$: les biais affectant les mesures i et j sont de type échelon, c'est-à-dire $\mathbf{b}_{i,t} = \boldsymbol{\alpha}_i$ et $\mathbf{b}_{j,t} = \boldsymbol{\alpha}_j$ (de façon équivalente $\boldsymbol{\beta}_i = \boldsymbol{\beta}_j = 0$),
- hypothèse $\mathcal{H}_{\beta\beta}$: les biais affectant les mesures i et j sont de type rampe, c'est-à-dire $\mathbf{b}_{i,t} = (t - k)\boldsymbol{\beta}_i$ et $\mathbf{b}_{j,t} = (t - k)\boldsymbol{\beta}_j$ (de façon équivalente $\boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_j = 0$),
- hypothèse $\mathcal{H}_{\alpha\beta}$: le biais affectant la mesure i est de type échelon et celui affectant la mesure j est de type rampe, c'est-à-dire $\mathbf{b}_{i,t} = \boldsymbol{\alpha}_i$ et $\mathbf{b}_{j,t} = (t - k)\boldsymbol{\beta}_j$ (de façon équivalente $\boldsymbol{\alpha}_j = \boldsymbol{\beta}_i = 0$).

En considérant séparément les hypothèses $\mathcal{H}_{\alpha\alpha}$, $\mathcal{H}_{\beta\beta}$ et $\mathcal{H}_{\alpha\beta}$, la méthode du calcul des rayons de protection du GLR sous l'hypothèse de deux pannes satellite, qui a été présentée dans la partie 4.2.5, est directement appliquée.

L'équation (4.31) peut alors être réécrite en fonction des coefficients minimum détectables, notés $\boldsymbol{\alpha}_{\min}$ et $\boldsymbol{\beta}_{\min}$, et selon les différentes hypothèses :

$$\begin{aligned}
\text{Hypothèse } \mathcal{H}_{\alpha\alpha} : \quad & \lambda = M^\alpha[k](i, i)\boldsymbol{\alpha}_{\min, i}^2 + M^\alpha[k](j, j)\boldsymbol{\alpha}_{\min, j}^2 + 2M^\alpha[k](i, j)\boldsymbol{\alpha}_{\min, i}\boldsymbol{\alpha}_{\min, j}, \\
\text{Hypothèse } \mathcal{H}_{\beta\beta} : \quad & \lambda = M^\beta[k](i, i)\boldsymbol{\beta}_{\min, i}^2 + M^\beta[k](j, j)\boldsymbol{\beta}_{\min, j}^2 + 2M^\beta[k](i, j)\boldsymbol{\beta}_{\min, i}\boldsymbol{\beta}_{\min, j}, \\
\text{Hypothèse } \mathcal{H}_{\alpha\beta} : \quad & \lambda = M^{\alpha\beta}[k](i, i)\boldsymbol{\alpha}_{\min, i}^2 + M^{\alpha\beta}[k](j, j)\boldsymbol{\beta}_{\min, j}^2 + 2M^{\alpha\beta}[k](i, j)\boldsymbol{\alpha}_{\min, i}\boldsymbol{\beta}_{\min, j},
\end{aligned} \tag{4.77}$$

où les matrices $M^\alpha[k]$, $M^\beta[k]$, $M^{\alpha\beta}[k]$ et $M^{\beta\alpha}[k]$ sont issues de la matrice $M[k]$ (voir équation (4.72)) et $M^{\alpha\beta}[k](l, m)$ est l'élément situé sur la ligne l et la colonne m de la matrice $M^{\alpha\beta}[k]$.

Notons qu'ici également, une allocation du risque d'intégrité dédié au cas de deux pannes satellite simultanées est réalisée sur les rayons de protection calculés selon les différentes hypothèses. De façon similaire aux rayons de protection sous l'hypothèse d'une panne satellite, la part du risque d'intégrité associée à chaque hypothèse influence la valeur du paramètre de non centralité λ et donc celle du rayon de protection associé.

Le rayon de protection horizontal HPL₂ implique de calculer un rayon de protection associé à chaque hypothèse de modélisation des biais. Ainsi, un procédé similaire à celui présenté dans l'algorithme 6 est effectué pour chaque hypothèse. En notant $\text{HPL}_{\alpha\alpha}^{(i,j)}[k]$, $\text{HPL}_{\beta\beta}^{(i,j)}[k]$ et $\text{HPL}_{\alpha\beta}^{(i,j)}[k]$ les HPL₂ associés au couple de mesures (i, j) et aux hypothèses $\mathcal{H}_{\alpha\alpha}$, $\mathcal{H}_{\beta\beta}$ et $\mathcal{H}_{\alpha\beta}$ respectivement, le rayon de protection horizontal sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées associé au couple de mesures (i, j) est exprimé pour un instant k avec $k \in [t - L + 1, t]$ comme suit :

$$\text{HPL}^{(i,j)}[k] = \max \left(\text{HPL}_{\alpha\alpha}^{(i,j)}[k], \text{HPL}_{\beta\beta}^{(i,j)}[k], \text{HPL}_{\alpha\beta}^{(i,j)}[k] \right), \tag{4.78}$$

avec $(i, j) \in [1, N]^2$ et $i \neq j$.

Le rayon de protection horizontal HPL₂ sous l'hypothèse de jusqu'à deux pannes satellite est alors déterminé en appliquant les équations (4.49-4.50) et le rayon de protection horizontal de l'algorithme MSF GLR est alors calculé de manière conservative avec l'équation (4.51).

4.4 Résultats

4.4.1 Paramètres de simulations

Nous présentons dans cette partie les paramètres de simulations. Dans le but de comparer les performances des différents algorithmes, nous considérons la même trajectoire et les mêmes spécifications

Caractéristiques de la trajectoire	
Phase de vol	APV I
Durée du vol	832 s
Caractéristiques des signaux GNSS	
Signaux utilisés	GPS II (L1-L5)/ Galileo (E1-E5b)
Fréquence	1 Hz
Angle de masquage	5 ° pour GPS et 10 ° Galileo
Nombre de canaux du récepteur	8 pour GPS et 8 pour Galileo
Caractéristiques de l'INS	
Type de centrale inertielle	à composants liés
Fréquence	100 Hz
\mathbf{b}_{a0} (Biais initial des accéléromètres)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx 500\mu\text{g}$
σ_{wa} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_a)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8\mu\text{g}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{ba} (Ecart-type du bruit de mesure des accéléromètres)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8\mu\text{g}\sqrt{\text{h}}$
\mathbf{b}_{g0} (Biais initial des gyromètres)	$5.10^{-6} \text{ rad/s} \approx 1^\circ/\text{h}$
σ_{wg} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_g)	$5.10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{bg} (Ecart-type du bruit de mesure des gyromètres)	$5.10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\sqrt{\text{h}}$
Architecture d'hybridation	serrée en boucle ouverte
Caractéristiques de l'algorithme MSF GLR	
Allocation du risque d'intégrité	FT1/ FT2 voir tableaux 2.2-2.3
Coefficient d'inflation de la variance du bruit de mesure	6
Taille de la fenêtre L	15 s
Nombre maximal de pannes simultanées K_p	2
Nombre de mesures pré-sélectionnées M	3

Tableau 4.2 – Paramètres de simulation pour l'algorithme MSF GLR.

capteur que précédemment, à savoir la **Traj. APV-I**, définie dans la partie 3.4.1. De plus, les amplitudes de panne sont celles définies par le **Scénario Panne DO229D**, présenté dans cette même partie, et sont donc identiques à celles considérées pour le T-RANCO.

Le tableau 4.2 résume notamment les paramètres de l'algorithme MSF GLR. le nombre maximal de pannes simultanées est $K_p = 2$. De plus, le nombre de mesures pré-sélectionnées à l'étape d'identification des mesures défaillantes est $M = 3$. Quant à la fenêtre d'analyse, sa taille est fixée à 15 s.

4.4.2 Evaluation des performances

Nous évaluons dans un premier temps les performances de l'algorithme MSF GLR en l'absence de panne. Ainsi, le tableau 4.3 présente les performances en termes de précision mais également en termes de fausse détection. Les résultats en termes de précision sont identiques à ceux du T-RANCO dans la mesure où le filtre d'hybridation principal fournissant la solution de navigation est identique. De plus, aucune fausse détection n'a été relevée sur l'ensemble des simulations en l'absence de panne.

Le tableau 4.4 résume les performances en termes de contrôle d'intégrité et de précision de l'algorithme MSF GLR en présence de deux pannes de différentes amplitudes. En comparant avec les résultats de l'algorithme T-RANCO, nous pouvons remarquer que les performances en termes de détection de l'algorithme MSF GLR sont meilleures. En effet, les délais de détection ainsi que les délais

2drms _H (m)	2drms _V (m)	$\Pr(\Delta X_H > 2\text{drms}_H)$ (/s)	$\Pr(\Delta X_V > 2\text{drms}_V)$ (/s)	P_{fd} (/s)
1,54	2,97	0,0271	0,0655	0

Tableau 4.3 – Résultats de l'algorithme MSF GLR en absence de panne.

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	360	630	0	0,19	1,76	2,83	9,25
C.2	76	192	0	0,2	2,82	2,54	9,45
C.3	28	47	0	0,11	1,21	1,65	4,91
C.4	12	19	0	0,01	0,16	1,56	4,48
C.5	6	9	0	0	0	1,51	4,27
C.6	0	1	0	0,21	2,28	1,71	4,73
C.7	68	394	0	0,072	0,83	1,8	5,58

Tableau 4.4 – Résultats de l’algorithme MSF GLR en présence de panne.

d’exclusion du MSF GLR sont en moyenne plus petits que ceux du T-RANCO quelle que soit la configuration de panne. De même, aucune détection manquée n’a été relevée au cours des simulations. En ce qui concerne les performances associées à l’identification, nous pouvons constater que les taux d’échec d’exclusion T_{ee} et les taux de fausse décision d’exclusion N_{MSVE} de l’algorithme MSF GLR sont globalement plus bas que ceux de l’algorithme T-RANCO. Cependant, l’algorithme MSF GLR présente de mauvaises performances d’identification pour la configuration C.6 correspondant à des pannes de types échelon de fortes amplitudes. En effet, cela est dû au fait que, pour les différentes combinaisons évaluées dans le procédé d’identification, les ratios des rapports de vraisemblance sur leurs seuils sont considérés pour déterminer la combinaison de mesures la plus vraisemblablement en panne. Dans notre contexte, nous considérons les combinaisons de jusqu’à deux mesures défaillantes simultanément. Ainsi, les seuils, associés à chaque rapport de vraisemblance, dépendent du nombre de degrés de liberté de celui-ci et donc du nombre de mesures dans la combinaison considérée. En ce sens, les seuils associés aux combinaisons incluant une seule mesure sont plus bas que ceux incluant deux mesures. Ce phénomène tend à favoriser les combinaisons constituées d’une seule mesure lorsqu’on considère le ratio du rapport de vraisemblance sur le seuil. Bien que celui-ci soit également présent pour les configurations de type rampe, les conséquences en termes de performances sont, pour celles-ci, moins visibles. En effet, les amplitudes des rapports de vraisemblance dans les configurations de type rampe sont largement plus faibles que celles dans la configuration C.6.

Notons que les pannes de type biais ne sont pas des configurations critiques et sont facilement détectables et identifiables par d’autres techniques de contrôle d’intégrité, comme un test du χ^2 sur chaque mesure, par exemple.

Nous pouvons également remarquer que l’algorithme MSF GLR présente des erreurs de position plus petites que l’algorithme T-RANCO pour les configurations de panne C.1 à C.5. Ce gain est notamment obtenu grâce à la compensation de l’effet des pannes sur la solution de navigation.

Le tableau 4.5 reporte les performances de l’algorithme MSF GLR sans l’étape de pré-sélection des mesures défaillantes mais en considérant les mêmes paramètres. Cet algorithme est dénommé par la suite « optimal MSF GLR » dans la mesure où le procédé d’identification de panne considère l’ensemble des combinaisons jusqu’à deux mesures défaillantes parmi les N mesures disponibles. Les délais de détection de l’optimal MSF GLR sont identiques à ceux du MSF GLR puisqu’ils ont le même procédé de détection. En revanche, les délais d’exclusion de l’optimal MSF GLR sont plus faibles. Ceci est principalement dû au fait que les taux de fausses décisions d’exclusion sont proches de 0 pour les configurations C.1 à C.5. L’optimal MSF GLR souffre du même phénomène que le MSF GLR lorsqu’on considère la configuration C.6. De plus, le taux important de fausses décisions d’exclusion entraînent de fortes dégradations sur la solution de navigation pour la configuration C.6. En ce sens, les erreurs de position ne sont pas reportées sur le tableau 4.5 pour cette configuration.

Pour les configurations C.4 et C.5 qui correspondent à des rampes d’amplitude relativement élevée, les performances de l’algorithme MSF GLR, incluant la pré-sélection des mesures, sont quasiment identiques à celles de l’optimal MSF GLR. En revanche, pour les configurations C.1 à C.3 qui correspondent à des rampes de faible amplitude et donc plus difficiles à identifier, les taux de fausses décisions

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	360	573	0	0,03	0,3	2,44	8,04
C.2	76	146	0	0	0	1,74	5,59
C.3	28	41	0	0	0	1,59	4,56
C.4	12	17	0	0	0	1,53	4,32
C.5	6	9	0	0	0	1,51	4,28
C.6	0	1	0	1	8,85	n/a	n/a
C.7	68	379	0	0,016	0,218	1,77	5,45

Tableau 4.5 – Résultats de l’algorithme optimal MSF GLR en présence de panne.

	EHD (m)	EVD (m)	DDDdP (s)
C.1	9,69	19,42	0
C.2	9,75	20,86	0
C.3	5,32	22,45	0
C.4	4,08	16,32	0
C.5	2,27	6,85	0
C.6	15,85	39,1	0
C.7	9,05	19,76	0

Tableau 4.6 – Erreurs de position à la détection de panne de l’algorithme MSF GLR.

d’exclusion N_{MSVE} augmentent. Cela tend notamment à augmenter les taux d’échec d’exclusion T_{ee} . Les mauvaises décisions d’exclusion peuvent être attribuées au fait qu’après une détection de panne, les mesures défaillantes ne sont pas pré-sélectionnées par l’algorithme MSF GLR. L’accommodation du filtre aux pannes lentes perturbe également les innovations associées aux mesures correctes. Une solution serait d’augmenter le nombre de mesures pré-sélectionnées M tout en conservant $M \ll N$ ou d’augmenter L , la taille de la fenêtre, pour réduire le risque d’accommodation.

En comparant les performances de l’algorithme MSF GLR à ceux du T-RANCO présentées dans le tableau 3.5, nous pouvons observer que les délais de détection et d’exclusion du MSF GLR sont en moyenne plus petits que ceux du T-RANCO. En revanche, l’algorithme T-RANCO est plus performant que le MSF GLR pour l’identification des pannes de type échelon. De plus, les taux de fausses décisions d’exclusion N_{MSVE} du MSF GLR sont plus faibles pour les configurations C.3, C.4 et C.5. Ces remarques montrent que les deux algorithmes possèdent des performances différentes selon les configurations et qu’ils peuvent être complémentaires.

Le tableau 4.6 résume les erreurs de position maximales constatées à la détection selon le plan horizontal et l’axe vertical pour les différentes configurations de panne. Comme pour l’algorithme T-RANCO, le délai entre une défaillance de positionnement et la détection de panne est évalué par le paramètre DDDdP. Ce tableau montrent des erreurs de position inférieures aux bornes d’alerte ($HAL = 40$ m et $VAL = 50$ m) pour toutes les configurations de panne. En moyenne, ces erreurs sont inférieures à celles de l’algorithme T-RANCO. Il est également intéressant de noter que la détection de panne apparaît avant le non respect des exigences opérationnelles en termes de précision de positionnement.

Nous étudions maintenant les rayons de protection de l’algorithme MSF GLR. La trajectoire et les spécifications capteur considérés sont définis par **Traj. APV-I**. La figure 4.8 présente les rayons de protection de l’algorithme MSF GLR avec l’allocation du risque d’intégrité selon l’arbre de défaillances FT1. Notons que le risque d’intégrité associé au cas d’une panne satellite est alloué de manière équiprobable aux rayons de protection conditionnés aux deux types de panne considérés. Ainsi, la probabilité de détection manquée pour calculer le paramètre de non centralité est divisé par deux pour les HPL_1^α et HPL_1^β . Nous pouvons observer que les rayons de protection présentent trois discontinuités aux instants 86, 447 et 688. En comparant avec la figure 3.7 illustrant le nombre de satellites en vue, ces instants

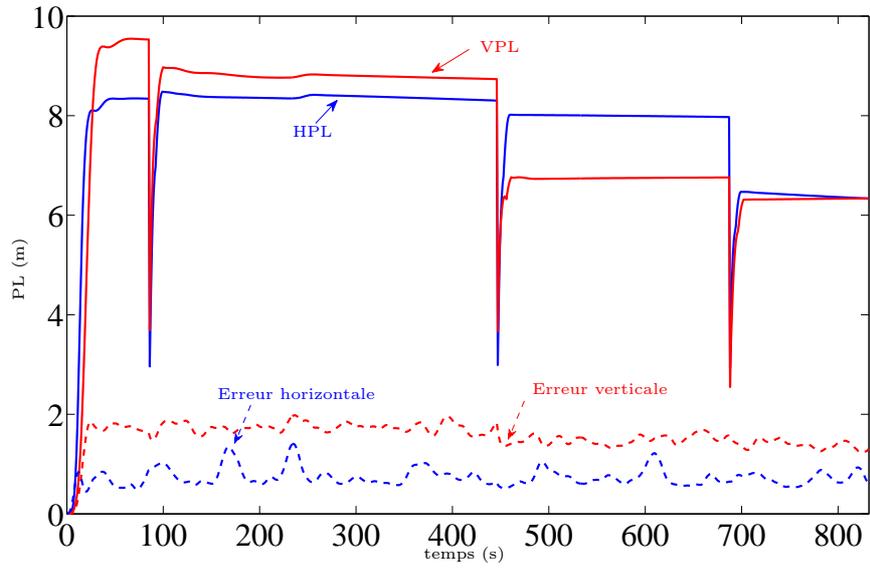


Figure 4.8 – Rayons de protection de l'algorithme MSF GLR avec l'allocation FT1.

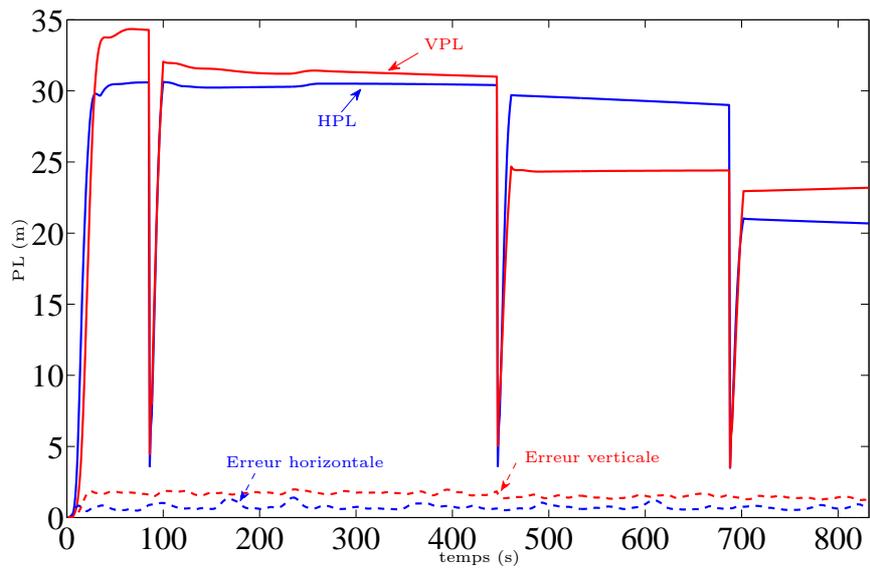


Figure 4.9 – Rayons de protection de l'algorithme MSF GLR avec l'allocation FT2.

correspondent aux changements de la constellation. En effet, les changements de la constellation entraînent une réinitialisation des matrices de régression nécessaires pour estimer le biais sur la fenêtre temporelle.

La figure 4.9 illustre les rayons de protection de ce même algorithme avec l'allocation du risque d'intégrité selon l'arbre de défaillances FT2. Une allocation équiprobable du risque d'intégrité associé aux HPL_1^α et HPL_1^β est également utilisée. De même, une allocation équiprobable du risque d'intégrité associé au cas de deux pannes satellite a été effectuée sur les différentes hypothèses $\mathcal{H}_{\alpha\alpha}$, $\mathcal{H}_{\beta\beta}$ et $\mathcal{H}_{\alpha\beta}$ qui correspondent aux différentes combinaisons de types de panne sur chaque couple de mesures. Ainsi, comme pour chaque couple de mesures (i, j) quatre combinaisons de différents types de panne sont à considérer, la probabilité de détection manquée associée à chaque rayon de protection est divisée par quatre. La figure 4.9 révèle des rayons de protection plus grands que ceux calculés sous l'hypothèse de jusqu'à une panne satellite. Comme ceux-ci, les discontinuités dues aux réinitialisations des matrices sont présentes à chaque changement de la constellation.

Ainsi, nous pouvons observer que la prise en compte de deux pannes satellite augmente les rayons de protection. Plus précisément, un facteur d'environ 3 est observé entre les rayons de protection associés au FT2 et ceux associés au FT1. Cette augmentation entraîne une diminution de la disponibilité du service pour les types d'opérations les plus exigeants.

Notons qu'afin d'illustrer le fait que les pics des rayons de protection n'entraînent pas de discontinuités sur l'estimation de position, les erreurs de position moyennées sur l'ensemble des *runs* selon le plan horizontal et l'axe vertical sont respectivement représentées en trait discontinu bleu et rouge sur les figures 4.8 et 4.9.

4.5 Conclusions

Nous avons présenté dans ce chapitre nos contributions associées à l'algorithme GLR pour le contrôle d'intégrité AAIM. Un des atouts de l'algorithme GLR est qu'il fournit une estimation de l'amplitude de la panne.

Une modélisation sous forme polynomiale du biais sur la mesure a été effectuée afin de permettre à l'algorithme GLR de gérer les biais de type échelon et de type rampe. En effet, les biais de type rampe sont les pannes les plus difficiles à détecter et à identifier dans le contrôle d'intégrité pour la navigation GNSS. Du fait de l'utilisation d'une fenêtre temporelle d'analyse, le GLR s'avère très efficace pour la détection des pannes de type rampe.

Dans le but de diminuer la charge calculatoire, une de nos contributions est l'introduction d'une étape de pré-sélection des pseudo-distances avant le procédé d'identification de pannes en tirant profit de l'estimation de la panne effectuée par le procédé de détection. Cette étape permet de réduire considérablement la charge calculatoire dédiée au procédé d'identification de pannes en limitant la recherche à un sous-groupe réduit de mesures satellitaires. Bien que cette version sous-optimale augmente le nombre de mauvaises décisions d'exclusion dans le cas de panne de faible amplitude, l'algorithme MSF GLR parvient néanmoins à identifier les mesures effectivement défaillantes.

Dans ce chapitre, nous avons également proposé une formulation des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite de l'algorithme GLR appliqué au contrôle d'intégrité pour l'aviation civile. La méthode a ensuite été étendue à l'algorithme MSF GLR.

La prise en compte de deux pannes satellite simultanées entraîne la nécessité d'évaluer les rayons de protection associés. Ainsi, une méthode générique de calcul de ces bornes a été proposée. Cette méthode est adaptable au contexte AAIM ainsi qu'au contexte RAIM. Dans le contexte RAIM, nous avons souligné que les rayons de protection proposés étaient équivalents à ceux proposés par Brown [Brow 98] et par Liu [Liu 07].

Chapitre 5 - Introduction

De par leur architecture et leur stratégie différentes, les algorithmes de contrôle d'intégrité ne possèdent pas les mêmes performances. De plus, chacun possède des avantages et de inconvénients différents. Ainsi, tirer profit de la complémentarité de plusieurs dispositifs de contrôle d'intégrité peut permettre d'améliorer les performances du système au global.

Nous présentons donc dans ce chapitre un algorithme de contrôle d'intégrité AAIM fondé sur la fusion d'informations. L'approche proposée combine, en un seul système, les algorithmes T-RANCO, MSF GLR et MSS qui ont été préalablement présentés. La redondance d'informations sur la présence d'anomalie ainsi que sur la validité des mesures est exploitée pour améliorer les prises de décision du système. Ainsi, une fusion d'informations est effectuée à la fois au niveau du procédé de détection et du procédé d'identification de pannes. Les bornes de protection associées à l'algorithme proposé sont également développées.

Chapitre 5

Fusion d'informations pour le contrôle d'intégrité AAIM

Sommaire

5.1	Introduction	121
5.2	Problématique	122
5.3	La représentation des informations	124
5.3.1	Caractéristiques des informations	124
5.3.2	Les différentes théories de représentation des informations	126
5.4	Les opérateurs d'agrégation	128
5.5	L'algorithme proposé	129
5.5.1	Le procédé de détection	130
5.5.2	Les rayons de protection	133
5.5.3	Le procédé d'identification	134
5.6	Résultats	144
5.6.1	Paramètres de simulations	144
5.6.2	Evaluation des performances	144
5.7	Conclusions	154

5.1 Introduction

Nous avons présenté dans ce manuscrit différents algorithmes de contrôle d'intégrité dans un contexte AAIM. En particulier, les chapitres 3 et 4 ont permis de détailler deux algorithmes dédiés à la détection et l'identification de pannes satellite multiples. Les résultats de simulation ont montré qu'il n'était pas possible de conclure sur la supériorité d'une des algorithmes par rapport à l'autre. Leurs performances diffèrent en effet selon la configuration de panne considérée. Il peut donc apparaître intéressant de concevoir un système de navigation où le contrôle d'intégrité est réalisé en combinant différents algorithmes de détection et d'identification de pannes pour obtenir au global un système plus performant. La question est de savoir comment fusionner les informations en provenance de différents algorithmes, notamment si elles sont contradictoires.

L'objet de ce chapitre est donc de présenter une de nos contributions, à savoir un algorithme fondé sur la fusion d'informations pour le contrôle d'intégrité en navigation intégrée. Pour ce faire, nous introduisons dans la partie suivante les motivations de notre approche. La partie 5.3 est dédiée aux différentes théories de représentation des informations. Nous introduisons ensuite les opérateurs d'agrégation permettant de combiner différentes sources d'information dans la partie 5.4. La partie 5.5 présente finalement l'algorithme proposé. Nous détaillons notamment les stratégies de fusion d'informations au sein du procédé de détection et d'identification de pannes. Les rayons de protection associés sont également développés. Une étude comparative de performance fondée sur des données simulées

est présentée dans la partie 5.6. Des conclusions sur l’algorithme proposé sont finalement tirées dans la dernière partie.

5.2 Problématique

Au travers de ce manuscrit, nous avons présenté différents algorithmes de contrôle d’intégrité dans le contexte AAIM : le MSS, introduit dans le chapitre 2, le T-RANCO, détaillé dans le chapitre 3 ainsi que la version améliorée du GLR, dénommée MSF GLR, dans le chapitre 4. Chaque algorithme présente une architecture et des variables de test construites différemment. Selon la configuration de panne, l’un ou l’autre s’avère plus performant. Par exemple dans la configuration C.6, l’algorithme T-RANCO présente de bons taux d’exclusion réussie mais exclut également beaucoup de mesures saines. Au contraire pour l’algorithme MSF GLR dans cette configuration, le taux d’exclusion réussie est moins élevé mais exclut moins de mesures saines. Aussi, dans la configuration C.1, le taux d’exclusion réussie de l’algorithme T-RANCO est plus faible que celui de l’algorithme MSF GLR. En revanche, ce dernier exclut plus de mesures saines que l’algorithme T-RANCO. De plus, les erreurs de position ainsi que les délais de détection et d’exclusion de l’algorithme MSF GLR sont en moyenne plus faibles que ceux de l’algorithme T-RANCO.

Notons que dans le contexte AAIM, il existe également l’algorithme AIME¹ (pour Autonomous Integrity Monitoring and Extrapolation en anglais), présenté dans [Dies 94], [Dies 95] et dans l’annexe R de la DO229D [RTCA 06]. Dans ce manuscrit, nous ne considérons pas cet algorithme car peu d’informations sont disponibles à son sujet, notamment concernant le calcul de ses rayons de protection.

Le tableau 5.1 compare les points forts et les points faibles des algorithmes MSS, T-RANCO et MSF GLR pour le contrôle d’intégrité dans le cas de pannes satellite multiples. Notons que ces trois algorithmes présentent des avantages complémentaires. De plus, nous soulignons que l’algorithme MSS tel que nous le considérons dans cette partie ne permet pas l’identification exacte des mesures défaillantes. Nous reviendrons sur cette remarque dans la partie 5.5.

Dans un premier temps, nous pouvons observer la complémentarité des informations fournies par ces trois algorithmes. En effet, alors que le MSS utilise des variables de test fondées sur le domaine de la position, le T-RANCO et le MSF GLR reposent sur des variables de test construites dans le domaine des mesures. En théorie, les tests d’hypothèses fondés sur le domaine des mesures, dans le cas où ils tiennent compte de la propagation de la panne ou sont prémunis de l’accommodation aux pannes lentes, permettent une détection plus rapide que ceux fondés sur le domaine de la position. Cependant, les tests d’hypothèses fondés sur le domaine de la position permettent de favoriser la détection des pannes les plus pénalisantes en termes d’erreur de position. Une panne de faible amplitude mais affectant un satellite de fort *slope* (voir définition du *slope* dans la partie 2.2.2.3) est plus facilement détectée dans le domaine de la position que dans celui des mesures.

Dans un second temps, contrairement à l’algorithme MSF GLR dans le cas où la taille de la fenêtre d’analyse n’est pas suffisamment grande, les algorithmes T-RANCO et MSS ne subissent pas le phénomène d’accommodation aux pannes lentes. En revanche, le MSF GLR fournit une estimation de l’amplitude des pannes qui permet de corriger la solution de navigation. De cette façon, il est possible, après une détection et exclusion de panne, d’éviter de réinitialiser les filtres avec des solutions de navigation éventuellement contaminées par la panne.

Ainsi, combiner les informations provenant de ces trois algorithmes doit théoriquement améliorer les performances de détection et d’exclusion du système. Dans cet objectif, nous proposons d’utiliser les techniques de fusion d’informations.

1. L’AIME repose sur un banc de filtres de Kalman étendus utilisant des sous-groupes différents de $N - 1$ mesures satellitaires. Des variables de test, fondées sur les innovations lissées sur une fenêtre glissante permettant une réduction du niveau de bruit de mesure, réalisent la détection et l’identification de jusqu’à une panne satellite. Le principal inconvénient de cette approche est la charge calculatoire engendrée par le lissage et le banc d’EKF à entretenir.

Algorithmes	Avantages	Inconvénients	Commentaires
MSS	<ul style="list-style-type: none"> - Mise en œuvre simple du test d'hypothèses - Pas d'accommodation aux pannes au fil du temps - Solution de navigation saine garantie si les sous-groupes de mesures sont choisis correctement 	<ul style="list-style-type: none"> - Nécessité d'un banc de filtres - Augmentation du coût calculatoire - Identification impossible des mesures défaillantes² - Performances de détection et d'exclusion dépendant de la géométrie des sous-groupes de mesures 	Variables de test fondées sur le domaine de la position
T-RANCO	<ul style="list-style-type: none"> - Tests multiples associés à chaque mesure - Pas d'accommodation aux pannes au fil du temps - Solution de navigation saine garantie si les sous-groupes de mesures sont choisis correctement - Identification simultanée jusqu'à $N - N_{SV} + 1$ mesures défaillantes 	<ul style="list-style-type: none"> - Nécessité d'un banc de filtres - Augmentation du coût calculatoire - Performances de détection et d'exclusion dépendant de la géométrie des sous-groupes de mesures 	Variables de test fondées sur les innovations croisées
MSF GLR	<ul style="list-style-type: none"> - Un seul filtre à entretenir - Coût calculatoire réduit - Compensation de la panne - Bonne performance de détection - Identification simultanée jusqu'à K_p mesures défaillantes 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilisation d'une fenêtre glissante - Accommodation possible du filtre aux pannes lentes - Identification impossible si les mesures défaillantes ne sont pas pré-sélectionnées 	Variables de test fondées sur les innovations accumulées sur une fenêtre glissante

Tableau 5.1 – Comparaison des algorithmes de contrôle d'intégrité MSS, T-RANCO et MSF GLR où N_{SV} désigne le nombre de mesures par sous-groupe et K_p le nombre maximal de pannes simultanées considéré.

2. Comme cela est détaillé dans la partie 5.5, nous considérons une architecture spécifique du MSS fondée sur des sous-groupes de taille réduite. En ce sens, l'identification des mesures défaillantes n'est ici pas réalisable.

La fusion d'informations est un procédé de plus en plus répandu et qui a été appliqué dans différents domaines : vision, segmentation et classification d'images, diagnostic, etc. Il existe différents outils permettant de fusionner des informations. Certains outils tels que l'introduction d'*a priori* sur les informations permettent notamment d'associer à une information un indicateur de fiabilité. Ces indicateurs permettent alors au processus d'agrégation de traiter différemment les informations.

La fusion d'informations est un champ de recherche très vaste qui repose sur différentes représentations de l'information. Dans la suite du chapitre, nous présentons dans un premier temps les différentes théories de représentation de l'information. Nous détaillons ensuite les opérateurs d'agrégation permettant de fusionner ces informations exprimées selon une même représentation.

5.3 La représentation des informations

Tout d'abord, nous introduisons quelques définitions. Dans ce manuscrit, nous utilisons la notion d'*information* comme une donnée à laquelle est rattaché un sens. Ainsi, une information est une donnée mais la réciproque n'est vraie que lorsque la donnée a une signification dans un contexte défini. Par exemple, la valeur 220 est une donnée. En revanche, une tension de 220 V est considérée comme une information.

De plus, nous introduisons la notion de *proposition*, au sens mathématique du terme. *Une proposition donne une information sur un état de chose* (définition wikipédia). En logique classique, une proposition est vraie ou fausse. Nous verrons que dans d'autres cadres théoriques, il est possible de lui associer un degré de croyance. Par exemple, une information représentée dans le cadre probabiliste représente une valeur comprise entre 0 et 1 traduisant la probabilité d'un évènement A . « La probabilité que l'évènement A apparaisse » peut être vue comme une proposition à évaluer. Ainsi, plus la valeur est grande, plus la probabilité de l'évènement est forte.

Par la suite, nous considérons, de manière équivalente, la notion de *fusion* ou d'*agrégation* d'informations comme une combinaison d'informations issues de différentes sources dans le but d'améliorer un procédé tel que la prise de décision, l'estimation de paramètres, etc.

L'intérêt de la fusion d'informations est de combiner des informations dont les sources et les caractéristiques sont différentes. Pour réaliser cette fusion, une représentation commune des informations est donc nécessaire. Différents cadres théoriques ont été proposés à cet effet. Par la suite, nous présentons tout d'abord la terminologie classiquement utilisée pour qualifier une information. Puis, dans un second temps, nous présentons différents systèmes de représentation des informations, à savoir : la théorie des probabilités, la théorie des ensembles flous, la théorie des possibilités ainsi que la théorie de l'évidence. Le choix entre l'une ou l'autre de ces théories est dicté par la nature des informations à fusionner.

5.3.1 Caractéristiques des informations

Dans la problématique de fusion, deux types d'informations sont distingués [Bloc 01]. Les informations dites *descriptives* sont issues du monde réel. Elles regroupent les observations et les avis d'un individu sur un sujet. En revanche, les informations dites *normatives* sont introduites « artificiellement » afin d'ajouter des contraintes à la fusion d'informations. Par exemple, des critères de préférence entre informations ou les souhaits d'un groupe de personnes (dans le sens « attentes du monde idéal ») sont des informations normatives.

Dans un contexte de fusion d'informations, les données présentent des défauts. En effet, dans le cas où les informations seraient parfaites, il ne serait pas nécessaire de procéder à une fusion d'informations dans la mesure où le processus de décision ne pourrait pas être amélioré. Ainsi, différentes imperfections de l'information peuvent être distinguées [Bloc 01] :

- l'incomplétude

L'incomplétude fait référence aux sources présentant des informations manquantes ou à celles qui ne parviennent pas à distinguer des situations différentes. Nous présentons ici l'exemple suivant, noté exemple A. Nous cherchons à évaluer si le temps (au niveau météorologie) est agréable, en

considérant que c'est une combinaison d'une température supérieure à 20° et d'une absence de précipitation. Une température de 23° est une information incomplète vis-à-vis de la proposition à évaluer « Le temps est agréable ». De même, si nous cherchons à évaluer si un avion navigue vers le nord en absence de roulis, l'information de position et de vitesse fournit par un récepteur GPS est incomplète. En revanche, les informations provenant d'une centrale inertielle incluant la position, la vitesse ainsi que l'attitude ne présentent pas d'incomplétude vis-à-vis de la proposition à évaluer.

– l'ambiguïté

Une information est dite *ambiguë* lorsque son sens n'est pas clair et qu'elle peut être interprétée selon différentes manières. Dans l'exemple A, une source d'information indique une température de 23° et un ciel sombre, tandis qu'une seconde source d'information indique la même température et l'absence de précipitations. Dans ce cas, les deux informations sont ambiguës. Cela ne veut pas dire qu'elles sont contradictoires, car les deux informations peuvent être correctes et un consensus peut être trouvé.

– l'inconsistance

Des informations sont dites *inconsistentes* lorsque la décision de la fusion d'informations ne peut pas satisfaire à l'ensemble des informations. Par exemple, les informations « La température est inférieure à 18° » et « La température est supérieure à 22° » sont inconsistantes. Il n'y a pas de consensus possible. De même, si une information *a* indique une panne sur une mesure satellitaire alors que l'information *b* ne l'indique pas, la décision de la fusion d'informations ne peut satisfaire simultanément aux deux informations.

– l'incertitude

L'incertitude fait référence au degré d'exactitude d'une information. Souvent, l'incertitude peut être assimilée à la fiabilité de la source d'information. Classiquement, pour une sortie capteur, l'incertitude est l'erreur de mesure. Dans l'exemple A, une personne ayant des problèmes de vue, qui représente ici le dispositif de mesure, lit sur un thermomètre une température de 18° . Compte tenu de la fiabilité qu'on peut attribuer à cette personne, cette information présente un certain degré d'incertitude.

– l'imprécision

L'imprécision réfère à la « granularité » d'une proposition à évaluer. Par exemple, une proposition du type « La température est comprise entre 20° et 25° » est plus imprécise que la proposition « La température est de 22° ». Dans ce manuscrit, nous associons également l'imprécision au caractère vague d'une proposition. Cette notion de l'information est présente lorsqu'on utilise un terme vague ou relatif dans une proposition. Par exemple, la proposition « La température est élevée » présente un caractère vague dans la mesure où le qualificatif « élevée » dépend de l'ensemble de référence envisagé.

Généralement, il existe un équilibre entre incertitude et imprécision : plus une proposition est imprécise, plus l'incertitude associée à l'information est faible et inversement, plus la proposition est précise, moins l'information associée est certaine. Par exemple, une position verticale d'un avion est estimée à 11345 m. Si l'écart-type de l'erreur d'estimation est $\sigma_V = 10$ m, alors l'incertitude est de l'ordre d'une vingtaine de mètres. Elle est ici liée à la dispersion statistique de la position verticale estimée. En revanche, la proposition « La position verticale de l'avion est comprise entre 11325 m et 11365 m » est imprécise mais l'information associée est beaucoup plus certaine. Notons que le caractère incertain de l'information peut être, dans certains cas, reformulé en caractère imprécis de la proposition.

5.3.2 Les différentes théories de représentation des informations

Nous présentons ici les différents cadres théoriques qui permettent de représenter les informations et de prendre en compte certaines de leurs caractéristiques présentées ci-dessus. La figure 5.1 illustre le principe de ces différentes théories. x_i et x_j sont les réalisations d'une même information prenant ses valeurs sur l'ensemble X dont le cardinal est noté $\text{card}(X)$. Les éléments de l'ensemble défini par l'ellipse mauve correspondent aux représentations de ces informations selon les différents cadres théoriques.

La théorie des probabilités

La théorie des probabilités est le cadre classiquement utilisé pour représenter des données entachées d'un certain degré d'incertitude. L'incertitude provient alors du caractère aléatoire des informations à représenter.

L'avantage de cette représentation est sa relative simplicité de mise en œuvre. Néanmoins, la théorie des probabilités implique souvent des approches bayésiennes où les modèles de densités de probabilités doivent être connus. De plus, les règles de combinaisons entre différentes données ne sont pas très flexibles dans la mesure où seuls l'additivité et le produit ont un sens dans cette théorie. La théorie des probabilités permet difficilement de gérer les informations inconsistantes. Aussi, une information donnée n'est représentée qu'à travers une seule valeur qui traduit sa probabilité d'occurrence. Nous verrons par la suite que d'autres théories permettent d'associer à une information plusieurs valeurs traduisant son appartenance à différents ensembles de définition également appelés *classes* ou *propositions*. Enfin, la théorie des probabilités confond le caractère incertain et imprécis de l'information.

Sur la partie illustrant la théorie des probabilités de la figure 5.1, nous observons qu'une probabilité, notée $\Pr(x_n)$, est associée à chaque information x_n . L'ensemble des probabilités, noté Ω_1 , possède le même cardinal que celui de l'ensemble X . On dit que chaque information est représentée par un singleton.

La théorie des ensembles flous

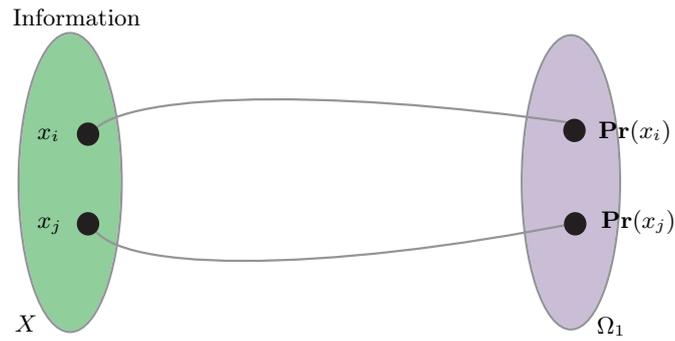
La théorie des ensembles flous a été présentée par Zadeh en 1965 comme support théorique de la logique floue [Zade 65]. Elle peut être vue comme une extension de la théorie des ensembles. En effet, dans cette représentation, l'appartenance d'une information à un ensemble dit *flou* n'est pas tranchée mais peut être traduite par un nombre compris entre 0 et 1. Contrairement à la théorie des probabilités, plusieurs valeurs peuvent traduire l'appartenance d'une même information à différents ensembles. Une autre différence est que l'intégrale de la fonction de représentation de l'information dans un ensemble flou ne doit pas forcément être égale à 1, contrairement à la densité de probabilité d'une information. La théorie des ensembles flous permet de gérer le caractère imprécis des informations.

La partie illustrant la théorie des ensembles flous de la figure 5.1 montre qu'il est possible d'évaluer l'appartenance d'une même information à plusieurs ensembles flous. Sur cette figure, les ensembles flous considérés sont notés A_m, \dots, A_s et sont des sous-ensembles de Ω_2 . Contrairement à la théorie des probabilités, le cardinal de l'ensemble Ω_2 peut être supérieur au cardinal de X .

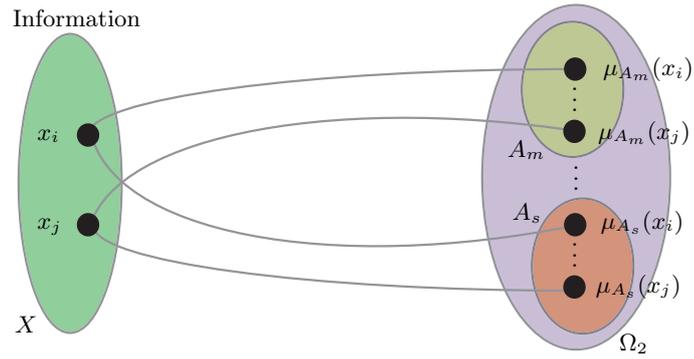
Notons dès à présent que nous distinguons dans ce manuscrit cette théorie de la logique floue. En effet, la logique floue réfère à la fusion de données qui sont représentées via leurs appartenances à des ensembles flous. La logique floue est alors une extension de la logique combinatoire classique qui utilise des règles de combinaison spécifiques à cette théorie. Le lecteur peut se référer à [Jage 95] pour plus de détails.

La théorie des possibilités

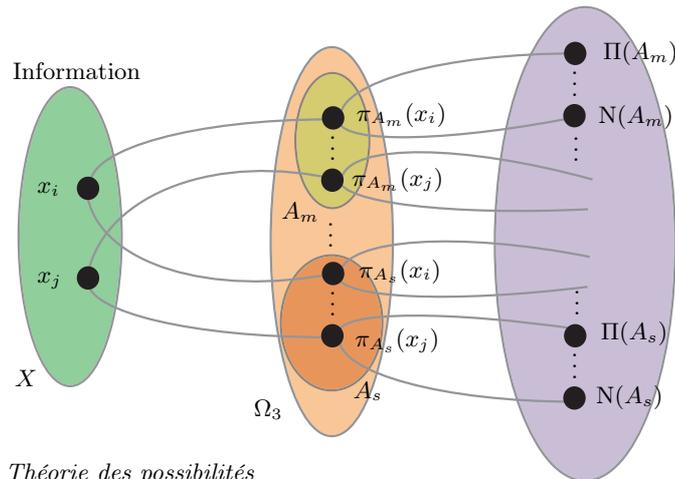
La théorie des possibilités a également été introduite par Zadeh [Zade 78] comme une extension de la théorie des ensembles flous. En effet, la théorie des possibilités attribue à chaque information une fonction appelée *distribution de possibilité*. Celle-ci est définie à partir d'une fonction d'appartenance à un ensemble flou. Ainsi, la théorie des possibilités associe à une même information plusieurs degrés d'appartenance à différentes classes. De plus, deux mesures complémentaires sont utilisées pour décrire l'appartenance d'une information à une classe. Elles sont nommées *mesure de possibilité* et *mesure de*



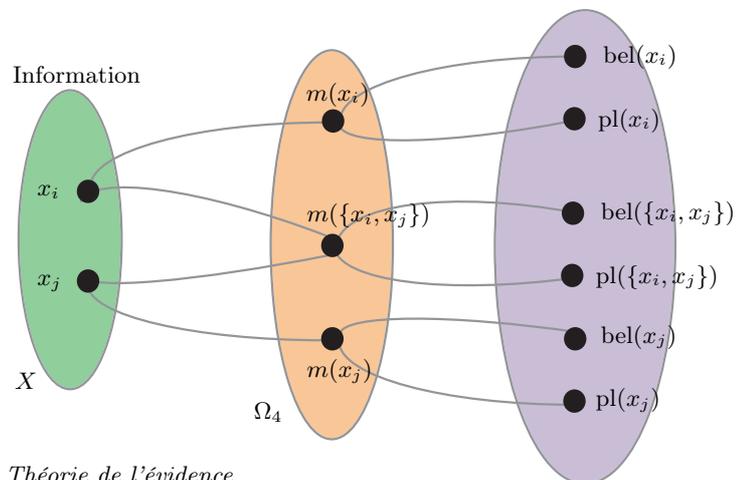
Théorie des probabilités



Théorie des ensembles flous



Théorie des possibilités



Théorie de l'évidence

Figure 5.1 – Les différentes théories de représentation des informations.

nécessité. La théorie des possibilités permet de gérer le caractère imprécis mais également incertain des informations. Néanmoins, un des points délicats de cette approche est la conception des mesures de possibilités et de nécessité. Le lecteur peut se référer à [Dubo 00] pour une présentation détaillée de la théorie des possibilités dans un contexte de fusion d'informations.

Sur l'illustration de la figure 5.1, la théorie des possibilités génère les distributions de possibilités d'un ensemble A , notées $\pi_A(x_i)$ et $\pi_A(x_j)$ à partir des informations x_i et x_j . Les distributions de possibilités associées aux différents ensembles constituent l'ensemble noté Ω_3 dont le cardinal peut être supérieur à celui de X . En revanche, chaque distribution de possibilité génère une mesure de possibilité, notée $\Pi(U)$, et une mesure de nécessité, notée $N(U)$, pour chaque événement U considéré.

La théorie de l'évidence

La théorie de l'évidence présentée par Dempster [Demp 67] et Shafer [Shaf 78] est un cadre dit *fédérateur* dans la mesure où, dans certains cas, il est équivalent à la théorie des possibilités et la théorie des probabilités. Une fonction de masse, notée $m(\cdot)$, attribue un poids à chaque ensemble des parties d'un ensemble de définition. A partir de la fonction de masse, une fonction dite *de croyance* ainsi qu'une fonction dite *de plausibilité* sont associées à chaque ensemble. Cette théorie, tout comme celle des possibilités, permet de gérer l'incertitude et l'imprécision des données.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 5.1, la théorie de l'évidence considère toutes les combinaisons possibles à partir des informations x_i et x_j . Ainsi, l'ensemble Ω_4 , incluant les fonctions de masse associées à chaque combinaison, est appelé *ensemble des parties d'un ensemble* dont le cardinal est $2^{\text{card}(X)}$. A partir de chaque sous ensemble considéré de Ω_4 , les mesures de croyance et de plausibilité, notées $\text{bel}(A)$ et $\text{pl}(A)$ pour l'ensemble A respectivement, sont évaluées à partir des fonctions de masse³.

Nous avons présenté différents cadres théoriques permettant la représentation des informations. En effet, ce sont les informations représentées selon un même cadre théorique qui vont être fusionnées via un opérateur d'agrégation. Néanmoins, par souci de simplification, nous emploierons abusivement le terme « information » pour l'information représentée selon une théorie particulière. Par exemple, le degré d'appartenance de l'information x à un ensemble flou A , noté $\mu_A(x)$, sera considéré comme une information. Nous introduisons alors dans la partie suivante les opérateurs d'agrégation.

5.4 Les opérateurs d'agrégation

Quelle que soit la représentation des informations utilisée, exceptée pour la théorie des probabilités, il existe un grand nombre d'opérateurs permettant d'agréger ces informations. De nombreuses publications peuvent être trouvées sur ce sujet. Parmi eux, le lecteur peut se référer aux travaux de thèse de Marichal [Mari 99] ainsi qu'à une étude comparative de différents opérateurs d'agrégation fournie dans [Li 04].

Dans un premier temps, nous donnons quelques définitions du comportement des opérateurs d'agrégation. Soient $\{a_i\}_{i \in [1, I]}$ les informations à fusionner et F un opérateur d'agrégation :

- L'opérateur F est dit *conjonctif* si $F(a_1, \dots, a_I) \leq \min(a_1, \dots, a_I)$. On dit que cela correspond à un comportement sévère.
- L'opérateur F est dit *disjonctif* si $F(a_1, \dots, a_I) \geq \max(a_1, \dots, a_I)$. On dit que cela correspond à un comportement indulgent.
- Le comportement de l'opérateur F agit comme un compromis si $\min(a_1, \dots, a_I) \leq F(a_1, \dots, a_I) \leq \max(a_1, \dots, a_I)$.

Selon l'application, le comportement souhaité de l'opérateur diffère. Dans un but de clarification, nous adoptons dans ce manuscrit la classification des opérateurs selon leur comportement présentée dans [Bloc 96]. Ainsi, nous présentons trois catégories d'opérateurs d'agrégation ainsi que quelques exemples :

3. Notons que, par définition, $m(\emptyset)$ où \emptyset signifie l'ensemble vide. Ainsi, ce sous-ensemble n'est en réalité pas évalué.

- les opérateurs CCIC : Comportement Constant et Indépendant du Contexte
Le comportement de ces opérateurs est indépendant du contexte et des valeurs des informations à combiner.
Exemples : inférence bayésienne⁴, les opérateurs de type T-normes^{5,6} et T-conormes^{5,6}, les opérateurs OWA^{5,6} (pour Ordered Weighted Average en anglais) [Yage 88], les intégrales floues^{5,6} de Choquet [Choq 54] et Sugeno [Suge 74], les opérateurs de moyenne^{5,6}, comme la moyenne arithmétique, la moyenne géométrique, la valeur médiane, etc.
- les opérateurs CVIC : Comportement Variable et Indépendant du Contexte
Le comportement de ces opérateurs est dépendant des valeurs des informations à combiner.
Exemples : les sommes symétriques^{5,6}.
- les opérateurs DC^{5,6} : comportement Dépendant du Contexte
Le comportement de ces opérateurs est dépendant des valeurs des informations, des relations existant entre celles-ci ainsi que de la connaissance globale du système (fiabilité des sources d’information, priorités sur les informations). Ainsi, une mesure de conflit entre les informations ainsi que des indicateurs de fiabilité et de priorité peuvent être introduits.
Exemples : Un opérateur OWA où les poids sont choisis en fonction du contexte (TS-OWA pour Takagi-Sugeno OWA) [File 03] ou tout autre opérateur qui utilise des mesures de conflit ou de fiabilité.

Après cette introduction sur les opérateurs d’agrégation, nous présentons de manière plus détaillée la mise à profit de ces techniques de fusion dans un contexte de contrôle d’intégrité AAIM.

5.5 L’algorithme proposé

A partir des différents algorithmes de contrôle d’intégrité présentés, de nombreuses combinaisons sont envisageables. En premier lieu, nous présentons l’architecture générale que nous avons retenue, et qui est résumée sur la figure 5.2, puis nous introduisons quelques notations.

Tout d’abord, nous définissons le filtre principal, noté F_{00} , qui fournit l’estimé noté $\widehat{\mathbf{X}}_t^+$ à partir des N mesures satellitaires disponibles. Les innovations de ce filtre, notées $\tilde{\mathbf{z}}_t$ à l’instant t , sont utilisées par l’algorithme MSF GLR.

Dans cette partie, nous considérons que le banc d’EKF, nécessaire à l’algorithme T-RANCO, est constitué de Q sous-filtres fondés sur des sous-groupes de N_{SV} mesures satellitaires. Sur la figure 5.2, $\widehat{\mathbf{X}}_t^{-(n)}$ est l’estimation *a priori* du vecteur d’état fournie par le sous-filtre F_n qui génère $N - N_{SV}$ innovations croisées. La solution de navigation fondée sur le sous-groupe n et calculée par le sous-filtre F_n est noté $\widehat{\mathbf{X}}_t^{+(n)}$. $\Delta\widehat{\mathbf{X}}_t^{+(n)}$ est le vecteur estimé par le MSF GLR permettant de corriger la solution de navigation du sous-filtre F_n après la détection et l’identification des pannes. $\widehat{\mathbf{X}}_{c,t}^{+(n)}$ représente le vecteur d’état corrigé associé au sous-filtre F_n .

L’algorithme T-RANCO nécessitant d’entretenir des sous-filtres fondés sur différents sous-groupes, il est possible de construire des variables de test de type MSS fondées sur la comparaison des estimés du filtre principal et des sous-filtres. La détection est alors effectuée en comparant les solutions de navigation fondées sur des sous-groupes à celle fournie par le filtre principal F_{00} et utilisant l’ensemble des N mesures. L’ajout de ces variables de test n’augmente que très peu la charge calculatoire dans la mesure où nous considérons les sous-filtres utilisés par le T-RANCO (et donc définis pas la procédure de pré-sélection spécifique, voir partie 3.3.3) plutôt que ceux classiquement considérés dans le MSS. Cependant, il est important de noter que dans cette configuration, le MSS ne permet pas de réaliser

4. Applicable dans la théorie des probabilités.
5. Applicable dans la théorie des possibilités.
6. Applicable dans la théorie des ensembles flous.

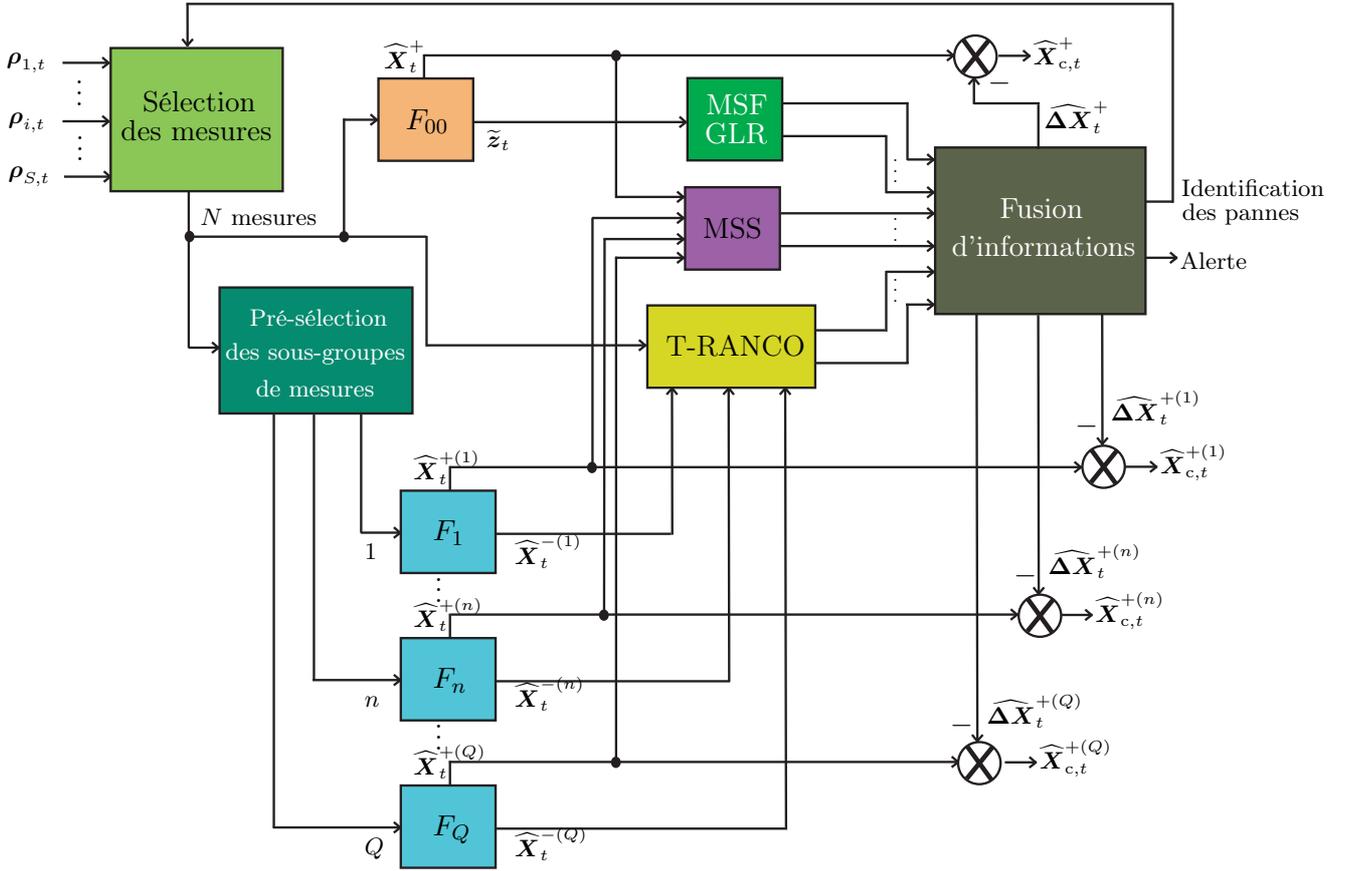


Figure 5.2 – Architecture générale de l'algorithme proposé.

l'identification des mesures défaillantes et que la détection est assurée seulement si tous les couples de mesures sont exclus par au moins un sous-groupe. Ainsi, la charge calculatoire globale de l'algorithme est équivalente à celle du T-RANCO qui est l'algorithme présentant la plus grande complexité calculatoire.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 5.2, un bloc de fusion d'informations collecte et traite les informations provenant du MSF GLR, du MSS, ainsi que du T-RANCO. Ce bloc est sub-divisé en deux : le procédé de détection décide, à partir des différentes informations à disposition, de la présence ou l'absence de panne et le procédé d'identification établit, le cas échéant, quelles sont les mesures défaillantes. De plus, nous tirons profit de l'avantage du MSF GLR pour corriger les différentes solutions de navigation lors de l'identification des pannes.

Dans un premier temps, nous détaillons la fusion d'informations associée au procédé de détection. Une fusion d'informations « simple » est utilisée afin d'obtenir une expression explicite des rayons de protection. Ces derniers sont alors présentés dans la partie 5.5.2. La partie 5.5.3 détaille le procédé d'identification mettant en œuvre une stratégie de fusion évoluée ainsi que les différents traitements associés.

5.5.1 Le procédé de détection

Avant de détailler le procédé de détection de panne proposé, rappelons qu'il doit garantir une probabilité de fausse alerte donnée. Selon la stratégie d'agrégation considérée, ce taux d'alerte doit être réparti entre les différents tests de détection menés en parallèle. Or, plus le taux de fausse alerte alloué à un test est faible, plus son seuil de détection est élevé et plus sa probabilité de bonne détection est en conséquence petite. Il apparaît donc raisonnable de limiter le nombre de tests à combiner. Pour cette raison, nous avons décidé de ne pas utiliser le T-RANCO, qui implique $Q \times (N - N_{SV})$ variables de test (voir partie 3.3), pour la détection de panne.

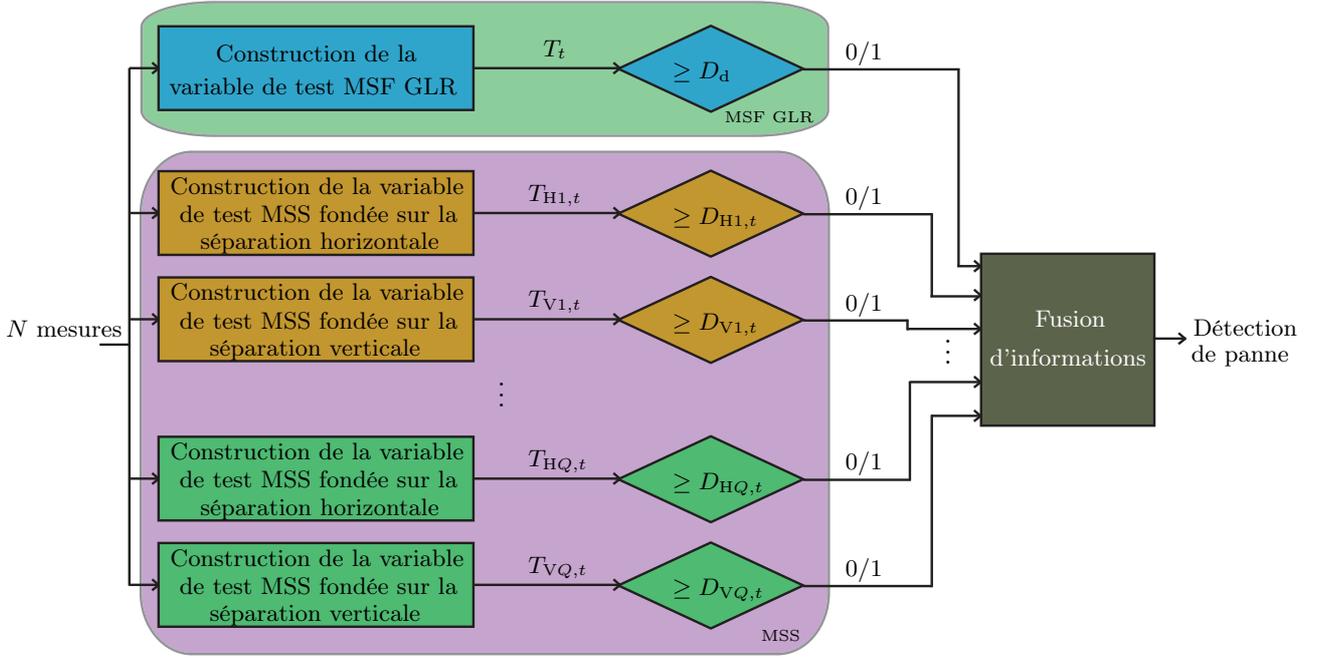


Figure 5.3 – Procédé de détection de l’algorithme proposé.

Les informations utilisées pour la détection sont donc les variables de test du MSS, fondées sur le domaine de la position, et celles du MSF GLR, fondées sur le domaine des mesures. Ainsi, nous tirons partie de la complémentarité de ces deux types de variables et notamment de la bonne propriété des variables de type MSS qui, quoique présentant des délais de détection généralement plus élevés que le MSF GLR, ne s’accommodent pas aux dérives lentes.

La figure 5.3 présente en détails le procédé de détection de l’algorithme proposé. Comme nous pouvons observer, la variable de test du MSF GLR, notée T_t , est combinée avec les $2Q$ variables de test du MSS, notées $\{T_{Hn,t}\}_{n \in [1,Q]}$ et $\{T_{Vn,t}\}_{n \in [1,Q]}$ pour celles fondées sur la séparation horizontale et verticale, respectivement. Les seuils sont notés T_d pour le MSF GLR, $\{D_{Hn,t}\}_{n \in [1,Q]}$ et $\{D_{Vn,t}\}_{n \in [1,Q]}$ pour le MSS (voir partie 2.3.2). Chaque variable est comparée à son seuil, générant des informations binaires : 0 indique une absence de panne alors que 1 traduit la présence d’une anomalie. Ces informations binaires sont ensuite fusionnées pour fournir une information globale sur la présence ou l’absence de panne.

Des stratégies de fusion complexes pourraient être envisagées pour le procédé de détection. Néanmoins, nous nous sommes limités aux stratégies OU logique et ET logique afin de pouvoir évaluer aisément les rayons de protection associés. En effet, l’utilisation de stratégies de fusion plus complexes peut rendre difficile le calcul des rayons de protection. Comme évoqué précédemment, le système doit garantir un taux maximal de fausse alerte donné. Ainsi, la P_{fd} associée à chaque test dépend du nombre de tests et de la stratégie de fusion adoptée. Nous présentons dans les deux parties suivantes la stratégie OU logique puis ET logique.

5.5.1.1 La stratégie OU logique

Nous envisageons une première stratégie qui est de combiner tous les tests d’hypothèses par une logique OU. Par souci de simplification, nous notons par la suite indifféremment $\{x_i\}_{i \in [1,I]}$ et $\{T_{d,i}\}_{i \in [1,I]}$ toutes les variables de test utilisées dans le procédé de détection et leurs seuils, qu’ils soient issus du MSF GLR ou du MSS, où, avec les notations introduites, $I = 2Q + 1$. Dans cette configuration, une détection de panne est effectuée lorsqu’au moins une des variables de test dépasse son seuil. Ainsi, la règle de décision peut être exprimée comme suit :

$$\begin{cases} \exists x_i \geq T_{d,i} & \rightarrow \text{détection de panne,} \\ x_i < T_{d,i}, \forall i \in [1, I] & \rightarrow \text{pas de détection.} \end{cases} \quad (5.1)$$

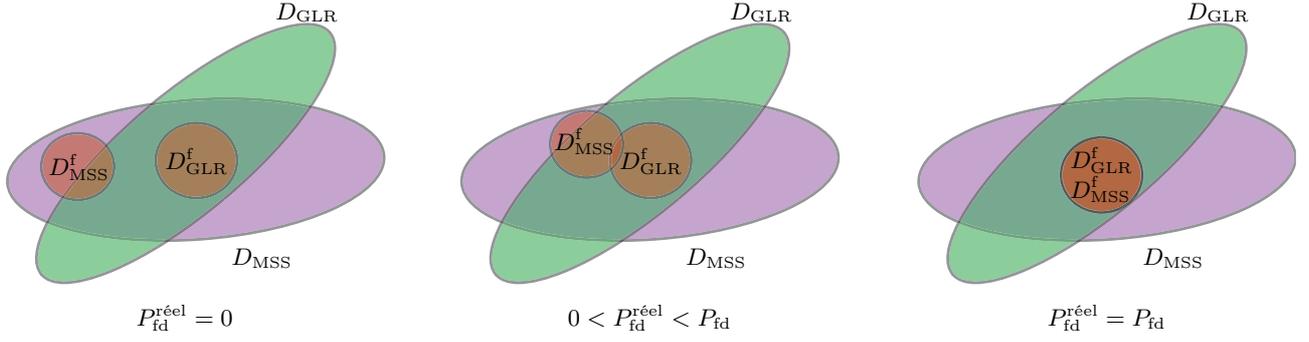


Figure 5.4 – La probabilité de fausse détection de la stratégie ET logique.

Chaque test étant mené en parallèle, il convient donc d'effectuer une allocation de la probabilité de fausse alerte que le système doit garantir entre ces différents tests. En première approche, nous choisissons de la répartir de manière équiprobable. La probabilité de fausse détection associée à un seuil s'écrit alors :

$$P_{fd,i} = \frac{P_{fd}}{I}. \quad (5.2)$$

Notons qu'il serait possible d'envisager une allocation de la probabilité de fausse alerte différente afin de favoriser certains tests par rapport aux autres, la contrainte étant que la somme des $P_{fd,i}$ soit égale à la P_{fd} requise par le type d'opération. En effet, la diminution de $P_{fd,i}$ entraîne une augmentation du seuil associé $T_{d,i}$ et donc un test d'hypothèses moins performant. En revanche, cette perte de performance est compensée par la combinaison avec les autres tests plus performants.

La partie suivante présente la combinaison des informations par une stratégie ET logique.

5.5.1.2 La stratégie ET logique

Contrairement à la stratégie précédente, la stratégie ET logique repose sur la règle de décision suivante : le système détecte une anomalie lorsqu'il y a une cohérence totale entre les décisions de détection de panne. En considérant cette approche, il est nécessaire de raisonner « par algorithme ». En effet, l'algorithme MSS repose sur $2Q$ tests d'hypothèses mais chacun couvrant un sous-ensemble du mode de panne considéré. Précisément, chaque test est fondé sur un sous-groupe excluant $N - N_{SV}$ mesures et permet donc la détection de défaillance uniquement sur ces mesures non utilisées. Ainsi, il convient de combiner par un ET logique la décision du test d'hypothèses du MSF GLR avec celle prise au vu des $2Q$ tests d'hypothèses du MSS. La règle de décision est alors :

$$\begin{cases} T_t \geq T_d \text{ et } (\exists T_{Hn,t} \geq D_{Hn,t} \text{ ou } \exists T_{Vn,t} \geq D_{Vn,t}) & \rightarrow \text{détection de panne,} \\ T_t < T_d \text{ ou } (T_{Hn,t} < D_{Hn,t} \text{ et } T_{Vn,t} < D_{Vn,t}, \forall n \in [1, Q]) & \rightarrow \text{pas de détection.} \end{cases} \quad (5.3)$$

Dans cette configuration, la probabilité de fausse détection allouée à l'algorithme MSF GLR et MSS est P_{fd} . Cette P_{fd} est celle utilisée pour calculer le seuil de décision T_d du MSF GLR. La figure 5.4 justifie graphiquement que la probabilité de fausse détection garantie par l'algorithme, notée P_{fd}^{reel} , est inférieure ou égale à celle requise, notée P_{fd} . Les ellipses mauve et verte, notées D_{MSS} et D_{GLR} , représentent respectivement l'ensemble des détections de l'algorithme MSS et MSF GLR. L'ensemble des fausses détections associé au MSS et au MSF GLR sont notés respectivement D_{MSS}^f et D_{GLR}^f . La stratégie ET logique entraîne alors $P_{fd}^{reel} = P_{fd}$ lorsque l'ensemble des fausses détections du MSS sont les mêmes que celles du MSF GLR. Dans les autres cas, $P_{fd}^{reel} < P_{fd}$.

En revanche, il est nécessaire d'allouer une partie de la P_{fd} à chaque test d'hypothèses de type MSS mené en parallèle. De la même manière que précédemment, la probabilité de fausse détection associée à chaque test d'hypothèses de type MSS est définie comme suit :

$$P_{fd,n} = \frac{P_{fd}}{2Q}. \quad (5.4)$$

Comme cela est présenté dans la partie suivante, la stratégie adoptée dans le procédé de détection pour combiner les informations influe sur l'expression des rayons de protection.

5.5.2 Les rayons de protection

Les rayons de protection sont calculés à partir des variables de test mises en jeu dans le procédé de détection. Comme nous l'avons vu dans la partie 2.3.2.3, il est possible de calculer les rayons de protection associés à chaque variable de test de type MSS. Dans l'architecture proposée, chaque sous-groupe est constitué de N_{SV} mesures. Les variables de test associées au sous-filtre n et calculées en fonction de la séparation de la solution du sous-filtre n et celle du filtre principal, permettent de détecter $N - N_{SV}$ pannes satellite simultanées. De plus, si le choix des sous-groupes permet de garantir la détection de deux pannes satellite (voir la procédure de pré-sélection des sous-groupes de mesures de la partie 3.3.3), l'ensemble des couples est alors exclu par au moins un sous-groupe. Il est donc possible de calculer un rayon de protection pour chaque couple de mesures potentiellement en panne et donc d'en déduire un rayon de protection double pannes. Ainsi, nous notons, pour chaque sous-filtre F_n , $HPL_1(n)$ et $HPL_2(n)$ les rayons de protection horizontal sous l'hypothèse d'une et de deux pannes satellite, respectivement. Nous définissons alors les rayons de protection horizontal associés à l'algorithme MSS sous l'hypothèse d'une panne et de deux pannes satellite, notés respectivement HPL_1^{MSS} et HPL_2^{MSS} , comme suit :

$$HPL_1^{MSS} = \max_{n \in [1, Q]} (HPL_1(n)), \quad (5.5)$$

$$HPL_2^{MSS} = \max_{n \in [1, Q]} (HPL_2(n)). \quad (5.6)$$

Notons que HPL_1^{MSS} et HPL_2^{MSS} ne diffèrent que par la P_{md} allouée à chaque mode de panne.

De même, nous avons présenté dans les parties 4.3.3 et 4.3.4, les rayons de protection associés à l'algorithme MSF GLR que nous notons $HPL_1^{MSF\ GLR}$ et $HPL_2^{MSF\ GLR}$ sous l'hypothèse d'une et deux pannes satellite, respectivement. Ainsi, en considérant l'arbre des défaillances FT2, le rayon de protection horizontal de l'algorithme proposé s'exprime comme suit :

$$HPL = \max (HPL_{ff}, HPL_1, HPL_2), \quad (5.7)$$

avec HPL_1 et HPL_2 les rayons de protection horizontaux sous l'hypothèse d'une et de deux pannes, respectivement.

Notons qu'en considérant l'arbre des défaillances FT1, le terme HPL_2 est supprimé de l'équation (5.7). De plus, la même approche peut être menée pour le rayon de protection vertical.

L'évaluation de HPL_1 dépend de HPL_1^{MSS} et de $HPL_1^{MSF\ GLR}$ ainsi que de la stratégie adoptée au niveau du procédé de détection, voir partie 5.5.1. De même, HPL_2 dépend à la fois de HPL_2^{MSS} et de $HPL_2^{MSF\ GLR}$.

La stratégie OU logique

En adoptant la stratégie OU logique, une anomalie est détectée dès qu'une variable de test dépasse son seuil. Les rayons de protection horizontaux HPL_1^{MSS} (HPL_2^{MSS} , respectivement) et $HPL_1^{MSF\ GLR}$ ($HPL_2^{MSF\ GLR}$, respectivement) sont calculés pour une probabilité de détection manquée donnée P_{md} .

Pour la stratégie OU logique, les rayons de protection horizontaux sont alors définis comme suit :

$$HPL_1 = \min (HPL_1^{MSS}, HPL_1^{MSF\ GLR}), \quad (5.8)$$

$$HPL_2 = \min (HPL_2^{MSS}, HPL_2^{MSF\ GLR}). \quad (5.9)$$

Avec cette stratégie, les rayons de protection sont définis en choisissant le plus bas, correspondant au test le plus performant.

La stratégie ET logique

En ce qui concerne la stratégie ET logique, une panne est détectée lorsque l'algorithme MSF GLR et l'algorithme MSS indiquent une anomalie. Dans ce cas, en notant $\|\Delta\mathbf{X}_{H,t}\|$ l'amplitude de l'erreur de position horizontale dans le repère de navigation, le HPL_1 dépend de la P_{md} requise par le type d'opération comme suit :

$$\begin{aligned} & \Pr [\|\Delta\mathbf{X}_{H,t}\| \geq HPL_1 \text{ et } (T_t < T_d \text{ ou } T_{Hn,t} < D_{Hn,t} \forall n) \mid \mathcal{H}_1] \\ & \leq \Pr [\|\Delta\mathbf{X}_{H,t}\| \geq HPL_1 \text{ et } T_t < T_d \mid \mathcal{H}_1] \\ & + \Pr [\|\Delta\mathbf{X}_{H,t}\| \geq HPL_1 \text{ et } T_{Hn,t} < D_{Hn,t} \forall n \mid \mathcal{H}_1]. \end{aligned} \quad (5.10)$$

En choisissant le HPL_1 tel que le terme à droite de l'inégalité (5.10) soit inférieur ou égal à P_{md} , l'approche est conservative.

Une allocation de $P_{md}/2$ où, comme précédemment la P_{md} désigne, par souci de simplification, la probabilité de détection manquée allouée au mode de panne considéré, est alors effectuée sur le HPL_1^{MSS} et le $HPL_1^{MSF\ GLR}$. La même approche peut être menée pour le HPL_2 . Ainsi, HPL_1 et HPL_2 sont, dans ce cas, définis comme suit :

$$HPL_1 = \max(HPL_1^{MSS}, HPL_1^{MSF\ GLR}), \quad (5.11)$$

$$HPL_2 = \max(HPL_2^{MSS}, HPL_2^{MSF\ GLR}). \quad (5.12)$$

Par la suite, nous restreignons la discussion à HPL_1 mais cela reste vrai pour HPL_2 . Considérons maintenant que le maximum des deux rayons de protection est HPL_1^{MSS} . Ainsi, $HPL_1 = HPL_1^{MSS}$. Avec l'allocation de la P_{md} , HPL_1^{MSS} vérifie $P_{md}/2$. Dans ce cas, comme $HPL_1^{MSF\ GLR} < HPL_1^{MSS}$ et que $HPL_1^{MSF\ GLR}$ est calculé de façon à satisfaire $P_{md}/2$, le second terme à droite de l'inégalité (5.10) vérifie :

$$\Pr [\|\Delta\mathbf{X}_{H,t}\| \geq HPL_1^{MSS} \text{ et } T_t < T_d \mid \mathcal{H}_1] < \frac{P_{md}}{2}. \quad (5.13)$$

De ce fait, la probabilité de détection manquée garantit par le système est inférieure à celle requise pour le type d'opération. Cela est également le cas lorsque le $HPL_1^{MSF\ GLR}$ est le maximum. Le cas où $HPL_1^{MSF\ GLR} = HPL_1^{MSS}$ est le cas limite où la probabilité de détection manquée garantit par le système est égale à celle requise par le type d'opération.

Notons que, bien que la même notation soit utilisée par souci de simplification, les rayons de protection HPL_1^{MSS} et $HPL_1^{MSF\ GLR}$ associés à la stratégie OU logique et ET logique sont différents. En effet, ils sont calculés en fonction des seuils de détection. Chaque seuil est calculé en fonction d'une probabilité de fausse détection associée qui diffère selon la stratégie utilisée, voir partie 5.5.1. Ainsi, les seuils associés à la stratégie OU logique sont globalement supérieurs à ceux de la stratégie ET logique. Ce phénomène tend à augmenter les rayons de protection associés à la stratégie OU logique. Néanmoins, cet effet est contrebalancé par l'étape de combinaison des informations où le minimum des rayons de protection est sélectionné pour la stratégie OU alors que c'est le maximum dans la stratégie ET. De plus, les rayons de protection, HPL_1^{MSS} et $HPL_1^{MSF\ GLR}$, de la stratégie OU logique sont calculés pour une plus grande probabilité de détection manquée allouée que ceux de la stratégie ET logique et donc ont tendance à être inférieurs.

Nous présentons dans la partie suivante le procédé d'identification de mesures défaillantes tirant profit de la fusion d'informations.

5.5.3 Le procédé d'identification

Dans un premier temps, le principe du procédé d'identification est introduit. La seconde partie est dédiée au cadre théorique retenu pour représenter les informations. La partie 5.5.3.3 détaille ensuite l'opérateur d'agrégation choisi. Les mesures de flou sont finalement introduites en tant que critère de fiabilité des informations dans la partie 5.5.3.4. Un résumé du procédé d'identification est finalement

proposé dans la partie 5.5.3.5.

5.5.3.1 Principe

Tout d'abord, nous choisissons de fusionner, pour le procédé d'identification, les variables de test plutôt que les décisions finales des algorithmes. Ce choix est guidé par le fait qu'un algorithme fournit une décision « tranchée », par exemple validité ou défaillance d'une mesure satellitaire, alors que les variables de test associées fournissent une certaine graduation (amplitude relative à leur seuil) qui est potentiellement exploitable pour améliorer la prise de décision.

Ensuite, du fait de la combinaison des différents algorithmes de contrôle d'intégrité, de nombreuses informations concernant la défaillance de chaque mesure sont disponibles. Comme nous l'avons évoqué précédemment, l'identification des mesures n'est pas possible avec l'architecture adoptée pour l'algorithme MSS. Ainsi, nous choisissons de fusionner les informations provenant, d'une part, de l'algorithme T-RANCO, et d'autre part, des différentes combinaisons envisagées à partir des mesures pré-sélectionnées par le MSF GLR pour le procédé d'identification (voir parties 4.2.3 et 4.3.2). La figure 5.5 illustre le principe générique du procédé de décision associé à la mesure p . Le bloc de fusion d'informations est composé de différentes fonctions qui agissent sur les informations. Ces différentes fonctions sont présentées dans les trois parties suivantes. Le procédé d'identification de pannes est composé de N blocs de décision représentés sur la figure 5.5, chacun associé à une mesure satellitaire. Dans cette partie, nous définissons $\{x_i^p\}_{i \in [1, I^p]}$ comme les informations à fusionner associées à la mesure p pour le procédé d'identification, avec I^p le nombre d'informations associées à la défaillance de la mesure $\{p\}_{p \in [1, N]}$. Les variables x_i^p représentent, d'une manière générique, les informations traduisant la défaillance de la mesure p . Lorsque les variables de test de type T-RANCO sont considérées, $x_i^p = T_{i,t}^{(k)}$ de l'équation (3.14), alors que pour le MSF GLR, les informations x_i^p sont issues des rapports

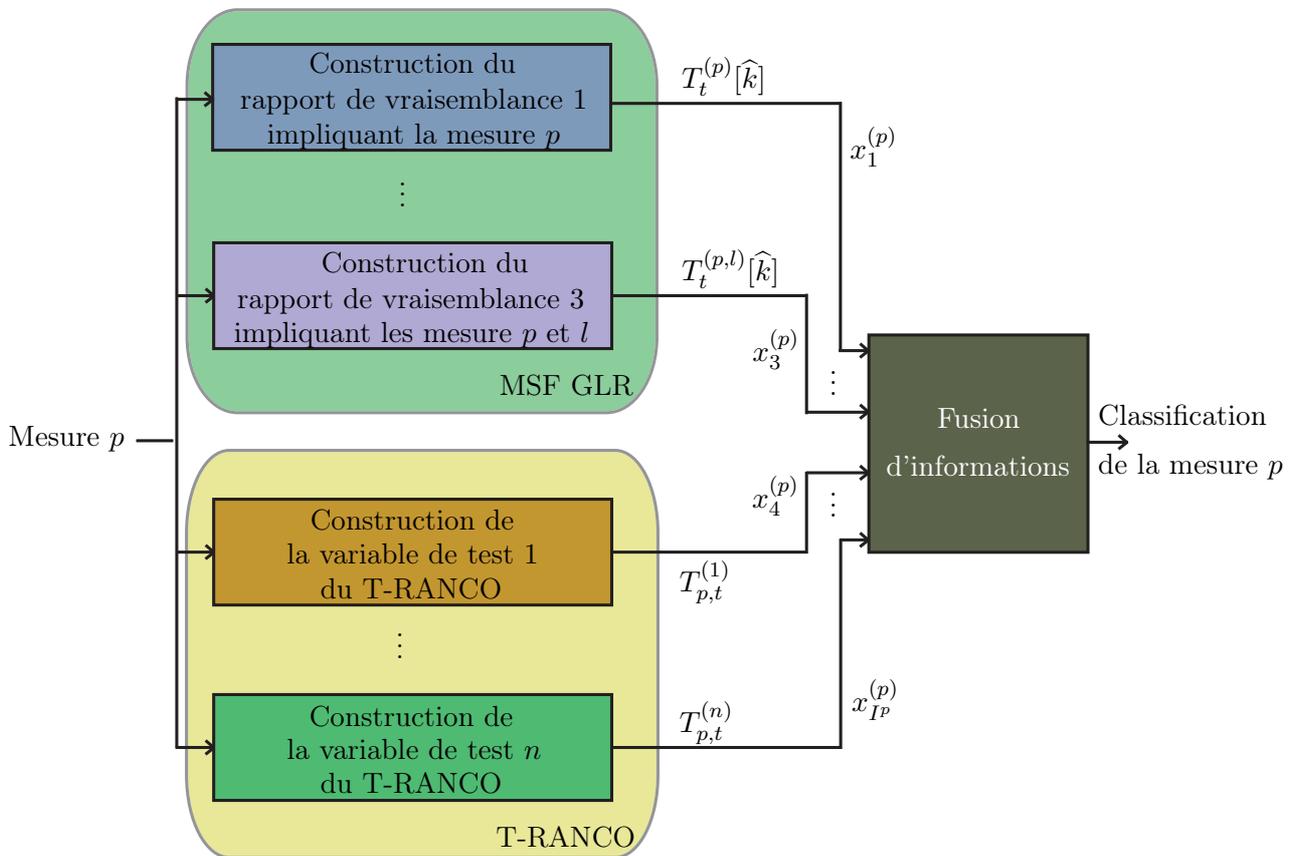


Figure 5.5 – Illustration générale du procédé d'identification associée à la mesure p de l'algorithme proposé avec $p \neq l$.

de vraisemblances impliquant la mesure p , soit $T_t^{(p)}[\hat{k}]$ et $T_t^{(p,l)}[\hat{k}]$ de l'équation (4.19) avec $l \in [1, N]$, $l \neq p$ et \hat{k} l'instant d'apparition estimé par le procédé de détection du MSF GLR. Par la suite, nous regroupons sous la dénomination « variables de test » celles du T-RANCO mais également les rapports de vraisemblance du procédé d'identification du MSF GLR. Comme nous l'avons expliqué, les informations nécessitent une représentation commune en vu d'être agrégées.

Dans un premier temps, nous définissons la règle de décision suivante pour classer la mesure p :

$$\begin{cases} F(\tilde{x}_1^p, \dots, \tilde{x}_{I^p}^p) < 0,5 & \rightarrow \text{la mesure } p \text{ est déclarée valide,} \\ F(\tilde{x}_1^p, \dots, \tilde{x}_{I^p}^p) \geq 0,5 & \rightarrow \text{la mesure } p \text{ est déclarée défective,} \end{cases} \quad (5.14)$$

en notant $\{\tilde{x}_i^p\}_{i \in [1, I^p]}$ les informations de défaillance préalablement traitées issues de $\{x_i^p\}_{i \in [1, I^p]}$ associées à la mesure p avec $p \in [1, N]$ et F un opérateur d'agrégation que nous définissons par la suite.

Le cadre théorique adopté pour représenter les informations est présenté dans la partie suivante.

5.5.3.2 La représentation adoptée

Le choix de la représentation des informations dépend notamment des caractéristiques des informations à fusionner. Dans le procédé d'identification de panne, nous souhaitons fusionner pour chaque mesure p des informations traduisant la défaillance de cette mesure. Du fait de la construction et des performances différentes des informations de type T-RANCO et MSF GLR, celles-ci sont possiblement inconsistantes. De plus, bien qu'il s'agisse de valeurs numériques, elles ne sont pas définies sur le même ensemble et ne sont donc pas directement comparables. L'incertitude des variables de test due au bruit de mesure peut être reformulée en caractère imprécis. Si, nous nous plaçons dans le cas où la proposition à évaluer est « La variable de test traduit plutôt une défaillance sur la mesure p », les informations à fusionner sont inconsistantes, imprécises et d'ensembles de définition différents.

Nous avons présenté dans la partie 5.3.2 les différents cadres théoriques pour la représentation des informations. La théorie des probabilités semble ici mal adaptée, notamment dans la mesure où elle gère difficilement les informations inconsistantes. Le principal inconvénient de la théorie de l'évidence est qu'il faut évaluer l'ensemble des combinaisons possibles des informations, ce qui induit une charge de calcul importante. Ainsi, la théorie des possibilités ou celle des ensembles flous pourraient être sélectionnées. Néanmoins, l'utilisation de deux mesures (possibilité et nécessité) ne nous semble pas nécessaire. Nous adoptons alors une représentation des informations selon la théorie des ensembles flous qui autorise notamment de multiples règles de combinaisons. Rappelons que la théorie des ensembles flous repose sur l'appartenance d'une information à des ensembles flous à évaluer via des fonctions d'appartenance. Dans notre cas, nous considérons un seul ensemble flou associé à une mesure p , noté : \mathcal{A} « La mesure satellitaire p est plutôt considérée comme défective ».

Les fonctions d'appartenance sont classiquement construites de manière heuristique. Connaissant la distribution statistique des variables de test de type T-RANCO et MSF GLR associées à chaque mesure p , nous choisissons de construire les fonctions d'appartenance à partir de ces fonctions de répartition. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3 et 4, les informations de type T-RANCO et MSF GLR pour le procédé d'identification suivent une loi du χ^2 . Plus précisément, les variables de test de type T-RANCO suivent une loi du χ^2 centrée à 1 degré de liberté dans le cas sans panne et celles du MSF GLR suivent une loi du χ^2 centrée à $2Q$ degrés de liberté⁷, avec Q le nombre de mesures satellitaires impliquées dans la combinaison de la variable de test.

L'objectif est de modéliser l'incertitude de chaque variable de test autour de son seuil. En effet, supposons les deux cas suivants :

- une panne d'amplitude donnée est présente sur la mesure \mathbf{Y}_i mais l'incertitude due au bruit de mesure dégrade la variable de test utilisée pour son identification de façon à ce qu'elle soit légèrement en dessous de son seuil,

7. Rappelons que le coefficient 2 provient du fait que deux coefficients sont utilisés pour modéliser le biais sous forme polynomiale.

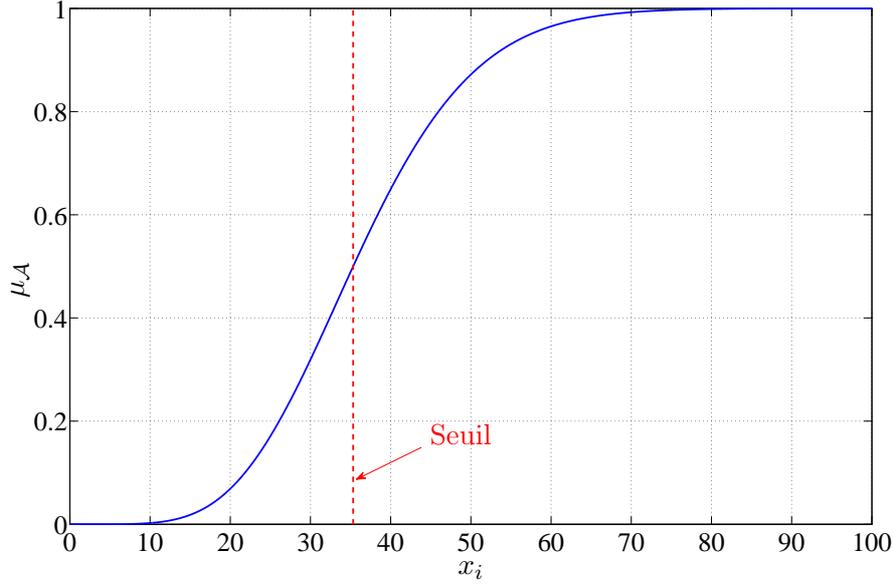


Figure 5.6 – Fonction d’appartenance de l’ensemble flou \mathcal{A} définie par la fonction de répartition du χ^2 à 2 degrés de liberté.

- la mesure \mathbf{Y}_i n’est pas défailante mais une réalisation forte du bruit de mesure entraîne un léger dépassement de seuil de la variable de test associée à son identification.

Dans ces deux cas, une mauvaise décision peut être prise à cause de l’imperfection de la mesure.

Nous choisissons comme fonctions d’appartenance les fonctions de répartition du χ^2 décentrées telles que la probabilité d’être de part et d’autre du seuil soit de 50 %. En d’autres termes, en considérant la fonction de répartition du χ^2 à k degrés de liberté, noté $F_{\chi^2}(\cdot; k)$, et un seuil T_d , il faut que la fonction d’appartenance $\mu_{\mathcal{A}}$ vérifie :

$$\begin{aligned} \mu_{\mathcal{A}}(T_d) &= F_{\chi^2}(T_d; k), \\ &= 0,5. \end{aligned} \quad (5.15)$$

La figure 5.6 illustre la fonction d’appartenance d’une variable aléatoire suivant une loi du χ^2 à 2 degrés de liberté et pour un seuil fixé dépendant d’une P_{fd} donnée.

Ainsi, les informations de défaillance associées à la mesure p , notées x_i^p , sont projetées sur l’ensemble $[0, 1]$ via les fonctions d’appartenance ainsi définies. Ce procédé est classiquement appelé *fuzzification* et les informations résultantes sont dites *fuzzifiées*. Toutes les variables de test peuvent alors être exprimées selon une représentation commune. Les informations *fuzzifiées* à fusionner sont alors :

$$\tilde{x}_i^p = \mu_{\mathcal{A}}(x_i^p), \quad (5.16)$$

avec $0 \leq \tilde{x}_i^p \leq 1$ où $\tilde{x}_i^p \rightarrow 1$ traduit que la source i considère une défaillance sur la mesure p et $\tilde{x}_i^p \rightarrow 0$ indique que la source i ne considère pas la mesure p comme défailante.

La partie suivante est dédiée au choix d’un opérateur d’agrégation approprié.

5.5.3.3 L’opérateur d’agrégation adopté

Le choix d’un opérateur d’agrégation dépend de plusieurs paramètres, tels que le type d’information à fusionner, leurs caractéristiques ainsi que le comportement souhaité. Dans notre cas, les informations à fusionner sont dites descriptives et plus précisément sont des observations du monde réel. De plus, elles peuvent être inconsistantes.

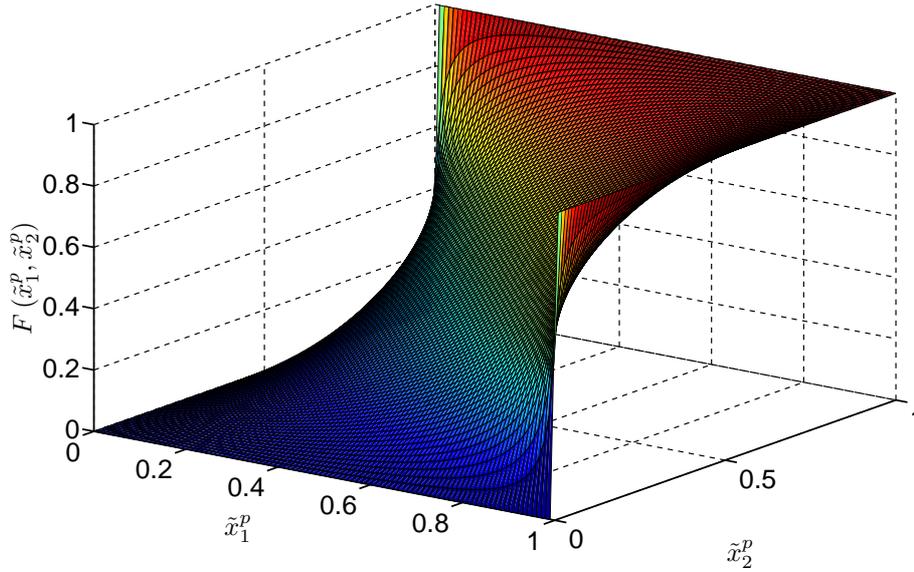


Figure 5.7 – Comportement de l’opérateur d’agrégation Triple II pour deux informations notées \tilde{x}_1^p et \tilde{x}_2^p .

La décision d’un opérateur d’agrégation au comportement conjonctif, tel que les T-normes par exemple, agit comme un consensus des différentes informations. Ainsi, ce type de comportement, dit sévère, ne permet pas de gérer les données inconsistantes. A l’inverse, les opérateurs au comportement disjonctif ont un caractère indulgent dans la mesure où ils accordent beaucoup de confiance à l’information associée à une valeur de fonction d’appartenance la plus élevée. De plus, les opérateurs disjonctifs ne tiennent pas compte de la redondance d’informations. Les opérateurs de type moyenne (OWA, moyenne arithmétique, moyenne géométrique, etc) agissent comme un compromis sur l’ensemble des informations. La valeur obtenue en sortie est toujours comprise entre le minimum et le maximum des informations.

Dans notre contexte, nous souhaitons un opérateur d’agrégation dont le comportement est hybride. Nous orientons alors notre choix vers un opérateur CVIC, c’est-à-dire dont le comportement (sévère/indulgent/compromis) varie en fonction des valeurs des informations.

Intuitivement, nous souhaitons que le comportement de l’opérateur soit le plus proche possible du raisonnement humain. Considérons un ensemble d’informations traduisant l’appartenance d’une information à l’ensemble flou « La mesure satellitaire p est plutôt considérée comme défaillante ». Si l’ensemble de ces informations indique un fort degré d’appartenance à l’ensemble flou considéré, le raisonnement humain indiquerait au final un degré d’appartenance supérieur à chaque information prise séparément. Ce comportement est appelé *renforcement positif*. De manière similaire, si l’ensemble de ces informations indique un très faible degré d’appartenance à l’ensemble flou considéré, l’humain aurait tendance à attribuer au final un degré d’appartenance inférieur à chaque information prise séparément. Ce comportement est appelé *renforcement négatif*.

Ainsi, un opérateur qui présente à la fois un renforcement positif et un renforcement négatif offre un comportement hybride et est appelé un *opérateur à renforcement total*. Différents opérateurs présentant ces caractéristiques ont été proposés dans la littérature [Yage 98] [Li 04]. Pour son comportement en adéquation avec notre application ainsi que sa simplicité de mise en œuvre, nous choisissons l’opérateur Triple II présenté⁸ par Yager dans [Yage 98]. Une des propriétés importantes de l’opérateur Triple II,

8. Notons que l’opérateur Triple II est un opérateur de la classe FIMICA (pour Fixed-Identity MICA en anglais) cas spécial de la classe MICA (Monotonic Identity Commutative Aggregation en anglais) présentée dans [Yage 94]. A notre connaissance, tous les opérateurs à renforcement total appartiennent à la classe FIMICA. Nous ne détaillons pas ici les différentes propriétés de cette classe ni de l’opérateur Triple II. Néanmoins, le lecteur peut se référer à [Yage 98] pour une description précise des propriétés de l’opérateur.

Cas	\tilde{x}_1^p	\tilde{x}_2^p	\tilde{x}_2^p	\tilde{x}_4^p	$F(\tilde{x}_1^p, \dots, \tilde{x}_4^p)$	Comportement illustré
1	0, 1	0, 2	0, 1	-	0, 003	Renforcement négatif
2	0, 9	0, 7	0, 8	-	0, 988	Renforcement positif
3	0, 9	0, 7	0, 8	0, 5	0, 988	0, 5 : Élément neutre
4	0, 1	0, 2	0, 9	-	0, 2	Effet de la redondance « négative »
5	0, 9	0, 9	0, 2	-	0, 953	Effet de la redondance « positive »
6	0, 4	0, 45	0, 9	-	0, 88	Prise en compte des valeurs des informations
7	0, 4	0, 48	0, 53	-	0, 41	Comportement « compromis »
8	0, 49	0, 52	0, 53	-	0, 54	Comportement « compromis »

Tableau 5.2 – Comportement de l’opérateur d’agrégation Triple II.

est l’élément neutre fixe, noté g . En effet, les valeurs supérieures à g entraînent un renforcement positif tandis que celles inférieures entraînent un renforcement négatif. Par défaut, l’élément neutre du Triple II est 0, 5.

Ainsi, en considérant les informations $\{\tilde{x}_i^p\}_{i \in [1, I^p]}$, l’opérateur Triple II, noté F , s’écrit alors :

$$F(\tilde{x}_1^p, \dots, \tilde{x}_{I^p}^p) = \frac{\prod_{i=1}^{I^p} \tilde{x}_i^p}{\prod_{i=1}^{I^p} \tilde{x}_i^p + \prod_{i=1}^{I^p} (1 - \tilde{x}_i^p)}. \quad (5.17)$$

Le comportement de renforcement total de l’opérateur Triple II permet de prendre en compte la redondance d’informations pour la décision finale. Contrairement à un vote majoritaire, cet opérateur tient également compte des valeurs des informations.

Selon la classification présentée dans la partie 5.4, l’opérateur Triple II est un opérateur CVIC. En effet, son comportement change selon les valeurs des informations à agréger et il n’intègre pas d’informations dépendant du contexte. La figure 5.7 illustre le comportement de cet opérateur pour deux informations. Le tableau 5.2, quant à lui, montre la valeur que fournit l’opérateur Triple II dans différentes configurations. Les renforcements négatifs et positifs sont illustrés dans les cas 1 et 2 respectivement. Le cas 3, en le comparant au cas 2, souligne que 0, 5 est l’élément neutre de l’opérateur Triple II. Le cas 4 illustre le comportement où l’opérateur privilégie l’aspect redondance des valeurs faibles. De même, le cas 5 montre la redondance pour les valeurs fortes. Le cas 6 souligne la différence entre l’opérateur Triple II est un opérateur fondé sur le vote majoritaire. En effet, ici les valeurs de \tilde{x}_1^p et \tilde{x}_2^p proches de l’élément neutre ne contrebalancent pas la forte valeur de \tilde{x}_3^p . Les cas 7 et 8 illustrent le comportement de type « compromis » de l’opérateur dans le cas où les informations sont voisines de l’élément neutre.

De plus, le comportement de l’opérateur Triple II indique que si toutes les informations sont inférieures à 0, 5 (l’élément neutre) alors la valeur fournie par l’opérateur est strictement inférieure à 0, 5 :

$$F(\tilde{x}_1^p, \dots, \tilde{x}_{I^p}^p) < 0, 5 \text{ si } \forall \{\tilde{x}_i^p\}_{i \in [1, I^p]} < 0, 5. \quad (5.18)$$

En conclusion, l’opérateur Triple II fournit donc une valeur comprise entre 0 et 1 traduisant la défaillance de la mesure p . Néanmoins, il est nécessaire à ce stade de fournir une décision « tranchée » sur la validité de la mesure p . La règle de décision de l’équation (5.14) est utilisée à cet effet.

Ainsi, la construction des fonctions d’appartenance, la règle de décision de l’équation (5.14) ainsi que le comportement de l’opérateur présenté par l’équation (5.18) permettent de répartir la probabilité de fausse décision d’exclusion associée à chaque seuil tout en garantissant que le système au global satisfait une P_{fde} inférieure à celle requise de la façon suivante :

$$P_{\text{fde}, i}^p = \frac{P_{\text{fde}}}{I^p}, \quad (5.19)$$

avec I^p le nombre d’informations de défaillance associées à la mesure p .

Cette décomposition est conservative vis-à-vis de la P_{fde} requise. En effet, l'allocation définie par l'équation (5.19) signifie qu'en absence de panne sur la mesure p , la valeur de chaque information dépasse 0,5 avec une probabilité de fausse décision d'exclusion de $P_{\text{fde},i}^p$. En revanche, du fait de la fusion des informations, la valeur en sortie de l'opérateur Triple Π peut être inférieure à 0,5 et ainsi considérer la mesure comme saine. Au global, la P_{fde} réelle est donc inférieure ou égale à la P_{fde} requise.

Cependant, nous n'avons pas pris en compte dans la règle de décision énoncée ci-dessus la fiabilité des informations. En effet, les informations sont *fuzzifiées* via des fonctions d'appartenance différentes. La zone d'incertitude (ensemble où le degré d'appartenance ne vaut ni 1 ni 0) associée à chacune d'entre elles traduit le caractère flou d'une information et donc de fiabilité. Nous présentons alors dans la partie suivante les mesures de flou comme indicateur de fiabilité d'une source d'information.

5.5.3.4 Les mesures de flou

Dans le but d'améliorer le traitement des informations par l'opérateur d'agrégation, il peut être intéressant d'ajouter un indicateur de fiabilité pour chaque information. Une méthode pour introduire ces degrés de fiabilité est de tenir compte de la forme de la fonction d'appartenance de chaque information au moment de la *fuzzification*. Ainsi, les mesures de flou⁹ ont été introduites par Yager [Yage 80] afin de décrire le caractère flou d'un ensemble. Cela se traduit en étudiant la fonction d'appartenance associée à cet ensemble flou. L'idée est que si une fonction d'appartenance ne possède que les valeurs 0 et 1, alors la zone d'incertitude est vide et la mesure de flou vaut 0. Une autre façon de voir cela est de dire que plus la fonction d'appartenance est « tranchée », plus la mesure de flou associée est faible.

La mesure de flou est calculée à partir de la fonction d'appartenance qui dans notre cas est la fonction de répartition du χ^2 suivie par l'information traduisant la défaillance de la mesure p . En revanche, le nombre de degrés de liberté de la loi diffère selon les informations associées à une mesure p . De plus, il est à noter que le nombre d'informations sur la défaillance d'une mesure diffère selon la mesure considérée. Les seuils associés à chaque variable de test d'une mesure p dépendent de la probabilité de fausse décision d'exclusion et du nombre de tests menés en parallèle. Ainsi, comme le paramètre de non centralité de la loi du χ^2 dépend également du seuil, le nombre de tests influe aussi sur la mesure de flou.

Dans notre cas, nous proposons d'utiliser une mesure de flou afin de pondérer les informations *fuzzifiées* \tilde{x}_i^p . Ainsi, le poids associé à l'information \tilde{x}_i^p est calculé comme suit :

$$w_i^p = 1 - H_i^p, \quad (5.20)$$

avec H_i^p la mesure de flou associée à l'information x_i^p telle que $H_i^p \rightarrow 0$ lorsque l'information x_i^p présente très peu de flou et $H_i^p \rightarrow 1$ lorsqu'elle présente un maximum de flou.

Les informations *fuzzifiées* pondérées sont alors définies comme suit, pour $i \in [1, I^p]$:

$$a_i^p = \tilde{w}_i^p \tilde{x}_i^p, \quad (5.21)$$

$$\text{avec } \tilde{w}_i^p = \frac{w_i^p}{\max_i (w_i^p)}, \quad (5.22)$$

où \tilde{w}_i^p sont les poids normalisés par l'information présentant le moins de flou (i.e. la plus fiable).

Une normalisation des poids w_i^p par le maximum est effectuée afin d'obtenir une pondération relative au vu des informations à disposition. Ainsi, le poids de l'information présentant le moins de caractère flou vaut un et l'information est alors considérée comme la plus fiable parmi les I^p informations.

9. Mesure de flou (measure of fuzziness en anglais) ne doit pas être confondue avec mesure floue (fuzzy measure en anglais). Les mesures floues fournissent des informations ayant des caractéristiques spécifiques à partir d'un ensemble observable [Suge 74] [Mesi 05].

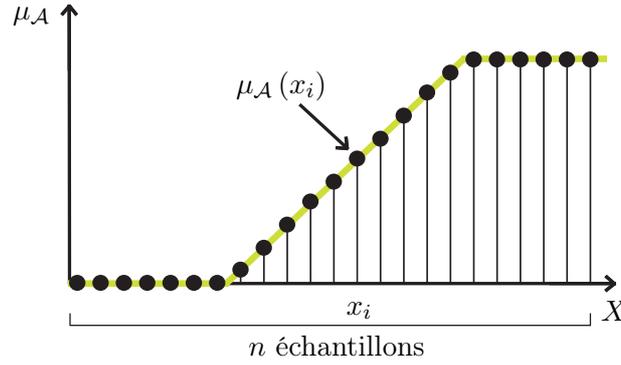


Figure 5.8 – Calcul d’une mesure de flou d’une fonction d’appartenance μ_A définie sur X .

Il existe de nombreuses mesures de flou pour caractériser les ensembles flous. Le lecteur peut se référer à [Pal 94] qui compare différentes mesures de flou. Dans [Pal 94], il est indiqué que, pour l’ensemble Ω des sous-ensembles flous, les mesures de flou sont des fonctions telles que $H : \Omega \mapsto \mathfrak{R}^+$ qui doivent satisfaire, pour A et B deux sous-ensembles flous de Ω , les cinq propriétés suivantes :

- la propriété de forme : $H(A) = 0 \Leftrightarrow \mu_A(x) = 0$ ou $1, \forall x \in X$, avec $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ l’ensemble discret de définition d’une information.
- la propriété de maximalité : $H(A)$ est maximum quand $\mu_A(x) = 0,5, \forall x \in X$.
- la propriété de résolution : $H(A) \geq H(B)$ si $\mu_B(X)$ est une fonction d’appartenance plus « tranchée » que $\mu_A(X)$.
- la propriété de symétrie : $H(A) = H(1 - A)$ avec $\mu_{1-A}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall x \in X$.
- la propriété d’évaluation : $H(A \cup B) + H(A \cap B) = H(A) + H(B)$.

Toutes les mesures de flou ne satisfont pas ces cinq propriétés, voir [Pal 94]. Ainsi, le choix de la mesure de flou dans notre cas est guidé de façon à respecter ces cinq propriétés. En ce sens, nous choisissons d’utiliser la mesure de flou dite α -quadratique entropy présentée dans [Pal 94]. Non seulement cette mesure de flou respecte les cinq propriétés énoncées ci-dessus mais elle intègre un paramètre de forme α qui lui ajoute un degré de flexibilité intéressant.

En définissant $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ l’ensemble discret de définition d’une information, la mesure de flou α -quadratique entropy associée à l’ensemble flou \mathcal{A} s’écrit alors :

$$H_{\alpha\text{QE}}(\mathcal{A}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{\alpha\text{QE}}(\mu_{\mathcal{A}}(x_i)), \quad (5.23)$$

$$S_{\alpha\text{QE}}(\mu_{\mathcal{A}}(x_i)) = \frac{\mu_{\mathcal{A}}(x_i)^\alpha [1 - \mu_{\mathcal{A}}(x_i)]^\alpha}{2^{-2\alpha}}, \quad (5.24)$$

avec n le nombre d’échantillons pris sur la fonction d’appartenance pour calculer la mesure de flou. La figure 5.8 illustre le principe de calcul de la mesure de flou d’une fonction d’appartenance discrétisée sur n échantillons.

Les mesures de flou associées à différentes fonctions d’appartenance sont illustrées sur la figure 5.9. Comme nous pouvons le constater, la mesure de flou maximale est celle de la courbe verte qui présente la plus grande zone de flou. En revanche, la courbe rouge, correspondant à une fonction d’appartenance de type échelon, possède une mesure de flou nulle. Quant à la mesure de flou de la courbe bleue, elle est logiquement comprise entre les deux autres.

La figure 5.10 montre le comportement de la mesure de flou $H_{\alpha\text{QE}}$ pour différentes valeurs du paramètre α au travers de l’évolution du paramètre $S_{\alpha\text{QE}}(\mu_{\mathcal{A}}(x_i))$. Nous pouvons observer qu’une faible valeur de α ne permet pas de distinguer deux fonctions d’appartenance semblables car elles présentent des valeurs de $H_{\alpha\text{QE}}$ très proches. Ainsi, le paramètre α permet de régler la sensibilité de la mesure de

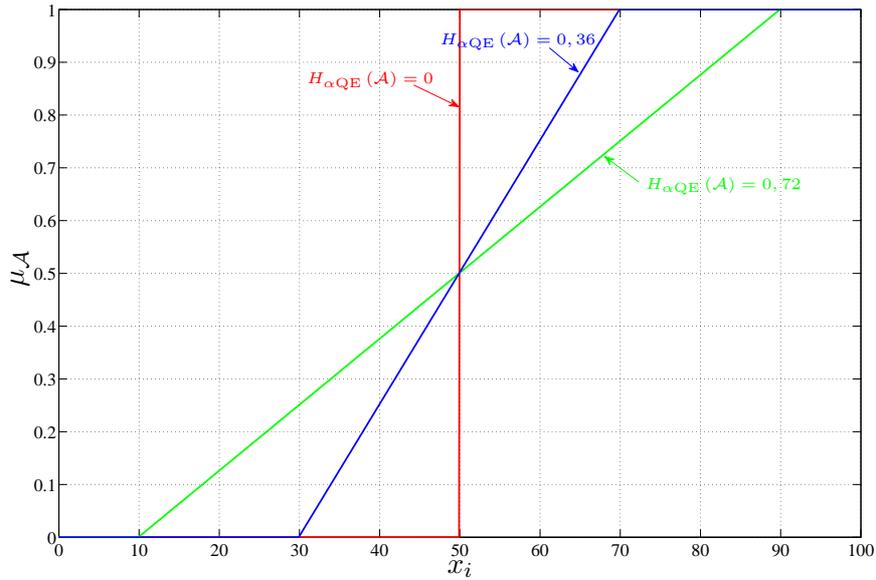


Figure 5.9 – Valeurs des mesures de flou α -quadratique *entropy* avec $\alpha = 0,2$ pour différentes fonctions d'appartenance.

flou aux changements de la fonction d'appartenance.

Le calcul des mesures de flou nécessite de choisir un ensemble de définition ainsi que le pas de discrétisation de l'ensemble. Dans notre cas, les fonctions de répartition ont un ensemble de définition infini. Néanmoins, une approximation peut être faite en tronquant l'ensemble de définition lorsque les valeurs sont très proches de 1. En ce qui concerne le pas de discrétisation, il doit être choisi suffisamment petit pour « capturer » correctement la zone d'incertitude de la fonction d'appartenance.

Le calcul des mesures de flou peut s'avérer être une opération coûteuse. Néanmoins, dans notre contexte, il est possible de les calculer préalablement en fonction des différents paramètres, à savoir : le nombre de tests en parallèle associés à une mesure, la probabilité de fausse décision d'exclusion et le nombre de degré de liberté de la fonction de répartition de l'information.

Finalement, les informations *fuzzifiées* et pondérées par les équations (5.16) et (5.21) sont agrégées via l'opérateur défini par l'équation (5.17) en utilisant $\{a_i^p\}_{i \in [1, I^p]}$ à la place de $\{\tilde{x}_i^p\}_{i \in [1, I^p]}$.

Il est à noter que l'introduction des mesures de flou rend l'opérateur d'agrégation dépendant du contexte dans la mesure où il tient compte de la fiabilité des informations. De plus, comme les mesures de flou sont inférieures ou égales à 1, la probabilité de fausse décision d'exclusion P_{fde} est toujours satisfaite en utilisant la décomposition de l'équation (5.19).

Remarques

Parmi les informations à agréger dans le procédé d'identification, il est à noter que celles issues du rapport de vraisemblance du MSF GLR associé à une combinaison de deux mesures sont soumises à une pondération supplémentaire. En effet, le rapport de vraisemblance $T_t^{(p,q)}[\hat{k}]$ associé aux mesures p et q représente l'information de défaillance à la fois de la mesure p et de la mesure q . Dans le cas où seule la mesure p est en panne et que le rapport de vraisemblance $T_t^{(p,q)}[\hat{k}]$ dépasse largement son seuil, une information indiquant une défaillance est également attribuée à la mesure q . Pour contrebalancer cet aspect, nous proposons de pondérer ces rapports de vraisemblance en fonction des critères de panne associés à chaque mesure estimés dans l'étape de pré-sélection du MSF GLR, voir équation (4.67).

Ainsi, l'information associée à la défaillance de la mesure p issue du rapport de vraisemblance

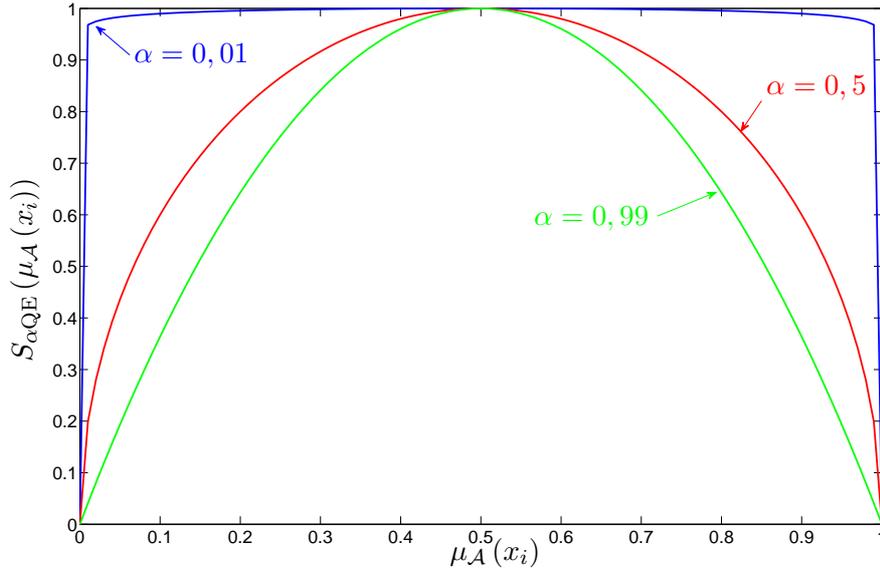


Figure 5.10 – Comportement de la mesure de flou $H_{\alpha\text{QE}}$ en fonction du paramètre α .

$T_t^{(p,q)}[\widehat{k}]$ est alors définie comme suit :

$$\tilde{x}_i^p = \gamma_p \mu_{\mathcal{A}} \left(T_t^{(p,q)}[\widehat{k}] \right), \quad (5.25)$$

$$\text{avec } \gamma_p = \frac{\mathbf{\Gamma}_p}{\max(\mathbf{\Gamma}_p, \mathbf{\Gamma}_q)}. \quad (5.26)$$

La normalisation des poids γ_p permet d'être compris entre 0 et 1. Ainsi, $\gamma_p = 1$ pour la mesure présentant le plus grand des deux critères de panne.

Notons que les informations \tilde{x}_i^p sont ensuite pondérées par la mesure de flou via l'équation (5.21).

5.5.3.5 Résumé

La figure 5.11 illustre graphiquement le procédé de décision de la défaillance de la mesure p de l'algorithme proposé. Ainsi, les variables de test de type T-RANCO ainsi que les rapports de vraisemblance associés à la mesure p (dans le cas où cette mesure est pré-sélectionnée à l'étape de pré-sélection du MSF GLR) sont combinés. La première étape consiste à effectuer une transformation des informations via une *fuzzification*, comme cela a été présenté dans la partie 5.5.3.2. A ce niveau, les informations traduisent le degré d'appartenance à l'ensemble flou \mathcal{A} « La mesure satellitaire p est plutôt considérée défaillante » par une valeur comprise entre 0 et 1. Chaque information est ensuite pondérée en fonction de sa mesure de flou ainsi que les critères de panne pour les rapports de vraisemblance impliquant une combinaison de deux mesures. Les informations *fuzzifiées* et pondérées sont alors agrégées par l'opérateur Triple Π qui fournit un unique degré d'appartenance à l'ensemble flou \mathcal{A} , noté $\mu_{\mathcal{A}}(\{a_i^p\})$. Un seuillage via la règle de décision (5.14) est alors effectué afin de classer la mesure p comme mesure défaillante ou comme mesure valide.

Une fois les mesures identifiées comme défaillantes, une estimation de l'amplitude de ces pannes est effectuée en limitant le vecteur de biais à ces mesures et en utilisant l'instant d'apparition le plus vraisemblable, à savoir le maximum des rapports de vraisemblance du MSF GLR. Le vecteur de biais estimé est alors utilisé pour compenser l'erreur induite sur les solutions de navigation du filtre principal ainsi que de l'ensemble des sous-filtres utilisant des mesures défaillantes. Notons que cette estimation est effectuée quelles que soit les décisions de détection et d'identification du MSF GLR.

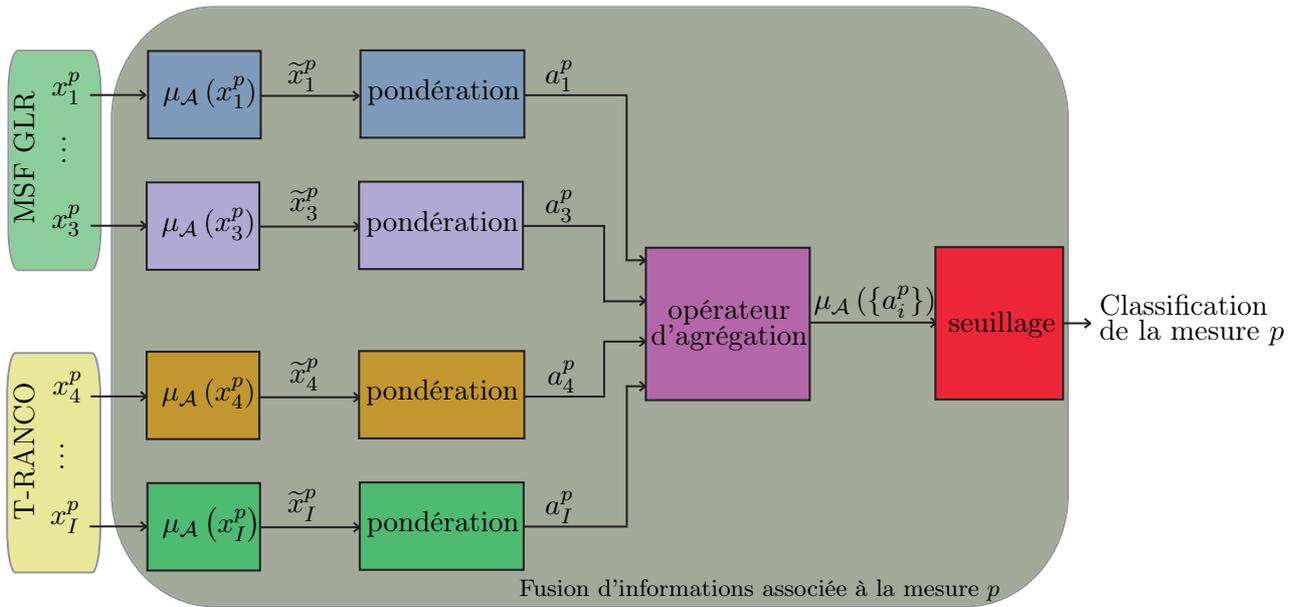


Figure 5.11 – Illustration détaillée de la décision de l'état de défaillance de la mesure p .

5.6 Résultats

5.6.1 Paramètres de simulations

Nous présentons dans cette partie les paramètres de simulations. Les paramètres des algorithmes sont donnés dans le tableau 5.3. En ce qui concerne le paramètre α permettant de régler la mesure de flou, nous le choisissons égal à 0,2, ce qui permet de distinguer au mieux les fonctions d'appartenance considérées. Les autres paramètres sont choisis comme dans les algorithmes T-RANCO et MSF GLR.

Dans le but de comparer les performances des différents algorithmes, nous considérons la même trajectoire et les mêmes spécifications capteur que précédemment, à savoir ceux définis par **Traj. APV-I**, présentée dans la partie 3.4.1. De plus, les amplitudes de panne sont celles définies par le **Scénario Panne DO229D**, introduit dans cette même partie, et sont donc identiques à celles considérées pour le T-RANCO et le MSF GLR. Nous évaluons les performances de l'algorithme de fusion utilisant, dans le procédé de détection, la stratégie OU logique, d'une part, et la stratégie ET logique, d'autre part (voir partie 5.5.1). Par la suite, ces algorithmes sont respectivement dénommés « Fusion OU » et « Fusion ET ». En revanche, le procédé d'identification des mesures défaillantes est le même pour les algorithmes Fusion OU et Fusion ET (voir partie 5.5.3).

5.6.2 Evaluation des performances

Dans un premier temps, nous présentons les probabilités de fausse détection constatées en absence de panne pour les algorithmes Fusion OU, Fusion ET et MSS modifié dans le tableau 5.4. L'algorithme MSS modifié présente une P_{fd} de $8,42 \cdot 10^{-5}/s$ tandis que l'algorithme Fusion OU une P_{fd} de $4,81 \cdot 10^{-5}/s$. La P_{fd} associée à l'algorithme Fusion ET est la plus élevée. Dans la logique ET, cela signifie que la variable de test de type MSF GLR a également présentée des fausses détections alors qu'aucune fausse détection n'a été constatée sur les résultats du MSF GLR (voir chapitre 4). Cela est dû au fait que les seuils de détection associés à la variable de test de type MSF GLR sont inférieurs dans l'algorithme Fusion ET, à cause de la répartition de la P_{fd} . Ces fausses détections sont attribuées au fait que les mesures ne sont pas complètement décorréélées dans le temps dû notamment à l'erreur liée à la traversée de la troposphère. Une autre modélisation, en estimant les retards troposphériques pour chaque pseudo-distance, permettrait de réduire ces taux de fausse détection, par exemple.

Le tableau 5.5 présente les performances de détection de l'algorithme MSS en présence de panne

Caractéristiques de la trajectoire	
Phase de vol	APV I
Durée du vol	832 s
Caractéristiques des signaux GNSS	
Signaux utilisés	GPS II (L1-L5)/ Galileo (E1-E5b)
Fréquence	1 Hz
Angle de masquage	5 ° pour GPS et 10 ° Galileo
Nombre de canaux du récepteur	8 pour GPS et 8 pour Galileo
Caractéristiques de l'INS	
Type de centrale inertielle	à composants liés
Fréquence	100 Hz
\mathbf{b}_{a0} (Biais initial des accéléromètres)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx 500\mu\text{g}$
σ_{wa} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_a)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8\mu\text{g}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{ba} (Ecart-type du bruit de mesure des accéléromètres)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8\mu\text{g}\sqrt{\text{h}}$
\mathbf{b}_{g0} (Biais initial des gyromètres)	$5.10^{-6} \text{ rad/s} \approx 1^\circ/\text{h}$
σ_{wg} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_g)	$5.10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{bg} (Ecart-type du bruit de mesure des gyromètres)	$5.10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\sqrt{\text{h}}$
Architecture d'hybridation	serrée en boucle ouverte
Caractéristiques des algorithmes de fusion	
Allocation du risque d'intégrité	FT1/ FT2 voir tableaux 2.2-2.3
Coefficient d'inflation de la variance du bruit de mesure	6
WGDOP _{max}	30
Période de rafraîchissement de la constellation T_r	300 s
Taille de la fenêtre L	15 s
Nombre maximal de pannes simultanées K_p	2
Nombre de mesures pré-sélectionnées M	3
Paramètre de la mesure de flou α	0,2
Stratégie du procédé de détection	OU logique / ET logique

Tableau 5.3 – Paramètres de simulation pour les algorithmes de fusion.

	P_{fd} (/s)
Fusion OU	$4,81.10^{-5}$
Fusion ET	$4,69.10^{-4}$
MSS	$8,42.10^{-5}$

Tableau 5.4 – Résultats des algorithmes Fusion OU, Fusion ET et MSS modifié en absence de panne.

	DD (s)	P_{md} (/run)
C.1	319	0
C.2	75	0
C.3	22	0
C.4	12	0
C.5	6	0
C.6	0	0

Tableau 5.5 – Résultats de l'algorithme MSS modifié en présence de panne.

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	314	617	0	0,09	0,24	2,92	9,65
C.2	72	170	0	0,03	0,55	2,14	7,84
C.3	22	50	0	0,08	1,16	1,81	5,47
C.4	12	19	0	0,01	0,13	1,57	4,56
C.5	6	10	0	0	0	1,53	4,34
C.6	0	0	0	0	0	1,49	4,21
C.7	52	404	0	0,008	0,13	1,81	5,62

Tableau 5.6 – Résultats de l’algorithme Fusion OU en présence de panne.

	EHD (m)	EVD (m)	DDDdP (s)
C.1	4,25	12,52	0
C.2	3,8	13,91	0
C.3	4,67	17,25	0
C.4	5,55	18,23	0
C.5	3,96	13,53	0
C.6	1,83	4,27	0
C.7	4,43	15,57	0

Tableau 5.7 – Erreurs de position à la détection de panne de l’algorithme Fusion OU.

selon les différentes configurations considérées. En comparant ces délais de détection avec ceux de l’algorithme MSF GLR du tableau 4.4, nous pouvons observer que ceux de l’algorithme MSS sont plus bas que ceux du MSF GLR pour les configurations C.1 à C.3. Ces configurations représentent des rampes d’amplitude inférieure à 0,75m/s et nous pouvons observer que les délais de détection sont supérieurs à la taille de la fenêtre du MSF GLR (15 s). Ainsi, pour des pannes de faible amplitude sur les satellites fautifs que nous avons considérés, le MSF GLR a une plus faible capacité de détection que l’algorithme MSS du fait de l’accommodation du filtre due à la taille de la fenêtre. En revanche, les délais de détection à 95% pour les configurations C.4 à C.6 sont identiques. Notons dès à présent que cela ne signifie pas que les performances de détection de l’algorithme MSS et MSF GLR soient exactement identiques pour toutes les réalisations de bruit de mesure.

Le tableau 5.6 présente les résultats en présence de panne de l’algorithme Fusion OU. Le code couleur utilisé est le suivant :

- bleu : le paramètre de performance est meilleur à ceux obtenus indépendamment avec les algorithmes mis en jeu dans le procédé de fusion,
- rouge : un des paramètres de performance obtenus indépendamment avec les algorithmes mis en jeu dans le procédé de fusion est meilleur.

Notons que ce code couleur n’est pas appliqué aux erreurs de position EH et EV. Il en est de même pour N_{MSVE} dans la configuration C.1. En effet, bien qu’il soit supérieur à celui du T-RANCO, cette diminution de performance a très peu de sens au regard de l’important taux d’échec d’exclusion du T-RANCO dans cette configuration.

En ce qui concerne la détection, nous pouvons observer que, pour les configurations C.1 à C.3, les délais de détection sont plus faibles que ceux de l’algorithme T-RANCO et MSF GLR présentés dans les tableaux 3.5 et 4.4 respectivement. De même, ils sont plus bas que ceux du MSS présentés dans le tableau 5.5 pour les configurations C.1 et C.2. Ainsi, nous avons tiré profit de la complémentarité des performances de détection de l’algorithme MSS et MSF GLR pour améliorer les délais de détection. De plus, en comparant les algorithmes MSF GLR, T-RANCO et Fusion OU, nous remarquons que la fusion des différentes informations du procédé d’identification de l’algorithme Fusion OU a permis de diminuer grandement les taux de fausse décision d’exclusion. Ce gain permet notamment de réaliser

	Nature de l'algorithme de la première détection		
	MSS	MSF GLR	MSS/MSF GLR
C.1	83%	16%	1%
C.2	88%	12%	0%
C.3	91%	3%	6%
C.4	34%	16%	50%
C.5	1%	61%	38%
C.6	0%	0%	100%
C.7	41%	9%	50%

Tableau 5.8 – Répartition de la nature des techniques de détection les plus performantes en présence de panne.

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	288	617	0	0,09	0,24	2,92	9,65
C.2	67	170	0	0,03	0,51	2,14	7,81
C.3	23	50	0	0,08	1,08	1,81	5,47
C.4	10	19	0	0,01	0,16	1,57	4,53
C.5	5	9	0	0	0	1,52	4,33
C.6	0	0	0	0	0	1,49	4,21
C.7	54	404	0	0,008	0,12	1,79	5,55

Tableau 5.9 – Résultats de l'algorithme Fusion ET en présence de panne.

de manière plus efficace l'identification des mesures réellement défaillantes et ainsi diminuer les taux d'échec d'exclusion. Au final, les performances sont améliorées sur de nombreux paramètres, notamment en ce qui concerne l'identification de pannes.

Le tableau 5.7 résume les erreurs de position maximales constatées à la détection selon le plan horizontal et l'axe vertical associées à l'algorithme Fusion OU. Comme précédemment, le délai entre une défaillance de positionnement et la détection de panne est évalué par le paramètre DDDdP. Ce tableau montrent des erreurs de position inférieures aux bornes d'alerte (HAL = 40 m et VAL = 50 m) pour toutes les configurations de panne. De plus, ces erreurs sont inférieures à la fois à celles de l'algorithme T-RANCO et de l'algorithme MSF GLR. A nouveau, la détection de panne apparaît avant le non respect des exigences opérationnelles en termes de précision de positionnement.

Le tableau 5.8 indique la répartition de la nature de l'algorithme qui a détecté le premier pour la Fusion OU selon les différentes configurations de panne. La colonne MSS/MSF GLR informe du pourcentage où les deux algorithmes ont détecté au même instant. Nous pouvons observer que pour des rampes de faible amplitude (configuration C.1 à C.4) les variables de test de type MSS sont plus performantes que celle du MSF GLR. Cela est en accord avec les délais de détection du MSS présentés dans le tableau 5.5. Cependant, pour la configuration C.5, la variable de test du MSF GLR tend à détecter la première. En effet, bien que les délais de détection à 95% sont identiques pour cette configuration, l'algorithme MSF GLR détecte en moyenne plus vite que le MSS. Pour la configuration C.6 traduisant des échelons de grande amplitude, les variables de test de type MSS et MSF GLR présentent exactement les mêmes délais de détection. Ce tableau montre la complémentarité des variables de test MSS et MSF GLR qui permet d'améliorer les performances de détection et notamment de diminuer les délais de détection.

Les performances de l'algorithme Fusion ET sont résumées dans le tableau 5.9 où le même code couleur que celui du tableau 5.6 est utilisé. Rappelons que l'algorithme Fusion ET diffère de l'algorithme Fusion OU uniquement au niveau de la fusion d'information du procédé de détection d'anomalie. Glo-

	EHD (m)	EVD (m)	DDDdP (s)
C.1	4,12	11,75	0
C.2	3,68	13,27	0
C.3	4,71	16,18	0
C.4	4,38	14,67	0
C.5	3,69	11,89	0
C.6	1,83	4,27	0
C.7	4,08	14,78	0

Tableau 5.10 – Erreurs de position à la détection de panne de l’algorithme Fusion ET.

bablement, l’algorithme Fusion ET présente des délais de détection plus petits que ceux de l’algorithme Fusion OU, excepté pour la configuration C.7. Ce phénomène est notamment du au fait que les seuils de détection de l’algorithme Fusion ET sont globalement plus bas que ceux de l’algorithme Fusion OU (voir l’allocation de la probabilité de fausse détection dans la partie 5.5.1). Les délais d’exclusion et les taux d’échec d’exclusion des deux algorithmes de fusion sont identiques. De même, les taux de fausse décision d’exclusion sont plus ou moins semblables, excepté pour les configurations C.2 à C.4 où on peut constater de légères différences. Quant aux erreurs de position, elles sont sensiblement identiques quel que soit l’algorithme de fusion.

Le tableau 5.10 résume les erreurs de position maximales constatées à la détection selon le plan horizontal et l’axe vertical associées à l’algorithme Fusion ET. Comme précédemment, le délai entre une défaillance de positionnement et la détection de panne est évalué par le paramètre DDDdP. Ce tableau montrent des erreurs de position inférieures aux bornes d’alerte ($HAL = 40$ m et $VAL = 50$ m) pour toutes les configurations de panne. De plus, du fait des délais de détection inférieurs, ces erreurs sont en moyenne plus petites que celles de l’algorithme Fusion OU. A nouveau, la détection de panne apparaît avant le non respect des exigences opérationnelles en termes de précision de positionnement.

Nous proposons maintenant d’analyser les performances des algorithmes Fusion OU et Fusion ET en termes de rayons de protection. Pour ce faire, nous considérons les deux arbres de défaillances FT1 et FT2. Dans un premier temps, nous observons les valeurs moyennes des différents types de rayon de protection calculés par ces deux algorithmes. Ainsi, le tableau 5.11 compare ces différentes valeurs, selon la stratégie et l’arbre de défaillances considérés. Dans ce tableau, HPL et VPL représentent respectivement les rayons de protection horizontal et vertical des algorithmes de fusion considérés. Nous rappelons que ces rayons de protection sont obtenus par combinaison des différents types de rayon de protection calculés (voir partie 5.5.2).

A partir de ce tableau, différentes remarques peuvent être faites. Tout d’abord, sous l’hypothèse d’une panne satellite, les rayons de protection du MSS sont globalement plus élevés que ceux du MSF GLR. Ce phénomène est notamment dû au fait que les sous-groupes de mesure considérés sont de taille réduite et tend à augmenter les rayons de protection du MSS. Cependant, sous l’hypothèse de deux pannes satellite, les rayons de protection du MSS sont en moyenne plus faibles que ceux du MSF GLR. Notons que les rayons de protection du MSF GLR dépendent de la taille de la fenêtre d’analyse considérée. De plus, lorsque l’arbre de défaillances FT2 est considéré, les rayons de protection du MSS sous l’hypothèse de deux pannes satellite, notés HPL_2^{MSS} et VPL_2^{MSS} , sont inférieurs à ceux sous l’hypothèse d’une panne satellite, notés HPL_1^{MSS} et VPL_1^{MSS} . Cet aspect est dû à l’allocation du risque d’intégrité. En effet, la P_{md} associée aux HPL_2^{MSS} et VPL_2^{MSS} est inférieure à celle des HPL_1^{MSS} et VPL_1^{MSS} , respectivement.

Ainsi, les rayons de protection HPL et VPL sont des combinaisons des différents rayons de protection. Selon la stratégie et l’arbre de défaillances adoptés, un type de rayon de protection est principalement sélectionné et définit alors, dans la plupart du temps, les rayons de protection du système. Ces types de rayon de protection sont notés en bleu sur le tableau 5.11. Ainsi, pour chaque colonne du

		Logique OU		Logique ET	
		FT1	FT2	FT1	FT2
MSS	HPL_1^{MSS}	16,96	15,62	14,56	13,54
	VPL_1^{MSS}	16,30	17,73	14,20	15,28
	HPL_2^{MSS}	n/a	14,70	n/a	12,90
	VPL_2^{MSS}	n/a	16,97	n/a	14,69
MSF GLR	$HPL_1^{MSF\ GLR}$	8,27	7,88	6,72	6,42
	$VPL_1^{MSF\ GLR}$	8,16	8,56	6,64	6,97
	$HPL_2^{MSF\ GLR}$	n/a	29,74	n/a	23,86
	$VPL_2^{MSF\ GLR}$	n/a	29,20	n/a	23,45
HPL		8,51	14,76	14,56	22,61
VPL		8,58	17,02	14,20	22,52

Tableau 5.11 – Comparaison des différents types de rayons de protection.

tableau, les HPL et VPL sont approximativement égaux aux rayons de protection notés en bleu. La différence entre ces valeurs est due aux réinitialisations des sous-groupes et de la fenêtre du MSF GLR lors de changements de la constellation et des sous-groupes.

En comparant les différentes configurations, nous pouvons observer que, conformément à notre intuition, le calcul des rayons de protection sous l’hypothèse de deux pannes satellite augmente les rayons de protection du système. En effet, les rayons de protection en considérant FT1 sont inférieurs à ceux en considérant FT2. Notons que cette augmentation tend à diminuer la disponibilité du système. De plus, en comparant les différentes stratégies, nous remarquons que l’algorithme Fusion OU présente des rayons de protection en moyenne plus bas que ceux de l’algorithme Fusion ET.

Nous illustrons maintenant les rayons de protection du système, HPL et VPL, au cours de la trajectoire **Traj. APV-I** à partir desquels les valeurs moyennes du tableau 5.11 ont été calculées.

La figure 5.12 présente les rayons de protection de l’algorithme Fusion OU avec FT1. Dans la stratégie OU Logique, le minimum des rayons de protection calculés sous une même hypothèse est sélectionné. Les rayons de protection sont la plupart du temps égaux à ceux du MSF GLR dans la mesure où ceux-ci sont inférieurs à ceux du MSS. En revanche, les HPL et VPL sont respectivement égaux aux HPL_1^{MSS} et VPL_1^{MSS} lorsque la fenêtre du MSF GLR est réinitialisée à cause d’un changement de la constellation ou d’un changement de sous-groupes. En effet, afin de permettre la compensation de la solution de navigation des sous-filtres, la fenêtre d’analyse est également réinitialisée lors des changements de sous-groupes dû à la période de rafraîchissement de la constellation T_r . Ainsi, les réinitialisations des sous-filtres et de la fenêtre du MSF GLR ont lieu aux instants 86, 447 et 688 à cause des changements de la constellation, et à l’instant 600 à cause du changement des sous-groupes dû à la période de rafraîchissement de la constellation T_r .

Les rayons de protection de l’algorithme Fusion OU en considérant FT2 sont représentés sur la figure 5.13. Dans ce cas, les rayons de protection sont principalement égaux à ceux du MSS sous l’hypothèse de deux pannes satellite. En effet, ces derniers étant inférieurs à ceux du MSF GLR sous cette même hypothèse, ils sont alors principalement sélectionnés. Les réinitialisations des sous-groupes ont, cette fois, un effet légèrement différent. Lorsqu’elles ont lieu, les rayons de protection du MSF GLR ne sont plus calculés jusqu’au remplissage total de la fenêtre d’analyse. Ainsi, pendant cette période, ce sont les HPL_1^{MSS} et VPL_1^{MSS} qui définissent le HPL et VPL du système. En effet, du fait de l’allocation de risque d’intégrité ces derniers sont plus grands que ceux du MSS calculés sous l’hypothèse de deux pannes satellite.

En ce qui concerne l’algorithme Fusion ET, ces rayons de protection en considérant FT1 sont illustrés sur la figure 5.14. Rappelons que cette stratégie définit les rayons de protection du système comme le maximum des rayons de protection de type MSS et MSF GLR calculés sous une même hypothèse. Comme le montre le tableau 5.11, les rayons de protection sont ici exactement équivalents à ceux de type MSS.

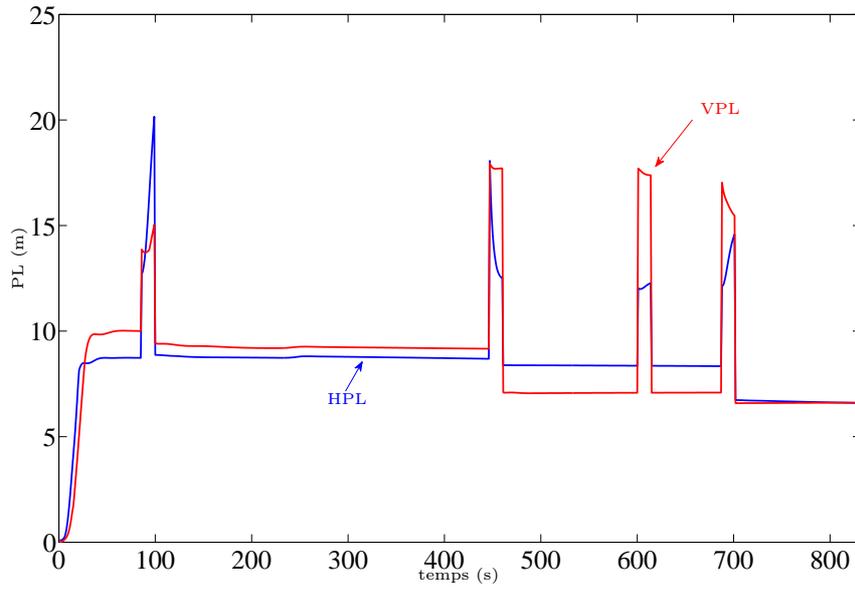


Figure 5.12 – Rayons de protection de l’algorithme Fusion OU avec FT1.

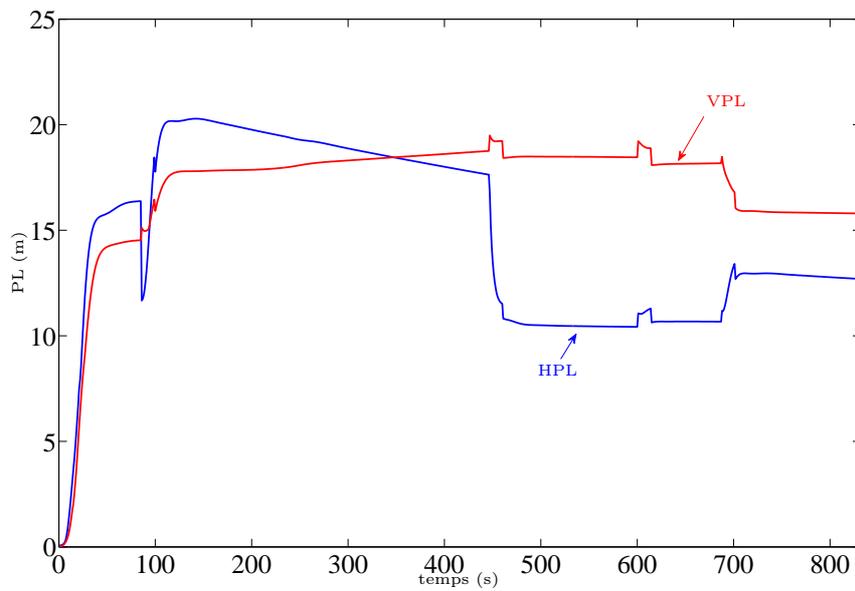


Figure 5.13 – Rayons de protection de l’algorithme Fusion OU avec FT2.

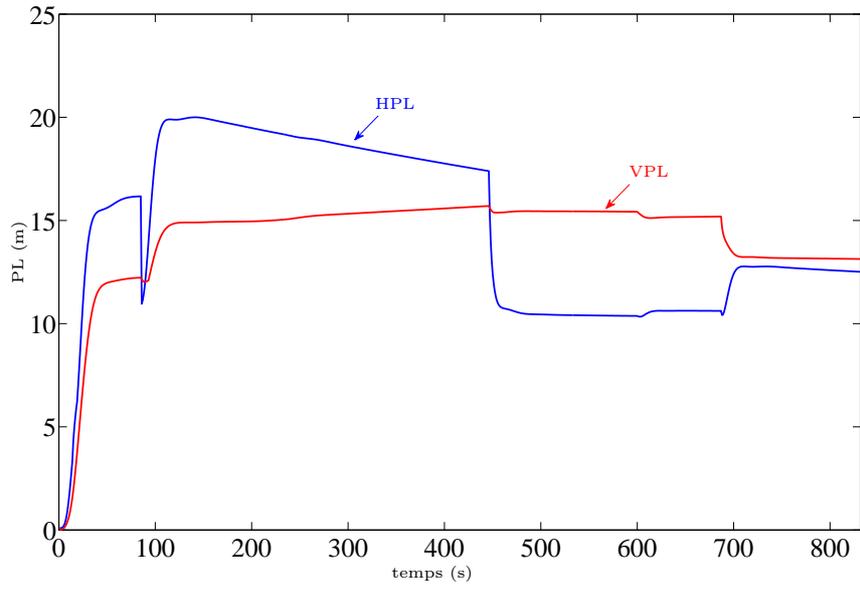


Figure 5.14 – Rayons de protection de l’algorithme Fusion ET avec FT1.

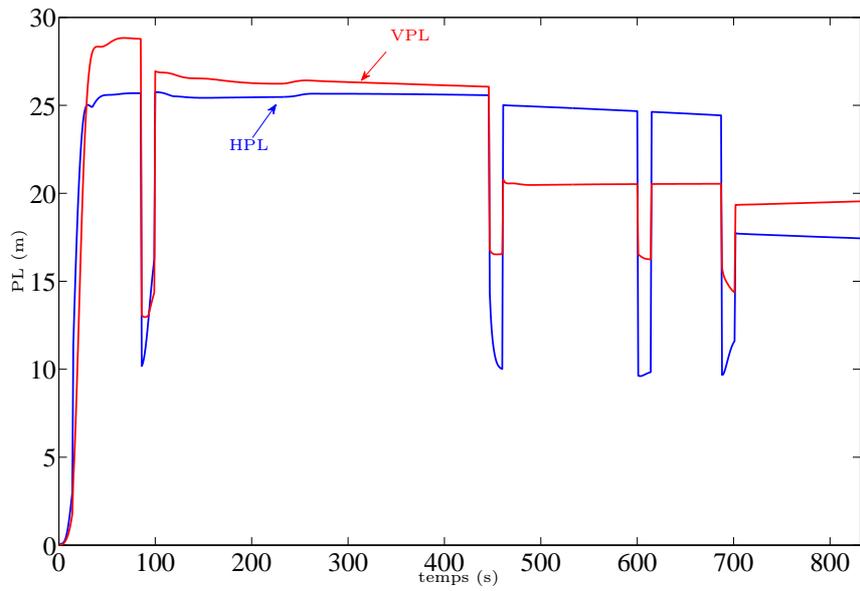


Figure 5.15 – Rayons de protection de l’algorithme Fusion ET avec FT2.

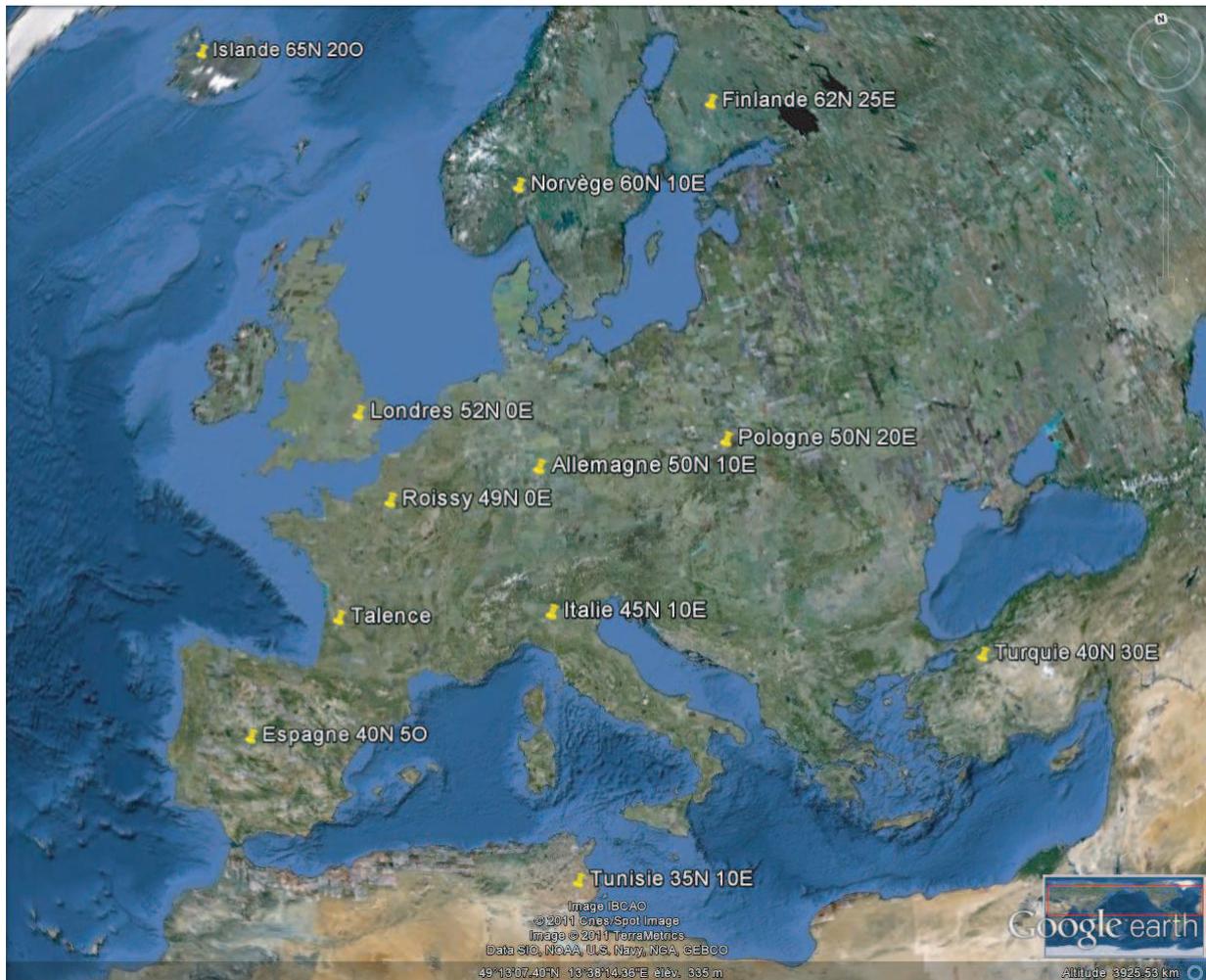


Figure 5.16 – Lieux de l'évaluation de la disponibilité du service.

La figure 5.15 présente les rayons de protection de l'algorithme Fusion ET avec FT2. La stratégie ET logique sélectionne le maximum des rayons de protection quelles que soit la nature des variables de test et l'hypothèse de panne. Ainsi, HPL et VPL sont quasiment égaux aux rayons de protection du MSF GLR sous l'hypothèse de deux pannes satellite. Comme précédemment, au moment des ré-initialisations, HPL_1^{MSS} et VPL_1^{MSS} sont plus grands que HPL_2^{MSS} et VPL_2^{MSS} , respectivement. Ainsi, durant ces périodes, ils sont égaux aux rayons de protection du système.

A présent, nous proposons une étude de la disponibilité du système pour le type d'opération APV I. Comme précédemment, nous considérons un système multiconstellation composé du GPS émettant sur les bandes L1 et L5 et de Galileo émettant sur les bandes E1 et E5b. Les résultats sont donnés, selon les deux arbres de défaillance FT1 et FT2, pour l'algorithme Fusion OU, qui présentent des rayons de protection en moyenne inférieurs à ceux de l'algorithme Fusion ET. Douze lieux différents sont évalués et sont représentés sur la figure 5.16 issue de Google Earth. Les coordonnées des différents lieux sont fournies sur cette figure excepté pour Talence où les coordonnées utilisées sont $44^{\circ}48'N, -0^{\circ}35'E$. Notons que ces résultats ont été obtenus en considérant un point fixe d'altitude 200 m. Afin de réaliser l'étude de disponibilité sur 24 h, 173 géométries différentes ont été utilisées pour chaque lieu et les phases correspondant à l'initialisation du filtre de Kalman sont supprimées pour évaluer la disponibilité. De plus, le service est déclaré indisponible à chaque fois que les rayons de protection dépassent les bornes d'alerte ou que la pré-sélection des sous-groupes n'a pas permis de garantir que tous les couples de mesures soient exclus du fait du $WGDOP_{max}$ (voir partie 3.3.3). Les figures 5.17 et 5.18 résument donc les taux de disponibilité selon les exigences opérationnelles horizontale et verticale du type de APV

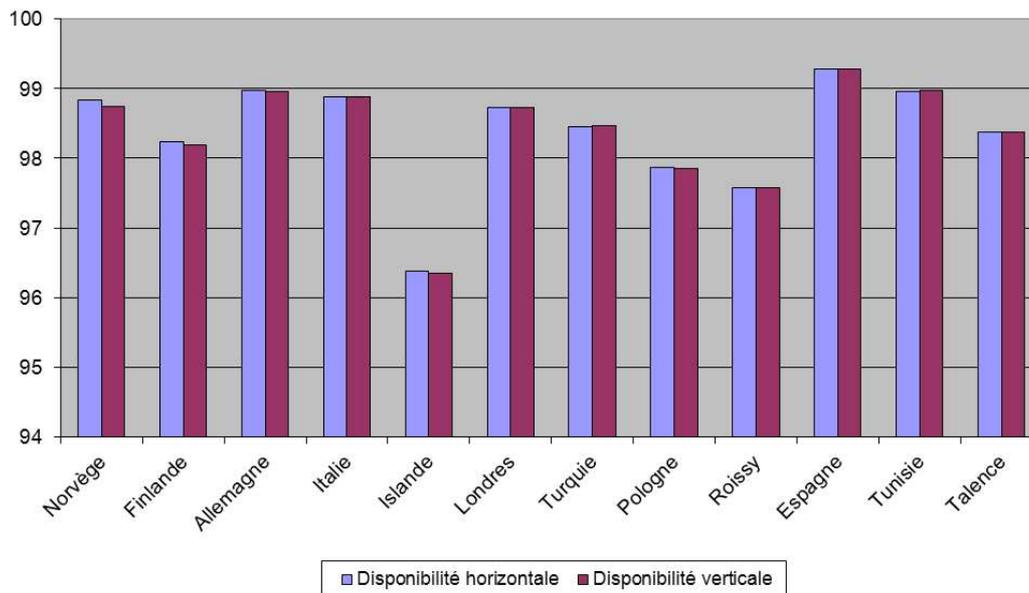


Figure 5.17 – Disponibilité de l’algorithme Fusion OU pour le type d’opération APV I avec l’arbre de défaillances FT1.

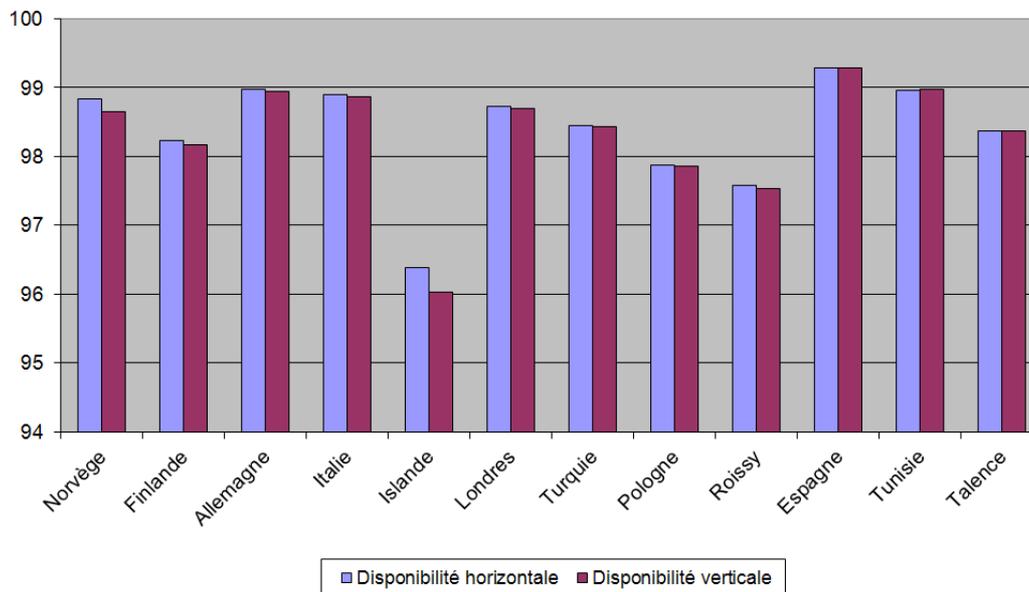


Figure 5.18 – Disponibilité de l’algorithme Fusion OU pour le type d’opération APV I avec l’arbre de défaillances FT2.

I en considérant l’arbre de défaillances FT1 et FT2, respectivement. Les taux de disponibilité étant proches quel que soit l’arbre de défaillances considéré, nous détaillons ces chiffres dans le tableau 5.12.

Globalement, nous pouvons observer que la taux de disponibilité pour le positionnement horizontal est plus grand que pour le positionnement vertical. De même, les taux de disponibilité sont en moyenne plus grands pour l’algorithme Fusion OU en considérant l’arbre des défaillances FT1 que celui en considérant l’arbre des défaillances FT2. Néanmoins, cette différence est inférieure à 0,4%. Notons que l’indisponibilité du système est principalement due au seuil $WG\text{DOP}_{\text{max}}$ qui ne permet pas toujours de garantir que tous les couples de mesures soient exclus par les sous-groupes. Ainsi, en considérant un système GNSS composé de 3 constellations par exemple, le nombre moyen de satellites en vue devrait augmenter et la géométrie des sous-groupes pré-sélectionnés devrait être améliorée. La disponibilité du système devrait alors augmentée.

	FT1		FT2	
	Horizontale	Verticale	Horizontale	Verticale
Norvège	98,84	98,74	98,84	98,65
Finlande	98,23	98,19	98,23	98,17
Allemagne	98,97	98,96	98,97	98,95
Italie	98,89	98,89	98,90	98,87
Islande	96,38	96,35	96,38	96,03
Londres	98,73	98,73	98,73	98,70
Turquie	98,45	98,46	98,45	98,43
Pologne	97,87	97,86	97,87	97,86
Roissy	97,58	97,57	97,58	97,53
Espagne	99,28	99,28	99,28	99,28
Tunisie	98,96	98,97	98,96	98,97
Talence	98,37	98,37	98,37	98,37

Tableau 5.12 – Disponibilité de l’algorithme Fusion OU pour le type d’opération APV I selon les différents arbres de défaillances.

5.7 Conclusions

Nous avons présenté un algorithme original tirant profit de la complémentarité de différentes techniques de contrôle d’intégrité. A notre connaissance, la fusion d’informations n’avait jusqu’ici pas été utilisée pour le contrôle d’intégrité des systèmes de navigation par satellite appliqué à l’aviation civile. Cet algorithme est décliné en deux versions selon la stratégie de fusion du procédé de détection. Ainsi, des informations possédant des caractéristiques différentes ont été fusionnées dans le procédé de détection ainsi que celui d’identification des mesures satellitaires défaillantes. Plus précisément, les variables de test de type MSS et MSF GLR sont fusionnées dans le procédé de détection. Une fusion plus complexe est en revanche réalisée pour le procédé d’identification à partir des informations de validité des mesures du T-RANCO et du MSF GLR. Finalement, en augmentant la redondance d’informations et en adoptant des stratégies d’agrégation d’information adéquates, nous avons amélioré les décisions de l’algorithme de contrôle d’intégrité et ainsi amélioré les performances à la fois en termes de capacité de détection et d’identification. De plus, les rayons de protection des deux algorithmes ont été développés.

Cependant, un axe de recherche intéressant serait d’utiliser des stratégies de fusion plus évoluées pour améliorer les performances du procédé de détection et de définir les rayons de protection et d’exclusion associés.

Cette contribution montre que la fusion d’information, qui est un outil de plus en plus utilisé dans les systèmes d’aujourd’hui, peut se révéler un moyen efficace de gérer des problèmes complexes et notamment le contrôle d’intégrité.

Chapitre 6 - Introduction

Ce chapitre est dédié à la gestion des imperfections du modèle d'erreur de mesure GNSS. En effet, les systèmes de navigation considèrent généralement que le bruit de mesure GNSS est distribué selon une loi gaussienne de variance connue. Cependant, l'hypothèse de gaussianité a récemment été remise en cause et des réalisations dites *outliers* peuvent apparaître sur les mesures satellitaires. De plus, certaines dégradations, notamment issues de la propagation des signaux radio-fréquences, peuvent se traduire par une augmentation de la variance du bruit. Pour les applications critiques telles que l'aviation civile, il est crucial de prendre en compte ces dégradations et de réduire leur effet sur la solution de navigation.

En ce sens, nous présentons, dans un premier temps, un algorithme dédié à la gestion des interférences fréquentielles. Cet algorithme repose sur une architecture similaire au GLR et permet une compensation des sauts de variance dus à la présence d'interférences fréquentielles.

Dans un second temps, nous proposons une version robuste de l'algorithme MSF GLR préalablement présenté qui permet de gérer la présence de réalisations *outliers*. Cette approche permet notamment de différencier les pannes satellite, qu'il faut identifier et exclure, des mesures entachées de réalisations *outliers*, qu'il faut conserver tout en réduisant l'impact de ces dégradations sur la solution de navigation.

Chapitre 6

Gestion des imperfections du modèle d'erreur de mesure pour le contrôle d'intégrité AAIM

Sommaire

6.1	Introduction	157
6.2	Gestion des interférences fréquentielles	158
6.2.1	Introduction	158
6.2.2	Le procédé de détection et de compensation	159
6.2.3	Résultats	164
6.2.4	Conclusions	167
6.3	Gestion de la non gaussianité du bruit de mesure GNSS dans l'architecture MSF GLR	167
6.3.1	Introduction	167
6.3.2	Les estimateurs robustes pour l'estimation de biais	168
6.3.3	Mise en œuvre de l'algorithme Robust MSF GLR	173
6.3.4	Résultats	181
6.3.5	Conclusions	186

6.1 Introduction

Les algorithmes de navigation sont conçus selon des hypothèses relativement fortes sur le modèle d'erreur de mesure des pseudo-distances. Plus précisément, le bruit de mesure est supposé être distribué selon une loi gaussienne de variance connue. Cependant, ce modèle est une approximation, notamment de la propagation des signaux GNSS dans l'environnement réel. Tout d'abord, différentes perturbations liées à l'environnement de propagation des signaux GNSS peuvent dégrader les mesures satellitaires. Le message de navigation étant transmis via des ondes radioélectriques, il est sensible aux interférences radio-fréquences. Les interférences radio-fréquences apparaissent lorsqu'un ou plusieurs systèmes inconnus émettent sur les bandes de fréquence des mesures satellitaires. Ces interférences peuvent être volontaires dans le cas d'une activité malveillante telle que la guerre électronique par exemple. Les interférences radio-fréquences peuvent résulter en une augmentation de la variance du bruit de mesure [Betz 00], [Span 09] et [Gire 10]. Ces sauts de variance conduisent à une sous estimation du niveau de bruit des mesures satellitaires.

Par ailleurs, l'hypothèse de gaussianité du bruit de mesure GNSS a récemment été remise en cause dans les contextes GBAS et SBAS par DeCleene [DeCl 00]. Il a ainsi été montré que la distribution réelle du bruit peut présenter une queue plus lourde qu'une distribution gaussienne. Cette remise en cause du modèle gaussien est due à des réalisations du bruit de mesure dites *outliers*. Notons que ce phénomène peut être dû à divers phénomènes tels que les multitrajets. Ces réalisations *outliers* de

bruit ne doivent pas être considérées comme des pannes par le système de contrôle d'intégrité. Il est donc nécessaire de les prendre en compte dans la conception l'algorithme d'estimation de position ainsi que le dispositif de contrôle d'intégrité.

Nous proposons de gérer ces différentes dégradations au sein d'une architecture analogue à celle du GLR de la manière suivante :

- détection et compensation des sauts de variance du bruit de mesure,
- détection et identification robustes de pannes satellite en présence de réalisations *outliers*.

6.2 Gestion des interférences fréquentielles

6.2.1 Introduction

La puissance des signaux radioélectriques à l'antenne du récepteur étant très faible, ils sont susceptibles d'être perturbés par des interférences. En effet, le marché des communications sans fil est en pleine expansion et les ressources fréquentielles viennent à manquer. Outre les interférences volontaires dues à une activité malveillante, les dégradations fréquentielles peuvent provenir des différents éléments émettant à des fréquences proches de celles utilisées en radionavigation tels que les éléments de guidage SBAS et les harmoniques de signaux TV par exemple. Les dégradations se traduisent par différents phénomènes :

- des interférences de type CW (pour Carrier Wave en anglais) à bande étroite,
- des interférences à large bande,
- des interférences de type impulsionnelles dues à la présence de radar par exemple.

Les interférences CW ont une forme d'onde sinusoïdale de fréquence donnée. Elles peuvent être continues ou impulsionnelles. En revanche, les interférences à large bande se traduisent généralement par un bruit dont la densité spectrale de puissance est constante sur une bande de fréquence donnée. Les interférences de type impulsionnelles se caractérisent, quant à elles, par des apparitions de courte durée et répétées de dégradations sur une plage de fréquence donnée.

Bien que certains blocs de la chaîne de traitement du récepteur GNSS permettent d'atténuer certaines interférences (comme les filtres passe-bande par exemple [Park 96]), la navigation reste sensible à ce problème, notamment pour des applications critiques telles que l'aviation.

Avant la formation de la mesure de pseudo-distance, le récepteur effectue un premier test de validité des mesures reçues. En effet, après le procédé de poursuite du code du satellite, une estimation de l'erreur de mesure est effectuée à partir des sorties des corrélateurs. L'incertitude sur la mesure est alors comparée à un seuil afin de décider de la validité de la mesure. Le lecteur peut se référer au chapitre 8 de [Park 96] pour plus de détails. En notant σ_i l'écart-type estimé de l'erreur de la mesure i et σ_d le seuil de décision, la règle suivante est adoptée :

$$\begin{cases} \sigma_i < \sigma_d & \rightarrow \text{la boucle de poursuite associée à la mesure } i \text{ fonctionne correctement,} \\ \sigma_i \geq \sigma_d & \rightarrow \text{le satellite associé à la mesure } i \text{ n'est plus poursuivi.} \end{cases} \quad (6.1)$$

Le seuil σ_d peut être défini en considérant que la boucle de poursuite d'un satellite fonctionne correctement tant qu'elle opère dans sa zone linéaire. La limite de cette zone est fixée, pour les signaux Galileo, à trois fois l'écart-type du bruit thermique dans [Lato 07]. Ainsi, le seuil est ajusté de façon à limiter le fonctionnement de la boucle de poursuite à sa zone linéaire. Une étude sur le modèle de l'erreur de mesure fournit l'incertitude associée au bruit thermique [Salo 10]. Dans le pire cas, celle-ci peut valoir jusqu'à 3 m pour Galileo [Salo 10]. Ainsi, le seuil associé est défini pour $\sigma_d = 9$ m, ce qui correspond à un bruit de mesure de variance de 81 m² sans que cela n'entraîne le décrochage de la boucle de poursuite du satellite en question. Cette dégradation non détectée peut entraîner une augmentation de l'erreur de position. Ainsi, dans le but d'améliorer la précision de la solution de navigation, notre ob-

jectif est de prendre en compte ces sauts de variance dans la résolution du problème de positionnement.

Nous considérons donc dans cette partie que des interférences radio-fréquences perturbent un ensemble de pseudo-distances appartenant à une même constellation et entraînent des sauts de variance du bruit sur les mesures satellitaires correspondantes sans entraîner une perte de poursuite des satellites en vue.

L'estimation de la variance de l'erreur de mesure est une problématique qui a fait l'objet de nombreuses publications dans la littérature. En effet, l'utilisation du filtre de Kalman nécessite la connaissance *a priori* du niveau de bruit présent sur les mesures. Ainsi, différentes techniques d'estimation de la matrice de covariance du bruit de mesure ont été proposées. Mehra présente dans [Mehr 72] une majorité de ces méthodes. La plupart de celles-ci s'inscrivent dans un contexte de système linéaire invariant dans le temps. Ainsi, les techniques de corrélation [Mehr 70], de maximum de vraisemblance [Kash 70] ou de *covariance matching* [Otte 98] peuvent être utilisées. Pour les systèmes linéaires variant dans le temps, le problème est plus complexe. Bélanger a néanmoins proposé une extension de l'approche fondée sur les techniques de corrélation applicable dans ce contexte [Bela 74]. Ces méthodes supposent la même hypothèse, à savoir que la variance est invariante dans le temps.

En ce qui concerne la détection, d'autres approches peuvent également être appliquées en utilisant une information *a priori* sur les sauts de variance comme le test du CUSUM [Page 54] [Bass 93]. Les test CUSUM ont l'avantage d'être facilement implémentables. Néanmoins, ils nécessitent de connaître approximativement l'amplitude des sauts de variance, information qui n'est, en pratique, pas disponible.

Les algorithmes à modèles multiples tels que l'IMM (pour Interacting Multiple Models en anglais) ont également été proposés pour traiter ce problème [Li 94]. Néanmoins, cette approche nécessite aussi de connaître *a priori* l'amplitude des sauts de variance du bruit de mesure. De plus, l'ensemble des états du système doit être représenté par les modèles *a priori*. Cela induit une charge de calcul importante.

Les techniques de Monte-Carlo, comme le filtrage particulaire, permettent de résoudre ce problème en estimant les sauts de variance par des méthodes de simulation. Un algorithme fondé sur cette approche a été proposé dans un système variant temporellement [Gire 10]. Une méthode fondée sur du filtrage particulaire et sur la géométrie différentielle a également été proposée pour l'estimation de matrice de covariance [Snou 09]. Néanmoins, le principal inconvénient des approches de type Monte-Carlo reste la charge calculatoire importante qui ne peut actuellement pas être supportée par les systèmes dans des applications embarquées.

Alternativement, l'architecture GLR a été adaptée afin de gérer les sauts de moyenne ainsi que les sauts de variance du bruit de mesure GPS dans [Span 09]. Une des limitations de cette approche est que les sauts de variance sont estimés en négligeant leurs propagations dans le système dynamique dont l'état est estimé.

Ainsi, nous présentons une méthode inspirée de l'architecture GLR qui permet une estimation des sauts de variance dans un système variant dans le temps et qui a fait l'objet d'une publication [Faur 11a].

6.2.2 Le procédé de détection et de compensation

Dans un premier temps, nous rappelons l'équation de mesure GNSS linéarisée :

$$\mathbf{Y}_t = H_t \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (6.2)$$

Dans le cas sans panne, le vecteur de bruit de mesure suit une loi gaussienne centrée de matrice de covariance R_t . En revanche, en présence d'une augmentation de variance, le vecteur suit une loi gaussienne centrée de variance $R_t + \Delta R$ avec ΔR une matrice diagonale dont les éléments non-nuls représentent un saut de variance sur les mesures perturbées par une interférence radio-fréquence :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathcal{N}(0, R_t) \text{ en absence de dégradation,} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \mathcal{N}(0, R_t + \Delta R) \text{ dans le cas d'une augmentation de la variance.} \end{cases} \quad (6.3)$$

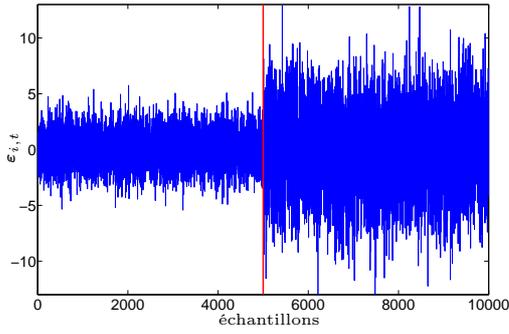


Figure 6.1 – Illustration d’un saut de variance de 9 m^2 sur le bruit de mesure $\varepsilon_{i,t}$ de variance nominale $2,5 \text{ m}^2$.

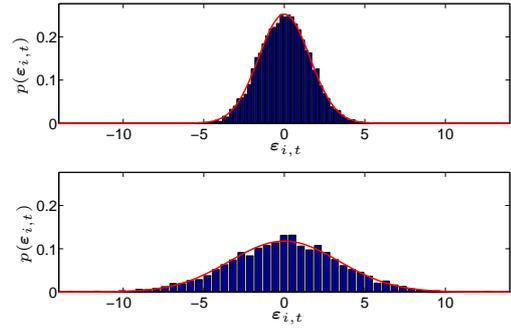


Figure 6.2 – Histogrammes associés au bruit de mesure $\varepsilon_{i,t}$ avant l’instant 5000 (haut) et après l’instant 5000 (bas).

La figure 6.1 montre un exemple de saut de variance de 9 m^2 sur le bruit de mesure. Les distributions de probabilités associées sont reportées sur la figure 6.2. La variance nominale du bruit de mesure est ici $2,5 \text{ m}^2$ et le saut de variance apparaît à l’instant 5000. Les histogrammes théoriques (trait rouge) et empiriques (rectangles bleus) sont reportés ici. L’histogramme du haut représente la distribution du bruit de mesure avant l’apparition du saut de variance tandis que celui du bas après l’instant 5000. Aussi bien sur la figure 6.1 que sur la figure 6.2, nous pouvons observer l’influence du saut de variance sur le bruit de mesure.

Nous proposons un algorithme fondé sur l’architecture du GLR [Will 76] afin de permettre une estimation de l’instant d’apparition des sauts de variance ainsi que de l’amplitude de ces sauts. De cette façon, nous pouvons compenser les erreurs d’estimation qu’ils induisent. Pour ce faire, nous tirons profit d’une fenêtre d’analyse de taille L accumulant les mesures satellitaires au cours du temps. Nous adoptons la notation suivante :

$$R_t[k] = R_t + \Delta R, \quad (6.4)$$

$$\text{avec } \Delta R = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}), \quad (6.5)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_N]^T, \quad (6.6)$$

où :

- R_t est la matrice de covariance du bruit de mesure calculée par le récepteur et utilisée dans le filtre de Kalman pour estimer la solution de navigation,
- $\{\boldsymbol{\alpha}_i\}_{i \in [1, N]}$ sont les sauts de variance apparus à l’instant k supposés constants sur la durée de la fenêtre d’analyse pour chaque pseudo-distance avec $\boldsymbol{\alpha}_j = 0$ en absence de saut de variance sur la mesure j ,

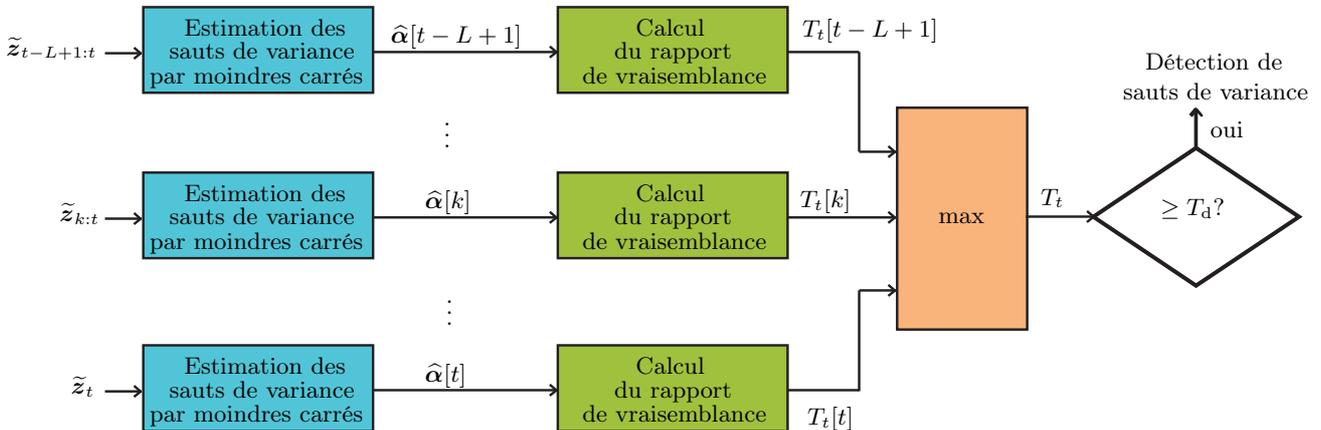


Figure 6.3 – Procédé de détection de sauts de variance dans une architecture GLR.

- $R_t[k]$ est la matrice de covariance du bruit de mesure sous l'hypothèse que des sauts de variance d'amplitude $\{\alpha_i\}_{i \in [1, N]}$ sont apparus à l'instant k avec $k \leq t$.

La figure 6.3 présente le procédé de détection de l'algorithme proposé et dont nous détaillons le test de détection dans la partie suivante.

6.2.2.1 Le test de détection bayésien

Tout d'abord, nous rappelons que, dans notre contexte, une approche bayésienne est appliquée pour l'estimation de la solution de navigation. En effet, un filtre de Kalman étendu réalise l'hybridation des données inertielles et des pseudo-distances.

Afin de détecter la présence de sauts de variance, les hypothèses suivantes sont évaluées à chaque instant t :

- \mathcal{H}_0 : aucun saut de variance jusqu'à l'instant t ,
- \mathcal{H}_k : sauts de variance d'amplitude α apparus à l'instant k .

L'amplitude des sauts de variance étant *a priori* inconnue, nous supposons dans un premier temps qu'une estimation de α est disponible, notée $\hat{\alpha}[k]$ pour l'instant k . Nous considérons dans cette partie un test bayésien pour la détection des interférences fondé sur les rapports des probabilités *a posteriori* suivants pour $k \in [t - L + 1, t]$:

$$\mathcal{U}_t[k] = \frac{\Pr(\mathcal{H}_k, \hat{\alpha}[k] | \mathbf{Y}_{1:t})}{\Pr(\mathcal{H}_0 | \mathbf{Y}_{1:t})} \leq \frac{C_{k0} - C_{00}}{C_{0k} - C_{kk}}. \quad (6.7)$$

Le livre [Midd 60] est un ouvrage de référence notamment sur la détection. Ainsi, l'équation (6.7) repose sur le rapport des probabilités *a posteriori* de l'hypothèse \mathcal{H}_k et de l'hypothèse \mathcal{H}_0 au vu des pseudo-distances. Dans ce contexte, la variable de test est classiquement comparée à un seuil défini à partir de ce qu'on appelle des *coûts*. En effet, il est possible d'attribuer un coût à chaque événement du test selon le comportement souhaité. Ces coûts sont résumés ci-dessous :

- C_{00} : le coût associé au fait que le test sélectionne l'hypothèse \mathcal{H}_0 alors que l'hypothèse \mathcal{H}_0 est vraie,
- C_{k0} : le coût associé au fait que le test sélectionne l'hypothèse \mathcal{H}_k alors que l'hypothèse \mathcal{H}_0 est vraie,
- C_{0k} : le coût associé au fait que le test sélectionne l'hypothèse \mathcal{H}_0 alors que l'hypothèse \mathcal{H}_k est vraie,
- C_{kk} : le coût associé au fait que le test sélectionne l'hypothèse \mathcal{H}_k alors que l'hypothèse \mathcal{H}_k est vraie,

avec \mathcal{H}_1 l'hypothèse de panne.

Dans cette partie, nous considérons $C_{k0} = C_{0k}$ et $C_{00} = C_{kk} = 0$, soit $\frac{C_{k0} - C_{00}}{C_{0k} - C_{kk}} = 1$

Ainsi, en appliquant le théorème de Bayes, il est possible d'écrire chaque rapport de probabilités *a posteriori* $\mathcal{U}_t[k]$ comme suit :

$$\mathcal{U}_t[k] = \frac{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \hat{\alpha}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:k-1})} \times \frac{\Pr(\mathcal{H}_k)}{\Pr(\mathcal{H}_0)}, \quad (6.8)$$

où $\Pr(\mathcal{H}_0)$ et $\Pr(\mathcal{H}_k)$ désignent les probabilités *a priori* de l'hypothèse \mathcal{H}_0 et de l'hypothèse \mathcal{H}_k , respectivement.

Ce faisant nous considérons que l'occurrence ou non d'une panne à l'instant k est indépendante des mesures entre l'instant 1 et $k - 1$. En pratique, le logarithme du rapport correspondant au terme de

gauche de l'équation (6.8) est évalué. Il est défini comme suit pour $k \in [t - L + 1, t]$:

$$T_t[k] = 2 \log \frac{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \hat{\boldsymbol{\alpha}}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:k-1})}, \quad (6.9)$$

$$= \sum_{m=k}^t \log |S_m| - \log |S_m[k]| + \tilde{\mathbf{z}}_m S_m^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_m^T - \tilde{\mathbf{z}}_m[k] S_m^{-1}[k] \tilde{\mathbf{z}}_m^T[k], \quad (6.10)$$

où :

- $\tilde{\mathbf{z}}_m$ est le vecteur d'innovation à l'instant m sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 ,
- S_m est la matrice de covariance des innovations à l'instant m sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 ,
- $\tilde{\mathbf{z}}_m[k]$ est le vecteur d'innovation à l'instant m sous l'hypothèse que des sauts de variance définis par le vecteur $\hat{\boldsymbol{\alpha}}[k]$ sont apparus à l'instant k ,
- $S_m[k]$ est la matrice de covariance des innovations à l'instant m sous l'hypothèse que des sauts de variance définis par le vecteur $\hat{\boldsymbol{\alpha}}[k]$ sont apparus à l'instant k ,
- $|X|$ désigne le déterminant de la matrice X ,
- le coefficient 2 est introduit pour faciliter l'expression (6.9).

Par la suite, nous dénommons l'équation (6.9) sous la terminologie « rapport de probabilités *a posteriori* » à la place de logarithme du rapport de probabilités *a posteriori*.

La variable de test est alors définie comme le maximum des rapports de probabilités *a posteriori* :

$$T_t = \max_{k \in [t-L+1, t]} T_t[k]. \quad (6.11)$$

La règle de décision mise en place repose alors sur T_t ainsi que sur la décomposition fournie par l'équation (6.8) :

$$\begin{cases} T_t < T_d & \rightarrow \text{absence de saut de variance,} \\ T_t \geq T_d & \rightarrow \text{détection de sauts de variance,} \end{cases} \quad (6.12)$$

où $T_d = 2 \log \frac{\Pr(\mathcal{H}_0)}{\Pr(\mathcal{H}_k)}$.

D'une manière similaire au test GLR, lorsque la variable de test T_t dépasse le seuil T_d , l'instant d'apparition des sauts de variance est estimé comme suit :

$$\hat{k} = \operatorname{argmax}_{k \in [t-L+1, t]} T_t[k]. \quad (6.13)$$

Il s'agit maintenant de fournir une estimation des amplitudes des sauts de variance $\boldsymbol{\alpha}_i$ pour chaque pseudo-distance $i \in [1, N]$ ainsi que pour chaque instant d'apparition $k \in [t - L + 1, t]$.

6.2.2.2 Estimation des sauts de variance

En supposant qu'un saut de variance ΔR apparaît à l'instant k , les matrices de covariances estimées par l'EKF P_k^- , S_k et P_k^+ sont différentes des covariances réelles, notées $P_k^-[k]$, $S_k[k]$ et $P_k^+[k]$. Ainsi, en considérant que ΔR est constant, l'impact sur les matrices de covariance à l'instant k s'écrit :

$$S_k[k] = S_k + \Delta R, \quad (6.14)$$

$$P_k^+[k] = P_k^+ + K_k \Delta R K_k^T. \quad (6.15)$$

Notons qu'à cet instant, la matrice de covariance P_k^- n'est pas dégradée par ΔR . La propagation de ΔR à l'instant $k + 1$ s'effectue alors comme suit :

$$P_{k+1}^-[k] = P_{k+1}^- + A_{k+1} K_k \Delta R K_k^T A_{k+1}^T, \quad (6.16)$$

$$S_{k+1}[k] = S_{k+1} + \Delta R + H_{k+1} A_{k+1} K_k \Delta R K_k^T A_{k+1}^T H_{k+1}^T, \quad (6.17)$$

$$P_{k+1}^+[k] = P_{k+1}^+ + K_k \Delta R K_k^T + \Psi_{k+1} K_k \Delta R K_k^T \Psi_{k+1}^T, \quad (6.18)$$

avec, à l'instant k , $\Psi_k = (I - K_k H_k) A_k$, A_k , H_k et K_k les matrices d'état, d'observation et le gain de Kalman, respectivement définis dans la partie 2.3.1.

La propagation au cours du temps de ΔR sur la matrice de covariance des innovations s'écrit :

$$\begin{aligned}
S_k[k] &= S_k + \Delta R, \\
S_{k+1}[k] &= S_{k+1} + \Delta R + H_{k+1} A_{k+1} K_k \Delta R K_k^T A_{k+1}^T H_{k+1}^T, \\
S_{k+2}[k] &= S_{k+2} + \Delta R + \Phi(k+2, k+2) \Delta R \Phi(k+2, k+2)^T + \Phi(k+1, k+2) \Delta R \Phi(k+1, k+2)^T, \\
&\vdots \\
S_{k+l}[k] &= S_{k+l} + \Delta R + \sum_{p=1}^l \Phi(k+p, k+l) \Delta R \Phi(k+p, k+l)^T,
\end{aligned} \tag{6.19}$$

en notant $\Phi(n, m) = H_m A_m \left(\prod_{j=n}^{m-1} \Psi_j \right) K_{n-1}$ avec par définition $\prod_{j=n}^{m-1} \Psi_j = I$ si $m-1 < n$.

En considérant $\Delta R = \text{diag}(\alpha)$ où α est le vecteur défini dans l'équation (6.6), la relation (6.19) s'écrit :

$$\begin{aligned}
S_{k+l}[k] &= S_{k+l} + \sum_{i=1}^N \alpha_i \Gamma_i(k, l), \\
\text{avec } \Gamma_i(k, l) &= \Delta R_i + \sum_{p=1}^l \Phi(k+p, k+l) \Delta R_i \Phi(k+p, k+l)^T,
\end{aligned} \tag{6.20}$$

où ΔR_i est une matrice de taille $N \times N$ dont tous les éléments sont nuls sauf l'élément de la ligne i et de la colonne i qui vaut 1.

Cependant, la matrice $S_{k+l}[k]$ est inconnue. Nous proposons de la remplacer par son estimation instantanée. Ce faisant, nous commettons une erreur représentée par la matrice aléatoire η_{k+l} :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k+l} \tilde{\mathbf{z}}_{k+l}^T - S_{k+l} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Gamma_i(k, l) + \eta_{k+l}, \tag{6.21}$$

où η_{k+l} est une matrice aléatoire de taille $N \times N$.

Afin de résoudre le problème d'estimation, nous procédons comme dans [Bela 74] à une réécriture sous forme vectorielle :

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{S}_{k+l} &= \mathcal{F}(k, l) \alpha + \zeta_{k+l}, \\
\text{avec } \Delta \mathbf{S}_{k+l} &= \text{vec} \left(\tilde{\mathbf{z}}_{k+l} \tilde{\mathbf{z}}_{k+l}^T \right) - \text{vec} (S_{k+l}), \\
\mathcal{F}(k, l) &= [\text{vec} (\Gamma_1(k, l)), \dots, \text{vec} (\Gamma_N(k, l))], \\
\zeta_{k+l} &= \text{vec} (\eta_{k+l}),
\end{aligned} \tag{6.22}$$

où $\text{vec} (A)$ est l'opérateur transformant la matrice A , lue colonne par colonne, en vecteur en supprimant les éléments répétés car ce sont des matrices de covariance, donc symétriques. Par exemple :

$$\text{si } A = \begin{bmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{bmatrix} \text{ alors } \text{vec} (A) = \begin{bmatrix} a \\ d \\ e \\ b \\ f \\ c \end{bmatrix}.$$

En mettant à profit la fenêtre d'analyse temporelle de taille L , il est possible d'écrire pour chaque instant k présumé d'apparition des sauts de variance avec $k \in [t - L + 1, t]$:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{S}_k \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{S}_t \end{bmatrix} = \mathcal{F}_t[k] \boldsymbol{\alpha} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_k \\ \vdots \\ \boldsymbol{\zeta}_t \end{bmatrix}, \quad (6.23)$$

avec $\mathcal{F}_t[k] = \begin{bmatrix} \mathcal{F}(k, k) \\ \vdots \\ \mathcal{F}(k, t - k) \end{bmatrix}$.

L'équation (6.23) étant linéaire, il est possible d'appliquer un algorithme des moindres carrés afin d'obtenir une estimation du vecteur $\boldsymbol{\alpha}$, notée $\hat{\boldsymbol{\alpha}}[k]$ pour l'instant d'apparition k :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\alpha}}[k] &= \mathcal{G}_t[k] \Delta \mathbf{S}_{k:t}, \\ \text{avec } \mathcal{G}_t[k] &= (\mathcal{F}_t^T[k] \mathcal{F}_t[k])^{-1} \mathcal{F}_t^T[k], \\ \Delta \mathbf{S}_{k:t} &= [\Delta \mathbf{S}_k^T, \dots, \Delta \mathbf{S}_t^T]^T. \end{aligned} \quad (6.24)$$

L'estimation par moindres carrés de $\boldsymbol{\alpha}$ dans l'équation (6.24) peut fournir des valeurs négatives. Comme ces valeurs ne traduisent pas un saut de variance mais plutôt une variance réelle locale plus faible que celle théorique, les composantes du vecteur $\hat{\boldsymbol{\alpha}}[k]$ sont modifiées comme suit :

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_i[k] = 0 & \text{si } \hat{\alpha}_i[k] < 0, \\ \hat{\alpha}_i[k] = \hat{\alpha}_i[k] & \text{sinon.} \end{cases} \quad (6.25)$$

Ainsi, une estimation du vecteur $\boldsymbol{\alpha}$ est effectuée via l'équation (6.24) et la règle (6.25) afin de calculer les rapports de probabilités *a posteriori* $T_t[k]$ de l'équation (6.10) pour $k \in [t - L + 1, t]$.

Dans les rapports de probabilités *a posteriori* $T_t[k]$, les termes $\{\tilde{\mathbf{z}}_m[k]\}_{m \in [k, t]}$ et $\{S_m[k]\}_{m \in [k, t]}$ sont obtenus en réalisant à nouveau les étapes de l'EKF de l'instant k à l'instant t en considérant les sauts de variance définis par le vecteur $\hat{\boldsymbol{\alpha}}[k]$.

Il est à noter que le vecteur de bruit $[\boldsymbol{\zeta}_k^T, \dots, \boldsymbol{\zeta}_t^T]^T$ de l'équation (6.23) n'est pas distribué selon une loi gaussienne. En effet, la matrice de bruit η_k de l'équation (6.21) suit une loi de Wishart décentralisée. Ainsi, l'estimation par moindres carrés du vecteur $\boldsymbol{\alpha}$ n'est pas optimale au sens du maximum de vraisemblance. Néanmoins, cette approche reste valide et simple d'implémentation.

Le procédé de compensation

Lorsqu'il y a détection d'interférence, nous ne procédons pas à l'exclusion des mesures dégradées par des interférences fréquentielles. En effet, comme toutes les mesures peuvent être simultanément affectées, une exclusion de ces mesures pourrait entraîner une divergence du filtre d'estimation. Ainsi, les sauts de variance estimés $\hat{\boldsymbol{\alpha}}[k]$ sont utilisés pour augmenter la variance des mesures dégradées de l'instant d'apparition estimé jusqu'à l'instant courant et ainsi compenser l'effet des interférences fréquentielles sur les estimés mais également sur les matrices de covariance du filtre de navigation.

Nous présentons dans la partie suivante les résultats associés à l'algorithme proposé.

6.2.3 Résultats

6.2.3.1 Paramètres de simulations

Nous présentons dans cette partie les paramètres de simulations. Comme préalablement, nous considérons la trajectoire et les spécifications capteurs définis par **Traj. APV-I** qui est détaillé dans la partie 3.4.1. Les paramètres de l'algorithme proposé, noté A1 par la suite, sont résumés dans le

Caractéristiques de la trajectoire	
Phase de vol	APV I
Durée du vol	832 s
Caractéristiques des signaux GNSS	
Signaux utilisés	GPS II (L1-L5)/ Galileo (E1-E5a)
Fréquence	1 Hz
Angle de masquage	5 ° pour GPS et 10 ° Galileo
Nombre de canaux du récepteur	8 pour GPS et 8 pour Galileo
Caractéristiques de l'INS	
Type de centrale inertielle	à composants liés
Fréquence	100 Hz
\mathbf{b}_{a0} (Biais initial des accéléromètres)	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx 500 \mu\text{g}$
σ_{wa} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_a)	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8 \mu\text{g}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{ba} (Ecart-type du bruit de mesure des accéléromètres)	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8 \mu\text{g}\sqrt{\text{h}}$
\mathbf{b}_{g0} (Biais initial des gyromètres)	$5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s} \approx 1^\circ/\text{h}$
σ_{wg} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_g)	$5 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{bg} (Ecart-type du bruit de mesure des gyromètres)	$5 \cdot 10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\sqrt{\text{h}}$
Architecture d'hybridation	serrée en boucle ouverte
Caractéristiques de l'algorithme A1	
Coefficient d'inflation de la variance du bruit de mesure	6
Taille de la fenêtre L	15 s
Seuil de détection T_d	35

Tableau 6.1 – Paramètres de simulation de l'algorithme A1.

tableau 6.1. La taille de la fenêtre d'analyse est fixée à 15 s. Le seuil de détection permettant de décider de l'apparition de sauts de variance est fixé empiriquement à 35 afin d'assurer un faible taux de fausse détection.

6.2.3.2 Evaluation des performances

Dans cette partie, nous évaluons les performances de l'algorithme présenté et proposons une comparaison avec l'algorithme introduit dans [Span 09], noté A2 par la suite, ainsi qu'un filtre de navigation classique sans gestion des interférences fréquentielles, noté A3. Dans [Span 09], l'algorithme permet la détection de sauts de variance mais également de biais. La version que nous avons implémentée pour effectuer la comparaison n'incorpore pas le procédé de détection de biais dans la mesure où nous nous intéressons uniquement ici à la gestion de sauts de variance. Les principales différences entre l'algorithme A1 et A2 sont résumées ci-dessous :

- le procédé de détection de l'algorithme A2 repose sur N variables de test fondées sur la somme sur la fenêtre de chaque innovation normalisée,
- dès qu'une interférence est détectée sur une mesure, l'estimation du saut de variance est obtenue en considérant que les sauts de variance ne se propagent pas dans les itérations du filtre de Kalman.

Notons que le seuil de détection de l'algorithme A2 a été fixé pour une P_{fd} égale $1,3333 \cdot 10^{-7}/\text{s}$.

Pour notre étude, nous considérons que des interférences fréquentielles perturbent l'ensemble des mesures de pseudo-distance associées à la constellation GPS à partir de l'instant 100. Ainsi, à partir, de cet instant, un bruit gaussien d'écart-type 8 m est alors ajouté au bruit nominal de chaque pseudo-distance de la constellation GPS. Notons que dans notre cas, le paramètre α réel correspondant au sauts de variance vaut donc 64 m^2 .

Algorithme	Configuration	Erreur Horizontale (m)		Erreur Verticale (m)		$\bar{\alpha}$ (m ²)	σ_{α} (m ²)
		à 50%	à 95%	à 50%	à 95%		
A1	sans interf.	0,66	1,36	1,26	3,11	n/a	n/a
	avec interf.	0,93	1,92	1,53	3,84	69,96	7,87
A2	sans interf.	0,66	1,36	1,26	3,11	n/a	n/a
	avec interf.	1	2,1	1,56	3,93	55,49	7,91
A3	sans interf.	0,66	1,36	1,26	3,11	n/a	n/a
	avec interf.	1,09	2,27	1,61	4,12	n/a	n/a

Tableau 6.2 – Comparaison des algorithmes A1, A2 et A3.

Algorithme	Configuration	$\Pr(\Delta X_H > 2\text{drms}_H)$ (/s)	$\Pr(\Delta X_V > 2\text{drms}_V)$ (/s)
A1	sans interf.	0,031	0,064
	avec interf.	0,113	0,116
A2	sans interf.	0,031	0,064
	avec interf.	0,164	0,128
A3	sans interf.	0,031	0,064
	avec interf.	0,224	0,153

Tableau 6.3 – Comparaison des algorithmes A1, A2 et A3.

Les tableaux 6.2 et 6.3 résument les performances des algorithmes A1, A2 et A3. Les résultats ont été obtenus par moyennage à partir de 50 réalisations de bruit de mesure. Tout d’abord, nous soulignons que les performances des trois algorithmes en absence d’interférence sont exactement identiques. Cela indique qu’aucune fausse détection n’a été constatée pour les algorithmes A1 et A2 durant les simulations menées. En revanche, en présence d’interférences, l’algorithme A3, qui n’inclut pas un dispositif de gestion des sauts de variance, présente les erreurs de positionnement les plus grandes. De plus, le tableau 6.3 révèle un taux de dépassement des bornes 2drms relativement important pour l’algorithme A3. Ces dépassements sont logiques dans la mesure où la variance du bruit de mesure est sous-estimée pour les pseudo-distances GPS de l’instant 100 à la fin de la trajectoire.

Le tableau 6.2 comprend notamment les valeurs moyennes des sauts de variance en présence d’interférence, notées $\bar{\alpha}$. Ces valeurs correspondent aux α estimés en présence d’interférences qui ont servi pour la compensation des sauts de variance. En observant les valeurs de $\bar{\alpha}$, nous pouvons remarquer que l’algorithme A1 estime les sauts de variance avec une meilleure précision que l’algorithme A2. En ce qui concerne la dispersion de ces estimations, notée σ_{α} , elles sont du même ordre de grandeur pour les deux algorithmes. Ce gain de l’algorithme A1 permet notamment de diminuer l’erreur de position en présence d’interférence, que ce soit pour la position horizontale ou verticale. De plus, les indicateurs concernant la précision de la solution de navigation fournis par le filtre de l’algorithme A1, notés 2drms_H et 2drms_V pour le plan horizontal et vertical respectivement, sont plus fiables que celui de l’algorithme A2 (voir tableau 6.3).

Les figures 6.4 et 6.5 illustrent l’erreur moyenne de position horizontale et verticale de l’algorithme A1, respectivement. Sur ces deux figures, les 2drms_H et 2drms_V moyens sont tracés en rouge. Nous pouvons remarquer, qu’à partir de l’instant 100, c’est-à-dire l’apparition des interférences fréquentielles, un saut sur l’erreur d’estimation de la position apparaît. De même, nous pouvons observer à partir de cet instant jusqu’à la fin de la trajectoire, l’effet de la compensation des sauts de variance sur les bornes 2drms qui se traduit pas de petites variations.

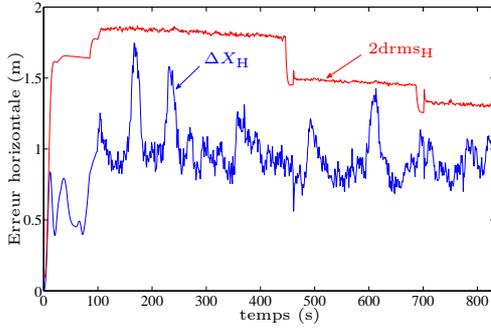


Figure 6.4 – Amplitude de l’erreur moyenne de position horizontale et le $2drms_H$ moyen fourni par le filtre de navigation de l’algorithme A1.

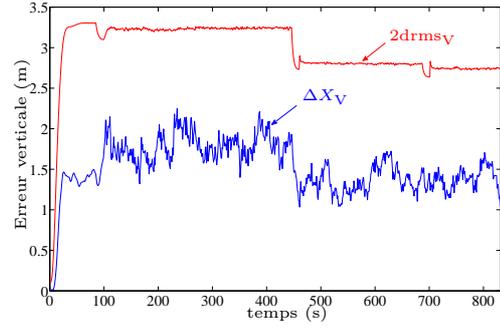


Figure 6.5 – Amplitude de l’erreur moyenne de position verticale et le $2drms_V$ moyen fourni par le filtre de navigation de l’algorithme A1.

6.2.4 Conclusions

Dans cette partie, nous avons discuté de la problématique des interférences fréquentielles dans les systèmes de navigation GNSS. Ces interférences peuvent se traduire par des sauts de variance du bruit de mesure sur les pseudo-distances dégradées. Une sous-estimation de la variance du bruit de mesure peut entraîner une divergence du filtre d’hybridation. Ainsi, nous avons proposé une méthode originale qui permet de compenser ces dégradations au sein d’une architecture similaire à celle du GLR. En tirant profit de l’accumulation des mesures au cours du temps, les sauts de variance peuvent être détectés et compensés. La contribution principale réside dans la formulation de la propagation des sauts de variance dans le système variant dans le temps, ce qui amène à une estimation des sauts de variance par la technique des moindres carrés.

Les résultats de simulation montrent que la prise en compte de la propagation des sauts de variance dans le système améliore l’estimation des sauts de variance mais également celle de la position du mobile.

6.3 Gestion de la non gaussianité du bruit de mesure GNSS dans l’architecture MSF GLR

6.3.1 Introduction

Nous discutons dans cette partie de la non gaussianité du bruit de mesure GNSS. Comme évoqué précédemment, DeCleene [DeCl 00] a souligné que le bruit de mesure du signal GNSS n’était pas exactement distribué selon une loi gaussienne. En effet, la distribution réelle du bruit peut être une distribution à queue plus lourde que la loi gaussienne qui se caractérise par des réalisations *outliers*. Certains types de multitrajets ou d’interférences radio-fréquences, la présence de tempête ionosphérique et les biais des canaux de poursuite peuvent provoquer ces réalisations *outliers* [Chan 04]. Celles-ci ne doivent pas être considérées comme des pannes par le système de contrôle d’intégrité. Il est donc nécessaire de prendre en compte ce type de phénomène au niveau de l’algorithme de contrôle d’intégrité. Nous proposons donc de gérer la présence de réalisations *outliers* du bruit de mesure sur les pseudo-distances en introduisant notamment une estimation robuste des biais de mesures dans un algorithme de contrôle d’intégrité de type GLR. Cet algorithme est, par la suite, dénommé « Robust MSF GLR » dans la mesure où son architecture est semblable au MSF GLR présenté dans le chapitre 4.

Nous considérons donc dans cette partie que certaines pseudo-distances sont perturbées par des réalisations *outliers* du bruit de mesure. Tout d’abord, nous allons énoncer la définition d’une réalisation *outlier* telle que nous la considérons dans ce manuscrit :

Une réalisation outlier d’une variable aléatoire est une réalisation qui n’est pas distribuée selon la densité de probabilité qui représente la plupart des réalisations.

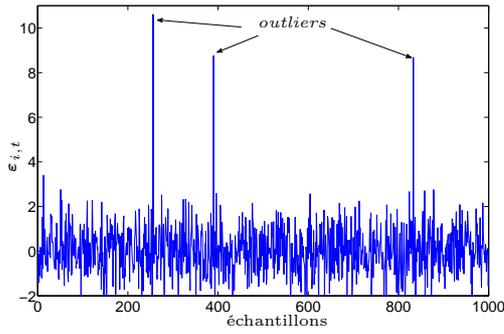


Figure 6.6 – Illustration de bruit de mesure en présence d'*outliers*.

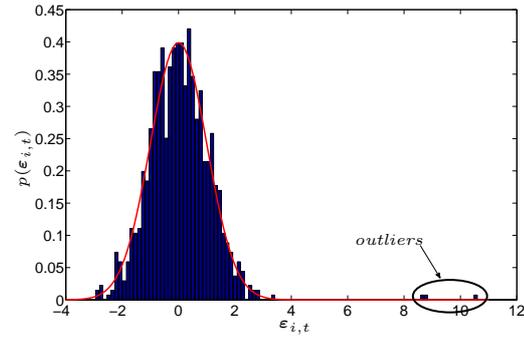


Figure 6.7 – Distribution du bruit de mesure en présence d'*outliers*.

Les figures 6.6 et 6.7 représentent respectivement le bruit de mesure en présence d'*outliers* ainsi que ses distributions empiriques (rectangles bleus) et théoriques (trait rouge).

L'estimation d'un paramètre à partir d'un ensemble de mesures contenant des *outliers* est un sujet qui intéresse la communauté signal depuis longtemps. Parmi les publications sur ce sujet, nous pouvons citer le livre de Huber [Hube 09] ainsi que celui de Hampel [Hamp 86] qui sont des livres de référence dans ce domaine.

Le problème a beaucoup été étudié notamment dans un contexte d'estimation de type *snapshot*. En effet, les estimateurs de type moindres carrés sont extrêmement sensibles aux *outliers*. Il suffit qu'une seule mesure contienne une forte dégradation pour que l'estimé soit complètement biaisé et fournisse une valeur « erronée ». Une alternative classique est d'avoir recours à des estimateurs dits *robustes*. Nous considérons dans ce manuscrit la définition suivante d'un estimateur robuste :

Un estimateur robuste est un estimateur insensible aux faibles variations des hypothèses sous lesquelles il a été conçu.

6.3.2 Les estimateurs robustes pour l'estimation de biais

Les estimateurs robustes permettent d'estimer des paramètres d'une distribution à partir d'un ensemble de réalisations dont certaines sont des *outliers*. Ainsi, différents estimateurs ont été proposés selon les paramètres à estimer. Lorsque la moyenne d'une distribution est le paramètre recherché, on parle d'*estimation du paramètre de localisation* dans la littérature. En revanche, lorsqu'on cherche à estimer de manière robuste la dispersion d'une distribution, on parle d'*estimation du paramètre d'échelle*. Dans cette partie et pour l'étude qui nous intéresse, nous ne présentons que les estimateurs robustes dédiés à la première application.

Nous présentons ici les trois types d'estimateurs robustes qui permettent de classer une grande partie de ces estimateurs :

- ceux fondés sur les tests de rang, appelés R-estimateurs,
- ceux fondés sur des combinaisons linéaires des statistiques d'ordre, appelés L-estimateurs,
- ceux fondés sur le maximum de vraisemblance, appelés M-estimateurs.

Afin d'introduire ces différents estimateurs, nous considérons ici le modèle de mesure suivant :

$$\mathbf{x}_i = \mu + \varepsilon_i \quad \forall i \in [1, n], \quad (6.26)$$

avec :

- n le nombre d'observations,
- μ le paramètre à estimer (dans un premier temps considéré scalaire pour des raisons pédagogiques),
- \mathbf{x}_i la $i^{\text{ème}}$ observation,
- ε_i une variable aléatoire supposée centrée perturbant la $i^{\text{ème}}$ observation.

L'objectif est alors de fournir une estimation robuste du paramètre μ à partir des observations \mathbf{x}_i , notée $\hat{\mu}$. Pour ce faire, différentes approches sont possibles.

6.3.2.1 Les R-estimateurs

Les R-estimateurs sont des estimateurs robustes fondés sur les tests de rang (*rank test* en anglais) et sur les fonctions de répartitions des variables aléatoires. Parmi eux, nous pouvons citer le test de Wilcoxon [Wilc 45]. D'une manière générale, ils comparent des ensembles d'échantillons distribués selon deux lois différentes. Les R-estimateurs permettent ainsi d'obtenir une estimation du biais.

6.3.2.2 Les L-estimateurs

Les L-estimateurs sont fondés sur les statistiques d'ordre. Ainsi, nous définissons la notation $\mathbf{x}_{(1)} \leq \dots \leq \mathbf{x}_{(n)}$ qui désigne la séquence d'échantillons ordonnés dans l'ordre croissant. D'une manière générale, un L-estimateur est obtenu par une combinaison linéaire des observations ordonnées comme suit :

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^n \beta_i \mathbf{x}_{(i)}, \quad (6.27)$$

où $\beta = [\beta_1, \dots, \beta_n]$ est le vecteur de pondération.

Notons dès à présent que l'estimateur de type moindres carrés, bien que non robuste aux *outliers*, peut être exprimé comme un L-estimateur à partir de l'équation (6.27) en considérant $\beta = [1, \dots, 1] / n$.

Un des estimateurs robustes les plus simples est l'estimateur médian défini comme suit :

$$\hat{\mu}_{\text{med}} = \text{med}_i(\mathbf{x}_i), \quad (6.28)$$

où $\text{med}_i(\cdot)$ désigne l'opérateur médian qui sélectionne la valeur centrale des mesures indexées par i et ordonnées dans l'ordre croissant¹. Il peut également être défini à partir de l'équation (6.27) en considérant le vecteur de pondération des statistiques d'ordre de $\mathbf{x}_{(i)}$ suivant :

$$\beta = \begin{cases} \left[\underbrace{0, \dots, 0}_p, 1, \underbrace{0, \dots, 0}_p \right] & \text{si } n = 2p + 1, \\ \left[\underbrace{0, \dots, 0}_{p-1}, 1/2, 1/2, \underbrace{0, \dots, 0}_{p-1} \right] & \text{si } n = 2p. \end{cases}$$

Contrairement à l'estimateur issu de la moyenne empirique qui minimise l'erreur quadratique, l'estimateur médian permet de gérer un certain nombre de réalisations *outliers*.

Aussi, l'estimateur appelé *trimmed mean* ou *truncated mean* réalise la moyenne empirique à partir des observations ordonnées tronquées aux extrémités. Ainsi, cela permet d'écarter les observations

1. Plus précisément, l'opérateur médian est défini comme suit : $\text{med}_i(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_{((n+1)/2)}$ lorsque n est impair et $\text{med}_i(\mathbf{x}_i) = \frac{\mathbf{x}_{(n/2)} + \mathbf{x}_{(n/2+1)}}{2}$ lorsque n est pair.

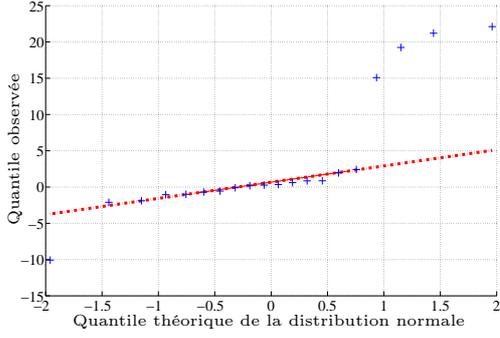


Figure 6.8 – Comparaison de bruit de mesure en présence d'*outliers* à une loi gaussienne.

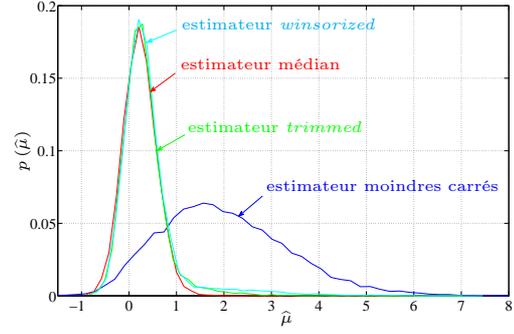


Figure 6.9 – Comparaison des distributions du paramètre $\hat{\mu}$ en présence d'*outliers*.

correspondant aux valeurs extrêmes des mesures dans le procédé d'estimation. L'estimateur *trimmed mean* de paramètre c s'obtient par la relation suivante :

$$\hat{\mu}_{\text{trim}} = \frac{1}{n - 2c} \sum_{i=c+1}^{n-c} \mathbf{x}_{(i)}. \quad (6.29)$$

Cet estimateur correspond au vecteur de pondération des statistiques d'ordre de $\mathbf{x}_{(i)}$ suivant :

$$\beta = \left[\underbrace{0, \dots, 0}_c, 1, \dots, 1, \underbrace{0, \dots, 0}_c \right] / (n - 2c).$$

L'estimateur robuste appelé *winsorized mean* a également été introduit dans [Dixo 60]. Il réalise une troncature de la série d'observations ordonnée dans l'ordre croissant où les c plus petites observations sont remplacées par la statistique d'ordre de rang $(c + 1)$ et les c plus grandes observations sont remplacées par la statistique d'ordre de rang $(n - c)$. L'estimateur *winsorized mean* de paramètre c s'écrit :

$$\hat{\mu}_{\text{win}} = \frac{1}{n} \left[(c + 1) \mathbf{x}_{(c+1)} + \sum_{i=c+2}^{n-c-1} \mathbf{x}_{(i)} + (c + 1) \mathbf{x}_{(n-c)} \right]. \quad (6.30)$$

Dans ce cas, le vecteur de pondération des statistiques d'ordre de $\mathbf{x}_{(i)}$ suivant :

$$\beta = \left[\underbrace{\frac{\mathbf{x}_{(c+1)}}{\mathbf{x}_{(1)}}, \dots, \frac{\mathbf{x}_{(c+1)}}{\mathbf{x}_{(c+1)}}}_{c+1}, 1, \dots, 1, \underbrace{\frac{\mathbf{x}_{(n-c)}}{\mathbf{x}_{(n-c)}}, \dots, \frac{\mathbf{x}_{(n-c)}}{\mathbf{x}_{(n)}}}_{c+1} \right] / n.$$

La figure 6.8 est une représentation des quantiles théoriques de la distribution normale par rapport aux quantiles empiriques d'un ensemble d'observations dont une partie est perturbée par des réalisations *outliers*. Lorsque les observations sont distribuées selon la même loi gaussienne, les quantiles théoriques et empiriques se superposent. Ici, nous pouvons voir 5 réalisations *outliers*. La figure 6.9 représente les distributions des estimateurs obtenus pour 10000 Monte-Carlo. Les données ont été générées selon une loi gaussienne centrée auxquelles est ajouté du bruit impulsionnel. Le paramètre μ à estimer vaut donc 0. Comme nous pouvons le voir, l'estimateur des moindres carrés est fortement biaisé en comparaison des estimateurs médian, *trimmed* et *winsorized*. En ce sens, cette illustration montre que les L-estimateurs sont plus robustes que l'estimateur moindres carrés.

6.3.2.3 Les M-estimateurs

Les M-estimateurs sont une classe d'estimateurs robustes classiquement utilisée dans le contexte non-gaussien. Tout d'abord, le nom provient de *MLE-like* (pour Maximum Likelihood Estimators en anglais). Le principe de ces estimateurs est de minimiser une fonction de coût spécifique conçue pour gérer la présence d'observations *outliers*. En effet, l'ensemble des estimateurs est fondé sur la minimisation d'une fonction de coût dépendant du paramètre inconnu et des observations. Les M-estimateurs ont été récemment appliqués dans le domaine de la navigation GNSS [Gao 90], [Yand 01] et [Chan 04].

Le principe des M-estimateurs est, qu'en termes d'estimation, il peut s'avérer meilleur de pondérer judicieusement les observations plutôt que de les supprimer complètement. De plus, en présence de peu de mesures, il est nécessaire de ne pas écarter des mesures présentant des *outliers* afin de garantir la résolution du problème d'estimation.

Ainsi, l'obtention d'un M-estimateur amène donc à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\mu} \sum_{i=1}^n \rho(\mathbf{x}_i - \mu) \quad (6.31)$$

où ρ est une fonction de coût non-négative construite de façon à gérer les réalisations *outliers*. Lorsque les observations \mathbf{x}_i obéissent au modèle idéal, la fonction ρ se comporte comme le carré du résidu. En revanche, celle-ci croît moins rapidement qu'une fonction quadratique lorsque l'amplitude des résidus augmente.

Le M-estimateur associé à ce problème d'estimation est obtenu comme suit :

$$\hat{\mu} = \operatorname{argmin}_{\mu} \sum_{i=1}^n \rho(\mathbf{x}_i - \mu). \quad (6.32)$$

Nous définissons le vecteur des résidus $\mathbf{e} = [e_1, \dots, e_n]^T$ dont la $i^{\text{ème}}$ composante est exprimée comme suit :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{x}_i - \hat{\mu}. \quad (6.33)$$

Dans le cas d'un estimateur moindres carrés, la fonction de coût à minimiser est une fonction quadratique. Ainsi, cet estimateur est un cas spécial d'un M-estimateur où la fonction de coût à minimiser est :

$$\rho(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^2. \quad (6.34)$$

Nous présentons ici quelques fonctions de coût classiquement utilisées pour l'estimation robuste de paramètres :

– Huber [Hube 64]

$$\rho(\mathbf{e}_i) = \begin{cases} \frac{\mathbf{e}_i^2}{2} & \text{si } |\mathbf{e}_i| \leq c, \\ c|\mathbf{e}_i| - \frac{c^2}{2} & \text{si } |\mathbf{e}_i| > c, \end{cases} \quad (6.35)$$

– Hampel

$$\rho(\mathbf{e}_i) = \begin{cases} \frac{\mathbf{e}_i^2}{2} & \text{si } |\mathbf{e}_i| \leq a, \\ a|\mathbf{e}_i| - \frac{a^2}{2} & \text{si } a < |\mathbf{e}_i| \leq b, \\ \frac{a}{2}(b+c) - \frac{a^2}{2} + \frac{a}{2} \frac{(|\mathbf{e}_i| - c)^2}{b-c} & \text{si } b < |\mathbf{e}_i| \leq c, \\ \frac{a}{2}(b+c) - \frac{a^2}{2} & \text{si } |\mathbf{e}_i| > c, \end{cases} \quad (6.36)$$

– Tukey

$$\rho(\mathbf{e}_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left[1 - \left(1 - \frac{\mathbf{e}_i^2}{c^2} \right)^3 \right] & \text{si } |\mathbf{e}_i| \leq c, \\ \frac{c^2}{6} & \text{si } |\mathbf{e}_i| > c, \end{cases} \quad (6.37)$$

où a , b et c sont des paramètres de forme.

La résolution du problème d'optimisation de l'équation (6.31) fait intervenir la dérivée de la fonction de coût ρ par rapport au paramètre μ . Ainsi, l'estimateur du paramètre μ est déduit en résolvant l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial \mu} \frac{\partial \rho(\mathbf{e}_i)}{\partial \mathbf{e}_i} = 0, \quad (6.38)$$

$$\sum_{i=1}^n \psi(\mathbf{e}_i) = 0, \quad (6.39)$$

avec $\psi(\mathbf{e}_i) = \frac{\partial \rho(\mathbf{e}_i)}{\partial \mathbf{e}_i}$ et $\frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial \mu} = 1$ dans notre cas. La fonction ψ est appelée *fonction d'influence*.

Les fonctions d'influence associées aux équations (6.35-6.37) sont :

– Huber

$$\psi(\mathbf{e}_i) = \begin{cases} \mathbf{e}_i & \text{si } |\mathbf{e}_i| \leq c, \\ c \operatorname{sgn}(\mathbf{e}_i) & \text{si } |\mathbf{e}_i| > c, \end{cases} \quad (6.40)$$

où $\operatorname{sgn}(a)$ désigne l'opérateur qui retourne le signe de a .

– Hampel

$$\psi(\mathbf{e}_i) = \begin{cases} \mathbf{e}_i & \text{si } |\mathbf{e}_i| \leq a, \\ a \operatorname{sgn}(\mathbf{e}_i) & \text{si } a < |\mathbf{e}_i| \leq b, \\ a \operatorname{sgn}(\mathbf{e}_i) \frac{c-|\mathbf{e}_i|}{c-b} & \text{si } b < |\mathbf{e}_i| \leq c, \\ 0 & \text{si } |\mathbf{e}_i| > c, \end{cases} \quad (6.41)$$

– Tukey

$$\psi(\mathbf{e}_i) = \begin{cases} \mathbf{e}_i \left(1 - \frac{\mathbf{e}_i^2}{c^2}\right)^2 & \text{si } |\mathbf{e}_i| \leq c, \\ 0 & \text{si } |\mathbf{e}_i| > c. \end{cases} \quad (6.42)$$

Une autre façon de voir les M-estimateurs est de les considérer comme une moyenne pondérée. Ainsi, il s'agit de trouver les poids, notés W_i associés à chaque observation \mathbf{x}_i pour $i \in [1, n]$, qui minimisent l'équation (6.39). Il est en effet possible de réécrire l'équation (6.39) comme suit :

$$\sum_{i=1}^n W_i \mathbf{e}_i = 0, \quad (6.43)$$

$$\text{avec } W_i = \frac{\psi(\mathbf{e}_i)}{\mathbf{e}_i}.$$

Une estimation du paramètre μ est alors obtenue comme suit :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n W_i} \sum_{i=1}^n W_i \mathbf{x}_i. \quad (6.44)$$

Notons que la résolution de l'équation (6.43) n'est pas triviale dans la mesure où les poids sont dépendants du vecteur des résidus \mathbf{e} et donc du paramètre recherché μ . Ainsi, ce problème d'optimisation est classiquement résolu par des résolutions numériques itératives. En effet, l'équation (6.43) peut être résolue par des approches itératives de type moindres carrés pondérés (IRLS pour Iterative Reweighted Least Square en anglais). L'objectif de cette technique d'optimisation est de trouver le jeu de poids correspondant à la minimisation (jusqu'à un certain critère) de l'équation (6.43).

La figure 6.10 montre les fonctions de coût (en bleu), les fonctions d'influence (en rouge) ainsi que les fonctions de pondération W_i (en vert) associées aux estimateurs Huber (colonne de gauche), Hampel (colonne du centre) et Tukey (colonne de droite) pour les paramètres de forme suivants : $a = 2$, $b = 10$ et $c = 20$.

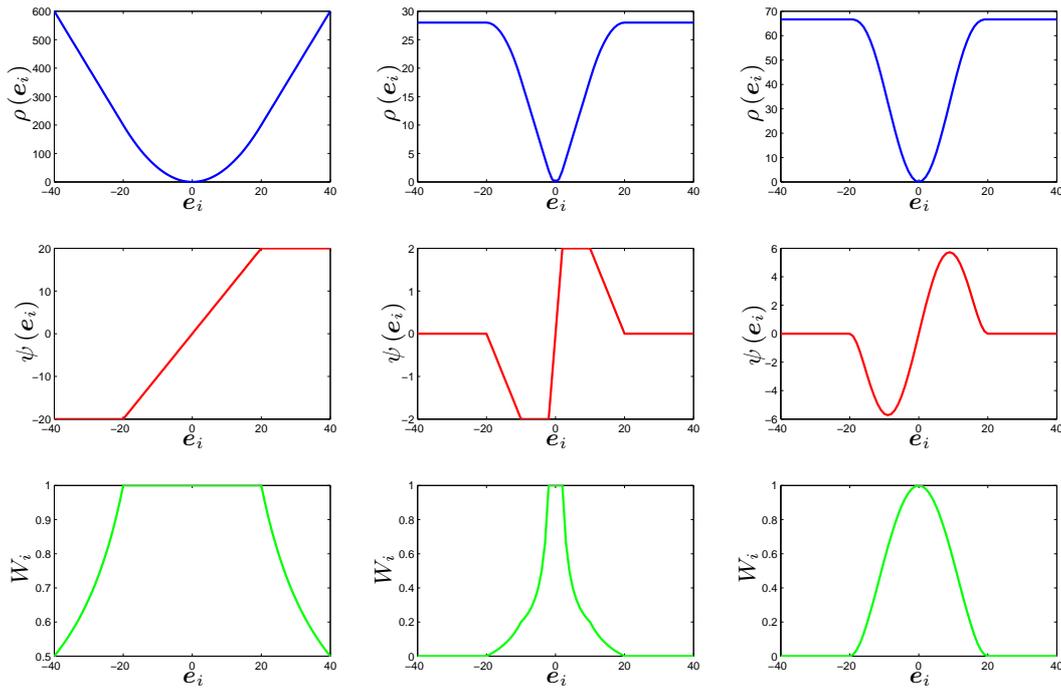


Figure 6.10 – Les fonctions de coût, d’influence et de pondération d’Huber (à gauche), d’Hampel (au centre) et de Tukey (à droite).

En analysant les fonctions de pondération, nous constatons que les zones correspondant à un comportement de type quadratique (lorsque les poids valent 1) sont réglables par un des paramètres de forme des fonctions d’Huber et d’Hampel. En revanche, cette zone est très petite et non réglable pour les fonctions de Tukey.

Les poids des fonctions d’Hampel et de Tukey atteignent 0 pour des valeurs de grande amplitude de e_i , ce qui équivaut à ne pas considérer e_i dans le procédé d’estimation. Au contraire, les poids de la fonction d’Huber sont strictement supérieurs à 0 quel que soit e_i . Plus précisément, le comportement des poids d’Huber est de type c/e_i pour les grandes valeurs de e_i .

Enfin, les trois paramètres de forme de la fonction d’Hampel autorisent deux zones de décroissance de pente différente ce qui la rend plus flexible comparée aux fonctions d’Huber et d’Hampel.

La mise en œuvre d’un L-estimateur est difficile lorsque le paramètre n’est pas observé directement. Nous proposons donc de mettre à profit les techniques de M-estimation pour rendre le MSF GLR présenté dans le chapitre 4 robuste à la présence d’*outliers*.

6.3.3 Mise en œuvre de l’algorithme Robust MSF GLR

Les réalisations *outliers* dégradent l’algorithme d’estimation de position et l’algorithme MSF GLR à trois niveaux :

- pour l’estimation de la solution de navigation,
- pour l’estimation des biais sur les mesures,
- pour le test de détection.

Nous proposons un algorithme qui permet de pallier ces trois problèmes. Tout d’abord, l’effet des réalisations *outliers* sur la solution de navigation est atténué via l’utilisation d’un M-estimateur. La méthode est présentée dans la première partie. Ensuite, nous détaillons une estimation robuste

du vecteur de biais dans l'architecture MSF GLR proposée. En effet, dans une architecture GLR, l'estimation du vecteur de biais est classiquement effectuée par un moindres carrés en tirant profit de l'accumulation des mesures satellitaires au cours du temps. Comme précédemment, nous considérons ici que la fenêtre d'analyse du GLR est de taille L . L'estimation par moindres carrés n'est pas une estimation robuste vis-à-vis des réalisations de bruit *outliers*. Ainsi, en considérant que la pseudo-distance i présente une réalisation *outlier* à l'instant l sur la fenêtre d'analyse du GLR (avec $t-L+1 \leq l \leq t$), l'estimation par moindres carrés du biais associé à la mesure i est biaisée et a tendance à prendre une valeur forte. Cette forte amplitude risque d'entraîner un dépassement du seuil de décision au niveau du test de détection et résulter ainsi en une fausse détection. Celle-ci peut entraîner une exclusion du satellite associé, ce qui n'est pas souhaitable dans la mesure où le satellite ne délivre pas réellement des informations erronées. De plus, si plusieurs pseudo-distances sont affectées par des réalisations *outliers* et que le système exclut ces mesures, le nombre de pseudo-distances pour résoudre le problème de positionnement peut ne pas être suffisant. Finalement, un procédé de détection robuste est détaillé dans une troisième partie. L'algorithme est alors dénommé « Robust MSF GLR ».

6.3.3.1 La compensation des *outliers*

Dans un premier temps nous présentons une méthode qui permet de réduire l'impact des réalisations *outliers* sur la solution de navigation. Le problème de la non-gaussianité du bruit de mesure GNSS a été traité dans la littérature. Les travaux de thèse de Viandier introduisent notamment une modélisation non-paramétrique fondée sur les mélanges de processus de Dirichlet [Vian 11]. La distribution du bruit de mesure peut également être modélisée par des distributions dites *alpha-stable*. Ces distributions sont une généralisation des distributions gaussiennes dont les paramètres sont estimés par filtrage particulière dans un contexte de communications numériques dans [Jaou 11]. Néanmoins, ces deux approches présentent l'inconvénient d'une charge de calcul importante du fait de l'utilisation du filtrage particulière afin d'estimer les paramètres de la distribution réelle du bruit de mesure.

Alternativement, la gestion de réalisations *outliers* du bruit de mesure GPS par M-estimateurs a déjà été traitée dans un contexte RAIM [Gao 90]. De plus, une pondération des mesures GPS fondée sur un M-estimateur a également été proposée au sein d'un filtre de Kalman [Rao 04]. Néanmoins, cet algorithme ne permet pas de contrôler l'intégrité du système. Dans ces deux publications, la fonction de coût à minimiser est la suivante :

$$\rho(e_i) = \begin{cases} \frac{e_i^2}{2} & \text{si } |e_i| \leq b, \\ b|e_i| - \frac{b^2}{2} & \text{si } b \leq |e_i| \leq c, \\ \frac{-bc}{2} \exp\left(1 - \frac{e_i^2}{c^2}\right) + 3\frac{bc}{2} - \frac{b^2}{2} & \text{si } |e_i| > c, \end{cases} \quad (6.45)$$

où b et c sont des paramètres de forme à déterminer selon l'application. Nous reviendrons sur leurs valeurs dans la partie 6.3.4.

Dans [Rao 04], la fonction de coût (6.45) est utilisée pour pondérer les innovations du filtre de Kalman en fonction de leurs amplitudes.

La fonction de coût (6.45) proposée par [Gao 90] satisfait les critères suivants :

- une estimation précise (similaire à celle des moindres carrés) des paramètres inconnus en l'absence d'*outliers*,
- les dégradations de faible amplitude induisent une faible erreur sur la solution et leurs effets peuvent être majorés,
- les dégradations de forte amplitude (au delà d'un certain seuil) n'affectent pas la solution.

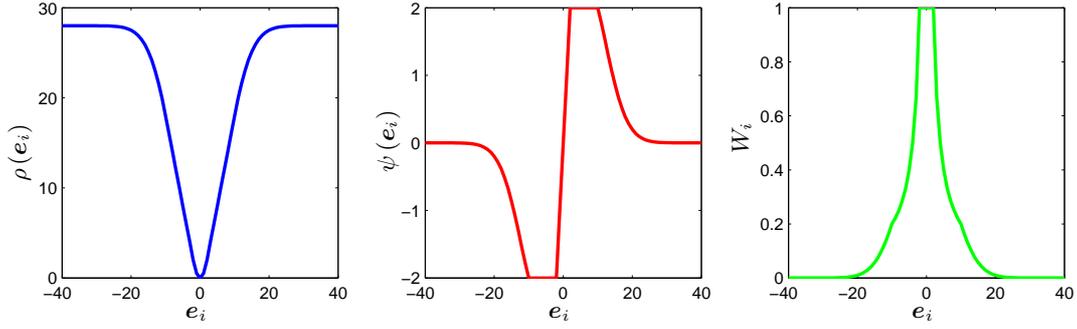


Figure 6.11 – Les fonctions de coût, d’influence et de pondération adoptées [Gao 90].

La fonction d’influence correspondant à la fonction de coût (6.45) est alors définie comme suit :

$$\psi(e_i) = \begin{cases} e_i & \text{si } |e_i| \leq b, \\ b \operatorname{sgn}(e_i) & \text{si } b \leq |e_i| \leq c, \\ e_i (b/c) \exp\left(1 - \frac{e_i^2}{c^2}\right) & \text{si } |e_i| > c. \end{cases} \quad (6.46)$$

La figure 6.11 représente les fonctions de coût et d’influence fournies par les équations (6.45-6.46) ainsi que la fonction de pondération pour des seuils $b = 2$ et $c = 10$.

En observant la fonction d’influence d’Hampel donnée par la figure 6.10, nous pouvons voir qu’au delà d’un certain seuil, la mesure associée est écartée et non utilisée pour l’estimation des paramètres. En revanche, la fonction d’influence proposée dans [Gao 90] présente une décroissance continue pour les valeurs fortes. Dans notre contexte, il est crucial de conserver un nombre suffisant de mesures pour résoudre le problème de positionnement. Ainsi, cette caractéristique de la fonction d’influence de [Gao 90] est intéressante dans le but de ne pas rejeter complètement les mesures présentant de fortes dégradations dues à des réalisations *outliers*.

Ainsi, nous procédons, de manière similaire à ce qui est présenté dans [Rao 04], à une pondération des innovations de l’EKF fondée sur un M-estimateur. De ce fait, à partir de la fonction d’influence définie par l’équation (6.46), les innovations sont multipliées par une matrice de pondération, notée D_t à l’instant t , comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{z}}_t &= D_t \tilde{\mathbf{z}}_t, & (6.47) \\ \text{avec } D_t &= \operatorname{diag}(D_{1,t}, \dots, D_{N,t}), \\ \text{où } D_{i,t} &= \frac{\psi(\tilde{z}_{i,t})}{\tilde{z}_{i,t}}. \end{aligned}$$

Dans [Rao 04], une approximation de la matrice de covariance associée à $\tilde{\mathbf{z}}_t$ est proposée :

$$\mathbf{S}_t = H_t P_t^- H_t^T + D_t R_t D_t^T. \quad (6.48)$$

Il est à noter que les équations (6.47-6.48) interviennent dans l’étape de mise à jour de l’EKF en remplaçant les innovations, notées $\tilde{\mathbf{z}}_t$, et la matrice de covariance, notée \mathbf{S}_t , respectivement. Ainsi, l’estimation *a posteriori* du vecteur d’état à l’instant t s’écrit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_t^+ = \widehat{\mathbf{X}}_t^- + K_t \tilde{\mathbf{z}}_t, \quad (6.49)$$

$$= \widehat{\mathbf{X}}_t^- + K_t D_t \tilde{\mathbf{z}}_t. \quad (6.50)$$

Notons que les innovations sont doublement pondérées. D’une part, elles sont classiquement pondérées par le gain de Kalman K_t qui traduit l’incertitude sur chaque innovation en fonction de la variance nominale du bruit de mesure. D’autre part, la matrice D_t pondère les innovations en fonction

des valeurs réelles prises par les innovations.

L'algorithme présenté dans [Rao 04] est donc robuste aux réalisations *outliers*. Néanmoins, il ne permet pas la détection des mesures défaillantes car il atténue leur impact sur la solution de navigation.

Nous présentons dans la partie suivante la stratégie de détection proposée. Elle est fondée entre autres sur une estimation de l'amplitude des pannes robuste à la présence d'*outliers* qui est tout d'abord détaillée.

6.3.3.2 Estimation robuste du biais

Nous proposons de remplacer l'estimation du biais par moindres carrés par une estimation robuste aux *outliers*.

Dans notre contexte, N biais sont à évaluer (un par pseudo-distance). Pour chaque mesure i , il est nécessaire d'accumuler un nombre suffisant d'échantillons afin d'estimer le biais et d'écarter les réalisations *outliers* du bruit de mesure. L'algorithme GLR, accumulant les observations au cours du temps, est bien adapté à cette approche.

De plus, nous choisissons d'utiliser l'architecture MSF GLR (voir chapitre 4) dont la modélisation du biais sur la mesure i est :

$$\mathbf{b}_{i,t} = \boldsymbol{\alpha}_i + (t - k)\boldsymbol{\beta}_i, \quad (6.51)$$

où k est l'instant d'apparition du biais avec $k \leq t$.

Nous rappelons que ce biais perturbe les innovations linéairement :

$$\tilde{\mathbf{z}}_t[k] = (\Phi_t[k])^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{z}}_t, \quad (6.52)$$

$$\text{avec } (\Phi_t[k])^T = [\phi_{\alpha,t}^T[k], \phi_{\beta,t}^T[k]], \quad (6.53)$$

où $\phi_{\alpha,t}^T[k]$ et $\phi_{\beta,t}^T[k]$ sont les matrices de régression du MSF GLR tenant compte de la compensation des pannes sur la solution de navigation présentée dans la partie précédente. Elles s'expriment en fonction de $\mu_{\alpha,t}[k]$, $\mu_{\beta,t}[k]$ et des matrices de pondération $\{D_i\}_{i \in [k,t]}$ de l'équation (6.47) comme suit :

$$\phi_{\alpha,t}^T[k] = \mathbf{I} - H_t A_t \mu_{\alpha,t-1}[k], \quad (6.54)$$

$$\phi_{\beta,t}^T[k] = \mathbf{I}(t - k) - H_t A_t \mu_{\beta,t-1}[k], \quad (6.55)$$

$$\mu_{\alpha,t}[k] = A_t \mu_{\alpha,t-1}[k] + K_t D_t \phi_{\alpha,t}^T[k], \quad (6.56)$$

$$\mu_{\beta,t}[k] = A_t \mu_{\beta,t-1}[k] + K_t D_t \phi_{\beta,t}^T[k]. \quad (6.57)$$

En ce qui concerne l'initialisation de ces matrices, elle se fait comme suit :

$$\phi_{\alpha,k}^T[k] = \mathbf{I}, \mu_{\alpha,k-1}[k] = [0], \phi_{\beta,k}^T[k] = [0], \mu_{\beta,k-1}[k] = [0],$$

avec $[0]$ une matrice de zéros de taille $N_x \times N$ pour $\mu_{\alpha,k-1}[k]$ et $\mu_{\beta,k-1}[k]$ et de taille $N \times N$ pour $\phi_{\beta,k}^T[k]$, avec N_x la taille du vecteur d'état.

Classiquement dans un test de type GLR, l'estimation des paramètres inconnus est de type moindres carrés et est effectuée à partir de la séquence des innovations du filtre de Kalman $\tilde{\mathbf{z}}_{t-L+1:t}$. Au contraire, notre objectif est d'utiliser une estimation robuste du biais afin de distinguer les réalisations *outliers* des pannes.

Nous choisissons une approche robuste de type M-estimateur fondé sur une fonction de coût robuste aux *outliers*. Cette technique nous permet notamment d'estimer des biais évoluant dans le temps. Comme précédemment pour le procédé de compensation, nous choisissons les fonctions de coût et d'influence définies par les équations (6.45-6.46) qui possèdent notamment la caractéristique de ne pas

rejeter complètement les mesures présentant de fortes dégradations dues à des réalisations *outliers*.

Nous définissons alors le vecteur de résidus suivant pour $i \in [1, N]$, $j \in [k, t]$ et $k \in [t - L + 1, t]$:

$$\mathbf{e}_{i,j} = \tilde{\mathbf{z}}_{i,j}[k] - (\Phi_{i,j}[k])^T \boldsymbol{\nu}, \quad (6.58)$$

$$\text{avec } \boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}, \quad (6.59)$$

où $\boldsymbol{\nu}$ est le vecteur concaténant les coefficients polynomiaux décrivant le biais sur chaque mesure et $\Phi_{i,j}[k]$ désigne la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $\Phi_j[k]$. Par souci de simplification, nous ne spécifions pas explicitement la dépendance de $\mathbf{e}_{i,j}$ à l'instant d'apparition supposé k . De plus, nous introduisons les notations suivantes : $\mathbf{e}_j = [\mathbf{e}_{1,j}, \dots, \mathbf{e}_{N,j}]^T$ et $\mathbf{e}_{k:t} = [\mathbf{e}_k^T, \dots, \mathbf{e}_t^T]^T$.

Notons que les innovations considérées ici sont les innovations non pondérées. De ce fait, les pannes sont visibles sur le vecteur de mesure à chaque instant bien que leurs effets soient compensés sur la solution de navigation. Nous reviendrons plus en détails sur cette remarque.

De manière similaire à l'équation (6.32), l'estimé $\hat{\boldsymbol{\nu}}[k]$ pour $k \in [t - L + 1, t]$ est alors obtenu comme suit :

$$\hat{\boldsymbol{\nu}}[k] = \underset{\boldsymbol{\nu}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N \sum_{j=k}^t \rho(\mathbf{e}_{i,j}), \quad (6.60)$$

où ρ est la fonction de coût à minimiser qui dans le cas des moindres carrés est quadratique, i.e., $\rho(\mathbf{e}_{i,j}) = \mathbf{e}_{i,j}^2$.

Ainsi, l'obtention de l'estimé $\hat{\boldsymbol{\nu}}[k]$ amène à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=k}^t \Phi_{i,j}[k] W_{i,j} \mathbf{e}_{i,j} = 0, \quad (6.61)$$

avec $W_{i,j} = \frac{\psi(\mathbf{e}_{i,j})}{\mathbf{e}_{i,j}}$ et $\psi(\mathbf{e}_{i,j}) = \frac{\partial \rho(\mathbf{e}_{i,j})}{\partial \mathbf{e}_{i,j}}$.

Nous appliquons la méthode itérative IRLS pour résoudre ce problème [Duro 99] [Chan 05]. Ainsi, la solution est obtenue à l'itération $s + 1$ comme suit :

$$\hat{\boldsymbol{\nu}}^{(s+1)}[k] = \left(\Phi_{k:t} W^{(s)} \Phi_{k:t}^T \right)^{-1} \Phi_{k:t} W^{(s)} \tilde{\mathbf{z}}_{k:t}[k], \quad (6.62)$$

$$\text{avec } W^{(s)} = \operatorname{diag} \left(W_{1,k}^{(s)}, \dots, W_{N,k}^{(s)}, \dots, W_{1,t}^{(s)}, \dots, W_{N,t}^{(s)} \right),$$

$$\text{et } W_{i,j}^{(s)} = \frac{\psi(\mathbf{e}_{i,j}^{(s)})}{\mathbf{e}_{i,j}^{(s)}},$$

où $\Phi_{k:t}[k] = [\Phi_k[k], \dots, \Phi_t[k]]$ et $\tilde{\mathbf{z}}_{k:t}[k] = [\tilde{\mathbf{z}}_k^T[k], \dots, \tilde{\mathbf{z}}_t^T[k]]^T$.

La procédure itérative pour l'obtention de $\hat{\boldsymbol{\nu}}[k]$ par M-estimateur est résumée par l'algorithme 7. Le critère d'arrêt de la procédure est fixé en fonction de la convergence de l'algorithme. Ainsi, l'algorithme s'arrête lorsque la différence entre les résidus de deux itérations consécutives est faible. Notons qu'en comparaison d'une estimation de type moindres carrés, la complexité calculatoire de l'approche par M-estimateur est augmentée d'un facteur \mathfrak{M} , avec \mathfrak{M} le nombre maximum d'itérations autorisé pour la convergence du M-estimateur. Le facteur \mathfrak{M} est en pratique introduit pour limiter la charge calculatoire. Cependant, en initialisant le vecteur $\hat{\boldsymbol{\nu}}^{(0)}[k]$ avec l'estimation de type moindres carrés, l'estimé fourni par le M-estimateur est plus précis quelle que soit la valeur de \mathfrak{M} .

Algorithme 7 Procédure IRLS d'estimation de $\hat{\boldsymbol{\nu}}[k]$

 $s \leftarrow 0$ Choisir une valeur initiale $\hat{\boldsymbol{\nu}}^{(s)}[k]$ **tant que** l'algorithme n'a pas convergé **et** $s < \mathfrak{M}$ **faire**Calculer les résidus d'estimation $\mathbf{e}_{k:t}^{(s)} = \tilde{\mathbf{z}}_{k:t}[k] - (\Phi_{k:t}[k])^T \boldsymbol{\nu}^{(s)}[k]$ Calculer itérativement le nouvel estimé $\hat{\boldsymbol{\nu}}^{(s+1)}[k]$ avec l'équation (6.62) $s \leftarrow s + 1$ **fin tant que** $\hat{\boldsymbol{\nu}}[k] \leftarrow \hat{\boldsymbol{\nu}}^{(s)}[k]$

L'effet des réalisations *outliers* a été atténué sur l'estimation du vecteur de biais. Néanmoins, les innovations peuvent être dégradées par des réalisations *outliers* entraînant une dégradation des performances du test de détection. Il est alors nécessaire de mettre en place une approche robuste pour ce dernier. La partie suivante est alors dédiée au procédé de détection mis en place dans le Robust MSF GLR.

6.3.3.3 Le procédé de détection

Nous proposons de réaliser l'étape de détection par la mise en place d'un test bayésien. Dans notre contexte, le test bayésien évalue la probabilité *a posteriori*, au vu des mesures, des hypothèses suivantes :

- \mathcal{H}_0 : absence de panne,
- \mathcal{H}_k : apparition à l'instant k d'une panne d'amplitude $\hat{\boldsymbol{\nu}}[k]$.

Nous exprimons alors les rapports de probabilités *a posteriori*, pour $k \in [t - l + 1, t]$ comme suit :

$$\mathcal{U}_t[k] = \frac{\Pr(\mathcal{H}_k, \hat{\boldsymbol{\nu}}[k] | \mathbf{Y}_{1:t})}{\Pr(\mathcal{H}_0 | \mathbf{Y}_{1:t})} \leq \frac{C_{k0} - C_{00}}{C_{0k} - C_{kk}}, \quad (6.63)$$

où C_{ij} est le coût associé au fait que le test sélectionne l'hypothèse \mathcal{H}_i alors que l'hypothèse \mathcal{H}_j est vraie.

En utilisant le théorème de Bayes, l'équation (6.63) peut être réécrite comme suit :

$$\mathcal{U}_t[k] = \frac{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \hat{\boldsymbol{\nu}}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:k-1})} \times \frac{\Pr(\mathcal{H}_k)}{\Pr(\mathcal{H}_0)}, \quad (6.64)$$

où $\Pr(\mathcal{H}_0)$ et $\Pr(\mathcal{H}_k)$ désignent les probabilités *a priori* de l'hypothèse \mathcal{H}_0 et de l'hypothèse \mathcal{H}_k , respectivement.

Le logarithme du rapport associé au terme de gauche de l'équation (6.64) et à l'hypothèse \mathcal{H}_k pour $k \in [t - l + 1, t]$ est exprimé comme suit :

$$T_t[k] = 2 \log \frac{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_k, \hat{\boldsymbol{\nu}}[k], \mathbf{Y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{Y}_{k:t} | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:k-1})}. \quad (6.65)$$

Comme précédemment, $T_t[k]$ est appelé « rapport de probabilités *a posteriori* ».

Le vecteur $\boldsymbol{\nu}$ modélisant les biais sur les pseudo-distances est estimé de manière robuste. Les estimations robustes nécessitent un certain nombre d'échantillons suivant une même loi afin d'identifier les réalisations *outliers*. Ainsi, il est nécessaire de limiter la recherche sur la fenêtre d'analyse pour collecter suffisamment de mesures satellitaires. En ce sens, les hypothèses de panne considérées sont restreintes de $t - L + 1$ à $t - L/2$, en considérant L pair. Il est à noter que cette accumulation de mesures entraîne un retard dans la détection de panne mais qui n'a pas d'impact sur la solution de

navigation grâce au procédé de compensation. La variable de test est alors définie comme le maximum des rapports de probabilités *a posteriori* :

$$T_t = \max_{k \in [t-L+1, t-L/2]} T_t[k]. \quad (6.66)$$

La règle de décision suivante est alors mise en place :

$$\begin{cases} T_t < T_d & \rightarrow \text{absence de panne,} \\ T_t \geq T_d & \rightarrow \text{détection de panne,} \end{cases} \quad (6.67)$$

où T_d est le seuil de décision défini comme suit :

$$T_d = 2 \log \frac{(C_{k0} - C_{00}) \Pr(\mathcal{H}_0)}{(C_{0k} - C_{kk}) \Pr(\mathcal{H}_k)}, \quad (6.68)$$

$$= 2 \log \frac{C_{k0}}{C_{0k}} + 2 \log \frac{\Pr(\mathcal{H}_0)}{\Pr(\mathcal{H}_k)}. \quad (6.69)$$

Notons que l'équation (6.69) est obtenue en considérant que les coûts C_{00} et C_{kk} correspondant à une décision correcte du test sont nuls.

Pour l'algorithme Robust MSF GLR, nous souhaitons pénaliser l'évènement où le test indique une anomalie en absence de panne par rapport à l'évènement où le test ne détecte pas de panne en présence de panne. Ce choix est guidé par le fait que les effets des *outliers* sur la solution de navigation sont atténués par la pondération des innovations.

De manière similaire au GLR, l'instant d'apparition peut être estimé lorsque la variable de test T_t dépasse le seuil T_d :

$$\hat{k} = \operatorname{argmax}_{k \in [t-L+1, t-L/2]} T_t[k]. \quad (6.70)$$

Il est à noter que les rapports de probabilités *a posteriori* $T_t[k]$ de l'équation (6.64) sont calculés à partir de la suite d'innovations non pondérées, notée $\tilde{z}_{k:t}$. Ainsi, la propagation des réalisations *outliers* sur ces innovations est en partie compensée par la pondération présentée dans la partie 6.3.3.1. Il en est de même pour les pannes. Néanmoins, celles-ci sont visibles et détectables pour chaque instant de la fenêtre d'analyse via le vecteur des mesures reçues. Rappelons que les innovations à l'instant t sont la différence entre les mesures reçues et celles prédites :

$$\tilde{z}_t = \mathbf{Y}_t - H_t \widehat{\mathbf{X}}_t. \quad (6.71)$$

La compensation de la panne par la suite des matrices de pondération $\{D_k, \dots, D_t\}$ issue du M-estimateur réduit alors l'impact des pannes sur le terme $H_t \widehat{\mathbf{X}}_t$. En revanche, le cas échéant, les biais sont présents sur le vecteur de mesure \mathbf{Y}_t . De ce fait, la détection est possible tout en compensant l'effet des dégradations sur la solution de navigation.

Les réalisations *outliers* sont également présentes à chaque instant de la fenêtre d'analyse à travers le vecteur de mesure \mathbf{Y}_t . Le rapport de probabilités *a posteriori* est calculé sous l'hypothèse d'une variance nominale et ne prend pas en compte la contamination due à la présence d'*outliers*. Dans ce cas, la variance est sous-estimée par rapport à sa valeur réelle. Ainsi, les rapports de probabilités *a posteriori* ne sont pas robustes aux *outliers* présents. Des approches robustes ont donc été développées. Parmi celles-ci, nous considérons le rapport de probabilités *a posteriori* dit *minimax*. La stratégie minimax repose sur la maximisation des gains potentiels et la minimisation des pertes. Dans notre cas, les pertes traduisent le fait que le rapport de probabilités *a posteriori* considère, qu'en présence d'*outliers*, les variables aléatoires suivent une loi conditionnée à l'hypothèse \mathcal{H}_k alors qu'en réalité, elles suivent la loi conditionnée à l'hypothèse \mathcal{H}_0 , et inversement. Les gains potentiels représentent les cas où l'hypothèse correcte est sélectionnée. Le lecteur peut se référer à [Hube 09] pour plus de détails.

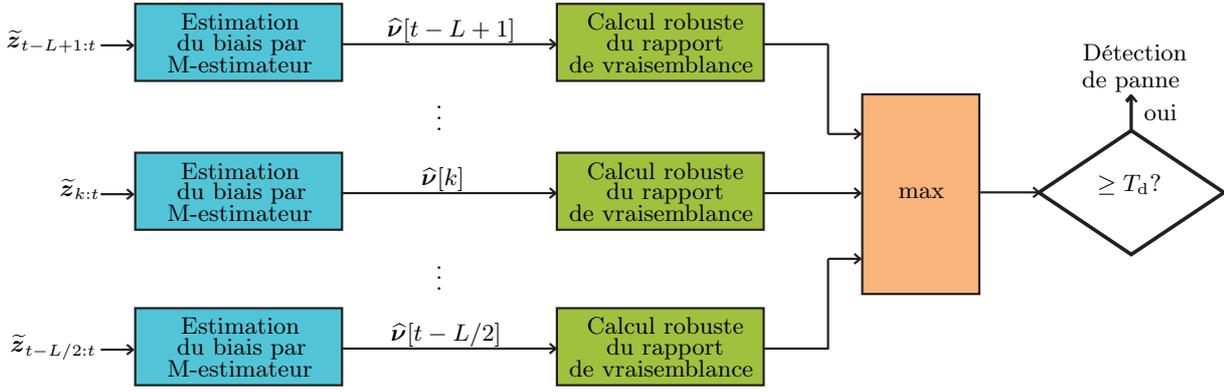


Figure 6.12 – Procédé de détection de l’algorithme Robust MSF GLR.

Ainsi, le rapport de probabilités *a posteriori* à l’instant l avec $l \in [k, t]$ est remplacé par une version robuste définie pour $d < e$ comme suit :

$$2 \log \frac{p(\mathbf{Y}_l | \mathcal{H}_k, \hat{\mathbf{v}}[k], \mathbf{Y}_{1:l-1})}{p(\mathbf{Y}_l | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:l-1})} = \tilde{r}(\mathbf{Y}_l), \quad (6.72)$$

$$\text{avec } \tilde{r}(\mathbf{Y}_l) = \begin{cases} d & \text{si } r(\mathbf{Y}_l) \leq d, \\ r(\mathbf{Y}_l) & \text{si } d < r(\mathbf{Y}_l) < e, \\ e & \text{si } r(\mathbf{Y}_l) \geq e, \end{cases} \quad (6.73)$$

$$\text{où } r(\mathbf{Y}_l) = 2 \log \frac{p(\mathbf{Y}_l | \mathcal{H}_k, \hat{\mathbf{v}}[k], \mathbf{Y}_{1:l-1})}{p(\mathbf{Y}_l | \mathcal{H}_0, \mathbf{Y}_{1:l-1})}.$$

La dénomination *minimax* vient du fait que l’expression (6.73) peut également s’écrire sous la forme suivante :

$$\tilde{r}(\mathbf{Y}_l) = \max [d, \min (e, r(\mathbf{Y}_l))]. \quad (6.74)$$

Le terme $\tilde{r}(\mathbf{Y}_l)$ réalise alors un seuillage du rapport de probabilités *a posteriori* $r(\mathbf{Y}_l)$ pour $l \in [k, t]$.

Dans notre cas, la présence d’*outliers* sur une mesure tend à diminuer le rapport de probabilités *a posteriori* associé. En effet, l’estimation du biais étant calculée de manière robuste, elle est peu sensible aux mesures *outliers*. Ainsi, le rapport de probabilité *a posteriori* associé à des mesures entachées d’*outliers* décroît car celles-ci ne sont pas cohérentes avec l’estimation robuste du biais. De ce fait, nous définissons un seuil minimum pour ne pas pénaliser les rapports de probabilités *a posteriori* en présence d’*outliers* sur la fenêtre d’analyse. Nous choisissons donc $d = 0$. Notons que ce seuil est associé à $r(\mathbf{Y}_l)$, soit le logarithme du rapport de probabilités *a posteriori* qui peut présenter des valeurs négatives. En ce qui concerne le seuil e , il n’est pas utile dans notre cas.

La figure 6.12 illustre le procédé de détection de l’algorithme Robust MSF GLR.

Procédé d’identification de pannes

En ce qui concerne le procédé d’identification, nous utilisons celui présenté dans l’algorithme MSF GLR dans la partie 4.3.2. Ainsi, une fois la détection de panne effectuée, la pré-sélection des mesures potentiellement défailtantes est réalisée à partir de l’estimation robuste des biais. Le procédé d’identification des mesures défailtantes est ensuite activé. Celui-ci est également fondé sur une estimation robuste du biais ainsi que la stratégie minimax du même type que pour le procédé de détection.

Il est à noter que les matrices $\mu_{\alpha,t}[k]$ et $\mu_{\beta,t}[k]$ des équations (6.56-6.57) ne sont calculées que pour obtenir les matrices $\phi_{\alpha,t}^T[k]$ et $\phi_{\beta,t}^T[k]$. En effet, compte tenu de la compensation des pannes sur la solution de navigation par la pondération des innovations, nous ne procédons pas à la correction de la solution de navigation après détection et exclusion des mesures défailtantes.

6.3.4 Résultats

6.3.4.1 Paramètres des simulations

Nous présentons dans cette partie les paramètres de simulations associés à l'algorithme Robust MSF GLR. Comme préalablement, nous considérons la trajectoire et les spécifications capteur défini par **Traj. APV-I** présenté dans la partie 3.4.1. De plus, les amplitudes de panne sont celles définies par les configurations C.1 à C.6 du **Scénario Panne DO229D**, présenté dans cette même partie excepté que les résultats sont obtenus en moyennant les résultats sur 25 *runs*.

Caractéristiques de la trajectoire	
Phase de vol	APV I
Durée du vol	832 s
Caractéristiques des signaux GNSS	
Signaux utilisés	GPS II (L1-L5)/ Galileo (E1-E5b)
Bruit de mesure	décorrélé
Fréquence	1 Hz
Angle de masquage	5 ° pour GPS et 10 ° Galileo
Nombre de canaux du récepteur	8 pour GPS et 8 pour Galileo
Caractéristiques de l'INS	
Type de centrale inertielle	à composants liés
Fréquence	100 Hz
\mathbf{b}_{a0} (Biais initial des accéléromètres)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx 500\mu\text{g}$
σ_{wa} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_a)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8\mu\text{g}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{ba} (Ecart-type du bruit de mesure des accéléromètres)	$5.10^{-3} \text{ m/s}^{(3/2)} \approx 8\mu\text{g}\sqrt{\text{h}}$
\mathbf{b}_{g0} (Biais initial des gyromètres)	$5.10^{-7} \text{ rad/s} \approx 0,1^\circ/\text{h}$
σ_{wg} (Ecart-type de la marche aléatoire des \mathbf{b}_g)	$5.10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\text{h}/\sqrt{\text{h}}$
σ_{bg} (Ecart-type du bruit de mesure des gyromètres)	$5.10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{s}} \approx 0,1^\circ/\sqrt{\text{h}}$
Architecture d'hybridation	serrée en boucle ouverte
Caractéristiques de l'algorithme Robust MSF GLR	
Taille de la fenêtre L	30 s
Nombre maximal de pannes simultanées	$K_p = 2$
Nombre de mesures pré-sélectionnées	$M = 3$
Nombre d'itérations maximum autorisé pour le M-estimateur	$\mathfrak{M} = 50$
Seuils de la fonction d'influence du M-estimateur	$b = 3\sqrt{S_t(i, i)}$ et $c = 5\sqrt{S_t(i, i)}$
Seuils du test minimax	$d = 0$ et $e = +\infty$
$2 \log \frac{C_{k0}}{C_{0k}}$ du test bayésien	300

Tableau 6.4 – Paramètres de simulation pour l'algorithme Robust MSF GLR.

Les paramètres de simulations ainsi que ceux de l'algorithme Robust MSF GLR sont résumés dans le tableau 6.4. Les paramètres K_p et M sont choisis identiquement à ceux du MSF GLR. En revanche, la taille de la fenêtre d'analyse est ici choisie égale à 30 s. Ce choix est guidé par le fait qu'il est nécessaire de collecter assez de mesures afin de distinguer les mesures *outliers* des mesures défaillantes. Afin de conserver une charge de calcul fixe, nous limitons le nombre d'itérations du M-estimateur à 50. Les seuils de la fonction d'influence du M-estimateur permettant la compensation des dégradations sur la solution de navigation ainsi que l'estimation des biais sont définis de manière adaptative. En effet, le premier seuil, noté b , est fixé à $3\sqrt{S_t(i, i)}$, où $\sqrt{S_t(i, i)}$ représente l'écart-type de l'innovation i à l'instant t . Le second seuil, noté c , est fixé à $5\sqrt{S_t(i, i)}$. Les seuils du test minimax d et e sont, comme évoqué précédemment, fixés à 0 et $+\infty$, respectivement. Le coefficient $2 \log \frac{C_{k0}}{C_{0k}}$ du seuil de décision du test bayésien du procédé de détection et d'identification est choisi empiriquement à 300 afin de garantir un taux de fausse détection et de fausse décision d'exclusion faible. Le seuil T_d du test bayésien est

calculé en considérant ce coefficient ainsi que les probabilités de panne *a priori* définies par le tableau 2.1.

6.3.4.2 Les performances en termes de contrôle d'intégrité de l'algorithme Robust MSF GLR

Afin de simuler la présence de réalisations *outliers*, nous ajoutons sur les deux pseudo-distances correspondant aux *slopes* les plus faibles du bruit de mesure impulsionnel. Ce bruit de mesure, noté $\varepsilon_{\text{pulse},i,t}$ pour la mesure i et l'instant t , est ajouté au bruit de mesure nominal et est défini mathématiquement comme suit :

$$\varepsilon_{\text{pulse},i,t} = \mathcal{B}_{i,t} w_{i,t}, \quad (6.75)$$

où :

- $w_{i,t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_a^2)$, avec $\sigma_a = 30$ m,
- $\mathcal{B}_{i,t}$ un processus de Bernoulli avec $\Pr(\mathcal{B}_{i,t} = 1) = 0,01$.

Dans un premier temps, nous illustrons le fonctionnement du procédé de compensation de la panne sur les innovations. La figure 6.13 montre, en absence de panne et en présence de réalisations *outliers* sur les PRN 4 et 6, le phénomène de compensation. Comme nous pouvons le voir sur l'innovation associée au PRN 4, les réalisations *outliers* induisent des pics d'amplitude. Ces pics sont atténués par les poids associés. Cela permet d'obtenir une innovation pondérée quasiment non dégradée.

La figure 6.14 illustre le comportement de la compensation en présence d'une panne. Dans ce cas, une rampe d'amplitude 0,47 m/s est introduite à l'instant 100 sur le PRN 9. Nous pouvons observer que le poids associé à son innovation décroît rapidement pour finalement atteindre 0 à l'instant 120. L'innovation pondérée est alors égale à 0 après l'instant 120. Cette mesure n'est donc pas utilisée pour l'estimation, bien que le récepteur continue à poursuivre ce satellite dans le cas où on ne procède pas

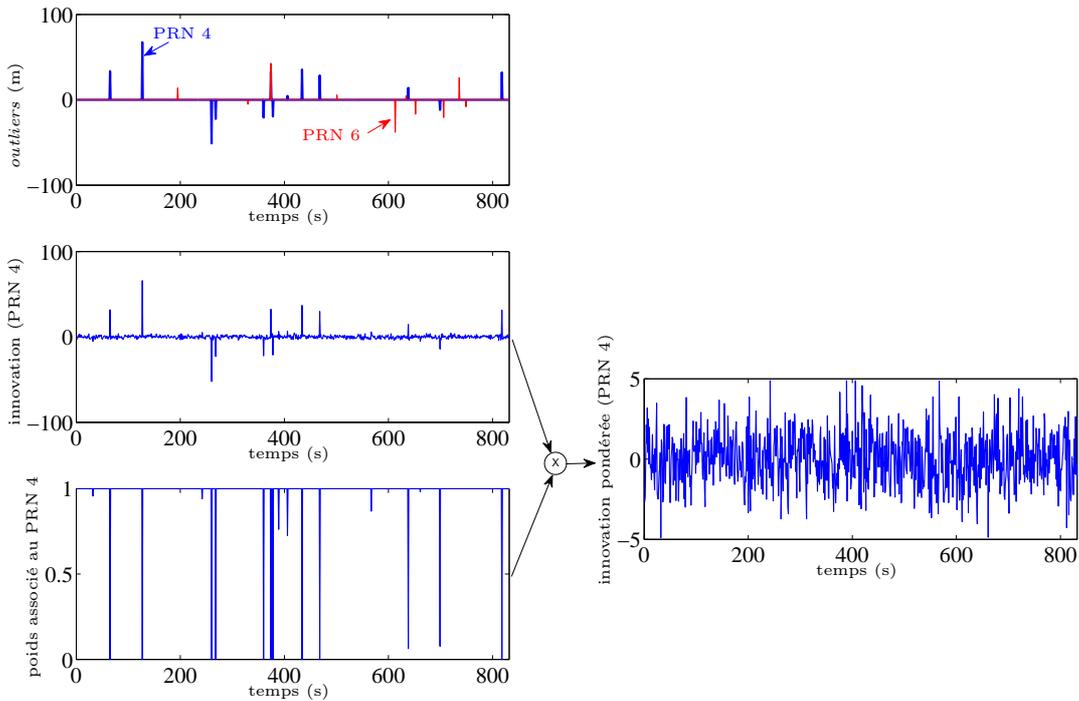


Figure 6.13 – Exemple de pondération des innovations en présence de réalisations *outliers*.

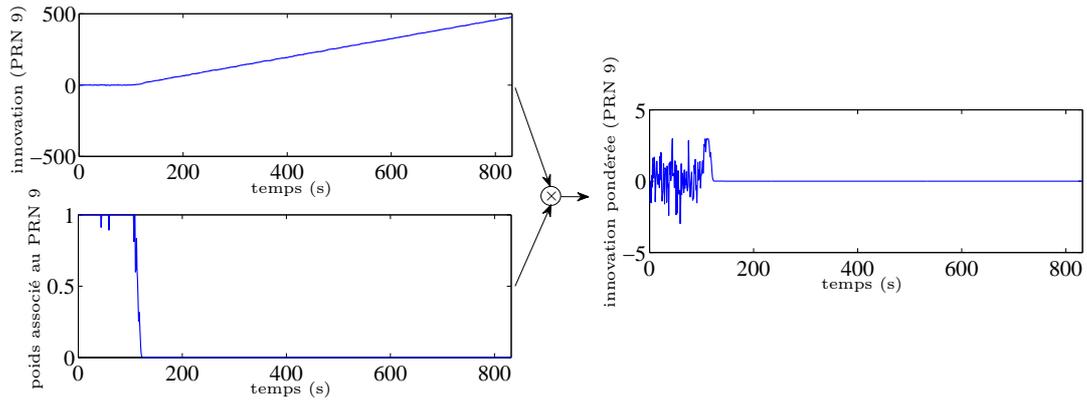


Figure 6.14 – Exemple de pondération des innovations en présence d’une panne sur le PRN 9.

à une exclusion.

La figure 6.15 illustre la pondération des innovations associées aux mesures défaillantes pour différentes amplitudes de panne. Les valeurs tracées sont issues de la moyenne des poids sur 50 réalisations où l’amplitude des pannes est tirée aléatoirement selon la gamme de la configuration. La panne est introduite à l’instant 100. Comme nous pouvons le constater, l’effet des pannes de grande amplitude est atténuée très rapidement en associant à la mesure fautive un poids proche de 0. En revanche, pour des pannes de faible amplitude, comme celles de la configuration C1 et C2, les poids décroissent lentement vers 0. Pour la configuration C2, le délai moyen pour que le poids atteigne 0 est de plus de 150 s après l’apparition de la panne. Pour la configuration C1 qui correspond à des amplitudes de rampes comprises entre 0,01 m/s et 0,05 m/s, les poids associés n’atteignent pas 0 à la fin de la trajectoire. Cela peut induire une dérive sur la solution de navigation non négligeable.

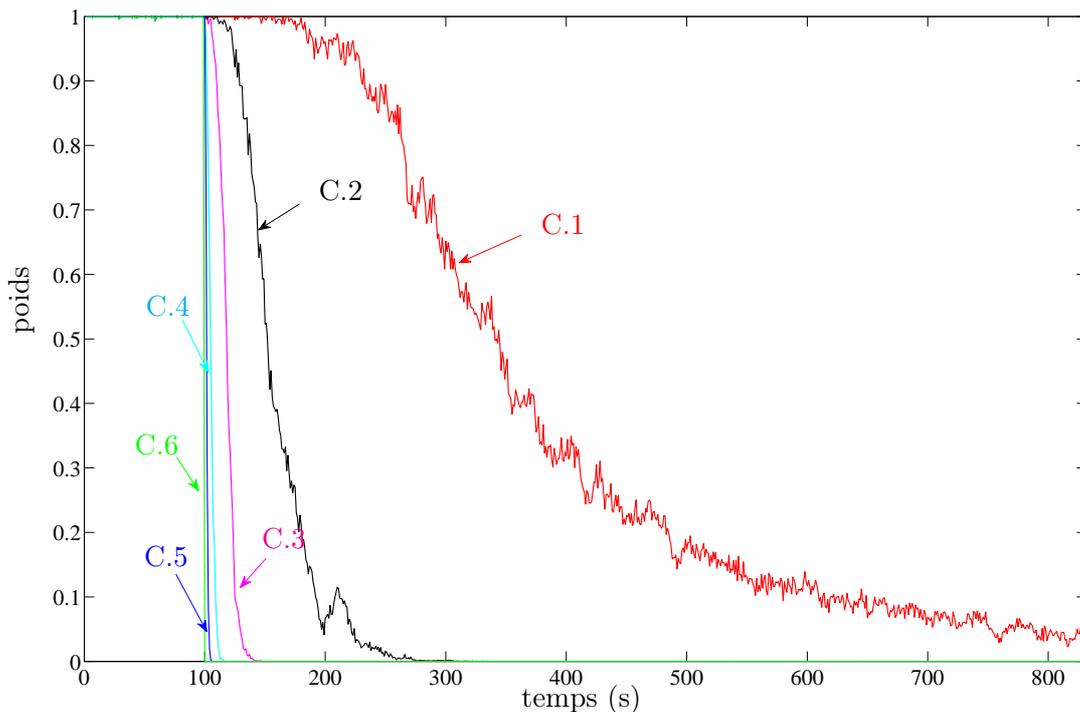


Figure 6.15 – Pondération moyenne de la mesure défaillante pour différentes amplitudes de pannes.

	P_{fd} (/s)	N_{MSVE} (SV/ <i>run</i>)	EH (m)	EV (m)
Robust MSF GLR	$2,89.10^{-4}$	0	1	1,75
MSF GLR	0,0108	2,36	1,11	2,27
MSF GLR 2	0,004	2,8	1,18	2,57
Robust EKF	n/a	n/a	0,99	1,75

Tableau 6.5 – Comparaison des algorithmes Robust MSF GLR, MSF GLR et Robust EKF en absence de panne et en présence de réalisations *outliers*.

	EH (m)	EV (m)
C.1	1,87	2,91
C.2	1,44	2,04
C.3	0,99	1,75
C.4	1,2	1,81
C.5	1,17	1,76
C.6	1,16	1,76

Tableau 6.6 – Résultats de l’algorithme Robust EKF en présence de pannes et de réalisations *outliers*.

Nous proposons maintenant une étude comparative entre l’algorithme MSF GLR, l’algorithme Robust MSF GLR ainsi que l’algorithme présenté dans [Rao 04] et dénommé ici « Robust EKF ». Ce dernier n’intègre pas un dispositif de détection et d’identification de pannes satellite mais compense les différentes dégradations par une pondération via un M-estimateur. Le lecteur peut se référer à [Rao 04] pour plus de détails.

Dans un premier temps, nous présentons dans le tableau 6.5 une comparaison des différents algorithmes en absence de panne satellite mais en présence de réalisations *outliers*. Les algorithmes Robust MSF GLR et Robust EKF sont comparés avec deux versions du MSF GLR : la version présentée dans le chapitre 4, notée MSF GLR, ainsi qu’une version, notée MSF GLR 2, où les seuils de détection et d’identification sont choisis identiquement à ceux du Robust MSF GLR. De plus, une restriction des hypothèses à considérer pour le procédé de détection du MSF GLR 2 est appliquée de façon similaire à celle du Robust MSF GLR. Nous proposons les résultats de cette version du MSF GLR en absence de panne afin de mettre en avant l’utilité des M-estimateurs dans l’algorithme Robust MSF GLR. Ainsi, pour des seuils de décision identiques, nous constatons que l’algorithme MSF GLR 2 exclut en moyenne 2,8 SV/*run* en absence de panne alors que l’algorithme Robust MSF GLR n’en exclut aucun. En effet, l’estimation du biais par moindres carrés dans le MSF GLR tend à interpréter la plupart des réalisations *outliers* comme des pannes satellite et réalise donc l’exclusion des mesures considérées comme défaillantes. De même, l’algorithme MSF GLR exclut en moyenne 2,36 SV/*run*. Nous pouvons noter que le MSF GLR 2 exclut en moyenne plus de mesures saines que le MSF GLR. Cet aspect est dû au fait que les seuils du MSF GLR 2 étant plus grands que ceux du MSF GLR, certaines réalisations *outliers* dégradent la solution de navigation sans que l’algorithme ne détecte d’anomalie. Les innovations associées à des mesures non dégradées sont alors perturbées et peuvent donc être interprétées par l’algorithme comme des mesures défaillantes. En ce qui concerne les taux de fausse détection, ils sont de l’ordre de $1.10^{-2}/s$ pour le MSF GLR, $4.10^{-3}/s$ pour le MSF GLR 2 et $3.10^{-4}/s$ pour le Robust MSF GLR.

Le tableau 6.6 présente les résultats associés à l’algorithme Robust EKF en présence de réalisations *outliers*. Les différentes configurations de panne sont étudiées au travers des erreurs de position horizontale et verticale à 95%. Nous pouvons observer que les erreurs de position à 95% restent inférieures à 2 m et 3 m pour le plan horizontal et vertical, respectivement. Néanmoins, le principal inconvénient de cet algorithme est qu’il continue à poursuivre les satellites en panne alors que ces mesures ne sont pas (ou peu) utilisées pour résoudre le problème de positionnement. En effet, il est préférable de libérer le

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	n/a	108	n/a	0,76	8,2	1,32	3,05
C.2	n/a	44	n/a	0,56	7,24	1,44	3,01
C.3	n/a	17	n/a	0,4	6,08	1,65	3,38
C.4	n/a	7	n/a	0,04	3,16	1,3	2,73
C.5	n/a	3	n/a	0	2,68	1,17	2,69
C.6	n/a	0	n/a	0	2,68	1,17	2,69

Tableau 6.7 – Résultats de l’algorithme MSF GLR en présence de pannes et de réalisations *outliers*.

	DD (s)	DE (s)	P_{md} (/run)	T_{ee} (/run)	N_{MSVE} (SV/ run)	EH (m)	EV (m)
C.1	139	327	0	0	0,4	1,27	1,99
C.2	52	93	0	0,04	1,56	3,13	2,9
C.3	16	51	0	0	1,28	2,06	2,47
C.4	15	45	0	0	1,08	1,26	1,99
C.5	15	45	0	0	0,6	1,11	1,84
C.6	15	15	0	0	0	1,04	1,8

Tableau 6.8 – Résultats de l’algorithme Robust MSF GLR en présence de pannes et de réalisations *outliers*.

canal associé au satellite défaillant en réalisant une exclusion afin de permettre l’acquisition éventuelle d’un nouveau satellite.

Les tableaux 6.7 et 6.8 résument les performances, en présence de pannes et de réalisations *outliers*, des algorithmes MSF GLR et Robust MSF GLR respectivement. Les délais de détection ainsi que les probabilités de détection manquée de l’algorithme MSF GLR ne sont pas évaluées dans la mesure où l’algorithme confond la plupart des réalisations *outliers* avec des pannes satellite et indique donc la présence d’une anomalie avant l’introduction des pannes. Dans le tableau 6.7, nous pouvons remarquer que l’algorithme MSF GLR présente des taux moyens de mauvaise décision d’exclusion supérieurs à 6 SV/run pour les configurations C.1 à C.3. Ces mauvaises décisions d’exclusion entraînent une diminution de la capacité du système à détecter les pannes lentes. Cela est notamment dû aux réinitialisations de la fenêtre temporelle après exclusion qui tend à accommoder le filtre aux dérives lentes. Ces forts taux de mauvaise décision d’exclusion entraînent alors un nombre important d’échec de l’exclusion. Notons par ailleurs, que les erreurs de position ne sont, pour ces configurations et pour le MSF GLR, pas très pertinentes dans la mesure où les résultats associés aux réalisations où l’exclusion n’a pas été réalisée ont été enlevés. De même, les délais d’exclusion ne sont pas très probants pour ces configurations au regard du taux d’échec d’exclusion T_{ee} . En revanche, pour les configurations C.4 à C.6, les délais d’exclusion du MSF GLR sont plus faibles que ceux du Robust MSF GLR. Ce phénomène est dû à la limitation des hypothèses d’apparition de panne considérées dans le Robust MSF GLR afin de permettre la distinction entre les pannes satellite et les réalisations *outliers*. Plus précisément, le délai de décision induit est de $L/2$, avec L la taille de la fenêtre temporelle. Pour ces configurations, le MSF GLR exclut en moyenne entre 2,68 et 3,16 mesures saines par run tandis que le Robust MSF GLR en exclut entre 0 et 1,08. Le tableau 6.8 révèle des erreurs de position horizontale et verticale inférieures à 4 m. Nous pouvons remarquer que pour la configuration C.1, les erreurs de position du Robust MSF GLR sont plus faibles que celles du Robust EKF. Cela est dû au fait que le Robust EKF conserve les mesures défaillantes en leur attribuant un poids différent de 0 (voir figure 6.15). Les erreurs de position du Robust EKF et du Robust MSF GLR sont approximativement identiques pour les configurations C.4 à C.6. Celles du Robust EKF sont néanmoins plus faibles pour les configurations C.2 et C.3. Cependant, rappelons que l’avantage de notre approche est d’identifier les pannes satellite permettant de libérer des canaux de poursuite afin d’acquérir de nouveaux satellites.

La méthode proposée permet, par rapport au Robust EKF, de détecter et d'identifier les pannes satellite. Cela permet notamment de libérer des canaux de poursuite afin d'acquérir de nouveaux satellites. De plus, les simulations montrent que les erreurs de position, bien qu'en moyenne supérieures, sont du même ordre de grandeur que le Robust EKF. Par rapport au MSF GLR, le Robust MSF GLR permet de réduire considérablement le nombre de fausses détection et mauvaises décisions d'exclusion. Cela mène au final à un meilleur taux d'exclusion réussie. L'algorithme présenté parvient à différencier les réalisations *outliers* des mesures réellement défailtantes.

6.3.5 Conclusions

Nous avons présenté dans cette partie la problématique de la non gaussianité du bruit de mesure GNSS dans la navigation par satellite pour l'aviation civile. Ce phénomène se traduit généralement par l'apparition de réalisations *outliers*. Non seulement, la présence de réalisation *outlier* affecte la solution de navigation, mais elle est classiquement interprétée comme une panne satellite par le dispositif de contrôle d'intégrité. En ce sens, nous avons proposé une approche robuste pour la gestion des réalisations *outliers* au sein de l'algorithme MSF GLR présenté dans le chapitre 4. L'algorithme repose sur l'utilisation de M-estimateur permettant de réduire l'impact des réalisations *outliers* sur la solution de navigation mais également de distinguer ces dégradations ponctuelles des pannes satellite réelles.

Les résultats montrent que la solution proposée permet de conserver une solution de navigation précise tout en conservant les mesures perturbées par des réalisations *outliers*. De plus, les simulations montrent que l'algorithme MSF GLR permet la détection et l'identification de mesures satellitaires défailtantes en présence de réalisations *outliers*. Ainsi, l'effet négatif de ces dégradations est réduit, à la fois sur la solution de navigation, mais également sur les performances du système de contrôle d'intégrité.

Conclusion générale

Conclusions et Perspectives

Ces travaux de thèse traitent de la problématique du contrôle d'intégrité pour la navigation par satellite appliquée à l'aviation civile. En effet, les applications critiques telles que l'aéronautique nécessitent que les informations de navigation présentent à la fois une précision accrue mais également une fiabilité élevée. Ainsi, l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) s'attache à définir les normes que les systèmes de l'aviation civile doivent respecter afin d'être homologués. Un dispositif de contrôle d'intégrité est alors classiquement couplé à l'algorithme d'estimation de position. Plusieurs algorithmes de contrôle d'intégrité tels que le RAIM, le MSS ou l'AIME sont actuellement utilisés dans l'aviation civile. Cependant, ils partagent la même hypothèse, à savoir qu'une seule mesure satellitaire est susceptible d'être défaillante à un même instant. En effet, dans le cas monoconstellation, les probabilités d'occurrence de pannes multiples sont négligeables au regard des normes de l'OACI. Cependant, le déploiement de nouveaux systèmes de navigation par satellite, comme Galileo, COMPASS ou GLONASS, ainsi que leur interopérabilité, augmenteront considérablement le nombre de mesures satellitaires disponibles. De ce fait, leur couplage devrait permettre de répondre aux exigences des phases de vol les plus contraignantes. Néanmoins, ce surplus d'informations amène à considérer l'occurrence de multiples mesures satellitaires simultanément défaillantes pour respecter les normes de l'OACI. En ce sens, de nouveaux dispositifs de contrôle d'intégrité doivent être développés en prenant en compte cette nouvelle hypothèse ainsi que les contraintes de charge calculatoire liées aux applications embarquées.

Cette thèse présente alors différentes solutions à cette problématique dans le cas où les mesures satellitaires sont hybridées avec les mesures cinématiques d'un système de navigation inertielle, appelé contexte AAIM. Un des problèmes dans ce contexte est l'accommodation du filtre d'estimation aux pannes lentes qui les rend difficiles à détecter. Un premier dispositif, dénommé T-RANCO, repose sur un banc de filtres entretenant des solutions de navigation fondées sur des sous-groupes de mesures de taille réduite. Ces sous-filtres permettent alors d'obtenir de multiples variables de test à partir des différentes solutions de navigation. Une procédure originale permet alors de détecter et d'identifier de multiples pannes satellite à un même instant pour une charge de calcul réduite. De plus, les rayons de protection permettant d'attester des performances de détection de l'algorithme de contrôle d'intégrité ont été développés.

Une extension de l'algorithme GLR, dénommée MSF GLR, a été proposée afin de répondre aux exigences et aux contraintes de charge calculatoire de l'aviation civile. Une étape de pré-sélection des mesures potentiellement défaillantes permet alors de réduire la complexité calculatoire du procédé d'identification de panne. De plus, les rayons de protection sous l'hypothèse d'une et de deux pannes satellite ont été développés pour les algorithmes GLR et MSF GLR. Plus précisément, nous avons présenté une méthode générique de calcul des rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite simultanées. Nous avons également montré son applicabilité dans le contexte RAIM où seules les mesures satellite sont utilisées pour résoudre le problème de positionnement.

Les deux algorithmes de contrôle d'intégrité présentés reposent sur des principes différents et l'étude de leurs performances montre qu'il n'est pas possible de conclure sur la supériorité de l'un par rapport à l'autre. La complémentarité des approches présentées peut être mise à profit en fusionnant différents indicateurs de panne et de validité des mesures. Ainsi, une méthode originale tirant profit des différentes informations, issues de l'algorithme T-RANCO, MSF GLR et MSS, a été proposée afin d'améliorer les

performances du système de contrôle d'intégrité. Les résultats montrent que la redondance d'informations présente au sein de l'algorithme de fusion permet d'améliorer à la fois la capacité de détection mais également celle d'identification de panne du système.

Par ailleurs, les systèmes de navigation et notamment les algorithmes d'estimation de position et de contrôle d'intégrité, supposent généralement que le bruit de mesure GNSS est distribué selon une loi gaussienne de variance connue. Cependant, différents phénomènes peuvent invalider cette hypothèse. Cette thèse considère également la problématique des interférences fréquentielles et de la non gaussianité du bruit de mesure. Le premier phénomène peut se traduire par une augmentation de la variance du bruit de mesure. Si celle-ci n'est pas prise en compte, le filtre de navigation peut être amené à diverger. Ainsi, une compensation de ces sauts de variance dans une architecture similaire au GLR a été proposée. La principale nouveauté est de prendre en compte la propagation des sauts de variance dans le système variant dans le temps. Cette stratégie montre que les performances du système sont meilleures que d'autres méthodes précédemment introduites dans la littérature.

La non gaussianité du bruit de mesure peut résulter en un bruit de mesure additif impulsionnel de forte variance. En absence de compensation, ces dégradations peuvent entraîner d'importantes erreurs sur la solution de navigation. De plus, les dispositifs de contrôle d'intégrité peuvent classiquement interpréter ces mesures comme des pannes satellite et ainsi les exclure pour résoudre le problème de navigation. Nous avons donc proposé de rendre l'algorithme MSF GLR, introduit dans le chapitre 4, robuste aux réalisations de bruit de mesure de forte amplitude. Une pondération via un M-estimateur est utilisée, à la fois, pour compenser l'effet de ces réalisations sur la solution de navigation mais également pour estimer les pannes de façon robuste. Les résultats montrent que l'approche proposée est moins sensible aux réalisations de bruit de mesure de forte amplitude que les approches classiques.

Différentes perspectives peuvent être dégagées de ces travaux. Dans le chapitre 3, une amélioration de l'algorithme T-RANCO serait de gérer efficacement les réinitialisations des différents filtres lors des changements de constellation de satellites. En effet, ces réinitialisations impliquent de choisir un vecteurs d'état de référence et une matrice de covariance associée et ainsi risquent de réinitialiser un filtre avec une solution de navigation contaminée par des pannes. De plus, les rayons de protection sous l'hypothèse de deux pannes satellite restent à formuler pour cet algorithme. Dans le chapitre 4, un des paramètres importants de l'algorithme GLR est la taille de la fenêtre d'analyse. Ce paramètre influe directement, à la fois sur la capacité de détection de l'algorithme, mais également sur la complexité calculatoire induite. L'impact réel de ce paramètre sur les performances reste à être étudié. Enfin, le chapitre 5 présente une approche originale fondée sur la fusion d'informations. Cependant, la richesse de ces outils entraîne un grand nombre de combinaisons et de stratégies possibles. Une extension intéressante serait d'utiliser par exemple des stratégies de fusion plus évoluées pour améliorer les performances du procédé de détection et de définir les rayons de protection associés.

D'une manière générale dans le contrôle d'intégrité, un axe d'étude intéressant pour améliorer la disponibilité du service est l'allocation du risque d'intégrité selon les différents modes de panne. De plus, des algorithmes de contrôle d'intégrité prenant en compte des hypothèses de pannes moins restrictives, telles que les pannes communes à toute une constellation, restent rares dans la littérature et nécessitent donc d'être développés.

Dans un contexte RAIM, les approches de type MHSS ont été proposées afin d'améliorer la disponibilité du service. Néanmoins, celles-ci utilisent des rayons de protection qui dépendent des mesures satellitaires et ne respectent pas les normes de l'OACI. Une perspective de travail sur le contrôle d'intégrité RAIM serait de définir ces rayons de protection indépendamment des mesures reçues.

Des améliorations peuvent également être apportées aux algorithmes présentés dans le chapitre 6. Tout d'abord, pour la gestion des interférences fréquentielles, l'estimation des sauts de variance est ici faite par un moindre carrés. Le bruit du modèle n'étant ici pas gaussien, une estimation par M-estimateur pourrait être une amélioration de l'algorithme. De plus, pour cet algorithme ainsi que pour celui gérant les réalisations de bruit de mesure de forte amplitude, les seuils de détection sont définis de manière expérimentale. Une extension serait de définir ces seuils de façon théorique.

Des approches de type filtrage particulière peuvent également être utilisées pour gérer la non-gaussianité du bruit de mesure. Néanmoins, ces méthodes induisent une charge de calcul qui ne peut pas être actuellement supportée par les systèmes embarqués. Un axe d'étude serait donc de réduire cette complexité calculatoire.

Finalement, avec le déploiement de multiples systèmes de navigation (GPS, Galileo, GLONASS, etc) et leur interopérabilité, l'intérêt d'utiliser plus de deux constellations, au regard du gain précision/coût calculatoire engendré, est à évaluer.

Annexes

Annexe A

Bilan d'erreur de mesure des pseudo-distances

Nous présentons dans cette annexe les bilans d'erreur de mesure des pseudo-distances de la constellation GPS et Galileo. Nous considérons ici uniquement les dégradations des pseudo-distances inhérentes au système. Plus précisément, nous étudions ces bilans d'erreurs pour le système de navigation GPS II et Galileo. Le système GPS II est la première étape de la modernisation complète du GPS. Les satellites peuvent notamment émettre sur la bande L5.

Les erreurs de mesure dégradant les pseudo-distances sont issues de différentes sources. Ainsi, une incertitude associée à chacune d'entre elles est calculée par le récepteur. Cette incertitude est classiquement notée σ_{UERE} (pour User Equivalent Range Error en anglais) et représente l'écart-type de l'erreur de mesure. σ_{UERE} est calculé en fonction des différentes contributions supposées mutuellement décorréllées :

$$\sigma_{\text{UERE}} = \sqrt{\sigma_{\text{URA}}^2 + \sigma_{\text{bruit}}^2 + \sigma_{\text{multitrajet}}^2 + \sigma_{\text{iono}}^2 + \sigma_{\text{tropo}}^2}, \quad (\text{A.1})$$

où :

- σ_{URA} représente l'écart-type de l'erreur due aux éphémérides et à la correction du biais de l'horloge satellite (URA signifie User Range Accuracy en anglais),
- σ_{bruit} est l'écart-type de l'erreur due à la résolution du récepteur et au bruit thermique,
- $\sigma_{\text{multitrajet}}$ est l'écart-type de l'erreur de mesure induite par la présence de multitrajets,
- σ_{iono} désigne l'écart-type de l'erreur due à la traversée de l'onde dans l'ionosphère,
- σ_{tropo} représente l'écart-type de l'erreur due à la traversée de l'onde dans la troposphère.

Nous précisons par la suite les différents termes de l'équation (A.1) ainsi que leur détermination. Le lecteur peut se référer à [Park 96] pour plus de détails sur les différentes sources d'erreur.

Les éphémérides et l'horloge satellite

Les erreurs provenant des éphémérides proviennent d'une erreur dans les informations de position du satellite transmises au récepteur via le message de navigation. En revanche, celles associées à l'horloge satellite sont issues du résidu de la correction de sa dérive. Ces erreurs dépendent du système de navigation considéré. Pour la constellation GPS, le comportement statistique de ces erreurs sont définies par une distribution gaussienne dont l'écart-type dépend de la modernisation du système GPS [McDo 00]. Notons que pour le système Galileo [Mede 08], ces erreurs peuvent être majorées par une distribution gaussienne dont l'écart-type est également appelé SISA (pour Signal-In-Space Accuracy

Constellation	GPS II (L1/L5)	Galileo
σ_{URA} (m)	1,5	0,85

Tableau A.1 – Valeurs des σ_{URA} pour le GPS II [McDo 00] et Galileo [Mede 08].

en anglais). Les écart-types σ_{URA} sont donnés dans le tableau A.1 pour les systèmes GPS II et Galileo.

Le récepteur

Une autre source perturbant le calcul des pseudo-distances est le récepteur GNSS lui-même. En effet, la résolution du récepteur ainsi que le bruit thermique induisent une incertitude additionnelle sur la mesure qui dépend de celle des boucles de poursuite. Ainsi, selon [ICAO 06], l'écart-type de l'erreur induite est déterminé pour la bande L1 des satellites GPS comme suit :

$$\sigma_{\text{bruit,L1}} = 0,11 + 0,13 \exp\left(-\frac{\theta}{4} \frac{180}{\pi}\right), \quad (\text{A.2})$$

où θ représente l'angle d'élévation du satellite exprimé en radians.

L'équation (A.2) est donnée pour un lissage du bruit sur une fenêtre de 100 s. En effet, le récepteur réalise classiquement un lissage des mesures à partir de données accumulées au cours du temps dans le but de réduire l'influence du bruit.

Le bruit de mesure associé à la résolution du récepteur dépend de la structure du signal considéré. L'expression de sa variance est donnée dans [Mart 08] en fonction des caractéristiques du signal et du discriminateur utilisé. Dans ce manuscrit, nous considérons que les erreurs dues au récepteur pour les différentes bandes de fréquence sont caractérisées par une distribution gaussienne centrée dont :

- l'écart-type du bruit associé à la bande L5 de GPS est égal à $\sigma_{\text{bruit,L1}}/\sqrt{10}$,
- l'écart-type du bruit associé à la bande L1 de Galileo est égal à $\sigma_{\text{bruit,L1}}/2$,
- l'écart-type du bruit associé à la bande E5b de Galileo est égal à $\sigma_{\text{bruit,L1}}/\sqrt{10}$.

Les fréquences associées sont $f_{L1} = 1575,42\text{MHz}$, $f_{L5} = 1176,45\text{MHz}$ et $f_{E5b} = 1207,14\text{MHz}$.

Les multitrajets

Selon l'annexe J de la DO229D [RTCA 06], les erreurs induites par les multitrajets lors des opérations correspondants à la phase d'approche de précision suivent une loi gaussienne centrée dont l'écart-type est calculé en fonction de l'angle d'élévation du satellite θ :

$$\sigma_{\text{multitrajet}} = 0,13 + 0,53 \exp\left(-\frac{\theta}{10} \frac{180}{\pi}\right). \quad (\text{A.3})$$

L'ionosphère

Dans le bilan d'erreur de mesure original, la principale contribution provient du retard induit par la traversée de l'onde dans l'ionosphère. En effet, le signal se déplace dans ce milieu à une vitesse inférieure à celle de la lumière, entraînant alors un retard de propagation. Cependant, l'ionosphère possède la propriété des milieux dispersifs, c'est-à-dire que la vitesse de propagation de l'onde dépend de la fréquence de celle-ci. Ainsi, l'émission sur deux fréquences distinctes permet d'estimer et de corriger ce retard. Nous présentons ici la correction du retard ionosphérique pour un satellite GPS émettant sur les bandes L1 et L5.

Les pseudo-distances émises sur les bandes L1 et L5 peuvent s'écrire ainsi :

$$\rho_{L1} = d + \Delta_{\text{iono,L1}} + \varepsilon_{L1}, \quad (\text{A.4})$$

$$\rho_{L5} = d + \Delta_{\text{iono,L5}} + \varepsilon_{L5}, \quad (\text{A.5})$$

où :

- ρ_{L1} et ρ_{L5} désignent les pseudo-distances émises sur les fréquences f_{L1} et f_{L5} , respectivement,
- d désigne la distance géométrique entre le récepteur et le satellite,
- $\Delta_{\text{iono,L1}}$ et $\Delta_{\text{iono,L5}}$ sont les retards de propagation ionosphérique associés aux fréquences f_{L1} et f_{L5} , respectivement,

- ε_{L1} et ε_{L5} sont les bruits de mesure considérés comme mutuellement indépendants affectant ρ_{L1} et ρ_{L5} , respectivement.

Les retards de propagation ionosphérique, notés $\Delta_{\text{iono},L1}$ et $\Delta_{\text{iono},L5}$, sont inversement proportionnels au carré de la fréquence d'émission :

$$\Delta_{\text{iono},L1} = \frac{K}{f_{L1}^2}, \quad (\text{A.6})$$

$$\Delta_{\text{iono},L5} = \frac{K}{f_{L5}^2}, \quad (\text{A.7})$$

où K est une constante dépendant du contenu électronique total TEC (pour Total Electron Content en anglais) qui représente le nombre total d'électrons sur le trajet de l'onde dans l'ionosphère. Cette constante est *a priori* inconnue.

Cependant, il est possible d'obtenir une estimation de $\Delta_{\text{iono},L1}$, notée $\widehat{\Delta}_{\text{iono},L1}$, par combinaison linéaire des pseudo-distances ρ_{L1} et ρ_{L5} :

$$\widehat{\Delta}_{\text{iono},L1} = (\rho_{L1} - \rho_{L5}) \frac{1}{1 - \gamma}, \quad (\text{A.8})$$

avec $\gamma = \frac{f_{L1}^2}{f_{L5}^2}$ et en considérant que la moyenne des bruits de mesure ε_{L1} et ε_{L5} est nul.

Ainsi, l'estimation du retard ionosphérique associé à la fréquence f_{L5} s'obtient ainsi :

$$\widehat{\Delta}_{\text{iono},L5} = (\rho_{L1} - \rho_{L5}) \frac{\gamma}{1 - \gamma}. \quad (\text{A.9})$$

De par la combinaison des pseudo-distances pour estimer les retards de propagation ionosphérique, l'incertitude des erreurs issues du récepteur est augmentée. Ainsi, l'écart-type de l'erreur du bruit du récepteur est alors définie par :

$$\sigma_{\text{bruit},a}^2 = \frac{1}{(1 - \gamma)^2} \sigma_{\text{bruit},L1}^2 + \frac{\gamma^2}{(1 - \gamma)^2} \sigma_{\text{bruit},L5}^2, \quad (\text{A.10})$$

avec $\sigma_{\text{bruit},L1}$ et $\sigma_{\text{bruit},L5}$ l'écart-type du bruit du récepteur associé à la fréquence f_{L1} et f_{L5} respectivement.

De même, l'écart-type associé aux multitrajets est augmenté comme suit :

$$\sigma_{\text{multitrajet},a}^2 = \left[\frac{\gamma^2}{(1 - \gamma)^2} + \frac{1}{(1 - \gamma)^2} \right] \sigma_{\text{multitrajet}}^2. \quad (\text{A.11})$$

Notons que le $\sigma_{\text{multitrajet}}$ est identique pour un même satellite quelle que soit la fréquence considérée.

La correction du retard ionosphérique est réalisée de la même façon pour la constellation Galileo qui émet, dans notre cas, sur les bandes L1 et E5b. Nous considérons alors dans le bilan d'erreur de mesure que $\sigma_{\text{iono}} = 0$ pour les satellites GPS II et Galileo.

La troposphère

Tout comme l'ionosphère, la traversée de l'onde dans la troposphère induit un retard de propagation dû à une vitesse de déplacement inférieure à celle de la lumière. Cependant, contrairement à l'ionosphère, la troposphère n'est pas un milieu dispersif. En ce sens, l'émission des signaux sur deux fréquences distinctes ne permet pas d'estimer le retard engendré par la troposphère. Typiquement, ces retards génèrent une erreur de mesure comprise entre 2, 4 et 10 m [Fern 06]. Néanmoins, une correction

Segment	Source d'erreur	Erreur 1σ (m)
Espace / Contrôle	Stabilité de l'horloge satellite et éphémérides	0,85
Utilisateur	Compensation du retard de propagation troposphérique	0,67
	Bruit et résolution du récepteur	0,16
	multitrajets	0,92
UERE		1,43

Tableau A.2 – Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance Galileo sur les bandes L1 et E5b (angle d'élévation de 10°).

Segment	Source d'erreur	Erreur 1σ (m)
Espace / Contrôle	Stabilité de l'horloge satellite et éphémérides	1,5
Utilisateur	Compensation du retard de propagation troposphérique	1,23
	Bruit et résolution du récepteur	0,34
	multitrajets	1,17
UERE		2,29

Tableau A.3 – Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance GPS II sur les bandes L1 et L5 (angle d'élévation de 5°).

fondée sur un modèle climatologique permet de prédire ces retards et ainsi de diminuer l'effet sur le bilan d'erreur de mesure. L'erreur résiduelle de la correction de l'erreur de propagation troposphérique est alors définie comme suit dans l'annexe A de la DO229D [RTCA 06] :

$$\sigma_{\text{tropo}} = 0,12 \times \frac{1,001}{\sqrt{0,002001 + \sin^2 \theta}}. \quad (\text{A.12})$$

En considérant la correction des retards de propagation ionosphérique, l'écart-type de l'erreur de mesure de pseudo-distance s'exprime alors comme suit :

$$\sigma_{\text{UERE}} = \sqrt{\sigma_{\text{URA}}^2 + \sigma_{\text{bruit,a}}^2 + \sigma_{\text{multitrajet,a}}^2 + \sigma_{\text{tropo}}^2}. \quad (\text{A.13})$$

Le tableau A.2 fournit le bilan d'erreur de mesure de pseudo-distance pour la constellation Galileo en considérant une émission sur les bandes L1 et E5b. Notons que ce bilan a été calculé de manière conservative, c'est-à-dire en considérant un angle d'élévation de 10° qui est l'angle de masquage minimum conseillé pour les satellites de la constellation Galileo.

Le tableau A.3 fournit le bilan d'erreur de mesure de pseudo-distance pour la constellation GPS II en considérant une émission sur les bandes L1 et L5. Notons que ce bilan a été calculé en considérant un angle d'élévation de 5° qui est l'angle de masquage minimum conseillé pour les satellites de la constellation GPS. Le tableau A.4 est issu de [Dyke 96] et fournit le bilan d'erreur de mesure de pseudo-distance pour la constellation GPS sans correction bifréquentielle du retard de propagation ionosphérique. Comme nous pouvons le remarquer, la correction du retard ionosphérique permet de réduire largement l'incertitude sur la mesure de pseudo-distance.

Segment	Source d'erreur	Erreur 1σ (m)
Espace	Stabilité de l'horloge satellite	3,0
	Incertitude sur l'accélération du satellite	1,0
	Autres	0,5
Contrôle	Éphémérides	4,2
	Autres	0,9
Utilisateur	Compensation du retard de propagation ionosphérique	10,0
	Compensation du retard de propagation troposphérique	2,0
	Bruit et résolution du récepteur	4,8
	multitrajets	1,2
	Autres (interférences inter-canaux)	0,5
UERE		12,5

Tableau A.4 – Bilan d'erreur conservatif pour la mesure de pseudo-distance GPS calculée à partir du code C/A sur la bande L1 [Dyke 96].

Annexe B

Historique des défaillances satellite

Nous présentons ici un historique des défaillances satellite de la constellation GPS. La seule source d'information à ce sujet est la FAA (pour Federal American Aviation en anglais). De plus, les défaillances considérées par la FAA sont celles dont l'erreur de mesure dépasse 30 m. La plupart de ces événements ont fait l'objet de différents rapports afin d'analyser leur impact sur les performances du GPS mais également le comportement du segment de contrôle. L'objectif est d'identifier les événements critiques ainsi que d'améliorer au global l'intégrité du système de navigation GPS.

Dans un premier temps, il convient de distinguer deux types d'événements affectant la constellation GPS : un *outage* (littéralement, arrêt temporaire) et une défaillance.

Un satellite est dit *outage* lorsqu'il est éteint ou lorsqu'il transmet l'information « DO NOT USE » dans son message de navigation. Cette information indique à tous les récepteurs GNSS de ne pas utiliser la pseudo-distance de ce satellite. Les *outages* peuvent être classés en deux catégories : ceux programmés et ceux non-programmés. Les *outages* programmés sont utilisés lors de la maintenance ou d'une manœuvre d'un satellite durant laquelle le segment de contrôle indique que le satellite en question est inutilisable. Ces événements sont annoncés 72 h avant aux utilisateurs du GPS. A l'inverse, les *outages* non-programmés regroupent toutes les situations où un satellite est indiqué comme inutilisable par le segment de contrôle pour d'autres raisons.

En revanche, la défaillance d'un satellite réfère à la diffusion d'informations en apparence correctes alors qu'elles sont en réalité erronées. Cela se traduit par des biais ou des erreurs de mesure sur la pseudo-distance. Nous présentons par la suite les défaillances (observées et rapportées) des satellites de la constellation GPS, dénommés par l'acronyme PRN (pour Pseudo-Random Noise en anglais) suivi du numéro d'identification.

Le 26 Mai 2003 et le 11 Juin 2003, une défaillance mineure est apparue sur le PRN23 et le PRN5, respectivement. Une description de ces incidents est disponible dans [Suar 09]. Ces deux événements n'ont pas eu de conséquence pour les utilisateurs dans la mesure où l'erreur de position engendrée était inférieure à celle du GPS où la SA est activée. En effet, ces deux défaillances se sont traduites par une dérive d'horloge des satellites dont l'amplitude atteinte était de l'ordre de 30 – 40 m. Le segment de contrôle a déclaré ces satellites comme défaillants au bout de plusieurs heures, sans que cela ne dégrade dangereusement les performances du GPS.

Au contraire, le 1^{er} Janvier 2004, une défaillance importante est apparue sur le PRN23. Une étude détaillée de cet événement est disponible dans [Mori 04]. L'anomalie a été causée par la dérive progressive de l'horloge atomique du satellite 23. Elle a entraîné des erreurs supérieures à 700 km sur la mesure de pseudo-distance. La figure B.1, extraite directement de [Mori 04], montre l'évolution de l'erreur de la pseudo-distance au cours du temps. Sur cette figure, « MCS Kalman Filter » fait référence au filtre de Kalman de la station principale du segment de contrôle qui estime la validité des mesures satellitaires. Quant à « IGS rapid ephemeris » (pour International GPS Service en anglais), c'est un dispositif visant également à contrôler les pseudo-distances. Sur cette figure, nous pouvons voir que le segment de contrôle déclare le PRN23 comme inutilisable au bout d'environ 3 h. A cet instant, l'erreur de

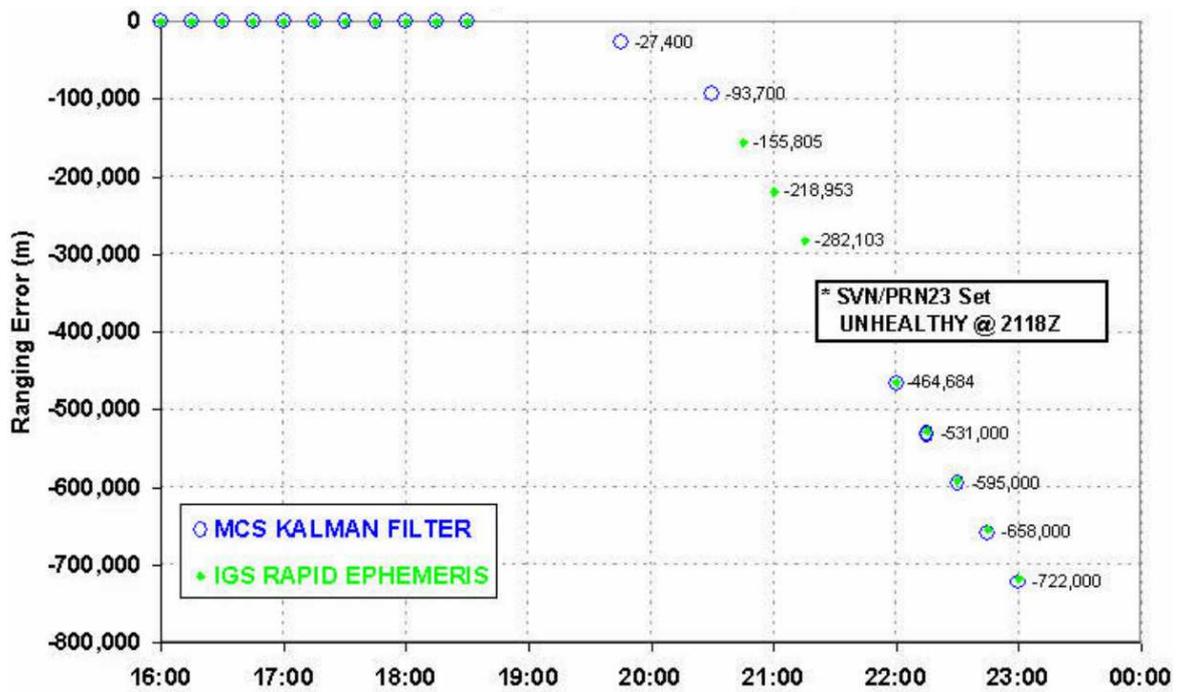


Figure B.1 – Evolution de l’erreur de mesure sur le PRN23 [Mori 04].

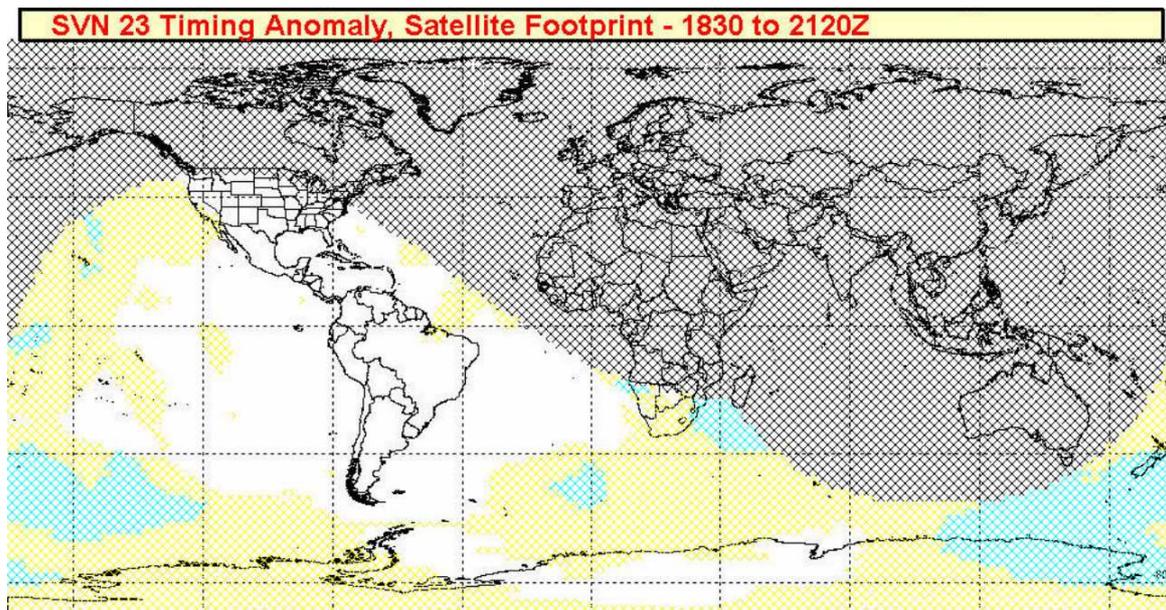


Figure B.2 – Zones géographiques affectées par l’anomalie sur le PRN23 [Mori 04].

mesure sur la pseudo-distance est d'environ 300 km. La figure B.2, extraite directement de [Mori 04], montre (avec les rayures noires) les zones géographiques où le service GPS a subi des dégradations de performances dues à cette anomalie. L'étude dans [Mori 04] montre que cette défaillance pouvait engendrer des erreurs de plusieurs kilomètres pour un récepteur sans système de contrôle d'intégrité. Cet exemple montre l'importance cruciale du contrôle d'intégrité des systèmes de navigation dans les applications où les personnes ou les biens sont mis en danger.

Le 10 Avril 2007, une autre défaillance d'un satellite a été enregistrée et qui a fait l'objet d'un rapport technique [Vary 07]. Le satellite 18 devait être mis en *outage* afin d'effectuer un ajustement d'orbite mais un dysfonctionnement lui a permis d'émettre sans l'indication « DO NOT USE ». Cela s'est traduit par une dérive de 10cm/s sur la mesure en question pendant plus d'une heure avant que le segment de contrôle ne le déclare inutilisable via ses stations de mesure. L'erreur de mesure a pu alors atteindre plusieurs centaines de mètres.

Annexe C

Diagrammes des différents scénarios de détection et exclusion de panne

Nous discutons dans cette partie de la représentation des différents scénarios de l'algorithme de détection et d'exclusion.

La DO229D propose le diagramme illustré par la figure C.1 dans [RTCA 06]. Cette représentation est fondée sur la présence ou l'absence de Défaillance de Positionnement (DdP). Nous énumérons ci-dessous les défauts de cette représentation :

- la présence ou l'absence de panne satellite n'est pas explicitement représenté,

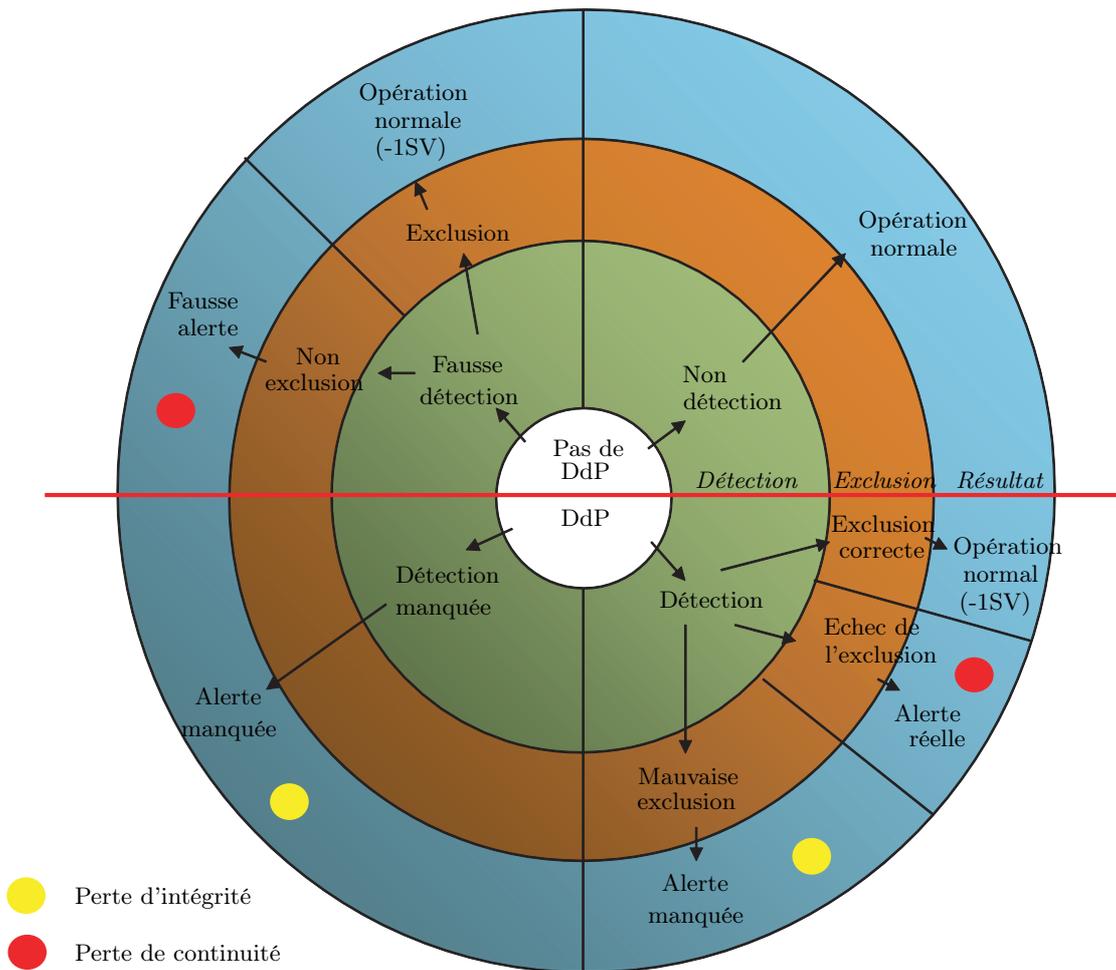


Figure C.1 – Diagramme des différents scénarios de détection et exclusion de panne de la DO229D [RTCA 06] où « DdP » signifie *Défaillance de Positionnement*.

- la DdP dans le cas sans panne est confondue avec celle en présence de panne (voir quart de cercle en bas à gauche).

Ainsi, la figure C.1 de la DO229D ne semble pas représenter de manière exhaustive et explicite les événements critiques de l’algorithme de détection et d’exclusion. Nous proposons alors une représentation différente sur la figure C.2 prenant en compte la présence ou l’absence de panne ainsi que de DdP. Pour ce faire, nous ajoutons un anneau représentant la présence ou l’absence de panne qui permet de conditionner la présence ou l’absence de DdP. De plus, tous les événements et les états du système (*Résultat* sur la figure C.2) sont donnés du point de vue de la DdP excepté les événements entre guillemets.

Le cercle C.2 est alors divisé comme suit :

- le demi-cercle du haut représente les événements en absence de DdP tandis que celui du bas résume les événements en présence de DdP,
- le demi-cercle de droite illustre les événements en présence de panne tandis que celui de gauche présente les événements en absence de panne.

Notons que le diagramme proposé prend en compte la possibilité d’exclure plusieurs mesures défaillantes représentée par le terme $(-nSV)$ où n désigne le nombre de mesures exclues.

Pour la définition des paramètres de contrôle d’intégrité, les approximations suivantes sont classiquement faites :

- Tous les événements en présence de DdP et en absence de panne (le quart de cercle en bas à gauche) mènent à une alerte manquée. Cette approximation permet de calculer de manière conservative les rayons de protection dit *fault free*, c’est-à-dire en absence de panne. Notons que la mauvaise exclusion dans ce cas est exprimée du point de vue de la ou des mesures dégradées par des phénomènes extérieurs qui induisent une DdP.
- Les événements issus d’une fausse détection sont considérés comme menant à une fausse alerte. Ainsi, en absence de DdP et de panne, l’exclusion permettant d’éliminer l’indication de panne est négligée. De plus, en absence de DdP et en présence de panne, la détection est indiquée comme fausse du point de vue de la DdP mais réelle du point de vue de la panne. De même, la mauvaise exclusion indique que l’identification des pannes satellite n’a pas permis l’élimination de l’indication de panne. L’échec de l’exclusion est également donné du point de vue de la panne puisqu’il n’y a pas ici de DdP. Ainsi, ces approximations, associées aux cas en absence de DdP, permettent de définir de manière conservative la probabilité de fausse détection.
- La probabilité de détection manquée utilisée pour le calcul des rayons de protection en présence de panne est alors définie par l’évènement « Détection manquée » en présence de DdP et de panne. Notons que l’alerte manquée issue d’une mauvaise exclusion en présence de DdP et de panne est un évènement difficile à gérer. Ober propose, dans un contexte RAIM, d’allouer le risque d’intégrité différemment lorsqu’une détection d’anomalie est réalisée [Ober 06]. En pratique, cela se traduit par une augmentation de la probabilité de détection manquée et donc des rayons de protection après la détection de panne. Cependant, comme ce qui est fait dans [Esch 03] et dans la plupart des algorithmes de contrôle d’intégrité, l’évènement « mauvaise exclusion » n’est ici pas pris en compte pour le calcul des rayons de protection.

Pour conclure, la prise en compte explicite de la présence ou l’absence de panne permet, d’une part, de distinguer des événements qui étaient classiquement confondus et, d’autre part, de clarifier le diagramme des différents scénarios de détection et exclusion de panne.

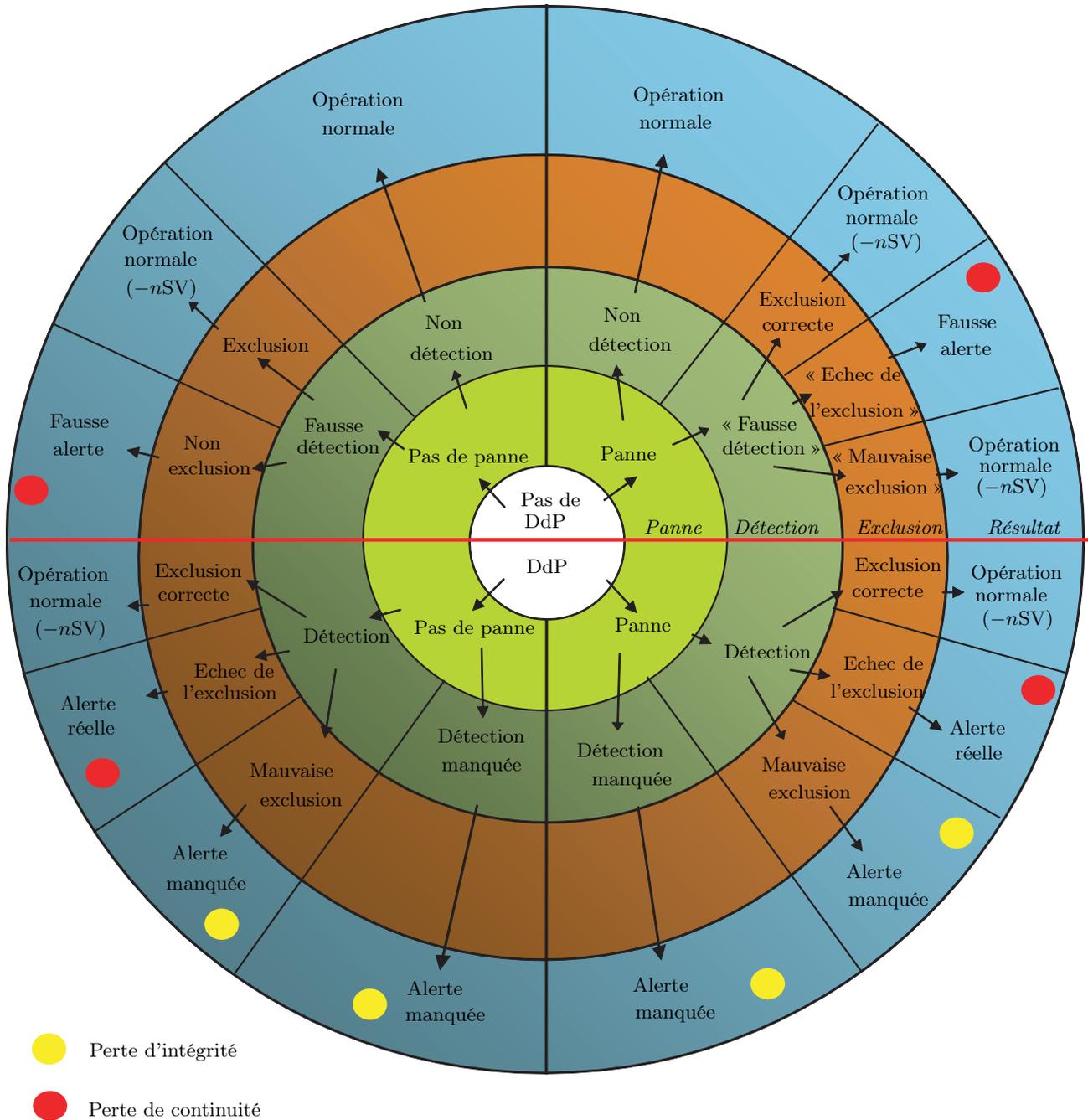


Figure C.2 – Diagramme (proposé) des différents scénarios de détection et exclusion de panne où « DdP » signifie *Défaillance de Positionnement*.

Annexe D

Calcul récursif des matrices de régression du GLR

Nous présentons ici la démonstration du calcul des matrices $\phi_{t+1}^T[k]$ et $\mu_{t+1}[k]$ des équations (4.7-4.8) dans le cas où un biais perturbe l'équation de mesure comme suit :

$$\mathbf{Y}_t = H_t \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t + u(t-k)\mathbf{b}. \quad (\text{D.1})$$

Pour ce faire, nous développons les calculs de manière récursive en partant de l'instant d'apparition de la panne k . Ainsi, le biais affecte le vecteur d'innovation à l'instant k de la manière suivante :

$$\tilde{\mathbf{z}}_k[k] = \tilde{\mathbf{z}}_k + \mathbf{b}, \quad (\text{D.2})$$

$$= \tilde{\mathbf{z}}_k + \phi_k^T[k]\mathbf{b}, \quad (\text{D.3})$$

avec $\phi_k^T[k] = \mathbf{I}$.

L'estimation *a posteriori* du vecteur d'état est alors dégradée comme suit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_k^+[k] = \widehat{\mathbf{X}}_k^+ + K_k \mathbf{b}, \quad (\text{D.4})$$

$$= \widehat{\mathbf{X}}_k^+ + \mu_k[k]\mathbf{b}, \quad (\text{D.5})$$

avec $\mu_k[k] = K_k$.

A l'instant $k+1$, le vecteur d'innovation s'exprime en fonction du biais \mathbf{b} de la façon suivante :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k+1}[k] = \tilde{\mathbf{z}}_{k+1} + (\mathbf{I} - H_{k+1}A_{k+1}K_k)\mathbf{b}, \quad (\text{D.6})$$

$$= \tilde{\mathbf{z}}_{k+1} + \phi_{k+1}^T[k]\mathbf{b}, \quad (\text{D.7})$$

avec $\phi_{k+1}^T[k] = \mathbf{I} - H_{k+1}A_{k+1}\mu_k[k]$.

L'estimation *a posteriori* du vecteur d'état peut alors s'exprimer comme suit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_{k+1}^+[k] = \widehat{\mathbf{X}}_{k+1}^+ + A_{k+1}K_k\mathbf{b} + K_{k+1}\phi_{k+1}^T[k]\mathbf{b}, \quad (\text{D.8})$$

$$= \widehat{\mathbf{X}}_{k+1}^+ + \mu_{k+1}[k]\mathbf{b}, \quad (\text{D.9})$$

avec $\mu_{k+1}[k] = A_{k+1}\mu_k[k] + K_{k+1}\phi_{k+1}^T[k]$.

Ainsi, d'une manière générale, les matrices $\phi_{t+1}^T[k]$ et $\mu_{t+1}[k]$ s'expriment en fonction de $\mu_t[k]$ comme suit :

$$\phi_{t+1}^T[k] = \mathbf{I} - H_{t+1}A_{t+1}\mu_t[k], \quad (\text{D.10})$$

$$\mu_{t+1}[k] = A_{t+1}\mu_t[k] + K_{t+1}\phi_{t+1}^T[k]. \quad (\text{D.11})$$

En ce qui concerne l'initialisation des matrices $\phi_t^T[k]$ et $\mu_t[k]$, elle se fait comme suit :

$$\phi_k^T[k] = \mathbf{I}, \tag{D.12}$$

$$\mu_{k-1}[k] = [0], \tag{D.13}$$

avec $[0]$ une matrice de zéros de taille $N_x \times N$, avec N_x la taille du vecteur d'état.

Annexe E

Calcul récursif des matrices de régression du MSF GLR

Nous présentons ici la démonstration du calcul des matrices $\phi_{\alpha,t}^T[k]$, $\phi_{\beta,t}^T[k]$ et $\mu_{\alpha,t}[k], \mu_{\beta,t}[k]$ des équations (4.56-4.59) associées à la modélisation du biais sous la forme polynomiale suivante :

$$\mathbf{b}_{i,t} = \boldsymbol{\alpha}_i + (t - k) \boldsymbol{\beta}_i, \quad (\text{E.1})$$

où nous rappelons que la notation $\mathbf{b}_{i,t}$ signifie qu'un biais est apparu sur la mesure i à l'instant k .

La démonstration se fait dans le cas où le biais perturbe l'équation de mesure comme suit :

$$\mathbf{Y}_t = H_t \mathbf{X}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t + u(t - k) \mathbf{b}_t, \quad (\text{E.2})$$

avec \mathbf{b}_t le vecteur qui concatène $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$.

En ce qui concerne les matrices $\phi_{\alpha,t}^T[k]$ et $\mu_{\alpha,t}[k]$, elles traduisent l'impact de la partie constante du biais sur les innovations et sur l'estimation du vecteur d'état *a posteriori*, respectivement. Le calcul de ces matrices a déjà été présenté dans l'annexe D. Ainsi, nous posons :

$$\begin{aligned} \phi_{\alpha,t}^T[k] &= \phi_t^T[k], \\ &= \mathbf{I} - H_t A_t \mu_{\alpha,t-1}[k], \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

$$\begin{aligned} \mu_{\alpha,t}[k] &= \mu_t[k], \\ &= A_t \mu_{\alpha,t-1}[k] + K_t \phi_{\alpha,t}^T[k]. \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Afin de définir les matrices $\phi_{\beta,t}^T[k]$ et $\mu_{\beta,t}[k]$ associées au paramètre $\{\boldsymbol{\beta}_i\}_{i \in [1,N]}$ du biais \mathbf{b}_t , nous analysons l'impact de ce paramètre sur le filtre de Kalman au cours du temps, en omettant l'impact de $\{\boldsymbol{\alpha}_i\}_{i \in [1,N]}$ par souci de simplicité.

Ainsi, à l'instant k , le vecteur des paramètres $\boldsymbol{\beta}$ n'affecte ni les innovations, ni le vecteur d'état *a posteriori* à cause du coefficient $(t - k)$:

$$\tilde{\mathbf{z}}_k[k] = \tilde{\mathbf{z}}_k, \quad (\text{E.5})$$

$$\widehat{\mathbf{X}}_k^+[k] = \widehat{\mathbf{X}}_k^+. \quad (\text{E.6})$$

En revanche, à l'instant $k + 1$, le vecteur d'innovation est dégradé comme suit :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k+1}[k] = \tilde{\mathbf{z}}_{k+1} + \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.7})$$

$$= \tilde{\mathbf{z}}_{k+1} + \phi_{\beta,k+1}^T[k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.8})$$

avec $\phi_{\beta,k+1}^T[k] = \mathbf{I}$.

L'estimation *a posteriori* du vecteur d'état peut alors s'exprimer comme suit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_{k+1}^+ [k] = \widehat{\mathbf{X}}_{k+1}^+ + K_{k+1} \phi_{\beta, k+1}^T [k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.9})$$

$$= \widehat{\mathbf{X}}_{k+1}^+ + \mu_{\beta, k+1} [k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.10})$$

avec $\mu_{\beta, k+1} [k] = K_{k+1} \phi_{\beta, k+1}^T [k]$.

En ce qui concerne l'instant $k + 2$, l'erreur induite sur le vecteur d'innovation s'écrit alors :

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k+2} [k] = \tilde{\mathbf{z}}_{k+2} + (k + 2 - k) \boldsymbol{\beta} - H_{k+2} A_{k+2} \mu_{\beta, k+1} [k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.11})$$

$$= \tilde{\mathbf{z}}_{k+2} + \phi_{\beta, k+2}^T [k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.12})$$

avec $\phi_{\beta, k+2}^T [k] = \mathbf{I} (k + 2 - k) - H_{k+2} A_{k+2} \mu_{\beta, k+1} [k]$.

A l'instant $k + 2$, l'estimation *a posteriori* du vecteur d'état est dégradée comme suit :

$$\widehat{\mathbf{X}}_{k+2}^+ [k] = \widehat{\mathbf{X}}_{k+2}^+ + A_{k+2} \mu_{\beta, k+1} \boldsymbol{\beta} + K_{k+2} \phi_{\beta, k+2}^T [k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.13})$$

$$= \widehat{\mathbf{X}}_{k+2}^+ + \mu_{\beta, k+2} [k] \boldsymbol{\beta}, \quad (\text{E.14})$$

avec $\mu_{\beta, k+2} [k] = A_{k+2} \mu_{\beta, k+1} [k] + K_{k+2} \phi_{\beta, k+2}^T [k]$.

Ainsi, d'une manière générale, les matrices $\phi_{\beta, t}^T [k]$ et $\mu_{\beta, t} [k]$ s'expriment comme suit :

$$\phi_{\beta, t}^T [k] = \mathbf{I} (t - k) - H_t A_t \mu_{\beta, t-1} [k], \quad (\text{E.15})$$

$$\mu_{\beta, t} [k] = A_t \mu_{\beta, t-1} [k] + K_t \phi_{\beta, t}^T [k]. \quad (\text{E.16})$$

En ce qui concerne l'initialisation des matrices $\phi_{\beta, t}^T [k]$ et $\mu_{\beta, t} [k]$, elle se fait comme suit :

$$\phi_{\beta, k}^T [k] = [0], \quad (\text{E.17})$$

$$\mu_{\beta, k} [k] = [0], \quad (\text{E.18})$$

avec $[0]$ une matrice de zéros de taille $N \times N$ pour $\phi_{\beta, k}^T [k]$ et de taille $N_x \times N$ pour $\mu_{\beta, k} [k]$, où N_x est la taille du vecteur d'état.

Liste des publications

Revue

- F. Faurie, A. Giremus, E. Grivel et M. Najim. "Solution separation RAIM using interacting multiple model estimators for aviation satellite navigation systems". soumis à *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009.

Brevets

- F. Faurie, A. Giremus et M. Najim. "Exclusion de multi-pannes satellites". En cours de dépôt PCT (Patent Cooperation Treaty), 2011.
- F. Faurie, A. Giremus et M. Najim. "Volume de protection en cas de double panne satellite". En cours de dépôt PCT (Patent Cooperation Treaty), 2011.

Congrès internationaux

- F. Faurie, A. Giremus et E. Grivel. "Fault detection combining interacting multiple model and multiple solution separation for aviation satellite navigation system". *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2009)*, pp. 3273–3276, 2009.
- F. Faurie et A. Giremus. "Combining generalized likelihood ratio and M-estimation for the detection/compensation of GPS measurement biases". *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2010)*, pp. 4178–4181, 2010.
- F. Faurie et A. Giremus. "Bayesian detection of interference in satellite navigation systems". *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2011)*, pp. 4348–4351, 2011.
- F. Faurie, A. Giremus, S. Szelewa et J.C. Goudon. "A generic method for protection level evaluation under the assumption of two simultaneous faulty measurements". *Proceedings of the 24th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2011)*, September, 2011.

Congrès nationaux

- F. Faurie, A. Giremus et V. Corretja. "Un algorithme EM-UKF pour la calibration de capteurs inertiels dans un contexte d'hybridation avec le GPS". *Proceedings of the Groupe d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2009)*, 2009

Bibliographie

- [Azim 01] B. Azimi-Sadjadi. *Approximate nonlinear filtering with applications to navigation*. PhD thesis, University of Maryland, Maryland, 2001.
- [Bass 93] M. Basseville et I. V. Nikiforov. *Detection of abrupt changes - theory and application*. Prentice-Hall, 1993.
- [Bela 74] P. Bélanger. “Estimation of noise covariance matrices for a linear time-varying stochastic process”. *Automatica*, Vol. 10, No. 3, pp. 267–275, 1974.
- [Berg 99] N. Bergman. *Recursive bayesian estimation, navigation and tracking Application*. PhD thesis, Linköping University, Linköping, Sweden, 1999.
- [Betz 00] J. W. Betz et K. R. Kolodziejcki. “Extended theory of early-late code tracking for a bandlimited GPS receiver”. *Navigation*, Vol. 47, No. 3, pp. 211–226, 2000.
- [Blan 07] J. Blanch, A. Ene, T. Walter et P. Enge. “An optimized multiple hypothesis RAIM algorithm for vertical guidance”. *Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007)*, pp. 2924–2933, September 2007.
- [Bloc 01] I. Bloch, A. Appriou, A. Ayoun, S. Benferhat, L. Cholvy, R. Cooke, F. Cuppens, D. Dubois, H. Fargier, M. Grabisch, R. Kruse, J. Lang, S. Moral, H. Prade, A. Saffiotti, P. Smets et C. Sossai. “Fusion : general concepts and characteristics”. *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 16, pp. 1107–1134, 2001.
- [Bloc 96] I. Bloch. “Information combination operators for data fusion : a comparative review with classification”. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans*, Vol. 26, No. 1, pp. 52–67, 1996.
- [Bren 96] M. Brenner. “Integrated GPS/inertial detection availability”. *Navigation*, Vol. 43, No. 2, pp. 111–130, Summer 1996.
- [Bren 98] M. Brenner. “US Patent 19960712232 19960911 : Navigation system with solution separation apparatus for detecting accuracy failures”. 1998.
- [Brow 86] R. G. Brown et P. Y. C. Hwang. “GPS failure detection by autonomous means within the cockpit”. *Navigation*, Vol. 33, No. 4, pp. 335–353, Winter 1986.
- [Brow 92] R. G. Brown. “A baseline GPS RAIM scheme and a note on the equivalence of three RAIM methods”. *Proceedings of the 1992 National Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION NTM 1992)*, pp. 127–137, January 1992.
- [Brow 98] R. G. Brown. “Solution of the two-failure GPS RAIM problem under worst-case bias conditions : parity space approach”. *Navigation*, Vol. 44, No. 4, pp. 425–432, Winter 1998.

- [Chan 04] X. W. Chang et Y. Guo. “Huber’s M-estimation in GPS positioning : computational aspects”. *Proceedings of the 2004 National Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION NTM 2004)*, pp. 829–839, January 2004.
- [Chan 05] S. Chan et Z. Z. ans K.W. Tse. “A new robust Kalman filter algorithm under outliers and system uncertainties”. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vol. 5, pp. 4317–4320, 2005.
- [Choq 54] G. Choquet. “Theory of capacities”. *Annales de l’Institut Fourier*, Vol. 5, pp. 131–295, 1954.
- [Dahi 05] K. Dahia. *Nouvelles méthodes en filtrage particulière - Application au recalage de navigation inertielle par mesures altimétriques*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2005.
- [DeCl 00] B. DeCleene. “Defining pseudorange integrity - Overbounding”. *Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000)*, pp. 1916–1924, September 2000.
- [DeCl 07] B. DeCleene. “Proposed revision to GNSS performance requirements for precision approach”. *Navigation Systems Panel (NSP) Working Groups 1 and 2 Meeting*, 2007.
- [Demp 67] A. P. Dempster. “Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping”. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 38, No. 2, pp. 325–339, 1967.
- [Dies 94] J. Diesel. “A new approach to GPS integrity/availability : immediate global sole means without WAAS”. *Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1994)*, pp. 567–576, September 1994.
- [Dies 95] J. Diesel et S. Luu. “GPS/IRS AIME : calculation of thresholds and protection radius using chi-square methods”. *Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1995)*, pp. 1959–1964, September 1995.
- [Ding 11] X. Ding. “Development of Beidou navigation satellite system”. *Proceedings of the 24th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2011)*, September 2011.
- [Dixo 60] W. J. Dixon. “Simplified estimation from censored normal samples”. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 31, No. 2, pp. 385–391, 1960.
- [Dubo 00] D. Dubois et H. Prade. “Possibility theory in information fusion”. *Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion*, Vol. 1, pp. 6–19, 2000.
- [Duro 99] Z. M. Durovic et B. D. Kovacevic. “Robust estimation with unknown noise statistics”. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 44, No. 6, pp. 1292–1296, June 1999.
- [Dyke 96] K. L. V. Dyke. “Removal of SA : benefits to GPS integrity”. *Proceedings of the 9th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1996)*, pp. 1657–1670, September 1996.
- [Ene 06] A. Ene, J. Blanch et T. Walter. “Galileo-GPS RAIM for vertical guidance”. *Proceedings of the 2006 National Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION NTM 2006)*, pp. 432–440, January 2006.
- [Ene 09] A. Ene. *Utilization of modernized global navigation satellite systems for aircraft-based navigation integrity*. PhD thesis, Stanford University, 2009.

- [ESA 05] ESA. “Galileo integrity concept - ESA-DEUI-NG-TN/01331”. Tech. Rep., ESA, 2005.
- [Esch 03] A.-C. Escher. *Study of the contribution of GNSS/INS hybridization to GNSS integrity monitoring for civil aviation applications*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [Farr 98] J. A. Farrell et M. Barth. *The global positioning system and inertial navigation*. Mac Graw Hill, 1998.
- [Faur 09a] F. Faurie, A. Giremus et V. Corretja. “Un algorithme EM-UKF pour la calibration de capteurs inertiels dans un contexte d’hybridation avec le GPS”. *Proceedings of the Groupe d’Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI 2009)*, 2009.
- [Faur 09b] F. Faurie, A. Giremus et E. Grivel. “Fault detection combining interacting multiple model and multiple solution separation for aviation satellite navigation system”. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2009)*, pp. 3273–3276, 2009.
- [Faur 11a] F. Faurie et A. Giremus. “Bayesian detection of interference in satellite navigation systems”. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2011)*, pp. 4348–4351, 2011.
- [Faur 11b] F. Faurie, A. Giremus, S. Szelewa et J. Goudon. “A generic method for protection level evaluation under the assumption of two simultaneous faulty measurements”. *Proceedings of the 24th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2011)*, September 2011.
- [Fern 06] A. Fernández, J. Diez, C. Griffin, T. Sturman, P. Joosten, F. Boon et M. Hollreiser. “UERE budget results for the Galileo test user receiver”. *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, pp. 1048–1059, September 2006.
- [File 03] D. P. Filev et R. R. Yager. “Context dependent information aggregation”. *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 1, pp. 672–677, 2003.
- [Fish 81] M. A. Fisher et R. C. Bolles. “Random consensus : a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography”. *Communications of the ACM*, Vol. 24, No. 6, pp. 381–395, June 1981.
- [Gao 90] Y. Gao. “A new algorithm of Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM) for GPS navigation”. *Proceedings of the 4th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1991)*, pp. 887–896, September 1990.
- [GEAS 08] GEAS. “Phase I - Panel report”. Tech. Rep., GNSS Evolutionary Architecture Study, 2008.
- [Gire 07] A. Giremus et A. C. Escher. “A GLR algorithm to detect and exclude up to two simultaneous range failures in a GPS/Galileo/IRS case”. *Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007)*, pp. 2911–2923, September 2007.
- [Gire 10] A. Giremus, J. Tourneret et A. Doucet. “A fixed-lag particle filter for the joint detection/compensation of interference effects in GPS navigation”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 58, No. 12, pp. 6066–6079, 2010.

- [Gree 07] G. Greer, T. Bruggermann et R. Walker. “Sigma point Kalman filters for GPS navigation with integrity in aviation”. *Proceedings of the International Global Navigation Satellite Systems Society (IGNSS 2007)*, December 2007.
- [Gust 02] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, J. Jansson, R. Karlsson et P. J. Nordlund. “Particle filters for positioning, navigation, and tracking”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 50, No. 2, pp. 425–437, 2002.
- [Hahn 07] J. H. Hahn et E. D. Powers. “A Report on GPS and Galileo time offset coordination efforts”. *Proceedings of the 2007 IEEE International Frequency Control Symposium joint with the 21st European Frequency and Time Forum*, pp. 440–445, 2007.
- [Hamp 86] F. R. Hampel, E. M. Ronchetti, P. J. Rousseeuw et W. A. Stahel. *Robust statistics. The approach based in influence functions*. Wiley, 1986.
- [Hein 02] G. W. Hein, J. Godet, J. L. Issler, J. C. Martin, P. Erhard, R. Lucas-Rodriguez et T. Pratt. “Status of Galileo frequency and signal design”. *Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2002)*, pp. 266–277, September 2002.
- [Hube 09] P. J. Huber et E. M. Ronchetti. *Robust statistics*. Wiley and sons, 2009.
- [Hube 64] P. J. Huber. “Robust estimation of a location parameter”. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 35, No. 1, pp. 73–101, March 1964.
- [Hwan 06] P. Y. Hwang et R. G. Brown. “RAIM-FDE revisited : a new breakthrough in availability performance with NIORAIM (Novel Integrity-Optimized RAIM)”. *Navigation*, Vol. 53, No. 1, pp. 41–52, Spring 2006.
- [ICAO 06] ICAO. “International standards and recommended practices - Annex 10 to convention on international civil aviation”. Tech. Rep., International Civil Aviation Organization, 2006.
- [ICAO 10] ICAO. “Commercial aviation safety team - Phase of flight definitions and usage notes”. Tech. Rep. 1.0.2, International Civil Aviation Organization, June 2010.
- [Jage 95] R. Jager. *Fuzzy logic in control*. PhD thesis, Universiteit Delft, Amsterdam, 1995.
- [Jaou 11] N. Jaoua, D. Duflos, P. Vanheeghe, L. Clavier et F. Septier. “Impulsive interference mitigation in ad hoc networks based on alpha-stable modeling and particle filtering”. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP 2011)*, pp. 3548–3551, 2011.
- [Jeon 05] C. W. Jeon et G. Lachapelle. “A new TLS-based sequential algorithm to identify two failed satellites”. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 166–172, June 2005.
- [Kalm 60] H. Kalman. “A new approach to linear filtering and predictions problems”. *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, No. 82, pp. 35–45, 1960.
- [Kapl 06] E. D. Kaplan et C. J. Hegarty. *Understanding GPS principles and application - second edition*. Artech House Publishers, 2006.
- [Kash 70] R. L. Kashyap. “Maximum likelihood identification of stochastic linear systems”. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 15, No. 1, pp. 25–34, 1970.

- [Kose 09] V. Kosenko. “Satellite system GLONASS status and plans”. *Proceedings of the European Navigation Conference on Global Navigation Satellite System (ENC GNSS 2009)*, May 2009.
- [Lato 07] A. de Latour, T. Grelier, G. Artaud, L. Ries, J.-L. Issler et V. Heiries. “Subcarrier tracking performances of BOC, ALTBOC and MBOC signals”. *Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007)*, pp. 769–781, September 2007.
- [Lee 04] Y. C. Lee. “Performance of Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM) in the presence of simultaneous multiple satellite faults”. *Proceedings of the 60th Annual Meeting of The Institute of Navigation*, pp. 687–697, June 2004.
- [Lee 05] Y. C. Lee, R. Braff, J. P. Fernow, D. Hashemi, M. P. McLaughlin et D. O’Laughlin. “GPS and Galileo with RAIM or WAAS for vertically guided approaches”. *Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005)*, pp. 1801–1825, September 2005.
- [Lee 07] Y. C. Lee et M. P. McLaughlin. “Feasibility analysis of RAIM to provide LPV-200 approaches with future GPS”. *Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007)*, pp. 2898–2910, September 2007.
- [Lee 86] Y. Lee et C. Lee. “Analysis of range and position comparison methods as a means to provide GPS integrity In the User receiver”. *in the user receiver, US Institute of Navigation Annual Meeting*, pp. 1–4, 1986.
- [Li 04] J. Li, K. L. Butler-Purry, C. L. Benner et B. D. Russell. “Selecting a fuzzy aggregation operator for multicriteria fault location problem”. *IEEE PES Power Systems Conference and Exposition*, pp. 1476–1483, 2004.
- [Li 94] X. R. Li et Y. Bar-Shalom. “A recursive multiple model approach to noise identification”. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 30, No. 3, pp. 671–684, 1994.
- [Liu 07] J. Liu, M. Lu, X. Cui et Z. Feng. “Theoretical analysis of RAIM in the occurrence of simultaneous two-satellite faults”. *Institution of Engineering and Technology (IET) Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 1, No. 2, pp. 92–97, May 2007.
- [Mari 99] J. L. Marichal. *Aggregation operators for multicriteria decision aid*. PhD thesis, Université de Liege, 1999.
- [Mart 08] A. Martineau. *Performance of Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM) for vertically guided approaches*. PhD thesis, École Nationale de l’Aviation Civile (ENAC), 2008.
- [McDo 00] K. McDonald et C. Hegarty. “Post-modernization GPS performance capabilities”. *Proceedings of the IAIN World Congress and the 56th Annual Meeting of The Institute of Navigation*, pp. 242–249, June 2000.
- [Mede 08] C. H. Medel, C. C. Catalan, M. A. F. Vidou et A. S. Perez. “The Galileo ground segment integrity algorithms : design and performance”. *International Journal of Navigation and Observation*, pp. 1–16, 2008.

- [Mehr 70] R. Mehra. “On the identification of variances and adaptive Kalman filtering”. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 15, No. 2, pp. 175–184, 1970.
- [Mehr 72] R. Mehra. “Approaches to adaptive filtering”. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 17, No. 5, pp. 693–698, 1972.
- [Mesi 05] R. Mesiar. “Fuzzy measures and integrals”. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 156, No. 3, pp. 365–370, December 2005.
- [Midd 60] D. Middleton. *An introduction to statistical communication theory*. Mac Graw Hill, New-york, 1960.
- [Mori 04] A. L. Morisseau, J. M. Liszez et B. Roturier. “Analysis of the failure of GPS PRN 23, 1st January 2004”. Tech. Rep., Service Technique de la Navigation Aérienne (STNA), 2004.
- [Naji 88] M. Najim. *Modélisation et identification en traitement du signal*. Masson, 1988.
- [Ni 07] J. Ni, Y. Zhu et W. Guo. “An improved RAIM scheme for processing multiple outliers in GNSS”. *21st International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (AINAW 2007)*, Vol. 3, No. 2, pp. 840–845, May 2007.
- [Ober 03] P. B. Ober. *Integrity prediction and monitoring of navigation systems*. Integricom Publishers, Leiden, The Netherlands, 2003.
- [Ober 06] P. Ober et D. Harriman. “On the use of multiconstellation-RAIM for aircraft approaches”. *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, pp. 2587–2596, September 2006.
- [Otte 98] B. Ottersen, P. Stoica et R. Roys. “Covariance matching estimation techniques for array signal processing applications”. *Digital Signal Processing*, Vol. 8, No. 3, pp. 185–210, July 1998.
- [Page 54] E. Page. “Continuous inspection schemes”. *Biometrika*, Vol. 41, No. 1/2, pp. 100–115, 1954.
- [Pal 94] N. R. Pal et J. C. Bezdek. “Measuring fuzzy uncertainty”. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 2, No. 2, pp. 107–119, 1994.
- [Palm 97] J. Palmqvist. *On integrity monitoring of integrated navigation systems*. PhD thesis, Linköping Studies in Science and Technology, 1997.
- [Park 88] B. W. Parkinson et P. Axelrad. “Autonomous GPS integrity monitoring using the pseudo-range residual”. *Navigation*, Vol. 35, No. 2, pp. 255–274, Summer 1988.
- [Park 96] B. W. Parkinson, J. J. Spiker, P. Axelrad et P. Enge. *Global positioning system : theory and applications, Volume I*. Vol. 163, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, 1996.
- [Perv 98] B. S. Pervan, S. P. Pullen et J. R. Christie. “A multiple hypothesis approach to satellite navigation integrity”. *Navigation*, Vol. 45, No. 1, pp. 61–84, Spring 1998.
- [Pras 05] R. Prasad et M. Ruggieri. *Applied satellite navigation using GPS, GALILEO, and augmentation systems*. Artech House Publishers, 2005.
- [Qian 07] Z. Qiang, Z. Xiaolin et C. Xiaoming. “Research on RAIM algorithm under the assumption of simultaneous multiple satellites failure”. *8th ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel/Distributed Computing (SNPD 2007)*, Vol. 1, pp. 719–724, August 2007.

- [Rao 04] K. D. Rao, M. N. S. Swamy et E. I. Plotkin. “GPS navigation with increased immunity to modeling errors”. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 40, No. 1, pp. 2–11, January 2004.
- [Ripp 09] M. Rippl, G. Schroth, B. Belabbas et M. Meurer. “A probabilistic assessment on the Range Consensus (RANCO) RAIM algorithm”. *Proceedings of the 2009 International Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION ITM 2009)*, pp. 248–255, January 2009.
- [RTCA 01] RTCA. “Minimum operational performance standards for global positioning system/wide area augmentation system airborne equipment”. Tech. Rep. DO229C, RTCA, 2001.
- [RTCA 06] RTCA. “Minimum operational performance standards for global positioning system/wide area augmentation system airborne equipment”. Tech. Rep. DO229D, RTCA, 2006.
- [Salo 10] D. Salos, C. Macabiau, A. Martineau, B. Bonhoure et D. Kubrak. “Nominal GNSS pseudorange measurement model for vehicular urban applications”. *Proceedings of IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, pp. 806–815, May 2010.
- [Schr 08a] G. Schroth, A. Ene, J. Blanch, T. Walter et P. Enge. “Failure detection and exclusion via range consensus”. *Proceedings of the European Navigation Conference (ENC-GNSS 2008)*, 2008.
- [Schr 08b] G. Schroth, M. Rippl, A. Ene, J. Blanch, B. Belabbas, T. Walter, P. Enge et M. Meurer. “Enhancements of the Range Consensus algorithm (RANCO)”. *Proceedings of the 21st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2008)*, pp. 93–103, September 2008.
- [Schr 09] G. Schroth. “European Patent 2120060 : Method of operating a satellite navigation receiver”. 2009.
- [Shaf 78] G. Shafer. “A mathematical theory of evidence”. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 73, No. 363, pp. 677–678, 1978.
- [Snou 09] H. Snoussi et C. Richard. “Monte carlo tracking on the riemannian manifold of multivariate normal distributions”. *IEEE 13th Digital Signal Processing Workshop (IEEE DSP 2009)*, pp. 280–285, January 2009.
- [Span 09] M. Spangenberg. *Safe navigation for vehicles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2009.
- [Stur 88] M. A. Sturza. “Navigation system integrity monitoring using redundant measurements”. *Navigation*, Vol. 35, No. 4, pp. 483–502, Winter 1988.
- [Suar 09] N. Suard. “SBAS benefit on GPS incident concrete observations with ESTB (EGNOS System Test Bed)”. Tech. Rep., CNES Toulouse, 2009.
- [Suge 74] M. Sugeno. *Theory of fuzzy integrals and its applications*. PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 1974.
- [Vand 01] K. Vanderwerf. “FDE using multiple integrated GPS/inertial Kalman filters in the presence of temporally and spatially correlated ionospheric errors”. *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001)*, pp. 2676–2685, September 2001.

- [Vary 07] N. Vary. “GPS satellite PRN18 anomaly affecting SPS performance GPS week/day : week 1422 day 2 (4/10/2007) into week 1422 day 3 (4/11/2007)”. Tech. Rep., WAAS Technical Report William J. Hughes Technical Center, 2007.
- [Vian 11] N. Viandier. *Modélisation et utilisation des erreurs de pseudodistances GNSS en environnement transport pour l’amélioration des performances de localisation*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, Lille, 2011.
- [Walt 08a] T. Walter, J. Blanch, P. Enge, B. Pervan et L. Gratton. “Future architectures to provide aviation integrity”. *Proceedings of the 2008 National Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION NTM 2008)*, pp. 394–402, January 2008.
- [Walt 08b] T. Walter, P. Enge, J. Blanch et B. Pervan. “Worldwide vertical guidance of aircraft based on modernized GPS and new integrity augmentations”. *Proceedings of the IEEE - Invited Paper*, Vol. 96, No. 12, pp. 1918–1935, 2008.
- [Wilc 45] F. Wilcoxon. “Individual comparison by ranking methods”. *Biometrics Bulletin*, Vol. 1, No. 6, pp. 80–83, December 1945.
- [Will 76] A. S. Willsky et H. L. Jones. “A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems”. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 21, pp. 108–112, 1976.
- [Yage 80] R. R. Yager. “On the measure of fuzziness and negation Part II : Lattices”. *Information and Control*, Vol. 44, No. 3, pp. 236–260, 1980.
- [Yage 88] R. R. Yager. “On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking”. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 18, No. 1, pp. 183–190, 1988.
- [Yage 94] R. R. Yager. “On inference structures for fuzzy systems modeling”. *Proceedings of the Third IEEE Conference on Fuzzy Systems / IEEE World Congress on Computational Intelligence*, Vol. 2, pp. 1252–1256, 1994.
- [Yage 98] R. R. Yager et A. Rybalov. “Full reinforcement operators in aggregation techniques”. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B : Cybernetics*, Vol. 28, No. 6, pp. 757–769, 1998.
- [Yand 01] Y. Yand, H. He et G. Xu. “Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning”. *Journal of Geodesy*, Vol. 75, pp. 109–116, 2001.
- [Zade 65] L. A. Zadeh. “Fuzzy sets”. *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338–353, 1965.
- [Zade 78] L. A. Zadeh. “Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility”. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, pp. 3–28, 1978.
- [Zaid 06] A. S. Zaidi et M. R. Suddle. “Global navigation satellite systems : a survey”. *International Conference on Advances in Space Technologies*, pp. 84–87, 2006.

RÉSUMÉ

La navigation par satellite pour les applications critiques telles que l'aviation civile nécessite un dispositif de contrôle d'intégrité pour garantir un certain niveau de précision et de fiabilité des informations fournies au pilote. En effet, au delà des informations de position, le système de navigation doit fournir des alertes lorsque les exigences opérationnelles ne sont pas respectées. Cette perte de performance peut être due aux dysfonctionnements des satellites. Cette thèse traite donc du contrôle d'intégrité des systèmes de navigation appliqué à l'aviation civile en présence de pannes satellite multiples. Le contexte considéré est celui où les mesures satellitaires sont hybridées avec les données cinématiques provenant d'une centrale inertielle.

Les contributions apportées à cette problématique sont diverses. Différents algorithmes sont proposés en tenant compte des contraintes de charge de calcul limitée liées aux applications embarquées. Parmi eux, l'utilisation de la fusion d'informations permet d'améliorer les performances de contrôle d'intégrité. Les imperfections du modèle d'erreur de mesure sont également traitées dans cette thèse. D'une part, nous proposons de détecter et de compenser les potentiels sauts de variance du bruit de mesure. D'autre part, des approches robustes sont utilisées afin d'améliorer le contrôle d'intégrité en présence de bruit de mesure non-gaussien.

Mots-clés : navigation, GPS, GNSS, contrôle d'intégrité, AAIM, fusion d'information, filtrage bayésien, estimation robuste.

ABSTRACT

Critical applications such as civil aviation require a navigation system including an integrity monitoring function to provide accurate and reliable information. Indeed, the navigation system has to raise an alert when the operational requirements are not met. This loss of performance can be due to satellite failures. This thesis deals with integrity monitoring of civil aviation navigation system assuming multiple satellite failures. Moreover, we consider herein the satellite measurements are hybridized with the kinematic information providing by an inertial navigation system.

The contributions to this issue are manifold. Several algorithms are proposed accounting for the limited computing load of the embedded devices. Among them, information fusion allows to improve the integrity monitoring performance. Errors in measurement noise model are also addressed in this thesis. On the one hand, we propose to detect and compensate the measurement noise variance jumps. On the other hand, robust approaches are used to improve the integrity monitoring when the measurement noise is not gaussian distributed.

Keywords : navigation, GPS, GNSS, integrity monitoring AAIM, information fusion, bayesian filtering, robust estimation.

