

THÈSE

DES UNIVERSITÉS

TUNIS EL MANAR et BORDEAUX 1

ECOLE DOCTORALE :
SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGÉNIEUR (ENIT) et
SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR (Bordeaux 1)

PRESENTÉE PAR

Oifa MEJRI

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉS : **GÉNIE INDUSTRIEL (ENIT-Tunis El Manar) et
MÉCANIQUE & ÉNERGÉTIQUE (Bordeaux 1)**

DÉVELOPPEMENT DE MÉTHODES DE DIAGNOSTIC ÉNERGETIQUE DES BÂTIMENTS

Soutenue le 08 Avril 2011 à L'ENIT-Tunis El Manar

Devant la commission d'examen composée de :

| | | | |
|--------------------|-------------------------|--|---------------------|
| M. | Chiheb BOUDEN | Maître de Conférences, ENIT, Université Tunis El Manar | Président |
| Mme | Nadia GHRAB-MORCOS | Professeur, ENIT, Université Tunis El Manar | Directrice de thèse |
| M ^{lle} . | Elena PALOMO DEL BARRIO | Professeur, Université Bordeaux 1 | Directrice de thèse |
| M. | Abdelmajid JEMNI | Professeur, ENIM | Rapporteur |
| M. | Jean Jacques ROUX | Professeur, CETHIL, INSA Lyon | Rapporteur |
| M. | Jean-Rodolphe PUIGGALI | Professeur, Université Bordeaux 1 | Examineur |

A mes parents Ahmed et Elja

A ma sœur Amel et son mari Lotfi

A mes frères Mohamed, Kamel et Mounir

Et à mon meilleur ami Foued

REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche s'est déroulé dans le cadre d'une cotutelle entre l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis et le laboratoire du TREFLE de Bordeaux.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à l'accomplissement de ce travail, en particulier :

Nadia GHRAB-MORCOS professeur à l'ENIT et Elena PALOMO DEL BARRIO professeur à l'université Bordeaux 1, mes directrices de thèse, qui ont guidé mes réflexions tout au long de ce cursus. Je les remercie particulièrement pour la confiance qu'elles m'ont accordée, pour tout le temps qu'elles m'ont consacré et pour leurs conseils qui m'ont beaucoup appris sur le métier de chercheur et sur les méthodes de travail.

Jean Jacques ROUX professeur à l'INSA Lyon, et Abdelmajid JEMNI, professeur à l'ENIM, qui ont accepté d'être rapporteurs de ce travail de thèse.

Jean Rodolf PUGALLI, professeur à l'université Bordeaux1, et Chiheb BOUDEN, Maître de Conférences à l'ENIT, qui ont accepté d'être membre du jury de cette thèse dont ils ont régulièrement suivi l'évolution.

Saed RAJI qui a effectué les mesures sur le bâtiment objet de cette étude, ainsi qu'à toute l'équipe Ecomcompus qui a contribué à la réalisation de ces mesures en particulier son directeur scientifique Philippe LAGIERRE.

Jean-Luc DAUVERGNE, Laurent MORA et l'équipe de la société Confort Bois Construction (CBC) pour leur collaboration.

Ceux qui m'ont aidé à tout moment : mes amis du labo et de la résidence.

Je tiens enfin à remercier mes parents, ma sœur et mes frères qui m'ont épaulé tout au long de ma scolarité, pour leur confiance, leur encouragement et leur soutien permanent.

خلاصة

تتناول هذه الدراسة "تحديد" (Identification) النماذج الديناميكية لتقييم النتائج وتشخيص الطاقة المعتمدة في المباني الموجودة.

تتدرج أعمال الأطروحة إذن في إطار اقتصاد الطاقة وجدواها المتزايدة والتي هي حاجة ذات أولوية اليوم.

دراستنا موجهة إلى مباني المكاتب المقطونة والتي هي نسبيا مجهزة بمعدات لقياس المعطيات.

تتوفر لدينا المقابيس المجرات خلال كل ساعة وهي التالية:

درجة الحرارة الخارجية و تدفق أشعة الشمس ,نسبة التدفئة والطاقة الكهربائية المستهلكة، كذلك قيس درجة حرارة الهواء داخل المبنى.

تتمثل الغاية إذا في اعتماد طريقة منهجية تمكننا من تعداد نتائج الطاقة في المبنى اعتمادا على المعطيات المتوفرة من جهة والتوصية بسبل تطويرها من جهة أخرى.

أما عن المراحل الأساسية للتمشي المعتمد في التقييم والتشخيص المقترح ينحصر خاصة في إجراء تقليدي بمنهجية "التحديد"

أ-تحليل أولي للمقاييس المتوفرة

ب-اختبار الهياكل الحسابية التي يمكن أن تمثل بطريقة ملائمة استجابات وتفاعلات المبنى

ج- تقييم الأنموذج وتأشيرته ثم استعماله لغاية تقييمية وتشخيصية

وبفضل النتائج المتحصل عليها في مقاربة أولية "Boite noire" سوف نجري

محاولة لتشخيص مدققا للطاقة بالاعتماد على نموذج مادي للمبنى "Boite blanche".

RÉSUMÉ

Cette étude porte sur l'identification de modèles dynamiques pour l'évaluation des performances et le diagnostic énergétique de bâtiments existants. Le travail de thèse se place donc dans un contexte d'économie d'énergie et d'efficacité énergétique accrue qui sont d'intérêt primordial aujourd'hui. Nous nous adressons à des bâtiments de bureaux occupés mais relativement bien instrumentés. Nous disposons des mesures horaires de température extérieure, de rayonnement solaire, de puissance de chauffage, de puissance électrique et de température de l'air intérieur. L'objectif étant de proposer une démarche méthodologique permettant de quantifier les performances énergétiques de l'enveloppe du bâtiment à partir des données disponibles, d'une part, et de préconiser des voies pour leur amélioration, d'autre part.

Les étapes majeurs de la démarche d'évaluation/diagnostic proposée s'ajuste pour l'essentiel sur celles d'une procédure classique d'identification : a) analyse préliminaire des données disponible ; b) choix des structures mathématiques susceptibles de reproduire convenablement le comportement dynamique du bâtiment ; c) estimation du modèle et validation ; et exploitation du modèle pour des fins d'évaluation et de diagnostic. Grâce aux résultats obtenus par une première approche « boîte noire » nous effectuons une tentative de diagnostic énergétique approfondi en s'appuyant sur une modélisation physique du bâtiment (« boîte blanche »).

ABSTRACT

This study concerns the identification of dynamic models for performance evaluation and energy diagnosis of existing buildings. The work of this PhD takes place in a context of energy conservation and energy efficiency which are of essential interest today. We are dealing with occupied office buildings but relatively well instrumented. We have hourly measurements of outdoor temperature, solar radiation, heating power, electrical power and indoor air temperature. The aim is to propose a methodological approach to quantify the energy performance of building envelope from the available data, on the one hand, and to recommend ways to improve them, on the other. Major steps of the process evaluation / diagnosis given for the most fits with those of a standard procedure of identification: a) preliminary analysis of available data, b) choice of mathematical structures for well describing the building behavior c) model estimation and validation, and operation of the model for evaluation and diagnosis. With the results obtained by a first approach "black box" we make a tentative of detailed diagnosis based on physical building model ("white box").

TABLES DES MATIERES

CHAPITRE I INTRODUCTION GENERALE 1

| | | |
|---------|--|----|
| I.1 | Contexte ----- | 2 |
| I.2 | Enjeux énergétiques du secteur du bâtiment en Tunisie/France ----- | 2 |
| I.3 | Typologie des bâtiments----- | 6 |
| I.3.1 | Typologie des bâtiments tunisiens ----- | 7 |
| I.3.2 | Typologie des bâtiments français ----- | 10 |
| I.4 | Evaluation des performances et diagnostic énergétique du bâtiment----- | 10 |
| I.5 | Méthodologie d'identification ----- | 12 |
| I.5.1 | Procédure standard d'identification ----- | 12 |
| I.5.1.1 | Conception et collecte des données ----- | 13 |
| I.5.1.2 | Structure du modèle----- | 13 |
| I.5.1.3 | Critère et algorithme d'optimisation ----- | 14 |
| I.5.1.4 | Validation du modèle----- | 15 |
| I.5.2 | Application de l'identification en thermique du bâtiment ----- | 15 |
| I.6 | Objectifs et organisation ----- | 17 |
| I.6.1 | Objectifs de l'étude ----- | 17 |
| I.6.2 | Organisation du mémoire----- | 18 |

CHAPITRE II LE SYSTEME OBJET DE L'ETUDE ET ANALYSE DES DONNEES

DISPONIBLES 21

| | | |
|--------|---|----|
| II.1 | Introduction ----- | 22 |
| II.2 | Description du bâtiment étudié ----- | 22 |
| II.2.1 | Géométrie----- | 23 |
| II.2.2 | Composition de l'enveloppe ----- | 24 |
| II.2.3 | Apports internes et renouvellement d'air----- | 25 |
| II.3 | Mesures disponibles----- | 26 |
| II.4 | Sollicitations manquantes et hypothèses d'estimation----- | 28 |
| II.4.1 | Données relatives à l'environnement radiatif solaire ----- | 29 |
| II.4.2 | Données relatives à l'environnement thermique du bâtiment ----- | 31 |
| II.4.3 | Données relatives aux apports internes ----- | 32 |
| II.4.4 | Résumé----- | 34 |
| II.5 | La réponse thermique du bâtiment, identification des zones thermiques ----- | 35 |

| | | |
|--|--|-----------|
| II.6 | Test de linéarité ----- | 39 |
| II.7 | Conclusion----- | 42 |
| <u>CHAPITRE III TRANSFERTS THERMIQUES ET STRUCTURES MATHÉMATIQUES</u> | | |
| <u>POUR L'IDENTIFICATION</u> | | 44 |
| III.1 | Introduction ----- | 45 |
| III.2 | Phénomènes physiques et mécanismes de transferts ----- | 46 |
| III.2.1 | Transferts par conduction à travers l'enveloppe ----- | 47 |
| III.2.2 | Echanges radiatifs dans l'infrarouge ----- | 49 |
| III.2.2.1 | Echanges radiatifs GLO à l'intérieur du bâtiment ----- | 50 |
| III.2.2.2 | Echanges radiatifs GLO avec l'environnement ----- | 51 |
| III.2.3 | Rayonnement solaire ----- | 53 |
| III.2.3.1 | Rayonnement solaire incident sur une surface ----- | 53 |
| III.2.3.2 | Rayonnement solaire absorbé par les surfaces extérieures ----- | 54 |
| III.2.3.3 | Rayonnement solaire transmis par les fenêtres ----- | 55 |
| III.2.4 | Echanges convectifs aux interfaces parois/air ----- | 56 |
| III.2.5 | Echanges thermiques dus au renouvellement d'air intérieur ----- | 58 |
| III.3 | Equations de conservation de l'énergie----- | 60 |
| III.3.1 | Hypothèses de modélisation----- | 60 |
| III.3.2 | Equations de conservation de l'énergie associées aux éléments opaques de l'enveloppe et aux parois intérieures ----- | 62 |
| III.3.3 | Equations de conservation de l'énergie associées aux vitrages ----- | 63 |
| III.3.4 | Equation de conservation de l'énergie dans l'air ----- | 65 |
| III.4 | Modèles d'états décrivant le comportement thermique du bâtiment ----- | 66 |
| III.4.1 | Modèle d'état thermique complet ----- | 67 |
| III.4.2 | Modèles d'état équivalents ----- | 69 |
| III.4.3 | Modèles d'état réduits ----- | 71 |
| III.5 | Structures mathématiques candidates pour l'identification ----- | 74 |
| III.5.1 | Problèmes associés à l'utilisation d'un modèle thermique détaillé----- | 74 |
| III.5.2 | Choix des structures mathématiques pour l'identification----- | 75 |
| III.6 | Conclusion----- | 77 |
| <u>CHAPITRE IV CARACTÉRISATION MACROSCOPIQUE DU BÂTIMENT</u> | | 78 |
| IV.1 | Introduction ----- | 79 |
| IV.2 | Modèles et estimateurs ----- | 79 |

| | | |
|--|--|------------|
| IV.2.1 | Modèle de système ----- | 79 |
| IV.2.1.1 | Rappel des équations et paramètres statiques ----- | 80 |
| IV.2.1.2 | Changement de variables ----- | 81 |
| IV.2.2 | Modèle de perturbations et forme d'innovation ----- | 82 |
| IV.2.2.1 | Modélisation des perturbations ----- | 83 |
| IV.2.2.2 | Forme d'innovation----- | 83 |
| IV.3 | Méthode et algorithme d'estimation ----- | 84 |
| IV.4 | Sélection de la dimension du modèle, modèle estimé ----- | 86 |
| IV.4.1.1 | Erreur de prédiction et erreur de simulation ----- | 86 |
| IV.4.1.1 | Critère de sélection ----- | 87 |
| IV.4.1.2 | Résultats obtenus et choix du modèle----- | 88 |
| IV.5 | Validation du modèle sélectionné----- | 90 |
| IV.6 | Caractérisation macroscopique et évaluation des performances énergétiques du bâtiment ----- | 94 |
| IV.6.1.1 | Caractérisation macroscopique----- | 95 |
| IV.6.1.2 | Bilan énergétique global ----- | 97 |
| IV.7 | Conclusion----- | 98 |
| <u>CHAPITRE V TENTATIVE DE DIAGNOSTIC ÉNERGÉTIQUE APPROFONDI.....</u> | | 100 |
| V.1 | Introduction ----- | 101 |
| V.2 | Modèle détaillé du bâtiment ----- | 102 |
| V.2.1 | Hypothèses de modélisation----- | 102 |
| V.2.2 | Modèle détaillé----- | 102 |
| V.2.3 | Sources d'incertitudes ----- | 103 |
| V.3 | Comparaison en aveugle des simulations avec les mesures----- | 105 |
| V.4 | Modèle détaillé et modèle « boîte noire » ----- | 106 |
| V.4.1 | Calculs des paramètres physiques du modèle détaillé----- | 107 |
| V.4.2 | Identification des paramètres physiques du modèle détaillé permettant de le rapprocher du modèle « boîte noire » ----- | 108 |
| V.5 | Premier type de confrontation modèle détaillé - mesures ----- | 110 |
| V.5.1 | Analyse de sensibilité locale paramètres/sortie du modèle ----- | 110 |
| V.5.2 | Résultats ----- | 112 |
| V.6 | Deuxième type de confrontation modèle détaillé- mesures----- | 116 |
| V.6.1 | Analyse en composantes principales----- | 116 |

| | | |
|--|-----------------|-----|
| V.6.2 | Résultats | 119 |
| V.7 | Conclusion..... | 121 |
| CONCLUSION GENERALE | | |
| BIBLIOGRAPHIE | | |
| <u>Annexe AI.1 : Typologie des bâtiments</u> | | |
| <u>AI.1.1 Etudes typologiques existantes.....</u> | | |
| <u>AI.1.2 Démarche proposée pour réaliser une typologie des bâtiments.....</u> | | |
| <u>ANNEXE AII-1 Outils d'analyse spectrale</u> | | |
| <u>ANNEXE AIV-1 : Bruit Blanc et Gaussien.....</u> | | |
| <u>ANNEXE AIV-2 : Procédure de Levenberg Marquardt</u> | | |
| <u>ANNEXE AV-1 : Analyse de sensibilité</u> | | |
| <u>ANNEXE AV-2 Analyse de sensibilités réduites (paramètres/paramètres thermophysiques identifiés).....</u> | | |
| <u>ANNEXE AV-3 Analyse de sensibilités réduite (paramètres/sortie du modèle) -</u> | | |

164

LISTE DES FIGURES

| | |
|--|-----|
| Figure I-1 : Consommation finale énergétique par secteur en France (a) et en Tunisie (b)----- | 3 |
| Figure I-2 : La répartition moyenne de la consommation d'énergie par usage pour le secteur Résidentiel en France (a) et en Tunisie (b) ----- | 4 |
| Figure I-3: Transformation de l'habitat en Tunisie ----- | 9 |
| Figure I-4: Procédure d'identification----- | 13 |
| Figure I-5: Synoptique de la thèse ----- | 20 |
| Figure II-1 : Plan du bâtiment avec l'emplacement des capteurs et des convecteurs électriques | 23 |
| Figure II-2 : Photographie du bâtiment----- | 23 |
| Figure II-3: Evolution de la température extérieure et de l'irradiation solaire sur le plan horizontal ----- | 27 |
| Figure II-4: Variation de la puissance de chauffage (en haut) et de la puissance des équipements électriques (PC, imprimantes, éclairage - en bas) ----- | 27 |
| Figure II-5: Variation des températures intérieures dans les Bureau n°1, 2 et 4 ainsi que dans la salle de réunion ----- | 28 |
| Figure II-6 : Zoom sur l'évolution de la température intérieure dans la salle de réunion (a), la température extérieure (b), la puissance de chauffage (c) et l'irradiation solaire (d) ----- | 33 |
| Figure II-7 : Zoom sur l'évolution de $P_{elec}(t)$ et $\Delta P_e(t) \equiv P_{elec}(t) - P_{base}(t)$ ----- | 34 |
| Figure II-8 : Spectre SVD des températures intérieures ----- | 38 |
| Figure II-9 : Spectre cumulé des sollicitations (température extérieure, irradiation solaire et puissance de chauffage) et des températures intérieures ----- | 39 |
| Figure II-10: La fonction de cohérence multiple et le spectre cumulé de la sortie du modèle ---- | 42 |
| Figure III-1: Echanges thermiques et types de nœuds dans un bâtiment [Macdonald, 2002]----- | 47 |
| Figure III-2 : Mesures de conductivité thermique d'un madrier en bois massif [Raji, 2006] ----- | 48 |
| Figure III-3 : Schéma mur n-couches, avec $x=0$ et $x=L$ et échanges aux interfaces----- | 62 |
| Figure IV-1: Comparaison entre mesures et simulations des températures intérieures (en haut), Erreur de simulation (en bas) ----- | 91 |
| Figure IV-2 : Histogramme de l'erreur de simulation (valeur absolue) ----- | 92 |
| Figure IV-3 : Analyse spectrale du résidu : spectre cumulé et cohérence multiple----- | 92 |
| Figure IV-4: Réponse à un échelon du modèle d'ordre 2 ----- | 94 |
| Figure V-1 : Comparaison entre mesures et simulations des températures intérieures du modèle détaillé et du modèle « boîte noire » ----- | 106 |
| Figure V-2 : Résidus du modèle détaillé et du modèle « boîte noire » ----- | 106 |
| Figure V-3 : Valeurs moyennes de sensibilités réduites des paramètres significatifs----- | 113 |
| Figure V-4 : Evolutions des sensibilités réduites des trois paramètres les plus significatifs sur la réponse du modèle détaillé----- | 114 |
| Figure V-5 : <i>Conductivité thermique apparente du milieu : mesures (bleu) et modèle (rouge)[Raji, 2006].</i> ----- | 115 |
| Figure V-6 : <i>Mesures et Simulations des températures intérieures du modèle détaillé initial et modifié</i> ----- | 116 |
| Figure V-7: Représentation du premier vecteur propre ----- | 120 |

LISTE DES TABLEAUX

| | |
|---|-----|
| Tableau I-1 Consommations énergétiques finales par usage pour le secteur tertiaire français en 2001 [ADEME, 2007b]----- | 5 |
| Tableau II-1 : Description des pièces du bâtiment----- | 24 |
| Tableau II-2: Composition des parois de l'intérieur vers l'extérieur ----- | 24 |
| Tableau II-3: Propriétés thermophysiques des matériaux----- | 25 |
| Tableau II-4 : Données souhaitées et données disponibles ----- | 29 |
| Tableau III-1 : Paramètres a, n et b en convection naturelle (hci) [Inard, 1988] ----- | 57 |
| Tableau III-2 : Paramètres a, n et b pour le calcul du coefficient d'échange convectif extérieur [Roux, 2000]----- | 58 |
| Tableau IV-1: Ordre, RMSE, pôles et zéros des différentes modèles estimés----- | 89 |
| Tableau IV-2 : Paramètres statiques du modèle d'ordre 2 ----- | 94 |
| Tableau IV-3: Paramètres physiques macroscopiques ----- | 96 |
| Tableau V-1: Propriétés thermophysiques des matériaux----- | 104 |
| Tableau V-2 : Coefficients d'échanges globaux----- | 104 |
| Tableau V-3 : Valeurs attribuées aux paramètres du modèle détaillé----- | 105 |
| Tableau V-4 : Paramètres thermophysiques du modèle détaillé et du modèle estimé ----- | 108 |
| Tableau V-5 : Sensibilités réduites des paramètres les plus significatifs sur la variation des paramètres thermophysiques du bâtiment ----- | 109 |
| Tableau V-6 : Liste des paramètres significatifs ----- | 112 |
| Tableau V-7 : Matrice de corrélation entre les signaux de sensibilités réduites des paramètres significatifs----- | 114 |
| Tableau V-8 Résultats de l'analyse des γ_i ----- | 119 |

CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

Ce chapitre introductif est dédié à la présentation du contexte dans lequel s'inscrit ce travail et des enjeux énergétiques du secteur bâtiment en Tunisie et en France. Les types de bâtiments en Tunisie et en France sont également décrits. Les notions de performances énergétiques et de diagnostic énergétique sont introduites. Ensuite, des notions nécessaires à la compréhension du principe de la méthodologie d'identification sont présentées ainsi que son application en thermique du bâtiment. Les objectifs auxquels le présent travail doit répondre ainsi qu'une organisation du mémoire closent ce chapitre.

I.1 Contexte

D'après l'Agence Internationale de l'Énergie (AIE), la demande mondiale d'énergie s'accroît chaque année de près de 2% [IEA, 2010], alors que l'on est confronté à un épuisement des ressources énergétiques et à un risque majeur concernant l'avenir de notre planète avec le changement climatique et particulièrement avec la forte croissance des émissions de gaz à effet de serre (GES¹). Ces dernières sont considérées comme la cause la plus probable du réchauffement climatique et ceci d'après le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) qui précise que « *l'essentiel de l'élévation de la température moyenne du globe observée depuis le milieu du XXe siècle est très probablement attribuable à la hausse des concentrations de GES anthropiques* » [Pachauri, 2007]. La prise de conscience internationale de ce risque a été marquée par le Sommet de la Terre, à Rio en 1992. Seule une meilleure efficacité énergétique permettra aux différents pays du monde de respecter les engagements vis-à-vis du protocole de Kyoto (1997) tels que la division par 2 des émissions mondiales d'ici 2050.

A l'échelle mondiale, le secteur du bâtiment représente environ 30 à 40% de la consommation d'énergie ainsi qu'une part importante des impacts environnementaux d'origine anthropique. Ce secteur présente donc un fort potentiel d'amélioration à la fois sur les plans énergétiques et environnementaux. De ce fait, la réduction des consommations d'énergie, en particulier dans le secteur du bâtiment, est urgente, non seulement pour des raisons écologiques, mais aussi pour des raisons économiques.

I.2 Enjeux énergétiques du secteur du bâtiment en Tunisie/France

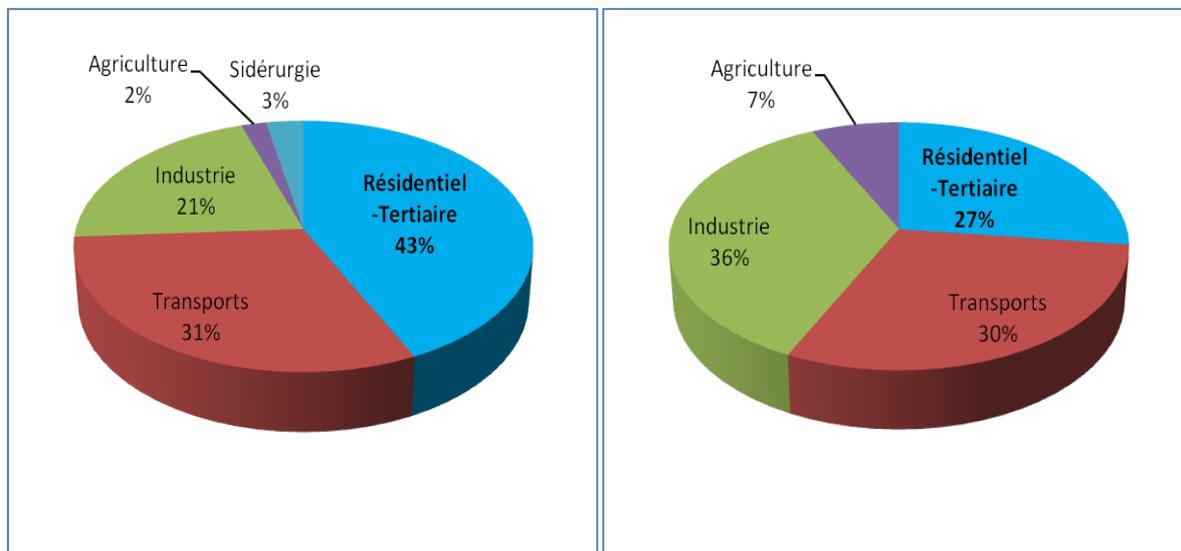
En examinant le bilan énergétique et environnemental, en France comme en Tunisie, on conclut que l'amélioration de l'efficacité énergétique des bâtiments existants s'impose comme une nécessité. Du côté français, le bâtiment représente le plus grand consommateur d'énergie parmi les autres secteurs d'activités. La Figure I-1 présente respectivement la consommation d'énergie finale² par secteurs en France [ADEME, 2007a] et en Tunisie [ANEME, 2007]. On voit que le secteur du bâtiment (résidentiel-tertiaire), premier consommateur, représente 43% de l'énergie finale totale (25% des émissions de CO₂) en France et 27% en Tunisie où il est le troisième secteur en termes de consommation d'énergie après le transport et l'industrie. Pour le cas de la Tunisie, il est même prévu que le secteur du bâtiment occupe le premier rang d'ici 2020, avec un taux de consommation d'énergie estimé à 36%³. Par ailleurs, même si le secteur du bâtiment n'est pas le secteur le plus consommateur d'énergie, il est important de

¹ Les principaux GES : le dioxyde de carbone (CO₂), le méthane (CH₄), l'oxyde nitreux (NO₂), les hydrofluorocarbones (HFC), les hydrocarbures perfluorés (PFC), l'hexafluorures de soufre (SF₆)

² Énergie finale : c'est l'énergie livrée aux consommateurs pour être convertie en énergie utile. Exemple : électricité, essence, gazole, fioul domestique, etc. [DGEMP, 2006].

³ "Communication Initiale de la Tunisie à la Convention Cadre des Nations Unies sur les Changements Climatiques" Ministère de l'Environnement et de l'Aménagement du Territoire – Octobre 2001 (d'après scénario de référence).

procéder à une réduction de sa consommation car sa croissance est très importante et la durée de vie des bâtiments très élevée.



(a) En France [ADEME, 2007a]

(b) en Tunisie [ANEME, 2007]

Figure I-1 : Consommation finale énergétique par secteur en France (a) et en Tunisie (b)

La Figure I-2 présente respectivement la répartition par usage de la consommation d'énergie finale dans le secteur résidentiel en France (a) et en Tunisie (b). On voit qu'en Tunisie, le chauffage représente le second poste de consommation avec 26% de la consommation totale de ce secteur. Le premier poste concerne l'usage cuisson avec 38% de la consommation totale. En France, on remarque que le chauffage est la principale source de consommation dans le secteur résidentiel. Il représente près de 2/3 de ces consommations d'énergie (65%) et la majeure partie des émissions de CO₂ soit 76.5%⁴ de l'ensemble des émissions de CO₂ des différents usages de ce secteur et ceci en raison du contenu élevé en carbone des combustibles fossiles et à l'électricité utilisée lors des périodes très froides.

⁴ P.27 des Chiffres clés du Bâtiment [ADEME, 2007a] : Répartition des émissions de CO₂ des résidences principales par usage.

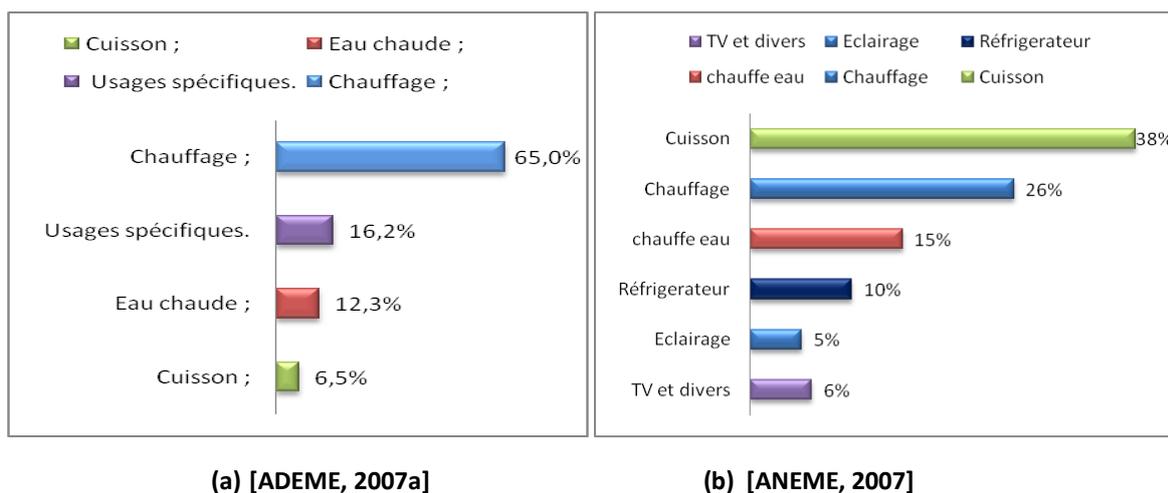


Figure I-2 : La répartition moyenne de la consommation d'énergie par usage pour le secteur Résidentiel en France (a) et en Tunisie (b)

Le Tableau I-1 indique la répartition par usage des consommations d'énergie finale du secteur tertiaire pour l'année 2001 [ADEME, 2007b]. On remarque que, dans le secteur tertiaire français, l'usage chauffage représente encore, comme dans le résidentiel, le premier poste de consommation avec 54% de la consommation totale. Le second poste recouvre les usages spécifiques de l'électricité (26%). Les deux branches les plus consommatrices d'énergie sont respectivement les bureaux et les commerces. Les bureaux occupent la première position en quantité d'énergie totale consommée et également la première position pour la consommation d'énergie pour le chauffage.

Pour toutes ces raisons, on s'intéresse dans ce travail aux bâtiments résidentiel-tertiaire et plus particulièrement aux bâtiments de bureaux. D'autres raisons seront illustrées ultérieurement.

Tableau I-1 Consommations énergétiques finales par usage pour le secteur tertiaire français en 2001
[ADEME, 2007b]

| Branches | Chauffage | ESC | Cuisson | Electricité spécifique | Refroidissement | Total |
|-------------------------|--------------|-------------|-------------|------------------------|-----------------|--------------|
| Commerces | 22,2 | 2,9 | 1,1 | 20,5 | 2,9 | 49,7 |
| Bureaux | 28,5 | 1,4 | 0,8 | 16,3 | 4,2 | 51,2 |
| Enseignement | 19,9 | 2,4 | 1,6 | 2,3 | 0,3 | 26,6 |
| Santé, action sociale | 14,9 | 3,7 | 1,2 | 5,3 | 1 | 26,6 |
| Sports, loisirs | 9,1 | 3,8 | 0,4 | 2,9 | 0,8 | 17 |
| CAHORE ⁵ | 9,8 | 2,6 | 5,9 | 3,3 | 0,9 | 22,6 |
| Habitat communautaire | 7 | 2,1 | 1,3 | 1,9 | 0,1 | 12,3 |
| Transports ⁶ | 4 | 0,5 | 0,2 | 3,8 | 0,1 | 8,7 |
| Total | 115,4 | 19,4 | 12,7 | 56,3 | 10,3 | 214,1 |
| Parts en % | 54% | 9% | 6% | 26% | 5% | 100% |

Face à la nécessité de l'amélioration des performances énergétiques des bâtiments, des mesures ont été prises des côtés tunisien et français.

Du côté tunisien, N. Ghrab a été l'initiatrice de la mise en place d'une réglementation thermique des bâtiments avec l'Agence Nationale de Maîtrise de l'Énergie (ANME) [Ghrab, 2005a]. L'établissement de la réglementation a été accompagnée par la mise en place de labels tels que le label Bâtiment Tunisien Basse Consommation (BTBC).

Les lois promulguées ont eu un impact significatif sur la baisse de l'intensité énergétique du pays de 19% entre 1990 et 2005 [ADEME, 2010]. La loi n° 2004-72 du 2 août 2004 relative à la maîtrise de l'énergie, telle que modifiée et complétée par la loi n° 2009-7 du 9 février 2009, indique dans son article n° 10 que : « *Les projets de construction de nouveaux bâtiments et les projets d'extension des bâtiments existants doivent répondre à des spécifications techniques minimales de maîtrise de l'énergie fixées par arrêté conjoint du ministre chargé de l'équipement et de l'habitat et du ministre chargé de l'énergie* » [JORT-Loi, 2009]. Parmi ces arrêtés, on cite l'Arrêté du 23 juillet 2008 [JORT-Art, 2008] et l'Arrêté du 1^{er} juin 2009 [JORT-Art, 2009] relatifs aux bâtiments à usage de bureaux et aux bâtiments à usage résidentiel respectivement.

Du côté français, depuis 25 ans, cinq réglementations ont permis une réduction de 2/3 des émissions dans les bâtiments neufs [ADEME, 2007b]. La dernière réglementation est la

⁵ CAHORE = Cafés, Hôtels, Restaurants

⁶ Gares & aéroports

RT2005⁷ qui impose une certaine efficacité énergétique quantifiée par des grandeurs qui varient selon certains critères tels que la zone climatique. Elle s'applique aux bâtiments neufs résidentiels et tertiaires. Pour les bâtiments existants, un autre dispositif juridique a été développé ; c'est la notion de diagnostic de performance énergétique (DPE) [DPE, 2010] des bâtiments qui est issue de la directive européenne sur la performance énergétique des bâtiments⁸. En effet, en décembre 2002, la Commission Européenne a approuvé la directive EPBD (« Energy Performance of Buildings Directive ») visant à limiter les émissions de CO₂ par une amélioration des performances énergétiques des bâtiments [Eur-Lex, 2003]. Nous présentons ultérieurement une définition détaillée du terme « diagnostic ». Il est à noter qu'il existe des labels français qui garantissent une forte efficacité énergétique dans les bâtiments dont certains sont associés à la réglementation thermique tels que : HQE (Haute Qualité Environnementale) [HQE, 2010], HPE (Haute Performance Energétique) et THPE (Très Haute Performance Energétique) [JO-Fr, 2003]. Il existe également un autre label nommé « Effinergie » [Effinergie, 2010].

Tous ces dispositifs juridiques du côté tunisien comme français visent à réduire les consommations d'énergie des bâtiments, en fixant des exigences en matière de performance énergétique des bâtiments et en introduisant un système de certification pour les bâtiment neufs et existants. Il découle de ces réglementations la nécessité d'évaluer le comportement thermique réel d'un bâtiment afin de savoir s'il répond aux exigences fixées.

I.3 Typologie des bâtiments

Avant d'introduire la notion du diagnostic énergétique des bâtiments, nous présentons dans cette section les études existantes concernant la typologie des bâtiments tunisiens et français. Nous concentrons cette recherche sur la typologie des bâtiments à usage de bureaux, lorsqu'elle existe. Le mot typologie est défini comme une démarche, souvent scientifique, basée sur une étude, qui consiste à définir un certain nombre de types de l'objet étudié afin d'en faciliter l'analyse, la classification et l'étude de réalités complexes. Etablir une typologie des bâtiments consiste à les classer selon leurs caractéristiques. Ces dernières peuvent être de différents types :

- Matériaux de construction des murs des façades et du sol
- Niveau d'isolation et niveau d'inertie
- Aspect architectural : forme du bâtiment/coefficient de forme et toiture
- Nombre d'étages
- Mitoyenneté des bâtiments
- Type et étanchéité des ouvrants
- Orientation des façades et surtout les surfaces vitrées

⁷ La RT2005, à l'instar de la RT2000, s'applique aux bâtiments neufs des secteurs résidentiel et non-résidentiel. Elle est applicable aux permis de construire déposés depuis le 1er septembre 2006.

⁸ Voir article 7 de [Eur-Lex, 2003].

- Type de vitrage
- Climat de la région
- Année de construction

1.3.1 Typologie des bâtiments tunisiens

Dans la littérature on ne trouve pas de démarche systématique pour l'établissement d'une typologie de bâtiments. Ainsi, on ne trouve pas d'étude typologique des bâtiments à usage de bureaux pour la Tunisie. Ces derniers concernent toutes sortes d'espaces et locaux liés aux activités de services et à caractère administratif. Ces activités sont généralement abritées dans des bâtiments qui ont été conçus spécifiquement à cet effet, mais dans la majorité des cas, dans des immeubles initialement prévus à usage d'habitation (anciennes demeures à l'intérieur des médinas, anciennes villas, etc). C'est la raison pour la quelle nous présentons l'étude typologique élaborée par N.Ghrab-Morcos [Ghrab, 1991]. Cette étude avait pour objectif le développement d'outils d'analyse et d'une démarche adaptés à l'optimisation de la conception thermique et héliothermique des logements tunisiens pour garantir une bonne qualité de confort avec un coût minimal. Nous nous intéressons à une partie de cette étude qui consiste à analyser l'ensemble de l'architecture tunisienne sous l'angle de la thermique en dégagant les caractéristiques du bâti et des manières de l'habiter. L'objectif est de savoir dans quelle mesure la conception architecturale de la maison a été déterminée par les facteurs climatiques.

La méthodologie, adoptée par N.Ghrab-Morcos, commence par une étude des régions climatiques en Tunisie. Par la suite, elle s'est intéressée à la détermination des différents types de logements tunisiens, tout en évaluant leur performance énergétique et leur évolution.

Le premier type de bâtiment dégagé est le logement rural type. Ce dernier a un aspect introverti grâce à sa cour intérieure appelée aussi patio ; il est à signaler que toutes les ouvertures donnent sur ce patio. Les chambres sont caractérisées par leur indépendance thermique car elles ne communiquent pas les unes avec les autres. Les matériaux de construction utilisés sont efficaces pour lutter contre les surchauffes. En effet, pour ce type de logement les cloisons intérieures sont des murs porteurs, très épais et assez capacitifs, ce qui permet une bonne récupération des apports solaires en hiver et le stockage de la fraîcheur en été. Ce type de logement est également caractérisé par une diversité de formes de la toiture. A l'intérieur de ce type de logement rural, N.Ghrab distingue et décrit différents sous-types liés à différentes régions.

Le deuxième type est la maison traditionnelle de la « médina », qui présente pratiquement les mêmes principes fondamentaux que le logement rural type mais avec une spécificité supplémentaire qui est la mitoyenneté des maisons.

Le troisième type de bâtiment est la maison hybride qui présente une forme intermédiaire entre la maison traditionnelle et la maison moderne. Cette dernière représente le quatrième type qui comprend deux sous-types : la villa et l'appartement.

Ces deux sous-types de bâtiment présentent une mutation au niveau de leurs formes (toiture plate), des matériaux de construction utilisés, du remplacement du patio par un couloir et de la spécificité de la fonction de chaque pièce.

Un cinquième type de logement qui a été déterminé est la villa de style arabe qui présente une forme intermédiaire entre la villa et la maison traditionnelle introvertie.

La Figure I-3 représente une description de la transformation de l'habitat en Tunisie, qui concerne essentiellement le choix des matériaux de construction, la forme de la toiture, la mitoyenneté des maisons, les ouvertures, l'épaisseur des murs et l'organisation des pièces.

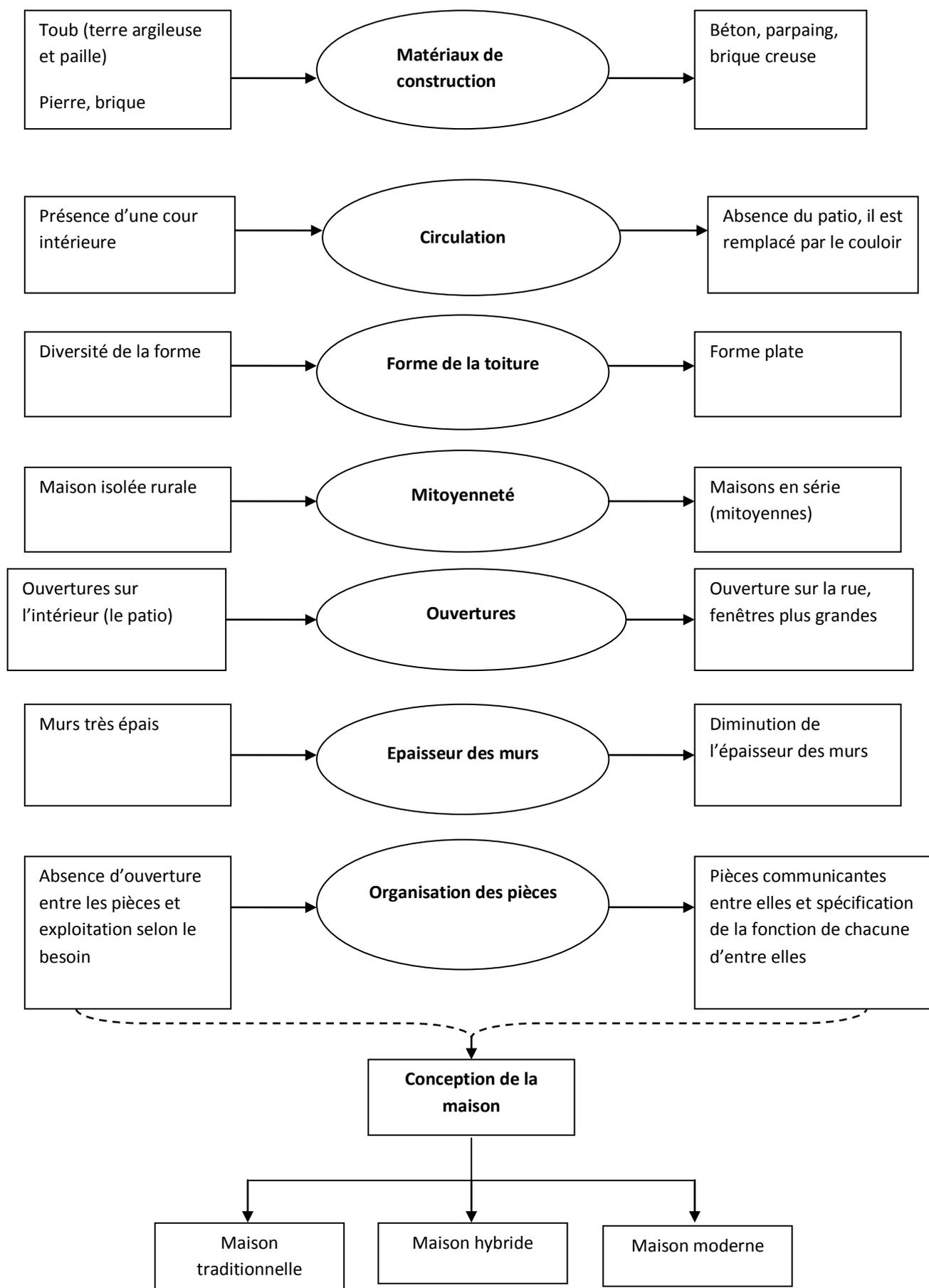


Figure I-3: Transformation de l'habitat en Tunisie

I.3.2 Typologie des bâtiments français

La typologie de l'habitat en France est caractérisée par sa diversité d'une région à une autre. Dans la littérature, le nombre d'études réalisées sur la typologie des bâtiments français est très limité, mais ceci n'empêche qu'on trouve un classement des habitats selon quatre grandes catégories individuel, collectif, mixte et intermédiaire [Zunino, 2007]. Concernant les matériaux de construction, les maisons sont construites en pierres, en briques ou aujourd'hui en parpaings. Le style et l'architecture des maisons varient dans chaque région. Pour se protéger du regard des passants, du froid ou du soleil, les Français mettent des volets. Les toits sont le plus souvent en tuile ou en ardoise.

Concernant l'étude typologique des bâtiments à usage de bureaux, on peut se référer à l'étude de S. Filfli. L'auteur présente dans [Fिल्ли, 2006], une typologie de bâtiments de bureaux et de santé, représentative du parc français. L'objectif de son étude était d'avoir un minimum de types de bâtiments reflétant au mieux la distribution du parc français du domaine étudié, pour pouvoir analyser l'effet de ces types sur les consommations énergétiques et les réductions possibles. La différenciation entre les types de bâtiments était principalement basée sur les aspects suivants : la surface, le pourcentage de parois verticales vitrées et le découpage des zones selon l'usage. L'auteur distingue ainsi trois types de bâtiment de bureaux :

- Le bâtiment de type 1a - grande surface (15000 m²) avec les bureaux paysagés,
type 1b - grande surface (15000 m²) avec des bureaux cloisonnés,
type 1c - grande surface (15000 m²), plateau mince, salle de réunion sur extérieur et bureaux cloisonnés.
- Le bâtiment de type 2 : taille moyenne (5000 m²) en « maçonnerie traditionnelle.
- Le bâtiment de type 3 : taille modeste (1000 m²) que l'on rencontre en zone péri urbaine.

Pour plus de détail sur la géométrie de ces types de bâtiments et les valeurs des ratios de surface par usage et des ratios de surface de parois déperditives (par rapport à la surface totale utile) on pourra se référer à [Fिल्ли, 2006].

Nous nous sommes également intéressés à des études typologiques de bâtiments à autre usage et dans d'autres régions. Nous les présentons dans *l'annexe A1.1*. Nous proposons également dans cette annexe des recommandations pour effectuer une typologie des bâtiments. Il serait intéressant d'appliquer la démarche proposée sur les bâtiments français afin de pouvoir sélectionner des bâtiments représentatifs. Ceci va permettre de réduire le nombre des cas à traiter et d'éviter une répétitivité possible entre des bâtiments peu différents et, par la suite, de faciliter le choix des solutions correspondantes.

I.4 Evaluation des performances et diagnostic énergétique du

bâtiment

L'amélioration de la performance énergétique des bâtiments constitue un levier essentiel pour atteindre les objectifs nationaux de réduction des émissions de gaz à effet de serre. Tout d'abord, on doit comprendre la signification du terme « performance énergétique des

bâtiments ». Ainsi, la «*performance énergétique d'un bâtiment*» est définie d'après [Eur-Lex, 2003] comme étant «*la quantité d'énergie effectivement consommée ou estimée pour répondre aux différents besoins liés à une utilisation standardisée du bâtiment, ce qui peut inclure entre autres le chauffage, l'eau chaude, le système de refroidissement, la ventilation et l'éclairage*».

C'est dans ce contexte qu'on se propose d'élaborer une méthode de diagnostic énergétique des **bâtiments occupés**. La question qui se pose est : qu'est ce qu'un diagnostic ? La définition donnée par [AFNOR, 1994] du terme diagnostic est la suivante : «*Le diagnostic est l'identification de la cause probable de la (ou des) défaillance(s) à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test* ». Cette définition met en évidence une étape d'observation qui consiste à recueillir les informations provenant du système, suivie d'une étape de détermination de la cause de cette défaillance à partir d'un raisonnement logique fondé sur les informations obtenues. Mieux encore, l'origine du mot diagnostic permet d'apporter quelques précisions : ce mot provient de deux mots grecs : «*Dia* », par, «*Gnosis* », connaissance. Dans la détermination de la cause de la défaillance intervient un raisonnement logique, mais aussi la connaissance que l'on a du système étudié. Cette connaissance du système, dans notre cas le **BATIMENT**, est obtenue par la modélisation ou l'identification, qui permet d'obtenir un modèle du système à partir des mesures recueillies sur ce dernier.

Le **diagnostic énergétique** permet d'évaluer et d'améliorer les performances d'un bâtiment existant. Pour atteindre cet objectif il est nécessaire d'évaluer les performances relatives à l'enveloppe, aux équipements/systèmes et à la gestion/utilisation. Dans le cadre de ces travaux, nous nous intéressons à la caractérisation des performances énergétiques de **l'enveloppe** du bâtiment et à l'identification des problèmes/défaillances afin de pouvoir préconiser les voies d'amélioration nécessaires.

L'évaluation des performances énergétiques d'un bâtiment existant peut être effectuée à travers l'une ou la combinaison de ces trois approches [Malkawi, 2009] :

1. Approche de calcul basée sur les données collectées suite à un audit énergétique.
2. Approche basée sur le suivi des factures de consommation énergétique.
3. Approche basée sur des mesures « in situ ».

Les deux premières approches sont les plus utilisées car elles sont moins coûteuses que l'approche basée sur les mesures. Cette dernière, qui est la plus fiable, se base sur l'observation du comportement réel du bâtiment et non sur sa conception. Elle peut être basée sur des méthodes de régression qui utilisent des modèles statiques simples ou sur des techniques d'identification qui permettent d'identifier un modèle de comportement dynamique à partir des données mesurées.

Les **méthodes inverses** constituent la base mathématique du travail et plus précisément leur application à l'**indentification** qui consiste à modéliser des systèmes à partir de données expérimentales.

I.5 Méthodologie d'identification

Identifier un système consiste à obtenir une description mathématique de son comportement à partir de données expérimentales [Ljung, 1987]. Le monde de l'identification est très vaste. Nous retrouvons plusieurs techniques d'identification regroupées en deux grandes familles :

- L'identification non-paramétrique
- L'identification paramétrique

Quand nous parlons d'identification non-paramétrique, nous entendons l'analyse des signaux à travers une interprétation graphique par exemple de la réponse impulsionnelle ou de la réponse fréquentielle du système. Avec ces méthodes nous ne pouvons obtenir qu'une idée de la dynamique du système, qui peut servir, par exemple, au dimensionnement approximatif de régulateurs. Si la précision de la connaissance du système doit être plus élevée, il faut passer à l'identification paramétrique.

Le but de l'identification paramétrique est d'estimer les paramètres d'un modèle, de façon à obtenir une représentation satisfaisante du système réel étudié.

Nous nous intéressons dans cette étude à l'identification paramétrique qui est la plus appropriée pour caractériser le comportement thermique de l'enveloppe d'un bâtiment existant. Notre objectif est de déterminer les paramètres thermiques qui vont nous permettre d'évaluer ses performances énergétiques.

Nous nous proposons dans ce qui suit faire une présentation générale de la méthodologie d'identification et de son application dans le domaine de la thermique du bâtiment.

I.5.1 Procédure standard d'identification

La procédure d'identification inclut quatre étapes. La Figure 1-4 décrit ces étapes qui consistent à : 1) la conception et la collecte des données ; 2) le choix de la structure du modèle ; 3) l'estimation du modèle et enfin la validation de ce dernier.

Une phase préliminaire consiste à rassembler les connaissances "a priori" sur le système à identifier. Cette connaissance "a priori" n'est pas une étape en soi mais elle intervient à plusieurs niveaux de la procédure d'identification. Nous allons ci-dessous résumer brièvement les éléments essentiels caractérisant les différentes étapes d'une identification.

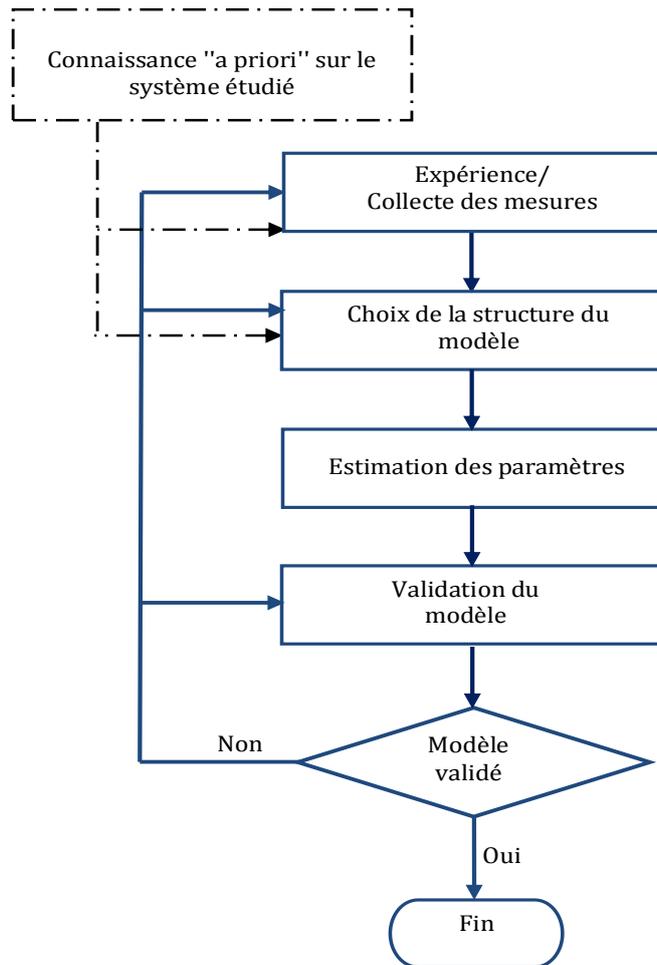


Figure I-4: Procédure d'identification

I.5.1.1 *Conception et collecte des données*

La première étape consiste à concevoir une expérimentation et à recueillir les données. Ces mesures sont généralement effectuées sur des variables sensées caractériser le système. Ces variables peuvent être des variables externes qui agissent sur le système (entrées de commande), des variables internes qui traduisent l'état du système (variables d'état) ou sa réponse (variables de sortie). L'objectif est d'obtenir des signaux d'entrées/sortie suffisamment riches en amplitude et en fréquence pour décrire l'ensemble des comportements possibles du système. Pour ce faire, des choix préalables doivent être effectués. Ils concernent le type des signaux d'entrées, le type d'expérimentation et la période d'échantillonnage.

I.5.1.2 *Structure du modèle*

La deuxième étape concerne le choix de la structure du modèle. Ce choix est une étape cruciale dans la procédure d'identification et il doit reposer sur la connaissance "a priori" du système. Il s'agit de définir d'une façon formelle la relation expliquant le fonctionnement du système. Cette relation correspond à une famille de modèles qui peuvent être des modèles de

connaissance basés sur les phénomènes physiques régissant le système étudié (modèles boîte blanche) ou modèles de comportement basés sur une relation mathématique entre les entrées/sorties du système (modèles boîte noire), linéaires ou non-linéaires, invariants ou à paramètres variables.

Jiménez et al dans [Jiménez, 1996] fournissent une liste des modèles utilisés pour estimer les caractéristiques thermiques du bâtiment tels que le modèle ARX, modèle ARMAX, modèle de l'erreur de sortie et modèle de Box-Jenkins. Il est à noter que la connaissance des équations décrivant les phénomènes physiques régissant le système étudié permet de présélectionner la structure du modèle pour l'indentification.

Notons que le modèle choisi peut être utilisé pour faire soit de la prédiction soit de la simulation. Dans le premier cas (prédiction), les entrées sont les données (entrées et sorties) passées du système étudié, l'objectif étant de déterminer les sorties à des instants futurs. Autrement dit, le modèle de prédiction fonctionne en parallèle avec le système ; la sortie à l'instant $t+h$ est estimée à partir des entrées et sorties disponibles à l'instant t , h étant le pas de prédiction. Dans le cas de la simulation, seules les entrées passées et l'état du système sont utilisées et on ne prédit qu'à un pas les sorties du système.

I.5.1.3 Critère et algorithme d'optimisation

La troisième étape concerne le choix d'un critère d'estimation et d'un algorithme de résolution. Le critère définit la fonction objectif ou la fonction coût. En général, on cherche à minimiser ou à maximiser le critère choisi pour que la sortie du modèle et celle du système réel soient les plus proches possible. Dans la plupart des cas, le critère à minimiser est l'erreur quadratique entre la sortie mesurée et la sortie prédite. Cette erreur est composée de la sortie mesurée notée $y(t)$ et de la sortie du modèle notée $\hat{y}(t)$. Dans notre cas on le note par $V(\theta)$ et il s'exprime par :

$$V(\theta) = f(y(t) - \hat{y}(t, \theta)) = f(e(t, \theta)) \quad (\text{II.1})$$

où θ et e représentent respectivement les paramètres à estimer et l'erreur de prédiction

L'une des questions importantes en identification est : quel est l'estimateur qui permet d'estimer au mieux la valeur de θ ? Pour répondre à cette question, il existe un grand nombre de méthodes d'estimation. Ces méthodes peuvent être regroupées en deux catégories [Landau, 1993] :

- Méthodes basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction.
- Méthodes basées sur la décorrélation de l'erreur de prédiction du vecteur des entrées.

Parmi les méthodes basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction, on cite les méthodes suivantes : moindres carrés simples, moindres carrés généralisés, maximum de vraisemblance. La deuxième catégorie concerne la méthode de l'erreur de sortie et la méthode de variables instrumentales.

Dans le cadre de cette étude, nous ne détaillons que la méthode d'estimation que nous avons utilisée. Pour plus de détails sur les autres méthodes d'estimation voir le chapitre 11 de [Ljung, 1987]. Nous nous intéressons dans cette étude aux méthodes itératives de prédiction de l'erreur et plus particulièrement à l'estimateur du maximum de vraisemblance.

I.5.1.4 *Validation du modèle*

La quatrième et dernière étape d'une procédure d'identification est de vérifier si le modèle identifié est capable de prédire correctement le comportement du système. En général, si le modèle est suffisamment bon, alors la procédure d'identification est arrêtée ; sinon, retour à l'étape d'estimation. Il est possible de retravailler les données d'entrées/sortie ou de tester une autre structure du modèle.

Dans la littérature, il existe une multitude de méthodes de validation ; certaines sont basées sur la comparaison entre la sortie mesurée et celle estimée. Cela est nécessaire mais insuffisant. C'est pourquoi on trouve d'autres méthodes de validation basées sur l'analyse des résidus : tests statistiques de stationnarité, de non blancheur, et étude de corrélation avec les entrées en domaine temporel et/ou fréquentiel.

I.5.2 Application de l'identification en thermique du bâtiment

Le problème d'identification des systèmes suscite un grand intérêt et ce depuis plusieurs années. L'activité de recherche menée autour de ce problème a fait l'objet de très nombreux colloques, séminaires et compétitions et a donné lieu à d'innombrables publications dans des domaines très variés.

Dans le domaine de la thermique du bâtiment, les premières applications de la technique d'identification sont apparues dans les années 80. Ces applications avaient essentiellement pour objectifs : (1) la régulation du système de chauffage et (2) l'estimation des paramètres (coefficients) thermiques du bâtiment tels que le coefficient de déperdition, la surface solaire équivalente et les constantes de temps du bâtiment [Bacot, 1985]. Plusieurs laboratoires de recherche ont ainsi axé leurs travaux sur l'application de cette technique d'identification aux modèles de bâtiment. Il est à noter que leurs approches se différencient par le modèle et l'algorithme d'ajustement utilisés. Rabl [Rabl, 1988] donne un état de l'art de ces premières applications dans le domaine de la thermique du bâtiment.

Baudier et Marchio [Baudier, 1991] décrivent deux applications de la méthodologie de l'identification. La première concerne la détermination des paramètres thermiques (mentionnés précédemment) d'un bâtiment inoccupé en adoptant différentes configurations concernant l'ouverture et la fermeture des volets d'une part et d'autre part, en considérant différents scénarios relatifs au système de chauffage. La seconde application consiste à déterminer la résistance thermique et les constantes de temps d'un mur en faisant varier l'ordre du modèle d'état jusqu'à 2. Cette étude fournit des résultats satisfaisants pour les hypothèses admises (linéarité du modèle et invariance des paramètres thermophysiques).

Des progrès importants ont été atteints dans les projets européens PASSYS [Dijk, 1993] et COMPASS [Dijk, 1995]. Le réseau européen PASLINK, très actif dans ce domaine, organise des compétitions sur l'identification des systèmes. La première compétition (1994) avait pour objectif la comparaison entre les techniques d'identification pour la caractérisation thermique des murs d'un bâtiment [Bloem, 1994]. La seconde (1996) a inclut une large application sur les composants du bâtiment [Bloem, 1996]. On pourra trouver des informations sur la dernière compétition dans [Dynastee, 2011].

Androutsopoulos [Androutsopoulos, 2008] effectue une comparaison entre les résultats issus de ces deux premières compétitions en identification et ceux obtenus par les travaux du projet « IQ-TEST⁹ » [Baker, 2004a]. Les participants à ce projet se sont intéressés à l'analyse de l'intervalle de confiance des résultats obtenus. L'écart entre les résultats (différents modèles utilisés) de l'estimation des paramètres du mur de la cellule test, sont plus faibles pour les résultats issus de ce projet que ceux issus de la première et de la deuxième compétition. Ces travaux ont abouti au développement de nouveaux logiciels tels que LORD (Logical R Determination) [Gustschker, 2003]. Cette étude comparative a mis en relief l'importance du niveau d'expertise des participants dans la réussite d'une procédure d'identification. Ainsi, on peut conclure qu'afin de réussir une procédure d'identification (obtenir des résultats satisfaisants) il est essentiel de conjuguer plusieurs savoir-faire (expérimentation, traitement des données, modélisation, etc).

Dans ce même contexte, une autre étude comparative a été réalisée par Jiménez [Jiménez, 2009], qui consiste à comparer les paramètres thermiques estimés d'un mur opaque d'une cellule test en utilisant trois types de modèles (modèle de type RC (LORD), modèle type fonction de transferts (IDENT toolbox MATLAB) et modèle d'état en utilisant l'outil CTSM (Continuous Time Stochastic Modeling) [Kristensen, 2003]). A travers une étude d'incertitude sur les paramètres estimés, les auteurs montrent que des résultats satisfaisants sont obtenus en utilisant le modèle d'état et le modèle ARX (pour les hypothèses admises (linéarité et invariance)).

D'autres travaux portant sur l'identification des caractéristiques thermiques des composants du bâtiment sont répertoriés dans [Strachan, 2008] et plus récemment dans [Baudier, 1991].

Cependant, dans la plupart de ces travaux, l'identification a concerné des éléments du bâtiment ([Jiménez, 2008] et [Strachan, 2008]) plutôt que le système bâtiment. De plus, ils se réfèrent à des cellules test et à des bâtiments non occupés [Madsen, 1995] et [Lundin, 20048] et ceci pour le cas d'estimation de paramètres caractéristiques du comportement thermique du bâtiment.

Jusqu'à présent et à notre connaissance, les derniers travaux portant sur l'application de la méthodologie d'identification à un modèle de comportement thermique de bâtiment sont ceux de Zayane [Zayane, 2011] et sont d'un apport considérable. L'auteure propose une méthode

⁹ IQ-TEST : Improving Quality in Test and Evaluation procedures of Solar and Thermal performances of building components.

d'estimation des paramètres d'un modèle global (bâtiment+chauffage) établi à partir de peu d'informations (absence de mesure de la grandeur régulée à savoir la température intérieure). La méthode proposée est une approche bayésienne basée sur l'échantillonnage de Gibbs. Elle a permis d'obtenir des simulations stochastiques des paramètres du modèle global et des températures. Cette méthode a été appliquée sur un jeu de données provenant de la modélisation d'un bâtiment (CLIM2000) et sur des données réelles d'un bâtiment de bureaux. Cette dernière application a mis en évidence l'importance de l'attention qu'il faut accorder aux hypothèses de simulations (modèle monozone, linéaire, etc.) et à la connaissance "a priori" du bâtiment.

I.6 Objectifs et organisation

I.6.1 Objectifs de l'étude

L'amélioration de la performance énergétique globale d'un bâtiment existant n'implique pas nécessairement la rénovation totale du bâtiment mais pourrait se limiter aux parties qui ont le plus d'incidence sur la performance du bâtiment, entre autres l'enveloppe. D'ailleurs dans ce travail, nous ne nous intéressons qu'à l'évaluation des performances énergétiques de l'*enveloppe* d'un *bâtiment occupé*. Cette dernière est très importante d'une part d'un point de vue social et humain et d'autre part d'un point de vue architectural et énergétique. L'enveloppe du bâtiment représente une transition entre l'espace intérieur et l'extérieur. Elle est le premier des éléments sur lequel le concepteur doit intervenir, afin d'avoir des conditions de confort thermique satisfaisantes.

Notre objectif est de pouvoir, à partir des mesures disponibles sur le bâtiment et qui sont toujours incomplètes, réaliser un *diagnostic* de l'état thermique de l'enveloppe du bâtiment, en appliquant la méthodologie *d'identification paramétrique*. Cette méthode est en effet la plus appropriée pour déterminer les caractéristiques thermiques de l'enveloppe du bâtiment. Rappelons qu'on s'intéresse dans le cadre de cette étude aux bâtiments de bureaux qui sont les seuls qui offrent le plus de chances pour le succès de la méthodologie. En effet, dans ces bâtiments le comportement des usagers influence considérablement leurs performances à travers les ouvertures de fenêtres, la gestion aléatoire des stores, l'occupation sporadique, les exigences individuelles, etc. Toutes ces perturbations intérieures sont de nature aléatoire, ce qui rend difficile une gestion optimale des apports de chaleur. Néanmoins, dans les bâtiments à usage de bureaux, ces perturbations intérieures sont moins fréquentes car les occupants ont moins de liberté vis-à-vis de la gestion du bâtiment. De plus, la source de chaleur interne due à l'éclairage et aux équipements électriques (PC, imprimantes, etc.) est généralement importante. Mieux encore, une 'cross-corrélation' peut exister entre la présence des occupants et la consommation électrique, ce qui permet d'estimer la puissance d'occupation (liée à la présence des occupants) à partir des mesures disponibles de la puissance électrique consommée.

Nous envisageons d'appliquer la méthodologie d'identification en adoptant deux approches : la première se base sur un modèle de type « boîte noire » et la seconde sur un modèle de type « boîte blanche » (modèle physique du bâtiment).

1.6.2 Organisation du mémoire

L'organisation de ce mémoire s'ajuste avec la démarche standard de l'identification. Nous présentons dans la figure I.5 le synoptique de la thèse.

Après ce chapitre introductif qui présente le contexte dans lequel s'inscrit ce travail, les enjeux énergétiques du secteur du bâtiment ainsi qu'une typologie des bâtiments en Tunisie et en France, les principes de base de l'identification et son application en thermique du bâtiment, vient le second chapitre qui est consacré à la description du bâtiment étudié et à l'analyse des données disponibles. En effet et comme mentionné, l'identification est basée sur l'exploitation des mesures, il est donc essentiel de choisir des signaux d'entrée/sortie suffisamment riches en amplitude et en fréquence pour décrire l'ensemble des comportements du système. C'est la raison pour laquelle, nous proposons dans ce second chapitre une analyse des mesures avant leur exploitation. Le premier problème abordé est celui de manque de données. Il s'agit notamment de la densité de flux solaire sur les différentes façades du bâtiment, de la température du sol, et de la puissance liée à l'occupation. Nous proposons une méthode pour estimer les apports d'énergie thermique liés à l'occupation. Le second problème consiste à identifier le nombre des zones thermiques du bâtiment. Pour ce faire, nous proposons une méthode basée sur des techniques d'analyse de composantes principales. La troisième question primordiale pour guider le choix des structures mathématiques à identifier, concerne la nature des relations entrées/sorties du système. Pour décider de la linéarité/non linéarité de ces relations, nous avons effectué une étude de corrélation dans le domaine spectrale (cohérence spectrale multiple).

Le troisième chapitre se cale avec l'étape choix de la structure du modèle dans une procédure d'identification. Nous présentons dans ce chapitre les phénomènes et les mécanismes de transfert déterminant l'état thermique du bâtiment en tenant compte des spécificités du bâtiment étudié. Nous présentons également les équations de conservation de l'énergie qui gouvernent l'évolution thermique du bâtiment. Le passage de ces équations de conservation aux représentations d'état thermique est également établi ainsi qu'une justification des hypothèses simplificatrices adoptées. Enfin, nous exposons la notion de modèle d'état équivalent ainsi que celle de modèles d'état réduits. Ce dernier est le modèle retenu pour notre identification. Il est le plus approprié pour identifier le comportement thermique de l'enveloppe du bâtiment.

Les informations issues du deuxième et du troisième chapitre, nous permettent de poursuivre notre démarche d'identification en adoptant une première approche basée sur un modèle de type « *boîte noire* ». Ainsi, le quatrième chapitre est consacré au problème d'estimation et de validation d'un modèle pour décrire le comportement thermique du bâtiment étudié. Par ailleurs, le modèle estimé permet d'obtenir une caractérisation macroscopique du bâtiment fort utile à une évaluation des performances énergétiques de l'enveloppe du bâtiment.

Enfin, les résultats issus de ce quatrième chapitre, nous motive de tenter d'aller plus loin dans le diagnostic énergétique. Ainsi, le cinquième et dernier chapitre est une tentative de diagnostic approfondi en s'appuyant sur une modélisation physique du bâtiment : modèle « *boîte blanche* ». Nous exposons les différentes sources d'incertitudes relatives à ce type de modèle. Nous montrons également comment on peut se servir, d'une part, du modèle « *boîte noire* », et d'autre part, des données disponibles pour savoir si on a des chances pour corriger le modèle détaillé et aboutir par la suite à un diagnostic approfondi ou dans le cas contraire, nous avons dégagé des indications de mesures complémentaires à réaliser. Ceci étant réalisé à travers l'exploitation des techniques d'analyse de sensibilité et d'analyse en composantes principales. Nous concluons que la connaissance "a priori" du système bâtiment est un élément important en modélisation thermique de ce dernier.

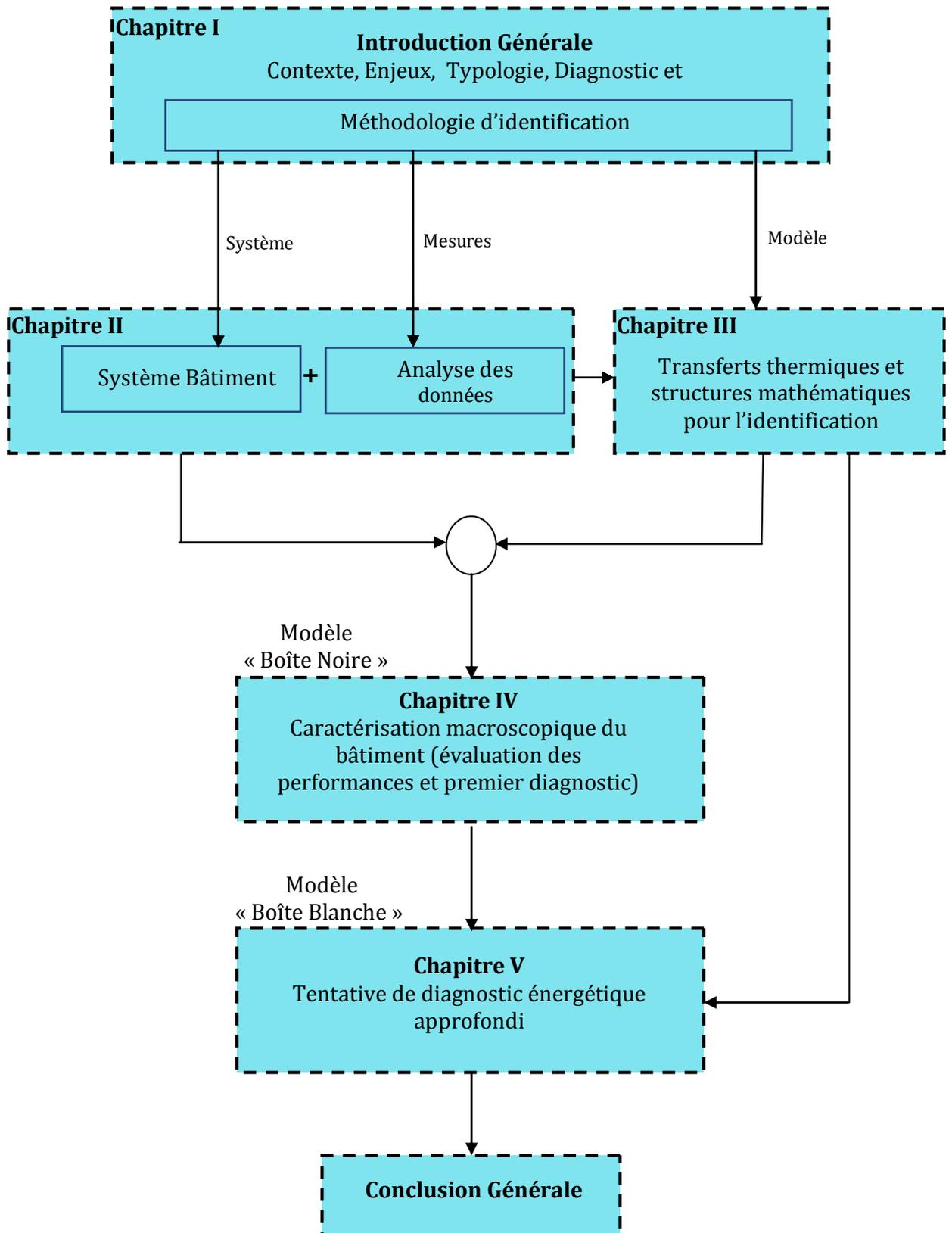
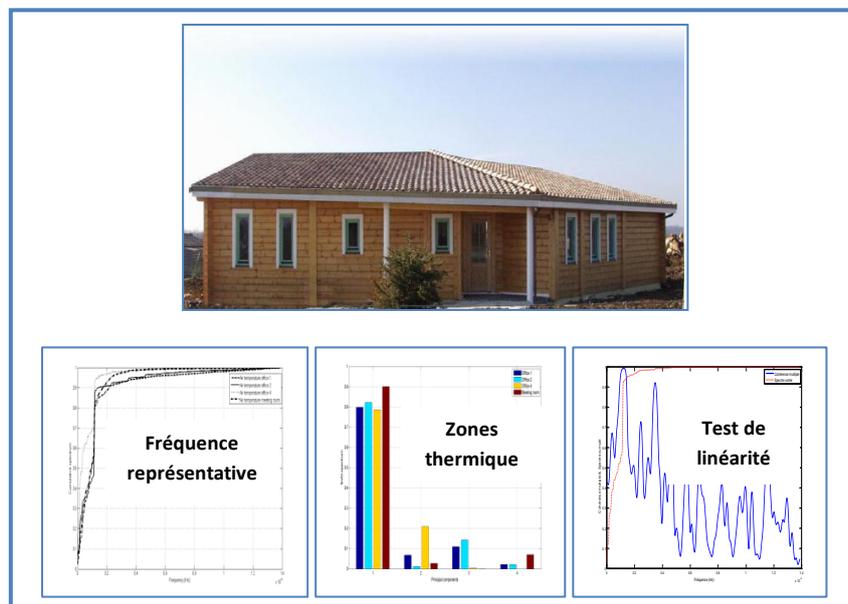


Figure I-5: Synoptique de la thèse

CHAPITRE II

LE SYSTEME OBJET DE L'ETUDE ET ANALYSE DES DONNEES DISPONIBLES



Ce chapitre est dédié à la présentation du bâtiment étudié et à la description et l'analyse des mesures disponibles. Nous abordons trois questions d'intérêt primordial pour la suite du processus d'identification : a) l'estimation des grandeurs physiques manquantes, notamment des sollicitations non mesurées qui pourraient avoir une influence significative sur la réponse thermique du bâtiment; b) l'identification du nombre de zones thermiques minimal qui permet de décrire pertinemment la réponse thermique du bâtiment, ainsi que la délimitation de ces zones; et c) l'analyse de la nature (linéaire/non-linéaire) des rapports existants entre la réponse thermique observée et l'ensemble des sollicitations agissant sur le bâtiment.

II.1 Introduction

Comme nous l'avons déjà explicité, l'objectif de cette thèse est de proposer des méthodes permettant d'évaluer les performances énergétiques d'un bâtiment existant et d'en effectuer un diagnostic. La démarche que l'on propose repose en premier lieu sur l'observation du comportement thermique du bâtiment étudié, puis sur l'identification d'un modèle dynamique capable d'expliquer et de reproduire convenablement les observations réalisées. C'est l'exploitation ultérieure de ce modèle qui nous permettra enfin d'attendre nos objectifs d'évaluation et de diagnostic.

Ce chapitre est dédié à la première étape du processus d'identification. Celle-ci comporte généralement trois phases : la conception de l'expérience à réaliser, la réalisation de l'expérience et l'analyse préliminaire des données obtenues.

La conception de l'expérience consiste à décider des grandeurs physiques à mesurer, à choisir les capteurs à utiliser, à décider de leur emplacement et du nombre de points de mesure, à fixer la période d'échantillonnage et la durée de l'expérience, à décider de la façon de commander les entrées commandables, etc. Tout ceci exige une certaine connaissance "a priori" du système étudié, qui se traduit dans notre cas par une connaissance experte du domaine de la thermique du bâtiment, d'une part, et par une connaissance suffisante des spécificités du bâtiment étudié, d'une autre part.

Le bâtiment de bureau étudié est décrit dans la *section II.2*, tandis que la *section II.3* décrit l'expérience conçue et réalisée dans le cadre de la thèse doctorale de S. Raji [Raji, 2006]. Notre contribution est donc centrée sur l'analyse préliminaire des données issues de l'expérience menée par notre prédécesseur. Ce type d'analyse est généralement dédié à un certain nombre de prétraitements tels que l'homogénéisation de l'échantillonnage en temps, la détection et l'élimination de données aberrantes, la correction de dérives, le filtrage, etc. Nous apportons ici un point de vue différent et nous abordons trois questions d'intérêt primordial pour la suite du processus d'identification : a) l'estimation des grandeurs physiques manquantes, notamment des sollicitations non mesurées qui pourraient avoir une influence significative sur la réponse thermique du bâtiment (*section II.4*); b) l'identification du nombre de zones thermiques minimal qui permet de décrire pertinemment la réponse thermique du bâtiment, ainsi que la délimitation de ces zones (*section II.5*) ; et c) l'analyse de la nature (linéaire/non-linéaire) des rapports existants entre la réponse thermique observée et l'ensemble des sollicitations agissant sur le bâtiment (*section II.6*).

II.2 Description du bâtiment étudié

Le bâtiment étudié est un bâtiment en bois massif situé à Jugasin (Bordeaux) à 44°49'54'' de latitude nord et 0°41'30'' de longitude ouest. Il a été construit en Novembre 1999. Ce bâtiment sert de bureau à la société Confort Bois Construction. Nous décrivons ci-après la géométrie du bâtiment et la composition de son enveloppe.

II.2.1 Géométrie

Comme la montre la Figure II-1, le bâtiment est composé de quatre bureaux, d'une grande salle de réunion, d'une cuisine, d'une salle de bain équipée d'un sauna et enfin de WC. La surface totale de ce bâtiment est de 110 m² et son volume est de 350 m³. Les surfaces et les volumes de chaque pièce sont présentés dans le Tableau II-1. Le bâtiment est en contact direct avec le sol.

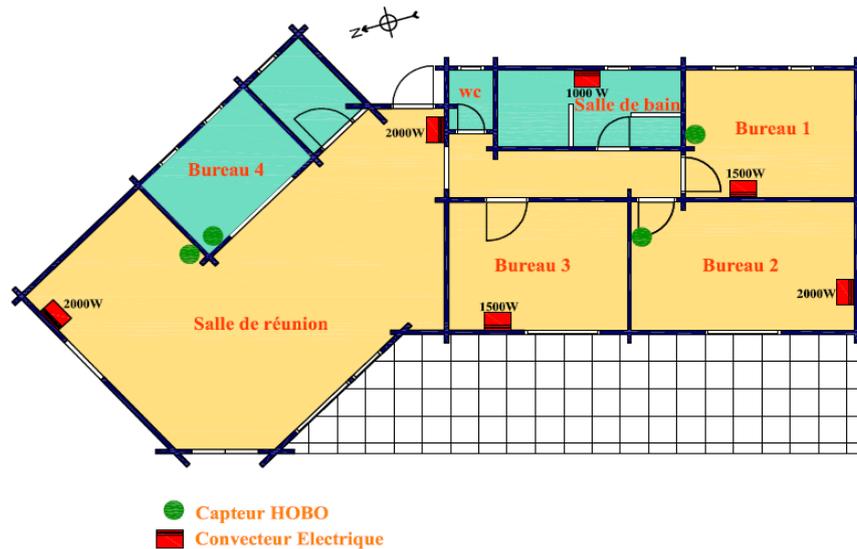


Figure II-1 : Plan du bâtiment avec l'emplacement des capteurs et des convecteurs électriques



Figure II-2 : Photographie du bâtiment

La photographie du bâtiment dans la Figure II-2 montre que les fenêtres du bâtiment sont légèrement en retrait par rapport au plan des façades, d'une part, et protégées de l'ensoleillement par des avant-toits, d'autre part. On observe également que le bâtiment est dans un environnement dégagé. Autrement dit, il s'agit d'un bâtiment qui ne voit que le ciel, l'air et le sol.

Tableau II-1 : Description des pièces du bâtiment

| Pièces | Surface (m2) | Volume (m3) |
|-------------------------|--------------|-------------|
| Bureau 1 | 12.62 | 42.75 |
| Bureau 2 | 14.88 | 53.6 |
| Bureau 3 | 11.89 | 33.5 |
| Bureau 4 | 7.14 | 20 |
| Salle de réunion | 43.75 | 132 |
| Cuisine | 3.59 | 9.40 |
| Salle de bain | 6.70 | 22.38 |
| WC | 1.40 | 4.40 |

II.2.2 Composition de l'enveloppe

Une description de l'enveloppe du bâtiment est présentée dans le Tableau II-2. Nous y trouvons les surfaces, la composition ainsi que l'épaisseur de chaque composant des parois verticales, des deux types de planchers (bois et carrelage), de la toiture et du vitrage. La composition des parois est donnée en partant de l'extérieur du bâtiment vers l'intérieur. Le bois massif représente le seul matériau de construction des parois verticales. La surface du vitrage représente environ 20% de la surface totale du plancher, 37.6% sur la façade sud, 47.5% sur la façade ouest et 14.9% sur la façade nord.

Tableau II-2: Composition des parois de l'intérieur vers l'extérieur

| | Surface (m2) | Composition | Epaisseurs (m) |
|--|--------------|-------------------------------|----------------|
| Parois verticales | 152 | Bois massif | 0.1340 |
| Toiture | 123.18 | Terre cuite | 0.0100 |
| | | Lame d'air > 1.3 cm | 0.0150 |
| | | Laine de verre | 0.1800 |
| | | Bois léger | 0.0160 |
| | | | |
| Plancher 1 (Bureau 1, Bureau 2, Bureau 3 et salle de réunion) | 87.71 | Sol | 1 |
| | | Béton armé | 0.1200 |
| | | Laine de verre | 0.100 |
| | | Bois lourd | 0.025 |
| | | | |
| Plancher 2 (cuisine, Bureau 4, salle de bain et WC) | 19.46 | Sol | 1 |
| | | Béton armé | 0.1200 |
| | | Polystyrène | 0.0470 |
| | | Panneau de particules de bois | 0.0220 |
| | | Carrelage | 0.010 |
| Vitrage sud-ouest | 5.46 | Double vitrage | |
| Vitrage sud-est | 2.69 | | |
| Vitrage ouest | 10.29 | | |
| Vitrage nord-ouest | 1.13 | | |
| Vitrage nord-est | 2.10 | | |

Les propriétés thermophysiques des différents matériaux n'ont pas été mesurées. Les valeurs qui apparaissent dans le Tableau II-3 ne sont qu'indicatives. Elles proviennent de la base de données du logiciel de simulation thermique COMFIE [Peuportier, 1990], à l'exception des propriétés du bois massif. Ces dernières correspondent aux mesures effectuées par [Raji, 2006] sur des madriers similaires à celui utilisé dans le bâtiment étudié.

Tableau II-3: Propriétés thermophysiques des matériaux

| Matériaux | Conductivité thermique (W.m ⁻¹ .K ⁻¹) | Densité (kg.m ⁻³) | Chaleur spécifique (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹) |
|-------------------------------|---|----------------------------------|--|
| Bois massif | 0.24 | 390.0 | 1975.42 |
| Bois léger | 0.15 | 500.0 | 1200.0 |
| Béton armé | 1.5 | 2450 | 920.0 |
| Sol | 1.9 | 1950.0 | 1045.0 |
| Terre cuite | 1.15 | 1900.0 | 900.0 |
| Lame d'air > 1.3 cm | 0.09 | 1.0 | 1224.0 |
| Laine de verre | 0.04 | 12.0 | 840.0 |
| Polystyrène | 0.03 | 35.0 | 1188.0 |
| Panneau de particules de bois | 0.15 | 800.0 | 2093.0 |
| Carrelage | 1.7 | 2300.0 | 700.0 |

II.2.3 Apports internes et renouvellement d'air

Le bâtiment étudié est chauffé par des convecteurs électriques avec un système de régulation manuelle. L'emplacement des convecteurs est présentée sur la Figure II-1. La puissance totale installée est égale à 10000W. La répartition par pièces est:

| | |
|------------------|--------|
| Salle de réunion | 4000 W |
| Bureau n°1 | 1500 W |
| Bureau n°2 | 2000 W |
| Bureau n°3 | 1500 W |
| Salle de bains | 1000 W |

Le bureau n°4 et les WC ne sont pas chauffés. A ces apports internes viendront se rajouter les puissances thermiques dégagées par l'éclairage et les équipements de bureaux (PC, imprimantes), ainsi que la puissance thermique due à l'occupation. Les jours ouvrables, le bâtiment est occupé de 8h à 18h. Il y a environ deux personnes par bureau, sauf dans le bureau n°4 où on ne trouve qu'une personne. Deux personnes sont également présentes dans la salle de réunion.

Le bâtiment dispose d'un système de ventilation mécanique à débit contrôlé chargé d'assurer le renouvellement de l'air intérieur. Il est à supposer que le débit de ventilation satisfait la norme sanitaire NFEN 1831 en vigueur. Cette norme établit un débit minimale à respecter de 18 m³/h/occupant. Le volume total du bâtiment étant de 350 m³ et le nombre d'occupants égal à 9, on s'attend à ce que le taux de renouvellement d'air fourni par le système de ventilation soit égal ou supérieur à 0.46 h⁻¹.

II.3 Mesures disponibles

Dans le cadre de la thèse doctorale de S. Raji [Raji, 2006], le bâtiment a été instrumenté et suivi du mois de Novembre à Décembre 2004. Les mesures effectuées concernent :

- Le rayonnement solaire global sur surface horizontale
- La température de l'air extérieur
- La température de l'air à l'intérieur des bureaux n°1, n°2 et n°4, ainsi que celle de la salle de réunion
- La puissance électrique appelée par les convecteurs (puissance globale, toute pièce confondue)
- La puissance électrique appelée par les équipements de bureau (PC, imprimantes) et par le système d'éclairage.

Les capteurs installés pour la mesure des températures de l'air à l'intérieur des pièces sont des capteurs de type HOBO. Ces capteurs ont leur propre source d'alimentation (une pile au lithium) et ont une très grande autonomie, ainsi qu'une mémoire interne qui permet de stocker jusqu'à 35000 points de mesure. La précision de mesure est de $\pm 0,7$ °C. L'emplacement des 4 capteurs HOBO installés est présentée sur la Figure II-1. Les capteurs ont été placés à une hauteur minimale de 1.5m du sol, sur les murs intérieurs qui ne sont pas en contact avec l'extérieur et protégés du soleil. Le pas de temps d'échantillonnage et d'enregistrement est de 15 min.

La puissance électrique appelée est enregistrée tout les 5 min. On dispose de deux points de mesure. Le premier enregistre la puissance électrique appelée par le système de chauffage (convecteurs), tandis que le deuxième mesure la puissance électrique appelée par les équipements de bureau et l'éclairage.

Les mesures de rayonnement solaire global et de la température extérieure sont collectées, avec un pas d'échantillonnage d'une heure, à partir d'une station météo placée à proximité du bâtiment.

L'ensemble des données est enregistré à l'aide d'un programme « Box Car Pro » et sauvegardé dans des fichiers Excel.

Nous présentons dans ce qui suit, l'évolution temporelle de l'ensemble des données disponibles. La Figure II-3 montre l'évolution au cours du temps des sollicitations extérieures: la température extérieure et le rayonnement solaire global. La Figure II-4, représente la variation de la puissance de chauffage et la puissance liée aux équipements électriques (PC, imprimantes, éclairage). La Figure II-5, représente la variation des différentes températures intérieures : bureau n°1, bureau n°2, bureau n°4 et salle de réunion.

On remarque que pendant la période du suivi (novembre et décembre 2004), la température extérieure varie entre -2°C et 19°C alors que les températures intérieures varient entre 13°C et 26°C. Un pic ponctuel de 30°C est néanmoins observé dans la salle de réunion, il pourrait correspondre à une journée de réunion avec une plus forte occupation de la salle. Concernant

le rayonnement solaire, on note un maximum de 174 W/m^2 , avec un nombre significatif de journées avec moins de 50 W/m^2 .

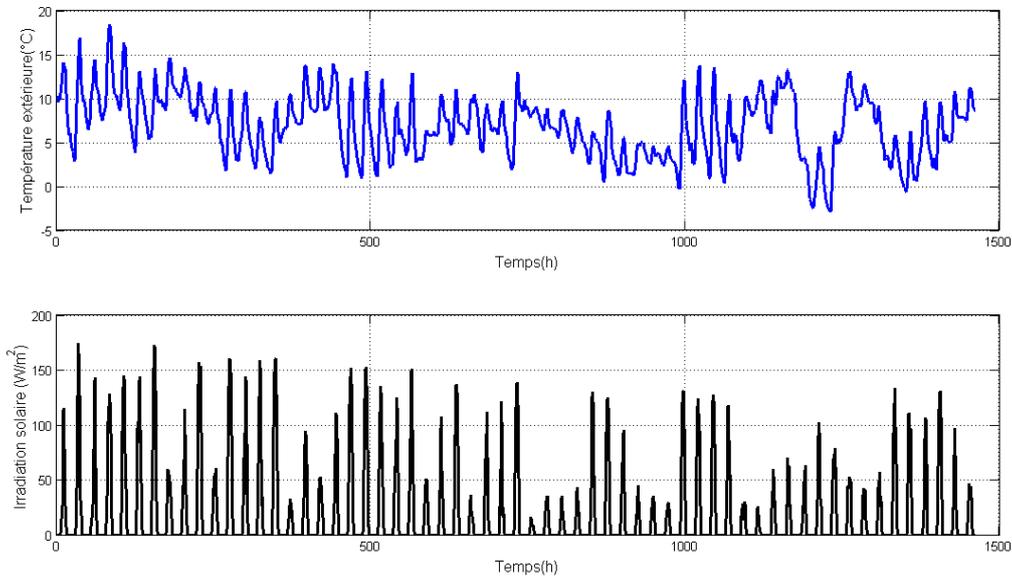


Figure II-3: Evolution de la température extérieure et de l'irradiation solaire sur le plan horizontal

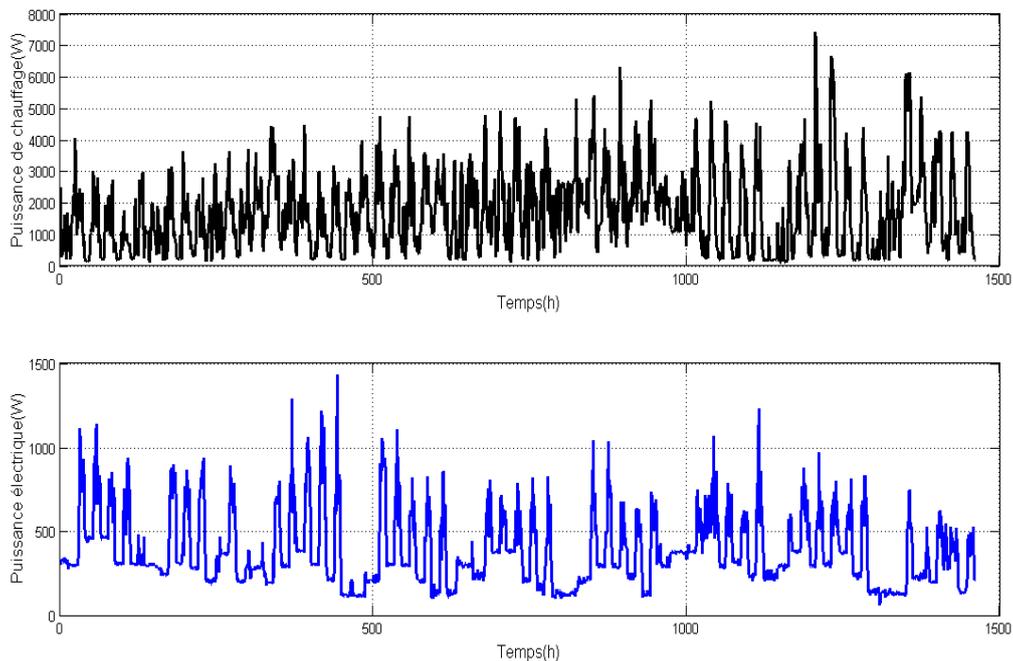


Figure II-4: Variation de la puissance de chauffage (en haut) et de la puissance des équipements électriques (PC, imprimantes, éclairage - en bas)

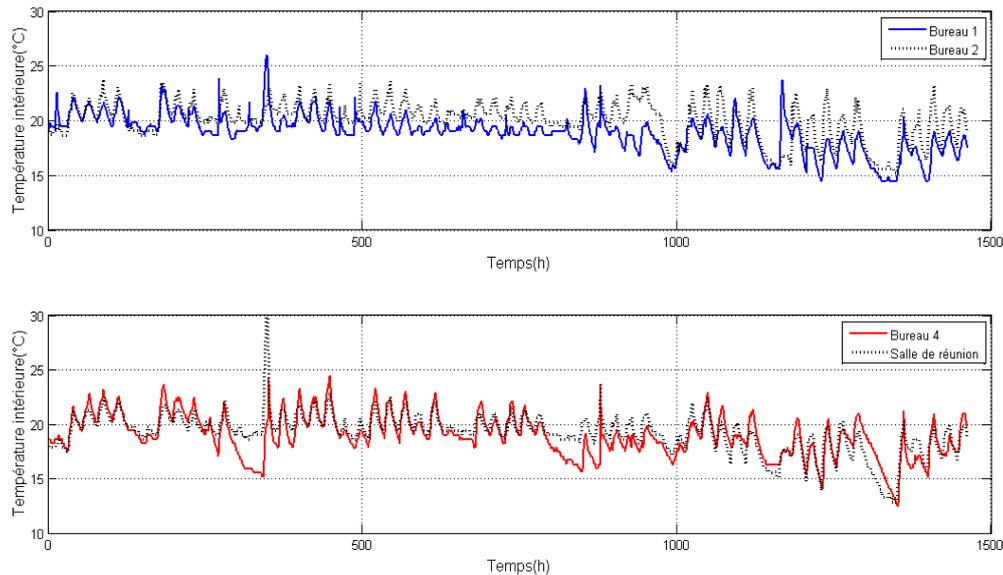


Figure II-5: Variation des températures intérieures dans les Bureau n°1, 2 et 4 ainsi que dans la salle de réunion

II.4 Sollicitations manquantes et hypothèses d'estimation

Le bâtiment est un système soumis à plusieurs types de sollicitations, aussi bien internes qu'externes. Les données mesurées précédentes ne représentent pas l'ensemble de ces sollicitations. Ce manque de données mesurées pourrait entraver, ou du moins limiter, l'analyse des performances énergétiques du bâtiment. Nous présentons dans cette section les approches que nous avons adoptées pour contourner ou pour pallier à ce problème.

Les données d'entrée (sollicitations) qui déterminent le comportement thermique du bâtiment étudié sont :

- a) Les données requises pour l'évaluation des échanges radiatifs dans l'infrarouge entre le bâtiment et l'environnement extérieur. Pour le bâtiment étudié, qui ne voit que le ciel et le sol (pas d'autres bâtiments ou de végétation aux alentours), il aurait été souhaitable de disposer de mesures de la température du sol à la surface.
- b) Les données permettant d'évaluer les apports solaires, autrement dit des mesures de rayonnement solaire sur les différentes façades du bâtiment.
- c) Les données qui définissent l'environnement thermique du bâtiment : la température extérieure et la température du sol en profondeur, qui conditionnent les échanges par conduction et par convection entre le bâtiment et son environnement.
- d) Les données relatives aux apports internes : la puissance thermique de chauffage dans les différentes pièces du bâtiment, la puissance thermique dégagée par les équipements électriques et l'éclairage, et la puissance thermique due à l'occupation.

Le tableau ci-dessous (II-4) résume les manques de la campagne de mesures effectuée et donc les lacunes qu'il sera nécessaire de combler.

Tableau II-4 : Données souhaitées et données disponibles

| | Données souhaitées | Données disponibles |
|--------------------------------|---|---|
| Rayonnement solaire | Densité de flux solaire sur les différentes façades du bâtiment | Densité de flux solaire global sur une surface horizontale |
| Environnement thermique | Température du ciel | Néant |
| | Température du sol à la surface | Néant |
| | Température de l'air extérieur | Température de l'air extérieur |
| | Température du sol en profondeur | Néant |
| Apports internes | Puissance thermique de chauffage par pièces | Puissance électrique appelée par l'ensemble des convecteurs |
| | Puissance thermique dégagée par l'éclairage et les équipements de bureaux | Puissance électrique appelée par l'éclairage et les équipements de bureau |
| | Puissance thermique due à l'occupation | Néant |

II.4.1 Données relatives à l'environnement radiatif solaire

Concernant le rayonnement solaire, les données disponibles correspondent au rayonnement solaire global sur une surface horizontale. La question qui se pose est alors de pouvoir estimer raisonnablement le rayonnement solaire atteignant les différentes façades du bâtiment à partir de ces données.

Nous rappelons tout d'abord que dans le rayonnement solaire reçu à la surface de la terre on peut distinguer deux composantes :

- La composante dite directe $I_b(t)[W.m^{-2}]$, qui représente la densité de flux solaire reçue par une surface plane normale à la direction du rayonnement solaire au sommet de l'atmosphère et dans l'angle solide du disque solaire (rayonnement solaire direct ou irradiation directe par la suite).
- La composante dite diffuse $I_d(t)[W.m^{-2}]$, qui représente la densité de flux solaire diffus, plus ou moins isotrope, reçue par une surface horizontale (rayonnement solaire diffus ou irradiation diffuse par la suite).

La densité de flux solaire global sur une surface horizontale (rayonnement solaire global ou irradiation globale en abrégé), notée $I_g(t)[W.m^{-2}]$, est reliée aux composantes directe et diffuse du rayonnement solaire par [Duffie, 2006]:

$$I_g(t) = I_b(t) \cos \theta_z(t) + I_d(t) \quad (\text{II.1})$$

où θ_z représente l'angle d'incidence du rayonnement solaire direct sur une surface horizontale. Il dépend de la latitude du point considéré, de la déclinaison terrestre et de l'heure.

On considère à présent une surface plane arbitrairement inclinée et orientée : une des façades du bâtiment, un des pans de la toiture, etc. La surface est définie par son inclinaison et son orientation. On note β et γ l'angle d'inclinaison et l'angle azimutal de la surface, respectivement. L'angle d'incidence du rayonnement solaire direct sur la surface sera noté θ_s . Il dépend de β et de γ , ainsi que de la latitude du lieu, de la déclinaison terrestre et de l'heure.

Pour le bâtiment étudié, situé dans un environnement dégagé, la densité de flux solaire atteignant la surface peut être estimée par [Duffie, 2006] :

$$I(t) = I_b(t) \cos \theta_s(t) + \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) I_d(t) + \rho_s \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) I_g(t) \quad (\text{II.2})$$

Le premier terme à droite représente la densité de flux due au rayonnement solaire direct, le deuxième est la densité de flux associée au rayonnement solaire diffus et le troisième terme représente la densité de flux atteignant la surface après réflexion par le sol. La réflectivité du sol (albédo) est notée ρ_s .

A partir des équations (II.1) et (II.2), on peut également écrire :

$$I(t) = c(t)I_g(t) \quad (\text{II.3})$$

avec :

$$c(t) = \left[(1 - k_d) \frac{\cos \theta_s(t)}{\cos \theta_z(t)} + \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) k_d + \rho_s \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \right] \quad (\text{II.4})$$

et

$$k_d = \frac{I_d(t)}{I_g(t)}$$

Il est à noter que connaissant la valeur de l'indice k_d , l'irradiation solaire sur la surface pourrait être facilement déduite à partir des mesures de l'irradiation solaire globale. Plusieurs modèles sont proposés dans la littérature pour estimer les valeurs horaires de k_d à partir des données horaires de I_g [Perez et al, 1986]. Néanmoins, ces modèles sont basés sur des régressions statistiques établies sur de longues séries de données et ne permettent pas de remonter à des valeurs instantanées de k_d . De plus, considérer un grand nombre d'irradiations solaires augmenterait le nombre de paramètres inconnus dans le modèle de bâtiment à

identifier sans pour autant garantir une meilleure précision [Baudier, 1991]. Par conséquent, on essaiera de s'y prendre autrement.

En général (voir *chapitre III, section III.2.3*), les variations temporelles de $c(t)$ (voir équation (III. 15)) au cours d'une journée ne sont significatives qu'à proximité du lever et du coucher du soleil. Il s'agit des tranches horaires où les valeurs de $I_g(t)$ sont faibles, d'une part, et où les propriétés optiques des matériaux en façade (absorption ou transmission) atteignent leurs valeurs minimales, d'une autre part. De ce fait, on s'autorisera à considérer que l'irradiation solaire sur les différentes façades du bâtiment ($i = 1, \dots, m$) peut être approchée par :

$$I_i(t) \approx c_i I_g(t) \quad (\text{II.5})$$

où c_i est supposé être une constante.

II.4.2 Données relatives à l'environnement thermique du bâtiment

Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'environnement thermique du bâtiment est défini par:

- la température de l'air extérieur $T_{ext}(t)$
- la température du ciel $T_c(t)$
- la température du sol en surface $T_{surf\ sol}(t)$
- la température du sol en profondeur $T_{sol}(t)$

Parmi ces grandeurs physiques, seule la température de l'air extérieur a été mesurée. La température du ciel et celle du sol en surface interviennent dans les calculs des flux radiatifs nets dans l'infrarouge sur les façades du bâtiment. A cet effet, comme discuté en détail au chapitre III, on peut considérer que la température du sol en surface est proche de celle de l'air extérieur (du moins la nuit, quant il n'y a pas de rayonnement solaire et que les échanges dans l'infrarouge prennent le dessus). On a donc $T_{surf\ sol}(t) \approx T_{ext}(t)$. Quant à la température du ciel, on peut l'estimer comme suit (voir *chapitre III, section III.2.2*) :

$$T_c = \varepsilon_a^{0.25} T_{ext}$$

où ε_a représente l'émissivité apparente du ciel. De nombreux modèles de corrélation ont été proposées par le passé pour calculer ε_a (i.e. [Berdahl, 1982a ; Berdahl, 1982b ; Martin, 1984a ; Martin, 1984b]).

La température du sol en profondeur est requise pour le calcul des pertes thermiques du bâtiment à travers les planchers. Nous rappelons que ceux-ci sont en contact direct avec le sol dans le bâtiment étudié. Bien que $T_{sol}(t)$ soit inconnue, on peut toujours supposer que : $T_{sol}(t) = cte$ pourvu que la profondeur de sol considérée soit suffisante. Nous montrons plus tard (*section 2 du chapitre IV*) que cette hypothèse va nous permettre d'identifier un modèle

dynamique du bâtiment, représentant correctement les données de température intérieure observées, sans pour autant connaître explicitement la valeur de $T_{sol}(t)$.

II.4.3 Données relatives aux apports internes

Concernant les données relatives aux apports internes, trois types de problèmes se posent. Les deux premiers sont mineurs car on peut s'en affranchir facilement :

- On dispose de mesures de puissances électriques appelées et non pas de puissances thermiques dégagées. On va donc supposer qu'il y a identité entre puissance thermique et puissance électrique. Ceci est une hypothèse raisonnable pour ce qui est de la puissance de chauffage car fournie par des convecteurs. Par contre, pour les équipements de bureau et, plus particulièrement pour l'éclairage, l'hypothèse pourrait être mise partiellement en question. Si l'énergie électrique fournie finit par se dégrader sous la forme de chaleur, il n'est pas dit que cette transformation s'opère instantanément. Par exemple, la lumière produite par le système d'éclairage est d'abord absorbée par les corps et les surfaces à l'intérieur des pièces avant d'être éventuellement restituée à l'air par des mécanismes de convection.
- Les mesures de puissance disponibles sont globales, elles concernent le bâtiment dans son ensemble. Quant on dit que la puissance électrique appelée par le système de chauffage est égale à 6000 W, rien n'est dit par rapport aux consommations de chacune des pièces. Ceci aurait pu être un problème majeur, ce n'est qu'un faux problème dans le bâtiment étudié. En effet, on montre plus tard (*section II.5*) que le bâtiment analysé se comporte comme un bâtiment monozone.

Le troisième problème qui se pose est celui de l'occupation. On ne dispose pas de données à cet égard, alors que les mesures de température disponibles laissent penser à un effet non négligeable de l'occupation dans le bilan énergétique du bâtiment. La Figure II-6 présente l'évolution de la température de l'air dans la salle de réunion pendant 12 jours, ainsi que les valeurs de température extérieure, d'irradiation solaire et de puissance de chauffage enregistrées sur la même période. Nous remarquons qu'un pic de température apparaît dans la salle de réunion au 7^{ème} jour, qui ne peut pas être expliqué ni par les données climatiques ni par la puissance de chauffage. En effet, la température extérieure, l'irradiation solaire et la puissance de chauffage ne présentent pas de variations significatives par rapport aux jours précédents. Le pic de température intérieure ne peut alors s'expliquer que par l'occupation, qui devait être plus forte ce jour là.

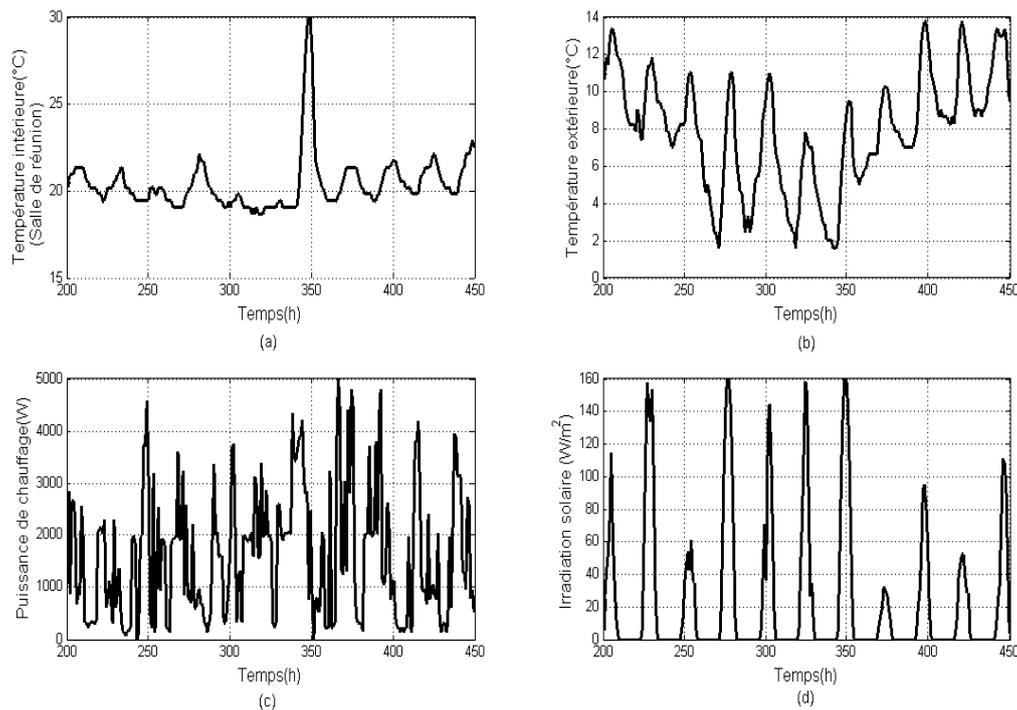


Figure II-6 : Zoom sur l'évolution de la température intérieure dans la salle de réunion (a), la température extérieure (b), la puissance de chauffage (c) et l'irradiation solaire (d)

Nous proposons ci-après une méthode permettant d'approcher l'estimation de la puissance thermique due à l'occupation. Dans un bâtiment de bureau, il est raisonnable de supposer qu'il y a une corrélation forte entre l'occupation et la puissance électrique appelée par les équipements de bureau (PC, imprimantes) et l'éclairage (notée $P_{elec}(t)$ par la suite). Plus le nombre d'employés sur place est élevé, plus l'activité bureautique est forte et plus $P_{elec}(t)$ est importante.

On propose alors d'estimer la puissance d'occupation comme suit :

$$P_{occp}(t) = \eta [P_{elec}(t) - P_{base}(t)] = \eta \Delta P_e(t) \quad (II.6)$$

avec:

$P_{elec}(t)$ [W] Puissance électrique appelée par les équipements de bureau (PC, imprimantes) et par l'éclairage.

$P_{base}(t)$ [W] Puissance électrique de base définissant la puissance électrique appelée en période d'inoccupation.

η [-] Constante de proportionnalité "a priori" inconnue.

$\Delta P_e(t)$ [W] est la puissance d'occupation à une constante près.

La Figure II-7 montre l'évolution de la puissance électrique $P_{elec}(t)$ et la puissance électrique différentielle $\Delta P_e(t) \equiv P_{elec}(t) - P_{base}(t)$ correspondant à une période de 19 jours.

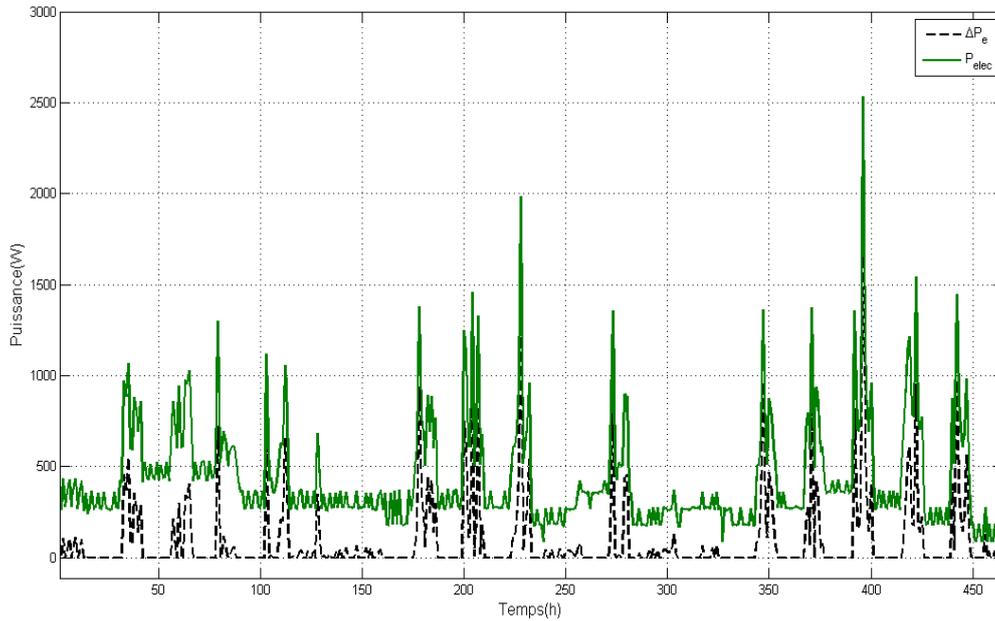


Figure II-7 : Zoom sur l'évolution de $P_{elec}(t)$ et $\Delta P_e(t) \equiv P_{elec}(t) - P_{base}(t)$

II.4.4 Résumé

En prenant en compte les données disponibles et les hypothèses détaillées précédemment, le vecteur des sollicitations (entrées) qui sera considéré par la suite est donné par :

$$\mathbf{U}(t) = [T_{ext}(t) \quad I_g(t) \quad P_c(t) \quad \Delta P_e(t) \quad T_{sol}(t)]^t \quad (\text{II.7})$$

où :

$T_{ext}(t)$ [°C] est la température extérieure.

$I_g(t)$ [W/m²] est l'irradiation solaire globale sur le plan horizontal.

$P_c(t)$ [W] est la puissance thermique $P_c(t) = P_{conv}(t) + P_{elec}(t)$.

$P_{conv}(t)$ [W] est la puissance thermique dégagée par les convecteurs électriques.

$\Delta P_e(t)$ [W] est la puissance d'occupation à une constante près.

$T_{sol}(t)$ [°C] est la température du sol.

II.5 La réponse thermique du bâtiment, identification des zones

thermiques

Par rapport à la réponse thermique du bâtiment, notre étude se limite à l'analyse de la température de l'air intérieur. Comme nous l'avons mentionné précédemment, on dispose des mesures de températures d'air dans le bureau n°1, le bureau n°2, le bureau n°4 et dans la salle de réunion. On va supposer que le choix des pièces instrumentées, ainsi que l'emplacement des capteurs, ont été décidés de façon à ce que les données de température d'air disponibles fournissent une vue représentative de la réponse thermique du bâtiment.

La question qui se pose maintenant est de décider du nombre de zones thermiques distinctes à considérer dans les étapes suivantes du processus d'identification. Nous rappelons qu'un des principes à respecter au cours de ce processus est celui de parcimonie, qui nous portera à chercher des structures mathématiques aussi simples que possible comme candidates à représenter le comportement dynamique du bâtiment. Ainsi, par exemple, s'il n'y a que deux zones thermiques distinctes dans le bâtiment, on essaiera de condenser l'information portée par les 4 séries de température de l'air enregistrées en les réduisant à 2 séries. De cette façon, la structure mathématique à identifier ne contiendra que deux observables au lieu de quatre, ce qui représente, comme nous verrons au *chapitre III*, une réduction significative des paramètres inconnus à estimer.

Nous proposons ici une méthode, basée sur des techniques de décomposition en valeurs singulières, qui permet de décider du nombre de zones thermiques à garder, d'une part, et à les délimiter, d'une autre part.

La décomposition en valeurs singulières est un outil statistique d'analyse et de compression des données. Elle consiste à opérer une transformation particulière sur des données multi variables de façon à réduire leur dimension tout en préservant le maximum de leur variance. Cette technique fut développée il y a plus de 100 ans par Pearson [Pearson, 1901] comme un outil d'analyse des données graphiques. Elle a été redéveloppée à plusieurs reprises tout au long du 20^{ème} siècle dans des domaines scientifiques distincts [Hotteling, 1933], [Loève, 1955]. Ainsi, elle apparaît dans la littérature sous différents noms tels que "Analyse en Composantes Principales" (ACP), "Décomposition de Karhunen-Loève" (DKL), "Décomposition en Valeurs Singulières" (SVD), etc. Ces techniques sont utilisées fréquemment dans le domaine du traitement du signal et de l'image avec des objectifs divers et variés : filtrage et/ou compression de données, classification des signaux, groupement des données, etc.

On considère le vecteur suivant :

$$\mathbf{T}(t) = [T_{bureau\ 1}(t) \quad T_{bureau\ 2}(t) \quad T_{bureau\ 4}(t) \quad T_{salle\ de\ reunion}(t)]^t \quad (\text{II.8})$$

dont les composantes représentent les températures d'air mesurées dans les bureaux n°1, n°2 et n°4 et dans la salle de réunion.

La matrice d'énergie (énergie au sens de la théorie du signal) associée au vecteur $\mathbf{T}(t)$ est définie par :

$$\mathbf{W} = \int_{t=0}^{t_{fin}} \mathbf{T}(t)\mathbf{T}^t(t)dt \quad (\text{II.9})$$

dont les éléments diagonaux et les éléments hors diagonales de la matrice s'écrivent :

$$w_{kk} = \int_{t=0}^{t_{fin}} T_k^2(t)dt, \quad w_{kl} = \int_{t=0}^{t_{fin}} T_k(t)T_l(t)dt \quad (k = \text{bureau n}^\circ 1, \text{ n}^\circ 2, \text{ n}^\circ 4, \text{ salle de réunion})$$

Les termes diagonaux représentent donc l'énergie des composantes du vecteur $\mathbf{T}(t)$ et les termes hors diagonale mesurent la ressemblance dynamique entre signaux. On peut montrer que \mathbf{W} $[4 \times 4]$ est une matrice symétrique définie et positive dont la décomposition spectrale est :

$$\mathbf{W} = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^t \quad (\text{II.10})$$

avec $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}[\sigma_1^2 \quad \sigma_2^2 \quad \sigma_3^2 \quad \sigma_4^2]$ est une matrice diagonale contenant les valeurs propres de la matrice ($\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \sigma_3^2 \geq \sigma_4^2$). Les valeurs propres associés sont placés par colonnes dans la matrice $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \mathbf{v}_3 \quad \mathbf{v}_4]$.

Ils forment un ensemble orthonormé complet dans \mathfrak{R}^4 ($\mathbf{V}^t\mathbf{V} = \mathbf{I}$). Le vecteur $\mathbf{T}(t)$ peut donc être décomposé de façon unique sur la base formée par les vecteurs propres de la matrice d'énergie. Les éléments de $\mathbf{T}(t)$ deviennent alors une combinaison linéaire des vecteurs propres :

$$\forall k, T_k(t) = \sum_{m=1}^n v_{km}z_m(t) \quad (\text{II.11})$$

où $z_m(t)$ est le coefficient de décomposition de $T_k(t)$ sur la base des vecteurs propres et v_{km} est l'élément (k, m) de la matrice \mathbf{V} . Le produit $v_{km}z_m(t)$ est appelé $m^{\text{ème}}$ composante principale de $T_k(t)$.

Les équations (II.7) peuvent s'écrire sous la forme matricielle :

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{V} \mathbf{Z}(t) \quad (\text{II.12})$$

avec $\mathbf{Z}(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_n(t)]^t$. A partir des équations (II.8), (II.9) et (II.10), on peut montrer que ces états sont orthogonaux, ils vérifient :

$$\int_{t=0}^{t_{fin}} \mathbf{Z}(t) \mathbf{Z}^t(t) dt = \mathbf{\Sigma} \quad (\text{II.13})$$

L'équation (II.11) représente la décomposition en valeurs singulières de la matrice $\mathbf{T}(t)$. En prenant en compte les équations (II.10) et (II.11), on peut facilement montrer que la variance du signal $T_k(t)$ est donnée par :

$$w_{kk} = \sum_{m=1}^4 v_{km}^2 \sigma_m^2 \quad (\text{II.14})$$

La contribution de la $m^{\text{ème}}$ composante principale du signal $T_k(t)$ à sa variance est alors :

$$\gamma_{km} = \frac{v_{km}^2 \sigma_m^2}{w_{kk}} \quad (\text{II.15})$$

L'ensemble de ces coefficients $\{\gamma_{km}\}_{m=1,\dots,4}$ est nommé spectre de décomposition des valeurs singulières (spectre SVD). Les spectres SVD de $T_{bureau\ 1}(t)$, $T_{bureau\ 2}(t)$, $T_{bureau\ 4}(t)$ et $T_{salle\ de\ reunion}(t)$ sont représentés dans la Figure II-8. On remarque que les spectres de $T_{bureau\ 1}(t)$ et $T_{bureau\ 2}(t)$ sont presque identiques. De plus, ils ne présentent pas de différences significatives par rapport au spectre SVD de $T_{salle\ de\ reunion}(t)$. Dans les trois cas, la première composante principale arrive à expliquer plus de 80% de l'énergie de ces signaux, la contribution des autres composantes principales étant inférieure à 10%. Pour $T_{bureau\ 4}(t)$, la contribution de la première composante est de 80% et celle de la seconde de 20%. Ainsi, on peut conclure qu'il y a une ressemblance forte dans le comportement dynamique des signaux $T_{bureau\ 1}(t)$, $T_{bureau\ 2}(t)$ et $T_{salle\ de\ reunion}(t)$ alors que celui de $T_{bureau\ 4}(t)$ est différent.

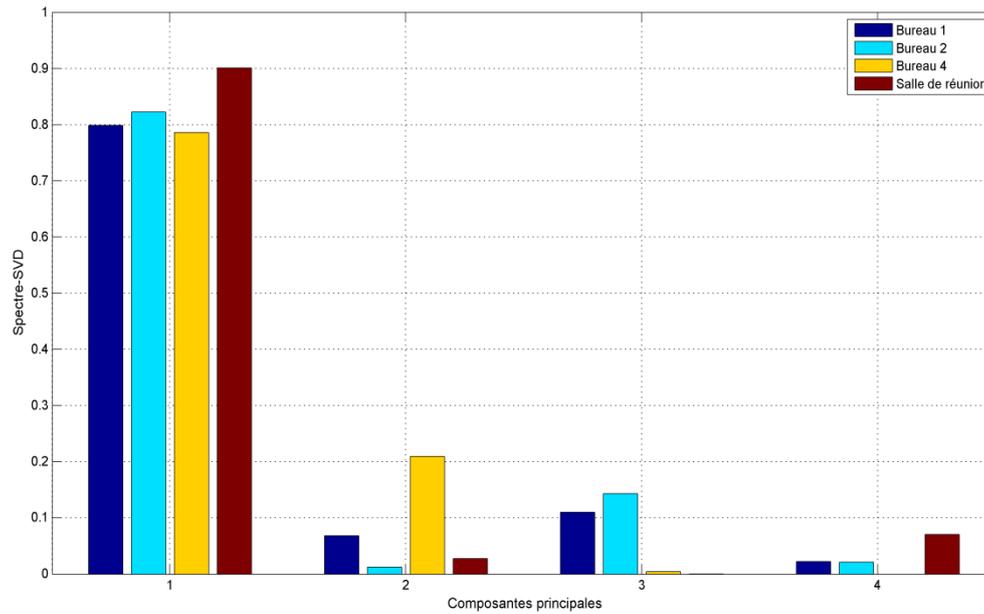


Figure II-8 : Spectre SVD des températures intérieures

Ceci est confirmé par l'analyse des densités spectrales de puissance (spectre en abrégé) des quatre signaux de température. Pour ne pas encombrer le texte, les définitions et les outils mathématiques d'analyse spectrale de signaux sont rappelés en annexe (*Annexe AII-1*). La Figure II-9 présente les spectres cumulés des quatre séries de températures intérieures analysées. On remarque que les spectres cumulés de $T_{bureau\ 1}(t)$, $T_{bureau\ 2}(t)$ et $T_{salle\ de\ réunion}(t)$ sont presque identiques, avec 80-85% de la variance concentrée sur l'intervalle de fréquence $[0, 1.16 \times 10^{-5}]$ et moins de 50% en dessous de 1×10^{-5} Hz. En revanche, le spectre cumulé de $T_{bureau\ 4}(t)$ montre une concentration de variance bien plus forte à très basse fréquence, avec 70% de la variance située à des fréquences inférieures à 1×10^{-5} Hz. Cette différence de comportement dynamique du bureau n°4, comparé à celui des autres bureaux et de la salle de réunion, est due au fait que le bureau n°4 n'est pas chauffé.

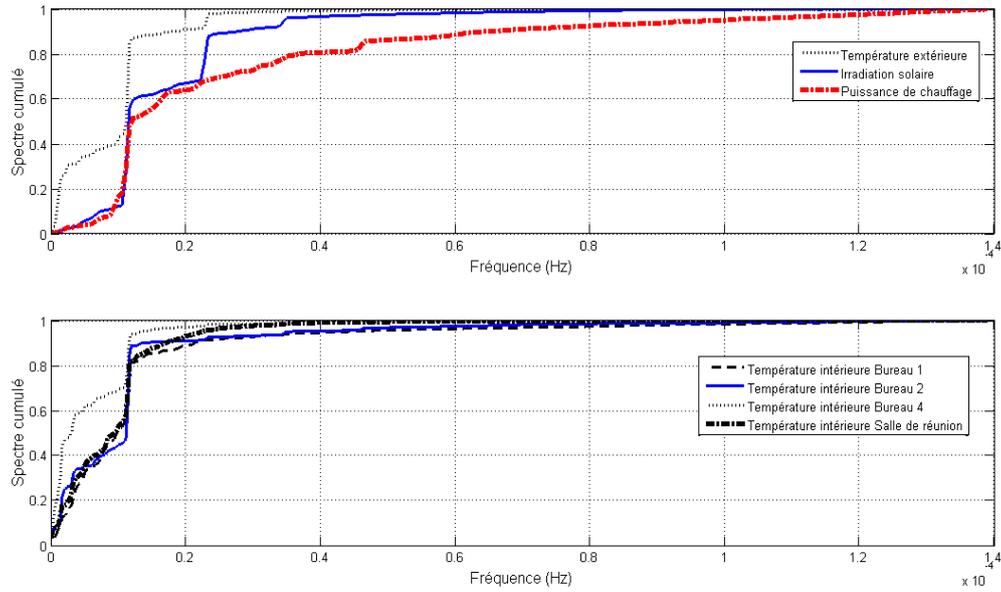


Figure II-9 : Spectre cumulé des sollicitations (température extérieure, irradiation solaire et puissance de chauffage) et des températures intérieures

Suite à cette analyse, on peut déduire que le bâtiment étudié présente deux zones thermiques : d'une part le bureau n°4 et d'autre part le reste du bâtiment. Néanmoins, le bureau n°4 représente moins de 6% du volume total du bâtiment. Par conséquent, on peut considérer que le bâtiment se comporte comme un bâtiment monozone. La réponse thermique du bâtiment sera représentée par la relation suivante :

$$T_{int}(t) = \left(\frac{1 - v_4}{v}\right) \frac{T_{bureau\ 1}(t) + T_{bureau\ 2}(t) + T_{salle\ de\ réunion}(t)}{3} + \left(\frac{v_4}{v}\right) T_{bureau\ 4}(t)$$

(II.16)

où v et v_4 représentent respectivement le volume total du bâtiment et le volume du bureau n°4.

II.6 Test de linéarité

Les deux sections précédentes ont permis de fixer l'ensemble des sollicitations dont il faudra tenir compte par la suite, ainsi que le signal, unique, qui va représenter la réponse thermique du bâtiment. Les cinq grandeurs physiques faisant partie des sollicitations sont : la température de l'air extérieur $T_{ext}(t)$, le rayonnement solaire global sur une surface horizontale $I_g(t)$, la puissance thermique dégagée par les convecteur électriques, l'éclairage et les équipements de bureaux $P_c(t)$, et la puissance électrique différentielle $\Delta P_e(t)$. Le

bâtiment étant assimilable à un bâtiment monozone, la réponse thermique considérée est la température de l'air $T_{int}(t)$ telle que définie par l'équation II.16.

L'objectif est maintenant d'analyser la nature des relations qui relient l'ensemble des sollicitations à la réponse. Notre intérêt premier est de savoir si ces rapports sont de nature linéaire ou non linéaire. Il s'agit d'une question primordiale pour la suite, car le choix des structures mathématiques candidates pour l'identification en dépendra.

La méthode que nous allons utiliser pour tenter de répondre à cette question repose sur une analyse simple de corrélation. Considérons un système dynamique multi-entrées (q sollicitations) et mono-sortie (1 seul observable). On note $u_1(t) \cdots u_q(t)$ les entrées et $y(t)$ la sortie. $\bar{u}_1 \cdots \bar{u}_q$ et \bar{y} désignent leurs valeurs moyennes en temps. Si le système est linéaire et invariant, entrées et sortie seront reliées par une équation de convolution de la forme :

$$y(t) - \bar{y} = \sum_{i=1}^q \int_{\tau=0}^t h_i(\tau) [u_i(t-\tau) - \bar{u}_i] d\tau + \varepsilon(t) \quad (\text{II.17})$$

$h_i(\tau)$ est la réponse indicielle du système associée à la $i^{\text{ème}}$ entrée et $\varepsilon(t)$ représente le bruit de mesure, que l'on suppose être un bruit blanc indépendant. On rappelle que les fonctions de transfert du système sont les transformées de Fourier des réponses indicielles notées $H_i(f)$ ($f = \text{fréquence}$). A partir de l'équation ci-dessus et de la définition de la densité spectrale de puissance (voir *Annexe AIII-1*), on peut montrer que [Jenkins, 2000]:

$$\Gamma_\varepsilon(f) = \Gamma_y(f) [1 - k_{y u_1 \dots u_q}^2(f)] \quad (\text{II.18})$$

avec :

$$k_{y u_1 \dots u_q}^2(f) = \sum_{i=1}^q H_i(f) \Gamma_{y u_i}(f) \quad (\text{II.19})$$

$\Gamma_\varepsilon(f)$ et $\Gamma_y(f)$ représentent, respectivement, la densité spectrale de puissance (spectre de puissance) du bruit de mesure et celle du signal de sortie, tandis que $\Gamma_{y u_i}(f)$ est la densité spectrale croisée (voir *Annexe AIII-1*) correspondant aux signaux $y(t)$ et $u_i(t)$.

$k_{u_1 \dots u_q}^2(f)$ est le spectre de cohérence multiple de la sortie $y(t)$ et des entrées $u_1(t), \dots, u_q(t)$.

Une forme alternative à l'équation de définition (II.19) est donnée par (i.e. [Jenkins, 2000]) :

$$k_{y_{u_1 \dots u_q}}^2(f) = 1 - \frac{\left| \Gamma_{(y_{u_1 \dots u_q})(y_{u_1 \dots u_q})}(f) \right|}{\Gamma_y(f) \left| \Gamma_{(u_1 \dots u_q)(u_1 \dots u_q)}(f) \right|} \quad (\text{II.20})$$

où $\Gamma_{(y_{u_1 \dots u_q})(y_{u_1 \dots u_q})}(f)$ représente la matrice spectrale (matrice des densités spectrales, voir *Annexe AIII-1*) de l'ensemble des signaux mis en jeu (sortie et entrées) et $\Gamma_{(u_1 \dots u_q)(u_1 \dots u_q)}(f)$ désigne la matrice spectrale des entrées.

L'équation (II.18) montre qu'en l'absence de bruit ($\forall f, \Gamma_\varepsilon(f) = 0$) le spectre de cohérence multiple devient $\forall f, k_{y_{u_1 \dots u_q}}^2(f) = 1$, pourvu que le système soit linéaire. Plus généralement, on peut dire que le spectre de cohérence multiple est une mesure, dans le domaine des fréquences, de la corrélation linéaire existante entre la sortie $y(t)$ d'un système et l'ensemble de ses entrées $\{ u_1(t), \dots, u_q(t) \}$. Il prends des valeurs comprises entre 0 et 1:

- si $k_{y_{u_1 \dots u_q}}^2(f) = 0$ on pourra affirmer, qu'à la fréquence f , la sortie du système est linéairement indépendante des entrées ;
- si $k_{y_{u_1 \dots u_q}}^2(f) = 1$, la réponse du système à la fréquence f peut entièrement s'expliquer par des relations linéaires avec les entrées;
- si $0 < k_{y_{u_1 \dots u_q}}^2(f) < 1$ la réponse du système à la fréquence f ne peut être que partiellement expliquée par des relations linéaires avec les entrées et ceci, soit à cause du bruit, soit à cause des rapports non-linéaires entrées-sortie.

Dans notre étude, la température $T_{int}(t)$ de l'air intérieure est la sortie du système, tandis que les entrées sont la température extérieure $T_{ext}(t)$, l'irradiation solaire globale horizontale $I_g(t)$, la puissance thermique $P_c(t)$ et la puissance électrique différentielle $\Delta P_e(t)$.

La Figure II-10 présente la fonction de cohérence multiple de la sortie du modèle par rapport à l'ensemble des entrées (courbe bleu), ainsi que le spectre de puissance cumulé de la sortie (courbe en pointillé). Ce dernier montre que la variance de la sortie se concentre à plus de 95% à des fréquences inférieures à 0.2×10^{-4} Hz. Sur cette même plage de fréquence, on remarque des valeurs significatives de cohérence spectrale multiple. Par exemple, la cohérence multiple est égale à 0.67 pour une fréquence de 0.3611×10^{-5} Hz et elle est égale à 0.99 pour une fréquence égale 1.194×10^{-5} Hz.

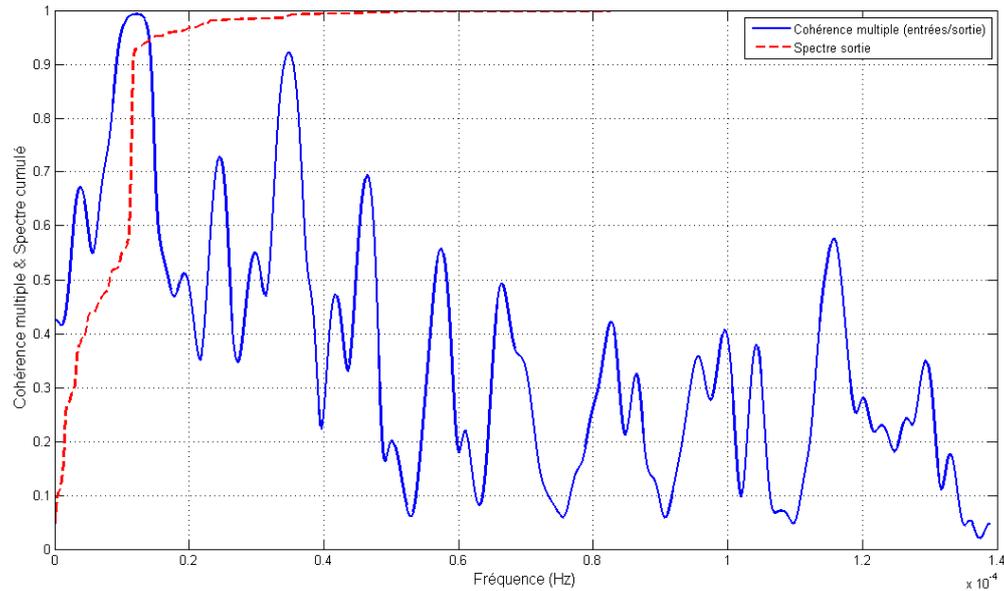


Figure II-10: La fonction de cohérence multiple et le spectre cumulé de la sortie du modèle

Au vu de ces résultats, on ne peut affirmer que les rapports entrées/sortie du bâtiment étudié soient complètement linéaires, mais on ne peut pas exclure non plus cette possibilité. D'ailleurs, à la fréquence qui porte le plus d'information sur la réponse thermique du bâtiment (période : 24h), la cohérence multiple est presque égale à 1. Nous gardons donc à l'esprit qu'il y a des fortes chances pour que l'hypothèse de linéarité puisse conduire à des modèles capables de reproduire convenablement la réponse thermique du bâtiment.

II.7 Conclusion

Après un bref descriptif du bâtiment étudié et des mesures disponibles, nous avons abordé trois questions fondamentales pour la suite du processus d'identification :

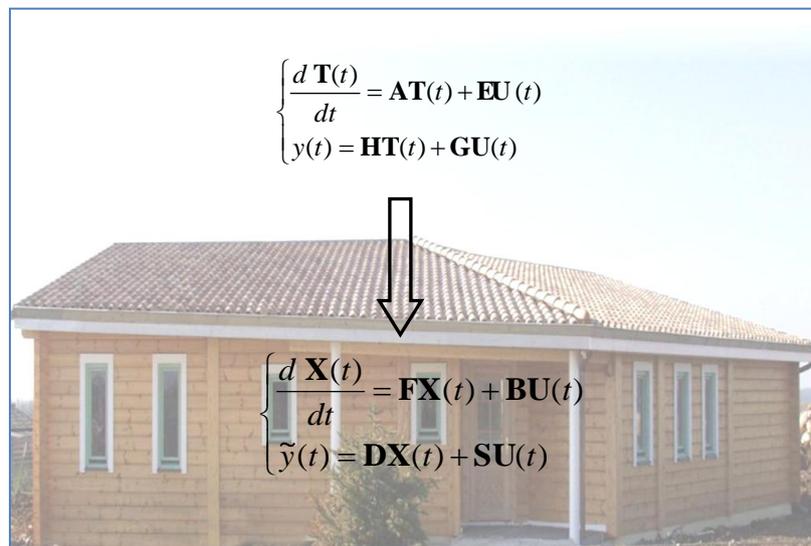
- La première question abordée est celle des grandeurs physiques manquantes, notamment des sollicitations non mesurées. Dans le bâtiment étudié, il s'agit essentiellement des densités de flux solaire sur les différentes façades du bâtiment, de la température du sol en profondeur, et de la puissance thermique dégagée par les occupants. Pour chacune de ces grandeurs, nous avons proposé des méthodes soit pour s'affranchir du problème, soit pour effectuer des estimations raisonnables des inconnues. On remarque notamment la méthode proposée pour estimer les apports d'énergie dus à l'occupation.
- Le deuxième problème consiste à décider/identifier le nombre de zones thermiques du bâtiment à partir des mesures de température de l'air intérieur disponibles. On notera que celui-ci détermine le nombre de sorties/observables du modèle à estimer ultérieurement. Il s'agit, par conséquent, d'une question à résoudre convenablement et dans une optique de parcimonie. On a proposé une méthode originale et efficace, basée sur des techniques d'analyse de composantes principales, pour décider du nombre zones thermiques et pour les délimiter. L'application de cette méthode aux

données disponibles nous a permis de conclure quant au caractère monozone du bâtiment étudié.

- La troisième question, primordiale pour guider le choix des structures mathématiques à identifier, est celle de la nature (linéaire/non linéaire, invariante/non invariante) des relations entrées/sorties du système. Le système étant dynamique, une analyse corrélatrice dans l'espace des fréquences a été proposée. Nous montrons comment se servir de la cohérence spectrale multiple pour décider de la linéarité/non linéarité des relations entrées/sorties. L'application de cette technique aux données entrées/sorties associées au bâtiment étudié, nous permet d'accorder une certaine confiance à l'hypothèse de linéarité.

CHAPITRE III

TRANSFERTS THERMIQUES ET STRUCTURES MATHÉMATIQUES POUR L'IDENTIFICATION



L'objectif principal de ce chapitre est de proposer des structures mathématiques ayant de chances de pouvoir représenter convenablement le comportement thermique du bâtiment étudié, tout en étant adaptées aux exigences de parcimonie de l'identification. D'abord, nous présentons les phénomènes et les mécanismes de transferts thermiques intervenant au sein des bâtiments et nous proposons des lois simplifiées de description qui tiennent compte des spécificités du bâtiment étudié. Les équations de conservation de l'énergie qui gouvernent l'évolution thermique du bâtiment sont ensuite explicitées. Des hypothèses simplificatives supplémentaires sont utilisées et argumentées. A partir de ces équations nous dérivons des structures mathématiques de type "modèle d'état linéaire et invariant" qui pourraient rendre compte des évolutions de la température de l'air intérieur observées dans le bâtiment analysé. Parmi ces structures, celles à dimension réduite sont enfin retenues comme candidates pour l'identification.

III.1 Introduction

Un modèle est une représentation d'un objet ou d'un système qui a pour but de reproduire partiellement ou totalement son comportement. Définir des modèles de systèmes réels est un enjeu majeur dans de nombreuses disciplines. La modélisation est utilisée pour comprendre, pour concevoir ou pour prédire.

Dans le domaine de la thermique/énergétique des bâtiments, la modélisation est un instrument incontournable. Elle répond au besoin incessant d'améliorer les connaissances et d'apporter des solutions au problème de bilan énergétique amélioré (voire positif), tout en étant un vecteur efficace de transfert de connaissances vers le milieu professionnel. L'étude des transferts de chaleur et de masse dans les bâtiments remonte à maintenant presque un siècle, les modèles élaborés s'étant complexifiés et raffinés au fil des décennies. Le document « GAT 6 HABITAT, Apport des énergies renouvelables et maîtrise des échanges dans l'habitat » [GAT 6, 2004] fait l'état de l'art des connaissances actuelles dans ce domaine et soulève les aspects qui nécessitent des recherches additionnelles.

A partir des années 70, des nombreux logiciels de simulation thermique du bâtiment ont vu le jour. Au fil des années, les architectures monolithiques qui ont caractérisé les premiers développements ont laissé la place à des approches bien plus flexibles et modulaires : la description du problème, l'identification de phénomènes et de leurs liens, l'affectation de modèles, la résolution et l'analyse deviennent des mondes distincts. Ces évolutions se sont fortement inspirées de concepts empruntés à la systémique et à l'informatique (ex. objets, hiérarchie, héritage, etc.) et elles ont été accompagnées des plusieurs efforts de définition de sémantiques de modélisation transverses.

Parmi les codes existants de simulation thermique des bâtiments, ceux dont l'usage est le plus répandu aujourd'hui sont EnergyPlus [Crawley, 2001] (issu de la fusion des codes américains DOE-2 [DOE-2, 1980] et BLAST [BLAST, 1986]), TRNSYS [Klein, 1976] et ESP-r [CLARKE, 1996]. En France, on peut citer les codes développés par Electricité de France (CLIM2000 [CLIM2000, 1993]) et par Gaz de France (ALLAN-Simulation [Jeandel, 1993]), ainsi que le logiciel COMFIE [Peuportier, 1990] développé à l'Ecole des Mines de Paris. Quant aux codes axés sur la simulation des échanges aérauliques, la référence internationale est COMIS [Feustel, 1999]. Des couplages TRNSYS-COMIS, EnergyPlus-COMIS et ESP-COMIS sont disponibles et permettent d'analyser le comportement à la fois thermique et aéraulique des bâtiments. Dans le rapport final du projet DYNASIMUL [DYNASIMUL, 2010] on pourra trouver un état de l'art récent et détaillé sur les outils de simulation thermique/énergétique des bâtiments.

L'objectif principal de ce chapitre est de proposer des structures mathématiques ayant des chances de pouvoir représenter convenablement le comportement thermique du bâtiment étudié, tout en étant adaptées aux exigences de parcimonie de l'identification. Pour ce faire, nous allons tenir compte des connaissances "a priori" que nous possédons sur le bâtiment étudié. Nous avons montré au chapitre précédent que :

- Le bâtiment peut être assimilé à un bâtiment monozone. En effet, l'analyse des composantes principales effectuée sur les données mesurées montre qu'il n'y a pas de différences significatives des différentes pièces par rapport à l'évolution thermique de l'air (voir *section II.5*).
- Le comportement thermique du bâtiment semble pouvoir être représenté à l'aide de modèles dynamiques linéaires et invariants. En effet, l'analyse de corrélation entrées-sortie effectuée, montre qu'il existe une corrélation significative, proche de 1 pour les fréquences les plus importantes, entre la température de l'air intérieur et l'ensemble des sollicitations (voir *section II.6*).

Par ailleurs, on peut souligner que :

- L'existence de ponts thermiques est improbable du fait que l'enveloppe du bâtiment est entièrement faite en bois massif. Aussi, l'épaisseur des parois est faible par rapport aux deux autres dimensions. Il y a donc des fortes chances pour que les transferts par conduction à travers l'enveloppe puissent s'approcher de transferts monodimensionnels.
- Les échanges aérauliques entre le bâtiment et l'air extérieur sont pour l'essentiel dus à la ventilation mécanique, les infiltrations étant bien moins importantes. Il y a donc des chances pour que le taux de renouvellement d'air puisse être considéré comme étant constant ou presque.
- Les fenêtres du bâtiment sont légèrement en retrait par rapport au plan des façades, d'une part, et protégées de l'ensoleillement par des avant-toits, d'autre part. De ce fait, la modélisation du rayonnement solaire entrant par les fenêtres pourra être simplifiée significativement.

Dans la *section III.2*, nous commençons par rappeler brièvement les phénomènes physiques et les mécanismes de transfert qui gouvernent l'évolution thermique d'un bâtiment, en spécifiant des relations mathématiques qui permettraient de les décrire convenablement en tenant compte des particularités du bâtiment étudié. Les équations de conservation de l'énergie sont introduites dans la section suivante. Il s'agit d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles et d'équations algébriques qui décrivent l'évolution de l'état thermique du système en fonction des sollicitations agissant sur celui-ci. La *section III.4* porte sur la discrétisation spatiale des équations de conservation et introduit les notions de modèle d'état thermique, de modèles d'état équivalents et de modèles d'état réduits. Enfin, les structures mathématiques proposées pour l'identification font l'objet de la dernière section.

III.2 Phénomènes physiques et mécanismes de transferts

Comme déjà signalé, ce paragraphe s'adresse au bâtiment étudié et donc à des bâtiments monozones. Il se focalise par ailleurs sur l'analyse des transferts thermiques, sans prendre en compte les détails des transferts aérauliques. Les phénomènes physiques et mécanismes de transfert qui déterminent de façon prépondérante l'état thermique d'un bâtiment sont :

- Les transferts thermiques par diffusion au travers de l'enveloppe.
- Les échanges radiatifs dans l'infrarouge entre les surfaces intérieures du bâtiment, ainsi que les échanges entre les surfaces extérieures et l'environnement.
- L'absorption et la transmission du rayonnement solaire incident sur les façades du bâtiment.
- Les échanges d'énergie par convection aux interfaces parois-air.

Les échanges aérauliques du bâtiment avec son environnement.

On peut également les présenter différemment, tel que proposé par Macdonald [Macdonald, 2002] et schématisé dans la

Figure III-1, en les regroupant en trois catégories :

- Les échanges avec l'extérieur qui concernent les transferts convectifs paroi/air extérieur, les échanges radiatifs (solaire et infrarouge), les échanges dus au renouvellement d'air et les infiltrations.
- Les échanges internes qui concernent d'une part les échanges convectifs entre les parois internes et l'air intérieur et d'autre part les échanges radiatifs entre parois.
- Les transferts par conduction dans les parois.

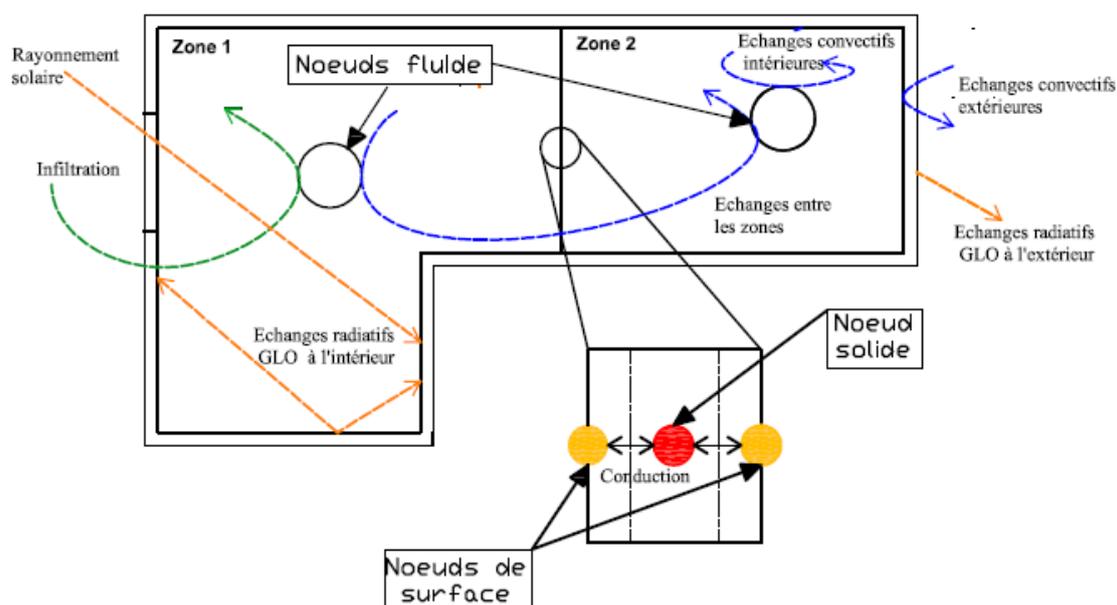


Figure III-1: Echanges thermiques et types de nœuds dans un bâtiment [Macdonald, 2002]

III.2.1 Transferts par conduction à travers l'enveloppe

Le terme enveloppe recouvre l'ensemble des éléments solides (murs, planchers, plafond, fenêtres), généralement plans, qui séparent deux volumes d'air distincts. La conduction est un mécanisme de transfert d'énergie de proche en proche, qui résulte de "chocs" à l'échelle

moléculaire et atomique. La loi phénoménologique qui décrit les transferts par conduction est la loi de Fourier. Pour des milieux homogènes et isotropes, elle s'écrit :

$$\vec{q}(\mathbf{x},t) = -\lambda \vec{\nabla} T(\mathbf{x},t) \quad (\text{III.1})$$

avec :

| | |
|------------------------------------|---|
| $\vec{q}(\mathbf{x},t) [W.m^{-2}]$ | Densité de flux d'énergie au point \mathbf{x} à l'instant t |
| $T(\mathbf{x},t) [K]$ | Température au point \mathbf{x} à l'instant t |
| $\vec{\nabla} [m^{-1}]$ | Opérateur gradient |
| $\lambda [W.m^{-1}.K^{-1}]$ | Conductivité thermique. |

La conductivité thermique est une propriété intrinsèque à la matière qui peut varier en fonction de la température. Cependant, dans les bâtiments, les conductivités thermiques sont souvent considérées comme étant constantes car les fluctuations thermiques expérimentées par les matériaux d'enveloppe sont généralement modérées.

Pour des matériaux poreux hygroscopiques, comme i.e. le bois, la valeur de la conductivité thermique macroscopique (échelle du milieu continu équivalent) peut dépendre fortement de la teneur en eau du matériau. La Figure III-2 montre des mesures effectuées par S. Raji [Raji, 2006] sur des madriers similaires à ceux du bâtiment étudié. On y constate un saut de conductivité thermique, avec des valeurs inférieures à 0.15 W/m/K dans le domaine de l'eau liée et des valeurs supérieures à 0.25 W/m/K dans le domaine de l'eau libre. On doit remarquer que ces valeurs correspondent à la conductivité thermique dite apparente, qui sert à décrire conjointement les transferts purement conductifs et les transferts dus à l'évaporation/condensation de l'eau libre.

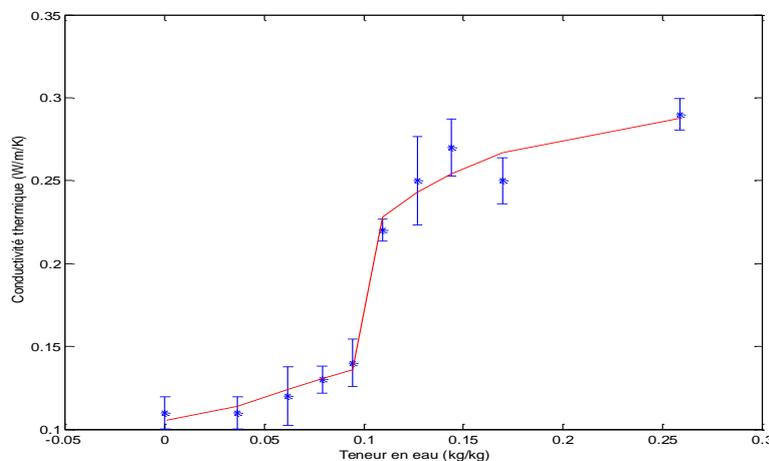


Figure III-2 : Mesures de conductivité thermique d'un madrier en bois massif [Raji, 2006]

Comme pour les températures, on s'attend à ce que les fluctuations en teneur en eau au sein du madrier soient modérées (du moins sur des périodes de temps relativement courtes, comme celle qui est analysée) et que la conductivité thermique apparente puisse être considérée comme étant constante.

On remarquera que l'analyse et la modélisation des transferts au sein de matériaux hygroscopiques devrait considérer tout autant les transferts d'énergie, que les transferts de masse (eau liquide et vapeur d'eau), ainsi que leurs interactions (voir i.e. [Woloszyn, 1999; Qin, 2009]). Néanmoins, on peut souvent se contenter d'une description incomplète, limitée aux transferts d'énergie, pourvue que la valeur de la conductivité thermique utilisée dans la loi de Fourier ne soit pas la valeur intrinsèque correspondant au matériaux, mais celle de la conductivité apparente. Les travaux de S. Raji [Raji, 2006] et Palomo [Palomo, 2006] se reportant à la validation expérimentale de modèles de transferts couplés de chaleur et d'humidité au sein de parois en bois massif, montrent qu'une telle approximation est largement acceptable dans des conditions normales de fonctionnement de la paroi/bâtiment.

III.2.2 Echanges radiatifs dans l'infrarouge

A des températures au-dessus du zéro absolu, la matière émet des ondes électromagnétiques (émission qui se produit en surface pour les solides). Ces ondes ne nécessitent aucun support matériel pour se propager et, par conséquent, donnent lieu à des transferts d'énergie à distance. La quantité d'énergie émise par une surface, ainsi que le spectre d'émission (répartition de l'énergie par des longueurs d'onde), dépend de la température. Plus la température de la surface est élevée, plus la quantité d'énergie émise est grande et plus les longueurs d'onde concernées sont courtes. En thermique du bâtiment, on distingue :

- Les échanges radiatifs associés à de Grandes Longueurs d'Ondes (GLO) correspondant aux échanges entre parois, ou entre l'individu et son environnement. Ces échanges concernent le domaine infrarouge du spectre électromagnétique (longueurs d'onde $\geq 2.5 \mu\text{m}$), car associés à des surfaces à des températures proches de la température ambiante.
- Les échanges radiatifs de Courtes Longueurs d'Ondes (CLO) correspondant aux apports solaires dont le spectre d'émission est dans le domaine du visible avec un maximum d'émission à $0.6 \mu\text{m}$.

La différence entre échanges GLO et CLO tient compte de certains faits qui conditionnent par la suite la modélisation :

- Les interactions onde-matière dépendent des longueurs d'ondes. Ainsi, les propriétés optiques des corps et/ou des surfaces (émission, adsorption, réflexion, transmission) peuvent différer significativement selon que l'on se place dans le domaine de l'infrarouge ou dans celui du visible. Par exemple, le verre est transparent dans le visible mais opaque dans l'infrarouge.
- Le rayonnement solaire a souvent une composante directionnelle forte, tandis que le rayonnement infrarouge est plutôt diffus.

La modélisation des échanges GLO est brièvement présentée ci-après, en mettant l'accent sur les simplifications qui peuvent se faire en tenant compte des spécificités du bâtiment étudié.

III.2.2.1 *Echanges radiatifs GLO à l'intérieur du bâtiment*

Pour la modélisation des échanges radiatifs GLO, le bâtiment peut être vu comme étant une cavité fermée délimitée par N surfaces planes dont la température est uniforme. Par ailleurs, on peut supposer que les surfaces se comportent comme des corps gris et diffus dans l'infrarouge. De plus, les surfaces sont opaques et l'air peut être considéré comme un milieu non participant. Dans ces conditions, la méthode de radiosité [Poljack, 1935; Hottel, 1954] permet d'écrire :

$$\phi_{GLO,i} = S_i \sum_{j=1}^N F_{ij} (J_i - J_j) \quad (III.2)$$

avec :

| | |
|----------------------|--|
| $\phi_{GLO,i}$ [W] | Flux radiatif net sur la $i^{\text{ème}}$ surface, |
| S_i [m^2] | Superficie de la surface |
| F_{ij} [-] | Facteur de forme entre les surfaces i et j |
| J_i [$W.m^{-2}$] | Radiosité de la surface i |
| J_j [$W.m^{-2}$] | Radiosité de la surface j |

Nous rappelons que la radiosité d'une surface est :

$$J_i = M_i + \rho_i E_i \quad (III.3)$$

où M_i et E_i désignent l'émittance et l'éclairement de la surface. L'émittance d'une surface grise est donnée par :

$$M_i = \alpha_i \sigma T_i^4 \quad (III.4)$$

alors que l'éclairement est la somme des radiosités provenant de toutes les autres surfaces. ρ_i et α_i représentent, respectivement, la réflectivité totale hémisphérique et l'absorptivité totale hémisphérique. Pour des surfaces grises, l'émissivité totale hémisphérique et l'absorptivité totale hémisphérique vérifient $\varepsilon_i = \alpha_i$. σ désigne la constante de Stefan-Boltzman.

On notera que si la température des N surfaces est connue, le flux radiatif net sur chacune d'entre elles peut être aisément calculé. Inversement, si l'on connaît les flux radiatifs nets sur

les surfaces, les températures peuvent être déterminées en résolvant un système d'équations algébriques non linéaires. En simulation thermique des bâtiments, ni le flux ni les températures ne sont "a priori" connus. Ils résultent de la résolution de l'ensemble des équations qui gouvernent l'évolution du système, parmi lesquelles se trouvent celles du modèle de radiativité. Ce dernier devient alors une source de difficulté car non-linéaire, d'une part, et couplant toutes les surfaces intérieures, d'autre part.

Pour des bâtiments comme celui que nous étudions, l'expression du flux radiatif net peut être largement simplifiée. Considérons que $\forall i, \rho_i \approx 0$. Ceci équivaut à négliger la part de la radiativité due à la réflexion de l'éclairement face à l'émittance des surfaces ($J_i \approx M_i$), ce qui reste vraisemblable compte tenu des propriétés optiques des matériaux de construction. Si $\forall i, \rho_i \approx 0$, on peut alors admettre que $\forall (i, j) \varepsilon_i \approx \varepsilon_j$. Le flux radiatif net sur la $i^{\text{ème}}$ surface devient alors :

$$\phi_{GLO,i} = S_i \varepsilon_i \sigma \sum_{j=1}^N F_{ij} (T_i^4 - T_j^4) = \sum_{j=1}^N S_i h_{r,ij} (T_i - T_j) \quad (\text{III.5})$$

avec:

$$h_{r,ij} = \varepsilon_i \sigma F_{ij} (T_i^2 + T_j^2) (T_i + T_j) \quad (\text{III.6})$$

Si les températures des surface ne diffèrent pas trop entre elles, le coefficient d'échanges radiatifs ci-dessus peut s'approcher par :

$$h_{r,ij} = 2\varepsilon_i \sigma F_{ij} T_{ij}^3 \quad \text{avec} \quad T_{ij} = (T_i + T_j) / 2 \approx T_i \quad (\text{III.7})$$

Si les variations au cours du temps des températures des surfaces restent modérées et proches de la température de l'air intérieur, on pourra approcher le calcul du flux radiatif net par :

$$\phi_{GLO,i} = S_i h_{r,i} (T_i - T_{int}) \quad (\text{III.8})$$

avec un coefficient d'échanges $h_{r,i}$ constant.

III.2.2.2 Echanges radiatifs GLO avec l'environnement

Les surfaces extérieures échangent dans l'infrarouge avec le ciel, d'une part, et avec leur environnement proche (sol, végétation, bâtiments voisins), d'une autre. La modélisation de ces échanges est bien plus compliquée qu'auparavant, la complexité étant liée à la connaissance incertaine (voire méconnaissance) de l'éclairement des surfaces. En effet, aussi bien le flux

radiatif en provenance du ciel, que la géométrie, la température et les propriétés optiques de l'environnement radiatif proche, sont souvent inconnus ou mal connus. Le problème est alors couramment contourné/approché en considérant que :

- Le ciel se comporte comme un corps noir à la température dite apparente du ciel, que l'on note T_c par la suite.
- L'environnement proche est assimilé à un corps noir dont la température serait proche de celle de l'air extérieur, T_{ext} .
- Les surfaces extérieures du bâtiment se comportent comme des corps gris et diffus dans l'infrarouge.

Dans ces conditions, le flux radiatif net sur une surface extérieure quelconque du bâtiment s'écrit :

$$\phi_{GLO,i} = S_i \varepsilon_i \sigma F_{ic} (T_i^4 - T_c^4) + S_i \varepsilon_i \sigma F_{ienv} (T_i^4 - T_{ext}^4) \quad (III.9)$$

où F_{ic} et F_{ienv} représentent les facteurs de forme surface-ciel et surface-environnement proche, respectivement.

Comme précédemment, on peut réécrire l'équation (III.9) sous la forme :

$$\phi_{GLO,i} = S_i h_{r,ic} (T_i - T_c) + S_i h_{r,ienv} (T_i - T_{ext}) \quad (III.10)$$

avec des coefficients d'échanges radiatifs, $h_{r,ic}$ et $h_{r,ienv}$, que l'on pourra supposer constants si les variations au cours du temps des températures T_i , T_c et T_{ext} restent modérées. Par ailleurs, on notera que la température du ciel est souvent estimée à partir de la température de l'air extérieure :

$$\sigma T_c^4 = \varepsilon_a \sigma T_{ext}^4 \Rightarrow T_c = \varepsilon_a^{0.25} T_{ext} \quad (III.11)$$

où ε_a représente l'émissivité apparente du ciel. De nombreux modèles de corrélation ont été proposés par le passé pour calculer ε_a (i.e. [Berdahl, 1982a ; Berdahl, 1982b ; Martin, 1984a; Martin, 1984b]).

Compte tenu des équations (III.10) et (III.11), on remarquera que le flux radiatif net peut s'exprimer comme étant une fonction linéaire de T_i et T_{ext} de la forme :

$$\phi_{GLO,i} = S_i h_r (T_i - T_{ext}) + S_i h_{r,ic} (1 - \varepsilon_a^{0.25}) T_{ext} \quad (III.12)$$

III.2.3 Rayonnement solaire

Les rayonnements CLO proviennent du soleil et arrivent à la surface de la terre après avoir traversé l'atmosphère. Dans ce parcours, ils peuvent être partiellement réfléchis, partiellement absorbés et, encore, partiellement diffusés (phénomène de scattering). Par conséquent, le flux solaire atteignant la surface de la terre est atténué par rapport au flux reçu de l'atmosphère, d'une part, et présente des propriétés directionnelles différentes, d'autre part. On utilise le terme composante directe du rayonnement solaire (rayonnement direct en abrégé) pour faire référence à la part du rayonnement solaire qui traverse l'atmosphère sans modifier sa direction originelle, tandis qu'on parle de composante diffuse du rayonnement solaire (rayonnement diffus en abrégé) pour faire référence à la part du rayonnement solaire dont la direction a été changée et arrive à la surface de la terre sous une forme diffuse plus ou moins isotrope. On note par la suite :

$I_g(t) [W.m^{-2}]$, la densité de flux solaire reçue par une surface plane tangente à la surface de la terre (surface horizontale). On appelle cette grandeur rayonnement solaire global.

$I_b(t) [W.m^{-2}]$, la densité de flux solaire reçue par une surface plane normale à la direction du rayonnement solaire au sommet de l'atmosphère et dans l'angle solide du disque solaire. On appelle cette grandeur rayonnement solaire direct.

$I_d(t) [W.m^{-2}]$, la densité de flux solaire diffus reçue par une surface horizontale. On appelle cette grandeur rayonnement solaire diffus.

Ces trois grandeurs sont reliées par [Duffie, 2006] :

$$I_g(t) = I_b(t) \cos \theta_z + I_d(t) \quad (\text{III.13})$$

où θ_z représente l'angle d'incidence du rayonnement solaire direct sur une surface horizontale. Il dépend de la latitude du point considéré, de la déclinaison terrestre et de l'heure.

III.2.3.1 Rayonnement solaire incident sur une surface

Laissez nous maintenant considérer une surface plane arbitrairement inclinée et orientée: une des façades du bâtiment, un des pans de la toiture, etc. La surface est définie par son inclinaison et son orientation. On note β et γ l'angle d'inclinaison et l'angle azimutal de la surface, respectivement. L'angle d'incidence du rayonnement solaire direct sur la surface sera noté θ_s . Il dépend de β et de γ , ainsi que de la latitude du lieu, de la déclinaison terrestre et de l'heure.

Dans la densité de flux solaire reçue par la surface, on peut distinguer trois termes :

- la densité de flux due au rayonnement solaire direct atteignant directement la surface ;

- la densité de flux solaire diffus atteignant directement la surface ;
- la densité de flux solaire atteignant la surface après réflexion par des surfaces environnantes, comme par exemple le sol.

Dans le cas de figure le moins compliqué, on peut supposer que :

- il n'y a pas d'obstacles proches qui puissent masquer une partie du rayonnement solaire direct ;
- la seule surface aux alentours qui puissent refléter une partie du rayonnement solaire qu'elle reçoit et le renvoyer vers la surface étudiée est le sol ;
- le rayonnement solaire diffus, ainsi que celui qui est reflété par les surfaces alentours, est isotrope.

On peut alors écrire [Duffie, 2006] :

$$I(t) = I_b(t) \cos \theta_s + \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) I_d(t) + \rho_s \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) I_g(t) \quad (\text{III.14})$$

où $I(t)$ représente la densité de flux solaire reçue par la surface et ρ_s est l'albédo du sol (réflectivité dans le visible). En tenant compte de l'équation (III.13), l'équation ci-dessus devient :

$$I(t) = \left[(1 - k_d) \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_z} + \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) k_d + \rho_s \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \right] I_g(t) = c(t) I_g(t) \quad (\text{III.15})$$

avec :

$$k_d = \frac{I_d(t)}{I_g(t)} \quad (\text{III.16})$$

Cette dernière expression a l'avantage face à la précédente de permettre des estimations raisonnables de $I(t)$ en l'absence de mesures séparées de rayonnement solaire direct et diffus. En effet, on trouve dans la littérature différents modèles de corrélation permettant l'estimation de l'indice k_d en fonction des seules mesures de $I_g(t)$. Le document [IEA-Task IX, 1988] fourni une présentation, avec évaluation, de ces modèles.

III.2.3.2 Rayonnement solaire absorbé par les surfaces extérieures

En général, les propriétés optiques des surfaces de la façade du bâtiment ne varient pas significativement avec la longueur d'onde dans le domaine du visible. Par contre, elles peuvent montrer des dépendances non négligeables avec l'angle d'incidence du rayonnement

solaire. On désigne par la suite $\alpha(\theta_s)$ et α , respectivement, le coefficient d'absorption solaire directionnel et le coefficient d'absorption solaire hémisphérique. Notons que α résulte de l'intégration de $\alpha(\theta_s)$ sur toutes les directions de l'espace.

En supposant comme précédemment que les densités de flux solaire diffus et reflété sont isotropes, la densité de flux solaire absorbée par une surface est alors donné par :

$$\varphi_{CLO}(t) = \alpha \left\{ \frac{\alpha(\theta_s)}{\alpha} I_b(t) \cos\theta_s + \left(\frac{1 + \cos\beta}{2} \right) I_d(t) + \rho_s \left(\frac{1 - \cos\beta}{2} \right) I_g(t) \right\} \quad (\text{III.17})$$

ou encore, en tenant compte de l'équation (III.13), par :

$$\varphi_{CLO}(t) = \alpha \left[(1 - k_d) \frac{\alpha(\theta_s)}{\alpha} \frac{\cos\theta_s}{\cos\theta_z} + \left(\frac{1 + \cos\beta}{2} \right) k_d + \rho_s \left(\frac{1 - \cos\beta}{2} \right) \right] I_g(t) = \alpha c'(t) I_g(t) \quad (\text{III.18})$$

Comme déjà expliqué au *chapitre II, section II.4.1*, les variations de $c'(t)$ au cours d'une journée ne sont significatives qu'à proximité du lever et du coucher du soleil, quand les valeurs de $I_g(t)$ sont faibles. De ce fait, on s'autorise souvent à considérer que :

$$\varphi_{CLO}(t) \approx cte \times I_g(t) \quad (\text{III.19})$$

III.2.3.3 Rayonnement solaire transmis par les fenêtres

Toujours dans le cadre des hypothèses explicitées dans les deux paragraphes précédents, le rayonnement solaire transmis par une fenêtre peut s'exprimer comme :

$$\varphi_{CLO}(t) = \tau \left[(1 - k_d) \frac{\tau(\theta_s)}{\tau} \frac{\cos\theta_s}{\cos\theta_z} + \left(\frac{1 + \cos\beta}{2} \right) k_d + \rho_s \left(\frac{1 - \cos\beta}{2} \right) \right] I_g(t) = \tau c'(t) I_g(t) \quad (\text{III.20})$$

où $\tau(\theta_s)$ et τ sont, respectivement, le coefficient de transmission solaire directionnel et le coefficient de transmission solaire hémisphérique du vitrage. Ces deux coefficients dépendent des propriétés optiques du verre, du chemin optique du rayonnement à travers le vitrage et des phénomènes de réflexions multiples dans le cas par exemple de fenêtres à double vitrage.

Une partie du rayonnement solaire transmis par les fenêtres sera absorbé par les surfaces intérieures de la pièce concernée, directement ou après des réflexions multiples. Les modèles de répartition et d'absorption du rayonnement solaire entrant dans une pièce peuvent être assez complexes, notamment quand le rayonnement solaire transmis garde une composante directionnelle forte (rayonnement direct). On est alors obligé d'utiliser des méthodes de suivi de rayons pour déterminer les surfaces, ou la part des surfaces, éclairées à chaque instant. Ces modèles sont appelés modèles de tâche solaire [Dautin, 1997]. Si par contre, le rayonnement solaire transmis est plutôt diffus, la modélisation peut être largement simplifiée en utilisant des méthodes qui reposent sur des données géométriques et le calcul de facteurs de vision/forme.

Dans maints codes de simulation thermique de bâtiment, on trouve des modèles de répartition et d'absorption encore plus dégradés. Deux approches courantes sont : a) celle qui consiste à répartir le rayonnement solaire entrant dans la pièce au prorata des superficies des parois ou selon des règles "ad hoc" ; b) celle qui reporte l'énergie solaire transmise dans un nœud d'air.

Quelque soit le type de modélisation adopté, ce que l'on gardera pour l'instant à l'esprit est que la transmission du rayonnement solaire par les fenêtres, puis l'absorption partielle à l'intérieur du bâtiment, n'introduit pas de non-linéarités vis-à-vis du modèle global de transferts thermiques dans le bâtiment. Tout comme pour l'absorption du rayonnement solaire par les façades, nous pouvons également espérer que la variabilité temporelle du coefficient $c'(t)$ dans l'équation (III.20) puisse être négligée.

III.2.4 Echanges convectifs aux interfaces paroi/air

Les échanges convectifs paroi/air interviennent tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du bâtiment. A l'intérieur, la convection est généralement naturelle, tandis qu'à l'extérieur elle est de type forcée sous l'influence du vent.

Que se soit à l'intérieur ou à l'extérieur, les échanges convectifs aux parois sont souvent représentés par la loi de Newton :

$$\phi_{c,i} = S_i h_{ci} (T_i - T_{air}) \quad (III.21)$$

avec :

| | |
|--|--|
| $\phi_{c,i}$ [W] | Flux d'énergie échangé entre une paroi et l'air |
| T_i [K] | Température de la paroi |
| T_{air} [K] | Température de l'air en dehors de la couche limite |
| S_i [m ²] | Superficie de la paroi |
| h_{ci} [W.m ⁻² .K ⁻¹] | Coefficient d'échanges convectifs paroi/air. |

Comme déjà signalé, aux interfaces paroi/air à l'intérieur du bâtiment les échanges se font par convection naturelle. Le coefficient h_{ci} est donc fonction de la géométrie et les dimensions de la paroi, du régime d'écoulement de l'air et de la différence de températures entre la paroi et l'air. L'estimation de h_{ci} pourrait se faire en utilisant des corrélations expérimentales "ad hoc" mettant en rapport les nombres dimensionnels de Nusselt et de Rayleigh. En thermique du bâtiment, des corrélations de type :

$$h_{ci} = a|T_i - T_{air}|^n + b \quad (III.22)$$

ont été proposées par différents auteurs. Le Tableau III-1 donne un aperçu des valeurs attendues pour les paramètres a , b et n .

Tableau III-1 : Paramètres a , n et b en convection naturelle (h_{ci}) [Inard, 1988]

| Auteurs | Surfaces verticales | | | Surfaces horizontales | | | | | |
|---------|---------------------|-------|-----|-----------------------|-------|-----|-----------------|-------|-----|
| | | | | Flux ascendant | | | Flux descendant | | |
| | a | n | b | a | n | b | a | n | b |
| Briss | 1.88 | 0.32 | 0 | 2.42 | 0.31 | 0 | 0 | 0 | 0.6 |
| Byvok | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 2.5 |
| Heat | 1 | 0.425 | 1.7 | 1 | 0.425 | 1.7 | 1 | 0.425 | 1.7 |
| Gaignou | 1.85 | 0.25 | 0 | - | - | - | - | - | - |
| Mitalas | 1.02 | 0.33 | 0 | - | - | - | - | - | - |
| Ferries | 1.6 | 0.33 | 0 | 2.1 | 0.33 | 0 | 1 | 0.33 | |
| ASHRA | 1.24 | 0.33 | 0 | 1.31 | 0.33 | 0 | 1.52 | 0.33 | |

Aux interfaces paroi/air à l'extérieur du bâtiment, le coefficient d'échanges convectifs est souvent considéré comme étant fonction de la vitesse du vent (v) et calculé par des modèle de corrélation de la forme :

$$h_{ci} = a + bv^n \quad (III.23)$$

Le Tableau III-2 indique les valeurs des paramètres a , b et n proposées par différents auteurs.

Tableau III-2 : Paramètres a , n et b pour le calcul du coefficient d'échange convectif extérieur [Roux, 2000]

| Auteurs | Type de paroi | a | b | n |
|----------|------------------------------|------|-------|-------|
| KIMURA | Parois sous le vent | 0.3 | 0.5 | 1 |
| | Paroi au vent : $v > 2m/s$ | 0 | 8 | 0.605 |
| | Paroi au vent : $v < 2m/s$ | 0 | 12.33 | 1 |
| LARET | $v > 1m/s$ | 2 | 4 | 1 |
| | $v < 1m/s$ | 0 | 2 | 1 |
| STURROK | Paroi sous vent | 0 | 5.7 | 1 |
| | Paroi au vent | 11.4 | 5.7 | 1 |
| ITO | Paroi sous vent | 9 | 0.7 | 1 |
| | Paroi au vent $v > 2m/s$ | 11.7 | 0.3 | 1 |
| | Paroi au vent $2 < v < 8m/s$ | 6.7 | 2.8 | 1 |
| | Paroi au vent $v > 8m/s$ | 1.5 | 1.8 | 1 |
| CROISSET | - | 3.1 | 41 | 0.605 |

D'après l'analyse effectuée au *chapitre II* sur les données disponibles pour le bâtiment étudié, le comportement thermique de celui-ci semble pouvoir être représenté par des relations entrées/sorties linéaires et invariantes par rapport au temps. Ceci nous porte à penser qu'on va pouvoir approcher la modélisation des échanges convectifs aux parois par des lois de Newton avec des coefficients h_{ci} constants. Ceci est, par ailleurs, une pratique courante dans les codes de simulation thermique des bâtiments. La connaissance experte acquise depuis les années 80, permet également de donner des valeurs raisonnables à ces coefficients pourvu que la configuration du bâtiment rentre dans des canons relativement standards. On peut trouver dans i.e. la réglementation thermique française des valeurs de coefficients convectifs à l'intérieur et l'extérieur du bâtiment en fonction de l'inclinaison de la paroi, du sens principal des transferts thermiques, etc.

III.2.5 Echanges thermiques dus au renouvellement d'air intérieur

La modélisation du mouvement de l'air à l'intérieur du bâtiment, ainsi que celle des échanges aérauliques entre zones ou entre les différentes zones et l'extérieur, est un problème encore mal maîtrisé aujourd'hui et qui nécessite la mise en place d'équations complexes (i.e. équations de conservation de la quantité de mouvement), avec des fortes non linéarités et des degrés de liberté très élevés, entraînant des besoins de mémoire et de temps de calcul souvent rédhibitoires.

Néanmoins, le bâtiment étudié présente des spécificités qui vont nous permettre de simplifier radicalement la tâche. Rappelons qu'on a pu montrer au *chapitre II*, à travers l'analyse des mesures disponibles, que :

- Le bâtiment peut être assimilé à un bâtiment monozone pour ce qui est de l'évolution thermique de l'air à l'intérieur. De ce fait, les échanges aérauliques qui peuvent avoir

lieu entre les différentes pièces du bâtiment n'auront aucune influence en terme de transport d'énergie thermique. Seuls les échanges d'air avec l'extérieur seront à prendre en compte.

- Les relations dynamiques entrées/sorties observées laissent à penser que l'on peut décrire l'ensemble des transferts ayant lieu entre le bâtiment et son environnement par des expressions mathématiques linéaires et invariantes par rapport au temps. Il n'y a pas de raison pour que les échanges aérauliques avec l'extérieur échappent à cette règle.

Par ailleurs, on sait que :

- Le renouvellement d'air à l'intérieur du bâtiment est assuré par un système mécanique de ventilation à débit contrôlé, le renouvellement d'air dû aux infiltrations étant secondaire.

L'ensemble de ces constats nous permet de supposer que le taux de renouvellement d'air est constant et que les transferts d'énergie thermique associés peuvent être estimés par :

$$P_{ren} = \rho c_a V (Q / 3600) (T_{int} - T_{ext}) \quad (III.24)$$

avec :

| | |
|------------------------------|---|
| $P_{ren} [W]$ | Puissance thermique induite par le renouvellement d'air |
| $\rho c_a [J.m^{-3}.K^{-1}]$ | Capacité thermique de l'air |
| $V [m^3]$ | Volume d'air dans le bâtiment (toute pièce confondue) |
| $Q [h^{-1}]$ | Taux de renouvellement d'air (volumes/heure) |
| $T_{int} [K]$ | Température de l'air intérieur |
| $T_{ext} [K]$ | Température de l'air extérieur |

On écrira par la suite :

$$P_{ren} = V h_{ren} (T_{int} - T_{ext}) \quad \text{avec } h_{ren} = \rho c_a (Q / 3600) \quad (III.25)$$

$h_{ren} [W.m^{-3}.K^{-1}]$ sera désigné comme étant le coefficient d'échanges thermiques par renouvellement de l'air.

III.3 Equations de conservation de l'énergie

Nous présentons dans cette partie l'ensemble des équations qui gouvernent l'évolution thermique d'un bâtiment. La *section III.3.1* explicite les hypothèses admises. Comme déjà signalé, celles-ci tiennent compte des spécificités du bâtiment étudié. Nous rappelons que notre objectif n'est pas de faire le tour de la modélisation thermique des bâtiments, mais d'orienter le choix des structures mathématiques à utiliser par la suite en vue de l'identification d'un modèle dynamique pertinent pour décrire le comportement du bâtiment étudié. Les *sections III.3.2 à III.3.4* sont dédiées à l'écriture des équations de conservation de l'énergie dans les parois, les vitrages et l'air respectivement.

III.3.1 Hypothèses de modélisation

Bien qu'explicitées déjà en partie, nous faisons ici la synthèse des hypothèses principales qui seront adoptées par la suite lors de l'écriture des équations de conservation.

Par rapport au bâtiment et à l'air intérieur :

- On suppose que le bâtiment est un bâtiment à une seule zone thermique (bâtiment monozone).
- La température de l'air à l'intérieur du bâtiment est supposée être uniforme.

Par rapport aux transferts au sein des parois (extérieures et intérieures) :

- On suppose que les transferts se font par conduction. On néglige alors la perméabilité des parois.
- Les propriétés thermiques (capacité et conductivité thermique) des matériaux sont supposées constantes, indépendantes de la température.
- A l'échelle de travail, les matériaux sont considérés comme étant des milieux continus homogènes et isotropes.
- Dans les matériaux poreux hygroscopiques, on considère que les effets éventuels de la migration d'eau sur l'équation de conservation de l'énergie peuvent être modélisés à travers une conductivité thermique apparente.
- Dans les parois multicouches, on suppose que le contact thermique entre deux couches quelconques est parfait.
- Les transferts sont essentiellement monodimensionnels, dans la direction de la normale aux parois. On néglige donc les ponts thermiques et tout autre effet 2D/3D.

Par rapport aux transferts vers le sol :

- On considère que le sol fait partie intégrante du plancher du bâtiment. Il sera donc modélisé comme étant une couche de celui-ci dont l'épaisseur est "a priori" inconnue.

Comme précédemment, les propriétés thermiques du sol sont supposées être constantes.

Par rapport aux échanges radiatifs GLO et aux échanges convectifs paroi/air :

- Les surfaces du bâtiment, intérieures et extérieures, se comportent comme des corps gris et diffus. L'air à l'intérieur du bâtiment est un milieu non participant.
- Comme explicité dans la *section III.2.1*, on considère que le flux radiatif net sur les surfaces (intérieures ou extérieures) du bâtiment peut être linéarisé. Aussi, on suppose qu'il est directement proportionnel à la différence de températures entre la surface et l'air ambiant (intérieur ou extérieur). Les coefficients de proportionnalité (surface x coefficient d'échanges radiatifs) sont supposés être constants.
- Comme indiqué dans la *section III.2.4*, les flux convectifs aux interfaces paroi/air (extérieures et intérieures) peuvent se décrire par la loi de Newton avec des coefficients de convection constants.

Par rapport aux échanges radiatifs CLO :

- On suppose que les densités de flux solaire absorbées par les éléments opaques des façades du bâtiment, ainsi que les densités de flux solaire transmises par les vitrages, peuvent être estimées comme étant le produit d'une constante par le rayonnement solaire global mesuré sur une surface horizontale. La constante de proportionnalité tient compte des propriétés optiques de la surface, de l'inclinaison de celle-ci et de sa position relative par rapport au soleil, ainsi que du taux de rayonnement diffus dans le rayonnement solaire global.
- On suppose que le rayonnement solaire transmis par les vitrages contribue de façon instantanée au réchauffement de l'air intérieur.

Par rapport aux échanges aérauliques :

- Le taux de renouvellement d'air à l'intérieur du bâtiment est supposé constant. En effet, il est assuré par un système mécanique de ventilation à débit contrôlé, le renouvellement d'air dû aux infiltrations étant secondaire.

Par rapport aux apports internes :

- Le chauffage du bâtiment est assuré par des convecteurs électriques. On supposera que la puissance électrique instantanée appelée par le convecteur est égale à la puissance thermique instantanée transmise à l'air.
- Pareillement, on suppose que la puissance électrique appelée par les produits bruns (ordinateurs, imprimantes, etc.) et par l'éclairage est instantanément et complètement transformée en chaleur et transmise à l'air.
- Comme indiqué au *chapitre II, section II.4.3*, les apports internes dus à l'occupation sont supposés être proportionnels à la puissance électrique appelée hors chauffage.

III.3.2 Equations de conservation de l'énergie associées aux éléments opaques de l'enveloppe et aux parois intérieures

Les éléments opaques de l'enveloppe sont les parois verticales, les planchers et la toiture. Les parois verticales sont composées d'une seule couche en bois massif, tandis que les planchers et la toiture sont des éléments multicouches. La description de leur composition est fournie dans le *Tableau II.2 du chapitre II*.

Considérons le problème de conduction dans un mur multicouche tel que celui esquissé dans la Figure III-3.

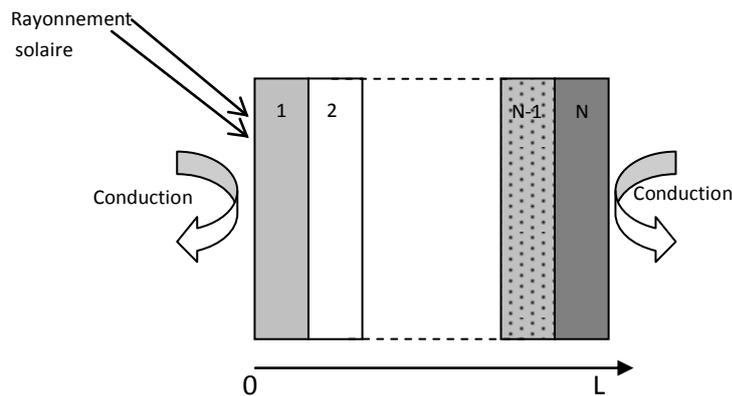


Figure III-3 : Schéma mur n-couches, avec $x=0$ et $x=L$ et échanges aux interfaces

Compte tenu des hypothèses admises, l'équation de conservation de l'énergie aux points internes d'une couche quelconque ($i = 1, \dots, n$) du mur est donnée par :

$$\rho c_i \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial t} = \lambda_i \frac{\partial^2 T_i(x,t)}{\partial x^2} \quad (\text{III.26})$$

avec :

- | | |
|-------------------------------|--|
| $T_i(x,t) [K]$ | Température au point x à l'instant t |
| $\rho c_i [J.m^{-3}.K^{-1}]$ | Capacité thermique de la couche |
| $\lambda_i [W.m^{-1}.K^{-1}]$ | Conductivité thermique de la couche |

A l'interface entre deux couches quelconques, i.e. i et j , des conditions d'égalité de température et de compatibilité de flux sont appliquées :

$$T_i(x,t) = T_j(x,t) \quad x \in \Gamma_{ij} \text{ (interface)} \quad (\text{III.27})$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial x} \Big|_{x \in \Gamma_{ij}} - \lambda_j \frac{\partial T_j(x,t)}{\partial x} \Big|_{x \in \Gamma_{ij}} = 0 \quad (\text{III.28})$$

Aux interfaces mur/air (conditions aux limites), on peut écrire de façon générale :

$$\pm \lambda_i \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial x} = \varphi_{\text{solaire}} + \varphi_{IR} + \varphi_{\text{conv}} \quad x = 0, x = L \quad (i = 1, n) \quad (\text{III.29})$$

avec :

$\varphi_{\text{solaire}} = \alpha I(t)$ Densité de flux solaire absorbée. Comme montré dans la *section III.2.3.2*, la densité de flux solaire reçue par la surface (si éclairée) peut s'estimer par $I(t) = cte \times I_g(t)$.

$\varphi_{IR} = -h_{r,x}(T(x,t) - T_{\infty}(t))$ Densité de flux radiatif net dans l'infrarouge. Si la surface est à l'intérieur du bâtiment, alors $T_{\infty} = T_{int}$, autrement $T_{\infty} = T_{ext}$. $h_{r,x}$ représente le coefficient d'échanges radiatifs à $x = 0$ ou $x = L$.

$\varphi_{\text{conv}} = -h_{c,x}(T(x,t) - T_{\infty}(t))$ Densité de flux convectif. Si la surface est à l'intérieur du bâtiment, alors $T_{\infty} = T_{int}$, autrement $T_{\infty} = T_{ext}$. $h_{c,x}$ représente le coefficient d'échanges radiatifs à $x = 0$ ou $x = L$.

III.3.3 Equations de conservation de l'énergie associées aux vitrages

A la différence des éléments opaques, les vitrages sont partiellement transparents au rayonnement solaire. De ce fait, l'équation de conservation de l'énergie aux points internes doit s'écrire :

$$\rho c \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \psi(x,t) \quad (\text{III.30})$$

où $\psi(x,t)$ représente une source de chaleur due à l'absorption de rayonnement solaire au point x à l'instant t . $T(x,t)$ représente le champ de température à l'intérieur et ρc et λ sont, respectivement, la capacité thermique et la conductivité thermique de la vitre.

Comme précédemment, les conditions aux limites (aux interfaces vitrage/air) sont données par :

$$\pm \lambda \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = \varphi_{\text{solaire}} + \varphi_{\text{IR}} + \varphi_{\text{conv}} \quad x = 0, x = L \quad (\text{III.31})$$

A cause de la faible épaisseur des vitrages, on peut souvent remplacer les équations ci-dessus par une simple équation de bilan de la forme :

$$\underbrace{\rho c e \frac{dT(t)}{dt}}_{\text{Variation d'énergie interne par unité de surface}} = \underbrace{\alpha I(t)}_{\text{Densité de flux solaire absorbé}} - \underbrace{h_{t,\text{int}}(T(t) - T_{\text{int}}(t))}_{\text{Densité de flux échangé avec l'environnement intérieur}} - \underbrace{h_{t,\text{ext}}(T(t) - T_{\text{ext}}(t))}_{\text{Densité de flux échangé avec l'environnement extérieur}} \quad (\text{III.32})$$

avec :

| | |
|--------------------------------------|---|
| $T(t) [K]$ | Température équivalente du vitrage |
| $\rho c [J.m^{-3}.K^{-1}]$ | Capacité thermique du vitrage |
| $e [m]$ | Épaisseur du vitrage |
| $\alpha [-]$ | Coefficient d'absorption du rayonnement solaire |
| $h_{t,\text{int}} [W.m^{-2}.K^{-1}]$ | Coefficient d'échanges avec l'environnement intérieur |
| $h_{t,\text{ext}} [W.m^{-2}.K^{-1}]$ | Coefficient d'échanges avec l'environnement extérieur |
| $T_{\text{int}} [K]$ | Température de l'air intérieur |
| $T_{\text{ext}} [K]$ | Température de l'air extérieur |

On notera que les coefficients d'échanges $h_{t,\text{int}}$ et $h_{t,\text{ext}}$ englobent cette fois-ci l'ensemble des mécanismes de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement infrarouge. Par exemple, pour un vitrage simple, on écrira :

$$h_{t,x} = \left[\frac{(e/2)}{\lambda} + \frac{1}{h_{c,x} + h_{r,x}} \right]^{-1} \quad (x = \text{int}, \text{ext}) \quad (\text{III.33})$$

où $h_{c,x}$ et $h_{r,x}$ sont, respectivement, le coefficient d'échanges convectifs et le coefficient d'échanges radiatifs GLO associés aux surfaces intérieure/extérieure du vitrage.

III.3.4 Equation de conservation de l'énergie dans l'air

Nous rappelons que nous sommes en train de considérer un bâtiment monozone dont la température de l'air à l'intérieur est supposée être uniforme. Par ailleurs, on considère que l'inertie thermique de l'air est négligeable face à celle du bâtiment, du moins pour des simulations/observations avec des pas d'échantillonnage horaires. De plus, on supposera que l'énergie solaire transmise par les vitrages est entièrement et instantanément récupérée par l'air. Aussi, comme déjà explicité, trois types d'apports internes sont pris en compte : le chauffage fourni par les convecteurs électriques, la puissance thermique dégagée par l'éclairage et les appareils de bureau, et la puissance thermique due à l'occupation.

L'équation de bilan d'énergie de l'air s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{P(t)}_{\text{Apports internes}} + \underbrace{\sum_{w=1}^{n_w} S_w \varphi_w(t)}_{\text{Apports solaires}} = \\
 = \underbrace{\sum_{w=1}^{n_w} S_w h_w (T_{\text{int}}(t) - T_w(t))}_{\text{Flux échangé avec les vitrages}} + \underbrace{\sum_{p=1}^{n_p} S_p h_p (T_{\text{int}}(t) - T_p(t))}_{\text{Flux échangé avec les surfaces opaques}} + \underbrace{V h_{\text{ren}} (T_{\text{int}}(t) - T_{\text{ext}}(t))}_{\text{Flux par renouvellement d'air}}
 \end{aligned}$$

(III.34)

avec :

| | |
|----------------------------------|---|
| $V [m^3]$ | Volume d'air |
| n_w | Nombre de surfaces vitrées |
| n_p | Nombre de surfaces opaques (enveloppe et parois internes) |
| $S_w [m^2]$ | Superficie de la $w^{\text{ème}}$ surface vitrée |
| $S_p [m^2]$ | Superficie de la $p^{\text{ème}}$ surface opaque |
| $h_w [Wm^{-2}K^{-1}]$ | Coefficient d'échanges thermiques entre la $w^{\text{ème}}$ surface vitrée et l'air |
| $h_p [Wm^{-2}K^{-1}]$ | Coefficient d'échanges thermiques entre la $p^{\text{ème}}$ surface opaque et l'air |
| $h_{\text{ren}} [Wm^{-3}K^{-1}]$ | Coefficient d'échanges thermiques par renouvellement de l'air |
| $T_w [^{\circ}C]$ | Température de la $w^{\text{ème}}$ surface vitrée |
| $T_p [^{\circ}C]$ | Température de la $p^{\text{ème}}$ surface opaque |
| $T_{\text{int}} [^{\circ}C]$ | Température de l'air intérieur |
| $T_{\text{ext}} [^{\circ}C]$ | Température de l'air extérieur |
| $\varphi_w [Wm^{-2}]$ | Densité de flux solaire transmise par la $w^{\text{ème}}$ surface vitrée |
| $P [W]$ | Puissance thermique due aux apports internes |

Comme déjà indiqué, la puissance due aux apports internes est donnée par :

$$P(t) = P_c(t) + P_{occ}(t) = P_{conv}(t) + P_{elec}(t) + P_{occ}(t) \quad (III.35)$$

$P_{conv}(t)$ représente la puissance de chauffage fournie par les convecteurs électriques, $P_{elec}(t)$ est la puissance thermique due à l'éclairage et aux appareils électriques et $P_{occ}(t)$ représente la puissance thermique dégagée par les occupants. Cette dernière est "a priori" inconnue, mais pourrait être estimée (voir *chapitre II, section II.4.3*) par :

$$P_{occ}(t) = \eta(P_{elec}(t) - P_{base}(t)) = \eta\Delta P_e(t) \quad (III.36)$$

$P_{base}(t)$ représente la ligne de base de la puissance électrique appelée et η est une constante.

On notera que la signification des coefficients h_w et h_p est conditionnée au sens donné à T_{int} . Si T_{int} représente la température de l'air "sensu stricto", alors h_w et h_p sont des coefficients d'échanges convectifs. Si, comme souvent pratiqué, T_{int} représente la température du globe, alors h_w et h_p sont la somme des coefficients d'échanges convectifs et des coefficients d'échanges radiatifs associés aux surfaces correspondantes.

Nous rappelons enfin que le coefficient d'échanges thermiques par renouvellement de l'air est donné par (voir *section III.2.5*) :

$$h_{ren} = \rho c_a (Q / 3600) \quad (III.37)$$

où ρc_a représente la capacité thermique de l'air et Q le taux de renouvellement par heure.

III.4 Modèles d'états décrivant le comportement thermique du

bâtiment

Comme montré dans les *sections III.3.2 à III.3.4*, l'évolution thermique du bâtiment est gouvernée par un ensemble d'équations aux dérivées partielles, d'équations différentielles ordinaires et d'équations algébriques. Les équations aux dérivées partielles reflètent la nature continue des milieux supportant des transferts thermiques par conduction et rendent la dimension du problème global infinie. Pour pallier à cet inconvénient et pouvoir exploiter le modèle en simulation, on est alors obligé d'utiliser des techniques d'approximation numérique (techniques de discrétisation spatiale) qui permettent de rendre finie la dimension du problème. Ces manipulations donnent lieu à des structures mathématiques que l'on appelle modèles d'états.

III.4.1 Modèle d'état thermique complet

On appellera modèle d'état thermique complet la structure mathématique qui résulte de la discrétisation spatiale des équations aux dérivées partielles décrivant la conduction au sein des parois du bâtiment et de leur assemblage.

Il existe différentes méthodes pour discrétiser spatialement des équations aux dérivées partielles. Les plus couramment utilisées sont la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. Dans des problèmes de conduction monodimensionnels, les trois méthodes conduisent à des résultats identiques. Appliquées aux équations de conduction dans une paroi monocouche ou multicouches (Equations (III.26) et (III.29)), sur un maillage comportant n_k éléments (i.e. n_k volumes élémentaires pour la méthode des volumes finis), elles donnent lieu à des structures mathématiques de la forme générale :

$$\frac{d \mathbf{T}_p(t)}{dt} = \mathbf{A}_p \mathbf{T}_p(t) + \mathbf{E}_p \mathbf{U}_p(t) \quad (\text{III.38})$$

$\mathbf{T}_p(t)$ est un vecteur de dimension $[n_k \times 1]$ dont les composantes décrivent l'évolution thermique des n_k volumes élémentaires dans lesquels le domaine du problème a été discrétisé. $\mathbf{U}_p(t)$ représente le vecteur de sollicitations agissant sur la paroi. Pour le bâtiment étudié, les composantes de ce vecteur sont :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_p(t) &= [I_g(t) \quad T_{ext}(t) \quad T_{int}(t)]^t && \text{Pour les éléments de la façade} \\ \mathbf{U}_p(t) &= [I_g(t) \quad T_{int}(t)]^t && \text{Pour les parois internes éclairées} \\ \mathbf{U}_p(t) &= T_{int}(t) && \text{Pour les parois internes non éclairées} \\ \mathbf{U}_p(t) &= [I_g(t) \quad T_{ext}(t) \quad T_{sol}(t) \quad T_{int}(t)]^t && \text{Pour les planchers} \end{aligned}$$

\mathbf{A}_p et \mathbf{E}_p sont des matrices constantes de dimensions compatibles avec celles de $\mathbf{T}_p(t)$ et $\mathbf{U}_p(t)$. Elles décrivent, respectivement, les couplages thermiques entre les différents volumes élémentaires à l'intérieur de la paroi et le couplage de la paroi avec l'ensemble des sollicitations.

La méthode de discrétisation nous permet également de construire des équations, cette fois-ci algébriques, permettant de calculer les températures à la surface de la paroi en fonction des températures intérieures et des sollicitations. On pourra, par exemple, écrire :

$$T_{p,int}(t) = \mathbf{H}_p \mathbf{T}_p(t) + \mathbf{G}_p \mathbf{U}_p(t) \quad (\text{III.39})$$

où $T_{p,int}(t)$ représente la température de la surface de la paroi en contact avec l'air intérieur.

L'assemblage des équations (III.38) associées à chacune des parois du bâtiment ($p = 1, \dots, n_p$), permet d'écrire l'équation d'état suivante :

$$\frac{d \mathbf{T}(t)}{dt} = \mathbf{A}' \mathbf{T}(t) + \mathbf{E}' \mathbf{U}'(t) \quad (\text{III.40})$$

$\mathbf{T}(t)$ [$n \times 1$] est le vecteur de températures qui résulte de juxtaposer les vecteurs colonnes $\mathbf{T}_{p=1}(t)$, $\mathbf{T}_{p=2}(t)$, ..., $\mathbf{T}_{p=n_p}(t)$. Le vecteur des sollicitations $\mathbf{U}'(t)$ [$q \times 1$] contient l'ensemble des grandeurs physiques agissant sur les éléments solides du bâtiment. Pour le bâtiment étudié, il est donnée par : $\mathbf{U}'(t) = [I_g(t) \quad T_{ext}(t) \quad T_{sol}(t) \quad T_{int}(t)]^t$

Ainsi, l'assemblage des équations (III.39) conduit à :

$$\mathbf{T}_{s,int}(t) = \mathbf{H}' \mathbf{T}(t) + \mathbf{G}' \mathbf{U}'(t) \quad (\text{III.41})$$

où $\mathbf{T}_{s,int}(t)$ est un vecteur de dimension [$n_p \times 1$] décrivant l'évolution thermique de la surface intérieure des parois du bâtiment.

L'équation (III.34) de bilan d'énergie dans l'air, présentée dans la *section III.3.4*, peut également se réécrire sous la forme matricielle suivante :

$$T_{int}(t) = \mathbf{M} \mathbf{T}_{s,int}(t) + \mathbf{N} \mathbf{U}''(t) \quad (\text{III.42})$$

avec : $\mathbf{U}''(t) = [I_g(t) \quad T_{ext}(t) \quad P_c(t) \quad \Delta P_e(t)]^t$

En tenant compte des équations (III.38), (III.39) et (III.42), on obtient finalement :

$$\frac{d \mathbf{T}(t)}{dt} = \mathbf{A} \mathbf{T}(t) + \mathbf{E} \mathbf{U}(t) \quad (\text{III.43})$$

$$y(t) = \mathbf{H} \mathbf{T}(t) + \mathbf{G} \mathbf{U}(t) \quad (\text{III.44})$$

avec:

$$y(t) \equiv T_{\text{int}}(t) \quad \text{et} \quad \mathbf{U}(t) = [I_g(t) \quad T_{\text{ext}}(t) \quad T_{\text{sol}}(t) \quad P_c(t) \quad \Delta P_e(t)]^t \quad (\text{III.45})$$

Le modèle d'état thermique du bâtiment est défini par les équations (III.43)-(III.44). L'équation (III.43) est appelée équation d'état, tandis que l'équation (III.44) est l'équation de sortie. Dans le domaine de l'automatique, on utilise les appellations suivantes :

| | |
|------------------------------|--|
| $\mathbf{T}(t) [n \times 1]$ | Vecteur d'état |
| $\mathbf{U}(t) [q \times 1]$ | Vecteur des entrées |
| $\mathbf{y}(t) [p \times 1]$ | Vecteur des sorties ou des observables |
| $\mathbf{A} [n \times n]$ | Matrice d'état |
| $\mathbf{E} [n \times n]$ | Matrice de commande |
| $\mathbf{H} [p \times n]$ | Matrice de sortie |
| $\mathbf{G} [p \times q]$ | Matrice de gain direct |

Pour le bâtiment étudié, le nombre d'entrées/sollicitations est égal à 5 ($q = 5$), la seule sortie/observable retenue est la température de l'air intérieur ($p = 1$), et la dimension du vecteur d'état est largement supérieure à 1000 ($n > 1000$).

On appelle ordre ou dimension d'un modèle d'état au nombre n d'équations différentielles ordinaires qu'il comporte.

III.4.2 Modèles d'état équivalents

La représentation d'état d'un système n'est pas unique. Considérons une matrice régulière et inversible quelconque, $\mathbf{P} [n \times n]$. On la nommera par la suite matrice de transformation ou matrice de passage.

La transformation

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{P}\mathbf{X}(t) \quad (\text{III.46})$$

Dite transformation similaire, définit un nouveau vecteur d'état $\mathbf{X}(t) [n \times 1]$ dont les composantes sont les coefficients de décomposition du vecteur de températures sur la matrice de passage \mathbf{P} .

En appliquant la transformation (III.46) aux équations (III.43-III.44), on obtient :

$$\frac{d \mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{A}' \mathbf{X}(t) + \mathbf{E}' \mathbf{U}(t) \quad (\text{III.47})$$

$$y(t) = \mathbf{H}' \mathbf{X}(t) + \mathbf{G} \mathbf{U}(t) \quad (\text{III.48})$$

avec :

$$\mathbf{A}' = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{P}, \quad \mathbf{E}' = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{E}, \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H} \mathbf{P} \quad (\text{III.49})$$

On peut montrer que ce nouveau modèle d'état est équivalent au modèle de départ (équations III.43-III.44). Ceci veut dire que pour le même jeu d'entrées les deux modèles prévoient des sorties identiques. Autrement dit, les fonctions de transfert du modèle (III.47)-(III.48) sont identiques à celles du modèle (III.43)-(III.44).

La matrice des fonctions de transfert du modèle d'état thermique et celle du modèle d'état (III.47)-(III.8) sont données par :

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{H}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{E} + \mathbf{G} \quad (\text{III.50})$$

$$\mathbf{H}'(s) = \mathbf{H}'[s\mathbf{I} - \mathbf{A}']^{-1} \mathbf{E}' + \mathbf{G} \quad (\text{III.51})$$

où s désigne la variable de Laplace et \mathbf{I} la matrice identité de dimension $[n \times n]$. En tenant compte des relations (III.49), on peut montrer aisément que $\mathbf{H}'(s) \equiv \mathbf{H}(s)$.

Parmi les transformations les plus utilisées, dans le domaine de la thermique du bâtiment, mais aussi dans des domaines plus vastes (thermique, mécanique, automatique, etc.), on peut citer :

- La transformation modale (voir i.e. [Marshall, 1966]). La matrice de transformation est issue de la décomposition spectrale de la matrice d'état \mathbf{A} . Pour des matrices symétriques (transferts réciproques), on peut écrire: $\mathbf{A} = \mathbf{P} \mathbf{F} \mathbf{P}'$. $\mathbf{F} [n \times n]$ est une matrice diagonale contenant les valeurs propres de \mathbf{A} , tandis que la matrice $\mathbf{P} [n \times n]$ contient les vecteurs propres associés. On peut montrer que la matrice de transformation est orthogonale, elle vérifie : $\mathbf{P} \mathbf{P}' = \mathbf{I}$. Par ailleurs, l'inverse des valeurs propres changée de signe définit les constantes de temps du système. Cette transformation est largement utilisée pour étudier la dynamique de systèmes ainsi que pour réduire la dimension de leur représentation d'état (voir *section III.4.2*).
- La réalisation équilibrée [Moore, 1981]. Il s'agit d'une transformation qui permet de rendre identiques et diagonaux les grammians de commandabilité (\mathbf{W}_c) et

d'observabilité (\mathbf{W}_o) d'un système. Le grammien de commandabilité permet de mesurer la sensibilité des états aux entrées, tandis que le grammien d'observabilité fournit une mesure de la sensibilité des sorties par rapport aux états. Pour des modèles linéaires et invariants, tel que le modèle d'état thermique étudié, ces deux grammiens sont la solution des équations de Lyapunov suivantes :

$$\mathbf{A}\mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c\mathbf{A}^t + \mathbf{E}\mathbf{E}^t = \mathbf{0}, \quad \mathbf{A}^t\mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o\mathbf{A} + \mathbf{H}^t\mathbf{H} = \mathbf{0}$$

La matrice de transformation $\mathbf{P}[n \times n]$ résulte cette fois-ci de la diagonalisation du produit $\mathbf{W}_c\mathbf{W}_o$. La réalisation équilibrée est largement utilisée dans les domaines de l'automatique et du contrôle. Son usage est également rependu dans un objectif de réduction (voir *section III.4.2*).

III.4.3 Modèles d'état réduits

L'objectif général des techniques de réduction de modèles est de remplacer une structure mathématique de grande dimension par une autre de faible dimension sans pour autant dégrader significativement les prévisions. Ce faisant on arrive à réduire à la fois les ressources mémoire et les temps de calcul requis pour les simulations.

Pour le modèle d'état thermique étudié, l'objectif de la réduction peut s'explicitier de la sorte. Il s'agit de remplacer le modèle :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{T}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{T}(t) + \mathbf{E}\mathbf{U}(t) \\ y(t) = \mathbf{H}\mathbf{T}(t) + \mathbf{G}\mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (\text{III.52})$$

de dimension n , par un modèle d'état

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \\ \tilde{y}(t) = \mathbf{D}\mathbf{X}(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (\text{III.53})$$

de dimension $r \ll n$, tel que :

$$\|y(t) - \tilde{y}(t)\| < \varepsilon \quad (\text{III.54})$$

où ε définit le seuil de précision souhaité ou admissible.

La réduction de modèles a fait l'objet de nombreux travaux de recherche tout au long du 20ème siècle et continue d'être un sujet d'actualité scientifique. On peut se référer à [Palomo, 2000a] et [Antoulas, 2005] pour des états de l'art récents. Les méthodes les plus usitées en thermique sont les méthodes dites spectrales. Elles consistent pour l'essentiel à projeter le

modèle initial sur une base complète appropriée (transformation similaire), puis à tronquer le modèle équivalent résultant de façon à ne garder que ses parties dominantes.

Parmi les bases/transformations utilisées en thermique, on peut citer :

- La base/transformation modale. Elle a fait l'objet de maintes études en vue de la réduction de problèmes thermiques linéaires. Dans les années 80-90, des techniques de réduction reposant sur cette transformation ont été développées en France, notamment au CENERG à l'Ecole des Mines de Paris, au GISE à l'Ecole des Ponts et Chaussées, au CETHIL à Lyon et au LET à Poitiers. L'ouvrage récent de Lefèvre [Lefèvre, 2007] apporte une vue assez complète de ces développements.
- La réalisation équilibrée introduite par Moore [Moore, 1981] en 1981. Les méthodes de réduction reposant sur la réalisation équilibrée conduisent à des résultats bien meilleurs que ceux des méthodes modales en termes de précision, mais impliquent des calculs bien plus lourds lors de la construction du modèle réduit. De ce fait, son usage en thermique reste limité [LeMouel, 1995 ; Dautin, 1997 ; Déqué 1997 ; Palomo, 2000b].
- La transformation singulière proposée par Ait-Yahia & Palomo [Yahia, 1999 ; Yahia, 2000]. Cette transformation cherche à trouver un bon compromis entre précision et temps de calcul du modèle réduit. Elle est définie par la décomposition spectrale du seul grammien de commandabilité, ce qui permet de réduire significativement le temps de calcul de la transformation par rapport au temps requis pour calculer la réalisation équilibrée. Par ailleurs, il a été prouvé que les modèles réduits issus de la troncature de cette transformation sont aussi performants que ceux qui s'obtiennent par troncature de la réalisation équilibrée, pourvu que l'on s'intéresse à reconstruire le champs complet de températures au lieu d'un nombre faible de sorties.

Dans un but d'illustration, nous décrivons ci-après les étapes principales des techniques de réduction reposant sur la troncature d'une base orthogonale (i.e. modale, singulière) :

1) Réécriture du modèle d'état thermique, séparation des régimes. La réponse thermique du système est tout d'abord décomposée en deux termes: $\mathbf{T}(t) = \mathbf{T}^g(t) + \mathbf{T}^d(t)$, nommés respectivement "glissant" et "dynamique". Le terme "glissant" est la solution de l'équation :

$$\mathbf{A}\mathbf{T}^g(t) + \mathbf{E}\mathbf{U}(t) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{T}^g(t) = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{U}(t) \quad (\text{III.55})$$

A partir des équations (III.52) et (III.55), on peut alors aisément monter que :

$$\begin{cases} \frac{d \mathbf{T}^d(t)}{dt} = \mathbf{A} \mathbf{T}^d(t) + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E} \frac{d \mathbf{U}(t)}{dt} \\ y(t) = \mathbf{H} \mathbf{T}^d(t) + [\mathbf{G} - \mathbf{H} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E}] \mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (\text{III.56})$$

Cette séparation de régimes est préconisée afin de préserver le régime statique du système lors de la réduction du modèle, d'une part, et pour améliorer la vitesse de convergence du modèle réduit vers le modèle complet avec l'ordre de réduction, d'autre part (voir i.e. [Lefèbvre, 2007]).

2) Calcul et troncature de la base de projection. Par exemple, s'il s'agit de la base modale, ceci implique la diagonalisation de la matrice d'état \mathbf{A} du modèle initial, l'ordonnance des éléments propres correspondants selon un critère pertinent (voir i.e. [Palomo, 2000a] pour des informations détaillées), et la construction d'une matrice $\mathbf{P}_r [n \times r]$ ne contenant que les vecteurs propres de \mathbf{A} dominants par rapport au critère d'ordonnement choisi. On note que $\mathbf{P}_r' \mathbf{P}_r = \mathbf{I}$, aussi bien pour la base modale que pour la base singulière.

3) Calcul du modèle réduit de dimension r . Il découle de l'application de la transformation $\mathbf{T}^d(t) = \mathbf{P}_r \mathbf{X}(t)$ aux équations (III.56). Ce faisant, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{d \mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \frac{d \mathbf{U}(t)}{dt} \\ \tilde{y}(t) = \mathbf{D} \mathbf{X}(t) + \mathbf{S} \mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (\text{III.57})$$

avec :

$$\mathbf{F} = \mathbf{P}_r' \mathbf{A} \mathbf{P}_r, \quad \mathbf{B} = \mathbf{P}_r' \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{H} \mathbf{P}_r, \quad \mathbf{S} = \mathbf{G} - \mathbf{H} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{E}$$

Si nécessaire, on peut faire disparaître la dérivée temporelle des entrées en appliquant le changement de variables $\mathbf{X}(t) \leftarrow \mathbf{X}(t) - \mathbf{B} \mathbf{U}(t)$. L'équation (III.57) devient alors :

$$\begin{cases} \frac{d \mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t) \\ \tilde{y}(t) = \mathbf{D} \mathbf{X}(t) + \mathbf{S} \mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (\text{III.58})$$

avec $\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{F} \mathbf{B}$ et $\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{D} \mathbf{B} + \mathbf{S}$.

Dans le domaine de la thermique du bâtiment, les techniques de réduction permettent des réductions souvent spectaculaires de la dimension du modèle initial. A titre d'exemple, il est montré dans [Palomo, 2000b] que le modèle thermique d'un bâtiment d'habitation (100 m², 1

zone thermique) comportant 370 équations différentielles ordinaires peut être remplacé par un modèle d'ordre 4 tout en garantissant des écarts inférieurs à 0.1°C entre la température de l'air intérieur prédite par le modèle complet et celle issue du modèle réduit.

III.5 Structures mathématiques candidates pour l'identification

Le choix des structures mathématiques candidates pour l'identification doit tenir compte, comme déjà indiqué, de la nature du système étudié, mais aussi de la richesse des informations disponibles pour l'identification. Dans le cas étudié, les informations disponibles se limitent à :

- Des données sur la géométrie du bâtiment et sur la composition des parois, sans données des propriétés thermophysiques des matériaux mis en jeu.
- Des mesures horaires de quelques grandeurs physiques tels que la température de l'air à l'intérieur et à l'extérieur du bâtiment, le rayonnement solaire global sur une surface horizontale, la puissance de chauffage et la puissance électrique appelée par l'éclairage et les appareils de bureau.

Bien que comparé à d'autres cas de figure, on peut dire que si le bâtiment étudié est relativement bien connu et relativement bien instrumenté, les informations disponibles pour l'identification restent relativement pauvres.

III.5.1 Problèmes associés à l'utilisation d'un modèle thermique détaillé

On pourrait être tenté d'utiliser les structures mathématiques fournies par la modélisation détaillée définie dans la *section III.3*, aboutissant à des structures de type modèle d'état de grande dimension (voire *section III.4.1*), pour décrire l'évolution thermique de l'air à l'intérieur du bâtiment. Si ceci était possible, on disposerait d'un outil précieux vis-à-vis de l'analyse des performances et du diagnostic énergétique du bâtiment, qui permettrait par ailleurs de proposer des voies d'amélioration de celui-ci. Malheureusement, on va très probablement se heurter à un problème d'identifiabilité. En effet, les données mesurées disponibles risquent de ne pas être suffisamment riches pour identifier l'ensemble des inconnues de ces structures. Comme montré plus tard au *chapitre V*, la structure mathématique issue de la modélisation physique détaillée comporte un nombre très élevé de paramètres inconnus. On peut citer :

- L'ensemble des paramètres physiques des matériaux mis en jeu : capacités thermiques, conductivités thermiques, propriétés optiques dans le visible et propriétés optiques dans l'infrarouge (40 paramètres au total).
- L'ensemble des coefficients intervenant dans la description des transferts thermiques (conductifs, radiatifs) aux interfaces paroi/air.
- Le taux de renouvellement d'air du bâtiment.

- L'épaisseur de sol nécessaire pour pouvoir modéliser les pertes thermiques à travers le sol en utilisant une condition aux limites de type Dirichlet, avec comme valeur de température la moyenne de l'air extérieur sur la période d'observation.
- Les propriétés thermiques du sol.
- La valeur de la constante de l'équation (III.36) qui permet d'estimer la puissance thermique dégagée par les occupants.
- L'état thermique initial du bâtiment.

Au total, le nombre d'inconnues s'élève à 108 paramètres (sans compter l'état initial). Il devra être déterminé à l'aide des mesures disponibles. Dans le cadre de la validation de modèles et de codes de simulation thermique des bâtiments, les travaux de Palomo [Palomo, 1992 ; Palomo, 1994 ; Palomo, 2003a ; Palomo, 2003b] montrent que la réalisation d'une telle tâche est difficile, voire impossible, même dans le cas de bâtiment bien connus (propriétés et instrumentation). Nous reviendront sur ce point au dernier chapitre de ce travail.

III.5.2 Choix des structures mathématiques pour l'identification

Contrairement aux modèles détaillés, des modèles d'état réduits ont des chances de pouvoir être estimés pourvu que leur dimension ne soit pas trop élevée. Par exemple, l'identification d'un modèle d'état à l'ordre 2, avec 1 sortie et 5 entrées, tel que :

$$\begin{cases} \frac{d \mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \\ y(t) = \mathbf{D}\mathbf{X}(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t) \end{cases} \quad (\text{III.59})$$

comporte l'estimation de :

- 2×2 éléments de la matrice \mathbf{F}
- 2×5 éléments de la matrice \mathbf{B}
- 1×2 éléments de la matrice \mathbf{D}
- 1×5 éléments de la matrice \mathbf{S}
- 2 éléments du vecteur d'état initial

Au total 23 paramètres sont à estimer. Le pari n'est pas gagné, mais les chances sont bien plus fortes qu'en partant d'un modèle détaillé. Donc, nous gardons pour l'identification des structures mathématiques de la forme (III.59) de dimension faible, quoique "a priori" inconnue. De ce fait, comme nous le montrerons plus tard (voir *chapitre IV*), l'analyse des performances énergétiques du bâtiment, ainsi que le diagnostic énergétique, ne pourra se faire qu'à travers quelques paramètres macroscopiques caractéristiques du comportement thermique du bâtiment.

Nous profitons de cette section pour introduire quelques éléments mathématiques qui seront d'utilité pratique par la suite, soit lors de la validation des modèles d'état estimés, soit lors de l'analyse des performances énergétiques du bâtiment étudié. Il s'agit des fonctions de transfert associées aux modèles (III.59) et de leurs paramètres statiques.

Il est aisé de montrer que la transformée de Laplace appliquée aux équations (III.59) conduit à :

$$\frac{1}{e} y(s) = [\mathbf{D}(s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{S}]\mathbf{U}(s) \quad (\text{III.60})$$

où s désigne la variable de Laplace. La matrice

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{D}(s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{S} \quad (\text{III.61})$$

est la matrice des fonctions de transfert du système. La dimension de cette matrice est égale au nombre de sorties multiplié par le nombre d'entrées. Pour le bâtiment étudié (1 sortie, 5 entrées), $\mathbf{H}(s)$ est alors de dimension 1×5 . On peut donc écrire :

$$\mathbf{H}(s) = [h_1(s) \quad h_2(s) \quad h_3(s) \quad h_4(s) \quad h_5(s)] \quad (\text{III.62})$$

où $h_i(s)$ représente la fonction de transfert reliant la sortie du système (température de l'air intérieur) à la $i^{\text{ème}}$ sollicitation.

Comme montré dans [Palomo, 1992] ces fonctions sont factorisables et peuvent s'écrire sous la forme polynomiale suivante :

$$\forall i \quad h_i(s) = \frac{q_i(s)}{p(s)} = k_i \frac{\prod_{k=1}^{r-1} (s - z_{ik})}{\prod_{k=1}^r (s - p_k)} \quad (\text{III.63})$$

avec :

- r Ordre du modèle d'état (III.59)
- k_i Gain statique associé à la $i^{\text{ème}}$ entrée
- z_{ik} $k^{\text{ème}}$ zéro de la fonction de transfert $h_i(s)$
- p_k Pôles du système (identiques pour toutes les fonctions de transfert)

On rappelle que les pôles du système sont les valeurs propres de la matrice d'état \mathbf{F} du modèle d'état associé. Ils fournissent donc une description pertinente des caractéristiques dynamiques du système.

Le comportement statique du système est caractérisé par les gains statiques (paramètres k_i des fonctions de transfert). En effet, le comportement statique du système s'obtient en faisant $s = 0$ dans l'équation (III.60). On obtient :

$$y(0) = \mathbf{K}U(0) \quad \text{avec } \mathbf{K} \equiv \mathbf{H}(0) = -\mathbf{D}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{S}$$

Le même résultat est obtenu en annulant la dérivé des états par rapport au temps dans l'équation (III.59).

III.6 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre une étape cruciale dans le processus d'identification : le choix des structures mathématiques candidates à l'estimation. Ce choix doit reposer sur les connaissances "a priori" du système dont on dispose. Ainsi :

- Nous avons analysé les phénomènes et les mécanismes de transfert déterminant l'état thermique du bâtiment. En tenant compte des particularités du bâtiment étudié, des lois phénoménologiques linéaires ont été proposées pour les représenter. L'hypothèse de linéarité est à chaque fois argumentée.
- Les équations de conservation de l'énergie qui gouvernent l'évolution thermique du bâtiment ont été ensuite explicitées. Encore une fois, les différentes hypothèses simplificatrices adoptées sont justifiées en tenant compte des spécificités du bâtiment analysé, des conditions de fonctionnement de celui-ci et des données d'entrées disponibles.
- Le passage des équations de conservation aux représentations d'état thermique a été finalement établi. On a également introduit la notion de modèles d'état équivalents, ainsi que celle de modèles d'état réduits, tout en expliquant les avantages de ceux-ci.

L'ensemble de ces analyses, ainsi que des considérations sur la non identifiabilité de modèles comportant un trop grand nombre de paramètres, nous ont conduit à décider de garder comme structure mathématique candidate à l'identification une structure de type modèle d'état linéaire et invariant à faible dimension.

CHAPITRE IV

CARACTÉRISATION MACROSCOPIQUE DU BÂTIMENT



Dans ce chapitre nous abordons le problème d'estimation et de validation d'un modèle pour décrire le comportement observé du bâtiment étudié, ainsi que l'exploitation ultérieure de celui-ci pour analyser les performances énergétiques. En effet, dans un premier temps, nous présentons la forme du modèle exploité. Dans un second temps, nous présentons la procédure d'estimation adoptée dans cette partie de l'étude. Étant donné que la sélection de l'ordre du modèle est une étape importante en identification, nous présentons les techniques qui nous ont permis de sélectionner l'ordre adéquat du modèle thermique du bâtiment. Ensuite, nous exposons les tests de validation du modèle sélectionné. Enfin, nous présentons la caractérisation macroscopique du bâtiment qui nous a permis d'évaluer les performances énergétiques du bâtiment à travers une analyse de son bilan thermique et une estimation des économies d'énergie réalisables par le contrôle du chauffage.

IV.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à l'identification proprement dite et à l'exploitation ultérieure du modèle identifié. Nous avons déjà réalisé et analysé l'expérience et nous avons choisi également une structure mathématique ayant des chances de pouvoir représenter correctement le bâtiment étudié. L'objectif de cette dernière phase peut se décomposer en plusieurs étapes :

- La première étape vise l'intégration des bruits de mesure et des perturbations à la structure mathématique choisie pour représenter le comportement du système. Ainsi, dans la *section IV.2*, un modèle de perturbations est proposé et la forme dite d'innovation, permettant de l'exploiter en prévision, est introduite.
- La deuxième étape consiste à décider de la méthode d'estimation à utiliser par la suite (*section IV.3*). Nous rappelons que l'estimation sert à calculer l'ensemble des paramètres inconnus des structures mathématiques. Décider de la méthode d'estimation implique le choix d'une fonction objectif à minimiser/maximiser, d'une part, et le choix d'un algorithme d'optimisation, d'autre part.
- La troisième étape est celle du choix de la dimension du modèle de système et de l'estimation (*section IV.4*). Le résultat de cette étape est un modèle particulier appartenant à la structure mathématique de départ. Autrement dit, un modèle dont l'ordre et l'ensemble des paramètres sont connus.
- La quatrième étape est celle de la validation du modèle estimé (*section IV.5*). Elle comporte différents types de tests qui vont nous mener soit à accepter le modèle, soit à le rejeter et à remettre en question la structure mathématique choisie et/ou les données mesurées disponibles.

Dans la dernière section de ce chapitre (*section IV.6*), le modèle issu de l'identification est mis au service de l'objectif principal de ce travail de thèse : l'évaluation des performances et le diagnostic énergétique du bâtiment étudié. Nous montrerons que le modèle estimé permet de fournir une caractérisation macroscopique appropriée du bâtiment et de situer les performances énergétiques de celui-ci dans le cadre des référentiels nationaux.

IV.2 Modèles et estimateurs

Le chapitre précédent a été entièrement dédié à la modélisation physique du bâtiment et au choix de structures mathématiques adaptées à l'identification c'est à dire, ayant des chances de reproduire convenablement le comportement du système étudié. Nous introduisons ici une deuxième composante importante de la modélisation par voie indirecte. Il s'agit de la modélisation des bruits de mesure et des perturbations agissant sur le système. Nous rappelons dans la *section IV.2.1* la structure mathématique du modèle de système et nous décrivons le modèle des perturbations adopté dans la *section IV.2.2*.

IV.2.1 Modèle de système

L'objectif de cette partie est de rappeler la forme du modèle de système adoptée et de proposer une transformation de celle-ci qui nous permettra de nous affranchir des inconnues qui restent dans le vecteur de sollicitations autrement dit, de la température du sol en profondeur.

IV.2.1.1 *Rappel des équations et paramètres statiques*

Comme déjà discuté au troisième chapitre, nous allons supposer que le comportement dynamique du bâtiment peut se décrire convenablement à travers un modèle d'état linéaire et invariant de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \\ y(t) &= \mathbf{D}\mathbf{X}(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t)\end{aligned}\quad (\text{VII.1})$$

avec:

| | |
|------------------------------------|--|
| $\mathbf{X}(t) [n \times 1]$ | Vecteur d'état ($n =$ ordre ou dimension du modèle) |
| $\dot{\mathbf{X}}(t) [n \times 1]$ | Vecteur des dérivées des états par rapport au temps |
| $\mathbf{U}(t) [q \times 1]$ | Vecteur des entrées/sollicitations ($q = 5$, voir équation (IV.2)) |
| $y(t) [1 \times 1]$ | Sortie (température de l'air à l'intérieur $T_{int}(t)$) |
| $\mathbf{F} [n \times n]$ | Matrice d'état |
| $\mathbf{B} [n \times q]$ | Matrice de commande |
| $\mathbf{D} [p \times n]$ | Matrice de sortie |
| $\mathbf{S} [p \times q]$ | Matrice de gain direct |

Les sollicitations agissant sur bâtiment sont la température de l'air extérieur T_{ext} , le rayonnement solaire global observé sur une surface horizontale I_g , la puissance thermique dégagée par les convecteurs, l'éclairage et les équipements de bureau P_c , la puissance électrique différentielle ΔP_e (égale à une constante près à la puissance thermique dégagée par les occupants) et la température du sol en profondeur T_{sol} . On écrit donc :

$$\mathbf{U}(t) = [T_{ext}(t) \quad I_g(t) \quad P_c(t) \quad \Delta P_e(t) \quad T_{sol}(t)]^t \quad (\text{VII.2})$$

Comme déjà discuté au *chapitre III*, le régime statique d'évolution du système décrit par le modèle d'état ci-dessus est défini par :

$$y(t) = \mathbf{K}\mathbf{U}(t) \equiv [-\mathbf{D}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{S}]\mathbf{U}(t) \quad (\text{VII.3})$$

où \mathbf{K} [1×5] représente la matrice des gains statiques du système. On peut donc écrire :

$$y = k_{11}T_{ext} + k_{12}I_g + k_{13}P_c + k_{14}\Delta P_e + k_{15}T_{sol} \quad (IV.4)$$

Il est à noter que, pour $I_g = P_c = \Delta P_e = 0$ et $T_{ext} = T_{sol}$, la réponse du système doit vérifier $y \equiv T_{int} = T_{ext}$ (régime permanent). Ceci se traduit par la contrainte physique suivante : $k_{11} + k_{15} = 1$. Par conséquent, l'équation (IV.4) devient :

$$y = k_{11}T_{ext} + k_{12}I_g + k_{13}P_c + k_{14}\Delta P_e + (1 - k_{11})T_{sol} \quad (IV.5)$$

Nous montrerons plus tard que cette équation est à la base de la méthode proposée pour fournir une caractérisation macroscopique du bâtiment d'utilité pratique.

IV.2.1.2 *Changement de variables*

Nous considérons le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \Delta y(t) &= y(t) - \bar{y} \\ \Delta \mathbf{U}(t) &= \mathbf{U}(t) - \bar{\mathbf{U}} \\ \Delta \mathbf{X}(t) &= \mathbf{X}(t) - \bar{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (IV.6)$$

où \bar{y} , $\bar{\mathbf{U}}$ et $\bar{\mathbf{X}}$ représentent les valeurs moyennes, sur l'axe de temps considéré ($t = 0$ à $t = t_{fin}$), de respectivement la sortie $y(t)$, le vecteur des sollicitations $\mathbf{U}(t)$ et du vecteur d'état $\mathbf{X}(t)$. Suite à ce changement de variables, le modèle d'état de départ devient :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F}\Delta \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{U}(t) \\ \Delta y(t) &= \mathbf{D}\Delta \mathbf{X}(t) + \mathbf{S}\Delta \mathbf{U}(t) \end{aligned} \quad (IV.7)$$

On notera que les matrices \mathbf{F} , \mathbf{B} , \mathbf{D} et \mathbf{S} des modèles (IV.1) et (IV.7) sont identiques. Le comportement statique associé au modèle ci-dessus s'écrit alors :

$$\Delta y = k_{11}\Delta T_{ext} + k_{12}\Delta I_g + k_{13}\Delta P_c + k_{14}\Delta(\Delta P_e) + k_{15}\Delta T_{sol} \quad (IV.8)$$

Le changement de variables (IV.6) est couramment utilisé en identification car il permet de s'affranchir des éventuels problèmes d'offset des capteurs de mesures. Dans notre cas, un autre avantage s'ajoute. En effet, nous montrons ci-après que ce changement de variables est un moyen efficace pour contourner le problème de données manquantes que nous avons rencontré.

Comme nous l'avons déjà mentionné, la température du sol en profondeur fait partie des inconnues du problème. Elle n'a pas été mesurée. Par contre, on peut considérer qu'elle reste constante tout au long de la période d'observation : $\forall t \in [0, t_{fin}], T_{sol}(t) = T_{sol}$. En effet,

pour définir la condition aux limites des transferts thermiques à travers les planchers/sol, on peut choisir la profondeur du sol qui convient pour que la température du sol puisse être approchée par une constante. Dans ce cas, on a :

$$\Delta T_{sol}(t) = T_{sol}(t) - T_{sol} = 0 \quad (IV.9)$$

et donc :

$$\Delta \mathbf{U}(t) = [T_{ext}(t) - \bar{T}_{ext} \quad I_g(t) - \bar{I}_g \quad P_c(t) - \bar{P}_c \quad \Delta P_e - \Delta \bar{P}_e \quad 0]^t \quad (IV.10)$$

En enlevant le dernier élément de ce vecteur, le modèle (IV.5) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F} \Delta \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}' \Delta \mathbf{U}(t) \\ \Delta y(t) &= \mathbf{D} \Delta \mathbf{X}(t) + \mathbf{S}' \Delta \mathbf{U}(t) \end{aligned} \quad (IV.11)$$

où \mathbf{B}' et \mathbf{S}' résultent d'enlever la dernière colonne des matrices \mathbf{B} et \mathbf{S} . Les dimensions de \mathbf{B}' et \mathbf{S}' sont maintenant $(r \times 4)$ et (1×4) , respectivement.

Par ailleurs, l'équation (IV.8) devient :

$$\Delta y = k_{11} \Delta T_{ext} + k_{12} \Delta I_g + k_{13} \Delta P_c + k_{14} \Delta(\Delta P_e) \quad (IV.12)$$

On notera que, la température du sol en profondeur étant constante, il est impossible d'identifier la fonction de transfert associée à cette entrée. Par contre, sachant que $k_{11} + k_{15} = 1$, on pourra toujours fournir une caractérisation macroscopique des pertes thermiques à travers le plancher/sol sur la période d'analyse.

Pour simplifier la notation, on note dans ce qui suit :

$$y(t) \leftarrow y(t) - \bar{y}, \mathbf{U}(t) \leftarrow \mathbf{U}(t) - \bar{\mathbf{U}}, \mathbf{X}(t) \leftarrow \mathbf{X}(t) - \bar{\mathbf{X}} \quad (IV.13)$$

Le modèle (IV.11) de système s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t) \\ y(t) &= \mathbf{D} \mathbf{X}(t) + \mathbf{S} \mathbf{U}(t) \end{aligned} \quad (IV.14)$$

IV.2.2 Modèle de perturbations et forme d'innovation

A partir de l'équation (IV.12), on note que la sortie $y(t)$ ne peut être calculée exactement que lorsqu'on a une connaissance complète et exacte de $\mathbf{U}(t)$ et que la structure du modèle ne présente pas de failles. Malheureusement, ceci est rare. L'estimation de la sortie du système

doit se faire alors en tenant compte des différentes sources d'incertitude et des perturbations qui peuvent intervenir dans le problème. On peut citer :

- Les bruits de mesure, qui affectent aussi bien les mesures des sollicitations que les mesures des sorties.
- Les incertitudes de mesure liées à la représentativité des points de mesure choisis, notamment pour ce qui est de la température de l'air à l'intérieur.
- Les perturbations associées à des variables d'excitation hors contrôle, telle que i.e. la vitesse du vent.
- Les imperfections de la structure mathématique choisie, supposée linéaire, invariante et de faible dimension.

IV.2.2.1 *Modélisation des perturbations*

Appréhender et modéliser les incertitudes/perturbations n'est pas une tâche aisée. En l'absence d'informations pertinentes "a priori", il est fréquemment préconisé d'ajouter au modèle du système deux perturbations additives : une à l'équation de sortie $v(t)$ [1×1], censée représenter les bruits de mesure, et une autre aux équations d'état $w(t)$ [$n \times 1$], censée tenir compte des imperfections du modèle. Le modèle de système avec modélisation des perturbations s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \mathbf{w}(t) \\ y(t) &= \mathbf{D}\mathbf{X}(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t) + v(t)\end{aligned}\tag{IV.15}$$

On considère souvent que la variable $v(t)$, ainsi que les éléments du vecteur $\mathbf{w}(t)$, sont des bruits blancs indépendants à moyenne nulle (voir *Annexe AIV-1*). On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}E(\mathbf{w}(t)) &= 0; E(\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^t(t)) = \mathbf{R}_w \\ E(v(t)) &= 0; E(v(t)v^t(t)) = R_v \\ E(\mathbf{w}(t)v^t(t)) &= \mathbf{R}_{wv}\end{aligned}\tag{IV.16}$$

où E représente l'opérateur espérance mathématique. $\mathbf{R}_w[n \times n]$ est la matrice de covariance de $\mathbf{w}(t)$. Il s'agit d'une matrice diagonale car on suppose des bruits de modèle indépendants. $R_v[1 \times 1]$ est la variance du bruit $v(t)$ de mesure. Enfin, $\mathbf{R}_{wv}[n \times 1]$ est le vecteur des covariance entre les composantes du vecteur $\mathbf{w}(t)$ et la variable aléatoire $v(t)$.

La phase de validation permet souvent de trancher sur le bien fondé de ces hypothèses.

IV.2.2.2 *Forme d'innovation*

En admettant la validité des hypothèses présentées précédemment concernant les bruits $w(t)$ et $v(t)$, la théorie de filtrage de Kalman [Kalman, 1960] permet de définir un estimateur optimal de l'état et de la sortie du système. Nous rappelons qu'un estimateur optimal est un

estimateur non biaisé et à variance minimale. L'estimateur de Kalman associé au problème définit par les équations (IV.15) et (IV.16) est (voir i.e. [Ljung, 1987]) :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \mathbf{K}[y(t) - \mathbf{D}\hat{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{S}\mathbf{U}(t)] \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{D}\hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t)\end{aligned}\quad (\text{IV.17})$$

où $\hat{\mathbf{X}}(t)$ et $\hat{y}(t)$ représentent, respectivement, l'estimateur optimal du vecteur d'état et l'estimateur optimal de la sortie. On peut montrer qu'ils maximisent l'espérance mathématique conditionnelle de $\mathbf{X}(t)$ et de $y(t)$, pour des données de $\mathbf{X}(s)$, $y(s)$ et $\mathbf{U}(s)$ à $s < t$.

La matrice $\mathbf{K}[n \times 4]$ dans l'équation (IV.17) est la matrice de gain de Kalman. Elle est donnée par :

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{D}^T \mathbf{R}_w^{-1} \quad (\text{IV.18})$$

où $\mathbf{P}(t)$ représente la matrice de covariance de l'erreur $\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t)$. Elle est la solution de l'équation de Ricatti :

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}^T - \mathbf{P}(t)\mathbf{D}^T \mathbf{R}_w^{-1} \mathbf{D}\mathbf{P}(t) + \mathbf{R}_v \quad (\text{IV.19})$$

L'erreur de prédiction de la sortie est définie par :

$$y(t) - \mathbf{D}\hat{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{S}\mathbf{U}(t) = \mathbf{D}[\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t)] + v(t) \quad (\text{IV.20})$$

Le terme $[y(t) - \mathbf{D}\hat{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{S}\mathbf{U}(t)]$ est appelé « innovation » et est noté $e(t)$. L'équation (IV.17), s'écrit alors sous la forme, dite d'innovation, suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \mathbf{K}e(t) \\ y(t) &= \mathbf{D}\mathbf{X}(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t) + e(t)\end{aligned}\quad (\text{IV.21})$$

IV.3 Méthode et algorithme d'estimation

La dimension du modèle étant choisie, l'étape d'estimation consiste à déterminer les valeurs numériques des inconnues dans l'équation (IV.21). Il s'agit de:

- Les éléments des matrices \mathbf{F} , \mathbf{B} , \mathbf{D} et \mathbf{S}
- Les éléments de la matrice \mathbf{K} de Kalman
- Les éléments de la matrice de covariance de $e(t)$
- L'état initial $\mathbf{X}(0)$ du système

Nous grouperons par la suite l'ensemble de ces inconnues dans un vecteur θ dont l'estimateur sera noté $\hat{\theta}$.

Il existe une large panoplie de méthodes pour l'estimation de θ . Nous avons choisi de travailler avec des méthodes dites de vraisemblance maximale, équivalentes à celle de minimisation de l'erreur de prédiction dans le cas de bruits/perturbations blancs indépendants. La méthode de vraisemblance maximale a été énoncée par Fisher ([Fisher, 1912] et [Fisher, 1921]). Elle cherche à trouver le jeu de paramètres tel que la probabilité conditionnelle $P(y|\theta)$ soit maximale. Pour des bruits blancs, la probabilité conditionnelle s'écrit (voir i.e. [Ljung, 1987]) :

$$L(\theta) = P(y|\theta) = \prod_{t=1}^N P(e(t, \theta), t, \theta) \quad (\text{IV.22})$$

où le terme d'innovation $e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ est une séquence de variables aléatoires indépendantes et $P(e(t, \theta), t, \theta)$ est la fonction de densité de probabilité. Le vecteur $\hat{\theta}$ qui maximise $P(y|\theta)$ est l'estimateur de vraisemblance maximale.

Pour des systèmes stochastiques linéaires et invariants avec des bruit gaussiens et indépendants, on peut prouver que l'estimateur $\hat{\theta}$ qui maximise la probabilité conditionnelle ci-dessus et aussi celui qui minimise la variance de l'erreur de prédiction (voir i.e. [Ljung, 2002]). Autrement dit, il s'agit de :

$$\hat{\theta} = \arg \min(V(\theta)) \quad (\text{IV.23})$$

avec

$$V(\theta) = \frac{1}{t_f} \int_{t=0}^{t_f} e^2(t) dt \quad (\text{IV.24})$$

La méthode de recherche de $\hat{\theta}$ par minimisation de l'erreur de prédiction (Prediction Error Methods-PEM) étant plus simple à mettre en place que la méthode de vraisemblance maximale, c'est celle que nous avons décidé d'appliquer. La détermination de $\hat{\theta}$ se fait par des techniques standards de minimisation sans contraintes d'une fonction quadratique scalaire. La technique utilisée dans le cadre de notre étude est celle de Levenberg-Marquardt [Marquardt, 1963] (voir *annexe AIV-2*) implémentée dans la fonction «pem» de Matlab.

La matrice de covariance des paramètres $\hat{\theta}$ estimés peut être évaluée par [Ljung, 1987- chapitre 9] :

$$Cov\hat{\theta} \approx \frac{1}{N} V(\hat{\theta}) [\bar{E}\psi(t, \hat{\theta})\psi^t(t, \hat{\theta})]^{-1} \quad (IV.25)$$

avec

$$\psi(t, \hat{\theta}) = -\frac{d}{d\theta} e(t, \theta)|_{\theta=\hat{\theta}} = \frac{d}{d\theta} \hat{y}(t, \theta)|_{\theta=\hat{\theta}}$$

Cette matrice permet d'apprécier la qualité des estimations effectuées. En effet, elle donne des indications sur l'incertitude minimale que l'on peut espérer sur les valeurs des paramètres estimés. L'intervalle de confiance à 95% des paramètres du modèle est approché par $\pm 2\sigma_i$ où les σ_i sont les écarts types (racines carrées des termes diagonaux de la matrice de covariance).

IV.4 Sélection de la dimension du modèle, modèle estimé

Dans la section précédente, nous avons décrit la méthode d'estimation que nous allons appliquer. Pour ce faire, nous avons supposé que l'ordre/dimension du modèle à estimer est connu. En réalité, la dimension (nombre de variables d'état) fait souvent partie des inconnues. Le choix de celle-ci doit être guidé par des questions relatives à la justesse des résultats, d'une part, et à leur crédibilité, d'autre part. En général, plus la dimension du modèle est élevée, plus le nombre de paramètres libres (donc ajustables) est grand et, par conséquent, plus on a de chances de réduire les écarts entre les observations et les prévisions du modèle. Cependant, en augmentant le nombre de degrés de liberté, on aura tendance à augmenter les incertitudes sur les estimations, d'une part, et à augmenter la possibilité de trouver des résultats physiques aberrants, d'autre part. Il faut alors chercher un compromis approprié entre justesse et crédibilité, qui tiendrait compte de la richesse des informations disponibles dans les mesures. Comme nous l'avons déjà évoqué au *chapitre III*, la parcimonie est un élément clef dans le domaine de l'identification. Pour décider de l'ordre/dimension à garder, nous allons appliquer une procédure couramment utilisée qui consiste à estimer plusieurs modèles, d'ordres différents, et à choisir parmi eux le meilleur.

Dans la *section IV.4.1.1*, nous établissons la différence entre erreurs de prédiction et erreurs de simulation car nécessaire pour la suite. Dans la section suivante, nous introduisons l'ensemble de critères qui nous permettront de guider le choix de la dimension du modèle. Enfin, la dernière section montre les résultats obtenus pour le bâtiment étudié.

IV.4.1.1 Erreur de prédiction et erreur de simulation

L'erreur de prédiction a déjà été introduite dans la *section IV.2.2.2*. Elle est définie par :

$$e(t) \equiv y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \mathbf{D}\hat{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{S}\mathbf{U}(t) = \mathbf{D}[\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t)] + v(t)$$

Pour l'évaluer, on se sert des équations (IV.21) qui visent l'estimation de la sortie du système à l'instant t , $y(t)$, à partir des données mesurées des entrées et de la sortie aux instants précédents, $y(s)$ et $\mathbf{U}(s)$ avec $0 < s < t$.

En revanche, la simulation fournit la sortie du système en l'absence de bruit ($\mathbf{K} = 0$ dans l'équation IV.21). Elle résulte d'intégrer en temps les équations :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_s(t) &= \mathbf{F}\mathbf{X}_s(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) \\ y_s(t) &= \mathbf{D}\mathbf{X}_s(t) + \mathbf{S}\mathbf{U}(t)\end{aligned}\quad (\text{IV.26})$$

en utilisant les entrées mesurées $\mathbf{U}(t)$ et le vecteur d'état initial $\mathbf{X}_s(0)$. L'erreur de simulation est définie par :

$$\epsilon(t) \equiv y(t) - y_s(t)$$

où $y(t)$ est la sortie mesurée et $y_s(t)$ la sortie simulée.

IV.4.1.1 Critère de sélection

On trouve dans la littérature de nombreux critères qui ont été proposés pour guider le choix de l'ordre d'un modèle (voir i.e. [Ljung, 1987- Chapitre 16] pour une synthèse). On peut citer le critère d'information d'Akaike (*AIC-Akaike Information Criterion*), le critère de l'erreur de prédiction finale (*Final Prediction Error criterion-FPE*) ou le critère de la longueur de description minimum (*Minimum Description Length criterion-MDL*). Tous ces critères font intervenir deux termes dont l'un permet de mesurer la qualité de l'estimation (valeur de la fonction objectif à minimiser ou maximiser) et l'autre de pénaliser la complexité du modèle estimé (nombre de paramètres libres). Néanmoins, ils n'apportent des informations pertinentes que quand on dispose de peu de données (séries de mesures courtes) ou encore lorsque le nombre de paramètres libres est significatif devant le nombre d'observations. Pour ces raisons, nous allons nous contenter de comparer les modèles estimés à travers l'erreur quadratique moyen défini par :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{t_{fin}} \int_{t=0}^{t_{fin}} (y(t) - y_s(t))^2} = \sqrt{\frac{1}{t_{fin}} \int_{t=0}^{t_{fin}} \epsilon^2(t)} \quad (\text{IV.27})$$

Cette comparaison sera complétée par :

- Une étude de sur-paramétrisation basée sur l'analyse des pôles et des zéros des fonctions de transfert des modèles estimés (voir *section III.5.2 du chapitre III pour leur définition*). On dira qu'un modèle à plus de paramètres que de raison quand une quelconque de ces fonctions de transfert présente des problèmes d'élimination de pôles avec des zéros. L'expression ci-dessous des fonctions des transferts montre que, quand il y a égalité entre un pôle et un zéro, les termes associés dans cette expression s'éliminent et donc l'ordre du modèle peut être réduit (« pole-zero cancellations »).

$$\forall i \quad h_i(s) = \frac{q_i(s)}{p(s)} = k_i \frac{\prod_{k=1}^{r-1} (s - z_{ik})}{\prod_{k=1}^r (s - p_k)} \quad (\text{VII.28})$$

En pratique, on dira qu'il y a élimination d'un pôle avec un zéro quand les intervalles d'incertitude respectifs se recouvrent significativement.

- Une étude portée sur le sens physique des résultats. En particulier, on s'attend à ce que les pôles du modèle soient réels. En effet, des pôles complexes ne peuvent apparaître que dans des systèmes avec des matrices d'état fortement non symétriques (i.e. [Khoury, 1989]). Dans le cadre du bâtiment, ceci correspondrait à des bâtiments avec des échanges thermiques non réciproques importants, liés i.e. à la ventilation. Cependant, dans le bâtiment étudié, ce scénario est fort improbable.

IV.4.1.2 Résultats obtenus et choix du modèle

Nous présentons dans le Tableau IV-1 les résultats relatifs au calcul du RMSE pour les modèles estimés d'ordre 1 à 5. Nous remarquons que la valeur du RMSE est presque égale à 0.9°C pour le modèle d'ordre 1. Quant aux modèles d'ordres 2 à 5, le RMSE varie de 0.63°C à 0.71°C. En termes de qualité des simulations, il n'y a donc pas d'amélioration significative des résultats lorsqu'on augmente l'ordre au delà de 2.

Les zéros et les pôles correspondant aux modèles estimés, avec leurs intervalles de confiance à 95%, sont donnés dans le Tableau IV-1. Nous remarquons que tout les modèles d'ordre supérieur à 2 présentent des pôles complexes, d'une part, et des problèmes d'élimination de pôles avec des zéros, d'autre part. Par exemple, en examinant le Tableau IV-1, on voit que l'un des zéros du modèle estimé d'ordre 3 est (0.9182±0.1102) alors que l'un des pôles est (0.9888±0.0073). Ceci implique que 95% de l'intervalle de confiance du pôle ([0.9815, 0.9961]) est inclus dans 95% de l'intervalle de confiance du zéro ([0.8080, 1.0284]). Ainsi, la notion du « pole-zero cancellations » est bien vérifiée.

En résumé, nous avons montré que, d'une part, l'augmentation de l'ordre du modèle, au delà du modèle d'ordre 2, n'implique pas d'améliorations significatives des résultats de simulation et, d'autre part, qu'une sur-paramétrisation et des résultats physiques non cohérents sont observés lorsqu'on augmente l'ordre du modèle. Il semble que l'expérience réalisée n'est pas suffisamment riche pour estimer des modèles d'ordre supérieur à deux. Par conséquent, nous retiendrons le modèle d'ordre 2 dans la suite de nos analyses.

Tableau IV-1: Ordre, RMSE, pôles et zéros des différents modèles estimés

| Ordre du modèle | RMSE (°C) | Entrées (Ui) | Zéros (±95% incertitude) | Pôles (±95% incertitude) |
|-----------------|-----------|--------------|---|--|
| 1 | 0.8778 | | - | 0.9820± 0.0042 |
| 2 | 0.6458 | U1 | 0.9704± 0.0294 | 0.9925±0.0047 0.8401±0.0787 |
| | | U2 | 0.2198± 3.5286 | |
| | | U3 | 0.9601±0.0185 | |
| | | U4 | 0.9758±0.0240 | |
| 3 | 0.7036 | U1 | 0.3006± 2.1462 0.9182± 0.1102 | 0.9888 ±0.0073 (0.6898±0.3363) + (0.1225±0.4689)i (0.6898±0.3363) - (0.1225±0.4689)i |
| | | U2 | (0.9296±0.1752) + (0.2557±0.1618)i (0.9296±0.1752) - (0.2557±0.1618)i | |
| | | U3 | 0.4205± 0.9228 0.9100±0.1084 | |
| | | U4 | 0.5885± 0.8638 0.9261±0.1632 | |
| 4 | 0.6299 | U1 | (0.8898±0.2486) + (0.4711±0.2006)i (0.8898±0.2486) - (0.4711±0.2006)i 0.9842±0.0272 | (0.5658±0.1648) + (0.5984±0.1968)i (0.5658±0.1648) -(0.5984±0.1968)i 0.9931± 0.0077 0.8883± 0.0772 |
| | | U2 | -0.5080± 4.4739 (0.7879± 0.3403) + (0.1116±0.5972)i (0.7879±0.3403) - (0.1116±0.5972)i | |
| | | U3 | 0.9726±0.0362 (0.5464±0.2208) + (0.5569±0.2587)i (0.5464±0.2208) - (0.5569±0.2587)i | |
| | | U4 | (0.4927±0.2925) + (0.4216±0.5632)i (0.4927±0.2925) - (0.4216±0.5632)i 0.9790 ±0.0614 | |
| 5 | 0.7129 | U1 | (0.9013±0.1408) + (0.4063±0.1651)i (0.9013±0.1408) - (0.4063±0.1651)i 0.8144±0.8979 0.6974±1.5702 | (0.4040±0.1973) + (0.5053±0.4304)i (0.4040±0.1973) - (0.5053±0.4304)i 0.9814± 0.0141 (0.8627±0.0970) + (0.2935±0.0936)i (0.8627±0.0970) - (0.2935±0.0936)i |
| | | U2 | (0.7271±0.3151)+ (0.7598±0.3305)i (0.7271±0.3151) - (0.7598±0.3305)i (0.9549±0.0720) + (0.2778±0.0780)i (0.9549±0.0720) - (0.2778±0.0780)i | |
| | | U3 | (0.7212±0.4065) + (0.3554±0.3995)i (0.7212±0.4065) - (0.3554±0.3995)i 0.3383±2.1763 0.7470± 0.9216 | |
| | | U4 | -0.1646± 1.1746 (0.8505±0.1117) + (0.3138±0.2258)i (0.8505±0.1117) - (0.3138±0.2258)i 0.7472± 0.6842 | |

IV.5 Validation du modèle sélectionné

Cette section est dédiée à la validation du modèle d'ordre 2 estimé au préalable. On rappelle que le modèle doit être jugé par rapport à l'usage que l'on compte en faire. Comme nous le verrons plus tard, nous allons nous appuyer sur ce modèle pour évaluer les performances énergétiques du bâtiment étudié. Il est alors important que le modèle soit capable de reproduire correctement l'évolution en temps de la sortie mesurée (température de l'air intérieur), d'une part, et de fournir une représentation du bâtiment peu biaisée et fiable, d'autre part. Ainsi, le modèle sera soumis aux tests/analyses de validation suivants :

- Test n°1. Il s'agit de comparer la sortie simulée à l'aide du modèle avec la sortie mesurée. Si les écarts observés sont faibles par rapport aux incertitudes de mesure, il n'y aura pas de raison pour rejeter le modèle à ce stade.
- Test n°2. Analyse spectrale des erreurs de simulation. Elle vise à déceler d'éventuels problèmes de biais à travers l'analyse du spectre de puissance et de la fonction de cohérence multiple de l'erreur de simulation et les entrées mesurées.
- Test n°3. On étudie ici la réponse en temps du modèle quand il est soumis à des signaux test en entrée, en particulier, à des échelons unitaires. Le but est de vérifier que le modèle ne montre pas de comportements physiquement aberrants.
- Test n°4. Ce dernier test analyse l'incertitude du modèle estimé à travers l'étude des intervalles de confiance de ses paramètres.

Nous présentons dans la Figure IV-1 les résultats du test n°1. En haut, est représentée l'évolution en temps de la température de l'air intérieur simulée à l'aide du modèle ainsi que celles mesurées. En bas, on représente l'évolution de l'erreur de simulation (écart simulations-mesures). La valeur moyenne et l'écart type de l'erreur de simulation sont respectivement - 0.06 °C et 0.66 °C.

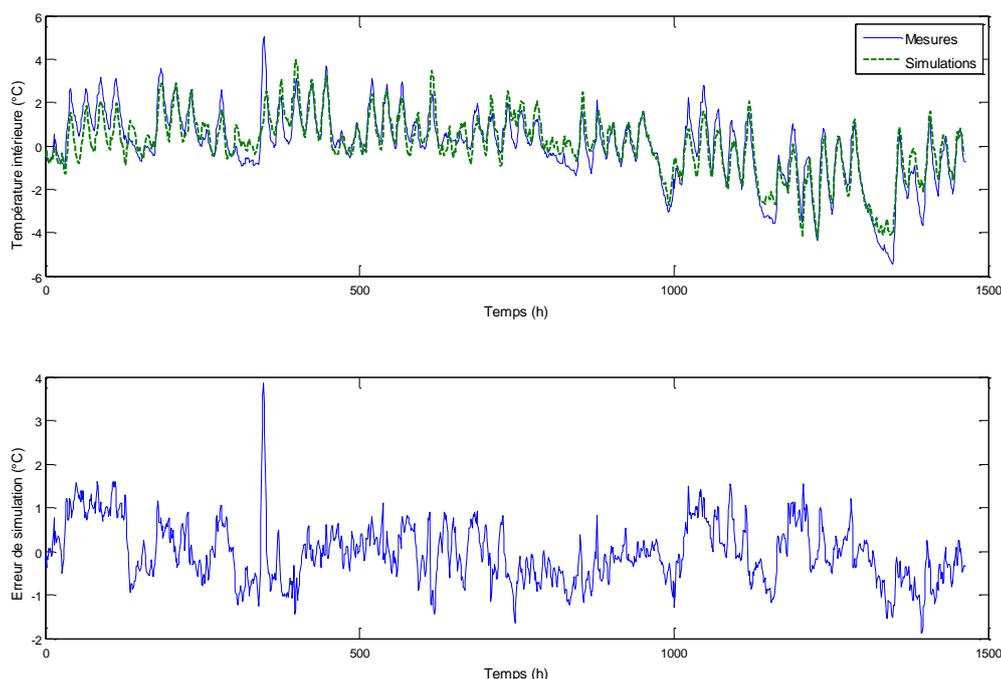


Figure IV-1: Comparaison entre mesures et simulations des températures intérieures (en haut), Erreur de simulation (en bas)

L’histogramme dans la Figure IV-2 montre que l’erreur de simulation est la plupart du temps (95% du temps) inférieure à 1°C en valeur absolue. La valeur maximale observée est égale à 3.7°C, elle apparaît le jour où l’on note une augmentation anormale de la température dans la salle de réunion, qui est probablement due à une occupation plus importante de la salle ce jour là (voir *section II.4.3 du chapitre II*).

Les résultats de ce premier test semblent tout à fait acceptables compte tenu de l’incertitude dans la mesure de la température de l’air intérieur. Nous rappelons que celle-ci est une moyenne pondérée des séries de température enregistrées par des capteurs HOBO dont la précision est ± 0.7 °C.

Comme nous l’avons déjà mentionné, le deuxième test repose sur l’analyse spectrale des erreurs de simulation. Les outils mathématiques que nous allons utiliser (spectre de puissance et spectre de cohérence multiple) ont été déjà introduits au *chapitre II, sections II.5 et II.6*. Le spectre cumulé de l’erreur de simulation est présenté dans la Figure IV-3. Pour une fréquence donnée f , il donne la part de la variance de l’erreur de simulation qui se concentre sur l’intervalle $[0, f]$. Il prend donc des valeurs entre 0 et 1. En examinant la Figure IV-3, on remarque que 90% de la variance de l’erreur de simulation se trouve dans l’intervalle $[0, 0.2 \times 10^{-4}]$ Hz. Il s’agit du même intervalle de fréquence sur lequel se concentre la variance de la température de l’air intérieur. Cependant, le spectre cumulé de la température intérieure montre une périodicité claire de 24h, ce qui n’est pas le cas pour le spectre cumulé de l’erreur de simulation. Ceci signifie que le modèle est capable de fournir une description adéquate du comportement du bâtiment pour des sollicitations 24h-périodiques. Ceci est important car

aussi bien le rayonnement solaire, que la température de l'air extérieur et les apports internes, ont un caractère périodique marqué, avec une part largement significative de leur variance associée à la fréquence $24h^{-1}$ (Figure II-9 du chapitre II). On remarque, par ailleurs, que le spectre cumulé de l'erreur de simulation est presque une ligne droite dans l'intervalle $[0, 0.2 \times 10^{-4}]$ Hz. Autrement dit, la variance de l'erreur de simulation est uniformément distribuée sur cet intervalle de fréquence.

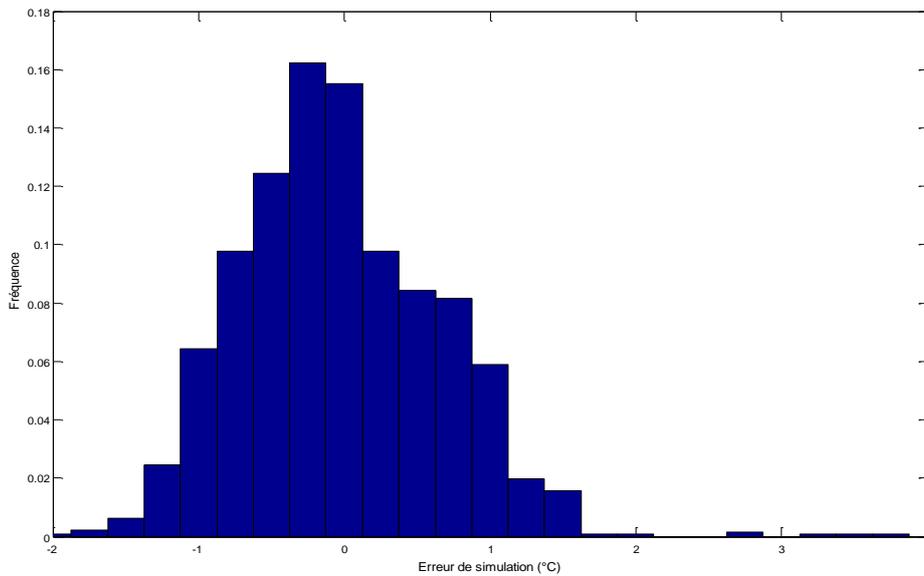


Figure IV-2 : Histogramme de l'erreur de simulation (valeur absolue)

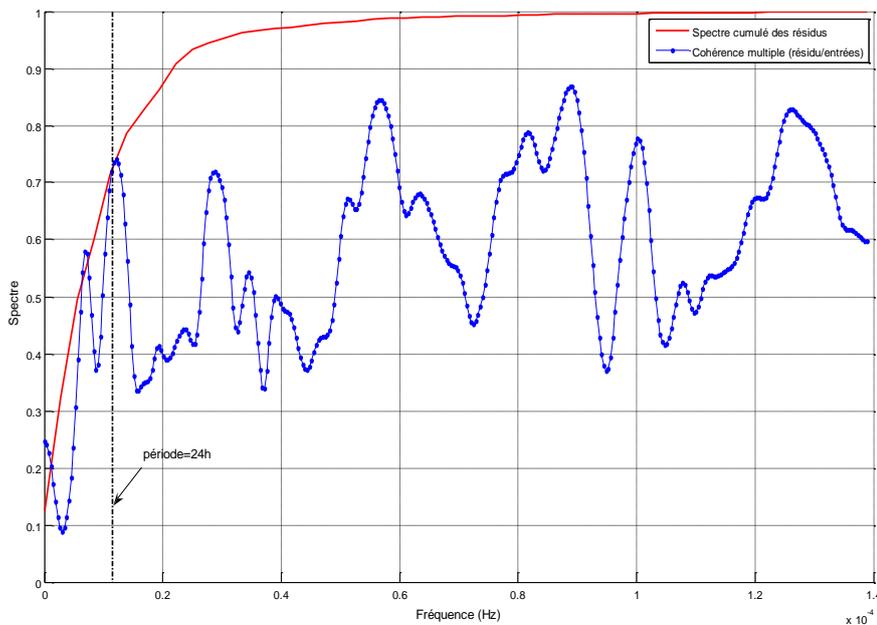


Figure IV-3 : Analyse spectrale du résidu : spectre cumulé et cohérence multiple

Si le modèle est capable de fournir une représentation non biaisée du comportement dynamique du bâtiment, on s'attend à ce que l'erreur de simulation soit orthogonale aux entrées ; autrement dit, décorrelée par rapport aux entrées. Comme proposé dans [Palomo, 1991a ; Palomo, 1991b], nous allons étudier le niveau de corrélation linéaire entre l'erreur de simulation et l'ensemble des sollicitations par le biais du spectre de cohérence multiple. Nous rappelons (voir *section II.6 du chapitre II*) que ce spectre fournit une mesure par fréquences du degré de corrélation linéaire existant entre l'erreur de simulation et l'ensemble des entrées. Il prend des valeurs comprises entre 0 et 1. La valeur zéro indique que l'erreur de simulation est indépendante des entrées, le modèle étant capable de bien représenter les fonctions de transferts entrées/sortie. Par contre, une valeur égale à 1 (fort improbable) signifie que l'erreur de simulation peut être totalement décrite par les entrées du modèle. Quant aux valeurs comprises entre 0 et 1, elles indiquent que l'erreur de simulation peut être partiellement prédite à partir des entrées et que le modèle peut, par conséquent, être amélioré sans pour autant remettre en cause son caractère linéaire.

Nous présentons dans la Figure IV-3 la fonction de cohérence multiple associée aux erreurs/entrées du modèle étudié. Nous remarquons que dans l'intervalle de fréquences de 0 à 0.2×10^{-4} Hz, la corrélation entre l'erreur de simulation et l'ensemble des entrées est significative pour les fréquences correspondant aux périodes de 24h et 48h. Ceci plaiderait pour une augmentation de l'ordre du modèle, mais comme nous l'avons déjà montré (*section IV.4*), l'expérimentation n'est pas assez informative pour ce faire.

Le troisième test repose sur l'analyse de la réponse du modèle à des signaux d'entrée test. La Figure IV-4 présente la réponse du modèle estimé par des échelons unitaires. Elle permet d'analyser la consistance physique du comportement entrées/sortie du modèle. On voit que, quelque soit l'entrée du modèle analysée, la température de l'air intérieur augmente progressivement, avec une dérivée temporelle toujours positive, jusqu'à ce que le régime statique soit atteint.

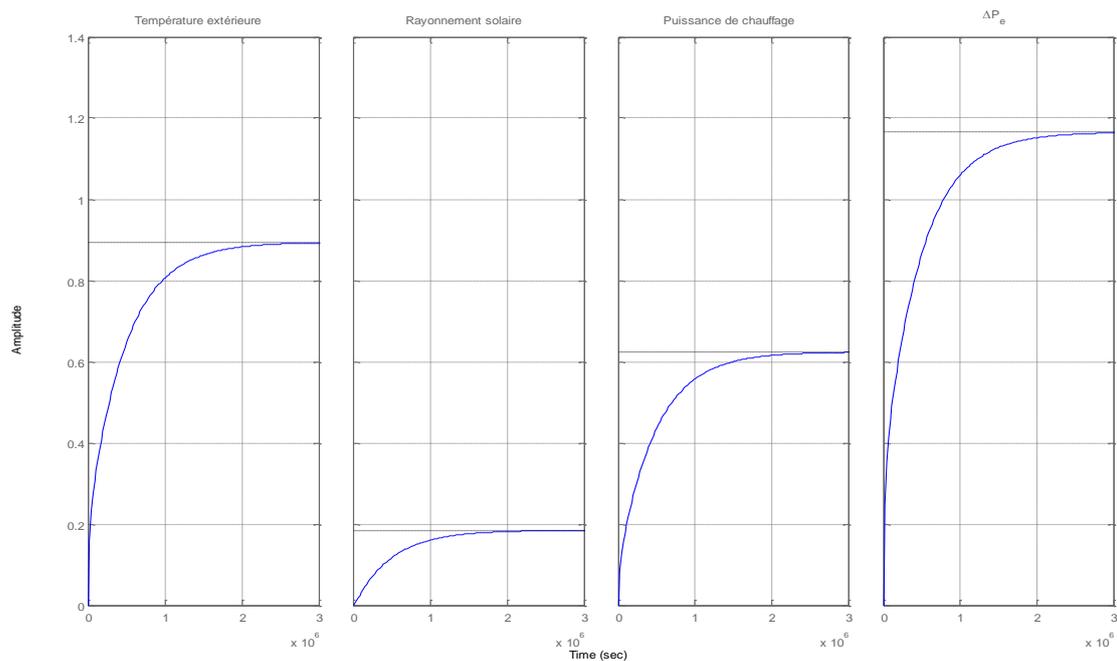


Figure IV-4: Réponse à un échelon du modèle d'ordre 2

Le dernier test analyse la qualité du modèle en termes d'incertitudes. Les valeurs des paramètres statiques du modèle (voir équation (IV.4)), avec leurs intervalles de confiance à 95%, sont fournies dans le Tableau IV-2.

Tableau IV-2 : Paramètres statiques du modèle d'ordre 2

| Paramètres | k_{11} (-) | k_{12} ($\text{K.m}^2.\text{W}^{-1}$) | k_{13} ($\text{K.m}^2.\text{W}^{-1}$) | k_{14} ($\text{K.m}^2.\text{W}^{-1}$) |
|------------|---------------------|--|--|--|
| Valeurs | 0.8938 ± 0.2135 | 0.1846 ± 0.0456 | 0.6237 ± 0.1214 | 1.1651 ± 0.7670 |

Nous remarquons des intervalles d'incertitudes raisonnables pour tous les paramètres sauf pour celui associé à la puissance d'occupation (k_{14}). Ceci pourrait s'expliquer par le manque d'information concernant les apports internes dus à l'occupation et par la simplicité, peut être excessive, de la méthode proposée pour leur estimation.

IV.6 Caractérisation macroscopique et évaluation des performances énergétiques du bâtiment

Le modèle d'ordre 2 estimé ayant franchi l'étape de validation avec succès, nous allons l'utiliser ici pour analyser les performances énergétiques du bâtiment étudié. Il va nous permettre de :

- Fournir une caractérisation macroscopique du bâtiment appropriée qui permet de placer le bâtiment dans le référentiel de qualité défini par la réglementation thermique française.
- Effectuer un bilan énergétique global pour identifier le poids relatif des déperditions thermiques et des apports internes, ainsi que pour qualifier la gestion du chauffage.

IV.6.1.1 *Caractérisation macroscopique*

En régime permanent, le bilan énergétique du bâtiment peut s'écrire comme suit :

$$(UA)_{env}(T_{int} - T_{ext}) + (UA)_{sol}(T_{int} - T_{sol}) = S_a I_g + P_{tot} \quad (VII.29)$$

Le premier terme à gauche représente les déperditions thermiques à travers l'enveloppe (les planchers exceptés), tandis que le deuxième décrit les pertes thermiques vers le sol. Les termes à droite décrivent les apports solaires et la puissance thermique injectée dans l'air. Cette dernière est donnée par :

$$P_{tot} = P_{conv} + P_{elec} + P_{occ} \quad \text{avec : } P_{occ} = \beta \Delta P_e \quad (VII.30)$$

où P_{conv} [W] est la puissance thermique dégagée par les convecteurs électriques, P_{elec} [W] représente la puissance thermique dégagée par l'éclairage et les équipements de bureau (PC, imprimantes) et P_{occ} [W] désigne la puissance thermique dégagée par les occupants.

L'équation de bilan ci-dessus fait ressortir les paramètres macroscopiques suivants :

- Le coefficient de déperditions thermiques à travers l'enveloppe du bâtiment (plancher excepté) : $(UA)_{env} (W \cdot K^{-1})$.
- Le coefficient de déperdition thermiques à travers le sol : $(UA)_{sol} (W \cdot K^{-1})$.
- La surface solaire équivalente $S_a (m^2)$, permettant de caractériser l'efficacité solaire du bâtiment.
- Le paramètre β permettant d'estimer la puissance thermique dégagée par les occupants en fonction de la puissance électrique différentielle.

En divisant l'équation (IV.29) par la surface au sol du bâtiment ($A = 107.17 m^2$), on obtient :

$$U_{env}(T_{int} - T_{ext}) + U_{sol}(T_{int} - T_{sol}) = \eta_a I_g + P_{tot} \quad (VII.31)$$

Les coefficients de déperditions thermiques, U_{env} et U_{sol} , s'expriment maintenant en $W/m^2/K$, tandis que P_{tot} est donnée en W/m^2 . Le paramètre $\eta_a [-]$ représente l'efficacité solaire du bâtiment.

En comparant les équations de bilan ci-dessus avec l'équation (IV.5) décrivant le comportement en régime permanent du modèle estimé, on déduit aisément les rapports existant entre les paramètres statiques du modèle et les paramètres macroscopiques caractérisant le bâtiment :

$$U_{env} = \frac{k_{11}}{k_{13}}; U_{sol} = \frac{1-k_{11}}{k_{13}}; \eta_a = \frac{k_{12}}{k_{13}}; \beta = \frac{k_{14}}{k_{13}} \quad (\text{VII.32})$$

ou encore :

$$UA_{env} = A \frac{k_{11}}{k_{13}}; UA_{sol} = A \frac{1-k_{11}}{k_{13}}; S_a = A \frac{k_{12}}{k_{13}}; \beta = \frac{k_{14}}{k_{13}} \quad (\text{VII.33})$$

Par ailleurs, l'inertie thermique du bâtiment peut être évaluée à partir des constantes de temps du modèle estimé. Celles-ci sont définies comme étant l'inverse changé de signe des valeurs propres de la matrice d'état F du modèle. Pour plus de détails voir [Mejri, 2011].

Les valeurs des paramètres physiques macroscopiques obtenues à partir du modèle estimé d'ordre 2 sont données dans le Tableau IV-3.

Tableau IV-3: Paramètres physiques macroscopiques

| Paramètres | UA_{env} ($W.K^{-1}$) | UA_{sol} ($W.K^{-1}$) | S_a (m^2) | β (-) |
|------------|------------------------------|------------------------------|--------------------|-----------------|
| Valeurs | 153.6 ± 23.6 | 18.25 ± 18.4 | 31.72 ± 5.0 | 1.87 ± 0.76 |

Les intervalles de confiance à 95% dans le tableau ci-dessus ont été estimés par la méthode standard de propagation des incertitudes. Par exemple, la variance sur UA_{env} est calculée par :

$$\sigma_{UA_{env}}^2 = \left(\frac{\partial UA_{env}}{\partial k_{11}} \right) \sigma_{k_{11}}^2 + \left(\frac{\partial UA_{env}}{\partial k_{13}} \right) \sigma_{k_{13}}^2 \quad (\text{VII.34})$$

L'intervalle de confiance à 95% est alors $\pm 2\sigma_{UA_{env}}$. Les valeurs des écarts types des paramètres k_{li} proviennent du Tableau IV-2. On remarque que le niveau d'incertitude sur le paramètre $(UA)_{sol}$ est excessif.

Les valeurs des constantes de temps du modèle sont 137h et 6h.

Le coefficient de déperditions thermiques global du bâtiment est $(UA) = 171.83 \pm 14.2$ ($W.K^{-1}$). Si l'on reporte cette valeur à la surface totale des déperditions de l'enveloppe du bâtiment, égale à $400.75 m^2$ (murs, fenêtres, portes et toitures), on obtient une valeur pour le coefficient de déperditions surfaciques de 0.43 ($W.K^{-1}.m^{-2}$). Pour la zone climatique où se situe le bâtiment, la réglementation thermique française (RT 2005) établit que se

coefficient ne doit pas excéder $0.6 (W.K^{-1}.m^{-2})$. Nous pouvons donc conclure que l'enveloppe du bâtiment est conforme à la réglementation.

IV.6.1.2 Bilan énergétique global

A partir de l'équation(IV.29), on peut écrire sur la période analysée (2 mois, novembre et décembre 2004) :

$$\begin{aligned}
 \text{Déperdition totale} &= UA_{env} \int_{t=0}^{t_{end}} (T_{int} - T_{ext})dt + UA_{sol} \int_{t=0}^{t_{end}} (T_{int} - T_{sol})dt \\
 \text{Gains totaux} &= S_a \int_{t=0}^{t_{end}} I_g dt + \int_{t=0}^{t_{end}} P_{conv} dt + \int_{t=0}^{t_{end}} P_{elec} dt + \eta \int_{t=0}^{t_{end}} \Delta P_e dt
 \end{aligned} \tag{IV.35}$$

Les déperditions totales durant la période du suivi expérimental atteignent 38.8 kWh/m^2 (déperditions rapportées à la surface au sol). Il est à noter que 66.6% de cette quantité représente les déperditions à travers l'enveloppe (murs, fenêtres, toiture et échange d'air) et 33.4% représente les déperditions à travers le sol. La surface de l'enveloppe du bâtiment étant 3.8 fois plus grande que la surface du plancher, l'enveloppe peut être jugée d'assez bonne qualité. La valeur des déperditions à travers l'enveloppe est 6.7 kWh/m^2 (en se référant uniquement à la surface de l'enveloppe) alors que celle des déperditions à travers le plancher est 12.9 kWh/m^2 .

Tout comme les déperditions, les gains/apports d'énergie sur la période analysée atteignent 38.8 kWh/m^2 . Les gains solaires représentent 22.5%, la contribution de l'occupation est 4.2%, celle du chauffage dû à l'éclairage et aux équipements électriques est 13.5% et le chauffage provenant des convecteurs représente 59.7%. Nous pouvons conclure que plus de 40% de l'énergie demandée par ce bâtiment est fournie par l'irradiation solaire et par les sources gratuites internes de chauffage.

L'énergie électrique consommée par le bâtiment, durant la période du suivi expérimental, est égale à 28.5 kWh/m^2 , avec 23.3 kWh/m^2 requis pour le chauffage et 5.2 kWh/m^2 consommé pour l'éclairage et les équipements électriques.

En admettant que la saison de chauffage a une durée de 7 mois, la consommation annuelle d'électricité serait de l'ordre de 100 kWh/m^2 , ce qui est très loin de l'objectif fixé à l'horizon 2020¹⁰ (50 kWh/m^2).

Pendant la saison de chauffage, l'amélioration des performances énergétiques du bâtiment peut être effectuée à travers l'amélioration de son enveloppe. Néanmoins, il est plus simple et

¹⁰ Bâtiment neuf à énergie positive et réduction des consommations d'énergie des bâtiments existants d'au moins 38% (convention d'engagement pour l'accélération de la construction de « bâtiments basse consommation » (ADEME)).

moins coûteux de le faire à travers le contrôle du chauffage. En effet, en examinant l'évolution de la température intérieure mesurée, nous remarquons que le bâtiment est surchauffé, avec une température fréquente de 20°C. L'équation (IV.35) fournit une méthode simple d'estimation d'économie de l'énergie à travers le contrôle du chauffage. Elle est réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 UA_{env} \int_{t=0}^{t_{end}} (T_{int}^* - T_{ext}) dt + UA_{sol} \int_{t=0}^{t_{end}} (T_{int}^* - T_{sol}) dt \\
 = S_a \int_{t=0}^{t_{end}} I_g dt + \int_{t=0}^{t_{end}} P_{conv} dt + \int_{t=0}^{t_{end}} P_{elec} dt + \eta \int_{t=0}^{t_{end}} \Delta P_e dt
 \end{aligned} \tag{IV.36}$$

avec $T_{int}^* = 19^\circ\text{C}$ durant les heures de travail (pendant les jours ouvrable) et $T_{int}^* = 15^\circ\text{C}$ la nuit et les weekends.

L'équation (IV.36) est utilisée pour calculer la consommation d'énergie de chauffage (P_{conv}) nécessaire pour avoir ces conditions jugées comme étant des conditions de confort thermique. Ceci donne une valeur de $P_{conv} = 14.6 \text{ kWh/m}^2$ au lieu de la valeur réellement consommée dans le bâtiment qui est de 23.3 kWh/m^2 . Par conséquent, les économies d'énergie potentielles (consommation totale d'électricité : chauffage, éclairage et équipements) sont équivalentes à presque 30%. En prenant en compte la période de chauffage annuelle, cela signifie passer d'une consommation d'électricité de 100 kWh/m^2 à 80 kWh/m^2 .

IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé le problème d'estimation et de validation d'un modèle pour décrire le comportement observé du bâtiment étudié, ainsi que l'exploitation ultérieure de celui-ci pour analyser les performances énergétiques.

La démarche suivie pour l'étape d'estimation est tout à fait standard. Le modèle de système (modèle d'état linéaire et invariant) est d'abord complété par un modèle de perturbations, avec des bruits blancs additifs d'état et de mesure. Pour l'estimation des paramètres, le modèle stochastique final (modèle de système + modèle de bruit) est exploité sous la forme dite d'innovation. L'algorithme d'estimation est un algorithme classique de minimisation de l'erreur de prédiction à un pas. On remarque néanmoins le travail effectué sur le choix de l'ordre/dimension du modèle. Celle-ci est décidée en tenant compte d'un certain nombre de critères usuels (i.e. distance entre mesures et simulations, annulation de pôles et de zéros), mais aussi par des considérations d'ordre physique relatives à la réciprocité des transferts. Un modèle d'ordre 2 a été finalement retenu. La validation de ce modèle comporte différents types de tests : comparaison mesures/simulations, analyse des résidus et tests des hypothèses relatives aux perturbations, cohérence de la réponse physique du modèle à des signaux tests, incertitude des paramètres estimés, etc.

Le modèle d'ordre 2 estimé est ensuite utilisé pour évaluer les performances énergétiques du bâtiment. On montre que le modèle estimé permet d'obtenir une caractérisation

macroscopique du bâtiment fort utile à des fins d'évaluation et de diagnostic. En effet, à partir des paramètres mathématiques du modèle, il est possible d'estimer : a) le coefficient global de déperditions thermiques du bâtiment, en faisant la part entre les pertes à travers le sol et les pertes à travers le reste de l'enveloppe ; b) la surface solaire équivalente, qui mesure l'efficacité solaire du bâtiment ; c) les principales constantes de temps du bâtiment, qui permettent de qualifier l'inertie thermique ; et d) les apports gratuits dus à l'occupation. Ces paramètres permettent de placer le bâtiment dans un référentiel national de qualité (Français dans le cas d'étude) et de lui attribuer un label de qualité d'enveloppe. On a également proposé d'exploiter le modèle pour évaluer la qualité de la gestion du chauffage et pour proposer des améliorations.

CHAPITRE V

TENTATIVE DE DIAGNOSTIC ÉNERGÉTIQUE APPROFONDI



Ce chapitre est une tentative de diagnostic énergétique approfondi. D'abord, nous rappelons la forme du modèle détaillé et les hypothèses de modélisation adoptées ; nous exposons également les différentes sources d'incertitudes relatives à ce type de modèle. Une comparaison en aveugle des simulations issues de ce modèle détaillé est ensuite exposée. Ce modèle ne représente pas convenablement le comportement thermique du bâtiment étudié. En prenant en compte les résultats du modèle « boîte noire » jugé de bonne qualité et les sources d'incertitudes. Nous tentons d'aller plus loin. Pour ce faire, nous commençons par une comparaison entre le modèle détaillé et le modèle « boîte noire » en termes de paramètres thermophysiques identifiés. Puis, nous proposons deux types de confrontations entre le modèle détaillé et les mesures, la première basée sur une technique d'analyse de sensibilité locale de la sortie du modèle détaillé et la seconde confrontation basée sur une analyse en composantes principales de la matrice des sensibilités des paramètres significatifs.

V.1 Introduction

Rappelons que l'identification du modèle thermique (« boîte noire ») du bâtiment conduit à une caractérisation très concise de son comportement réel à travers une caractérisation macroscopique de ce bâtiment. Cette identification se résume à l'estimation des coefficients suivants :

- Le coefficient de déperditions thermiques à travers l'enveloppe : $(UA)_{env} (W.K^{-1})$.
- Le coefficient de déperditions thermiques à travers le sol : $(UA)_{sol} (W.K^{-1})$.
- La surface solaire équivalente ($S_a (m^2)$) permettant d'estimer les gains de chaleur dus au rayonnement solaire.
- L'efficacité liée à l'occupation (η_{occ}). Ce paramètre permet d'estimer les gains internes dus à l'occupation.
- Les principales constantes de temps reflétant la qualité de l'inertie du bâtiment.

Ces paramètres nous ont permis d'évaluer les performances énergétiques de l'enveloppe du bâtiment, de savoir si ce dernier est de bonne qualité et d'évaluer la qualité de la gestion du chauffage afin de proposer d'éventuelles améliorations.

Ces résultats nous ont motivés pour tenter d'aller plus loin dans le diagnostic énergétique. Ainsi, si on se trouve dans le cas de figure où la valeur du coefficient de déperdition à travers l'enveloppe ($(UA)_{env}$) est très grande, la question se pose de savoir comment diminuer convenablement ce coefficient ? Ceci revient à maîtriser les causes possibles telles que les déperditions par renouvellement d'air (ouverture des portes, de fenêtres, etc.), les déperditions par infiltrations et les pertes par ponts thermiques.

Nous allons explorer une voie qui consiste à s'appuyer sur une modélisation physique du bâtiment. Les modèles physiques sont déduits des principes fondamentaux (lois physiques ou autres) qui gouvernent le système. L'avantage de tels modèles est d'avoir un lien direct avec la réalité des phénomènes physiques mis en jeu. Cependant, ces modèles nécessitent une connaissance précise du système et peuvent devenir extrêmement complexes.

Ainsi, pour une telle modélisation, les problèmes généralement rencontrés sont la connaissance imprécise du bâtiment (géométrie et composition des parois..) et la connaissance incomplète des sollicitations (occupation, flux solaires sur les façades). En prenant en compte le fait que, d'une part, le bâtiment est un système complexe et que d'autre part les sources d'incertitudes dans le modèle physique sont toujours présentes, il est fort probable que le modèle détaillé ne permette pas de reproduire convenablement les comportements observés. Dans ce cas, soit on décide d'arrêter, soit on essaye d'améliorer le modèle, ce qui revient à améliorer la connaissance du système et de son fonctionnement.

Notre travail va donc consister à montrer comment on peut se servir d'une part, du modèle boîte noire, et d'autre part, des données disponibles pour savoir si l'on a des chances de pouvoir corriger le modèle détaillé et aboutir par la suite à un diagnostic approfondi ; dans le

cas contraire, nous essayerons de dégager des indications de mesures complémentaires à réaliser.

V.2 Modèle détaillé du bâtiment

Rappelons que les phénomènes et les mécanismes de transfert déterminant l'état thermique du bâtiment ont déjà été explicités dans le *chapitre III*. Nous rappelons dans ce qui suit les hypothèses de modélisation ainsi que la forme du modèle détaillé. Nous aborderons ensuite les incertitudes relatives à ce modèle physique du bâtiment.

V.2.1 Hypothèses de modélisation

Rappelons que les hypothèses de modélisation considérées dans cette étude sont :

- Le bâtiment se comporte comme un bâtiment monozone.
- Les relations dynamiques entrées/sorties du système sont linéaires.
- Tous les transferts thermiques seront supposés monodirectionnels. Les transferts conductifs notamment se font perpendiculairement à la paroi.
- Les propriétés physiques de transfert sont considérées constantes (indépendantes de la température et de l'humidité).
- Les échanges convectifs et radiatifs GLO sont globalisés grâce à un coefficient d'échange global (défini par la réglementation thermique française).
- La valeur du taux de renouvellement d'air a été déterminée à partir de la norme française pour les bureaux. Elle est constante.

V.2.2 Modèle détaillé

Les équations de conservation de l'énergie qui gouvernent l'évolution thermique du bâtiment ont été déjà explicitées dans le *chapitre III*. Le passage de ces équations de conservation aux représentations d'état thermique a également été présenté. En effet, après discrétisation spatiale des équations de conservations, on obtient un modèle thermique que l'on peut représenter par :

$$\begin{aligned} \dot{T}(t) &= FT(t) + BU(t) \\ T_{int}(t) &= DT(t) + SU(t) \end{aligned} \quad (V.1)$$

où F, B, D et S sont les matrices d'état, de commande, de sortie et de gain direct respectivement. D'autre part, $T_{int}(t)$ représente le vecteur des températures de l'air intérieur (sortie du modèle) et $U(t)$ est le vecteur des sollicitations (entrées) défini dans notre cas par :

$$U(t) = [I_{f_{1:10}}(t) \quad T_{ext}(t) \quad T_{sol}(t) \quad P_{tot}(t) \quad \Delta P_e(t)]^t \quad (V.2)$$

où :

$I_{f_{1:10}}(t)$ sont les différentes irradiations solaires sur les façades du bâtiment (10 façades) ;

$T_{ext}(t)$ est la température extérieure ;

$P_{tot}(t)$ est la puissance de chauffage (puissance des convecteurs et puissance électrique) ;

$T_{sol}(t)$ est la température du sol ;

$\Delta P_e(t)$ est la puissance d'occupation.

Les paramètres de ce modèle détaillé sont :

- les paramètres thermophysiques des matériaux de construction (conductivité thermique, masse volumique et coefficient d'absorption),
- les coefficients d'échanges convectifs entre la paroi et l'air à l'intérieur du bâtiment (h_{int}) et ceux entre la paroi et l'air extérieur du bâtiment (h_{ext}),
- les paramètres caractérisant le vitrage (fenêtres et portes fenêtres), tels que les coefficients des échanges convectifs, le coefficient de déperdition et le coefficient de transmission.
- les paramètres relatifs à l'échange d'air entre les zones et le coefficient de réflectivité du plancher (albédo du sol).

Le nombre total de paramètres considérés par notre étude est de 79. Les valeurs attribuées à ces paramètres seront rappelées dans la section suivante.

V.2.3 Sources d'incertitudes

Les modèles thermiques de bâtiments impliquent un grand nombre d'équations avec un grand nombre de paramètres. Ceux-ci sont incertains en raison du manque de connaissance a priori sur le système étudié (bâtiment) et aussi par manque de mesures pour ces paramètres. Généralement, les sources d'incertitude dans la modélisation thermique du bâtiment sont multiples. Dans notre cas, on suppose qu'on n'a pas d'incertitude sur la structure du modèle détaillé. Ce dernier est considéré comme linéaire et invariant. Les autres sources d'incertitudes sont : l'incertitude sur les données mesurées et sur les sollicitations estimées (ex : puissance d'occupation), l'incertitude sur les paramètres d'entrée du modèle ou encore la subjectivité du modélisateur. Cette dernière est fortement liée à celle de l'incertitude sur les paramètres d'entrée au sens où il peut être difficile d'attribuer une valeur à un paramètre surtout quand celui-ci est difficilement mesurable. Le modélisateur doit donc faire un choix pour attribuer une valeur à ce paramètre (littérature, jugement d'expert, etc.).

Dans notre cas, en plus de l'incertitude provenant de l'estimation des sollicitations estimées, s'ajoutent celle provenant des paramètres issus de la connaissance a priori qu'on a du bâtiment étudié et qui concerne les données thermophysiques, radiatives et géométriques. Ces paramètres ont été précédemment présentés (*chapitre II*) ; nous en rappelons ultérieurement quelques-uns. Il est à noter que ces paramètres et plus particulièrement les caractéristiques thermophysiques des matériaux de construction (conductivité thermique, chaleur massique, masse volumique) ne sont jamais connus avec précision. De même pour les paramètres d'échanges convectifs intérieurs et extérieurs qui ont une influence considérable sur le comportement thermique du bâtiment représenté par l'évolution de la température intérieure.

C'est pourquoi, nous avons eu recours à un certain niveau d'expertise pour fixer ces valeurs difficilement mesurables. Ceci a été réalisé en se référant à la littérature ou à des références réglementaires qui fournissent des plages de valeurs pour les caractéristiques des matériaux de construction, si elles existent, ou à des mesures déjà effectuées dans le cadre des études existantes (comme c'était le cas pour le choix de la valeur de la conductivité thermique du bois massif). Rappelons que la valeur de la conductivité du bois massif, composant principal de l'enveloppe du bâtiment, a été choisie à partir d'essais effectués sur un madrier en bois massif [Raji, 2006]. Il est impossible d'assurer que ce bois est de même type que le bois de notre bâtiment. Les valeurs de propriétés des matériaux de construction utilisées dans notre étude sont exposées dans le tableau suivant :

Tableau V-1: Propriétés thermophysiques des matériaux

| Matériaux | Conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$) | Densité ($kg.m^{-3}$) | Chaleur spécifique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$) |
|-------------------------------|--|-------------------------|---|
| Bois massif | 0.24 | 390.0 | 1975.42 |
| Bois léger | 0.15 | 500.0 | 1200.0 |
| Béton armé | 1.5 | 2450 | 920.0 |
| Sol | 1.9 | 1950.0 | 1045.0 |
| Terre cuite | 1.15 | 1900.0 | 900.0 |
| Lame d'air > 1.3 cm | 0.09 | 1.0 | 1224.0 |
| Laine de verre | 0.04 | 12.0 | 840.0 |
| Polystyrène | 0.03 | 35.0 | 1188.0 |
| Panneau de particules de bois | 0.15 | 800.0 | 2093.0 |
| Carrelage | 1.7 | 2300.0 | 700.0 |

Le Tableau V-2 présente les valeurs de coefficients d'échanges convectifs entre la paroi et l'air intérieur du bâtiment (h_{int}) et celui entre la paroi et l'air extérieur du bâtiment (h_{ext}) issues de la réglementation thermique française (RT 2005).

Tableau V-2 : Coefficients d'échanges globaux

| Type de parois | Coefficient d'échange extérieur [$W.m^{-2}.K^{-1}$] | Coefficient d'échange intérieur [$W.m^{-2}.K^{-1}$] |
|-------------------|---|---|
| Parois verticales | 16.67 | 9.10 |
| Plafond | 20.60 | 11.11 |
| Plancher | 5.60 | 5.60 |

Les valeurs des autres paramètres considérés dans cette étude sont exposées dans le tableau Tableau V-3.

Tableau V-3 : Valeurs attribuées aux paramètres du modèle détaillé

| Paramètres | Taux de renouvellement d'air | Coefficient de déperdition du vitrage | Coefficient de transmission du vitrage | Albédo du sol |
|-------------------|------------------------------|---------------------------------------|--|---------------|
| Valeurs attribuée | $0.46h^{-1}$ | $1.50 W.m^{-2}.K^{-1}$ | 0.72 | 0.30 |

Généralement, l'erreur sur les valeurs des paramètres d'entrée du modèle est considérée comme la source majeure d'incertitude car la variabilité de certains paramètres d'entrée contribue à la variabilité de la sortie du modèle. Dans notre cas, la source majeure d'incertitude provient des paramètres du modèle thermique du bâtiment présentés précédemment.

Ainsi, prenant en compte toutes ces sources d'incertitudes dans le modèle détaillé, on ne peut raisonnablement assurer une bonne qualité du modèle. Nous présentons dans ce qui suit les résultats des simulations issues du modèle détaillé.

V.3 Comparaison en aveugle des simulations avec les mesures

La Figure V-1 présente une comparaison entre les mesures et les simulations du modèle détaillé et du modèle « boîte noire ». Cette figure montre que le modèle détaillé ne représente pas convenablement le comportement thermique du bâtiment comparé au modèle boîte noire. En effet, l'écart entre les températures intérieures mesurées et celles issues du modèle physique est très grand. Ceci est bien illustré par la Figure V-2 qui présente les résidus entre la mesure et les simulations du modèle détaillé et du modèle « boîte noire » respectivement. La valeur moyenne et l'écart type de l'erreur de simulation du modèle détaillé sont respectivement $5.7^{\circ}C$ et 1.09 alors que celles du modèle « boîte noire », ils sont respectivement $-0.06^{\circ}C$ et 0.66 . Ainsi, le premier problème du modèle détaillé se manifeste à travers la valeur moyenne de son résidu ($5.7^{\circ}C$). Cependant, ceci ne permet pas de remettre en cause les hypothèses majeures de modélisation qui sont la linéarité et l'invariance parce que le modèle « boîte noire » (linéaire et invariant) est capable de faire beaucoup mieux. Par conséquent, on peut imaginer avant tout un problème dans les valeurs des paramètres physiques du modèle détaillé. La question qui se pose est donc quels sont les paramètres concernés?

Pour répondre à cette question, nous nous proposons d'effectuer, d'une part, une comparaison du modèle détaillé avec le modèle boîte noire (*section V.4*), d'autre part, de confronter plus rigoureusement (autre que visuellement) le modèle détaillé aux mesures (*sections V.5 et V.6*).

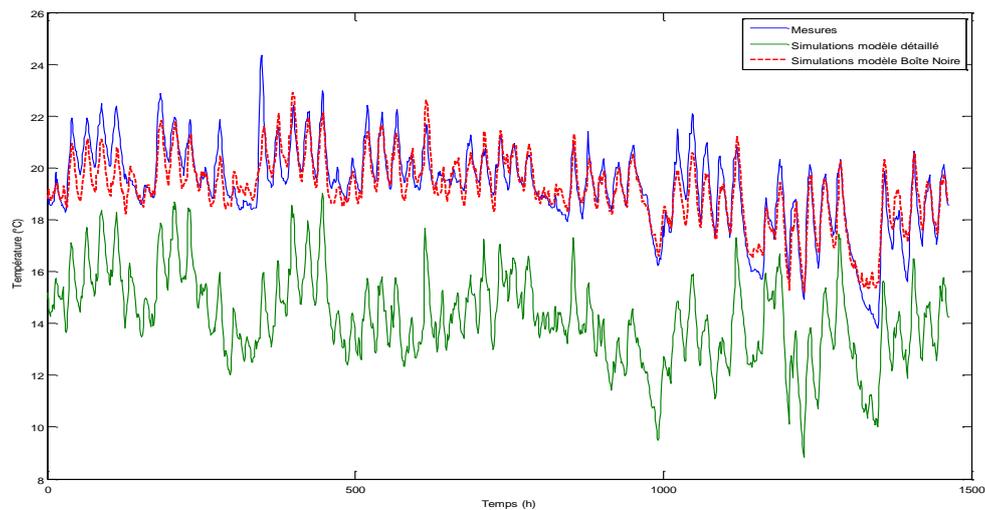


Figure V-1 : Comparaison entre mesures et simulations des températures intérieures du modèle détaillé et du modèle « boîte noire »

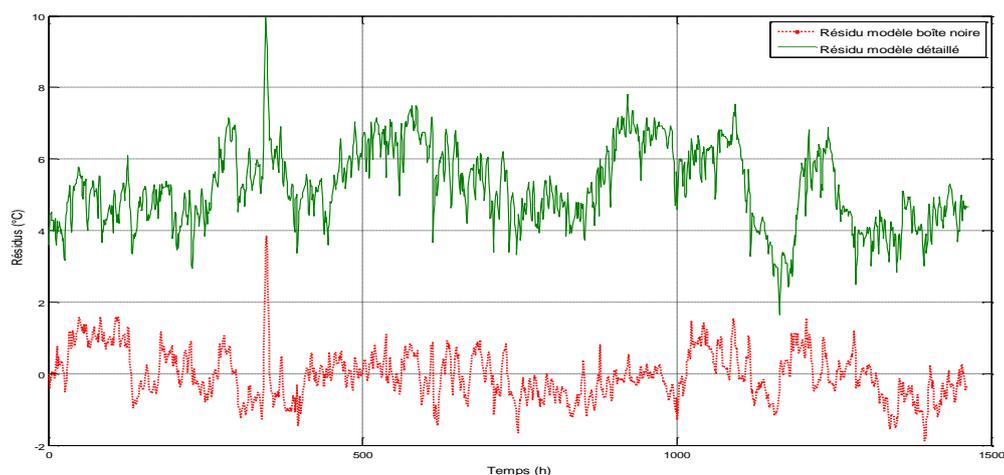


Figure V-2 : Résidus du modèle détaillé et du modèle « boîte noire »

V.4 Modèle détaillé et modèle « boîte noire »

Le modèle « boîte noire » nous a permis d'estimer les paramètres thermophysiques caractérisant le comportement thermique de l'enveloppe du bâtiment ($(UA)_{env}$; $(UA)_{sol}$; S_a et η_{occp}). Nous proposons de calculer ces mêmes paramètres pour le modèle détaillé et d'effectuer une comparaison entre les deux modèles afin de voir, par des techniques d'analyse de sensibilité locale, comment les rapprocher.

V.4.1 Calculs des paramètres physiques du modèle détaillé

Comme dans le cas du modèle « boîte noire », les paramètres physiques caractérisant le comportement thermique de l'enveloppe du bâtiment sont déduits à partir des paramètres mathématiques du modèle (coefficients du gain statique). Néanmoins, le calcul du gain solaire est différent de celui déjà présenté car nous disposons d'irradiations solaires des façades du bâtiment (dans l'approche précédente le flux solaire global était l'unique sollicitation radiative).

Rappelons que le comportement statique du système s'écrit :

$$T_{int} = KU \text{ où } K = S - DF^{-1}B \quad (V.3)$$

Ainsi, la réponse thermique du bâtiment peut être reformulée ainsi :

$$T_{int} = \sum_{i=1}^{10} k_i I_{f_i} + k_{11}T_{ext} + k_{12}T_{sol} + k_{13}P_c + k_{14}\Delta P_e \quad (V.4)$$

avec :

I_{f_i} est l'irradiation solaire sur la $i^{ème}$ façade du bâtiment ;

k_i est le coefficient relatif à la $i^{ème}$ sollicitation.

On peut en déduire le comportement statique du bâtiment, c'est-à-dire les paramètres de l'équation énergétique du bâtiment donnée par :

$$(UA)_{env}(T_{int} - T_{ext}) + (UA)_{sol}(T_{int} - T_{sol}) = S_a \bar{I}_g + P_c + \eta_{occp} \Delta P_e \quad (V.5)$$

Ainsi, on obtient :

- le coefficient de déperdition à travers l'enveloppe : $(UA)_{env} = \frac{k_{11}}{k_{13}}$ (W/K)
- le coefficient de déperdition à travers le sol : $(UA)_{sol} = \frac{k_{12}}{k_{13}}$ (W/K)
- le coefficient de l'efficacité d'occupation : $\eta_{occp} = \frac{k_{14}}{k_{13}}$

Pour le calcul du coefficient relatif aux gains solaires (efficacité solaire), la relation suivante est utilisée:

$$k_{rad} \bar{I}_g = \sum_{i=1}^{10} k_i \bar{I}_{f_i} \quad (V.6)$$

où : k_{rad} est le coefficient relatif à l'irradiation solaire et \bar{I}_g est la valeur moyenne de l'irradiation solaire globale.

Ainsi, le coefficient relatif aux irradiations solaires est donné par :

$$K_{rad} = \frac{\sum_{i=1}^{10} K_i \bar{I}_{f_i}}{\bar{I}_g} \quad (V.7)$$

La surface solaire quant à elle est définie par :

$$S_a = \frac{K_{rad}}{K_{13}} \quad (V.8)$$

Le coefficient d'efficacité solaire est obtenu en divisant la surface solaire par la surface sur pied du bâtiment qui est égale à 107.17m²

Une fois calculés, ces paramètres physiques sont confrontés à ceux obtenus avec le modèle « boîte noire ». Nous présentons, dans le Tableau V-4, les valeurs des paramètres thermophysiques de ces deux modèles et notons qu'elles sont différentes.

Tableau V-4 : Paramètres thermophysiques du modèle détaillé et du modèle estimé

| Paramètres | (UA) _{env} (W. K ⁻¹) | (UA) _{sol} (W. K ⁻¹) | S _a (m ²) | η _{occ} (-) |
|-------------------------------|--|--|-------------------------------------|-------------------------|
| Modèle détaillé | 311.65 | 32.06 | 12.6 | 1.87 |
| Modèle « Boîte noire » | 153.6 | 18.25 | 31.72 | 1.87 |

Les paramètres thermiques du modèle détaillé sont différents de ceux identifiés par le modèle « boîte noire ». En effet, le modèle détaillé fournit des valeurs de déperditions à travers l'enveloppe doubles de celles obtenues avec le modèle boîte noire de même que pour les déperditions à travers le sol. Quant à la valeur de la surface solaire équivalente, elle ne représente que 39.7% de la valeur de la surface solaire du modèle estimé. Autrement dit, le modèle détaillé permet d'identifier plus de déperditions et moins de gains de chaleur par le rayonnement solaire que le modèle estimé. La question qui se pose est : comment peut-on rapprocher ces deux modèles ? La réponse est donnée dans la section suivante.

V.4.2 Identification des paramètres physiques du modèle détaillé permettant de le rapprocher du modèle « boîte noire »

Nous essayons de déterminer les paramètres physiques du modèle détaillé se démarquant des autres et nécessitant des connaissances supplémentaires pour préciser leurs valeurs, afin de savoir s'il est possible d'améliorer la qualité du modèle détaillé tout en ayant des certitudes. Pour ce faire, nous avons utilisé la technique d'analyse de sensibilité locale. Une revue des méthodes d'analyse de sensibilité ainsi qu'un état de l'art de son application dans le domaine de la thermique du bâtiment sont détaillés dans l'annexe AV-1.

Nous proposons d'effectuer une analyse de sensibilité paramétrique non pas du modèle, mais plutôt des paramètres thermophysiques (coefficients de déperditions (enveloppe et sol) et efficacité solaire). Tout au long de cette étude, nous avons choisi d'appliquer la méthode des perturbations.

Etant donné que les paramètres du modèle sont exprimés avec des unités différentes, la comparaison entre les sensibilités est impossible. Ainsi pour des raisons de comparaison, nous avons utilisé la sensibilité réduite. La valeur de sensibilité réduite, ici pour le coefficient de déperdition à travers l'enveloppe du bâtiment $(UA)_{env}$, est donnée par :

$$\tilde{s}_i(\theta_i) = \theta_i \frac{\partial (UA)_{env}}{\partial \theta_i} \approx \theta_i \frac{[(UA)_{env}]_{base} - [(UA)_{env}]_{modifié}}{\Delta \theta_i} \quad (V.9)$$

avec :

- $[(UA)_{env}]_{base}$ calculé à partir du modèle $(y(t, \theta_i))$ en utilisant les paramètres θ_i ;
- $[(UA)_{env}]_{modifié}$ calculé à partir du modèle $(y(t, \theta_i + \Delta \theta_i))$ en utilisant les paramètres $(\theta_i + \Delta \theta_i)$, où $\Delta \theta_i$ représente une petite perturbation du paramètre θ_i .

Les résultats obtenus sont répertoriés en *annexe AV-2*. Nous présentons dans le Tableau V-5 les paramètres qui se démarquent des autres par leur influence majeure sur la variation des paramètres thermophysiques : le coefficient de déperdition à travers l'enveloppe, celui à travers le sol et l'efficacité solaire.

Tableau V-5 : Sensibilités réduites des paramètres les plus significatifs sur la variation des paramètres thermophysiques du bâtiment

| Paramètres | $(UA)_{env}$ | $(UA)_{sol}$ | Efficacité solaire |
|---|--------------|--------------|--------------------|
| Conductivité thermique du Bois massif | -157.1571 | 0 | -0.0116 |
| Débit d'échange d'air | -53.2292 | 0 | 0 |
| Conductivité thermique de la Laine de verre | -22.8912 | -17.435 | -0.0039 |
| Epaisseur du sol | 0 | 4.8662 | 0 |
| Conductivité thermique du sol | 0 | 4.8628 | |
| Conductivité thermique Polystyrène extrudé | 0 | -4.3188 | 0 |
| Réfectivité au sol (albédo) | 0 | 0 | -0.0258 |
| Coefficient de transmission du vitrage du mur extérieur ouest | 0 | 0 | -0.0445 |
| Coefficient de transmission du vitrage du mur extérieur sud-ouest | 0 | 0 | -0.0246 |

Nous remarquons que les paramètres qui ont une grande influence sur la variation du coefficient de déperdition à travers l'enveloppe $(UA)_{env}$ sont respectivement la conductivité thermique du bois massif, le débit d'échange d'air et la conductivité thermique de la laine de verre (isolant toiture/plancher). Le bois massif est l'élément dominant de l'enveloppe du bâtiment et constitue le composant principal de l'ensemble des parois verticales de l'enveloppe, ce qui explique le résultat obtenu. Rappelons que la valeur de ce coefficient a été déduite d'une série de mesures effectuées sur un madrier en bois massif [Raji, 2006] et celle

du débit d'échange calculée à partir des valeurs réglementaires. Ainsi, pour diminuer la valeur de $(UA)_{env}$, il faut diminuer les valeurs correspondant à ces trois coefficients. La question qui se pose est : faut-il modifier l'un de ces paramètres ou les trois ensemble ? Nous allons voir dans la section suivante s'il y a des moyens pour le faire.

Concernant le coefficient de déperdition à travers le sol $(UA)_{sol}$, les paramètres se démarquant des autres sont respectivement la conductivité thermique de la laine de verre, l'épaisseur du sol, la conductivité thermique du sol et celle du polystyrène extrudé. Ces matériaux font partie des composants des deux planchers du bâtiment. Les valeurs correspondant à ces coefficients ont été déduites de la littérature et leur augmentation implique une augmentation des déperditions à travers le sol.

Concernant le coefficient d'efficacité solaire, les paramètres les plus influents sont le coefficient de transmission des murs ouest et sud-ouest, le coefficient de réflectivité du sol et le coefficient d'absorption solaire du bois massif. En effet, les façades ouest et sud-ouest sont les façades les plus vitrées: elles représentent 72.7% de l'ensemble du vitrage du bâtiment. De plus, la réflectivité du sol n'est autre que le ratio entre le flux CLO global réfléchi et le flux incident correspondant. Pour augmenter la valeur de l'efficacité solaire, il faut donc reconsidérer les valeurs de ces paramètres.

Ainsi, cette analyse de sensibilité nous permet de déterminer les paramètres qui se démarquent et auxquels il faut apporter plus de connaissance. Mais le problème qui se pose est : faut-il modifier un et un seul paramètre ou l'ensemble des paramètres identifiés significatifs ?

V.5 Premier type de confrontation modèle détaillé - mesures

Nous allons d'une part, vérifier à travers ce premier type de confrontation entre le modèle détaillé et les mesures, si on arrive aux mêmes conclusions que précédemment, d'autre part, voir si on peut aller plus loin comme par exemple pour le coefficient de déperdition à travers l'enveloppe ; pour le faire diminuer il faudrait reconsidérer soit la conductivité thermique du bois massif, soit celle de la laine de verre soit le débit d'échange d'air ou soit les trois ensemble ; a-t-on les moyens pour le faire ?

V.5.1 Analyse de sensibilité locale paramètres/sortie du modèle

Nous avons également utilisé la méthode des perturbations, mais dans ce cas, la sensibilité n'est pas une valeur algébrique comme précédemment mais un vecteur défini dans le temps. D'ailleurs, la technique des perturbations consiste à effectuer une simulation du modèle avec la valeur de base d'un paramètre, puis avec sa valeur perturbée sachant que les autres paramètres restent constants. La sensibilité $s_i(t, \theta_i)$ de la réponse $y(t)$ du modèle par rapport au paramètre θ_i mesure l'effet d'une petite variation de la valeur de θ_i sur la réponse $y(t)$ du modèle et est définie par :

$$s_i(t, \theta_i) = \frac{\partial y(t)}{\partial \theta_i} \approx \frac{y(t, \theta_i) - y(t, \theta_i + \Delta \theta_i)}{\Delta \theta_i} \quad (\text{V.10})$$

où $\Delta \theta_i$ est une petite perturbation du paramètre θ_i .

Pour des raisons de comparaison, nous avons également utilisé la sensibilité réduite définie par :

$$\tilde{s}_i(t, \theta_i) = \theta_i \frac{\partial y(t)}{\partial \theta_i} \approx \theta_i s_i(t, \theta_i) \quad (\text{V.11})$$

La sensibilité réduite mesure la variation de $y(t)$ induite par une petite variation en pourcentage de θ_i . $\tilde{s}_i(t, \theta_i)$ et $y(t)$ ont les mêmes unités.

L'effet du paramètre sur la sortie du modèle peut être évalué grâce aux statistiques suivantes [Palomo, 2002] :

$$\begin{aligned} \mu_i &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \tilde{s}_i(t, \theta_i) \\ \sigma_i &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N ((\tilde{s}_i(t, \theta_i) - \mu_i)^2)} \\ d_i &= \sqrt{\mu_i^2 + \sigma_i^2} \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

où N est le nombre total d'observations, μ_i et σ_i représentent respectivement la valeur moyenne et l'écart type des sensibilités réduites et d_i une distance.

La valeur moyenne et l'écart-type mesurent, respectivement, l'effet du paramètre sur les régimes statique et dynamique de la réponse du système. La distance d_i mesure l'effet du paramètre θ_i sur ces deux régimes. Le paramètre θ_i est classé comme étant significatif si :

$$\exists i \text{ tel que } \mu_i \geq \varepsilon_\mu \text{ ou } \sigma_i \geq \varepsilon_\sigma \text{ ou } d_i \geq \varepsilon_d \quad (\text{V.13})$$

où ε_μ , ε_σ et ε_d représentent des valeurs seuil.

On s'intéresse uniquement à la valeur moyenne de la sensibilité réduite car notre problème est le régime statique que l'on n'est pas capable de reproduire.

V.5.2 Résultats

Les résultats sont répertoriés dans l'annexe AV-3. Le choix des paramètres significatifs est basé sur la valeur seuil fixée par $|\mu_i| \geq 0.08$. La liste des paramètres significatifs est présentée dans le Tableau V-6.

Tableau V-6 : Liste des paramètres significatifs

| Numéro | Paramètres |
|--------|---|
| 1 | Conductivité thermique de la laine de verre |
| 2 | Conductivité thermique Polystyrène extrude |
| 3 | Conductivité thermique du Bois massif |
| 4 | Conductivité thermique du sol |
| 5 | Coefficient d'absorption Bois massif |
| 6 | Coefficient de déperdition (UA) des vitrages du mur extérieur ouest |
| 7 | Coefficient de déperdition (UA) des vitrages du mur extérieur sud-ouest |
| 8 | Coefficient de transmission du vitrage du mur extérieur ouest |
| 9 | Coefficient de transmission du vitrage du mur extérieur sud-ouest |
| 10 | Coefficient d'échange convectif h_{ext} du mur extérieur ouest |
| 11 | Coefficient d'échange convectif h_{ext} du mur extérieur Entrée- est |
| 12 | Coefficient d'échange convectif h_{int} du mur extérieur sud |
| 13 | Coefficient d'échange convectif h_{int} du mur extérieur ouest |
| 14 | Coefficient d'échange convectif h_{int} du mur extérieur nord-est |
| 15 | Coefficient d'échange convectif h_{int} du mur extérieur Entrée- est |
| 16 | Débit d'échange d'air |
| 17 | Réflectivité au sol (albédo) |
| 18 | Coefficient relatif à la puissance d'occupation |
| 19 | Epaisseur du sol |

Les valeurs moyennes des sensibilités réduites correspondant à ces paramètres significatifs sont représentées dans la Figure V-3.

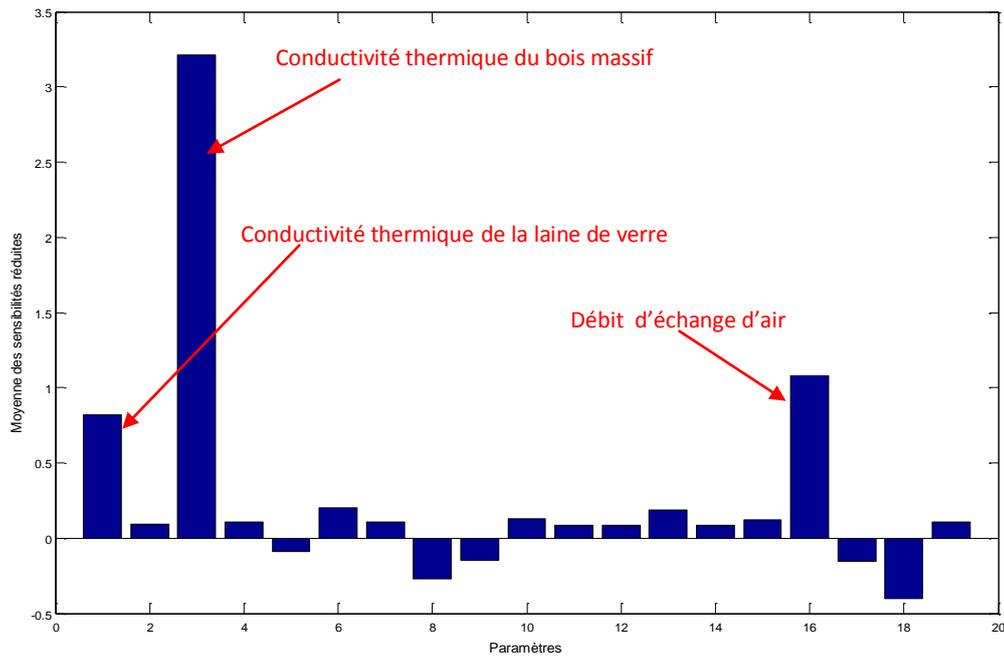


Figure V-3 : Valeurs moyennes de sensibilités réduites des paramètres significatifs

Nous remarquons que les paramètres qui se démarquent des autres et qui ont le plus d'influence sur la variation de la température de l'air intérieur, font partie de la liste des paramètres déjà sélectionnés en étudiant leur influence sur les paramètres thermophysiques du bâtiment et sont :

- la conductivité thermique de la laine de verre : $\lambda_{\text{bois massif}}$
- la conductivité thermique du bois massif : $\lambda_{\text{laine de verre}}$
- le débit d'échange d'air : *Débit d'air* Q

Nous présentons dans Figure V-4 les évolutions des sensibilités réduites correspondant à ces trois paramètres.

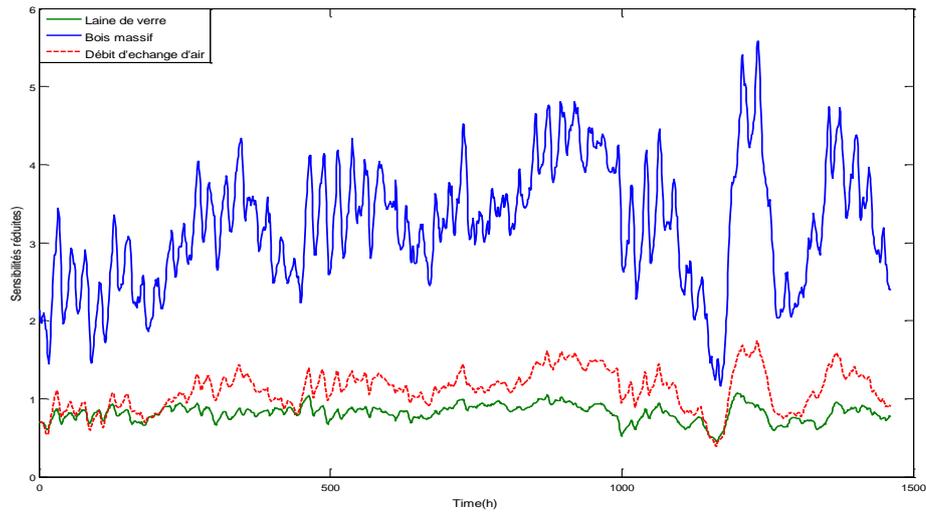


Figure V-4 : Evolutions des sensibilités réduites des trois paramètres les plus significatifs sur la réponse du modèle détaillé

Pour aller plus loin et voir si on est capable de différencier l’effet de ces trois paramètres sur la sortie du modèle, nous proposons d’effectuer une étude de corrélation entre les signaux de sensibilités réduites de ces trois paramètres. Pour ce faire, nous avons utilisé la notion de corrélation linéaire entre les signaux $\tilde{s}_i(t, \theta_i)$ et $\tilde{s}_j(t, \theta_j)$ (voire entre les paramètres θ_i et θ_j) et définie par :

$$\rho_{ij} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\tilde{s}_i(t, \theta_i) - \mu_i)(\tilde{s}_j(t, \theta_j) - \mu_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (\text{V.14})$$

Le coefficient de corrélation linéaire $\rho_{ij} \in [-1, 1]$ est une mesure de ressemblance entre les signaux $\tilde{s}_i(t, \theta_i)$ et $\tilde{s}_j(t, \theta_j)$. Plus la valeur de ce coefficient se rapproche de l’unité, plus la ressemblance entre les deux signaux est forte. Cette statistique va donc nous permettre d’identifier les paramètres induisant des effets semblables sur la réponse thermique du bâtiment. Une étude de corrélation entre l’ensemble des paramètres significatifs a été réalisée mais ne sera pas présentée dans ce travail, pour plus de détail voir [Mejri, 2010]. Nous présentons dans cette étude l’analyse de corrélation entre les trois premiers paramètres les plus significatifs. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant V-7.

Tableau V-7 : Matrice de corrélation entre les signaux de sensibilités réduites des paramètres significatifs

| | $\lambda_{\text{bois massif}}$ | Débit d'air Q | $\lambda_{\text{laine de verre}}$ |
|-----------------------------------|--------------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| $\lambda_{\text{bois massif}}$ | 1 | 0.9524 | 0.6652 |
| Débit d'air Q | 0.9524 | 1 | 0.7447 |
| $\lambda_{\text{laine de verre}}$ | 0.6652 | 0.7447 | 1 |

Nous remarquons que la conductivité thermique du bois massif et le débit d’échange d’air sont fortement corrélés. On ne peut différencier leurs effets sur la température de l’air

intérieur. Ainsi, la solution proposée est de mesurer le débit d'échange d'air ou alternativement d'approfondir la connaissance sur l'enveloppe du bâtiment en mesurant la conductivité thermique du bois massif. Rappelons que dans notre cas, nous avons eu recours à une valeur de conductivité thermique mesurée expérimentalement sur un madrier en bois massif [Raji, 2006]. Nous présentons dans la Figure V-5 les résultats issus de ces mesures :

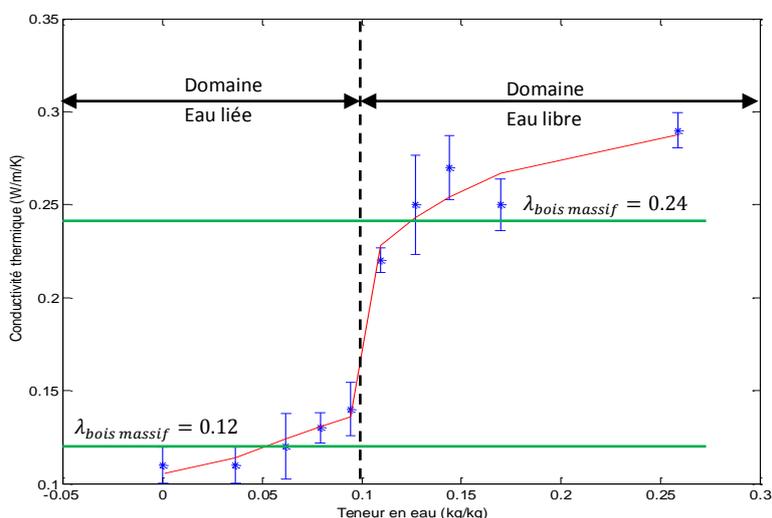


Figure V-5 : Conductivité thermique apparente du milieu : mesures (bleu) et modèle (rouge)[Raji, 2006].

Le type de bois massif n'est pas forcément le même et la teneur en eau dans les parois du bâtiment étudié n'est pas connue. L'exactitude des résultats obtenus à partir de ces mesures ne peut donc être certifiée.

Sachant que ce bâtiment est surchauffé, on pourrait imaginer que la conductivité thermique du bois massif du bâtiment se situe dans le domaine de l'eau liée. Ainsi, diviser par deux la valeur initiale de la conductivité thermique du bois massif $\lambda_{\text{bois massif}} = 0.12 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$, permet d'accéder à une faible teneur en eau (domaine de l'eau liée) et d'améliorer légèrement la qualité du modèle détaillé car la valeur du coefficient de déperdition de l'enveloppe devient égale à 222.39 W/K. En effet, avec cette modification de la valeur de la conductivité thermique du bois massif le modèle détaillé présenté dans la Figure V-6 montre une légère amélioration par rapport au modèle détaillé initial ($\lambda_{\text{bois massif}} = 0.24 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$). Néanmoins avec ce choix, aucune certitude n'est garantie sur les résultats obtenus.

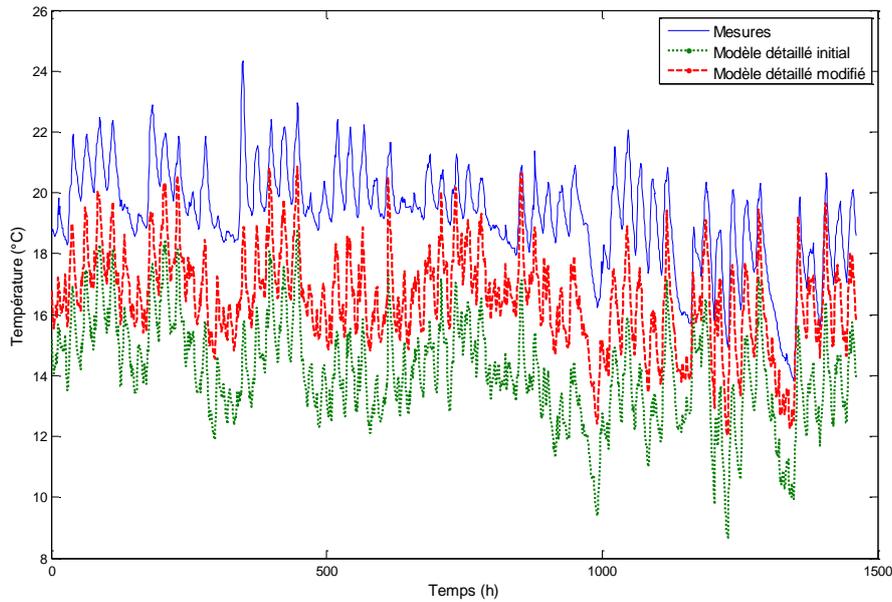


Figure V-6 : Mesures et Simulations des températures intérieures du modèle détaillé initial et modifié

V.6 Deuxième type de confrontation modèle détaillé- mesures

Le premier type de confrontation du modèle détaillé avec les mesures, nous a fourni les mêmes conclusions que la confrontation du modèle détaillé avec le modèle « boîte noire ». Nous proposons, d'effectuer un deuxième type de confrontation afin de vérifier si on obtient les mêmes conclusions que précédemment en appliquant une analyse en composantes principales sur la matrice des sensibilités réduites des paramètres significatifs et en étudiant la corrélation du résidu du modèle détaillé avec une nouvelle série des paramètres décorrélés entre eux. Avant de présenter les résultats de cette étude, nous présentons, dans le paragraphe suivant, le principe de la méthode.

V.6.1 Analyse en composantes principales

Dans cette partie, l'analyse en composantes principales va nous permettre de transformer une série de données corrélées en une autre série de données décorrélées. C'est une autre méthode d'étude de corrélation entre les différents signaux de sensibilités réduites des 18 paramètres significatifs.

L'ensemble des sensibilités réduites est contenu dans le vecteur $\xi(t)$:

$$\xi(t) = [\tilde{s}_1(t, \theta_1) \quad \tilde{s}_2(t, \theta_2) \quad \dots \quad \tilde{s}_{19}(t, \theta_{19})]^T \quad (V.15)$$

La matrice de covariance correspondant à ce vecteur est définie par :

$$\mathbf{W} = \int \xi(t)\xi^t(t)dt \quad (\text{V.16})$$

Il s'agit d'une matrice (19×19), définie positive, dont les éléments diagonaux représentent la variance des signaux de sensibilités.

Cette matrice admet une décomposition en valeurs singulières de la forme $\mathbf{W} = \mathbf{V} \Sigma \mathbf{V}^t$ où

- $\Sigma = \text{diag}[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{19}]$ est une matrice diagonale qui contient les valeurs singulières de $\xi(t)$ ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{19}$)

- $\mathbf{V} = [\bar{v}_1 \ \bar{v}_2 \ \dots \ \bar{v}_{19}]$ est une matrice contenant par colonne les vecteurs singuliers associés aux valeurs singulières ci-dessus. Ces vecteurs forment une base orthonormale ($\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}$).

On a :

$$\xi(t) = \mathbf{V}\mathbf{X}(t) \quad (\text{V.17})$$

avec $\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_{18}(t)]^T$ la matrice ($N \times 19$) des coefficients de décomposition de $\xi(t)$ sur \mathbf{V} . La sensibilité réduite de la sortie du modèle à la variation du $i^{\text{ème}}$ paramètre peut être représentée comme une combinaison linéaire des vecteurs propres de \mathbf{W} :

$$\tilde{s}_i(t, \theta_i) = \sum_{m=1}^{19} v_{im} x_m(t) \quad (\text{V.18})$$

avec v_{im} élément (i, m) de la matrice \mathbf{V} . Le produit $v_{im} x_m(t)$ est la $m^{\text{ème}}$ composante principale de $\tilde{s}_i(t, \theta_i)$.

L'ACP permet d'étudier la corrélation entre les paramètres du modèle grâce à l'analyse de la signature des paramètres. Elle permet également de former une nouvelle base de paramètres indépendants [Palomo, 2002].

- **Signature des paramètres du modèle**

La variance de $\tilde{s}_i(t, \theta_i)$ peut s'écrire de la façon suivante :

$$\sigma_i^2(t) = \int_{t_0}^{t_f} \tilde{s}_i^2(t, \theta_i) dt = \sum_{m=1}^{19} v_{i,m}^2 \lambda_m \quad (\text{V.19})$$

avec $v_{i,m}^2 \lambda_m$ représente la $m^{\text{ème}}$ contribution à la variance de $\tilde{s}_i(t, \theta_i)$.

L'ensemble $\{v_{i,m}^2 \lambda_m\}_{m=1, \dots, 19}$ représente la signature du $i^{\text{ème}}$ paramètre à la sortie du modèle.

Les paramètres qui présentent la même signature ont le même effet sur la sortie du modèle.

- **Nouvel ensemble de paramètres indépendants**

Nous avons :

$$\Delta y(t) = \sum_{i=1}^{19} \frac{\Delta \theta_i}{\theta_{i0}} \tilde{s}_i(t, \theta_i) \quad (\text{V.20})$$

où θ_{i0} et $\Delta \theta_i$ représentent respectivement la valeur nominale et la variation du $i^{\text{ème}}$ paramètre.

D'après l'équation (V.18), l'équation précédente s'écrit :

$$\Delta y(t) = \sum_{i=1}^{19} \Delta \gamma_i x_i(t) \quad (\text{V.21})$$

avec $\Delta \gamma_i = \sum_{j=1}^{18} \frac{\Delta \theta_j}{\theta_{j0}} v_{ji}$ $i = 1, \dots, 19$ et v_{ji} est l'élément (i, j) de la matrice V ;

θ_{j0} est la valeur nominale du $j^{\text{ème}}$ paramètre ;

v_{ji} est l'élément (i, j) de la matrice.

Ainsi, l'ensemble $\{\gamma_i\}_{i=1, \dots, 19}$ représente les nouveaux paramètres indépendants. Ces derniers forment une représentation linéaire des paramètres initiaux.

La sensibilité de la sortie du modèle à ces nouveaux paramètres est déterminée par la projection de $\xi(t)$ sur V . En effet, $x_i(t)$ représente la sensibilité de $y(t)$ à γ_i .

L'influence du paramètre γ_i est mesurée par la contribution du $x_i(t)$ à l'énergie totale de $\xi(t)$:

$$\text{influence } \gamma_i = \left(\sum_{j=1}^{19} \lambda_j \right)^{-1} \lambda_i \quad (\text{V.22})$$

L'influence de l'ensemble $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$ est mesurée par :

$$\text{influence } [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_m] = \left(\sum_{j=1}^{19} \lambda_j \right)^{-1} \sum_{j=1}^m \lambda_j \quad (\text{V.23})$$

Sachant que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{19} \geq 0$, à partir de l'équation précédente on peut déterminer les nouveaux paramètres significatifs et considérer que l'ensemble des nouveaux paramètres est significatif si l'équation suivante est vérifiée :

$$\left(\sum_{j=1}^{19} \lambda_j \right)^{-1} \sum_{j=1}^m \lambda_j \geq \beta \quad (\text{V.24})$$

avec β est une valeur seuil.

V.6.2 Résultats

Nous présentons dans le Tableau V-8 les résultats de l'analyse des nouveaux paramètres décorrélés entre eux (γ_i). Nous présentons leurs contributions à l'énergie totale de $\xi(t)$, les valeurs moyennes et l'écart-type des sensibilités de $y(t)$ à γ_i ainsi qu'une étude de corrélation entre ces paramètres et le résidu du modèle détaillé.

Tableau V-8 Résultats de l'analyse des γ_i

| | Moyenne de $x_i(t)$ | Ecart-type de $x_i(t)$ | Contribution à l'énergie de $\xi(t)$ | Corrélation entre le résidu et $x_i(t)$ |
|---------------|---------------------|------------------------|--------------------------------------|---|
| γ_1 | -3.5638 | 0.8131 | 0.9887 | -0.4728 |
| γ_2 | -0.0353 | 0.3005 | 0.0068 | 0.2526 |
| γ_3 | 0.009 | 0.1936 | 0.0028 | 0.0699 |
| γ_4 | -0.0182 | 0.1367 | 0.0014 | 0.2194 |
| γ_5 | -0.0038 | 0.066 | 0.0003 | 0.3876 |
| γ_6 | 0.0007 | 0.0188 | 0 | 0.1199 |
| γ_7 | -0.0011 | 0.0175 | 0 | 0.2533 |
| γ_8 | -0.001 | 0.0147 | 0 | -0.163 |
| γ_9 | 0 | 0.0082 | 0 | 0.0196 |
| γ_{10} | 0 | 0.0047 | 0 | -0.1816 |
| γ_{11} | -0.0001 | 0.0029 | 0 | 0.0223 |
| γ_{12} | 0 | 0.0023 | 0 | 0.0099 |
| γ_{13} | 0 | 0.0022 | 0 | -0.1832 |
| γ_{14} | 0 | 0.0016 | 0 | -0.0438 |
| γ_{15} | 0 | 0.0005 | 0 | -0.075 |
| γ_{16} | 0 | 0.0003 | 0 | 0.0539 |
| γ_{17} | 0 | 0 | 0 | -0.0068 |
| γ_{18} | 0 | 0 | 0 | -0.0119 |
| γ_{19} | 0 | 0 | 0 | 0.0764 |

Ces résultats montrent que le paramètre γ_1 est le plus représentatif. Il représente à lui seul 99% de l'énergie totale de $\xi(t)$. De plus, c'est le seul paramètre présentant un effet significatif sur le comportement statique du modèle ($|\mu_{x_1(t)}| = 3.5638$). Son degré de corrélation avec le résidu est également le plus important. Il faut cependant noter que le second et le cinquième paramètres présentent également une corrélation significative avec ce résidu. Dans la suite, on

va se limiter à l'analyse du premier vecteur propre de la matrice V (la première colonne) car c'est le seul paramètre qui représente à la fois une grande contribution à l'énergie totale de $\xi(t)$ et une forte corrélation avec le résidu.

La Figure V-7 présente les coefficients du premier vecteur propre. On remarque que les paramètres ayant une grande contribution sur les paramètres γ_i sont les mêmes paramètres que ceux identifiés précédemment, à savoir la conductivité thermique de la laine de verre (paramètre 1), la conductivité thermique du bois massif (paramètre 3) et le débit échange d'air (paramètre 16).

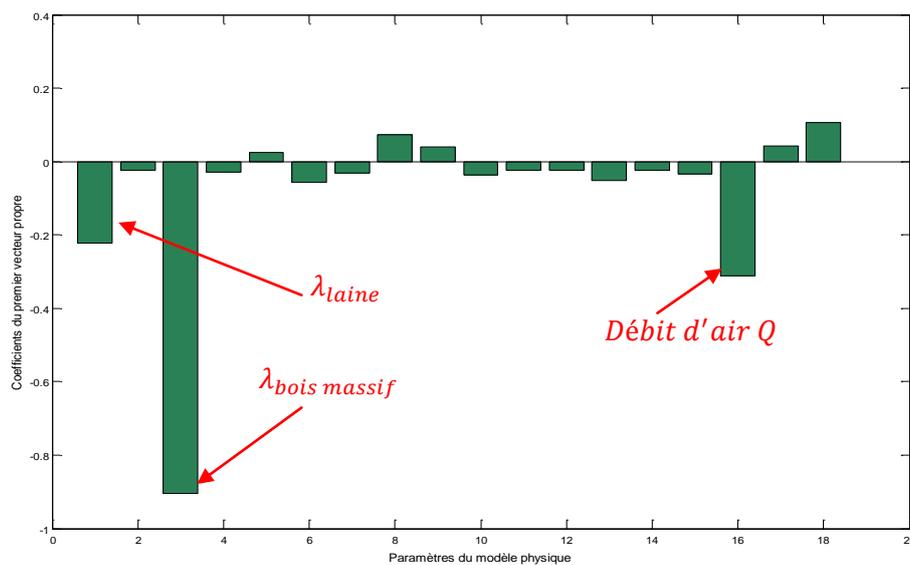


Figure V-7: Représentation du premier vecteur propre

La Figure V-7 montre que les valeurs des conductivités thermiques du bois massif (élément principal de l'enveloppe du bâtiment), de la laine de verre (isolant au niveau de la toiture et du plancher 1) et du débit d'échange d'air doivent être diminuées. Ces résultats s'expliquent par le fait que le modèle physique a permis d'identifier une très grande valeur de déperdition à travers l'enveloppe. Ainsi, afin de la diminuer, il faut que les matériaux composant l'enveloppe du bâtiment aient une conductivité thermique la plus faible possible pour augmenter le pouvoir d'isolation de l'enveloppe et limiter les transferts de chaleur entre l'intérieur du bâtiment et son environnement externe.

Nous avons donc vérifié à travers ce deuxième type de confrontation les conclusions précédentes. En résumé, cette analyse nous a permis, non seulement d'identifier les paramètres qui nécessitent des connaissances supplémentaires pour préciser leurs valeurs, mais également le sens dans lequel il faut modifier ces paramètres (augmenter ou diminuer leurs valeurs). La principale difficulté réside dans le fait que ces paramètres reflètent des phénomènes physiques réels ; il ne faut pas perdre de vue leur sens physique. Par conséquent, le choix des valeurs des paramètres du modèle physique doit être pertinent car les ordres de grandeur de ces paramètres doivent avoir un niveau physiquement acceptable. Pour satisfaire

cette condition, deux solutions sont envisageables. La première consiste à avoir recours à un bon niveau d'expertise en thermique du bâtiment et la seconde solution est de mesurer ces paramètres qui déterminent en grande partie la performance du modèle physique.

V.7 Conclusion

Nous avons montré que l'incertitude sur la valeur des paramètres compromet la performance du modèle en réduisant sa qualité. Ceci est un résultat attendu étant donné que le modèle détaillé est basé sur la connaissance a priori du système bâtiment qui est toujours incertaine et dans la majorité des cas insuffisante. C'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'aller plus loin et de voir si on est capable d'améliorer la performance du modèle physique du bâtiment en le comparant d'une part au modèle estimé (boîte noire), d'autre part aux mesures en adoptant deux types de confrontations pour cette dernière comparaison. Une analyse de sensibilité et de corrélation du résidu nous a permis de tirer les mêmes conclusions. Nous avons pu déterminer la même liste de paramètres significatifs : autrement dit, les paramètres qui nécessitent des connaissances supplémentaires pour préciser leurs valeurs et qui sont respectivement la conductivité thermique du bois massif, le débit d'échange d'air et la conductivité thermique de la laine de verre. Une étude de corrélation entre ces paramètres a montré que les deux premiers paramètres sont fortement corrélés entre eux. Nous avons proposé d'effectuer des mesures de débit d'échange d'air ou alternativement d'approfondir la connaissance sur l'enveloppe du bâtiment, tâche difficile à effectuer sauf à travers des mesures des caractéristiques thermiques du composant principal de l'enveloppe (bois massif).

Nous concluons que l'amélioration du modèle physique peut être effectuée via l'acquisition d'un bon niveau d'expertise ou par la mesure de ces paramètres. Néanmoins, l'amélioration du modèle thermique du bâtiment tout ayant une bonne certitude, est une tâche complexe.

Pour conclure, l'incertitude sur la description du système bâtiment et plus particulièrement sur les paramètres sensibles du modèle réduit les avantages du modèle physique du bâtiment. La connaissance a priori du système bâtiment est donc un point très sensible et mérite que l'on y consacre un effort important dans la modélisation thermique du bâtiment.

CONCLUSION GENERALE

La présentation du contexte et des enjeux énergétiques du secteur bâtiment en Tunisie et en France ont mis en exergue que l'amélioration des performances énergétiques relatives au besoin de chauffage constitue une priorité d'intervention dans le secteur du bâtiment de bureaux et surtout en France.

La méthodologie proposée est la conséquence de nombreux questionnement qui partent du constat suivant : quelle démarche adopter quand on souhaite établir un diagnostic énergétique d'un bâtiment occupé ?

Pour ce faire, nous nous sommes intéressés à l'application de la méthodologie d'identification qui est basée sur des mesures « in situ ». C'est la méthode la plus fiable pour évaluer les performances énergétiques d'un bâtiment, car elle se base sur l'observation de son comportement réel.

Ainsi, notre travail avait pour but de réaliser un diagnostic de l'état thermique de l'enveloppe du bâtiment de bureaux occupé en appliquant la méthodologie d'identification paramétrique à partir des mesures disponibles sur le bâtiment et qui sont toujours incomplètes même pour le cas d'un bâtiment fortement instrumenté. La démarche proposée se cale sur les étapes essentielles d'une procédure d'identification.

Le premier élément du succès de la méthodologie d'identification est la bonne description du système étudié et de son fonctionnement. Ainsi les points de départ pour réaliser ce diagnostic énergétique du bâtiment de bureaux occupé étaient les données disponibles d'une part sur l'objet et d'autre part sur son fonctionnement.

Le premier type de données concerne les données d'ordre général relatif à la géométrie, l'orientation du bâtiment et les données de l'enveloppe y compris la composition des parois, des vitrages et leurs propriétés thermophysiques. Ces dernières sont incertaines, elles ne sont jamais connues avec précision. D'ailleurs, la difficulté rencontrée était la collecte des valeurs attribuées aux propriétés thermophysiques des matériaux de construction, elles ne sont pas connues d'une façon exacte. Nous avons eu recours aux valeurs fournies par la littérature et la réglementation thermique française (RT2005) et ceux issus d'une étude existante de tests expérimentaux réalisés sur un madrier en bois massif.

Le second type de données est relatif au fonctionnement du bâtiment. Ces données sont toujours incomplètes, D'ailleurs, certaines sollicitations ont un effet significatif sur la réponse thermique du bâtiment mais ne sont pas mesurées, telles que la puissance relative à

l'occupation, la température du sol et les densités de flux solaires sur les différentes façades (on ne dispose que des mesures de rayonnement solaire sur le plan horizontal).

Étant donné que le bâtiment étudié est un bâtiment de bureaux, nous avons pu s'affranchir du manque de données disponibles et proposer une méthode d'estimation de la puissance relative à l'occupation grâce à sa forte corrélation avec la puissance électrique ce qui constitue le premier atout apporté par cette analyse des données avant leur exploitation. D'autres atouts s'ajoutent à celui-ci et concernent, d'une part, la détermination des zones thermiques en se basant sur des techniques d'analyse en composantes principales et d'autre part, le test de linéarité du modèle qui consiste à vérifier la linéarité des relations entrées/sortie du modèle en se basant sur une analyse de corrélation dans le domaine fréquentiel (cohérence spectrale). Ceci nous a permis de vérifier les hypothèses de linéarité et celle de considérer le bâtiment comme une seule zone thermique (modèle monozone).

Suite à cette analyse des données, nous avons choisi la structure mathématique du modèle thermique de l'enveloppe du bâtiment en se basant sur les phénomènes et les mécanismes de transfert déterminant l'état thermique du bâtiment.

Une fois les mesures analysées et la structure du modèle choisie, l'étape suivante est l'estimation du modèle. En effet, l'identification paramétrique a été appliquée en adoptant deux approches (modèle mathématique et modèle physique). La première approche basée sur le modèle de type « boîte noire » nous a permis d'une part de calculer les paramètres macroscopiques du bâtiment tels que les coefficients des déperditions thermiques, la surface solaire, les constantes de temps, et d'autre part, d'effectuer une analyse du bilan d'énergie ce qui nous a permis d'estimer l'économie d'énergie réalisable à travers le contrôle du chauffage (économies d'énergie sont équivalents à 30%). Le modèle obtenu est jugé de bonne qualité. Cependant, les incertitudes sur les valeurs des paramètres thermiques identifiés sont assez grandes tel est le cas du coefficient relatif à la puissance d'occupation. Ceci peut être expliqué par l'incertitude provenant de l'estimation des données manquantes.

Ce modèle « boîte noire » a été notre point de départ pour tenter de réaliser un diagnostic énergétique détaillé. Pour ce faire, nous avons adoptée la seconde approche basée sur le modèle physique du bâtiment qui permet normalement d'obtenir un diagnostic énergétique détaillé. Néanmoins, elle exige une connaissance approfondie du système et de son fonctionnement vu qu'elle prend en compte à la fois les connaissances physiques et les mesures. Les confrontations du modèle détaillé obtenu avec d'une part, les mesures et d'autre part, les résultats issus du modèle « boîte noire » ont montré des écarts significatifs. Sachant que la source majeure d'incertitude provient de l'incertitude sur la paramètres du modèle thermique du bâtiment telles que : les propriétés des matériaux de construction, les propriétés d'échanges radiatif et convectif ainsi que le débit d'échange d'air, nous avons décidé d'aller plus loin et de voir si on est capable d'améliorer le modèle détaillé tout en ayant des certitudes.

Pour ce faire, une méthode d'analyse de sensibilité locale (méthode de perturbations) a été appliquée. Nous nous sommes intéressés à l'étude, d'une part, de la relation paramètres/sortie

du modèle et, d'autre part, de la relation paramètres/paramètres thermophysiques identifiés par le modèle « boîte noire ». Cette étude a permis de hiérarchiser les paramètres selon leur influence sur la sortie du modèle et sur les paramètres thermophysiques du bâtiment. Les résultats sont complémentaires et cohérents. Une influence nette, et pour les deux cas, est identifiée pour les paramètres suivants : conductivité thermique du bois massif (composant principale des parois verticales du bâtiment), débit d'échange d'air, et conductivité thermique de l'isolant implanté au niveau de la toiture et du plancher (laine de verre).

Nous avons montré que l'incertitude sur la valeur des paramètres significatifs compromet la performance du modèle physique du bâtiment. Par conséquent, l'ensemble des hypothèses physiques que l'on suppose représenter et décrire correctement le comportement réel du bâtiment doit être mis en cause. Et ceci surtout concernant les paramètres des modèles physiques qui ont un effet considérable sur les résultats de modélisation thermique du bâtiment. Ainsi, pour une meilleure caractérisation du comportement thermique de l'enveloppe du bâtiment, un soin particulier devra être apporté aux valeurs attribuées aux paramètres du modèle physique.

Nous concluons que l'amélioration du modèle physique du bâtiment peut être effectuée via l'acquisition d'un bon niveau d'expertise en thermique du bâtiment ou par la mesure directe de ces paramètres malgré que parfois ces mesures sont trop onéreuses.

Comme perspective à ce travail, nous proposons :

- Tester la méthodologie proposée sur plusieurs bâtiments et particulièrement sur un bâtiment tunisien. Pour ce faire, il est important de savoir quelle quantité de matériel de mesure va être mobilisée et pour combien de temps. Cette étape du travail devra définir le niveau de détail minimal de l'observation.
- Généraliser la méthode de diagnostic proposée et la rendre exploitable à travers le développement d'un logiciel qui pourra être exploité dans le domaine de la thermique du bâtiment et il aura un avantage par rapport aux autres logiciels de modélisation thermique existants : la partie analyse de sensibilité qui va lui être attribuée un degré de confiance plus élevé concernant les résultats qui vont être fournis par ce logiciel.

BIBLIOGRAPHIE

- [ADEME, 2007a] Les chiffres clés du bâtiment – Editions 2007. Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie.
- [ADEME, 2007b] Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie. Site Web <http://www.ademe.fr>. visité en Janvier 2009.
- [ADEME, 2010] Pays méditerranéens - Eléments des politiques dans la zone. <http://www2.ademe.fr/servlet/KBaseShow?sort=-1&catid=16865> (visité décembre 2010) Eur-Lex, 2003 Eur-Lex, 2003.
- [AFNOR, 1994] AFNOR. A maintenance - concepts et définitions des activités de maintenance. Dans Norme NF X 60-010, page 28. Association Française de Normalisation, 1994.
- [Androutsopoulos, 2008] A. Androutsopoulos. J.J. Bloem. H.A.L. van Dijk. P.H. Baker. Comparison of user performance when applying system identification or assessment of the energy performance of building components. *Building and Environment* 43 (2008) 189-196.
- [ANEME, 2007] Agence Nationale pour la Maîtrise de l'Energie, www.aneme.nat.tn/index.asp?pid=62.
- [Antoulas, 2005] E. C. Antoulas, An overview of approximation methods for large-scale dynamical systems, *Annual Reviews in Control* 29 (2005) 181-190.
- [Bacot, 1985] P. Bacot, Identification de modèles de comportement des systèmes thermiques, *Revue Générale de Thermique*, n°277, janvier 1985.
- [Baker, 2004a] P. Baker, IQ-TEST- Improving quality in testing and evaluation of solar and thermal characteristics of building components. *Energy and Buildings*, 36 (2004) 435-441.
- [Baker, 2004b] P. Baker, J. Bloem, D. van Dijk, O. Gutschker, M.J. Jiménez, System identification methods applied for the assessment of thermal parameters of buildings. 2004.
- [Baudier, 1991] M. Baudier, D. Marchio, Dynamic model identification applied to measuring of the thermal static characteristics of buildings, *Energy and Buildings* 17 (1991) 21-34.
- [Beck, 1998] J.V. Beck, K.A. Woodbury, Inverse problems and parameter estimation: integration of measurements and analysis, *Measurement Science and Technology*.
- [Berdahl, 1982a] P. Berdahl, M. Martin, Emissivity of clear skies, Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-15367, 1982.

- [Berdahl, 1982b] P. Berdahl, R. Fromberg, The thermal radiance of clear skies, *Solar Energy* 24 (1982), 299-314.
- [BLAST, 1986] BLAST 3.0 User's Manual, BLAST Support Office, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1986.
- [Bloem, 1994] J.J. Bloem, Workshop on application of system identification in energy savings in buildings. Luxembourg: Commission of the European Communities; 1994 [Ref.: EUR 15566 EN 1994], 1994.
- [Bloem, 1996] J.J. Bloem, System identification competition. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities; [Ref.: EUR 16359 EN; ISBN 92-827-6348-X], 1996.
- [Bloem, 2010] J.J. Bloem, P.H. Baker, P. Strachan, H. Madsen, L. Vandaele, Dynamic Testing, Analysis and Modelling, 30 April 2010. www.dynastee.info (visité en janvier 2011).
- [CLARKE, 1996] Clarke, J. A. The ESP-r system : Advances in simulation modelling. *Building Services Journal*, 27-29. 1996. BONNEAU, D., RONGERE, F. X., COVALET, D. et GAUTIER, B. (1993).
- [CLIM2000, 1993] CLIM2000 : Modular software for energy simulation in buildings. In *Proceedings of the Building Simulation'93 Conference*. Adelaide, Australia. 1993.
- [Crawley, 2001] Crawley, D.B., L.K. Lawrie, F.C. Winkelmann, W.F. Buhl, Y. Joe Huang, C.O. Pedersen, R.K. Strand, R.J. Liesen, D.E. Fisher, M.J. Witte and J. Glazer, "EnergyPlus: Creating a New-Generation Building Energy Simulation Program," *Energy and Buildings* 33, pp. 319-331, 2001.
- [Dautin, 1997] S.Dautin, Réduction de modèles thermiques de bâtiments : amélioration des techniques par modélisation des sollicitations météorologiques, PhD., Université de Poitiers, 1997.
- [Déqué 1997] F. Déqué, Sylvie, S. Dautin, Réduction d'un système linéaire et invariant par la technique de Moore Application à la thermique du bâtiment, *Revue Générale Thermique*, 36,170-179,1997
- [DGEMP, 2006] Direction Générale de l'Énergie et des Matières Premières (DGEMP). Lexique sur l'énergie, Ministère de l'Économie, des Finances et de l'Industrie(France). www.energie.minefi.gouv.fr/energie/comprendre/lexique.htm (visité décembre 2010)Eur-Lex, 2003Eur-Lex, 2003.

- [Dijk, 1993] H. Van Dijk (Ed.), Development of the PASSYS test method, Research report subgroup test methodologies, Commission of the European Communities, Directorate General XII for Science, Research and Development, Brussels, EUR 15114 EN, 1993.
- [Dijk, 1995] H. Van Dijk, F. Tellez (Eds.), Measurement and data analysis procedures, Final report of the JOULE II COMPASS project, JOU2-CT92-0216, 1995.
- [Dir-Eur, 2002] Directive 2002/91/CE du Parlement Européen et du Conseil du 16 décembre 2002 sur la performance énergétique des bâtiments, Journal officiel des Communautés Européennes, 2002.
- [DOE-2, 1980] DOE-2 REFERENCE MANUAL, LBL-Report 8706, Simulation Research Group and Group Q-11, Los Alamos Scientific Laboratory, May 1980.
- [DPE, 2010] Le "diagnostic de performance énergétique" (DPE), <http://www.developpement-durable.gouv.fr/-Performance-energetique-.html>. Ministère de l'écologie, du développement durable, des transports et du logement. 2010. (visité décembre 2010)Eur-Lex, 2003Eur-Lex, 2003.
- [Duffie, 2006] J.A. Duffie, W.A. Beckman, Solar Engineering of Thermal Process, John Wiley a Sons, Inc., New Jersey, 2006.
- [DYNASIMUL, 2010] DYNASIMUL: Projet ANR-06-PBAT-004-01, Rapport Scientifique Final, 2010.
- [Dynastee, 2011] Third System Identification Competition, www.dynastee.info, visité en janvier 2011.
- [Effinergie, 2010] « Effinergie, un label basse énergie à l'initiative des acteurs de terrain » <http://cstb.fr/index.php?id=470> . (visité décembre 2010).
- [Eur-Lex, 2003] Directive 2002/91/CE du Parlement européen et du Conseil du 16 décembre 2002 sur la performance énergétique des bâtiments, <http://eur-lex.europa.eu>, 2003.
- [Faure, 1999] D.Faure, P.Wagner, « L'énergie dans la programmation des bâtiments en région méditerranéenne », ARENE (Agence Régionale de l'Energie Provence-Alpes-Côte d'Azur), 1999, p.14.
- [Feustel, 1999] Feustel H., COMIS — an international multizone air-flow and contaminant transport model. Energy and Buildings, 30, 3-18. 1999.

- [Filfli, 2006] S. Filfli, « Optimisation bâtiments/ système pour minimiser les consommations dues à la climatisation », Ph.D. de Doctorat de l'Ecole des Mines de Paris, Spécialité "Energétique", Décembre 2006.
- [Fisher, 1912] R.A. Fisher, On an absolute criterion for fitting frequency curves, *Mess. of Math.*, n°41, p. 155, 1912.
- [Fisher, 1921] R.A. Fisher, On the mathematics foundations of theoretical statistics, *Phil. Trans.*, A-222, 309, 1921.
- [GAT 6, 2004] GAT 6 HABITAT, Apport des énergies renouvelables et maîtrise des échanges dans l'habitat, Rapport d'activité GAT Habitat 2002-2004, 2004.
- [Ghrab, 1991] N.Ghrab-Morcos, « Analyse par simulation du comportement thermique des structures architecturales vis-à-vis des apports solaires », Ph.D. de Doctorat d'Etat, Faculté des Sciences de Tunis, Mai 1991.
- [Ghrab, 2005a] N. Ghrab-Morcos et ANME, Initiation à la réglementation thermique et énergétique des logements neufs – Label résidentiel, novembre 2005.
- [Ghrab, 2005b] N. Ghrab-Morcos, "Initiation à la réglementation thermique et énergétiques des logements neufs", label résidentiel, Réglementation thermique et énergétique des bâtiments neufs en Tunisie, Novembre 2005.
- [Gustschker, 2003] O. Gustschker, Logical R Determination (LORD)- Software tool manual, 2003, disponible sur www.paslink.org (visité en mars 2010).
- [Hottel, 1954] H.C. Hottel, Radiant heat transmission, Mc Graw-Hill, New York, 1954.
- [Hotteling, 1933] H. Hotteling, Analysis of complex statistical variables into principal components, *Journal of Educational Psychology* 24 (1933) 417-441.
- [HQE, 2010] Site officiel de l'association HQE.
<http://www.assohqe.org/hqe/spip.php?rubrique9> . 2010. (visité décembre 2010).
- [IEA, 2010] Perspectives énergétiques mondiales 2010, www.iea.org/weo/index.asp. (visité décembre 2010).
- [IEA-Task IX, 1988] Validation of models for estimating solar radiation on horizontal surfaces, Vol.1, Final Report, IEA-TASK IX, Solar Radiation and Pyranometry Studies, 1988.
- [Inard, 1988] INARD, C. Contribution à l'étude du couplage thermique entre un émetteur de chauffage et un local. Etudes expérimentales en chambre climatique. Ph.D., INSA de Lyon, 1988.

- [Info-Energie, 2008] Info-Energie, « Performance énergétiques dans le bâtiment », AGEDEN – Energies Renouvelables, Février 2008.
- [Jeandel, 1993] Jeandel A., Favret F., Lapenu L., Lariviere E., ALLAN Simulation, a general tool for model description and simulation. In Proceedings of the 1993 IBPSA Conference (Adelaide, AUSTRALIA). 1993.
- [Jenkins, 2000] G.M. Jenkins, D.G. Watts, Spectral Analysis and its applications, Emerson-Adams Press, Inc. 2000.
- [Jiménez, 1996] M.J. Jimenez. H. Madsen. Models for describing the thermal characteristics of building components. Earth Surface Processes and Landforms 21 (1996) 1021-1040.
- [Jiménez, 2008] M.J. Jimenez. H. Madsen. K.K. Andersen. Identification of the main thermal characteristics of building components using MATLAB. Building and Environment 43 (2008) 170-180.
- [Jiménez, 2009] Application of different dynamic analysis approaches to the estimation of the building component U value, 44 (2009) 361-367.
- [JO-Fr, 2003] « Arrêté du 18 décembre relatif au contenu et aux conditions d'attribution du label "Haute Performance Energétique". » Journal Officiel de la République Française 302: 22822. 2003.
- [JORT-Art, 2008] JOURNAL OFFICIEL DE LA REPUBLIQUE TUNISIENNE (JORT) : Arrêté du 23 juillet 2008 <http://www.cnudst.rnrt.tn/cgi-bin/wwwi32.exe/%5Bin=C%3a/sources/appli/jort.06/affiche.in%5D/>.
- [JORT-Art, 2009] JOURNAL OFFICIEL DE LA REPUBLIQUE TUNISIENNE (JORT) : Arrêté du 1er juin 2009 <http://www.cnudst.rnrt.tn/cgi-bin/wwwi32.exe/%5Bin=C%3a/sources/appli/jort.06/affiche.in%5D/>.
- [JORT-Loi, 2009] JOURNAL OFFICIEL DE LA REPUBLIQUE TUNISIENNE (JORT) : loi n° 2009-7 du 9 février 2009. <http://www.cnudst.rnrt.tn/cgi-bin/wwwi32.exe/%5Bin=C%3a/sources/appli/jort.06/lire.in%5D/>.
- [Kalman, 1960] R. E. Kalman, A new approach for linear filtering and prediction theory, Trans. ASME, 82D, 35-45 (1960).
- [Khoury, 1989] K. El Khoury, A. Neveu, Analyse modale des systèmes thermiques en présence de transferts non-réciproques, Int. J. Heat and Mass Trans. 32 (1989), 213-226.

- [Kleijnen, 1996] J.P.C. Kleijnen, « Sensitivity analysis and related analysis: a review of some statistical techniques », *Journal Statistical and Computation Simulation*, vol. 57, 1996, pp 111-142.
- [Klein, 1976] Klein S. A., Duffie J. A. et Beckman, W. A. TRNSYS – A transient simulation program. *ASHRAE Transactions*, 82, 623. 1976
- [Kristensen, 2003] N.R. Kristensen, H. Madsen, Continuous time stochastic modeling-CTSM 2.3 user guide. Technical University Of Denmark, Lyngby, Denmark, 2003. www.imm.dtu.dk/ctsm.
- [Landau, 1993] I.D. Landau, Identification et commande des systèmes, 2ème Edition revue et augmentée, Hermès, Paris, 1993.
- [Lefèbvre, 2007] G. Lefèbvre, La méthode modale en thermique. Modélisation, simulation, mise en oeuvre et applications, Ellipses, Paris, 2007.
- [LeMouel, 1995] A. Le Mouel, Contribution à l'étude des caractéristiques dynamiques réduites des systèmes thermiques complexes, Ph.D., École des Mines de Paris, 1995.
- [Ljung, 1987] L. Ljung, System Identification: Theory for the User, Prentice Hall Inc., New York, 1987.
- [Ljung, 2002] L. Ljung, Prediction Error Methods, *Circuits Systems Signal Processing* 21 (2002) 11-12.
- [Loève, 1955] M.M. Loève, Probability theory, Princeton, Van Nostrand, 1955.
- [Lundin, 2004] M. Lundin, S. Andersson, R. Östin, Development and validation of a method aimed at estimating building performance parameters, *Energy and Buildings* 36 (2004) 905-914. Jiménez, 1996 Jiménez, 1996.
- [Macdonald, 2002] I.A. Macdonald, Quantifying the effect of uncertainty in building, Ph.D., University of Strathclyde, 2002.
- [Madsen, 1995] H. Madsen, J. Holst, Estimation of continuous-time models for the heat dynamics of a building, *Energy and Buildings* 22 (1995) 67-79.
- [Malkawi, 2009] Y. K. Yi, A. M. Malkawi. Optimizing building form for energy performance based on hierarchical geometry relation. *Automation in Construction* 18 (2009) 825–833.
- [Marquardt, 1963] D. W. Marquardt, An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters, *Soc. Indust. Appl. Math*, 11(2), 1963.

- [Marshall, 1966] S.A. Marshall, An approximate method for reducing the order of a linear system, *Control* (1966) 642-643.
- [Martin, 1984a] M. Martin, P. Berdahl, Characteristics of infrared sky radiation in the United States, *Solar Energy* 33 (1984), 321-336.
- [Martin, 1984b] M. Martin, P. Berdahl, Summary of results from the spectral and angular sky radiation measurement program, *Solar Energy* 33 (1984), 241-252.
- [Mejri, 2010] O.Mejri, N.Ghrab-Morcós, E.Palomo del Barrio, Sensitivity analysis of the thermal model of an occupied building, *CLIMA 2010*, Antalya (Turquie) mai 2010.
- [Mejri, 2011] O. Mejri, E.Palomo del Barrio, N.Ghrab-Morcós, Energy performance assessment of occupied buildings using model identification techniques, *Energy and Buildings*, 43 (2011), 285-299.
- [Moore, 1981] B.C. Moore, Principal components analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction, *IEEE Trans. of Automatic Control*, AC-26 (1981) 17-32.
- [Ourghi, 2007] R. Ourghi, A. Al-Anzi, M. Krarti, « A simplified analysis method to predict the impact of shape on annual energy use for office buildings », *Energy Conversion and Management* 48, 2007, p. 300–305.
- [Pachauri, 2007] Pachauri, R.K., Reisinger, A., et al., Bilan 2007 des changements climatiques. Contribution des Groupes de travail I, II, et III au quatrième Rapport d'évaluation du Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat., GIEC, Genève, Suisse, p. 103, 2007. http://www.ipcc.ch/pdf/assessment-report/ar4/syr/ar4_syr_fr.pdf.
- [Palomo, 1991a] E. Palomo. J. Marco. H. Madsen. Methods to compare measurements and simulations. In *Proc. IBPSA 1991. Building Simulation Conference*. Sophia-Antipolis. Nice.France. 1991.
- [Palomo, 1991b] E.Palomo. F.M. Téllez. Non parametric tests on the residuals for model validation purposes. IER-CIEMAT. Avd.Comlutense. 22. 28040-Madrid (Spain). March. 1991.
- [Palomo, 1992] E. Palomo del Barrio, Desarrollo de una metodología teórico-experimental de caracterización de invernaderos, Ph.D., Universidad Complutense, Madrid, 1992.
- [Palomo, 1994] E. Palomo del Barrio, Empirical whole model validation environment. Statistical evaluation methods, in ed. S.O. Jensen, « Validation of

- Building Simulation Programs. Part II », EUR-15116-EN, Commission of the European Communities, Brussels, 1994.
- [Palomo, 1999] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, Validation of two French software programs: Part II - Parameter estimation methods applied to empirical validation, Transactions of the ASHRAE 105 (1999), SE-99-6-3 (12 pp.).
- [Palomo, 2000a] E. Palomo del Barrio, Résolution de problèmes thermiques de grande dimension. Méthodes de réduction, Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris 12, Paris, 2000.
- [Palomo, 2000b] E. Palomo del Barrio, G. Lefèbvre, P. Behar, N. Bailly, Using model size reduction techniques for thermal control applications in buildings, Energy and Building 33 (2000), 1-14.
- [Palomo, 2002] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, « Using parameters space analysis techniques for diagnostic purpose in the framework of empirical validation », A report of task 22, subtask A, Building Energy Analysis Tools, December 2002.
- [Palomo, 2003a] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, Using parameters space analysis techniques for diagnostic purposes in the framework of empirical model validation, Ed. International Energy Agency, « Solar Heating and Cooling » series, 2003.
- [Palomo, 2003b] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, Theoretical basis for empirical model validation using parameters space analysis tools, Energy and Buildings 35 (2003) 971-1076.
- [Palomo, 2004] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, Application of parameters space analysis tools for empirical model validation, Energy and Buildings 36 (2004) 23-33.
- [Palomo, 2006] E. Palomo del Barrio, « Transport couple de masse et de chaleur dans des parois en bois massif modélisation de transfert et caractérisation « in situ » », Août 2006.
- [Palomo, 2008] E. Palomo, J.L. Dauvergne, contribution du TREFLE au projet « Confort d'été dans les locaux sous toiture », EDF-ADEME 2004-2008.
- [Pearson, 1901] K. Pearson, On lines planes of closes fit to system of points in space, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science 2 (1901) 559-572.
- [Perez et al, 1986] R. Perez, R. Stewart, Solar irradiance conversion models, Solar Cells 18 (1986) 213-222.

- [Peuportier, 1990] Peuportier B., and Blanc Sommereux I., Simulation tool with its expert interface for the thermal design of multizone buildings , International Journal of Solar Energy, vol. 8 pp109-120, août 1990.
- [Poljack, 1935] G. Poljack, Analyse of heat interchange by radiation between diffuse surfaces, Tech. Phys. USSR 1 (1935) 555-590.
- [Qin, 2009] M. Qin, R. Belarbi, A. Aït-Mokhtar, L.O. Nilsson, Coupled heat and moisture transfer in multi-layer building materials, Construction and Building Materials 23 (2009) 967-975.
- [Rabl, 1988] A. Rabl, Parameter estimation in buildings: methods for dynamic analysis of measured energy use, J. Solar Energy Eng. 110 (1988) 52-66.
- [Raji, 2006] S. Raji, Caractérisation hygro-termique, par une approche multi-échelle, de constructions en bois massif en vue d'amélioration énergétique et de valorisation environnementale, Ph.D. de Université Bordeaux 1, 2006.
- [Roux, 2000] J.J Roux, Cours Comportement thermique de bâtiment, INSA de Lyon, 2000.
- [Sagsoz, 2006] A. Sagsoz, Ö. I. Tuluk, S. Özgen, "Influences of different ages and cultures on each other from architectural point of view: Examination of historical buildings in Trabzon/Turkiye", Building and Environment 41, 2006, p 45-59.
- [Strachan, 2008a] P.A. Strachan, L. Vandaele, Case studies of outdoor testing and analysis of building components, Building and Environment 43 (2008) 129-142.
- [Strachan, 2008b] P.A. Strachan, P.H. Baker (Eds.), Outdoor testing, analysis and modelling of building components, Special Issue, Building and Environment 43 (2008) 127-128.
- [Tarantola, 1982] A. Tarantola, B. Valette, Generalized nonlinear inverse problems solved using the least square criterion, Reviews of geophysics and space physics, 20, no 2 (1982) 219-232.
- [Woloszyn, 1999] M.Woloszyn, Modélisation hygro-thermo-aéraulique des bâtiments multizones-Proposition d'une stratégie de résolution du système couplé, PhD., INSA Lyon, 1999.
- [Yahia, 1999] A. Ait-Yahia, E. Palomo del Barrio, Thermal systems modelling via singular value decomposition: direct and modular approach, Applied Mathematical Modelling 23 (1999) 447-468.

- [Yahia, 2000] A. Ait-Yahia, E. Palomo del Barrio, Numerical simplification method for state-space models of thermal systems, *Numerical Heat Transfer, Part B* 37 (2000), 201-225.
- [Zayane, 2011] C. Zayane, Identification d'un modèle de comportement thermique de bâtiment à partir de sa courbe de charge, Ph.D. de l'Ecole nationale supérieure des mines de Paris, 11 janvier 2011.
- [Zunino, 2007] G.Zunino, « Densité Opérations de logements et quartiers urbains », Institut d'Aménagement et d'Urbanisme de la Région Île-de-France (IAURIF), Etude Décembre 2007. [Baudier et al, 1991] M. Baudier, D. Marchio, Dynamic model identification applied to measuring of the thermal static characteristics of buildings, *Energy and Buildings* 17 (1991) 21-34.

ANNEXES

Annexe AI.1 : Typologie des bâtiments

AI.1.1 Etudes typologiques existantes

Nous présentons dans cette annexe différentes études typologiques trouvées dans la littérature.

Ayşe Sagsöz et al [Sagsoz, 2006] étudient l'influence de différentes cultures sur l'aspect architectural d'un bâtiment et ceci en examinant un bâtiment historique situé à Trabzon (Turquie). Ce bâtiment a été occupé par quatre sociétés différentes de par leur culture, leur religion et leur civilisation, ce qui a abouti à la création de plusieurs styles architecturaux pour le même bâtiment. Il est à noter que leur étude était essentiellement basée sur l'étude des façades et des fenêtres.

R. Ourghi et al. [Ourghi, 2007] ont développé une méthode simple qui permet de prédire l'impact de la forme du bâtiment sur la consommation annuelle de climatisation et la consommation totale d'énergie. Cette méthode est basée d'une part, sur l'analyse de résultats de simulation obtenus à l'aide du logiciel DOE-2 pour différentes géométries du bâtiment, différentes surfaces de vitrage et différents climats (étude d'un bâtiment situé à Tunis et un autre situé au Kuwait). D'autre part, la méthode est basée sur l'étude de la corrélation entre la compacité relative du bâtiment et la consommation totale d'énergie.

AI.1.2 Démarche proposée pour réaliser une typologie des bâtiments

Comme nous l'avons signalé, on ne trouve pas une démarche systématique pour faire une typologie des bâtiments. Dans le domaine de la thermique du bâtiment, il est important de réaliser une typologie de bâtiments en se basant sur leurs différentes caractéristiques qui ont une influence sur la consommation d'énergie. Nous proposons dans cette partie des recommandations pour réaliser une typologie des bâtiments.

Dans un premier temps, nous pouvons aborder le classement des bâtiments en commençant par leur classement selon la région climatique. Dans un deuxième temps, on peut utiliser le traitement des statistiques sur les bâtiments existants en examinant secteur par secteur la part de chaque branche en termes de surface construite et d'énergie consommée. Cela va permettre de concentrer l'étude typologique sur les bâtiments les plus représentatifs de chacun des secteurs résidentiel et tertiaire.

Les zones climatiques en France sont définies par la réglementation thermique 2005 ; elles sont au nombre de huit : H1a, H1b, H1c, H2a, H2b, H2c, H2d, H3.

Tableau 9: Les huit zones climatiques de la réglementation thermique française

| Nom de la zone climatique | Ville représentative | Latitude [°] |
|---------------------------|----------------------|--------------|
| H1a | Trappes | 48,77 |
| H1b | Nancy | 48,58 |
| H1c | Mâcon | 46,3 |
| H2a | Rennes | 48,07 |
| H2b | La Rochelle | 46,15 |
| H2c | Agen | 44,18 |
| H2d | Carpentras | 44,08 |
| H3 | Nice | 43,65 |

Pour le cas de la Tunisie, deux niveaux de découpage sont adoptés [Ghrab, 2005] : un découpage global destiné à la réglementation et un découpage plus fin destiné aux recommandations (voir tableau 2).

Tableau 10: Zones climatiques selon la réglementation thermique tunisienne

| Découpage global | | Découpage plus fin | |
|------------------------|-----|--------------------|---|
| Zone méditerranéenne | ZT1 | RT1 | Plateaux du Nord-Est (région de Bizerte) |
| | | RT2 | Plaines du Nord-Est (Tunis, Ariana, Ben Arous, Zaghouan et Nabeul) |
| | | RT3 | Plaines du Centre Est (Sousse, Monastir, Mahdia et Sfax) |
| | | RT4 | Plaines du Sud Est (Gabès et Médenine) |
| Hauts-plateaux du Nord | ZT2 | RT5 | Plateaux du Nord-Ouest (Jendouba et Béja) |
| | | RT6 | Montagnes du Nord-Ouest (Kef et Siliana) |
| | | RT7 | Plaines du centre Ouest (Kairouan, Kasserine et Sidi Bouzid) |
| | | RT8 | Plateaux et les montagnes du Sud-Ouest (Gafsa et les oasis de montagne) |
| Hauts plateaux du Sud | ZT3 | RT9 | Oasis de montagne |
| | | RT10 | Plaines désertiques du Sud |

Une fois que les branches les plus représentatives de chaque secteur ont été identifiées, on peut commencer l'analyse des caractéristiques des bâtiments de chaque branche en se basant sur les données statistiques, architecturales et techniques du bâtiment. Le tableau 3 présente les différents paramètres des bâtiments qui peuvent permettre de les classer.

Il est aussi important de concentrer l'étude sur les principaux paramètres d'un bâtiment qui ont une influence sur la consommation d'énergie. Nous pouvons citer les aspects suivants :

- Matériaux de construction et inertie
- Enveloppe
- Etanchéité
- Vitrages et orientation
- Les systèmes de production d'énergie
-

Tableau 3: Paramètres de classification des bâtiments

| | | |
|--|--|---|
| Données générales | Type | Tertiaire Résidentiel |
| | Branche | |
| | Année de construction | |
| | Climat de la région | |
| Matériaux de construction | | |
| Niveau d'isolation | | |
| Niveau d'inertie | Lourde | |
| | Moyenne | |
| | Faible | |
| Forme du bâtiment/toiture | | |
| Nombre d'étages | | |
| Type et étanchéité des ouvrants | | |
| Mitoyenneté des maisons | | |
| Position des ouvertures | Intérieure | |
| | Extérieure | |
| Indépendance des différentes pièces | Pièces qui communiquent entre elles | |
| | Pièces qui ne communiquent pas entre elles | |
| Techniques de construction | | |
| Surface totale | Grande surface | |
| | Taille moyenne | |
| | Petit bâtiment | |
| Surface vitrée | Pourcentage | |
| | Caractéristiques | |
| Orientation | Façades | |
| | Fenêtres | |
| Manières d'habiter | Nombre d'occupants | |
| | Chauffage | Mode (chauffage central collectif ou individuel, sans chauffage central, chauffage tout électrique) |
| | | Formes (fuel, gaz, électricité, bois...) |
| | Fonction attribuée à chaque pièce | Exploitation selon le besoin |
| Spécification de la fonction de chaque pièce | | |

❖ Matériaux de construction et inertie

Le choix des matériaux de construction a une influence sur l'inertie du bâtiment. Les bâtiments présentant une faible inertie thermique avec des enveloppes parfois sur-vitrées peuvent engendrer une surchauffe dans le bâtiment. L'une des solutions adoptées est l'augmentation de l'inertie thermique pour améliorer le niveau du confort thermique. Ceci peut être réalisé soit par l'utilisation de murs lourds (béton, pisé, briques...), soit par l'utilisation de Matériaux à Changement de Phase (MCP). Ces derniers permettent de substituer au stockage par chaleur sensible, un stockage par chaleur latente qui nécessite un volume et une masse bien moindres pour la même quantité d'énergie thermique stockée ou déstockée. Les MCP sont utilisés dans le bâtiment, soit pour le chauffage, soit pour le rafraîchissement.

❖ Enveloppe du bâtiment

L'enveloppe du bâtiment est l'un des éléments les plus importants sur lequel le concepteur doit intervenir afin d'avoir des conditions de confort satisfaisantes. En effet, les architectures climatiques jouent sur différents critères tels que le fait de capter le soleil en hiver, réduire les apports de chaleur en été, avoir une bonne luminosité, se protéger de toutes les sources de bruit [Faure, 1999].

Les déperditions thermiques de l'enveloppe du bâtiment se font essentiellement à travers les murs, les vitrages, le toit et le sol. Une grande part de ces déperditions est proportionnelle à la surface des parois en contact avec l'extérieur ; les autres déperditions ont pour origine le renouvellement d'air et les « ponts thermiques ». La morphologie des bâtiments peut ainsi agir sur les besoins énergétiques dans la mesure où il est possible de réaliser un même volume ou une même surface habitable entourés de parois extérieures ayant une plus ou moins grande surface.

Ainsi, la performance énergétique d'un bâtiment peut s'apprécier à l'aide du coefficient de forme appelé aussi compacité. Par définition, le coefficient de forme est le rapport entre la surface des parois en contact avec l'extérieur et le volume à chauffer. La figure 1 montre que l'on peut avoir un intervalle assez important de coefficients de forme pour des bâtiments réalistes.

Le choix d'un bon coefficient de forme varie selon le type du climat. Pour le climat français, plus le coefficient de forme est faible, plus la forme est « compacte » et donc l'enveloppe réduite, et moins elle sera déperditrice. Il est ainsi préférable d'éviter les bâtiments aux formes trop étalées en « T » par exemple. La forme cubique est la forme optimale pour réduire les pertes thermiques de l'enveloppe du bâtiment.

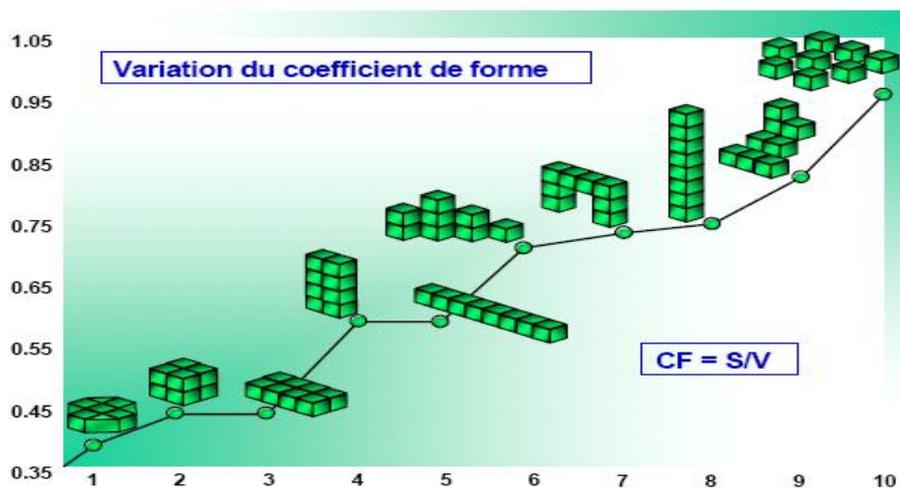


Figure V8: Variation du coefficient de forme (Source [Info-Energie, 2008])

Concernant le climat tunisien, en hiver, il est également, conseillé d'avoir un coefficient de forme faible pour les mêmes raisons qu'en France. Durant les journées d'été, l'enveloppe du bâtiment tend à faire pénétrer de la chaleur à l'intérieur, aussi, un coefficient de forme faible

est également favorable. Cependant, durant les nuits d'été, les parois permettent l'évacuation de la chaleur vers l'ambiance extérieure. Dans ce cas, un coefficient de forme élevé (grande surface d'enveloppe pour un volume donné) est très intéressant. C'est la raison pour laquelle les maisons à patio, de forme étalée, offrent un confort de qualité en saison chaude ; l'effet d'ombrage des ailes du bâtiment les unes sur les autres permet d'éviter une grande part des apports solaires.

❖ **Étanchéité**

Pour les constructions récentes, généralement bien isolées, l'étanchéité des bâtiments apparaît comme un paramètre important, susceptible de remettre en cause les performances énergétiques globales d'un bâtiment. Une bonne étanchéité à l'air est essentielle pour éviter le gaspillage d'énergie.

Un ensemble d'essais a été réalisé lors d'une campagne de mesures sur 123 logements en France. D'après cette étude réalisée par ADEME-EDF en 2001, quatre grandes catégories de points faibles ont été répertoriées :

- Les liaisons façades et planchers : liaison mur / dalle sur terre-plein, liaison mur / dalle ou plancher en partie courante...
- Les menuiseries extérieures : seuil de porte palière, seuil de porte fenêtre, liaison mur / fenêtre au niveau du linteau...
- Les équipements électriques : interrupteurs et prises de courant sur paroi extérieure...
- Les trappes et les éléments traversant les parois : trappe d'accès aux combles, trappe d'accès aux gaines techniques...

❖ **Vitrages et orientation**

Les caractéristiques des vitrages dans un bâtiment peuvent être l'un des paramètres de classement des bâtiments. En effet, les vitrages dans un bâtiment sont caractérisés par ces deux coefficients :

- U_w : déperditions des vitrages et de leur cadre (menuiserie)
- U_g : déperditions des vitrages seuls.

Ces coefficients s'expriment en $W/(m^2.K)$, et représentent le flux d'énergie traversant $1 m^2$ de vitrage (U_g) ou de fenêtre (U_w) pour une différence de $1 ^\circ C$ entre l'extérieur et l'intérieur du logement. Le vitrage sera d'autant plus performant que le coefficient U sera faible. Le tableau 4 présente les valeurs de U_g de quelques types de vitrage.

Un double vitrage ordinaire est constitué de deux vitres séparées par une épaisseur d'air (lame d'air). L'une des technologies les plus récentes est l'utilisation d'un "gaz inerte" (argon, krypton) à la place de l'air entre les vitres. En effet, le remplissage par ce type de gaz améliore l'isolation de la fenêtre, vu que ce type de gaz possède des propriétés propres à renforcer le pouvoir isolant des vitrages au niveau thermique, en limitant les déperditions de chaleur résultant du simple emploi de lames d'air. Ils sont non seulement moins conductifs que l'air mais aussi plus lourds. Ce qui limite en plus des pertes par conduction, les pertes dues à la

convection en ralentissant les déplacements gazeux à l'intérieur des espaces clos des vitrages multiples.

Le double vitrage peu émissif est une technologie encore plus performante : elle consiste à recouvrir l'une des faces vitrées qui délimitent la lame d'air d'une couche d'oxyde métallique. On évite ainsi des pertes thermiques par rayonnement, qui peuvent être importantes. Ceci est confirmé par les valeurs des coefficients de déperditions des vitres de type double ou triple argon peu émissif, qui sont nettement plus faibles par rapport aux autres types de vitrages. En combinant l'utilisation de gaz inerte et de revêtement peu émissif, on obtient d'excellents résultats (voir tableau 4).

Tableau 11: Coefficients de déperditions de quelque types de vitrage (Source [Info-Energie, 2008])

| Vitrages | Ug (W / (m ² .K)) |
|--------------------------------|------------------------------|
| Simple 6 mm | 5,70 |
| Survitrage | 3,10 |
| Double fenêtre | 2,60 |
| Double 4/12/4 | 2,90 |
| Double 4/16/4 | 2,40 |
| Double 4/16/4 Peu Emissif | 1,40 |
| Double 4/16Argon/4 Peu Emissif | 1,05 |
| Triple Argon Peu Emissif | 0,70 |
| Triple krypton Peu Emissif | 0,50 |

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'orientation du bâtiment (choix entre les orientations Nord Sud et Est Ouest des façades) peut avoir des conséquences sur la consommation de chauffage, de refroidissement et d'éclairage. C'est pourquoi, il faut bien choisir l'orientation du bâtiment car une solarisation trop importante ou mal gérée peut s'avérer inconfortable. Ceci dépend également du taux de surfaces vitrées et de leurs caractéristiques ainsi que de la géométrie du bâtiment. Par exemple pour un bâtiment résidentiel l'orientation des pièces de vie au sud est la plus favorable. Les apports solaires gratuits pénètrent à l'intérieur par les surfaces vitrées, réchauffent ainsi les parois opaques qui peuvent stocker la chaleur, et assurent un chauffage de base lors des journées ensoleillées d'hiver. Les ouvertures au nord sont à éviter et celles à l'ouest à limiter pour des questions de surchauffe en été.

Bibliographie

- [Sagsoz, 2006] A. Sagsoz, Ö. I. Tuluk, S. Özgen, “Influences of different ages and cultures on each other from architectural point of view: Examination of historical buildings in Trabzon/Turkiye”, *Building and Environment* 41, 2006, p 45–59.
- [Ourghi, 2007] R. Ourghi, A. Al-Anzi, M. Krarti, « A simplified analysis method to predict the impact of shape on annual energy use for office buildings », *Energy Conversion and Management* 48, 2007, p. 300–305
- [Ghrab, 2005] N. Ghrab-Morcos, “Initiation à la réglementation thermique et énergétiques des logements neufs”, label résidentiel, Réglementation thermique et énergétique des bâtiments neufs en Tunisie, Novembre 2005.
- [Palomo, 2008] E. Palomo, J.L. Dauvergne, contribution du TREFLE au projet « Confort d’été dans les locaux sous toiture », EDF-ADEME 2004-2008.
- [Faure, 1999] D. Faure, P. Wagner, « L’énergie dans la programmation des bâtiments en région méditerranéenne », ARENE (Agence Régionale de l’Energie Provence-Alpes-Côte d’Azur), 1999, p.14.
- [Info-Energie, 2008] Info-Energie, « Performance énergétiques dans le bâtiment », AGEDEN – Energies Renouvelables, Février 2008.

ANNEXE AII-1 Outils d'analyse spectrale

AII-1.1 Série mono-variable

On considère une série de données $x_i(t)$ représentée par une variable aléatoire $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{it}, \dots, x_{iN})$ où N est le nombre d'observations.

➤ Fonction d'autocovariance et fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocovariance quantifie la relation linéaire entre deux valeurs adjacentes de la série $x(t)$ (i.e. entre sa valeur à un instant t_1 et celle à un instant t_2) Elle est définie par :

$$\gamma_{ii}(u) = E[(x_i(t) - \mu_x)(x_i(t+u) - \mu_x)] \quad (\text{AII-1 .1})$$

où : $\mu_{x_i} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_{it}$ et u définit le décalage ($u=t_2-t_1$)

Il est à noter que pour un décalage nul, cette fonction d'autocovariance mesure la variance du processus qui n'est autre qu'une mesure de la dispersion du signal autour de sa valeur moyenne et est donnée par :

$$\gamma_{ii}(0) = \sigma_x^2 \quad (\text{AII-1 .2})$$

La fonction d'autocorrélation est définie par :

$$\rho_{xx}(u) = \frac{\gamma_{ii}(u)}{\gamma_{ii}(0)} \quad (\text{AII-1 .3})$$

Elle est une fonction symétrique du décalage u qui vérifie la propriété suivante :

$$\rho_{xx}(0) = 1 \quad \text{et} \quad \forall u \quad 0 \leq \rho_{xx}(u) \leq 1 \quad (\text{AII-1 .4})$$

➤ Densité Spectrale de puissance

La Densité Spectrale de Puissance (DSP) est la décomposition spectrale de la variance du système. Elle est la transformée de Fourier de la fonction d'autocovariance. A chaque fréquence elle est donnée par :

$$\Gamma_{ii}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_{ii}(u) e^{-j2\pi fu} du \quad (\text{AII-1 .5})$$

En prenant en compte les propriétés de la transformée de Fourier inverse, l'équation précédente nous permet d'écrire :

$$\gamma_{ii}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{ii}(u) e^{-j2\pi fu} du \quad (\text{AII-1 .6})$$

Pour un décalage nul, on a :

$$\gamma_{ii}(0) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{ii}(u) du \quad (\text{AII-1 .7})$$

Ainsi, la densité spectrale de puissance $\Gamma_{ii}(f)$ décrit la distribution de la variance du signal $x_i(t)$ dans le domaine fréquentiel.

Le spectre cumulé du signal $x_i(t)$ est le rapport entre la $\Gamma_{ii}(f)$ et son cumulée.

AII-1.2 Séries bi-variables

On considère deux variables $x(t)$ et $y(t)$

➤ Fonction de cross-covariance

La fonction de cross-covariance définie par :

$$\gamma_{xy}(u) = E[(x(t) - \mu_x)(y(t+u) - \mu_y)] \quad (\text{AII-1 .8})$$

est une mesure de la dépendance linéaire qui existe entre les valeurs de $x(t)$ et $y(t)$ à des moments décalés. Autrement dit, elle informe sur la répercussion d'une variation du signal x à l'instant t , sur le comportement du signal y à un instant $t+u$. La normalisation de cette fonction fournit la fonction de cross-corrélation telle que :

$$\rho_{xy}(u) = \frac{\gamma_{xy}(u)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (\text{AII-1 .9})$$

➤ Densité Spectrale de Puissance Croisée

La densité spectrale de puissance croisée caractérise, dans le domaine spectral, la dépendance linéaire qui existe entre deux signaux $x(t)$ et $y(t)$. Elle s'exprime par :

$$\Gamma_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_{xy}(u) e^{-j2\pi fu} du \quad (\text{AII-1 .9})$$

➤ **Cohérence spectrale**

La cohérence spectrale entre les deux signaux x et y est définie par :

$$\kappa_{xy}^2(f) = \frac{|\Gamma_{xy}(f)|^2}{\Gamma_{xx}(f)\Gamma_{yy}(f)}, \quad 0 \leq \kappa_{xy}^2(f) \leq 1 \quad (\text{AII-1 .10})$$

C'est une mesure de corrélation en fonction de la fréquence (l'équivalent des coefficients de corrélation définie pour chaque fréquence).

AII-1.3 Séries multi-variables

➤ **Matrice spectrale**

Dans le cas d'un processus multivariés, il est important d'étudier la relation entre la sortie du processus noté $y(t)$ et un ensemble d'entrées (u_1, u_2, \dots, u_q) , où q est le nombre d'entrées.

Pour chaque paire de variables on pourra définir les notions spectrales définie précédemment. L'ensemble des interactions entre ces variables est regroupé dans la matrice spectrale donnée dans ce cas par :

$$\mathbf{\Gamma}_{(yu_1, \dots, u_q)(yu_1, \dots, u_q)}(f) = \begin{pmatrix} \Gamma_{u_1 u_1}(f) & \Gamma_{u_1 u_2}(f) & \dots & \Gamma_{u_1 y}(f) \\ \Gamma_{u_2 u_1}(f) & \Gamma_{u_2 u_2}(f) & \dots & \Gamma_{u_2 y}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{y u_1}(f) & \Gamma_{y u_2}(f) & \dots & \Gamma_{yy}(f) \end{pmatrix} \quad (\text{AII-1 .10})$$

Prenons le cas simple où le nombre d'entrées est égal à 2, la matrice spectrale de l'ensemble des signaux mis en jeu (entrées et sortie) est définie par :

$$\mathbf{\Gamma}_{(yu_1, u_2)}(f) = \begin{pmatrix} \Gamma_{u_1 u_1}(f) & \Gamma_{u_1 u_2}(f) & \Gamma_{u_1 y}(f) \\ \Gamma_{u_2 u_1}(f) & \Gamma_{u_2 u_2}(f) & \Gamma_{u_2 y}(f) \\ \Gamma_{y u_1}(f) & \Gamma_{y u_2}(f) & \Gamma_{yy}(f) \end{pmatrix} \quad (\text{AII-1 .11})$$

La matrice spectrale des entrées est donnée par :

$$\mathbf{\Gamma}_{(u_1, \dots, u_q)(u_1, \dots, u_q)}(f) = \begin{pmatrix} \Gamma_{u_1 u_1}(f) & \Gamma_{u_1 u_2}(f) \\ \Gamma_{u_2 u_1}(f) & \Gamma_{u_2 u_2}(f) \end{pmatrix} \quad (\text{AII-1 .12})$$

ANNEXE AIV-1 : Bruit Blanc et Gaussien

En général, pour définir un bruit représenté par une variable aléatoire $x(t)$, on aura besoin de connaître les notions statistiques suivantes :

- La fonction de densité de probabilité ; pour une distribution normale ou Gaussienne, elle est exprimée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad (\text{AIV-1.1})$$

avec σ est l'écart type et μ est la moyenne.

- L'espérance mathématique qui est la moyenne théorique statistique de la variable aléatoire x est définie par :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \mu \quad (\text{AIV-1.2})$$

- La variance qui donne une information sur l'écart par rapport à la moyenne. Elle est définie par :

$$\begin{aligned} \text{Var}(x) &= E((x - E(x))^2) = E((x - \mu)^2) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \sigma^2 \end{aligned} \quad (\text{AIV-1.3})$$

Pour mieux comprendre la notion de bruit blanc gaussien, on illustre dans la figure ci-dessous ce type de bruit. Nous voyons que le bruit est blanc par son spectre. En effet, bruit blanc veut dire que nous n'avons pas d'information sur ce bruit dans le temps. Le bruit est gaussien statistiquement dans le sens de la probabilité qu'une même valeur du signal soit répétée.

Ainsi, quand nous disons « bruit blanc gaussien », nous donnons deux informations bien différentes mais souvent liées en nature.

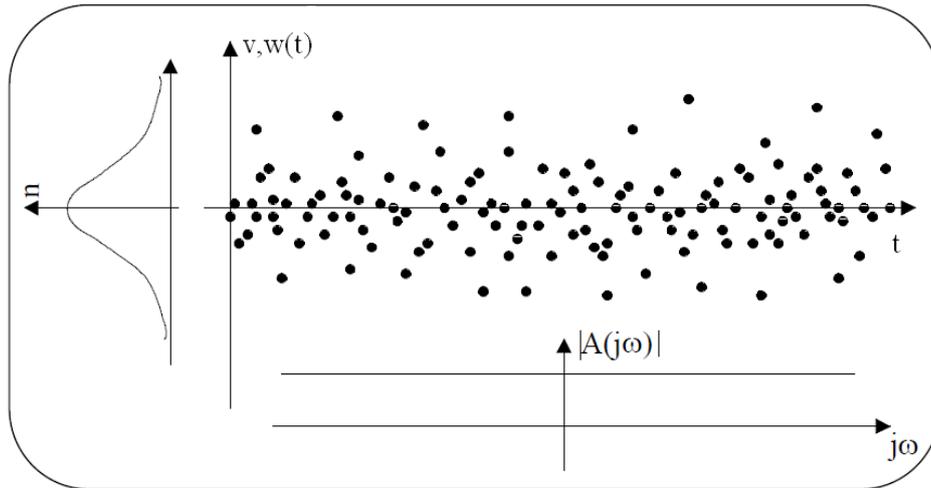


Figure 1: Illustration graphique du bruit blanc gaussien [Aguglia, 2004]

[Aguglia, 2004]

D. Aguglia, Identification des paramètres du moteur à induction triphasé en vue de sa commande vectorielle, Mémoire de la Faculté des études supérieures de l'Université Laval (Québec, Canada), 2004.

ANNEXE AIV-2 : Procédure de Levenberg Marquardt

En identification, l'estimation des paramètres est réalisée par la minimisation d'un critère qui est habituellement la norme quadratique de l'erreur de prédiction. Dans notre cas, nous l'avons déjà noté $V(\theta)$. La minimisation de ce critère est effectuée par des méthodes itératives locales telles que celles du gradient, de Gauss-Newton, de Levenberg Marquardt, etc. Nous nous intéressons ici à cette dernière méthode.

Quelque soit la méthode d'optimisation utilisée, la forme générale de l'équation de modification du vecteur des paramètres est donnée par :

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - \alpha_k D_k \quad (\text{AIV-2.1})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\theta}_k : \text{l'estimée de } \theta \text{ à l'itération } k \\ \alpha_k : \text{le pas de recherche (descente)} \\ D_k : \text{la direction de recherche dans l'espace des paramètres} \end{array} \right.$$

Les méthodes de résolution se différencient par le choix de la direction D_k de descente et du pas α_k .

La méthode de Levenberg Marquardt est issue d'un compromis entre la méthode du gradient et celle de Newton. Ainsi, pour mieux comprendre cette méthode nous aurons besoin de définir d'abord ces deux méthodes.

❖ **Méthode de gradient** : la relation (AIV-2.1) s'écrit sous la forme suivante :

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - \alpha_k G_k \quad (\text{AIV-2.2})$$

où G_k est le gradient du critère V estimé à $\hat{\theta}_k$. Il est défini par : $G_k = \left. \frac{\partial V}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}_k}$

Il est à noter que pour cette méthode, il faut choisir judicieusement le pas de descente α_k . Une faible valeur du pas conduit à une convergence lente vers le minimum alors qu'une valeur élevée induit des oscillations autour du minimum.

❖ **Méthodes de Newton et de Gauss-Newton** : le pas α_k est fixé à 1; la relation (AIV-2.1) s'écrit alors :

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - H_k^{-1}G_k \quad (\text{AIV-2.3})$$

où H_k est le Hessien de $V(\theta)$ en $\hat{\theta}_k$. Il est défini par :

- ✓ $H_k = \frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial \theta^T} \Big|_{\theta = \hat{\theta}_k} = \frac{2}{N} \left(\sum_{t=1}^N e(t) \frac{\partial^2 \hat{y}(t)}{\partial \theta \partial \theta^T} + \sum_{t=1}^N \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial \theta} \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial \theta^T} \right)$ pour la méthode Newton.
- ✓ $H_k = \frac{2}{N} \left(\sum_{t=1}^N \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial \theta} \frac{\partial \hat{y}(t)}{\partial \theta^T} \right)$ pour la méthode de Gauss-Newton (le Hessien est approché par cette relation obtenue en négligeant la dérivée d'ordre 2 de $\hat{y}(t)$).

❖ **Méthode de Levenberg Marquart** : elle est issue d'un compromis entre la méthode de Gauss-Newton et celle du gradient. Elle utilise un paramètre de contrôle appelé aussi coefficient de relaxation. La procédure itérative à la recherche du minimum est décrite par la relation suivante :

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - [H_k + \delta I]^{-1}G_k \quad (\text{AIV-2.4})$$

où δ est le coefficient de relaxation. Si ce coefficient est grand, on retrouve la méthode du gradient et si δ est petit, la méthode se réduit à celle de Gauss-Newton.

ANNEXE AV-1 : Analyse de sensibilité

Dans cette annexe nous présentons tout d'abord les objectifs de l'analyse de sensibilité, ensuite nous explorons quelques méthodes d'analyse de sensibilité et enfin nous présentons un état de l'art de l'application de cette méthodologie dans le domaine de la thermique du bâtiment

AV-1.1 Objectifs de l'analyse de sensibilité

L'utilisation de l'analyse de sensibilité est devenue indispensable dans tout processus de modélisation, que ce soit pour améliorer la prédiction du modèle, pour alléger ce modèle ou encore pour mieux comprendre le phénomène étudié en analysant les différentes interactions entre les variables. Les objectifs de l'analyse de sensibilité sont multiples et l'on retrouve son application dans de nombreux travaux [Kleijnen, 1996], [Hamby, 1994], [Saltelli, 2000a] et [Saltelli, 1997]. Ainsi, selon Hamby [Hamby, 1994] une analyse de sensibilité peut être réalisée pour : (i) identifier les paramètres qui nécessitent des connaissances supplémentaires pour préciser leurs valeurs, (ii) identifier les paramètres auxquels le modèle n'est pas sensible, (iii) identifier les paramètres qui contribuent le plus à la variabilité sur les sorties, (iv) identifier les paramètres les plus corrélés aux sorties.

Généralement, les modèles mathématiques complexes sont caractérisés par une multiplication de leurs facteurs d'entrée qui peuvent être soit les paramètres soit les sollicitations (entrées)

du modèle. Ces facteurs d'entrées n'ont pas tous le même niveau d'influence sur la sortie du modèle. Ainsi, une analyse de sensibilité peut aider à prédire l'effet de chaque facteur d'entrée sur la sortie du modèle et à classer ces facteurs d'entrée suivant leur degré d'influence [Saltelli, 2000a]. Autrement dit, elle permet d'étudier comment des perturbations sur les facteurs d'entrées engendrent des perturbations sur la réponse du modèle. D'ailleurs, on peut distinguer deux types de relations : relation entrées/sorties et relation paramètres/sorties. Notons que de ce cadre de notre étude nous avons également effectué une analyse de sensibilité en étudiant la relation paramètre/paramètre.

En effet, les modèles thermiques des bâtiments impliquent un grand nombre d'équations avec un grand nombre de paramètres qui sont incertains à cause du manque de connaissance sur le système étudié (bâtiment) et aussi le manque de mesures pour ces paramètres. Ainsi, une étude d'analyse de sensibilité s'avère nécessaire pour diminuer la contribution de cette incertitude sur la réponse du modèle.

AV-1.2 Revue des méthodes d'analyse de sensibilité

Il existe dans la littérature plusieurs méthodes d'analyse de sensibilité. Il est possible de les grouper en deux grandes familles : l'analyse de sensibilité locale nommée aussi démarche déterministe et l'analyse de sensibilité globale nommée aussi démarche statistique. Saltelli et al. décrivent ces méthodes en détail dans [Saltelli, 2000a]. Nous présentons dans la Figure AV-1.1 un diagramme sur la classification des méthodes d'analyse de sensibilité discutées dans ce chapitre.

L'analyse de sensibilité locale étudie comment de petites perturbations autour d'une valeur des facteurs d'entrée se répercutent sur la valeur de la sortie du modèle. Quant à l'analyse de sensibilité globale, elle étudie comment la variabilité des facteurs d'entrée se répercute sur celle de la sortie du modèle. Autrement dit, ce type d'analyse s'intéresse à la variabilité de la sortie du modèle dans son domaine de variation.

En général, nous pouvons distinguer l'analyse locale de l'analyse globale du fait que l'analyse locale s'intéresse à la valeur de la réponse, tandis que l'analyse globale s'intéresse à sa variabilité.

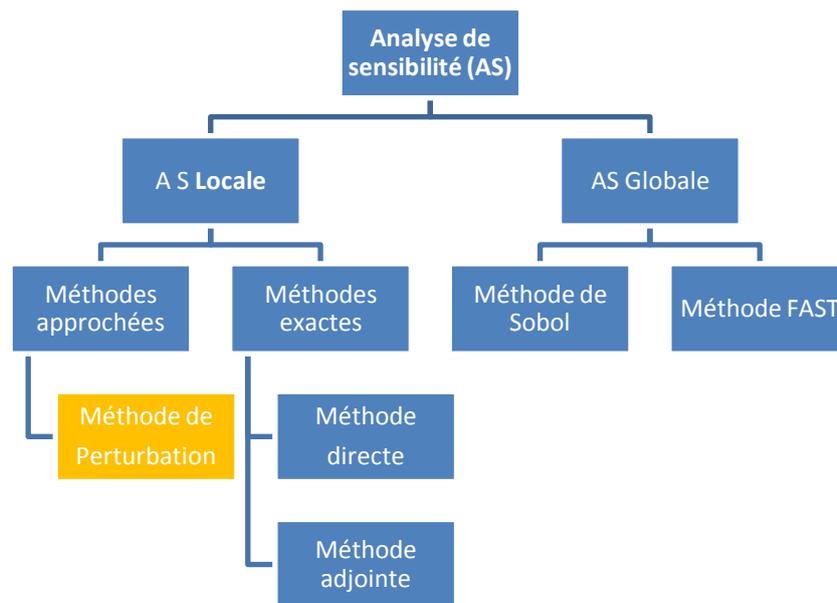


Figure AV-1.V-9: Classification des méthodes d'analyse de sensibilité

AV-1. 2.1. Analyse de sensibilité locale

L'analyse de sensibilité locale consiste à déterminer l'impact local des paramètres d'entrée sur le modèle, en se basant sur le calcul des dérivées partielles de la fonction de sortie par

rapport aux facteurs d'entrées. Ces calculs se font numériquement en faisant varier les paramètres du modèle dans un intervalle très restreint autour d'une valeur nominale.

Etant donné que ces méthodes sont basées sur le calcul des dérivées partielles, on distingue selon la méthode adoptée pour le calcul de ces dérivées : les méthodes exactes permettant un calcul exact de la dérivée et les méthodes approchées permettant son calcul approché.

Parmi les méthodes exactes, on distingue la méthode directe et la méthode adjointe. La méthode directe est basée sur le calcul des dérivées de l'ensemble des sorties par rapport à un paramètre donné. Cette méthode est plus efficace quand on cherche à déterminer l'influence d'un nombre restreint de paramètres sur un ensemble de variables de sortie. La méthode adjointe est, quant à elle, basée sur le calcul de la sensibilité d'une réponse à l'ensemble des paramètres. Cette méthode est préconisée pour des études de sensibilité dites à « grande échelle », pour lesquelles il est fréquent d'avoir à considérer un très grand nombre de paramètres [Rahni, 1998]. Néanmoins, ces techniques de dérivations directe et adjointe ne sont pas efficaces dans le cas où l'analyse de sensibilité implique à la fois un très grand nombre de paramètres et un grand nombre de variables dépendantes. Elles présentent également une difficulté dans leur mise en application, c'est pourquoi on utilise souvent les méthodes approchées.

Parmi les méthodes approchées les plus utilisées en modélisation, on cite la méthode de perturbation qui consiste à simuler le modèle pour la valeur de base d'un paramètre puis pour sa valeur perturbée. On étudie ainsi le comportement du modèle par comparaison avec la simulation de base. Du fait de sa grande simplicité de mise en œuvre, cette méthode a été fréquemment utilisée dans le cas où l'on cherche à étudier le comportement du modèle via une perturbation des paramètres ce qui est notre cas. Ainsi, nous nous intéressons dans ce travail à ce type de méthode.

Pour résumer, la particularité de l'analyse de sensibilité locale est qu'elle permet d'étudier, à partir d'une dérivée première, la sensibilité de la réponse du modèle pour une faible perturbation du paramètre étudié les autres paramètres étant maintenus constants. D'une façon générale si les variations des facteurs d'entrées du modèle sont peu importantes et que le modèle est proche de la linéarité, ces méthodes locales peuvent suffire pour distinguer les facteurs influents de ceux qui ne le sont pas. Les limites de ce type d'analyse résident dans le fait que les résultats ne pourront pas être étendus à un domaine de variation plus large des paramètres. Ainsi, elles ne permettent pas de prendre en compte la variabilité totale des paramètres ni leurs possibles dépendances. Cependant la sensibilité d'un paramètre dépend aussi des interactions entre paramètres. C'est pourquoi, dans notre cas d'étude, nous avons choisi d'étudier les interactions entre les paramètres les plus influents en utilisant des outils statistiques.

AV-1. 2.2. Analyse de sensibilité globale

L'analyse de sensibilité globale est basée sur l'estimation de la contribution de chaque paramètre d'entrée d'un modèle à la variance observée dans la sortie. Pour ce type de

méthodes, les paramètres sont considérés comme des variables aléatoires évoluant dans tout leur intervalle de variation.

L'analyse de sensibilité globale se caractérise par le calcul des indices représentant la contribution relative due à une variable, ou à un groupe de variables, sur la variance de la réponse du modèle. Ces indices de sensibilité quantifient combien une variable ou un groupe de variables contribue à la variance de la sortie du modèle. Le calcul de cet indice de sensibilité peut être mené par différentes méthodes. Saltelli et al. présentent l'ensemble des méthodes existantes dans [Saltelli, 2000b]. Parmi ces méthodes, on trouve la méthode FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Analysis) qui est une méthode basée sur le transport d'information dans le domaine spectral. Elle permet d'estimer d'une part l'espérance et la variance de la sortie et d'autre part, de calculer la contribution de chaque facteur d'entrée à cette variance lorsqu'ils sont indépendants. L'idée de cette méthode est d'approcher une intégrale à p dimensions par une intégrale simple et ceci en utilisant une décomposition en série de Fourier de la fonction considérée. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas d'avoir un intervalle de confiance sur les estimations car ces derniers sont déterminés pour une série de fréquences fixée. Une autre méthode d'analyse de sensibilité globale couramment utilisée est la méthode de Sobol basée sur le même principe de la méthode FAST, c'est-à-dire la décomposition de la variance de la sortie du modèle en fonction de celles des paramètres d'entrée mais en utilisant l'échantillonnage de type Monte Carlo au lieu de l'analyse spectrale. Cette méthode est jugée plus robuste que la méthode FAST mais elle demande un grand temps de calcul [Jacques, 2005]. Saltelli et al (1998) dans [Saltelli, 1998] donnent plus de détails sur ces deux méthodes d'analyse de sensibilité globale (FAST et Sobol).

Il est à noter que depuis 1995, se tient tous les trois ans la conférence SAMO (Sensitivity Analysis of Modeling Output) qui porte sur le développement et l'application des méthodes d'analyse de sensibilité à des modèles numériques. Pour plus de détails sur les nouvelles méthodes d'analyse de sensibilité proposées dans la dernière conférence SMAO on pourra se référer à [SAMO, 2007].

AV-1. 3. Etat de l'art de l'application de l'analyse de sensibilité dans le domaine de la thermique du bâtiment

L'analyse de sensibilité a été appliquée dans des domaines très variées comme le nucléaire, l'agriculture, la chimie, l'économie et la thermique du bâtiment. Nous nous intéressons dans cette partie à illustrer quelques exemples d'applications dans ce dernier domaine. Ainsi, N. Rahni (1998) [Rahni, 1998] présente un état de l'art de l'application de l'analyse de sensibilité dans ce domaine. Une partie de cette étude concerne l'identification des paramètres les plus influents sur la température intérieure de 3 modèles d'enveloppe en appliquant la méthode de screening. Pour plus de détails sur cette technique de classement rapide des paramètres ainsi que les résultats obtenus, on pourra se référer à [Rahni, 1998].

P. Aude, et al (2000) [Aude, 2000] ont appliqué la méthode adjointe pour étudier la sensibilité des paramètres d'entrée et d'enveloppe sur la variation de la température intérieure de la cellule ETNA (Essais Thermiques Naturels ou Artificiels) sur le logiciel CA-SIS (Conditionnement d'Air-Simulation de Systèmes) avec un objectif de validation de ce logiciel. Les résultats de cette étude montrent que seulement 10% des paramètres sont significatifs. Ces paramètres doivent être connus avec précision. P. Aude souligne que l'application de la méthode adjointe a nécessité la duplication du code de calcul, ce qui n'est pas toujours simple à réaliser surtout dans le cas d'un modèle plus complexe tel que celui cas d'une modélisation par codes de dynamique des fluides (Computational Fluid Dynamics).

T.A. Mara et al (2000) [Mara, 2000] ont effectué une étude de sensibilité paramétrique du modèle thermique d'une cellule test en se basant sur l'analyse de la variance (ANOVA) pour déterminer les paramètres les plus influents sur la sortie du modèle (la température d'air intérieur, dans ce cas).

S. Ezzamari et al (2000) [Ezzamari, 2000] ont effectué une analyse de sensibilité du gain de la réponse fréquentielle de la cellule test ETNA (construite par EDF) aux paramètres du modèle (capacité interne de l'air, surfaces des parois, coefficients d'échanges interne et externe de chaque paroi, et caractéristiques thermophysiques de chaque couche des parois). La réponse fréquentielle considérée est la température intérieure de la cellule test. Cette étude dans le domaine spectrale lui a permis de distinguer quatre régimes dynamiques (quasi-statique, lent, moyen et rapide et finalement très rapide). Pour chaque régime les auteurs ont dégagé les phénomènes physiques qui sont mis en jeu. Ils soulignent que les résultats de cette étude ne sont valables que pour cette cellule test.

E. Palomo et al (2002) [Palomo, 2002] ont étudié l'effet de la variation des paramètres des composants de la cellule ETNA sur la réponse du modèle ainsi que la corrélation entre les paramètres (géométriques, thermophysiques et optiques) sur les logiciels de simulation thermique CLIM2000 et CA-SIS.

J. O. Rakoto et al (2006) [Rakoto, 2006] ont effectué une étude de sensibilité qui a permis d'identifier les paramètres qui ont une influence sur la qualité de prédiction de la température intérieure d'une cellule expérimentale, tout en étudiant l'incertitude sur les paramètres du modèle.

X. Faure [2007] [Faure, 2007] a appliqué la méthode FAST au système d'enveloppe ventilée afin d'identifier la sensibilité de la température du volume intérieur et celle de la température d'air d'entrée d'un capteur solaire a un jeu de paramètres qui définissent les caractéristiques thermique et géométrique des panneaux de l'enveloppe ainsi que les coefficients d'échanges convectifs et les vitesses d'air. X Faure présente la méthode FAST et son application à la thermique du bâtiment. Cette méthode d'analyse de sensibilité globale a été appliquée pour identifier les paramètres les plus influents pour différentes configurations (convection forcée et naturelle) et différentes périodes de l'année (hiver et été). L'objectif de cette étape est de fournir les premiers éléments pour la construction des algorithmes d'asservissement.

Nous remarquons que la majorité des études d'analyse de sensibilité, qui ont été effectuées dans le domaine de la thermique du bâtiment, a été réalisée sur des cellules expérimentales. Dans le cadre de ce travail nous allons appliquer l'analyse de sensibilité à un modèle thermique d'un bâtiment réel et occupé.

Bibliographie

- [Aude, 2000] P. Aude, L. Tabary, P. Depcker, « Sensitivity analysis and validation of buildings' thermal models using adjoint-code method », *Energy and Buildings*, vol.31, 2000, pp.267-283.
- [Cariboni, 2007] J. Cariboni, D. Gatelli, R. Liska, A. Saltelli, « The role of sensitivity analysis in ecological modelling », *ecological modelling*, vol. 203, 2007, pp. 167-182.
- [Ezzamari, 2000] S. Ezzamari, N. Ramdani, Y. Candau, « Analyse de sensibilité fréquentielle d'un modèle en thermique du bâtiment », *Congrès Français de Thermique, SFT 2000*, pp.723-728.
- [Faure, 2007] X. Faure, « Optimisation d'enveloppe hybride pour bâtiment à haute performance énergétique », Ph.D. de doctorat l'Université Joseph Fourier - Grenoble 1, novembre 2007.
- [Hamby, 1994] Hamby, D.H. (1994). « A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models ». *Environmental Monitoring and Assessment*, vol. 32, pp 135-154.
- [Jacques, 2005] J. Jacques, « Contributions à l'analyse de sensibilité et à l'analyse discriminante généralisée », Ph.D. de doctorat l'Université Joseph Fourier - Grenoble 1, 2005.
- [Kleijnen, 1996] J.P.C. Kleijnen, « Sensitivity analysis and related analysis: a review of some statistical techniques », *Journal Statistical and Computation Simulation*, vol. 57, 1996, pp 111-142.
- [Mara, 2000] T.A. Mara, H. Boyer, F. Grade, L. Adelard, « Présentation et application d'une technique d'analyse de sensibilité en thermique du bâtiment », *Congrès Français de Thermique, SFT 2000*, 795-800, 15-17 mai 2000.
- [Palomo, 2002an] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, « Using parameters space analysis techniques for diagnostic purpose in the framework of empirical validation », A report of task 22, subtask A, *Building Energy Analysis Tools*, December 2002.

- [Palomo, 2003an] E. Palomo Del Barrio, G. Guyon, « Theoretical basis for empirical model validation using parameters space analysis tools », *Energy and Buildings*, vol 35, 2003, pp. 985–996.
- [Palomo, 2004an] E. Palomo del Barrio, G. Guyon, « Application of parameters space analysis tools for empirical model validation », *Energy and Buildings*, vol 36, 2004, pp. 23–33.
- [Palomo, 2006an] E. Palomo del Barrio, « Transport couple de masse et de chaleur dans des parois en bois massif modélisation de transfert et caractérisation « in situ » », Août 2006.
- [Rahni, 1998] N. Rahni, « Validation de modèles et variabilité des paramètres », Ph.D. de Doctorat, Université Paris XII-Val de Marne, juin 1998.
- [Rakoto, 2006] O. Rakoto Joseph, T.A. Mara, « Application de l'analyse de sensibilité de modèles en thermique de l'habitat », 2006.
- [Saltelli, 1997] A.Saltelli, M.Scott, « The role of sensitivity analysis in the corroboration of models and its link to model structural and parametric uncertainty », *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 57, 1997, pp.1-4.
- [Saltelli, 1998] A. Saltelli, R. Bolado, « An alternative way to compute Fourier amplitude sensitivity test (FAST) », *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 26, 1998, pp 445-460.
- [Saltelli, 2000a] A Saltelli., S.Tarantola, F. Compolongo (2000). « Sensitivity analysis as an ingredient of modelling ». *Stat. Sci.* 15 (4), p. 377–395.
- [Saltelli, 2000b] A. Saltelli, K. Chan, and E.M. Scott, editors. « Sensitivity Analysis ». Wiley, 2000.
- [SAMO, 2007] <http://samo2007.chem.elte.hu/>.

ANNEXE AV-2 Analyse de sensibilités réduites (paramètres/paramètres thermophysiques identifiés)

Propriétés thermiques des matériaux de construction

| | (UA) enveloppe | (UA) sol | Efficacité solaire | Sensibilité_(UA) enveloppe | Sensibilité_(UA) sol | Efficacité solaire |
|-------------------------------------|-------------------|----------|-----------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 'Cond ¹¹ Beton armé' | 311.6471 | 32.0626 | 0.1169 | 0 | -0.778 | 0 |
| 'Cond Laine de verre CBC' | 311.67 | 32.0793 | 0.1169 | -22.8912 | -17.435 | -0.0039 |
| 'Cond Bois lourd' | 311.6471 | 32.0626 | 0.1169 | 0 | -0.7575 | 0 |
| 'Cond Polystyrene extrude' | 311.6471 | 32.0662 | 0.1169 | 0 | -4.3188 | 0 |
| 'Cond Panneau de particule de bois' | 311.6471 | 32.0623 | 0.1169 | 0 | -0.4041 | 0 |
| 'Cond Carrelage' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | -0.0162 | 0 |
| 'Cond Terre cuite' | 311.6472 | 32.0619 | 0.1169 | -0.0442 | 0 | 0 |
| 'Cond Lame dair >1.3cm' | 311.648 | 32.0619 | 0.1169 | -0.8471 | 0 | -0.0001 |
| 'Cond Bois leger' | 311.648 | 32.0619 | 0.1169 | -0.8385 | 0 | -0.0001 |
| 'Cond Bois massif' | 311.8043 | 32.0619 | 0.1169 | -157.1573 | 0 | -0.0116 |
| 'Cond sol' | 311.6471 | 32.0667 | 0.1169 | 0 | -4.8628 | 0 |
| 'Cond platre' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| 'Cond vide' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | | |
| 'HCap ¹² Beton armé' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap laine de verre CBC' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Bois lourd' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Polystyrene extrude' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Panneau de particule de bois' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |

¹¹ Cond=Conductivité

¹² HCap=Chaleur massique

| | (UA) enveloppe | (UA) sol | Efficacité solaire | | Sensibilité_(UA) enveloppe | Sensibilité_(UA) sol | Efficacité solaire |
|--------------------------------------|-------------------|----------|-----------------------|--|-------------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 'HCap Carrelage' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Terre cuite' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Lame dair >1.3cm' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Bois leger' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap Bois massif' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap sol' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap platre' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap vide' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | | | |
| 'Absor ¹³ Beton armé' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor laine de verre CBC' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Bois lourd' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Polystyrene extrude' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Panneau de particule de bois' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Carrelage' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Terre cuite' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | -0.0043 |
| 'Absor Lame dair >1.3cm' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Bois leger' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Bois massif' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | -0.0152 |
| 'Absor sol' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor platre' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor vide' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'Reflectivité au sol(albedo)' | 311.6471 | 32.0619 | 0.117 | | 0 | 0 | -0.0258 |
| 'Débit échange dair' | 311.7003 | 32.0619 | 0.1169 | | -53.2292 | 0 | 0 |

¹³ Absor=Coefficient d'absorption

Paramètres relatifs aux coefficients d'échange des murs

| | (UA) enveloppe | (UA) sol | Efficacité solaire | Sensibilité_(UA) enveloppe | Sensibilité_(UA) sol | Efficacité solaire |
|----------------------------------|-------------------|----------|-----------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------|
| hext ¹⁴ mur ext sud' | 311.6495 | 32.0619 | 0.1169 | -2.3213 | 0 | 0.002 |
| hext mur ext B2- ouest' | 311.6521 | 32.0619 | 0.1169 | -4.9637 | 0 | 0.0039 |
| hext mur ext Sud-ouest' | 311.6488 | 32.0619 | 0.1169 | -1.6791 | 0 | 0.0014 |
| hext mur ext nord-ouest' | 311.649 | 32.0619 | 0.1169 | -1.8248 | 0 | 0.0014 |
| hext mur ext nord-est' | 311.6495 | 32.0619 | 0.1169 | -2.3343 | 0 | 0.0018 |
| hext mur ext Entree- est' | 311.6505 | 32.0619 | 0.1169 | -3.3238 | 0 | 0.0027 |
| hext mur ext sud-est' | 311.6478 | 32.0619 | 0.1169 | -0.6766 | 0 | 0.0006 |
| hext mur ext nord' | 311.6474 | 32.0619 | 0.1169 | -0.2868 | 0 | 0.0002 |
| hext murs int' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| hextplancher 1' | 311.6471 | 32.0631 | 0.1169 | 0 | -1.2458 | 0 |
| hext plancher 2' | 311.6471 | 32.0623 | 0.1169 | 0 | -0.4925 | 0 |
| hext plafond toit nord-est' | 311.6473 | 32.0619 | 0.1169 | -0.1392 | 0 | 0.0024 |
| hext plafond toit est' | 311.6472 | 32.0619 | 0.1169 | -0.1078 | 0 | 0.0019 |
| hext porte entrée' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | -0.0048 | 0 | 0 |
| hext porte intérieures' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | 0 |
| 'hint ¹⁵ mur ext sud' | 311.6514 | 32.0619 | 0.1169 | -4.2526 | 0 | -0.0003 |
| ' hint mur ext B2- ouest' | 311.6562 | 32.0619 | 0.1169 | -9.0935 | 0 | -0.0007 |
| 'hint mur ext Sud-ouest' | 311.6502 | 32.0619 | 0.1169 | -3.076 | 0 | -0.0002 |
| 'hint mur ext nord-ouest' | 311.6505 | 32.0619 | 0.1169 | -3.343 | 0 | -0.0002 |
| 'hint mur ext nord-est' | 311.6514 | 32.0619 | 0.1169 | -4.2765 | 0 | -0.0003 |
| 'hint mur ext Entree- est' | 311.6532 | 32.0619 | 0.1169 | -6.0891 | 0 | -0.0005 |

¹⁴ hext=Coefficient d'échange extérieur

¹⁵ Hint=Coefficient d'échange intérieur

| | (UA) enveloppe | (UA) sol | Efficacité solaire | | Sensibilité_(UA) enveloppe | Sensibilité_(UA) sol | Efficacité solaire |
|------------------------------|-------------------|----------|-----------------------|--|-------------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 'hint mur ext sud-est' | 311.6484 | 32.0619 | 0.1169 | | -1.2395 | 0 | -0.0001 |
| 'hint mur ext nord' | 311.6477 | 32.0619 | 0.1169 | | -0.5253 | 0 | 0 |
| ' hint murs int' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |
| 'hint plancher 1' | 311.6471 | 32.0631 | 0.1169 | | 0 | -1.2458 | 0 |
| 'hint plancher 2' | 311.6471 | 32.0623 | 0.1169 | | 0 | -0.4925 | 0 |
| 'hint plafond toit nord-est' | 311.6474 | 32.0619 | 0.1169 | | -0.2583 | 0 | 0 |
| 'hint plafond toit est' | 311.6473 | 32.0619 | 0.1169 | | -0.2001 | 0 | 0 |
| 'hint porte entrée' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | -0.0089 | 0 | 0 |
| 'hint porte intérieures' | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | | 0 | 0 | 0 |

Paramètres fenêtres

| | | (UA) enveloppe | (UA) sol | Efficacité solaire | Sensibilité_(UA) enveloppe | Sensibilité_(UA) sol | Efficacité solaire |
|--------------------|---------------------|----------------|----------|--------------------|----------------------------|----------------------|--------------------|
| mur ext sud | h _{ext} | 311.6474 | 32.0619 | 0.1169 | -0.2306 | 0 | 0 |
| mur ext ouest | | 311.648 | 32.0619 | 0.1169 | -0.8821 | 0 | 0 |
| mur ext sud-ouest | | 311.6476 | 32.0619 | 0.1169 | -0.4664 | 0 | 0 |
| mur ext nord-ouest | | 311.6473 | 32.0619 | 0.1169 | -0.1509 | 0 | 0 |
| mur ext nord-est | | 311.6473 | 32.0619 | 0.1169 | -0.18 | 0 | 0 |
| mur ext sud | h _{int} | 311.6476 | 32.0619 | 0.1169 | -0.4225 | 0 | 0 |
| mur ext ouest | | 311.6487 | 32.0619 | 0.1169 | -1.616 | 0 | 0 |
| mur ext sud-ouest | | 311.648 | 32.0619 | 0.1169 | -0.8544 | 0 | 0 |
| mur ext nord-ouest | | 311.6474 | 32.0619 | 0.1169 | -0.2764 | 0 | 0 |
| mur ext nord-est | | 311.6475 | 32.0619 | 0.1169 | -0.3298 | 0 | 0 |
| mur ext sud | (UA ¹⁶) | 311.6497 | 32.0619 | 0.1169 | -2.5647 | 0 | 0 |
| mur ext ouest | | 311.6569 | 32.0619 | 0.1169 | -9.8105 | 0 | 0 |
| mur ext sud-ouest | | 311.6523 | 32.0619 | 0.1169 | -5.1865 | 0 | 0 |
| mur ext nord-ouest | | 311.6488 | 32.0619 | 0.1169 | -1.678 | 0 | 0 |
| mur ext nord-est | | 311.6491 | 32.0619 | 0.1169 | -2.0021 | 0 | 0 |
| mur ext sud | Tau ¹⁷ | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | -0.0122 |
| mur ext ouest | | 311.6471 | 32.0619 | 0.117 | 0 | 0 | -0.0445 |
| mur ext sud-ouest | | 311.6471 | 32.0619 | 0.117 | 0 | 0 | -0.0246 |
| mur ext nord-ouest | | 311.6471 | 32.0619 | 0.1169 | 0 | 0 | -0.0074 |

¹⁶ Coefficient de déperdition du vitrage)

¹⁷ Coefficient de transmission du vitrage

ANNEXE AV-3 Analyse de sensibilités réduite (paramètres/sortie du modèle)

| | Paramètres étudiés |
|----|-------------------------------------|
| 1 | 'Cond Béton armé' |
| 2 | 'Cond Laine de verre CBC' |
| 3 | 'Cond Bois lourd' |
| 4 | 'Cond Polystyrène extrudé' |
| 5 | 'Cond Panneau de particule de bois' |
| 6 | 'Cond Carrelage' |
| 7 | 'Cond Terre cuite' |
| 8 | 'Cond Lame d'air >1.3cm' |
| 9 | 'Cond Bois léger' |
| 10 | 'Cond Bois massif' |
| 11 | 'Cond sol' |
| 12 | 'HCap Béton armé' |
| 13 | 'HCap laine de verre CBC' |
| 14 | 'HCap Bois lourd' |
| 15 | 'HCap Polystyrène extrudé' |
| 16 | 'HCap Panneau de particule de bois' |
| 17 | 'HCap Carrelage' |
| 18 | 'HCap Terre cuite' |
| 19 | 'HCap Lame d'air >1.3cm' |
| 20 | 'HCap Bois léger' |
| 21 | 'HCap Bois massif' |
| 22 | 'HCap sol' |
| 23 | 'Absor Terre cuite' |
| 24 | 'Absor Bois léger' |
| 25 | 'Absor Bois massif' |
| 26 | 'hext mur ext sud' |
| 27 | ' hext mur ext ouest' |
| 28 | 'hext mur ext Sud-ouest' |
| 29 | 'hext mur ext nord-ouest' |
| 30 | 'hext mur ext nord-est' |
| 31 | 'hint mur ext sud' |
| 32 | ' hint mur ext ouest' |
| 33 | 'hint mur ext Sud-ouest' |
| 34 | 'hint mur ext nord-ouest' |
| 35 | 'hint mur ext nord-est' |
| 36 | 'UA mur ext sud' |
| 37 | ' UAAt mur ext ouest' |
| 38 | 'UA mur ext Sud-ouest' |
| 39 | 'UA mur ext nord-ouest' |

| | |
|----|-------------------------------|
| 42 | ' Tau mur ext ouest' |
| 43 | 'Tau mur ext Sud-ouest' |
| 44 | 'Tau mur ext nord-ouest' |
| 45 | 'Tau mur ext nord-est' |
| 46 | 'hext mur ext sud' |
| 47 | ' hext mur ext B2- ouest' |
| 48 | 'hext mur ext Sud-ouest' |
| 49 | 'hext mur ext nord-ouest' |
| 50 | 'hext mur ext nord-est' |
| 51 | 'hext mur ext Entree- est' |
| 52 | 'hext mur ext sud-est' |
| 53 | 'hext mur ext nord' |
| 54 | ' h murs int' |
| 55 | 'hext plancher 1' |
| 56 | 'hext plancher 2' |
| 57 | 'hext plafond toit nord-est' |
| 58 | 'hext plafond toit est' |
| 59 | 'hext porte entrée' |
| 60 | 'h porte intérieures' |
| 61 | 'hint mur ext sud' |
| 62 | ' hint mur ext B2- ouest' |
| 63 | 'hint mur ext Sud-ouest' |
| 64 | 'hint mur ext nord-ouest' |
| 65 | 'hint mur ext nord-est' |
| 66 | 'hint mur ext Entree- est' |
| 67 | 'hint mur ext sud-est' |
| 68 | 'hint mur ext nord' |
| 69 | ' hint murs int' |
| 70 | 'hint plancher 1' |
| 71 | 'hint plancher 2' |
| 72 | 'hint plafond toit nord-est' |
| 73 | 'hint plafond toit est' |
| 74 | 'hint porte entrée' |
| 75 | 'hint porte intérieures' |
| 76 | 'Débit échange d'air' |
| 77 | 'Reflectivité au sol(albedo)' |
| 78 | 'alpha Po' |
| 79 | Épaisseur du sol |
| 40 | 'UA mur ext nord-est' |
| 41 | 'Tau mur ext sud' |

Analyse de sensibilités réduite (paramètres/sortie du modèle)

Propriétés thermiques des matériaux de construction

| Conductivité thermique | Moyenne | Ecart type | Distance |
|-------------------------------------|---------|------------|----------|
| 'Cond Beton cellulaire' | 0.0163 | 0.0029 | 0.0165 |
| 'Cond Lame de verre CBC' | 0.8169 | 0.1064 | 0.8238 |
| 'Cond Bois lourd' | 0.0157 | 0.0138 | 0.0209 |
| 'Cond Polystyrene extrude' | 0.0894 | 0.0212 | 0.0918 |
| 'Cond Panneau de particule de bois' | 0.0084 | 0.0032 | 0.009 |
| 'Cond Carrelage' | 0.0003 | 0.0005 | 0.0006 |
| 'Cond Terre cuite' | 0.0009 | 0.0007 | 0.0011 |
| Cond Lame dair >1,3cm' | 0.0168 | 0.0041 | 0.0173 |
| 'Cond Bois leger' | 0.0176 | 0.0427 | 0.0462 |
| 'Cond Bois massif' | 3.2145 | 0.7902 | 3.3102 |
| 'Cond sol' | 0.1065 | 0.0084 | 0.1068 |
| 'Cond platre' | 0 | 0 | 0 |
| 'Cond vide' | 0 | 0 | 0 |

| Chaleur spécifique | Moyenne | Ecart type | Distance |
|-------------------------------------|---------|------------|----------|
| 'HCap Beton cellulaire' | -0.001 | 0.0023 | 0.0025 |
| 'HCap Lame de verre CBC' | -0.0001 | 0.0112 | 0.0112 |
| 'HCap Bois lourd' | -0.0009 | 0.1271 | 0.1271 |
| 'HCap Polystyrene extrude' | 0 | 0.0005 | 0.0005 |
| 'HCap Panneau de particule de bois' | -0.0002 | 0.0218 | 0.0218 |
| 'HCap Carrelage' | -0.0001 | 0.0107 | 0.0107 |
| 'HCap Terre cuite' | 0 | 0.0044 | 0.0044 |
| HCap Lame dair >1,3cm' | 0 | 0.0002 | 0.0002 |
| 'HCap Bois leger' | -0.0046 | 0.0928 | 0.0929 |
| 'HCap Bois massif' | -0.0076 | 0.7921 | 0.7921 |
| 'HCap sol' | -0.0029 | 0.0044 | 0.0053 |
| 'HCap platre' | 0 | 0 | 0 |
| 'HCap vide' | 0 | 0 | 0 |

| Coefficient d'absorption | Moyenne | Ecart type | Distance |
|--------------------------------------|---------|------------|----------|
| 'Absor Beton cellulaire' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Lame de verre CBC' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Bois lourd' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Polystyrene extrude' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Panneau de particule de bois' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Carrelage' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Terre cuite' | -0.0262 | 0.0139 | 0.0297 |
| Absor Lame dair >1,3cm' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor Bois leger' | -0.0003 | 0.0115 | 0.0115 |
| 'Absor Bois massif' | -0.0927 | 0.0467 | 0.1038 |
| 'Absor sol' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor platre' | 0 | 0 | 0 |
| 'Absor vide' | 0 | 0 | 0 |

Paramètres fenêtres

| Fenêtres | | Moyenne | Ecart Type | Distance |
|--------------------|------------|---------|------------|----------|
| mur ext sud | hext | 0.0048 | 0.0011 | 0.0049 |
| mur ext ouest | | 0.0184 | 0.0042 | 0.0189 |
| mur ext sud-ouest | | 0.0097 | 0.0022 | 0.01 |
| mur ext nord-ouest | | 0.0032 | 0.0007 | 0.0032 |
| mur ext nord-est | | 0.0038 | 0.0009 | 0.0039 |
| mur ext sud | hint | 0.0088 | 0.002 | 0.009 |
| mur ext ouest | | 0.0338 | 0.0076 | 0.0346 |
| mur ext sud-ouest | | 0.0178 | 0.004 | 0.0183 |
| mur ext nord-ouest | | 0.0058 | 0.0013 | 0.0059 |
| mur ext nord-est | | 0.0069 | 0.0016 | 0.0071 |
| mur ext sud | UA | 0.0536 | 0.0121 | 0.0549 |
| mur ext ouest | | 0.2049 | 0.0463 | 0.2101 |
| mur ext sud-ouest | | 0.1084 | 0.0245 | 0.1111 |
| mur ext nord-ouest | | 0.0351 | 0.0079 | 0.0359 |
| mur ext nord-est | | 0.0418 | 0.0094 | 0.0429 |
| mur ext sud | Tau(trans) | -0.0746 | 0.0421 | 0.0857 |
| mur ext ouest | | -0.2718 | 0.1506 | 0.3107 |
| mur ext sud-ouest | | -0.1502 | 0.0851 | 0.1726 |
| mur ext nord-ouest | | -0.0453 | 0.0248 | 0.0516 |
| mur ext nord-est | | -0.0541 | 0.0295 | 0.0616 |

Paramètres relatifs aux coefficients d'échange des murs

| | | | | |
|-----------------------|------|--------|--------|--------|
| mur ext sud | hext | 0.0606 | 0.0141 | 0.0623 |
| mur ext ouest | | 0.1274 | 0.0299 | 0.1309 |
| mur ext sud-ouest | | 0.0435 | 0.0104 | 0.0447 |
| mur ext nord-ouest | | 0.0466 | 0.0109 | 0.0479 |
| mur ext nord-est | | 0.0597 | 0.0139 | 0.0613 |
| mur ext entrée-est | | 0.0861 | 0.0206 | 0.0886 |
| mur ext sud-est | | 0.0175 | 0.0069 | 0.0189 |
| mur ext nord | | 0.0073 | 0.0018 | 0.0075 |
| murs int | hint | 0.0001 | 0.066 | 0.066 |
| Plancher 1 | hext | 0.0279 | 0.0078 | 0.029 |
| Plancher 2 | | 0.011 | 0.0062 | 0.0127 |
| Plafond Toit nord-est | | 0.0174 | 0.0075 | 0.0189 |
| Plafond Toit est | | 0.0137 | 0.0059 | 0.0149 |
| Porte entrée | | 0.0004 | 0.011 | 0.011 |
| Portes intérieures | hint | 0.0001 | 0.0068 | 0.0068 |
| mur ext sud | hint | 0.0868 | 0.0232 | 0.0898 |
| mur ext ouest | | 0.1859 | 0.0497 | 0.1925 |
| mur ext sud-ouest | | 0.0628 | 0.017 | 0.0651 |
| mur ext nord-ouest | | 0.0684 | 0.0183 | 0.0708 |
| mur ext nord-est | | 0.0875 | 0.0234 | 0.0905 |
| mur ext entrée-est | | 0.1243 | 0.0313 | 0.1282 |
| mur ext sud-est | | 0.0253 | 0.011 | 0.0276 |
| mur ext nord | | 0.0107 | 0.0031 | 0.0112 |
| murs int | | 0.0001 | 0.066 | 0.066 |
| Plancher 1 | | 0.0258 | 0.0603 | 0.0656 |
| Plancher 2 | | 0.0102 | 0.019 | 0.0216 |
| Plafond Toit nord-est | | 0.0051 | 0.0075 | 0.0091 |
| Plafond Toit est | | 0.004 | 0.0057 | 0.0069 |
| Porte entrée | | 0.0002 | 0.0011 | 0.0011 |

| | | | | |
|--------------------|--|--------|--------|--------|
| Portes intérieures | | 0.0001 | 0.0069 | 0.0069 |
|--------------------|--|--------|--------|--------|

| Zones | Moyenne | Ecart type | Distance |
|-----------------------|---------|------------|----------|
| Débit d'échange d'air | 1.1118 | 0.2509 | 1.1398 |

| | Moyenne | Ecart type | Distance |
|---|---------|------------|----------|
| Coefficient relatif à la puissance d'occupation | -0.4022 | 0.2567 | 0.4772 |

| | Moyenne | Ecart type | Distance |
|-----------------------------|---------|------------|----------|
| Reflectivité au sol(albedo) | -0.1578 | 0.0835 | 0.1785 |